

CHAPITRE 7

Introduction au problème de remaillage



7.1. Nécessité du remaillage

7.2. Présentation de la recherche - Contenu des chapitres

7.3. Les méthodes de remaillage existantes

7.3.1. La méthode de relocalisation des noeuds (r-version)

7.3.2. La subdivision des éléments (h-version)

7.3.3. Augmentation du degré polynomial de la fonction d'interpolation (p-version)

7.3.4. Remaillage avec maillages indépendants

7.4. Justification du choix de la méthode de remaillage avec maillages indépendants

7.1. NECESSITE DU REMAILLAGE

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction de cette thèse, notre but est d'adapter le code LAGAMINE à la simulation du forgeage et de l'estampage. Plus précisément, nous allons résoudre le problème de remaillage.

Cette opération de remaillage ne correspond à aucun phénomène physique, elle est due à la dégradation du maillage d'éléments finis suite aux déformations importantes présentes dans les simulations de forgeage.

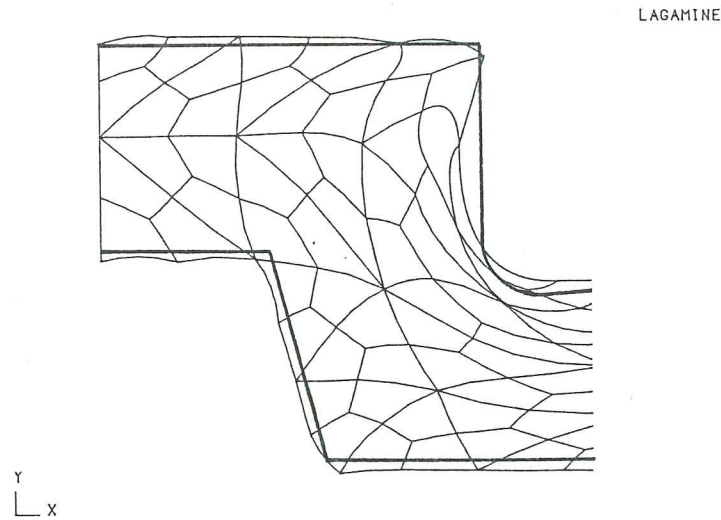


Figure 7.1.- Maillage de qualité médiocre obtenu suite aux déformations excessives

Ce problème est lié notamment aux codes développés selon une description lagrangienne comme le LAGAMINE. Dans cette formulation, chaque élément est associé à un ensemble fixe de particules matérielles, sa forme dépend entièrement de la position de ces particules. Au cours des déformations cette forme change très fort et on assiste à la dégradation du maillage. Les inconvénients d'un maillage de mauvaise qualité sont connus : imprécision des résultats et dans les cas extrêmes, non convergence du calcul ou arrêt de la simulation à cause d'un élément à jacobien négatif.

Rappelons que pour les codes développés en formulation eulérienne, les particules matérielles bougent par rapport au maillage et peuvent traverser les frontières des éléments. Cette approche est très adaptée aux problèmes de fluides pour lesquels les frontières sont fixes et le maillage est immobile. Par contre, son utilisation dans les problèmes de forgeage implique une évolution du maillage pour prendre en compte les modifications de la géométrie et des conditions de contact. On a dès lors vu naître des approches dites

lagrangiennes eulériennes (FOR 41, FOR 42, FOR 38) qui doivent gérer les déplacements et les déformations du maillage. Dans la mesure où nous travaillons dans le cadre lagrangien, nous n'avons pas poussé nos recherches dans cette direction. Il est toutefois intéressant de noter que malgré la formulation eulérienne, on voit réapparaître la notion de remaillage dans certains codes (FOR 38).

Une autre raison entraîne la nécessité du remaillage. Il s'agit de l'adaptation de la finesse du maillage selon les phénomènes à simuler.

Ainsi, les zones où très peu de déformations apparaissent, ne nécessitent pas un maillage fin (fig. 7.2).

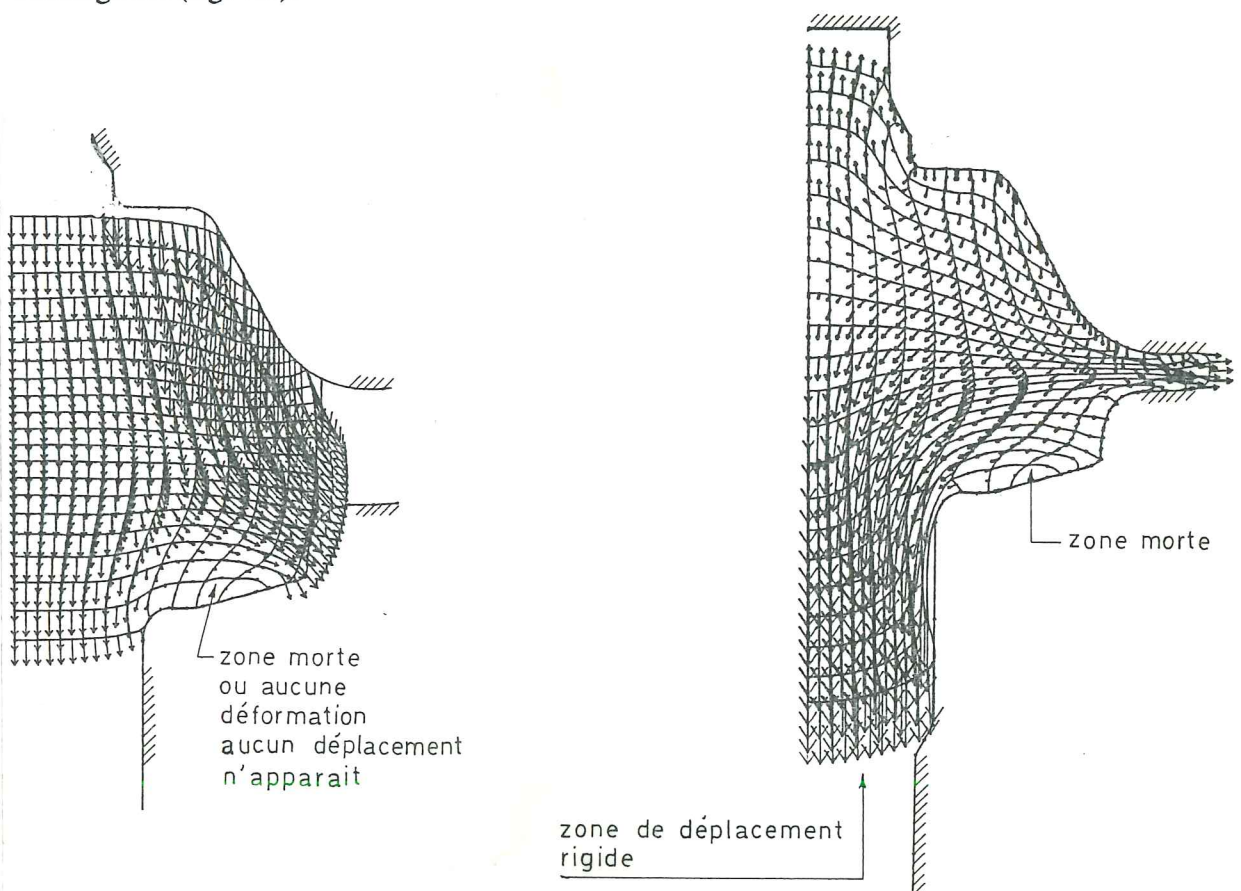


Figure 7.2. - Dessins des flux de matière illustrant les zones où un maillage grossier suffit.

Par contre, dans les zones fortement déformées, la prise en compte correcte des conditions de contact entraîne l'utilisation d'un maillage raffiné (fig. 7.3).

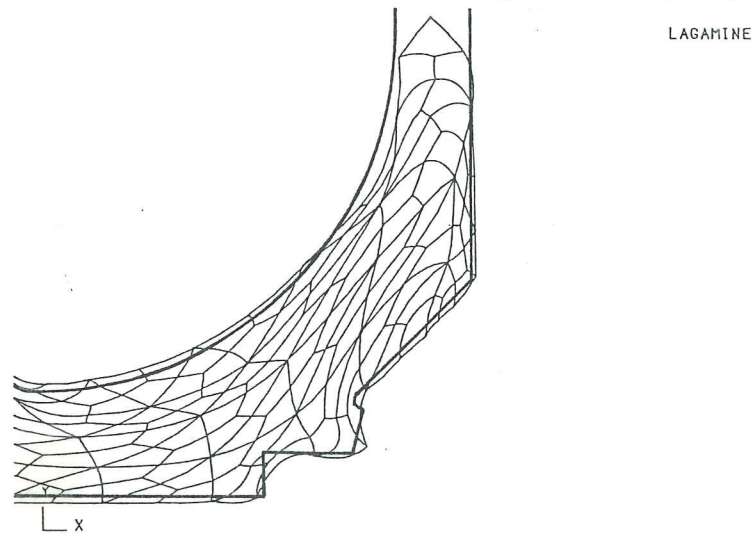


Figure 7.3. - Exemple de zone où un maillage fin est nécessaire.

Nous verrons au chapitre 8 que les critères indiquant l'instant opportun pour effectuer un remaillage fournissent également une information sur la densité nodale à respecter par le nouveau maillage.

7.2. PRESENTATION DE LA RECHERCHE - CONTENU DES CHAPITRES

Le paragraphe 7.3 est consacré à une présentation des méthodes de remaillage existantes. Afin de vous donner une idée d'ensemble, nous nous contentons d'expliquer le type d'amélioration apporté au maillage. Au paragraphe 7.4 nous justifions notre choix de la méthode dite de "*remaillage avec maillages indépendants*".

Les chapitres 8, 9 et 10 décrivent les différentes étapes d'un remaillage, à savoir :

1. le choix de l'instant opportun pour changer le maillage (chapitre 8),
2. la création du nouveau maillage (chapitre 9),
3. le transfert des informations d'un maillage à l'autre (chapitre 10),
4. la poursuite de la simulation avec un rééquilibrage préalable des contraintes dans certains cas (chapitre 10).

Dans chaque chapitre, nous décrivons de façon précise une ou deux étapes des développements de notre code. Nous situons notre approche face à celles des autres codes qui ont adopté la méthode de remaillage avec maillages indépendants. Quelques indications concernant les développements nécessaires dans le cadre des autres approches du remaillage vous sont également fournies.

On trouvera dans le chapitre 8 une bibliographie importante concernant les mesures de l'erreur de discrétisation. Ce sujet a été abordé dans les problèmes d'optimisation des maillages avant de servir à la simulation numérique du formage. De très nombreuses méthodes se côtoient et il nous a semblé important de vous fournir un compte-rendu de notre étude bibliographique. Notre but est de réaliser un état de la question et de clarifier ces notions d'erreur souvent mal connues des ingénieurs utilisant couramment la méthode des éléments finis.

7.3. LES METHODES DE REMAILLAGE EXISTANTES

7.3.1. La méthode de relocalisation des noeuds (r-version).

Cette méthode est souvent dénommée "*r-version*" dans la littérature relative au remaillage. Elle consiste à modifier la position des noeuds de l'ancien maillage (FOR 17, FOR 18).

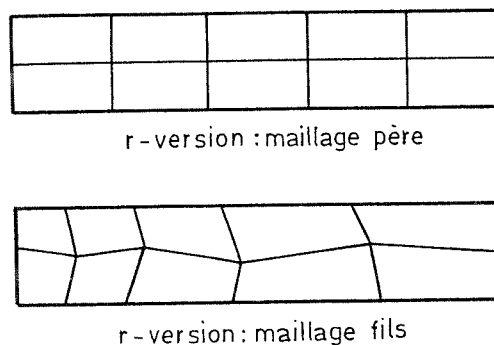


Figure 7.4.- Amélioration du maillage par la r-version.

La relocalisation des noeuds est généralement basée sur la conservation de propriétés géométriques des éléments. Les codes faisant appel à cette méthode se différencient par la

fonction géométrique à minimiser pour assurer la conservation des propriétés géométriques choisies et par la méthode de minimisation retenue.

Présentons ici trois méthodes de ce type développées pour des analyses thermomécaniques :

1. l'approche tridimensionnelle de HARTI et GIULIANI (FOR 2),
2. l'approche utilisée à Compiègne dans l'équipe du professeur TOUZOT (REM 12).
3. l'approche développée par le CEMEF (FOR 17, FOR 18, FOR 38 et REM 10),

Première approche.

La méthode de HARTI et GIULIANI est adaptée aux éléments plans triangulaires ou aux tétraèdres dans l'espace. Elle consiste en deux phases :

- un tri des noeuds (noeuds fixés, noeuds autorisés à bouger sur une courbe ou une surface, noeuds libres),
- la relocalisation des noeuds qui est basée sur la minimisation de l'effilement et de la distorsion des tétraèdres ou triangles et qui respecte les restrictions sur le mouvement des noeuds

Deuxième approche.

Cette méthode particulièrement simple consiste à repositionner fréquemment les noeuds intérieurs au barycentre des noeuds qui leur sont adjacents. Son but est de conserver le plus longtemps possible des éléments non distordus et de réduire ainsi le nombre de fois où la méthode de remaillage avec maillages indépendants (7.3.3) est nécessaire.

Troisième approche.

La méthode développée par le CEMEF traite des éléments linéaires plans à 4 noeuds ou du type brique de l'espace à 8 noeuds. Elle est du type eulérien. Son adaptation au procédé de formage a nécessité la discrétisation de la durée du processus et la résolution du problème transitoire en des instants successifs.

Dans le cas plan, on définit une fonction géométrique qui mesure pour chaque élément : sa taille, le défaut d'orthogonalité des diagonales et la différence entre cet élément et un

parallélogramme (REM 10). Une fonctionnelle π est alors calculée comme étant la somme de cette fonction sur tous les éléments.

Deux procédures de remaillage ont été développées :

- **un remaillage statique :**

connaissant le maillage initial caractérisé par les coordonnées \underline{X}_0 de ses noeuds, on recherche un nouveau maillage \underline{X} satisfaisant la condition d'optimalité

$$\frac{\partial \pi}{\partial \underline{X}} = 0 \quad (7.1.)$$

avec des contraintes assurant le respect du contour et des conditions de contact ;

- **un remaillage dynamique :**

connaissant le domaine $\Omega(t)$ de contour Γ , son maillage $\underline{X}(t)$ et le champ de vitesse cinématique $\underline{v}(t)$, il s'agit de transformer le maillage entre t et $t + \Delta t$ par un champ de vitesse de remaillage \underline{V}_m . Ce champ doit préserver la régularité du maillage et avoir une vitesse normale à la frontière qui coïncide avec celle de l'écoulement.

En termes mathématiques, le champ \underline{V}_m définit le passage d'un maillage à l'autre :

$$\underline{X}(t + \Delta t) = \underline{X}(t) + \underline{V}_m \cdot \Delta t \quad (7.2.)$$

Il vérifie la condition d'optimalité suivante obtenue en dérivant (7.1) par rapport au temps :

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial \underline{X}} \cdot \underline{V}_m = 0 \quad (7.3.)$$

sous la contrainte

$$\int_{\Gamma} (\underline{V}_m - \underline{v}) \cdot \underline{n} \, d\Gamma = 0 \quad (7.4.)$$

où \underline{n} est la normale extérieure au contour Γ du domaine Ω .

L'application de ces deux méthodes a fait apparaître le problème de "basculement". Il s'est avéré nécessaire de prévoir un repositionnement des éléments possédant deux côtés (2D) ou deux faces (3D) sur la frontière lorsqu'un critère géométrique est atteint.

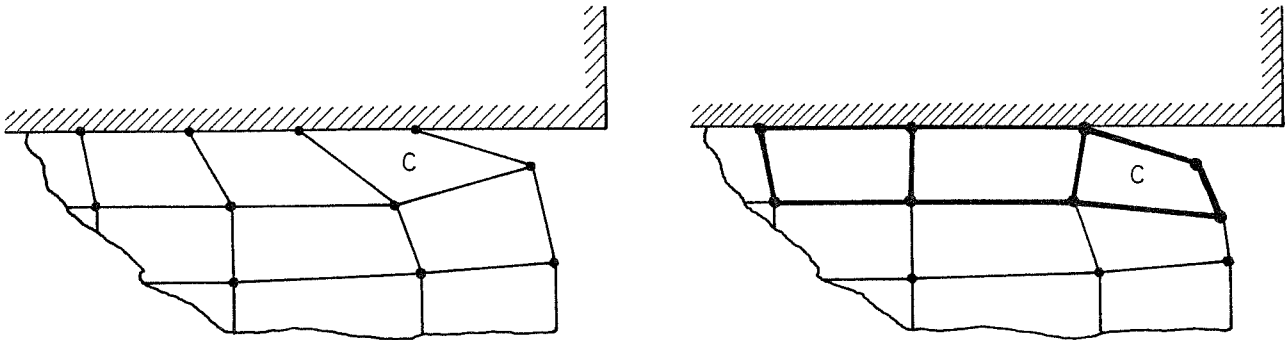


Figure 7.5.- Illustration du problème de basculement en 2D

Quelle que soit l'approche envisagée, vous aurez remarqué que ce type de méthode se base uniquement sur la géométrie des éléments. Pour parer cet inconvénient, le CEMEF adopte une mesure de l'erreur relative e_r de chaque élément :

$$e_r = \frac{\text{taux de déformation de l'élément } i}{\text{taux de déformation moyen de la pièce étudiée}} \quad (7.5)$$

La fonctionnelle π est modifiée pour tenir compte de ce paramètre. Elle résulte à présent de la somme sur tous les éléments du produit de la fonction géométrique adoptée et de l'erreur relative estimée, pour chaque élément.

7.3.2. La subdivision des éléments (h-version).

Dans ce cas l'amélioration du maillage consiste en la subdivision des éléments du maillage initial (dit maillage père) en un nombre entier d'éléments de même taille (fig. 7.6). La compatibilité des déplacements entre un élément subdivisé et des voisins non subdivisés est assurée par l'introduction de relations linéaires entre les degrés de liberté (ER 19). L'introduction des fonctions d'interpolation du type hiérarchique (fig. 7.7) apporte une autre solution, mais entraîne l'abandon partiel du concept habituel d'élément. Le seul

"élément" qui subsiste est l'élément dit "père". Des règles d'intégration spéciales sont à prévoir pour prendre en compte les interactions entre les fonctions hiérarchiques pères et fils (ER 1, ER 29).

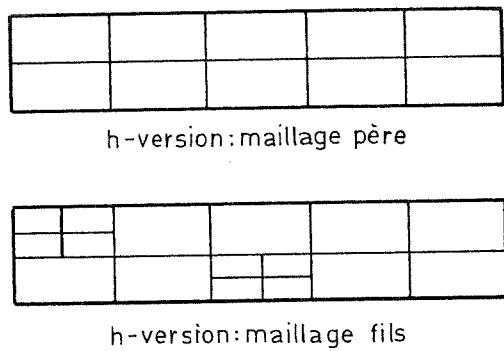


Figure 7.6. - Amélioration du maillage par la h-version.

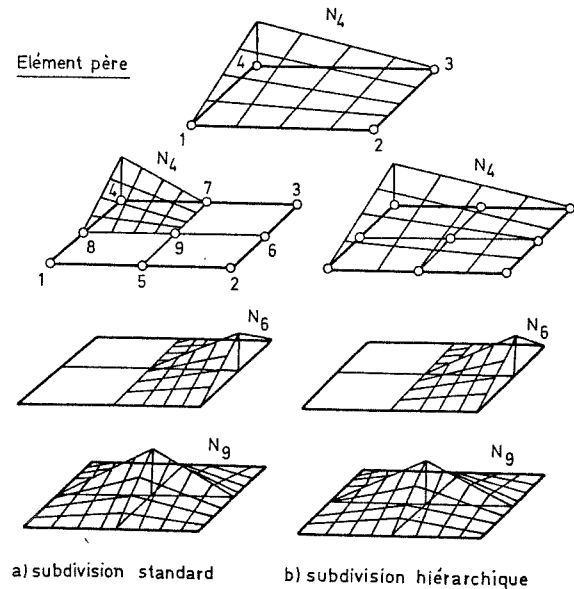


Figure 7.7. - Fonctions d'interpolation standard et hiérarchique

7.3.3. Augmentation du degré polynomial de la fonction d'interpolation (p-version).

Le maillage en lui-même n'est pas modifié, seul le nombre et le degré des fonctions d'interpolation est variable. Cette méthode a été introduite par PEANO qui a développé le concept d'éléments finis hiérarchiques avec raffinement p. (ER 23).

La figure 7.8 donne un exemple de fonction d'interpolation construite de façon hiérarchique.

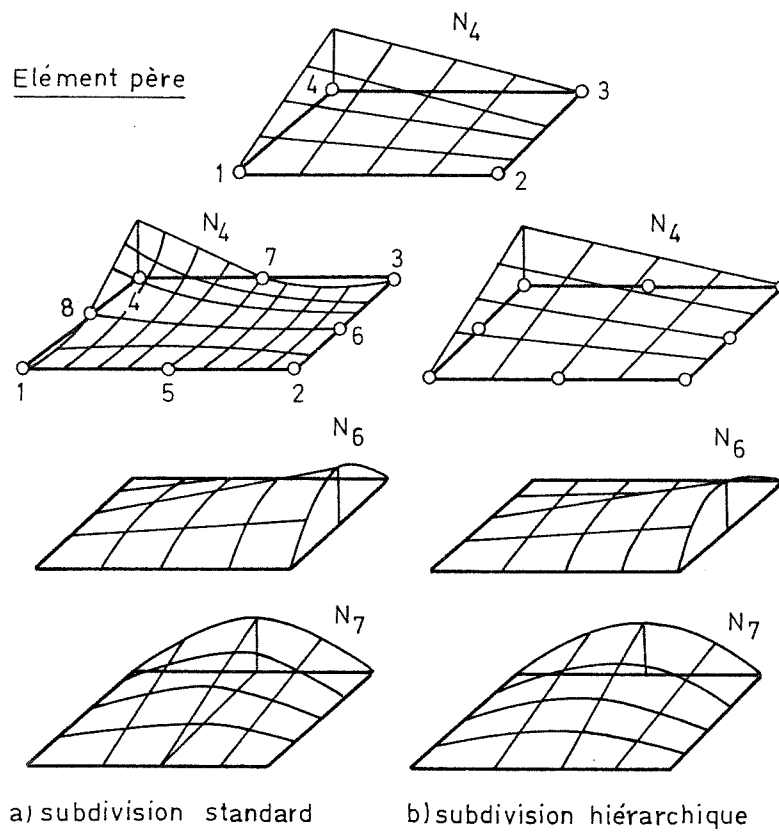


Figure 7.8. - Fonctions d'interpolation standard et hiérarchique.

7.3.4. Remaillage avec maillages indépendants.

Dans cette approche, le nouveau maillage dit "*fils*" est "*indépendant*" de l'ancien maillage dit "*père*".

Les deux maillages couvrent un domaine identique et la densité nodale du maillage fils a été déduite d'une analyse des résultats fournis par le maillage père (voir chapitre 8).

Contrairement à la h-version la taille d'un élément du maillage fils n'est pas conditionnée directement par celle des éléments du maillage père. Par ailleurs, le nombre total des noeuds est libre alors qu'il est fixé une fois pour toute dans une approche telle que la r-version.

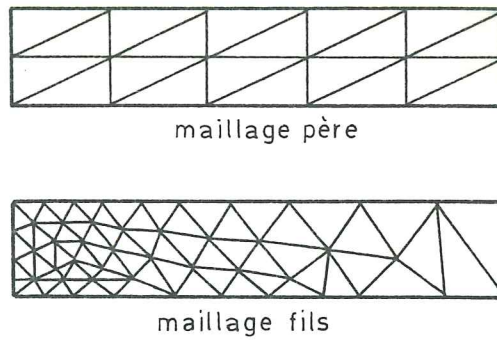


Figure 7.9. - Amélioration du maillage par la méthode de remaillage avec maillages indépendants.

7.4. JUSTIFICATION DU CHOIX DE LA METHODE DE REMAILLAGE AVEC MAILLAGES INDEPENDANTS

Le remaillage par relocalisation des noeuds conserve le nombre de noeuds constant. La taille du système d'équations à résoudre est donc fixée une fois pour toutes. Cette propriété facilite l'automatisation complète du remaillage, ce qui constitue un avantage. Par contre, vous constaterez que l'adaptation de la densité nodale selon les zones de la pièce (figures 7.2 et 7.3) est limitée par le choix initial du nombre de noeuds. On touche ici un point délicat de la méthode :

- un nombre de noeuds excessifs entraîne une analyse coûteuse en temps de calcul et l'utilisation d'une place mémoire considérable,
- trop peu de noeuds conduit à une analyse imprécise, voire même à l'arrêt de la simulation si la densité nodale ne permet pas de modéliser des conditions de contact réalistes.

Les h et p-versions du remaillage sont des procédés très connus dans le domaine de l'optimisation des maillages en élasticité linéaire. Pour plusieurs raisons théoriques et pratiques ces méthodes ne sont pas utilisées dans le cadre du formage :

- **la p-version** entraîne la définition d'inconnues qui ne sont plus directement liées aux déplacements nodaux. Vous comprendrez dès lors que, même si dans un processus adaptatif, son taux de convergence est supérieur à celui de la h-version (7.3.2), elle est rarement introduite dans les codes d'analyse linéaires. Quant à son extension au cas non linéaire, elle est possible mais entraînera des développements importants et à notre connaissance aucun code de formage ne l'utilise ;

- utilisation de la **h-version** : cette méthode est appliquée par ZIENKIEWICZ (ER 16) qui traite un problème **stationnaire** (l'extrusion). Dans ce cas, le domaine géométrique est fixe et il n'y a pas de problème de déformation des éléments. Le maillage est subdivisé selon les indications d'un estimateur d'erreur basé sur les résidus, les contraintes ou encore l'énergie (chapitre 8). ZIENKIEWICZ compare la méthode de raffinement par h-version et l'utilisation de maillages indépendants, tels que la nouvelle densité nodale respecte les informations fournies par l'estimateur d'erreur. Cette dernière méthode apparaît comme plus avantageuse car plus souple ; elle permet de bien respecter la densité nodale suggérée. Par ailleurs, la h-version de ZIENKIEWICZ souffre des imprécisions introduites par les contraintes à respecter pour obtenir un champ de vitesse compatible entre éléments subdivisés et éléments non subdivisés ;
- dans un **problème non stationnaire** les éléments subissent de grandes déformations et leur subdivision ne suffit pas pour conserver la qualité du maillage. CHENG et KIKUCHI (FOR 35) présentent la simulation du démarrage d'une extrusion arrière où ils utilisent à la fois la h-version et la relocalisation des noeuds. Au vu des erreurs excessives de leurs résultats, ils se tournent vers la définition d'un nouveau maillage indépendant.

En conclusion, vous aurez remarqué que le remaillage avec maillages indépendants semble le mieux adapté aux problèmes de formage. En certains moments, la simulation est arrêtée et le maillage défectueux est remplacé par un maillage optimum. Cette méthode permet en effet de respecter les densités nodales suggérées par l'analyse réalisée avec l'ancien maillage. Ces indications reposent sur la géométrie des anciens éléments mais également sur des indicateurs locaux basés sur l'énergie de déformation, les discontinuités du champ de contraintes ou de déplacements (voir chapitre 8).

De plus, nous verrons aux chapitres 9 et 10 que l'on profite de l'opération de remaillage pour corriger le contour de la pièce fourni par l'analyse. En effet, l'état de raffinement du maillage au niveau du contact intervient dans la forme finale obtenue (fig. 7.10). Deux maillages différents peuvent présenter des contours légèrement différents, surtout au niveau des discontinuités observées. Ces discontinuités sont d'origine numérique, l'analyse macroscopique envisagée ici ne donnant évidemment aucune information sur les aspérités microscopiques existant entre les deux surfaces en contact. L'opération de remaillage permet de substituer le contour de la matrice au contour de la pièce dans les zones en contact (fig. 7.11).

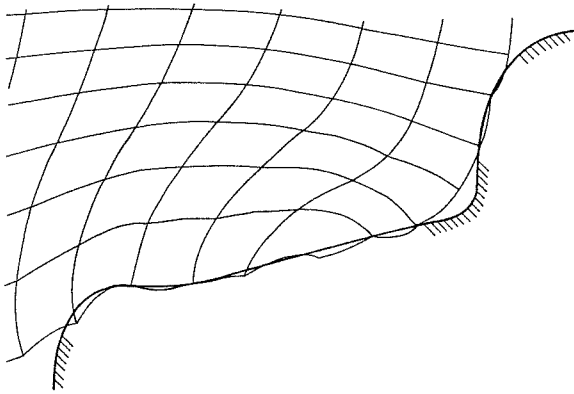


Figure 7.10.- Imprécision numérique du contour

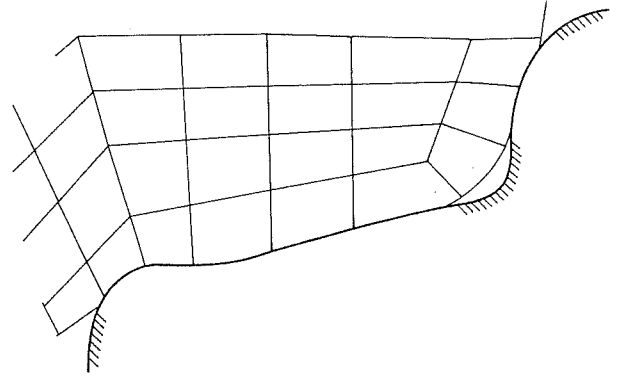


Figure 7.11.- Substitution des contours dans les zones en contact.

Le remaillage avec maillages indépendants est nettement plus ardu à automatiser qu'une approche par relocalisation des noeuds. Cependant, les chapitres qui suivent illustrent les progrès réalisés dans cette voie. Une combinaison des deux méthodes constitue probablement une approche d'avenir du problème. On pratique régulièrement une relocalisation des noeuds et lorsque le nombre de noeuds fixé ou leur répartition initiale ne permet plus de respecter la densité nodale suggérée par les indicateurs d'erreur, on applique le remaillage avec maillages indépendants. HUANG applique cette méthode dans le cas particulier de l'extrusion (ER 27). Que le remaillage avec maillage indépendant soit utilisé seul ou en combinaison avec une autre méthode, son utilisation automatique est un impératif de tout code dédié au formage. Notre travail a permis d'améliorer le code LAGAMINE dans cette voie.

Remarque. - Tous les développements présentés dans cette seconde partie ont été introduits pour l'analyse mécanique de pièces axisymétriques ou en état plan de déformation. Leur extension à l'analyse thermomécanique couplée avec effet métallurgique n'engendre pas de problèmes particuliers. Le nombre de variables à transférer d'un maillage à l'autre se trouve simplement augmenté. Par contre, l'extension au cas tridimensionnel (en abrégé 3-D) nécessite la création de critères de distorsion d'éléments 3-D d'un mailleur automatique 3-D et peut être une amélioration de la vitesse de la méthode de transfert des variables.

En dehors du problème de remaillage, les temps de calcul de la simulation 3-D sur nos

machines (type MICROVAXII) ne nous permettent pas d'aborder ce domaine pour des applications industrielles.

Cependant, le code LAGAMINE est appliqué couramment pour des simulations de laminage en 3-D en domaine industriel (à ARBED - Recherches, dans une version adaptée à un ordinateur F.P.S) et les industries de forge sont demandeuses de simulations 3-D. Il est donc certain que dans un proche avenir, le remaillage 3-D devra être résolu. Les développements bi-dimensionnels décrits ici serviront donc de tremplin pour cette étude.



