



Université de Liège
Faculté des sciences appliquées

Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de
Docteur en Sciences de l'Ingénieur

par

Jean-Pierre NZURU NSEKERE

**Contribution à l'analyse et à la
réalisation des mises à la terre des
installations électriques dans les
régions tropicales**

Février 2009

Remerciements

Avant toute chose, nous remercions le professeur Jean-Louis Lilien, promoteur de cette thèse, pour sa disponibilité à la diriger, malgré ses multiples occupations. Ses remarques, suggestions et conseils nous ont été d'une importance capitale.

Nous sommes également reconnaissant aux professeurs Kamabu et Kitoko de la Faculté Polytechnique de l'Université de Kinshasa, pour avoir accepté de suivre ce travail. Leurs remarques nous ont été bénéfiques.

Notre gratitude s'adresse aussi aux professeur Patrick Dular et docteur Ruth Sabariego, qui nous ont sensiblement aidé dans la mise au point de nos différents modèles des calculs éléments finis. Leurs conseils et suggestions nous ont montré le bon chemin à suivre.

La Coopération Universitaire au Développement (CUD) qui a accepté de financer ce programme de recherche devra trouver à travers son aboutissement, une satisfaction d'avoir atteint le but escompté. Nous lui disons merci.

Nous adressons aux responsables de la Faculté Polytechnique de l'Université de Kinshasa notre reconnaissance, pour avoir accepté de nous soutenir dans notre formation.

Nous ne pouvons pas oublier tout le personnel du service de Transport et Distribution de l'Energie Electrique de l'Université de Liège, pour l'esprit de collaboration pendant le déroulement de ce travail. Les autres chercheurs et personnel de l'Institut Montefiore ne sont pas, pour autant, oubliés. Qu'ils trouvent à travers ces mots, notre plaisir d'avoir partagé des bons moments ensemble.

La Société Nationale d'Electricité (SNEL) qui nous a permis d'effectuer des mesures des mises à la terre de ses cabines de distribution n'est pas oubliée. Nous la remercions.

Table des matières

Remerciements	i
Introduction.....	1
Chapitre 1 : Notions de base sur la mise à la terre.....	4
1.1. Introduction	4
1.2. Définition et but d'un réseau de terre.....	4
1.3. Résistance et résistivité de la terre.....	4
1.4. Répartition de potentiel autour d'un réseau de terre	6
1.5. Résistance d'une électrode hémisphérique.....	7
1.6. Tension de pas	7
1.7. Mise à la terre dans le sol non homogène	9
1.7.1. Introduction	9
1.7.2. Modélisation de la résistivité des sols	9
1.8. Mesures des résistivités des sols et des résistances des mises à la terre	11
1.8.1. Mesure des résistivités des sols	11
1.8.2. Mesure des résistances des réseaux de terre	12
1.9. Schémas de liaison à la terre (régimes du neutre).....	13
1.9.1. Schémas de liaison à la terre (régimes de neutre) en basse tension (BT)	13
1.9.2. Schémas de liaison à la terre en moyenne tension (MT)	13
1.10. Normes de mise à la terre.....	14
1.10.1. Normes relatives à la sécurité des personnes	15
1.10.1. Normes relatives à la sécurité des équipements	17
Chapitre 2 : Evaluation des caractéristiques des mises à la terre par éléments finis	20
2.1. Introduction	20
2.2. La méthode des éléments finis (EF)	21
2.1.1. Brève description de la méthode des éléments finis.....	21
2.1.2. Les codes GetDP et Gmsh.....	22
2.3. Calcul de la résistance d'une mise à la terre et de la répartition des potentiels en courant constant (modèle électrocinétique)	23
2.3.1. Introduction	23
2.3.2. Electrode hémisphérique	23
2.3.3. L'électrode cylindrique verticale (piquet de terre).....	31
2.3.4. Deux électrodes cylindriques.....	32
2.3.5. Electrode horizontale	34
2.4. Mise à la terre de forme simple avec un sol non homogène	37
2.4.1. Introduction	37
2.4.2. Sol en deux couches de résistivités différentes	38
2.4.3. Sol en plusieurs couches de résistivités différentes.....	41
2.5. La méthode de perturbation	43
2.5.1. Introduction	43
2.5.2. Principe de la méthode	43

2.5.3. Projection des sources	45
2.5.4. Résultats et validation de la méthode pour les électrodes verticales	47
2.5.5. Résultats et validation de la méthode pour les électrodes horizontales	50
2.5.6. Conclusions	51
2.6. Caractéristiques impulsionnelles des mises à la terre	52
2.6.1. Introduction	52
2.6.2. Modèles des électrodes de mise à la terre.....	53
2.6.3. Evaluation des caractéristiques impulsionnelles des mises à la terre par éléments finis (modèle magnétodynamique)	70
Chapitre 3 : Mise à la terre et lignes électriques	79
3.1. Introduction	79
3.2. Influence des mises à la terre des pylônes sur des surtensions dues à la foudre.....	80
3.2.1. Généralités sur la foudre	80
3.2.2. Coup de foudre sur une ligne aérienne.....	85
3.3. Application à la ligne 220 kV Inga-Kinshasa	94
3.3.1. Présentation de la ligne	94
3.3.2. Résultats des calculs	95
Chapitre 4 : Mises à la terre en régions de fortes résistivités des sols : cas pratiques en République Démocratique du Congo.....	100
4.1. Introduction	100
4.2. Mesures des mises à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa.....	100
4.2.1. Schémas de liaison à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa	100
4.2.2. Normes de mise à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa	101
4.2.3. Résultats des mesures.....	102
4.3. Mesure des résistivités du sol.....	105
4.3.1. Structure des sols de la ville de Kinshasa.....	105
4.3.2. Résultats des mesures.....	105
4.4. Schémas de mise à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa.....	107
4.5. Observations en rapport avec les mesures et le schéma de mise à la terre sur le réseau de distribution de Kinshasa	108
4.6. Amélioration de la résistance d'une mise à la terre	109
4.6.1. Introduction	109
4.6.2. Augmentation de la longueur de l'électrode	110
4.6.3. Augmentation du nombre d'électrodes	110
4.6.4. Augmentation de la distance entre électrodes.....	111
4.6.5. Augmentation du diamètre de l'électrode.....	112
4.6.6. Traitement des sols pour réduire la résistivité	113
4.6.7. Géométrie de l'électrode	114
4.6.8. Ajout d'une matière de résistivité réduite entourant l'électrode	117
4.7. Influence de l'ajout d'une couche de matière moins résistive sur les caractéristiques impulsionnelles de l'électrode.....	129
4.8. Cas pratique de mise à la terre	131
Conclusion générale	134

Annexes	138
Annexe 1 : Calculs analytiques des résistances de terre	138
A1.1. Introduction	138
A1.2. L'hémisphère.....	138
A1.3. Piquet de terre de forme cylindrique et vertical	138
A1.4. Electrodes en ligne droite	140
A1.5. Electrodes aux sommets d'un triangle équilatéral.....	141
A1.6. Electrodes sur les côtés d'un carré.....	141
A1.7. Electrodes dans un carré solide.....	142
A1.8. Electrodes sur la circonférence d'un cercle	142
A1.9. Câble enterré horizontalement	143
A1.10. Plusieurs (n) câbles rayonnant de longueur l , enfouis à la même profondeur h	144
A1.11. Réseau maillé ou grille.....	145
A1.12. Boucle enterrée	146
A1.13. Sol non homogène.....	146
Annexe 2 : Matériaux à utiliser comme électrode	148
Annexe 3 : Mesures des résistances de terre des cabines et résistivités des sols effectuées à Kinshasa (RDC)	150
Annexe 4 : Résultats des calculs EF électrocinétique des résistances de mise à la terre pour quelques configurations d'électrodes	154
A4.1. Trois électrodes cylindriques verticales	154
A4.2. Quatre électrodes cylindriques verticales	155
Annexe 5 : Effets des courants alternatifs (15 Hz-100 Hz) sur les personnes	157
Références	158

Introduction

L'énergie électrique est un facteur primordial du développement. Les pays en développement, souvent situés dans les régions tropicales, ont encore à ce jour un déficit en taux d'électrification et, en plus, les réseaux électriques existants connaissent de nombreuses perturbations, dues notamment aux problèmes de mise à la terre.

Depuis plusieurs décennies, des recherches se sont intensifiées dans le domaine des mises à la terre des installations électriques. Ces recherches visaient, dans leur grande majorité, les comportements de ces mises à la terre à fréquence industrielle et en régime établi ; en plus, la résistivité du sol considérée était généralement proche de 100 Ω .m (valeur souvent rencontrée dans les régions tempérées), ce qui n'est pas le cas en région tropicale dans certains types de terrain (les résultats des mesures effectuées en République Démocratique du Congo le prouvent : les résistivités des sols peuvent atteindre plusieurs milliers de ohms-mètres).

En outre, les normes relatives aux mises à la terre se basent principalement sur ces données qui ne sont plus vraies en ce qui concerne la résistivité pour certains types de sol en milieu tropical. Pire, dans certaines de ces régions, le niveau kéraunique est élevé.

En très hautes fréquences, les comportements des mises à la terre sont fort différents de ceux à fréquence industrielle. Plusieurs études (théoriques et expérimentales) ont été effectuées à ce sujet mais des zones d'ombre persistent encore à ce jour. Les hypothèses simplificatrices viennent encore s'ajouter à ces zones d'ombre et compliquent davantage la précision dans l'analyse.

La décharge par la foudre (inévitable dans les régions à niveau kéraunique élevé), avec des niveaux énergétiques importants, couplés aux mauvaises caractéristiques du sol (résistivité élevée), conduit à des difficultés d'exploitation et à une mise en œuvre minutieuse des mises à la terre, faute de quoi les perturbations dans les installations électriques sont répétitives ; en plus, la sécurité du matériel et des personnes n'est plus garantie.

Des outils d'analyse numérique pour l'évaluation des mises à la terre sont donc nécessaires.

Dans ce travail, nous ferons usage de calculs par éléments finis pour évaluer les performances des mises à la terre en intégrant plusieurs cas et configurations possibles, dans le souci de se rapprocher des réalités physiques. Des comparaisons seront établies avec des calculs analytiques, lesquels font usage, dans de nombreux cas, de plusieurs approximations pour les rendre simples. Des solutions concrètes pour la meilleure réalisation des mises à la terre, en minimisant la résistance et la tension de pas, seront proposées.

La plupart des configurations de mise à la terre requièrent des calculs par éléments finis en trois dimensions. Ceux-ci deviennent onéreux en termes de temps et de ressources. Une méthode dite « de perturbation » a été mise au point, méthode qui consiste à subdiviser le problème à trois dimensions en plusieurs problèmes axisymétriques, le temps et les ressources pour le calcul devenant sensiblement réduits. Cette méthode est détaillée dans le deuxième chapitre. Le calcul par éléments finis permettra aussi d'analyser, toujours dans ce deuxième chapitre, le comportement transitoire des électrodes de terre face à l'onde de foudre.

Le premier chapitre rappelle quelques notions de base élémentaires et importantes à la compréhension de l'analyse des mises à la terre des installations électriques.

Le troisième chapitre traite des mises à la terre et des lignes électriques. Les lignes électriques sont sujettes à des perturbations d'origine atmosphérique (foudre). Ces perturbations provoquent des déclenchements préjudiciables à la continuité de service. Pour les lignes à haute tension, le câble de garde permet une protection contre les coups de foudre, mais pour bien jouer son rôle, les mises à la terre des pylônes doivent avoir une impédance relativement faible. Une analyse de cette exigence est réalisée pour la ligne 220 kV Inga-Kinshasa, corridor énergétique important pour l'alimentation électrique de la ville de Kinshasa. Cette ligne est située dans une région tropicale à niveau kéraunique élevé et connaît des fréquents déclenchements dus à la foudre.

Les recherches que nous avons menées sur les mises à la terre ont permis aussi d'obtenir, par des mesures, des données chiffrées fiables sur les propriétés électriques du sol dans la

région de Kinshasa en République Démocratique du Congo, données très importantes pour la conception des mises à la terre en région tropicale. Les résistances des mises à la terre des plusieurs cabines de distribution ont aussi été mesurées. Le quatrième chapitre est donc consacré, dans sa première partie, aux résultats de ces mesures. A partir de ces résultats, nous proposons des pistes de solutions concrètes pour la meilleure réalisation des mises à la terre, en respectant les normes pour la sécurité des équipements et des personnes. Enfin, le comportement transitoire sera analysé, pour des cas d'électrodes de terre de forme simple et l'effet de la résistivité élevée des sols sur ce comportement.

Le coût étant un aspect important en milieu tropical (généralement pauvre), nous allons en tenir compte dans les solutions optimales des mises à la terre.

L'intérêt de ces recherches sur les mises à la terre est de permettre leur réalisation minutieuse afin d'en minimiser l'impact négatif sur le fonctionnement harmonieux des réseaux électriques en régions pauvres et de forte résistivité. Pour ce faire, il faut donc, comme nous venons de le souligner ci-haut, se rapprocher davantage des réalités physiques des phénomènes en jeu.

Chapitre 1 : Notions de base sur la mise à la terre

1.1. Introduction

Plusieurs références détaillent depuis plusieurs dizaines d'années les mises à la terre des installations électriques. Le problème de mise à la terre est plus complexe qu'on ne le pense à cause de plusieurs facteurs qui interviennent dans le développement analytique des paramètres en jeu. Ces facteurs seront détaillés dans les deuxième et troisième chapitres. Dans le présent chapitre, nous allons rappeler les notions de base indispensables à l'analyse des mises à la terre des installations électriques à fréquence industrielle, en mettant un accent particulier sur les propriétés des sols. Les schémas de liaison à la terre seront abordés sous l'aspect de leurs relations avec les réseaux de terre. Les normes des mises à la terre seront aussi décrites sommairement.

1.2. Définition et but d'un réseau de terre

Un réseau de terre est constitué d'un ensemble de conducteurs enterrés, en contact direct avec le sol et reliés électriquement entre eux. D'une manière générale, il a pour but :

- d'écouler dans le sol les courants de défaut à la terre et de foudre
- d'assurer et maintenir à tout moment la sécurité des biens et des personnes
- de maintenir un potentiel de référence.

A fréquence industrielle, l'étude du comportement d'un réseau de terre nécessite l'analyse préalable de la répartition du potentiel dans le sol qui l'entoure. Cette répartition est fonction des caractéristiques électriques du terrain, c'est-à-dire de sa résistivité (dans une moindre mesure sa permittivité aussi), des caractéristiques géométriques du réseau de terre et de la source. La conception d'un réseau de terre doit donc être précédée d'une étude géologique du sol.

1.3. Résistance et résistivité de la terre

Le sol (la terre) est constitué de matériaux à faible conductivité. Celle-ci est due aux sels et aux impuretés entre les isolants (oxyde de silice et oxyde d'aluminium).

A cause de la faible conductivité de la terre, tout courant qui passe à travers elle crée une grande chute de tension, ce qui revient à affirmer que le potentiel de la terre n'est pas uniforme.

La résistivité du sol est une quantité variable et la seule manière de la connaître avec précision est de la mesurer. Elle varie en fonction de plusieurs facteurs : la nature des sols, le taux d'impuretés, la salinité, le taux d'humidité, la température,...

Le tableau ci-dessous donne une indication sur les résistivités des différents types de sol [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984].

Tableau 1.1 : Résistivités moyennes des différents types de sol.

Nature du sol	Résistivité en $\Omega.m$
Terrains marécageux	De quelques unités à 30
Limon	20 à 30
Humus	10 à 20
Tourbe humide	5 à 10
Argile plastique	50
Marnes et argiles compactes	100 à 200
Sol pierreux nu	1500 à 3000
Sol pierreux recouvert de gazon	300 à 500
Calcaires tendres	100 à 500
Calcaires compacts	1000 à 5000
Calcaires fissurés	500 à 1000
Granits et grès suivant altération	1500 à 10000
Granits et grès très altérés	100 à 600

La résistance d'une mise à la terre est directement proportionnelle à la résistivité du sol, si celle-ci peut être considérée comme homogène. Un autre facteur dont il faudra tenir compte est la caractéristique de l'électrode de mise à la terre : la matière, la forme, la profondeur dans le sol, le nombre, la structure, ...

Au quatrième chapitre, les différents types de sols rencontrés dans la ville de Kinshasa sont présentés. Des mesures des résistivités des ces différents types de sols ont été effectuées dans quelques sites. Les résultats de ces mesures sont aussi donnés.

1.4. Répartition de potentiel autour d'un réseau de terre

Avant d'étudier le comportement d'un réseau de terre écouant un courant, il faut examiner la nature de la propagation des courants dans le sol, c'est-à-dire la répartition des potentiels autour du réseau de terre.

Le cas le plus simple est celui d'une électrode hémisphérique de rayon r , enterrée dans un sol supposé homogène, de résistivité ρ . Le potentiel, à une distance x du centre de l'hémisphère parcouru par un courant I est donné par la relation :

$$U(x) = \frac{I \rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right). \quad (1.1)$$

La figure ci-dessous donne la répartition du potentiel (en V) et la densité de courant (en A/m^2) dans le sol pour une électrode hémisphérique en cuivre, de diamètre 0.25 m, pour un courant de 1 A. Les calculs ont été effectués par la méthode des éléments finis que nous abordons dans le second chapitre.

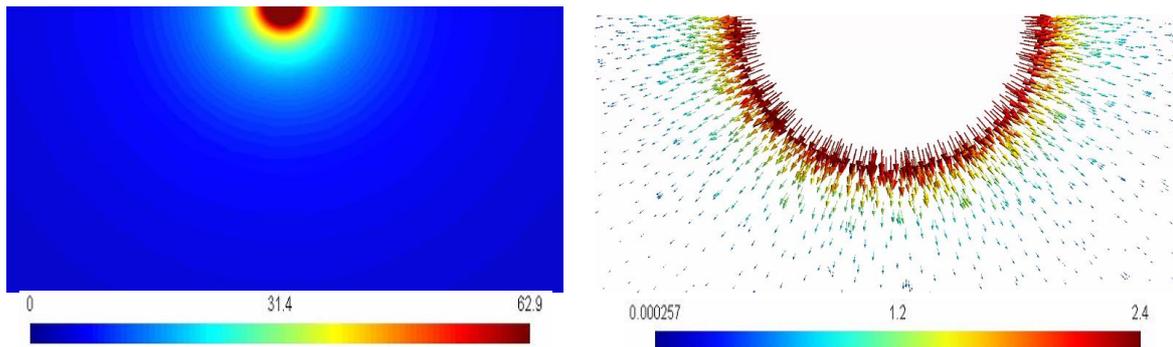


Figure 1.1: Répartition du potentiel (gauche) et densité de courant (droite) dans le sol.

1.5. Résistance d'une électrode hémisphérique

La résistance de l'électrode hémisphérique est calculée à partir de la relation $R = \frac{U}{I}$, on aura donc

$$R = \frac{\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right). \quad (1.2)$$

$$\text{Si } x \rightarrow \infty, \quad R = \frac{\rho}{2\pi r}. \quad (1.3)$$

Cette relation est la plus simple expression qui représente la résistance d'une mise à la terre réalisée avec une électrode hémisphérique. L'hypothèse $x \rightarrow \infty$ donne un résultat autant précis que x est très grand. Au deuxième chapitre, nous donnons les résistances d'une électrode hémisphérique en utilisant les relations (1.2) et (1.3).

1.6. Tension de pas

Comme représenté à la figure 1.2 ci-dessous, la tension de pas est la différence de potentiel entre deux points à la surface du sol, séparés par une distance de un pas, que l'on assimile à un mètre, dans la direction du gradient de potentiel maximum [Solignac G., 1985].

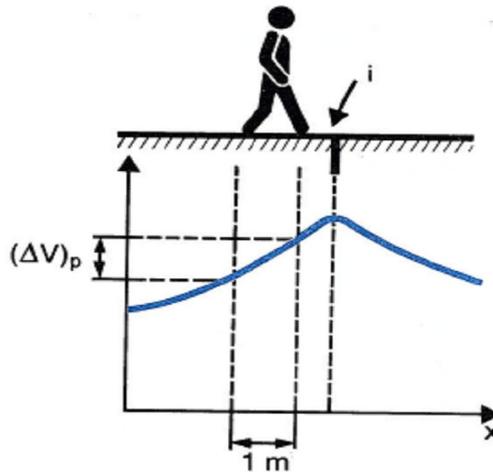


Figure 1.2 : Tension de pas.

Dans un sol supposé homogène, la tension de pas est directement proportionnelle à la résistivité du sol. En général, elle dépend de la distribution de potentiel dans le sol.

A une distance d de l'impact d'un courant de foudre au sol, en considérant un sol homogène de résistivité ρ et une répartition purement résistive de potentiel, elle est donnée par la relation

$$U_p = \rho \frac{I}{2\pi(d+1)d} \quad (1.4)$$

Dans ce cas, pour un courant de foudre de valeur de crête 50 kA par exemple, la tension de pas à une distance de 30 m du lieu d'impact est de :

- $U_p = 855.67$ V pour $\rho = 100 \Omega.m$ (Europe par exemple) et
- $U_p = 25.67$ kV pour $\rho = 3000 \Omega.m$ (région tropicale par exemple), si $d = 30$ m.

La courbe de la figure 1.3 donne la tension de pas en fonction de la distance pour une résistivité typique de $100 \Omega.m$.

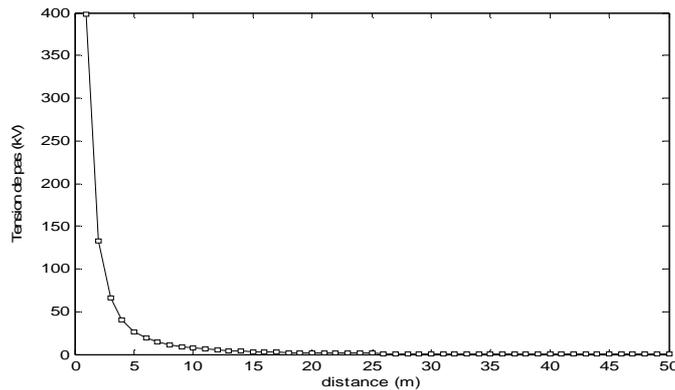


Figure 1.3 : Tension de pas en fonction de la distance à l'impact ($I = 50$ kA).

La figure 1.3 qualifie bien la diminution de la tension de pas avec l'éloignement du point d'écoulement du courant à la terre. Dans notre cas, la tension de pas qui valait 398 kV à 1 m du point d'impact, tombe à 856 V à une distance de 30 m et à 312 V à 50 m. En rapport avec la norme CEI 60479-1 de la Commission Electrotechnique Internationale [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2005], cette tension cessera d'être dangereuse pour un être humain à 126 m du point d'impact. Tandis que pour une résistivité de $3000 \Omega.m$, cette distance sera de 690 m, dans un sol sec.

1.7. Mise à la terre dans le sol non homogène

1.7.1. Introduction

En pratique, la résistivité du sol n'est pas homogène, le sol est constitué de plusieurs couches de résistivités différentes. Ce paragraphe a pour but de donner la modélisation des sols en couches dans le but d'évaluer la résistance et les autres paramètres des mises à la terre.

1.7.2. Modélisation de la résistivité des sols

En général, les modèles du sol uniforme et en deux couches de résistivités différentes sont les plus utilisés, mais pour plus de précision dans les calculs, on peut appliquer le modèle de sol à plusieurs couches de résistivités différentes.

1.7.2.1. Sol homogène

Cette modélisation fait l'hypothèse du sol en une seule couche de résistivité ρ . Elle ne peut être utilisée que si les variations des résistivités de différentes couches sont modérées, ce qui n'est pas souvent le cas en réalité. Les calculs des résistances des mises à la terre se basant sur cette modélisation ne donnent que des résultats approximatifs, donc peu précis.

1.7.2.2. Sol en deux couches de résistivités différentes

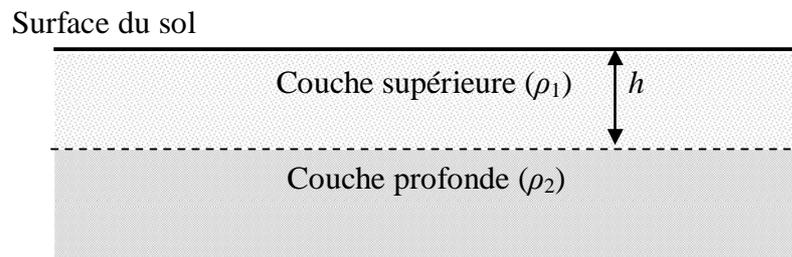


Figure 1.4 : Sol en deux couches de résistivités différentes.

La modélisation du sol en deux couches de résistivités différentes est la plus utilisée dans les calculs de mise à la terre. Depuis plusieurs dizaines d'années, les formules simples ont été développées pour calculer la résistance d'une mise à la terre en modélisant le sol en

deux couches. La résistivité apparente du sol est alors donnée par la relation suivante, établie par Tagg [Tagg G.F., 1964].

$$\rho(a) = \rho_1 \left(1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + \left(2n \frac{h}{a}\right)^2}} \right), \quad (1.5)$$

avec a , la distance entre les électrodes de terre lors de la mesure,
 h , la profondeur de la couche supérieure de résistivité ρ_1 ,
 K , coefficient de réflexion, donné par la relation

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad \text{et} \quad (1.6)$$

ρ_2 , la résistivité de la couche profonde du sol.

1.7.2.3. Sol en plusieurs couches de résistivités différentes

Cette modélisation de sol en différentes couches (elles peuvent être verticales ou horizontales) requiert des méthodes numériques ou graphiques car les méthodes analytiques sont limitées. La modélisation des mises à la terre par éléments finis sera développée dans le deuxième chapitre et n'est astreinte à aucune limitation à ce niveau.

On peut aussi considérer le sol comme uniforme en lieu et place du sol en plusieurs couches de résistivités différentes. La résistivité apparente ρ_a du sol supposée homogène peut, dans ce cas, être trouvée par les deux relations suivantes [IEEE, 2000].

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(1)} + \rho_{a(2)} + \rho_{a(3)} + \dots + \rho_{a(n)}}{n}. \quad (1.7)$$

$\rho_{a(1)}, \rho_{a(2)}, \rho_{a(3)}, \dots, \rho_{a(n)}$ sont les résistivités de n différentes couches du sol mesurées avec la méthode de 4 électrodes.

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(\max)} + \rho_{a(\min)}}{2}. \quad (1.8)$$

$\rho_{a(\max)}$ et $\rho_{a(\min)}$ sont les valeurs respectivement maximale et minimale de la résistivité des différentes couches du sol.

1.8. Mesures des résistivités des sols et des résistances des mises à la terre

1.8.1. Mesure des résistivités des sols

1.8.1.1. Introduction

La Direction des études et recherches d'Electricité de France a résumé les différentes méthodes qui ont été utilisées au fil de temps pour déterminer la résistivité d'un terrain [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984]. La méthode qui convient est celle de quatre électrodes décrite ci-dessous.

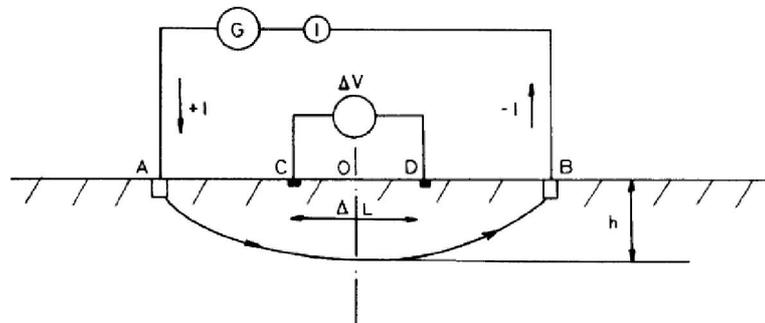


Figure 1.5 : Schéma de mesure de la méthode de quatre électrodes.

Le champ électrique E au point O est déterminé en faisant le rapport entre la différence de potentiel ΔV , qui existe entre deux sondes de terre C et D disposées symétriquement par rapport à O et leur écartement ΔL (figure 1.5).

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta L}$$

La différence de potentiel ΔV peut être exprimée en fonction de la distance respective des points C et D par rapport aux courants $-I$ et $+I$.

$$\Delta V = V_C - V_D = \frac{\rho}{2\pi} \frac{a}{I} \left[\left(\frac{1}{AC} - \frac{1}{CB} \right) - \left(\frac{1}{AD} - \frac{1}{DB} \right) \right]. \quad (1.9)$$

On en déduit la valeur de la résistivité apparente ρ des couches cumulées du sol sous le point O .

$$\rho = \frac{2\pi}{\frac{1}{AC} - \frac{1}{CB} - \frac{1}{AD} + \frac{1}{DB}} \frac{\Delta V}{I}. \quad (1.10)$$

C'est la formule générale pour la mesure de la résistivité apparente des sols, quelle que soit la longueur des segments, en négligeant l'enfoncement des piquets dans le sol. Le terme V/I est la résistance R qui est mesurée avec un telluromètre à quatre bornes dont le circuit voltmétrique est relié aux prises C et D et le circuit ampèremétrique aux prises A et B.

Dans le cas où le sol est homogène, la résistivité apparente est identique à la résistivité réelle.

1.8.2. Mesure des résistances des réseaux de terre

Le problème de la détermination de la résistance d'un réseau de terre est extrêmement complexe. A part les méthodes de calculs analytiques et numériques, il est nécessaire dans la pratique d'utiliser des électrodes auxiliaires d'une part pour injecter du courant dans la prise de terre étudiée et d'autre part pour mesurer l'élévation de potentiel de cette dernière. C'est la méthode de chute de potentiel dont le schéma de principe est donné à la figure 1.6 ci-dessous. La méthode de mesure à trois points (que nous ne présentons pas ici) est encore appliquée sur le réseau de distribution de la ville de Kinshasa en République Démocratique du Congo, bien que la littérature renseigne qu'elle est à proscrire [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984].

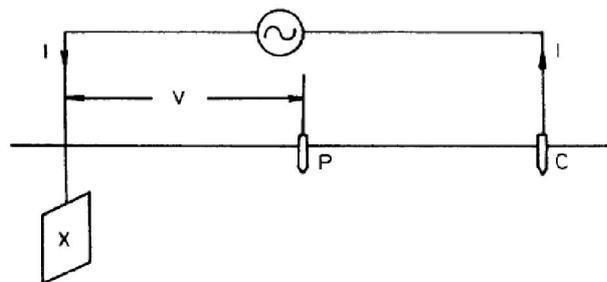


Figure 1.6 : Méthode de chute de potentiel.

Un courant I est injecté entre les électrodes X et C et on mesure la différence de potentiel V entre X et P.

Sous certaines conditions, la valeur du quotient V/I fournit la résistance de terre de l'électrode X. Grâce au déplacement des électrodes auxiliaires P et C, une vérification simple de résultat de mesure peut être effectuée. La méthode de chute de potentiel est la seule méthode de mesure de la résistance des mises à la terre à employer.

Pour éviter l'influence des courants telluriques et vagabonds existant naturellement dans le sol, la mesure s'effectue avec un courant alternatif dont la fréquence diffère de celle du réseau et de ses harmoniques. La plupart de telluromètres fonctionnent à une fréquence comprise entre 85 Hz et 135 Hz.

1.9. Schémas de liaison à la terre (régimes du neutre)

Il est assez important de rappeler ici les différents schémas de liaison à la terre (régimes de neutre) car les valeurs des résistances de mises à la terre dépendent fortement de ceux-ci, tant du point de vue du fonctionnement des réseaux électriques (sécurité du matériel) que de la sécurité des personnes. Dans ce paragraphe, nous n'allons rappeler que les notions ayant une incidence sur les mises à la terre dans les installations électriques.

1.9.1. Schémas de liaison à la terre (régimes de neutre) en basse tension (BT)

Le schéma de liaison à la terre (appelé longtemps régime du neutre) représente tout simplement la manière dont le neutre du transformateur d'alimentation et les masses des récepteurs sont (ou pas) reliés à la terre ou au neutre [Lacroix B., Calvas R., 2004]. Ces différents schémas sont codifiés par deux ou trois lettres :

- La première lettre caractérise le point neutre du transformateur ou de la source (I : isolé de la terre, T : relié a la terre) ;
- La deuxième lettre caractérise les masses électriques des récepteurs (T : reliées à la terre, N : reliées au conducteur neutre (N)) ;
- Troisième lettre (facultative) indique la situation du conducteur neutre (N) et du conducteur de protection (PE) (C : N et PE forment un conducteur commun PEN, S : N et PE séparés).

Les différents régimes de neutre sont donc TT, TN (qui comporte trois versions TN-C, TN-S et TN-C-S) et IT. Ces différents régimes sont représentés sur la figure 1.7 ci-dessous.

1.9.2. Schémas de liaison à la terre en moyenne tension (MT)

Les éléments à mettre à la terre dans un poste MT/BT sont les masses (MT et BT) du poste et le neutre du transformateur MT/BT.

La norme NFC 13-200 [AFNOR, 1989] définit les régimes de neutre pour l'ensemble des ouvrages MT. Le traitement du neutre et des masses est représenté par trois lettres :

- La première (I ou T) définit le traitement du neutre ;
- La deuxième (T ou N) définit le mode de raccordement des masses ;
- La troisième (N, R, S) définit les interconnexions éventuelles entre les réseaux de terre (N : les masses du poste et les points neutres sont reliés à la même prise de terre, R : les masses du poste et les masses de l'installation sont reliées à une même prise de terre et S : les masses du poste sont reliées à une terre séparée).

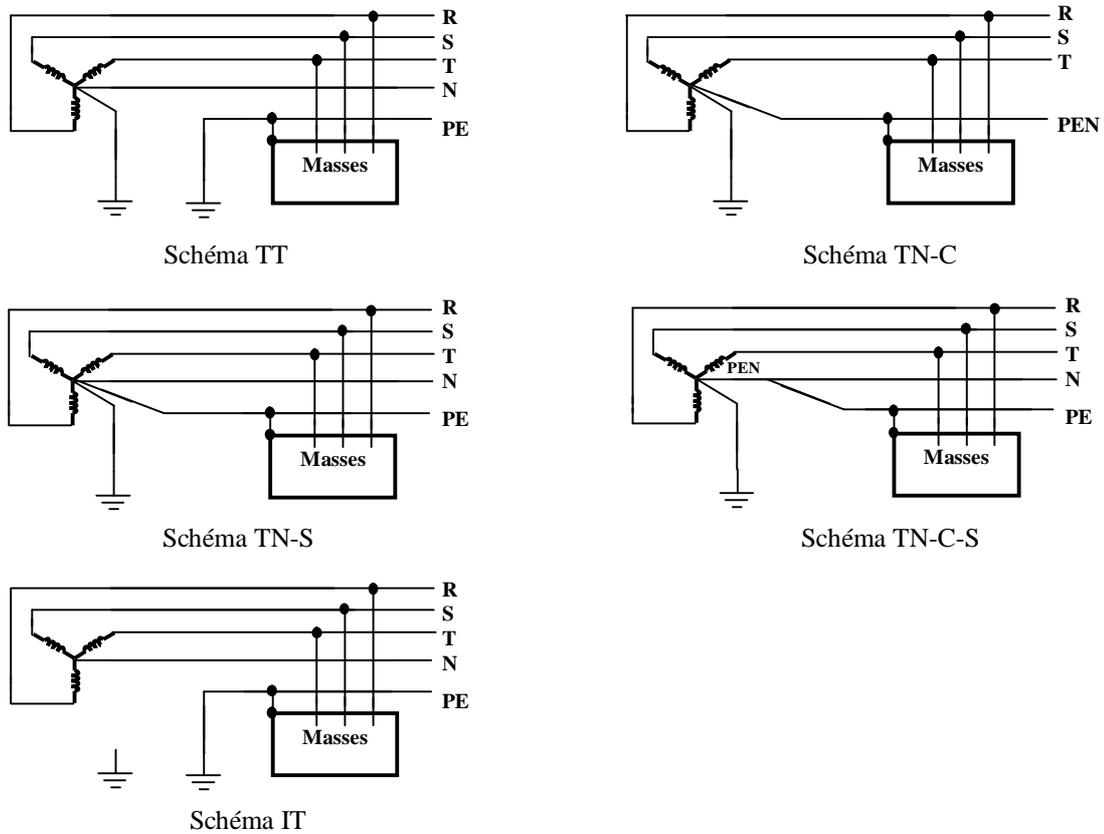


Figure 1.7 : Schémas de liaison à la terre BT.

1.10. Normes de mise à la terre

Les résistances des mises à la terre doivent avoir des valeurs maximales bien déterminées pour pouvoir remplir correctement leur mission de protéger les personnes et les matériels dans un système électroénergétique. Dans ce paragraphe, nous rappelons brièvement les

normes de mise à la terre tant du point de vue de la sécurité des personnes que de celle des équipements. La situation est analysée par schéma de liaison à la terre.

1.10.1. Normes relatives à la sécurité des personnes

La norme 60479-1 de la Commission Electrotechnique Internationale (CEI) [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2005] illustre les effets du courant électrique sur le corps humain et les animaux. Les courbes les plus importantes sont données en annexe. La même norme définit une tension de sécurité (tension de contact maximale admissible pendant au moins 5 s), elle est appelée tension limite conventionnelle U_L , valant 50 V pour les locaux secs et humides et 25 V pour les locaux mouillés).

a) Le schéma de liaison à la terre TT

Soit un défaut d'isolement entre une phase BT et la terre. Le schéma de la figure suivante illustre ce cas.

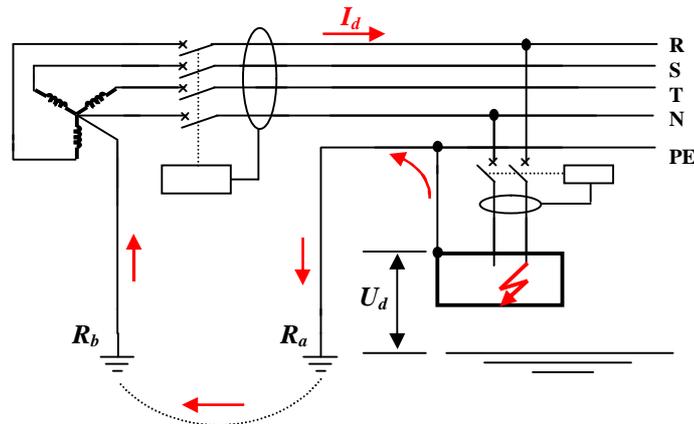


Figure 1.8 : Défaut d'isolement dans schéma de liaison à la terre TT.

En rapport avec la norme CEI 60364-4, les dispositifs de protection (disjoncteur, fusible, dispositif différentiel à courant résiduel (DDR)) doivent être coordonnés avec le système de mise à la terre dans le but de déconnecter la charge si la tension de toucher (U_d) atteint les valeurs limites de sécurité pour le corps humain. Dans ce cas, il faut que

$$R_t \leq \frac{U_L}{I_a} \quad \text{ou} \quad R_t \leq \frac{U_L}{I_{\Delta n}}. \quad (1.11)$$

R_T est la somme des résistances R_a (résistance de la mise à la terre des masses de la charge), et celle du conducteur de protection de la charge, I_a le courant assurant l'ouverture en 5 secondes du dispositif de protection contre les surintensités et $I_{\Delta n}$ le seuil de courant assigné du DDR.

Nous verrons plus loin que R_b (résistance du neutre du transformateur BT) est plutôt liée à la protection du matériel dans le poste de transformation. Elle doit être généralement très faible.

b) Le schéma de liaison à la terre TN

Dans le cas d'un défaut d'isolement, la situation se présente de la manière suivante :

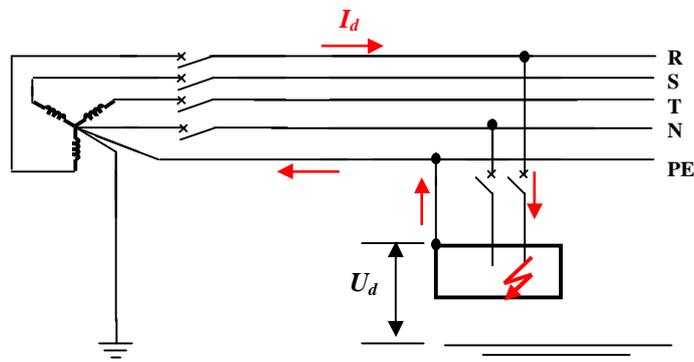


Figure 1.9 : Défaut d'isolement dans le schéma de liaison à la terre TN.

Comme on le voit sur cette figure, le courant de défaut I_d n'est limité que par l'impédance des câbles de la boucle de défaut, étant donné que les masses des charges ne sont pas mises à la terre.

c) Le schéma de liaison à la terre IT

Dans le cas d'un premier défaut d'isolement, la situation se présente de la manière suivante.

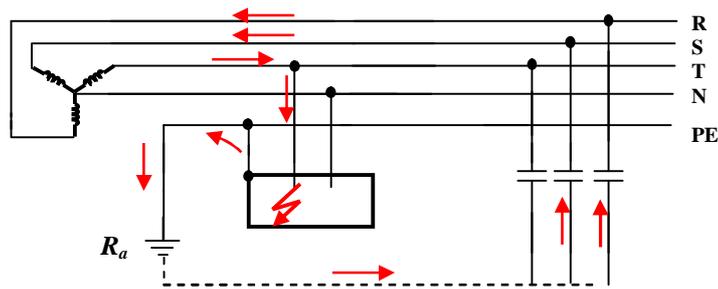


Figure 1.10 : Premier défaut d'isolement dans le schéma de liaison à la terre IT.

La déconnexion automatique du circuit n'est pas nécessaire seulement si la condition suivante est remplie :

$$R_t I_d \leq U_L. \quad (1.12)$$

R_t est la somme de la résistance R_a et celle du conducteur de protection de la masse de la charge et I_d le courant de défaut.

Le courant I_d étant généralement faible (causé par les capacités parasites du réseau), la tension développée dans la prise de terre des masses (tout au plus quelques volts) ne présente pas de danger [Lacroix B., Calvas R., 1998].

Dans le cas d'un second défaut, le courant ne passe pas par la mise à la terre.

B. Lacroix et R. Calvas ont présenté les pratiques utilisées dans plusieurs pays au monde en rapport avec les schémas de liaison à la terre pour assurer la sécurité des équipements et des personnes [Lacroix B., Calvas R., 1998].

1.10.1. Normes relatives à la sécurité des équipements

1.10.1.1. Mise à la terre dans les postes MT/BT et surtensions temporaires

La norme CEI 60364-4-442 [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 1993] indique que le schéma de liaison à la terre dans un poste MT/BT doit être tel que l'installation BT ne soit pas soumise à une tension par rapport à la terre de :

- $U_0 + 250 \text{ V}$: pendant plus de 5 s,
- $U_0 + 1200 \text{ V}$: pendant moins de 5 s, ($U_0\sqrt{3}$ en IT),

U_0 étant la tension simple BT. Ceci signifie que les divers équipements raccordés au réseau BT doivent pouvoir supporter cette contrainte. La même norme indique que si la résistance des masses du poste $R_p > 1 \Omega$, la tension $R_p \cdot I_{hMT}$ (I_{hMT} étant le courant de défaut homopolaire côté MT) doit être éliminée par exemple :

- en moins de 500 ms pour 100 V,
- en moins de 100 ms pour 500 V.

Si ce n'est pas le cas, les prises de terre des masses du poste et du neutre du transformateur MT/BT doivent être distinctes, ceci quel que soit le schéma de liaison à la terre BT. Cette règle, pas toujours respectée dans certains pays, conduit souvent à la séparation des deux prises de terre (ceci pour les réseaux MT ayant un fort courant de défaut homopolaire). [Lacroix B., Calvas R., 1998]. Cette contrainte signifie que dans le cas où la terre R_p des masses du poste de transformation est confondue à la terre du neutre du transformateur MT/BT, celle-ci doit avoir une résistance inférieure à 1Ω .

La norme CEI 60364-4-442 [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 1993] donne des détails sur la protection des matériels en fonction des schémas de liaison à la terre.

1.10.1.2. Mise à la terre dans les postes MT/BT et surtensions d'origine atmosphérique et de manoeuvre

Généralement, les surtensions de manoeuvre sont plus faibles que les surtensions d'origine atmosphérique et c'est pourquoi les prescriptions relatives à la protection contre les surtensions d'origine atmosphérique sont suffisantes pour la protection contre les surtensions de manoeuvre [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 1999].

Lorsqu'une surtension de foudre provenant du réseau de distribution s'écoule à la terre dans un poste MT/BT à travers un dispositif de protection (parafoudre ou éclateur MT), il s'ensuit une élévation du potentiel des masses BT du poste et/ou des masses de l'installation qui dépend du schéma de liaison à la terre. Le niveau des surtensions

transmises en BT dépend de la valeur écriêtée U_{rsd} et des valeurs des prises de terre. Pour assurer la protection de l'appareillage BT contre ces surtensions, il faut installer des parafoudres BT et limiter la résistance de la prise de terre du poste de façon à ne pas dépasser la tension de tenue au choc de foudre du matériel.

La valeur de l'impédance au choc de la terre des masses du poste MT/BT pour limiter les surtensions atmosphériques transmises en BT doit être telle que [Christophe Preve, Robert Jeannot, 1997].

$$Z_p \leq \frac{Z_c}{\left(\frac{2U_{rsd}}{U_{tc}} \right)}, \quad (1.13)$$

où Z_c est l'impédance caractéristique de la ligne aboutissant au poste MT/BT, U_{rsd} est la valeur de la tension écriêtée par le dispositif de protection de la ligne MT (parafoudre ou éclateur MT) et U_{tc} est la tension de tenue du matériel à l'onde de choc.

La valeur de l'impédance au choc d'une prise de terre est en moyenne égale à 1.5 fois celle de sa résistance à fréquence industrielle [Christophe Preve, Robert Jeannot, 1997].

Chapitre 2 : Evaluation des caractéristiques des mises à la terre par éléments finis

2.1. Introduction

Les réseaux de terre sont, d'une manière générale, modélisés par une résistance, ceci est d'autant plus valable que la fréquence reste basse (par exemple les fréquences industrielles : 50 Hz et 60 Hz).

En hautes fréquences (cas de l'onde de foudre, par exemple), les mises à la terre présentent une impédance constituée de plusieurs paramètres électriques : la résistance, l'inductance et la capacité.

Dans la littérature, les relations analytiques permettant de calculer ces éléments sont données pour des prises de terre de forme simple (hémisphère, électrode cylindrique,...), présentant souvent une symétrie axiale.

Certaines configurations dérivées des ces formes simples sont aussi illustrées dans la littérature. En pratique, on a souvent des types de configurations des mises à la terre de formes complexes pour réduire la valeur de la résistance (au quatrième chapitre, nous avons donné deux configurations utilisées pour la mise à la terre des cabines de distribution du réseau électrique de la ville de Kinshasa). Des calculs analytiques nécessitent beaucoup d'hypothèses simplificatrices et deviennent donc laborieux. Si l'on veut garder une certaine précision, il est important de passer aux simulations numériques. Dans ce chapitre, nous allons utiliser les calculs par éléments finis (EF) pour évaluer ces caractéristiques, pour une forme quelconque de prise de terre. La démarche consistera à commencer par des formes dont les solutions sont connues analytiquement et la comparaison des résultats avec la littérature nous permettra de valider notre modèle avec le code de calcul. En outre, nous devons examiner l'impact des simplifications dans les calculs analytiques des paramètres des mises à la terre.

Pour pallier à la difficulté d'effectuer des calculs 3D avec une précision acceptable et une utilisation de temps et de ressources raisonnable, la méthode de perturbations est mise au point. Elle est décrite dans ce chapitre et les résultats sont présentés, comparés avec ceux des calculs analytiques et par éléments finis 3D afin de la valider.

2.2. La méthode des éléments finis (EF)

2.1.1. Brève description de la méthode des éléments finis

Dans ce paragraphe, nous présentons très brièvement la méthode des éléments finis. Pour plus de détails, on peut se référer à la littérature qui est très abondante à ce sujet [Richard H. Gallagher, 1976 ; Kenneth H. Huebner, Earl A. Thornton, 1982 ; Dular P., 1996].

Soit un problème de physique qui consiste à trouver un champ (scalaire, vectoriel ou tensoriel) $\mathbf{u}(M, t)$ satisfaisant à un ensemble d'équations aux dérivées partielles et d'équations ordinaires en tout point M d'un domaine Ω (délimité par la frontière Γ) et à tout instant t , et respectant les conditions aux limites (éventuellement fonction du temps) sur Γ . Si la variable t n'apparaît pas, le problème est dit *stationnaire*. Si non, c'est un problème d'*évolution*.

La méthode des éléments finis consiste à rechercher une solution approchée de la solution exacte sous la forme d'un champ $\mathbf{F}(M, t)$ défini par morceaux sur les n sous domaines Ω_i de Ω . Les n sous domaines Ω_i , appelés *éléments géométriques* doivent être une partition de Ω , c'est-à-dire $\bigcup_{i=1}^n \Omega_i = \Omega$ et $\tilde{\Omega}_i \cap \tilde{\Omega}_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$, $\tilde{\Omega}_i$ désignant l'intérieur de Ω_i .

Les éléments géométriques sont généralement de forme simple (triangle, tétraèdre, hexaèdre, prisme, ...).

Les champs $f_i(M, t)$, définis sur chaque sous domaine, sont des champs choisis parmi une famille arbitraire de champs (généralement polynomiaux). La famille de champs locaux est

appelée *espace d'interpolation de l'élément*. La famille des champs globaux $F(M,t)$, obtenus par juxtaposition des champs locaux est appelée *espace des fonctions d'interpolation du domaine* Ω . Les *nœuds* sont des points choisis arbitrairement dans les sous domaines. Le champ local est une interpolation entre les valeurs aux nœuds. Le sous domaine ou élément géométrique, muni de son interpolation est appelé *élément fini*.

Pour résoudre un problème (représenté sous la forme d'une équation différentielle ou aux dérivées partielles à satisfaire dans un domaine Ω , avec les conditions aux limites à sa frontière Γ) par la méthode des éléments finis, on procède par les étapes suivantes :

- Choisir une formulation intégrale du système différentiel à résoudre et de ses conditions aux limites : c'est la *formulation variationnelle* ou plus généralement *formulation faible* du problème.
- Diviser le domaine Ω en n sous domaines Ω_i : c'est le *maillage*.
- Trouver des valeurs à attribuer aux nœuds ou plus généralement à des entités géométriques (nœuds, arêtes, facettes, volumes) pour décrire la solution approchée : c'est la *discrétisation*.
- Résoudre le problème discret : c'est la *résolution*.
- Construire la solution approchée à partir des valeurs trouvées aux nœuds et déduire d'autres grandeurs : c'est le *post-traitement*.

2.1.2. Les codes GetDP et Gmsh

GetDP (General environment for the treatment of Discrete Problems) est un programme développé par l'unité ACE (Applied and Computational Electromagnetics) de l'Institut Montefiore à l'Université de Liège. GetDP est un logiciel scientifique pour la solution numérique des équations integrodifférentielles. Il convient aux problèmes physiques (électromagnétiques, thermiques, mécaniques,...) couplés avec les méthodes numériques (méthode des éléments finis, méthodes intégrales,...). Il peut traiter des problèmes de diverses dimensions (1D, 2D, axisymétrique ou 3D). Le traitement peut être statique, transitoire ou harmonique. La principale caractéristique de GetDP est la proximité entre l'organisation des données définissant les problèmes discrets (écrites par l'utilisateur dans

les fichiers de données ASCII) et les expressions mathématiques symboliques caractérisant ces problèmes.

Le maillage est généré par le code Gmsh (développé toujours par l'unité ACE) qui est un générateur automatique de géométrie et de maillage 3D.

Ces codes, avec leurs nombreux avantages, conviennent bien, comme nous allons le montrer dans ce chapitre, pour l'évaluation des caractéristiques électrostatiques et électromagnétiques d'un réseau de terre de forme quelconque. (Des informations détaillées sur ces codes peuvent être trouvées sur le site www.geuz.org).

2.3. Calcul de la résistance d'une mise à la terre et de la répartition des potentiels en courant constant (modèle électrocinétique)

2.3.1. Introduction

A fréquence industrielle, les mises à la terre sont modélisées par une résistance. Pour l'évaluer, nous allons partir du cas simple d'une électrode hémisphérique. La terre est représentée par un hémisphère de rayon supposé très grand (tendant vers l'infini). Dans un premier temps, pour la simplicité de calcul, nous allons considérer un sol homogène. Les calculs seront faits aussi bien dans le cas axisymétrique qu'en 3D. Ensuite, nous allons considérer un sol avec plusieurs couches de résistivités différentes.

2.3.2. Electrode hémisphérique

2.3.2.1. Description du modèle

Pour plus de simplicité, nous considérons une électrode hémisphérique pour décrire le modèle, ensuite nous donnons la formulation du problème et les résultats des calculs EF, aussi bien pour l'électrode hémisphérique que pour un et deux piquets verticaux.

Soit une électrode hémisphérique enterrée dans un sol considéré comme homogène. Le problème électrocinétique défini dans le domaine $\Omega = \Omega_c \cup \Omega_c^C$ (avec une partie

conductrice Ω_c et une partie non conductrice Ω_c^c) délimité par la frontière $\Gamma = \Gamma_e + \Gamma_j$, est représenté à la figure suivante, en axisymétrique et en 3D.

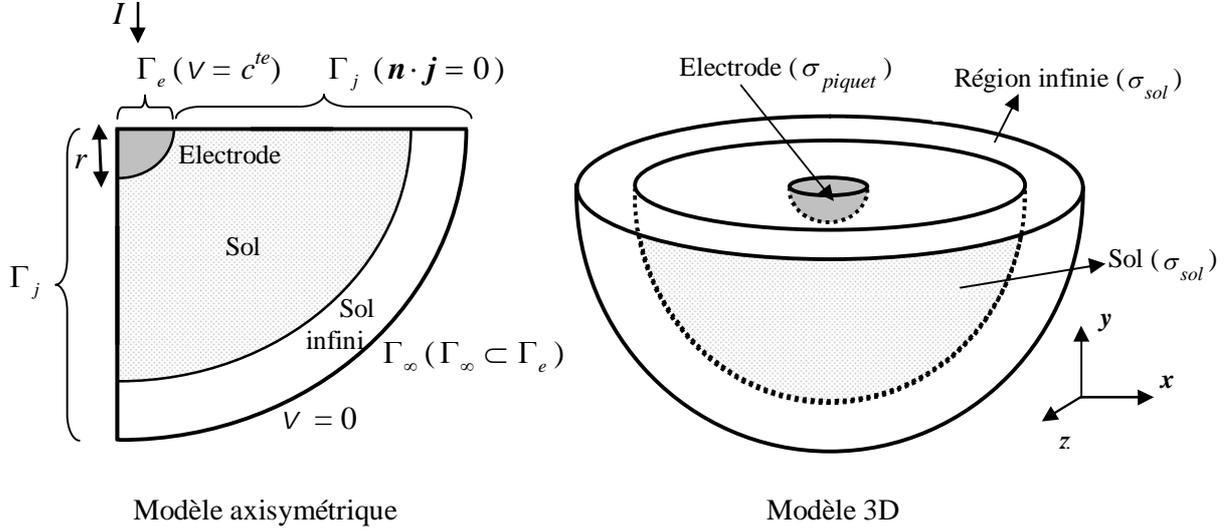


Figure 2.1 : Modèle électrocinétique d'une électrode hémisphérique.

Il est à noter que dans les modèles présentés à la figure 2.1, tout le domaine Ω est conducteur.

2.3.2.2. Formulation du problème

Les équations de Maxwell (2.1-2), la loi de comportement (2.3) et les conditions aux limites (2.4-5) caractérisant le problème électrocinétique dans le domaine Ω sont :

$$\mathbf{rot} \mathbf{e} = 0 \quad (2.1)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{j} = 0 \quad (2.2)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{e} /_{\Gamma_e} = 0 \quad (2.4)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{j} /_{\Gamma_j} = 0, \quad (2.5)$$

avec \mathbf{e} le champ électrique, \mathbf{j} la densité du courant électrique, σ la conductivité électrique et \mathbf{n} la normale unitaire extérieure à Ω .

La relation (2.1) implique que le champ électrique \mathbf{e} peut être exprimé en terme de potentiel scalaire v , c'est-à-dire

$$\mathbf{e} = -\mathbf{grad} v. \quad (2.6)$$

Les équations (2.1) et (2.2) sont respectivement la loi de Faraday ($\mathbf{rot} \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}$) en régime stationnaire ($-\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = 0$) et celle de la conservation de la charge, en approximation quasi-statique.

La condition aux limites (2.4) et la relation (2.6) impliquent qu'à la frontière Γ_e , on définit un potentiel scalaire constant. La frontière infinie Γ_∞ fait partie de Γ_e et on y impose un potentiel de référence nul (condition aux limites de Dirichlet). Ceci implique que tout le courant qui s'écoule dans la terre depuis l'électrode sort du domaine par la frontière infinie.

En réalité, la frontière infinie se situe à une distance finie car notre modèle a bel et bien des dimensions réelles finies. Cependant, l'infini est pris en compte par une transformation géométrique [Henrotte F., Meys B., Hedia H., Dular P., Legros W., 1999].

La condition aux limites (2.5) s'appliquant à la frontière Γ_j signifie que la composante normale de la densité de courant y est nulle. Dans le modèle axisymétrique, cette condition s'applique aussi sur l'axe de symétrie. Appliquée à la frontière entre la terre et l'air, cette condition signifie qu'il n'y a pas de courant qui s'écoulerait du sol vers l'air.

Deux approches sont possibles pour définir la source :

- Soit on impose un courant constant entrant par la surface supérieure de l'électrode,
- Soit on impose un potentiel donné (non nul) dans tout le volume de l'électrode.

Formulation faible

La propriété de l'opérateur "**div**", appliquée aux champs vectoriel \mathbf{u} et scalaire v dans le domaine Ω s'écrit

$$\mathbf{div}(v \cdot \mathbf{u}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{grad} v + v \cdot \mathbf{div} \mathbf{u} . \quad (2.7)$$

En intégrant dans le volume Ω délimité par la frontière $\partial\Omega$, la relation (2.7) devient

$$\int_{\Omega} \mathbf{div}(v \cdot \mathbf{u}) d\Omega = \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{grad} v) d\Omega + \int_{\Omega} (v \cdot \mathbf{div} \mathbf{u}) d\Omega . \quad (2.8)$$

En appliquant le théorème de la divergence au membre de gauche de l'équation (2.8), nous obtenons la relation

$$\int_{\partial\Omega} ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) \cdot v) d\partial\Omega = \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{grad} v) d\Omega + \int_{\Omega} (v \cdot \mathbf{div} \mathbf{u}) d\Omega . \quad (2.9)$$

Soit une fonction test v' . La relation (2.9) reste encore valable si nous remplaçons \mathbf{u} par \mathbf{j} et v par la fonction test v' . Nous obtenons alors la relation

$$\int_{\Omega} (\mathbf{j} \cdot \mathbf{grad} v') d\Omega - \int_{\partial\Omega} ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}) \cdot v') d\partial\Omega = - \int_{\Omega} (v' \cdot \mathbf{div} \mathbf{j}) d\Omega . \quad (2.10)$$

En utilisant les relations (2.2), (2.3) et (2.6), nous obtenons la formulation faible en potentiel électrique scalaire suivante pour le problème électrocinétique

$$\int_{\Omega} (\sigma \mathbf{grad} v \cdot \mathbf{grad} v') d\Omega + \int_{\Gamma} ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}) \cdot v') d\Gamma = 0 \quad \forall v' \in F(\Omega) . \quad (2.11)$$

$F(\Omega)$ est l'espace fonctionnel défini dans Ω contenant les fonctions de base v et la fonction test v' [Dular P., Legros W., Nicolet A., 1998].

La relation (2.11) est la formulation faible du problème électrocinétique.

Au niveau de la caractérisation des éléments, $F(\Omega)$ est approximé avec des éléments finis nodaux.

Une fonction de base globale est associée à chaque partie non connexe de Ω . Elle est égale à l'unité sur cette partie et varie continûment dans Ω jusqu'à zéro sur d'autres portions.

Au niveau de la caractérisation, une telle fonction peut être définie comme la somme des fonctions de base des nœuds de la frontière. Cette fonction, appliquée comme fonction test dans la relation (2.11), permet de déterminer le courant qui s'écoule depuis la frontière associée.

La résolution de l'équation (2.11) permet de trouver le potentiel électrique scalaire v en tout point du domaine Ω . Tous les autres paramètres (champ électrique, densité de courant, résistance, ...) s'en déduisent aisément par des lois connues. Les relations (2.3) et (2.6) permettent de trouver respectivement le champ électrique e et la densité de courant j en tout point du domaine Ω . La résistance de mise à la terre est calculée à partir de la relation $R = \frac{U}{I}$ où U et I sont respectivement le potentiel et le courant au point d'injection de celui-ci dans le domaine.

L'avantage de cette méthode par rapport aux formules analytiques est la réduction, dans la mesure du possible, des approximations faites dans l'établissement des solutions analytiques qui éloignent le problème de la réalité physique. Ainsi, par exemple, on peut représenter la terre par ses couches de résistivités différentes. Dans la littérature, on fait usage de la représentation de la terre soit par une seule couche (terre homogène), soit par deux couches de résistivités différentes pour de nombreuses applications. Cette modélisation a une limite dans le cas où les résistivités des différentes couches du sol varient dans des larges proportions.

2.3.2.3. Résultats

Les calculs sont faits en axisymétrique et en 3D. Pour bien comparer les résultats entre ces deux cas et les relations analytiques, nous considérons le même maillage. Les figures ci-dessous donnent le maillage en axisymétrique et en 3D, générés par Gmsh.

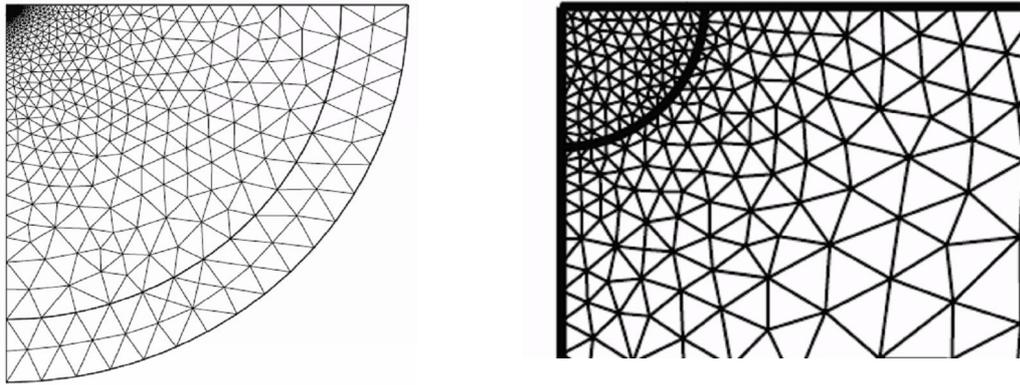


Figure 2.2 : Maillage du modèle axisymétrique de l'électrode hémisphérique.

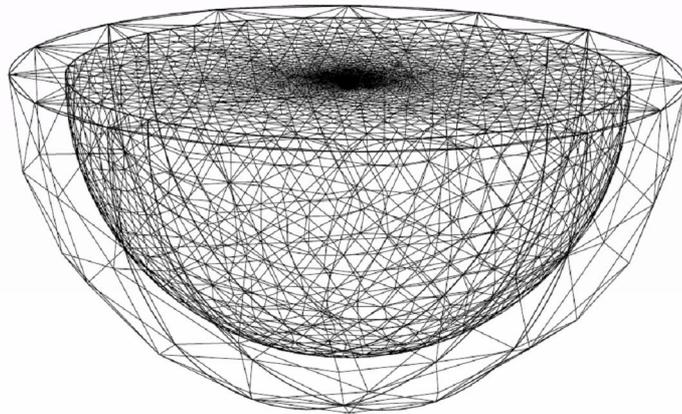


Figure 2.3 : Maillage du modèle 3D de l'électrode hémisphérique.

La formule analytique (1.1) est considérée, dans ce cas simple, comme plus précise. Nous évaluons l'erreur en fonction de celle-ci. Les valeurs des résistances de terre pour différents rayons de l'hémisphère en cuivre sont données par le tableau 2.1 ci-dessous, le sol étant considéré comme homogène, avec une résistivité de $100 \Omega.m$. La résistivité du cuivre est de $1.6949 \times 10^{-8} \Omega.m$. R_1 et R_2 se rapportent respectivement aux formules (1.1) et (1.3).

Tableau 2.1 : Résistance d'une électrode hémisphérique.

Rayon hémisphère (r) (m)	R_1 (Ω)	R_2 (Ω)	$RAxi$ (Ω)	$e_r Axi$	$R3D$ (Ω)	$e_r 3D$
0.25	63.40	63.66	63.30	0.16 %	62.34	1.67 %
0.5	31.57	31.83	31.62	0.18 %	31.17	1.27 %
0.75	20.96	21.22	21.10	0.69 %	20.84	0.55 %
1	15.65	15.92	15.83	1.14 %	15.61	0.25 %
1.25	12.47	12.73	12.66	1.54 %	12.47	0.00 %
1.5	10.35	10.61	10.55	1.94 %	10.37	0.21 %
1.75	8.83	9.09	9.03	2.32 %	8.86	0.34 %
2	7.69	7.96	7.90	2.70 %	7.73	0.45 %

Les nombres de nœuds, d'éléments et d'inconnues sont des paramètres importants à connaître dans les calculs EF. Il en est de même pour le temps de calcul. Ces paramètres de calcul EF sont donnés dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 : Paramètres du calcul EF.

r (m)	Calcul Axisymétrique					Calcul 3D				
	Eléments	Nœuds	Inconnues	Temps (s)	Itérations	Eléments	Nœuds	Inconnues	Temps (s)	Itérations
0.25	3712	1941	1899	0.17	4	488306	80827	80465	292	24
0.5	3162	1653	1611	0.13	4	455610	75034	74685	246	23
0.75	3301	1724	1679	0.11	4	491825	81025	80549	274	26
1	3407	1777	1730	0.14	4	515071	84944	84313	329	58
1.25	3598	1874	1824	0.13	5	580275	95230	94395	370	59
1.5	3842	1997	1945	0.16	5	682799	111610	110535	445	62
1.75	4021	2087	2032	0.16	5	746927	121884	120464	527	64
2	4271	2213	2156	0.17	5	775976	126550	124810	567	67

Les résultats du tableau 2.1 sont présentés sur la figure 2.4 ci-dessous. En observant ces résultats, nous affirmons que notre modélisation est valable pour l'électrode hémisphérique. L'erreur relative est faible (en valeur absolue, inférieure à 3 %, dans les deux cas). Nous savons bien que la précision dans les calculs par éléments finis dépend étroitement de l'affinement du maillage (nombre d'éléments et de nœuds). Il est donc plus avantageux d'effectuer des calculs en axisymétrique, pour une électrode hémisphérique. En observant le tableau 2.2, nous remarquons que pour une électrode de 1 m de rayon, le temps de calcul passe de 0.14 s à 329 s, le nombre d'éléments et de nœuds passent de 3 407 et 1 777 à 515 071 et 84 944 respectivement.

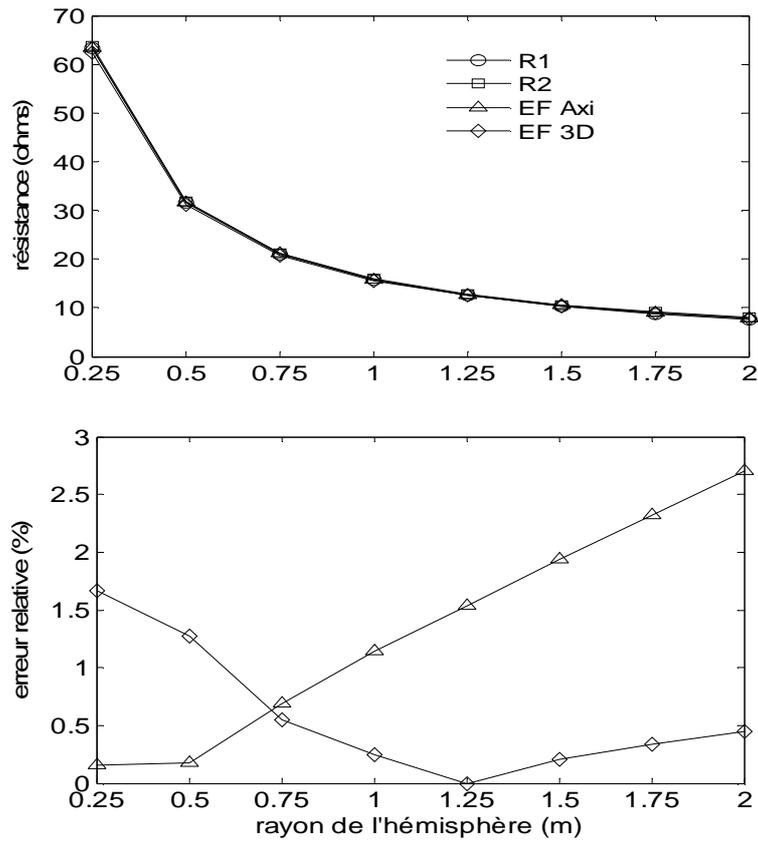


Figure 2.4 : Résistance en fonction du rayon de l'hémisphère (haut) et erreur relative (bas).

La distribution du potentiel et la densité de courant sont données au premier chapitre. Le potentiel et le champ électrique à la surface du sol sont donnés à la figure suivante, pour les mêmes données qu'au premier chapitre et une résistivité du sol de $100 \Omega \cdot m$.

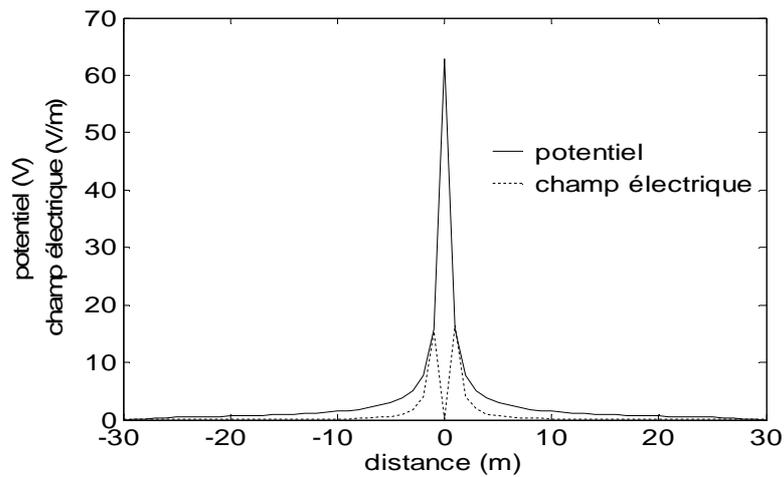


Figure 2.5 : Potentiel et champ électrique à la surface du sol (électrode hémisphérique $r = 0.25 \text{ m}$).

2.3.3. L'électrode cylindrique verticale (piquet de terre)

L'électrode cylindrique ou piquet est la configuration la plus employée dans les installations de mise à la terre. La disposition la plus simple est un piquet unique vertical. Beaucoup de configurations associant plusieurs piquets sont possibles, nous avons détaillé les plus classiques dans l'annexe A1.

Pour une électrode cylindrique en cuivre de rayon 0.0125 m, dans un sol homogène de résistivité 100 $\Omega.m$, la résistance est donnée par la figure ci-dessous, en fonction de la longueur de l'électrode, en axisymétrie et en 3D. Sont aussi représentées sur ce graphique, les résistances calculées avec les relations analytiques de Rudenberg, Dwight-Sunde et Liew-Darveniza (voir annexe A1).

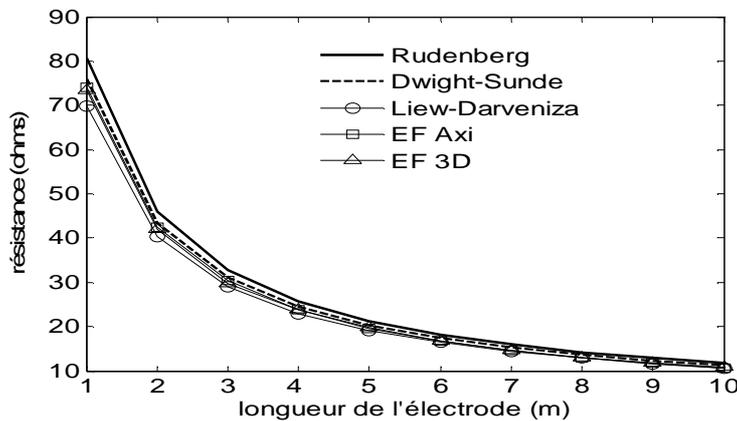


Figure 2.6 : Résistance en fonction de la longueur de l'électrode.

Les erreurs relatives en considérant que chaque relation analytique est exacte sont données sur les courbes de la figure ci-dessous. Ces courbes nous montrent que la modélisation que nous avons choisie est bien convenable pour une électrode cylindrique. Les erreurs sont inférieures à 10 % par rapport aux calculs analytiques. Nous remarquons aussi que les relations analytiques de Dwight-Sunde et de Liew-Darveniza donnent des résultats plus proches de ceux obtenus par éléments finis, le calcul axisymétrique étant plus précis que le 3D. Comme pour le cas de l'électrode hémisphérique, le calcul 3D est très onéreux en terme de temps de calcul et ressources.

Dans les lignes qui suivent, nous allons appliquer ce modèle à des configurations plus complexes de mise à la terre, configurations pour lesquelles la simulation doit impérativement être faite en 3D car elles ne sont pas axisymétriques.

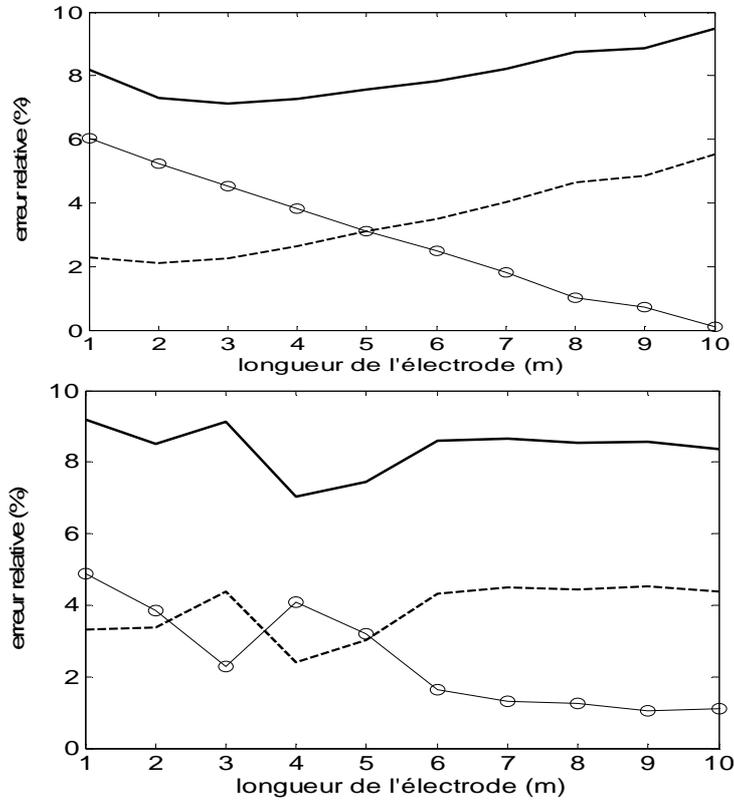


Figure 2.7 : Erreur relative EF Axi (haut) et EF 3D (bas).

2.3.4. Deux électrodes cylindriques

Pour des électrodes en cuivre de rayon $r = 0.0125$ m, la distance entre électrodes étant égale au double de leur longueur, et pour une résistivité de $100 \Omega.m$, la résistance de l'ensemble de deux piquets en ligne et l'erreur relative en considérant chaque relation analytique comme étant exacte, en fonction de leur longueur est donnée à la figure 2.8.

Nous remarquons que la relation de Liew-Darveniza donne des résultats plus proches de ceux calculés par éléments finis, avec des erreurs relatives inférieures à 5 %.

Pour un courant de 10 A, la distribution de potentiel autour des piquets est donnée à la figure 2.9 ci-dessous, pour un piquet de 2 m de longueur et .0125 m de rayon, dans un sol de 100 Ω .m.

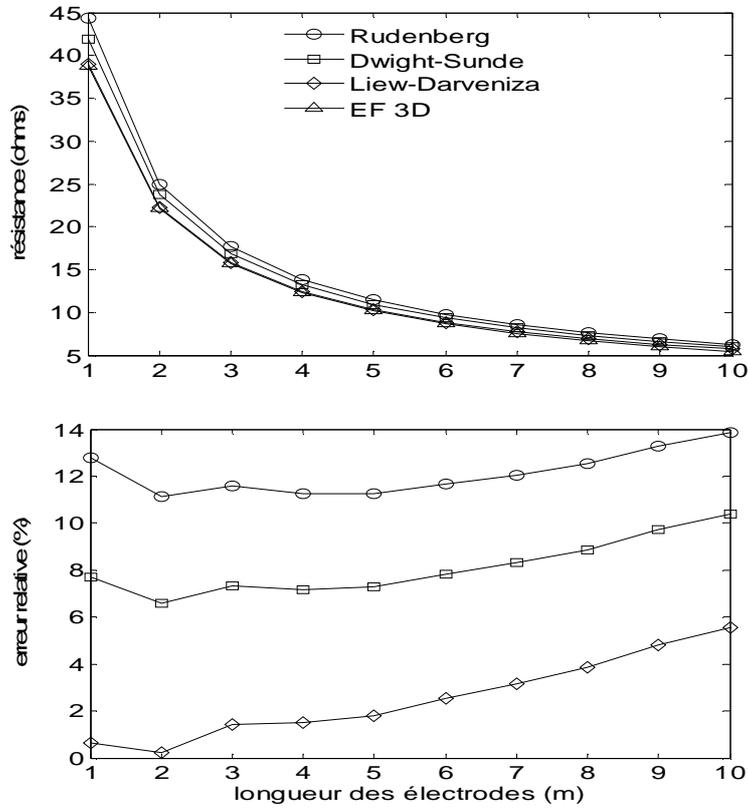


Figure 2.8 : Résistance de deux piquets en fonction de leur longueur (haut) et erreur relative (bas).

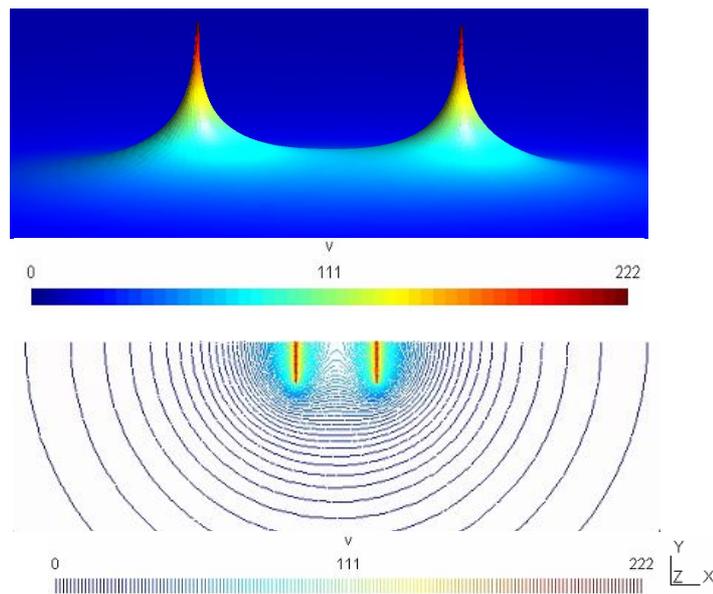


Figure 2.9 : Potentiel à la surface du sol (haut) et dans le plan de symétrie 0Z (bas).

Le champ électrique et le potentiel à la surface du sol (sur la droite de symétrie) sont donnés sur la figure suivante.

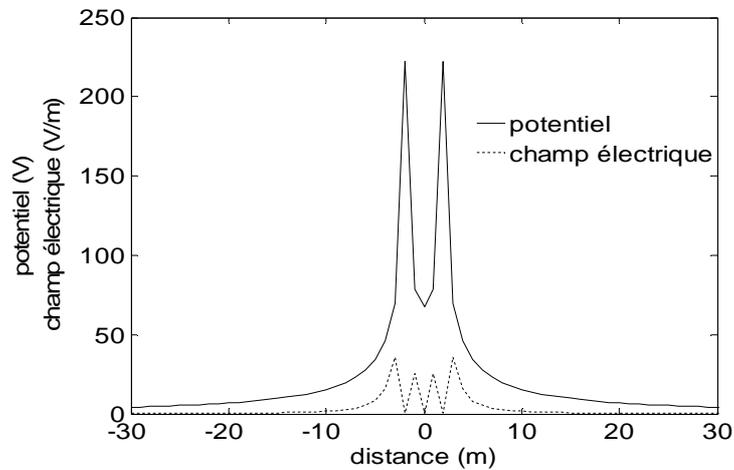


Figure 2.10 : Potentiel et champ électrique à la surface du sol.

Les résultats pour les autres configurations d'électrodes verticales sont donnés dans l'annexe A4.

2.3.5. Electrode horizontale

Pour réaliser les mises à la terre, une électrode horizontale peut être utilisée. Le cas le plus courant est un conducteur nu enterré à une profondeur h de la surface du sol. Des relations analytiques permettant d'évaluer la résistance d'une telle électrode sont données dans l'annexe A1.

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons évaluer les paramètres électriques d'une telle électrode par éléments finis et comparer les résultats trouvés avec la littérature.

2.3.5.1. Modèle de l'électrode horizontale

Le modèle de l'électrode horizontale, représenté à la figure 2.11 ci-dessous est semblable à celui de l'électrode verticale, mais n'est pas axisymétrique, les calculs devront donc être faits en 3D.

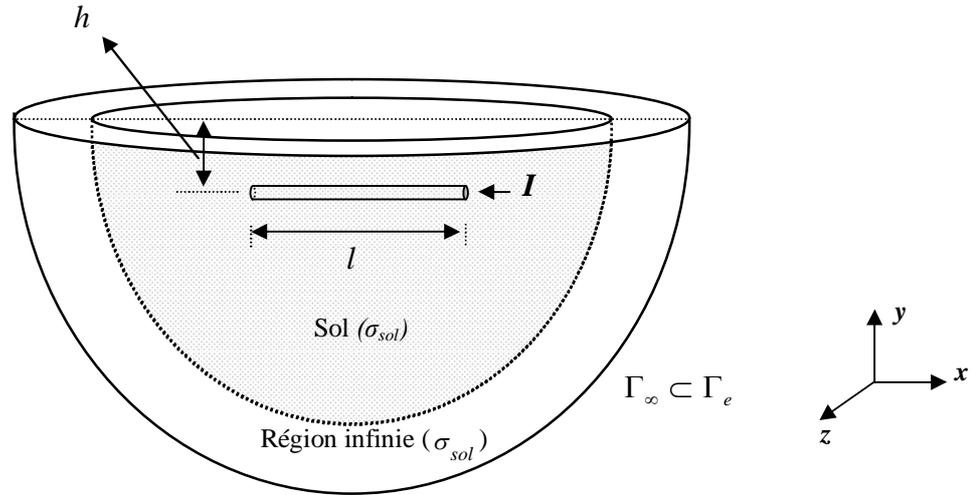


Figure 2.11 : Modèle de l'électrode horizontale.

2.3.5.2. Calculs et résultats

Les résistances de mise à la terre réalisées avec une électrode horizontale en cuivre, enterrée à une profondeur de 1 m, pour différentes longueurs sont données à la figure suivante (R1 et R2 se rapportent respectivement aux formules A1.13 et A1.17 dans l'annexe A1).

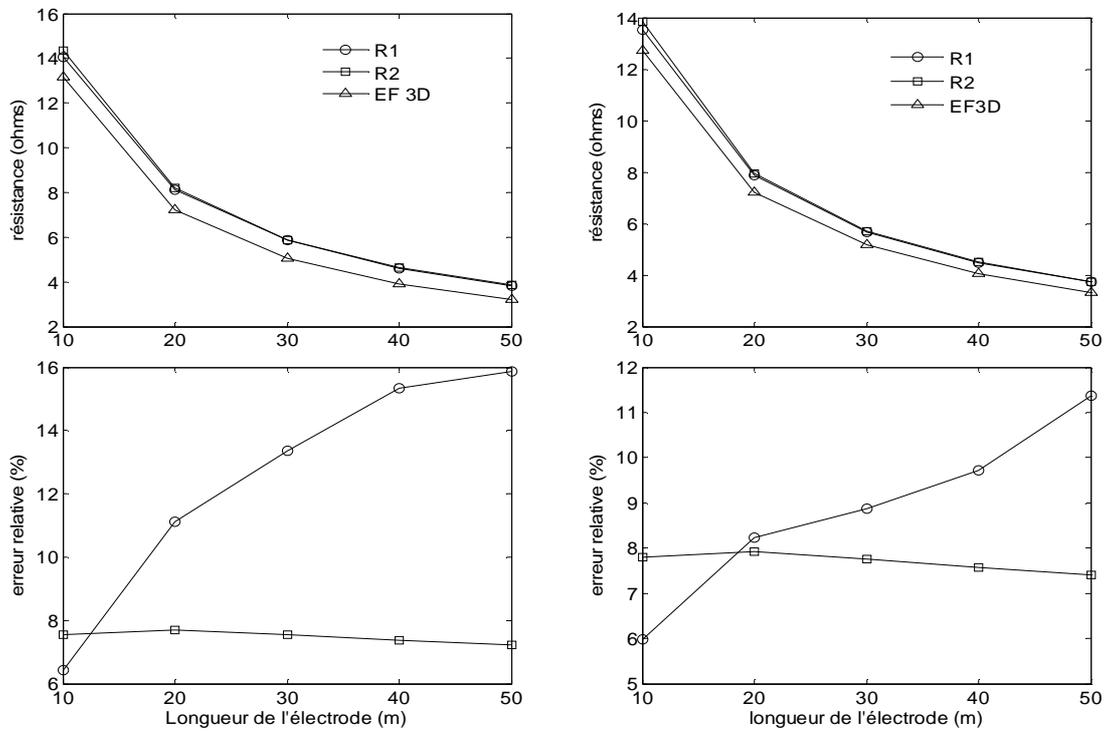


Figure 2.12 : Résistance d'une électrode horizontale (haut) et erreur relative (bas) pour un câble de 50 mm² (gauche) et 95 mm² (droite) de section.

Ces figures montrent bien que pour le câble horizontal, les erreurs relatives sont beaucoup plus importantes (elles dépassent même 15 %). Les raisons de ces valeurs élevées sont dans un premier temps le fait que le modèle n'est pas axisymétrique, il est dès lors très difficile d'obtenir des maillages très fins, en plus, les relations analytiques que nous avons supposées plus précises ne le sont pas à cause de plusieurs approximations dans leur établissement, elles sont valables pour $l \gg h$. Les écarts entre le calcul EF et analytiques augmentent avec la longueur du câble horizontal pour la formule A1.13 et restent quasi constants pour la relation A1.17.

Le champ électrique et le potentiel à la surface du sol sont donnés à la figure suivante, pour un câble de 50 mm^2 de section, de 20 m de longueur, pour un courant de 10 kA.

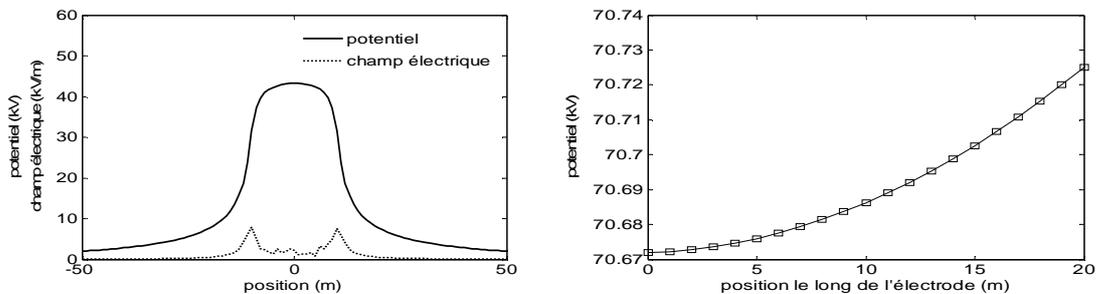


Figure 2.13 : Champ électrique et potentiel à la surface du sol (gauche) et potentiel à l'axe de l'électrode (droite).

La figure du potentiel à l'axe de l'électrode (figure 2.13 à droite) montre que la faible résistance propre de l'électrode horizontale est bel et bien prise en compte dans le calcul de la résistance à la terre par la chute de tension à travers elle, résistance propre négligée dans les calculs analytiques.

Les figures ci-dessous donnent la carte des lignes de potentiel sur la surface du sol et dans les plans de symétrie verticaux du modèle.

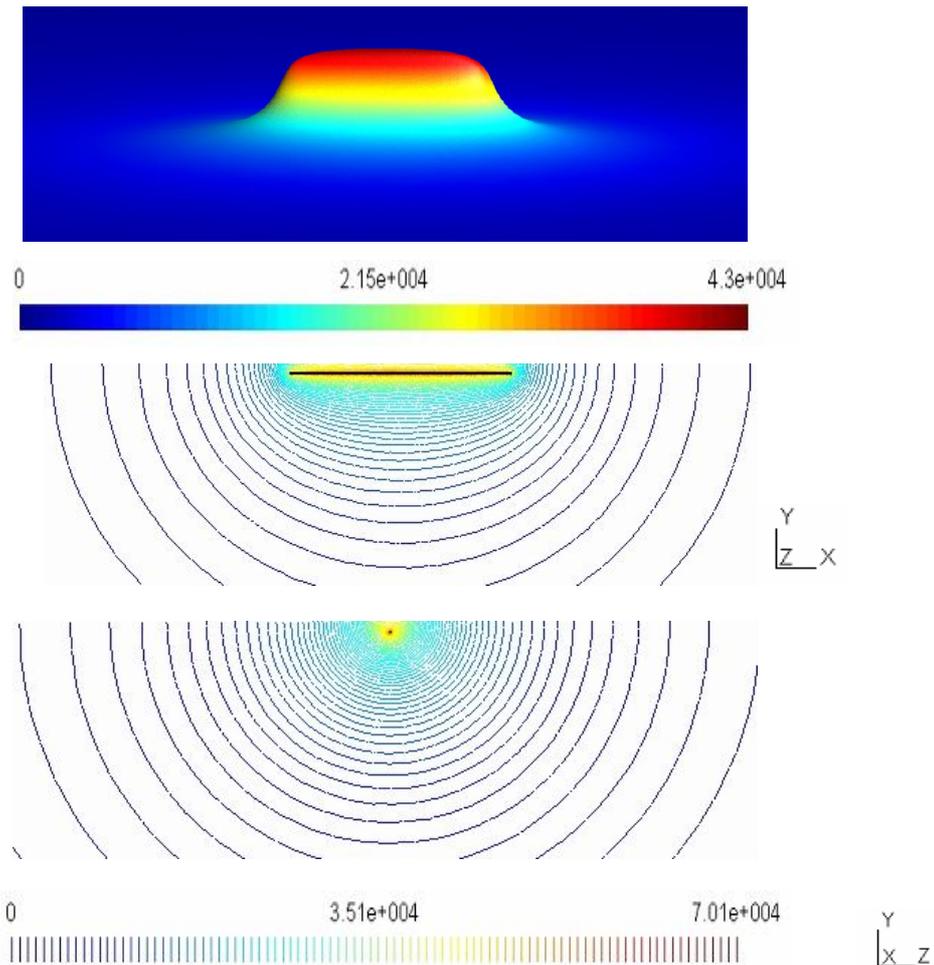


Figure 2.14 : Potentiel à la surface du sol (haut), dans le plan de symétrie OZ (milieu) et OX (bas).

Pour augmenter la précision dans le calcul EF 3D, nous pourrions utiliser le quart du modèle de la figure 2.11, la résistance devra, dans ce cas, être divisée par 4.

2.4. Mise à la terre de forme simple avec un sol non homogène

2.4.1. Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons très brièvement donné les modèles de sols pour les calculs des mises à la terre. Les modèles de la terre uniforme et en deux couches présentent des limites. Il est alors nécessaire de passer au modèle du sol avec plusieurs couches. Ces calculs seront présentés dans les paragraphes suivants.

2.4.2. Sol en deux couches de résistivités différentes

2.4.2.1. Electrode hémisphérique

a) Modèle

Notre modèle de calcul par éléments finis est présenté à la figure suivante en axisymétrique. Les conditions aux limites présentées pour le modèle en une couche restent valables pour le présent modèle.

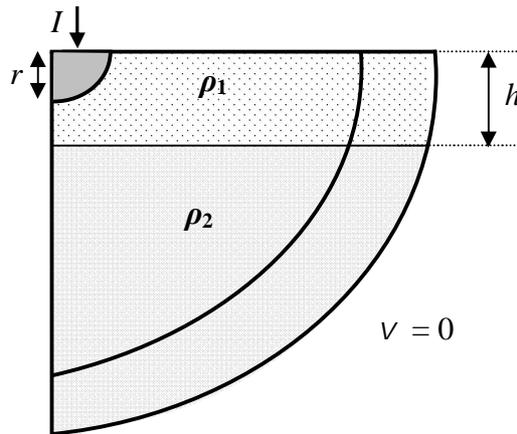


Figure 2.15 : Modèle de sol en deux couches.

b) Résultats

Les valeurs des résistances en fonction du rayon d'une électrode hémisphérique en cuivre, dans un sol en deux couches de résistivités différentes, pour une profondeur $h = 5$ m de la couche supérieure, de résistivité $1000 \Omega.m$, la résistivité de la couche inférieure étant de $100 \Omega.m$, sont données sur la figure 2.16.

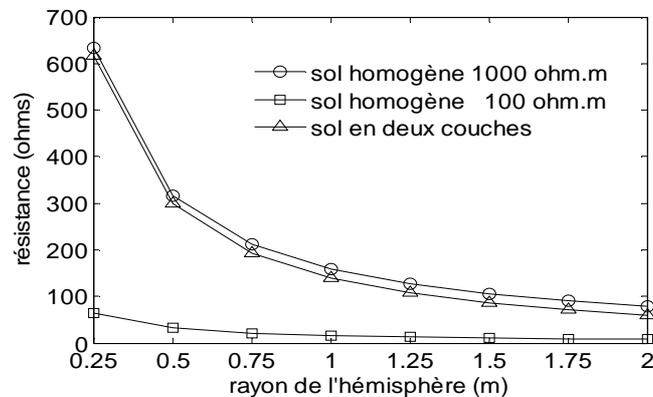


Figure 2.16 : Résistance d'une électrode hémisphérique, sol en deux couches.

Les valeurs des résistances avec un sol modélisé en deux couches ($1000 \Omega.m$ et $100 \Omega.m$) sont d'autant plus éloignées de celles obtenues avec un sol homogène ($1000 \Omega.m$) que le rayon de l'hémisphère est grand.

Le potentiel et la densité de courant dans le sol sont représentés sur la figure suivante, pour $r = 1 \text{ m}$ et $I = 10 \text{ A}$.

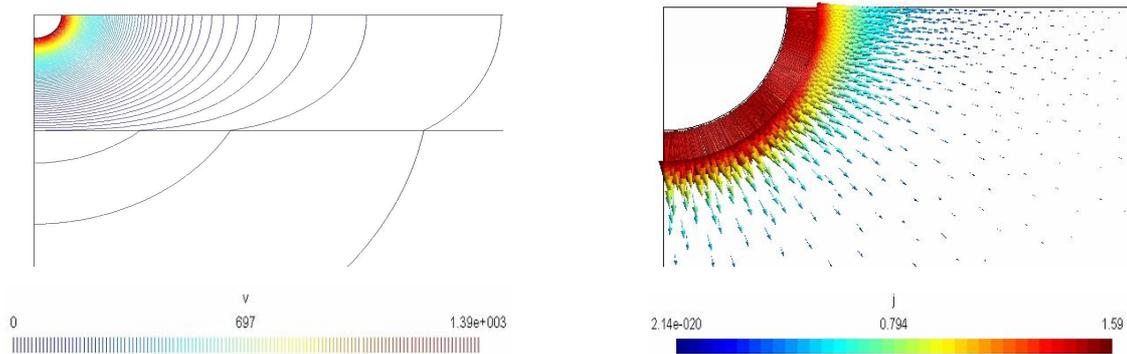


Figure 2.17 : Potentiel (gauche) et densité de courant (droite) dans le sol.

2.4.2.2. Electrode cylindrique verticale

Le modèle utilisé est identique à celui d'une électrode hémisphérique. Comme nous le détaillons dans l'annexe, les relations analytiques dépendent de la longueur de l'électrode par rapport à la profondeur de la couche supérieure de la terre (voir annexe A1). Pour une profondeur $h = 5.5 \text{ m}$ de la couche supérieure de résistivité $1000 \Omega.m$, la résistivité de la couche inférieure étant de $100 \Omega.m$, les figures ci-dessous donnent la résistance en fonction de la longueur du piquet. Les calculs analytiques ont été effectués avec les formules (A1.24) et (A1.25) données dans l'annexe A1.

Dans les cas où $h > l$, les erreurs relatives sont beaucoup plus faibles et diminuent avec l'augmentation de la longueur du piquet. Dans le cas opposé, les résistances calculées par la formule analytique et trouvées par éléments finis sont aussi beaucoup plus proches que l s'éloigne davantage de h . Ceci est certainement dû au fait que les relations analytiques ne sont pas aussi précises que les calculs par éléments finis, elles sont approximatives.

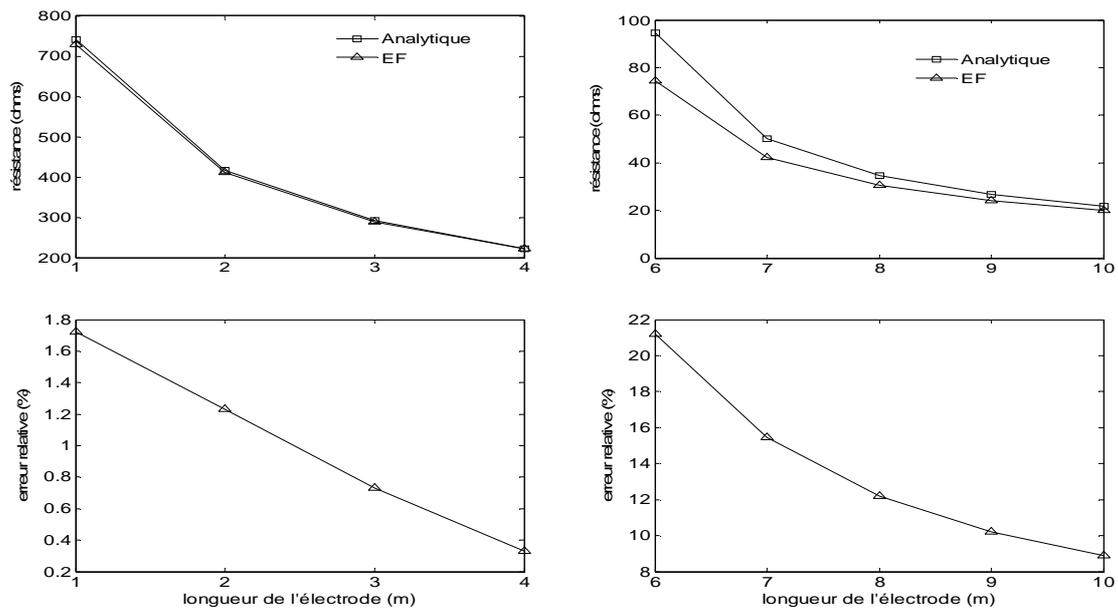


Figure 2.18: Résistance d'un piquet vertical (haut), sol en deux couches et erreur relative (bas) par rapport à la formule analytique : $h > l$ (gauche) et $h < l$ (droite).

La figure ci-dessous donne la distribution de potentiel dans le sol, dans les deux cas, pour $\rho_1 = 1000 \Omega.m$ et $\rho_2 = 100 \Omega.m$, pour un courant de 10 A s'écoulant par l'électrode.

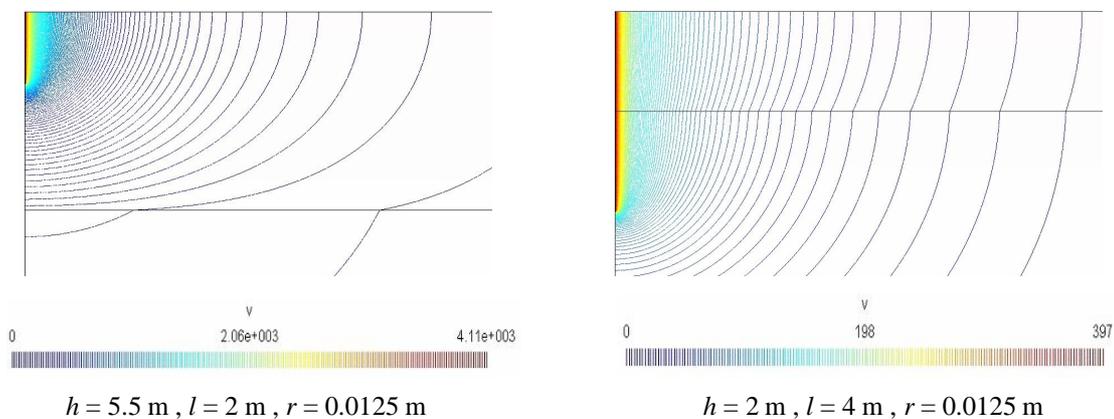


Figure 2.19 : Potentiel dans le sol en deux couches de résistivités différentes.

La figure suivante donne les résistances d'un câble horizontal en cuivre, de 50 mm^2 de section, enterré à 1 m de profondeur, dans un sol en deux couches de résistivité $\rho_1 = 1000 \Omega.m$ et $\rho_2 = 100 \Omega.m$, $h = 5 \text{ m}$, calculée respectivement par EF 3D et par les formules analytiques A1.18 et A1.26 (annexe A1).

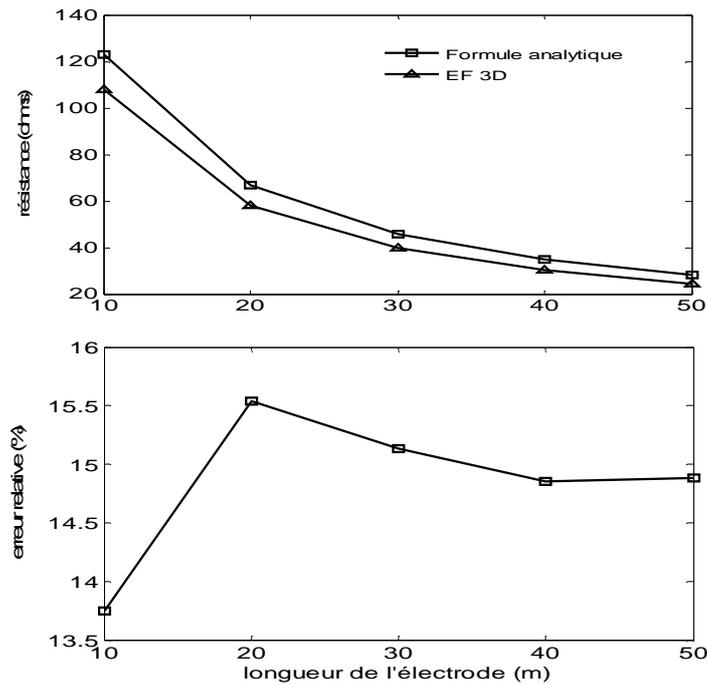


Figure 2.20: Résistance d'un piquet horizontal (haut), sol en deux couches et erreur relative (bas) par rapport à la formule analytique.

Les erreurs relatives sont plus importantes pour les mêmes raisons évoquées au point 2.3.5.2.

2.4.3. Sol en plusieurs couches de résistivités différentes

2.4.3.1. Introduction

Comme nous l'avons dit précédemment, les calculs des caractéristiques des mises à la terre (résistance, impédances,...), pour être précis, requièrent le rapprochement des modèles utilisés avec la réalité physique. Les lignes ci-dessous donnent les résultats des calculs EF de la résistance des mises à la terre avec un sol en plusieurs couches de résistivités différentes. En réalité, le sol est constitué de plusieurs couches. Pour notre exemple, nous allons nous limiter à 4 couches significatives, tel que nous l'avions fait pour la mesure de la résistivité des sols dans la ville de Kinshasa, en République Démocratique du Congo. Il est à noter que le nombre de couches n'est pas limité pour le calcul par éléments finis, par ailleurs, il n'est pas important d'avoir un nombre très important de couches, ce qui compliquerait les calculs en terme de temps et ressources.

2.4.3.2. Calculs et résultats

Soit un piquet horizontal de rayon 1.25 cm, de longueur 2 m, enterré à une profondeur de 0.5 m, dans un sol en 4 couches, dont les résistivités (en $\Omega.m$) sont 4400, 500, 290, 110. Les différentes couches ont des profondeurs suivantes (en m) 1.5, 3.75 et 11.25 (données des mesures effectuées sur le site *Unikin*, en saison de pluies 2006, voir annexe A3). Nous évaluons la résistance d'un tel piquet de terre dans trois cas différents, en considérant un sol en 4 couches puis un sol homogène de résistivité calculée selon les formules 1.7 et 1.8. Ces résultats EF sont donnés dans le tableau 2.3 ci-dessous.

Tableau 2.3 : Résistance d'un piquet vertical, sol en plusieurs couches et sol homogène

Différents cas	Résistance (Ω)	Erreur relative
Sol en 4 couches (calcul EF)	320.41	-
Sol homogène (relation 1.7)	519.78	62 %
Sol homogène (relation 1.8)	872.84	172 %

Ces résultats avec un cas réel de résistivité en 4 couches montrent que les différences sont énormes entre la modélisation de sol en plusieurs couches et celle de la terre homogène (62 % et 172 %), étant donné que la résistivité varie dans les larges proportions. Il est donc important, pour plus de précision, de modéliser la terre en autant de couches que l'exige la structure réelle de celle-ci. La distribution de potentiel dans ce cas, pour un courant de 1 A est donnée à la figure suivante.

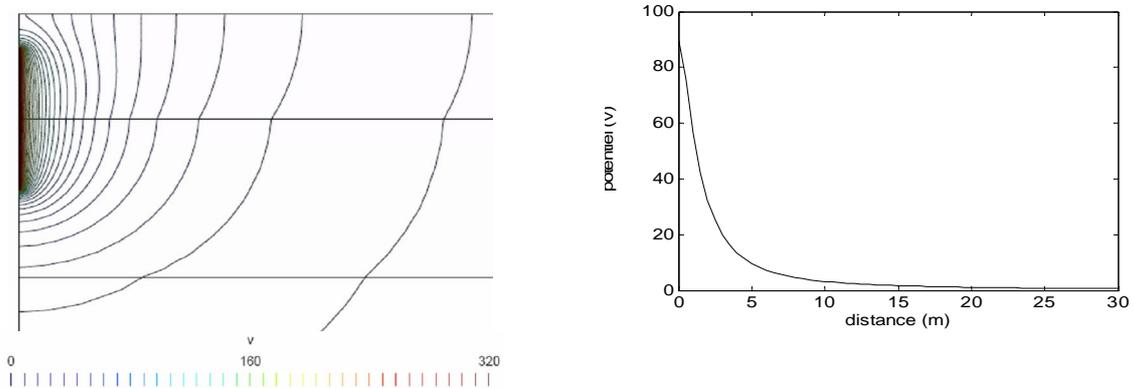


Figure 2.21 : Potentiel dans le sol (gauche) et sur la surface du sol (droite), sol stratifié, $I = 1$ A.

Le potentiel maximum (sur le bord supérieur de l'électrode) est de 320 V tandis qu'il n'est plus que de 89 V sur la surface du sol. Cette réduction est due à la grande résistivité de la couche superficielle de la terre (comme montré au chapitre 4).

2.5. La méthode de perturbation

2.5.1. Introduction

Comme nous l'avons souligné précédemment (points 2.3.2, 2.3.3 et 2.3.4), pour des configurations de plusieurs électrodes (il en est de même pour une électrode horizontale), les calculs EF qui doivent s'effectuer en 3D sont très onéreux en terme de temps et ressources par rapport aux calculs 2D axisymétriques (le tableau 2.2 est très illustratif pour une électrode hémisphérique). C'est pour cette raison que la méthode de perturbation devient avantageuse, en ce sens que le calcul 3D est substitué en plusieurs calculs 2D axisymétriques.

2.5.2. Principe de la méthode

Soit un problème de calcul de mise à la terre non axisymétrique. Le problème principal est subdivisé en P sous-problèmes d'indice p , $p = 1, \dots, P$.

La méthode de perturbation consiste donc à déterminer les solutions des P sous-problèmes successifs. La somme de tous ces sous-problèmes est la solution complète du problème, donnée par les relations suivantes.

$$V = \sum_{p=1}^P V_p \quad (2.12)$$

$$\mathbf{e} = \sum_{p=1}^P \mathbf{e}_p \quad (2.13)$$

$$\mathbf{j} = \sum_{p=1}^P \mathbf{j}_p \quad (2.14)$$

Soit le sous-problème initial $p = 1$. La modification de ce sous-problème due à un changement de conductivité et /ou un ajout de sources dans une quelconque sous-région entraîne la perturbation du champ électrique. Toutes les perturbations (larges ou petites)

peuvent être prises en compte (par exemple le changement de propriétés des matériaux, ajout de nouveaux matériaux,...) [Dular P., Sabariego R.V., 2007].

Dans le système de mise à la terre, les régions perturbées sont des électrodes additionnelles qui vont influencer la distribution initiale du champ électrique.

Comme chaque sous-problème est perturbé par tous les autres, chaque solution V_p doit être calculée comme une série de corrections

$$V_p = V_{p,1} + V_{p,2} + \dots \quad (2.15)$$

Le calcul des corrections $V_{p,i}$ dans un problème p,i est réalisé jusqu'à la convergence à la précision voulue. Chaque correction doit tenir compte de toutes les corrections antérieures $V_{q,j}$ des autres sous-problèmes, avec $q = 1, \dots, P-1, j = i$ et $q = p+1, \dots, P, j = i-1$.

En plus, les solutions initiales $V_{p,0}$ sont nulles.

Dans notre cas, la région ajoutée $\Omega_{c,p}$ est un conducteur parfait, ce qui permet de déterminer la source de chaque problème de perturbation p,i en considérant que le champ électrique total doit être nul dans $\Omega_{c,p}$,

$$\mathbf{e} /_{\Omega_{c,p}} = 0 \quad (2.16)$$

La source de chaque problème p,i dans $\Omega_{c,p}$, qui peut être écrite en fonction du potentiel électrique scalaire, est donnée par

$$\mathbf{e}_{p,i} = \sum_{\substack{p=1 \\ q \neq p}}^P \mathbf{e}_{q,j} \quad (2.17)$$

$$V_{p,i} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^P V_{q,j} \quad \text{dans } \Omega_{c,p}, \quad (2.18)$$

avec j l'indice de la dernière itération dont la solution correspondante est connue. Il est mentionné que la relation (2.18) peut être limitée à $\Gamma_{c,p}$ qui définit la condition aux limites de Dirichlet.

La méthode est aussi valable quand on a affaire à des inclusions de conducteurs avec une conduction finie. Un volume additionnel doit, de ce fait, être ajouté à la relation (2.3) [Dular P., Sabariego R.V., 2007].

Si nous ne considérons que des électrodes verticales, dans ce cas, chaque $j_{p,i}$ vérifie automatiquement la condition aux limites (2.5) qui tient aussi pour le courant total j (principe de superposition).

La méthode est aussi valide pour n'importe quelle orientation d'électrodes. Pour des électrodes non verticales, la condition aux limites (2.5) doit être corrigée (en appliquant la théorie des images).

La formulation (2.11) est valide pour chaque correction $v_{p,i}$ dans la relation (2.11) utilisée dans le processus itératif. La condition aux limites (2.14) sur $\Gamma_{c,p}$, doit être fortement définie dans $F_v(\Omega_p)$. Chaque solution $v_{p,i}$ implique la correction du courant, et donc celle de la résistance de $\Omega_{c,p}$.

2.5.3. Projection des sources

Chaque électrode est caractérisée par un maillage axisymétrique indépendant. Par conséquent, chaque potentiel électrique scalaire de la source dans la condition aux limites (2.18), initialement interpolé dans le maillage du problème q , doit être transféré à celui du problème p , par la méthode de projection [Boutaayamou M., Sabariego R.V., Dular P., 2008].

Soit $x_q(x_p)$ le potentiel scalaire électrique calculée en Ω_q et évaluée à une certaine position x_p dans Ω_p . Etant donné que la conductivité des régions perturbées est parfaite, la projection v_{proj} de v_q depuis son maillage original jusqu'à celui de $\Omega_{c,p}$ est restreinte à sa limite $\Gamma_{c,p}$.

$$\int_{\Gamma_{c,p}} (\mathbf{grad} v_{qproj} \cdot \mathbf{grad} v') d\Gamma_{c,p} = \int_{\Gamma_{c,p}} (\mathbf{grad} v_q(x_p) \cdot \mathbf{grad} v') d\Gamma_{c,p}, \forall v' \in F_v(\Gamma_{c,p}) \quad (2.19)$$

où la fonction espace $F_v(\Gamma_{c,p})$ contient v_q et ses fonctions basiques v' . Pour raison de simplicité, v_{qproj} sera renotée v_q . Au niveau de la discrétisation, v_q est discrétisée avec les éléments finis nodaux et est liée à la condition de jauge fixant une valeur nodale dans $\Gamma_{c,p}$. Comme chaque maillage est défini dans son propre système de coordonnées, une transformation géométrique est requise dans le processus de projection. Un point x_p dans Ω_p doit être transformé au point x_q dans Ω_q par la transformation Ψ_{pq} . Le potentiel électrique scalaire dans (2.19) est alors donné par

$$v_q(x_p) = v_q(\Psi_{pq}(x_p)) = v_q(x_q), \quad x_p \in \Omega_p, x_q \in \Omega_q. \quad (2.20)$$

Pour des problèmes avec les électrodes verticales, la transformation Ψ_{pq} est donnée par

$$\Psi_{pq}(x_p) = x_p + d_{pq}, \quad (2.21)$$

d_{pq} étant la distance entre les électrodes p et q . La nature axisymétrique de chaque sous-problème implique que $\Psi_{pq}(x_p) = d_{pq}$, pour les électrodes verticales.

Pour les électrodes horizontales, en plus de la translation, une rotation est introduite dans la relation (2.21).

Dans le cas où la région perturbée n'est pas un conducteur parfait, la projection doit être étendue à tout le domaine $\Omega_{c,p}$.

Si les électrodes sont identiques (mêmes dimensions), le maillage est le même pour chacune d'elles.

2.5.4. Résultats et validation de la méthode pour les électrodes verticales

2.5.4.1. Résistances

La figure suivante donne les résistances de deux et trois piquets verticaux en cuivre de 1.25 cm de rayon, en fonction de la longueur, pour une résistivité homogène du sol de 100 Ω .m, pour les maillages fin et grossier. Ces résultats sont comparés avec ceux calculés analytiquement utilisant la relation A1.8 (annexe A1) et les calculs 3D. Les erreurs sont données, en considérant que la méthode de perturbation est plus précise que le calcul 3D (car axisymétrique). La distance entre les deux piquets est dans tous les cas égale au double de la longueur de l'électrode. Les résistances trouvées par EF 3D sont proches des celles trouvées avec un maillage grossier par la méthode de perturbation.

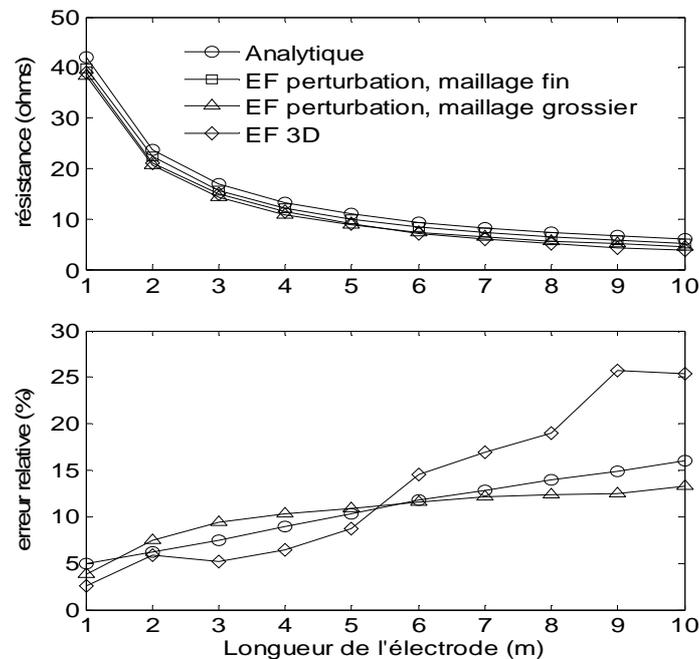


Figure 2.22 : Résistance de deux piquets verticaux en fonction de la longueur par formule analytique, calcul EF 3D, EF perturbation maillages fin et grossier (haut) et erreur relative (bas).

Pour d'autres configurations d'électrodes les figures suivantes donnent les résultats.

Avec les mêmes données que précédemment, les résistances de quatre piquets en ligne droite ou aux sommets d'un triangle ou d'un carré, calculées par la méthode de perturbation et par les formules analytiques (annexe A1) sont données sur les figures suivantes.

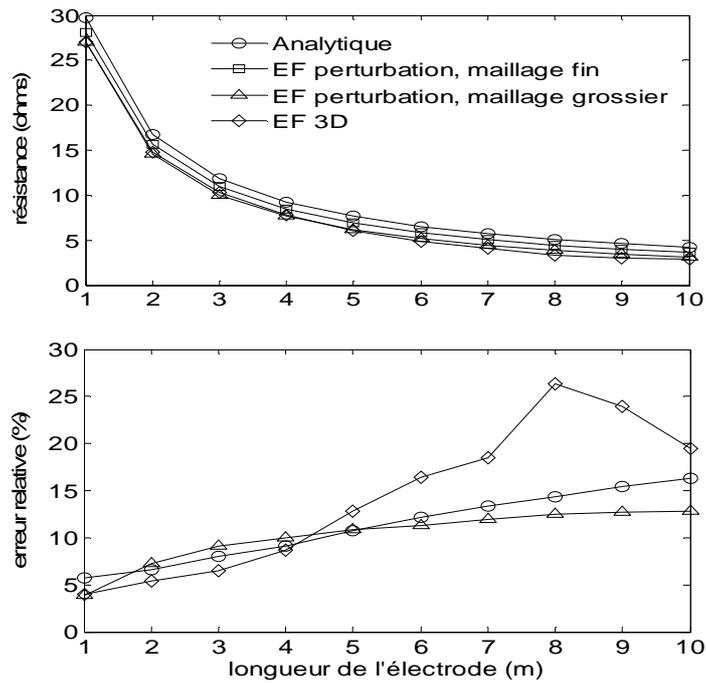


Figure 2.23 : Résistance de trois piquets verticaux alignés en fonction de la longueur par formule analytique, calcul EF 3D, EF perturbation maillages fin et grossier (haut) et erreur relative (bas).

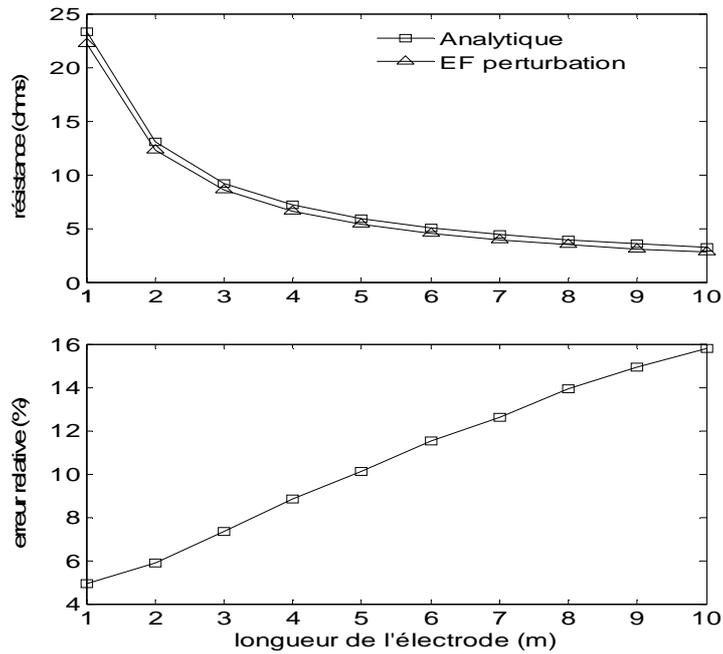


Figure 2.24 : Résistance de quatre piquets verticaux alignés en fonction de la longueur par formule analytique et calculs EF perturbation (haut) et erreur relative (bas).

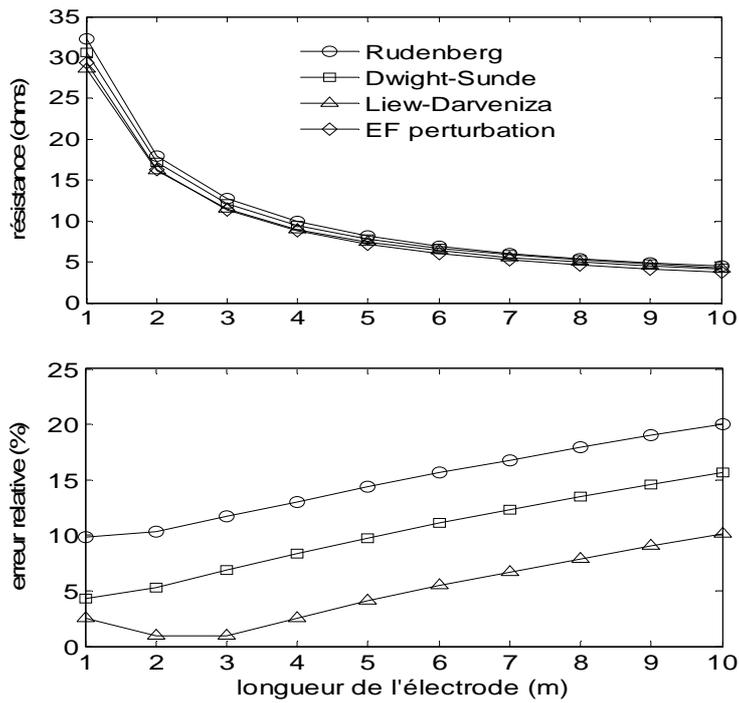


Figure 2.25 : Résistance de trois piquets verticaux aux sommets d'un triangle équilatéral en fonction de la longueur par formule analytique et calculs EF perturbation (haut) et erreur relative (bas).

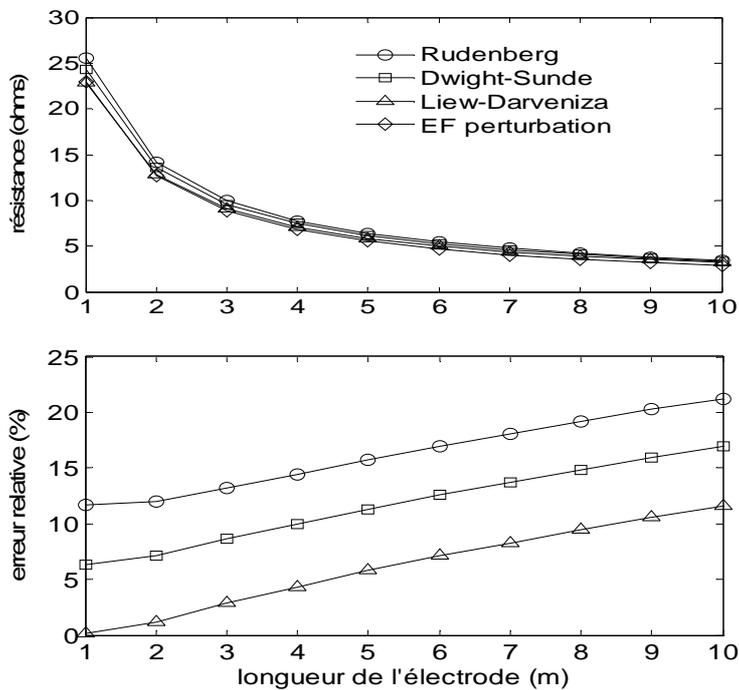


Figure 2.26 : Résistance de quatre piquets verticaux aux sommets d'un carré en fonction de la longueur par formule analytique et calculs EF perturbation (haut) et erreur relative (bas).

2.5.4.2. Réduction du temps des calculs

Le tableau ci-dessous présente le temps de calcul pour deux piquets distants de $2l$ m, pour les calculs EF3D, EF perturbation (maillages fin et grossier). Les calculs sont faits avec un processeur Intel Pentium M, 2.26 GHz. L'algorithme utilisé est le GMRES (General Minimum REsidual method).

Tableau 2.4 : Temps (t) et nombre d'inconnues (N) pour les calculs EF 3D et EF perturbations (maillages grossier et fin).

l (m)	EF 3D		EF perturbation (maillage grossier)		EF perturbation (maillage fin)	
	N	t (s)	N	t (s)	N	t (s)
1	52206	77.13	1385	0.62	3011	2.04
2	51565	91.08	1515	0.70	3471	2.46
3	54005	100.81	1624	0.76	3941	3.13
4	53932	99.21	1718	0.83	4030	3.32
5	52229	103.72	1750	0.84	4167	3.44
6	55312	122.03	1815	0.89	4364	3.70
7	55586	113.68	1824	0.89	4512	3.75
8	55788	123.15	1876	0.94	4457	3.82
9	56280	131.56	1859	0.92	4586	3.89
10	53984	138.98	1965	1.00	4693	4.21

En comparant les calculs EF 3D et EF perturbation maillage grossier pour toutes les longueurs des piquets, le nombre d'inconnues et le temps de calcul sont dans les rapports 38 et 143 respectivement. Pour le maillage fin, ces rapports deviennent 17 et 38. Ces résultats montrent bien l'avantage de la méthode de perturbation en terme de temps, ressources et précision.

2.5.5. Résultats et validation de la méthode pour les électrodes horizontales

Nous venons de souligner que la méthode de perturbation peut être employée pour une électrode horizontale, les calculs EF classiques devant être effectués en 3D, la méthode de perturbation nous permet d'affiner le maillage car celui-ci est fait en 2D. Il est à noter que pour les électrodes horizontales, une rotation est importante dans la projection des sources, tandis qu'une simple translation était nécessaire pour les électrodes verticales.

Soit un câble horizontal en cuivre de section 50 mm^2 , enterré à une profondeur de 1 m, dans un sol de résistivité $100 \Omega \cdot \text{m}$. La figure 2.27 donne les résistances de cette électrode

évaluées par la méthode EF perturbation, EF 3D ainsi que par la formule analytique A1.14 (annexe A1) en fonction de sa longueur. Les erreurs relatives sont aussi données, les résultats par EF perturbation étant considérés comme exacts.

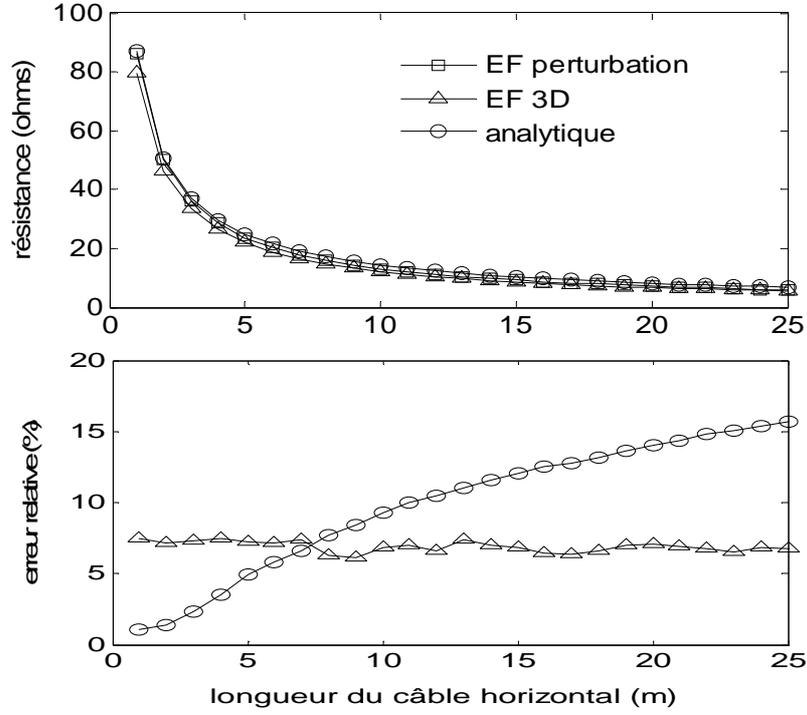


Figure 2.27 : Résistance de l'électrode horizontale de 50 mm² en fonction de la longueur par formule analytique, calculs EF perturbation, calculs EF 3D (haut) et erreur relative (bas).

2.5.6. Conclusions

Les calculs EF par la méthode de perturbation permettent d'évaluer convenablement les résistances des mises à la terre de forme quelconque rencontrées souvent en pratique. Les figures ci-dessus montrent bien que les erreurs dans les résultats entre les modélisations 3D et avec la méthode de perturbation sont souvent supérieures à 10 % si la longueur des électrodes augmente. Ceci prouve que les calculs 3D ne sont pas très précis à cause de l'explosion du nombre d'inconnues et de temps de calcul. La méthode de perturbation permet d'affiner le maillage, et donc d'augmenter la précision dans les calculs, ce qui reste impossible en 3D, étant donné que la précision dépend étroitement de l'affinement du maillage pour les calculs EF. Pour les configurations de trois et quatre électrodes verticales, la formule analytique de Liew-Darveniza donne des résultats proches de ceux calculés par éléments finis avec la méthode de perturbation. Pour les électrodes horizontales, des

erreurs sont plus importantes pour la formule analytique, mais sont inférieures à 10 % pour les calculs EF 3D. Nous signalons ici que la formule analytique n'est pas très précise, comme nous l'avons souligné précédemment. L'erreur augmente dans ce cas avec la longueur de l'électrode tandis qu'elle reste quasi constante pour le cas EF 3D.

Le temps (et donc les ressources) pour les calculs EF est réduit jusqu'à un facteur 143 et 38 pour les cas d'électrodes verticales que nous avons considérés (maillages grossier et fin respectivement), comme illustré dans le tableau 2.4. Nous signalons en plus que le temps de maillage n'est pas pris en compte dans ce temps de calculs.

2.6. Caractéristiques impulsionnelles des mises à la terre

2.6.1. Introduction

Les relations développées jusqu'ici sont valables pour les basses fréquences comme celles du réseau électrique industriel (50 Hz et 60 Hz) où les inductance et capacité des mises à la terre sont négligées vis-à-vis de leur résistance.

A des fréquences élevées (telles que les fréquences de l'onde d'un courant de foudre), il faut tenir compte de tous ces éléments (résistance, inductance et capacité).

Plusieurs modèles simples d'une électrode verticale ou horizontale ont été développés pour évaluer les caractéristiques impulsionnelles des mises à la terre [Gonos I.F., Topalis F.V., Stathopoulos I.A., 1999]. Ces modèles sont présentés au point 2.6.2 ci-dessous. Le modèle le plus utilisé est celui de ligne de transmission faisant appel aux équations des télégraphistes. Ce modèle devient plus onéreux en terme de calcul si la configuration de l'électrode devient complexe (grille, plusieurs électrodes en parallèle,...). Ce modèle a beaucoup évolué au cours du temps. Citons en titre d'exemple le modèle proposé par Liu et Thottappillil R. [Liu Y., Zitnik M., Thottappillil R., 2001].

Avec des courants impulsionnels, le champ électrique peut devenir intense et le phénomène d'ionisation peut apparaître dans le sol. Ce phénomène a pour conséquence de réduire, de manière réversible, l'impédance apparente de la prise de terre, surtout pour les

sols de grande résistivité [Schmitt A., Deflandre T., 1997]. Plusieurs études ont été faites sur ce phénomène qui n'est pas encore bien compris par les scientifiques. Parmi ces études, nous pourrions citer quelques unes.

Liew, B.E et Darveniza [Liew A.C., B.E., Darveniza M., 1974] ont modélisé ce phénomène, mais pour des résistivités de la terre variant entre 50 $\Omega.m$ et 310 $\Omega.m$. William A. Chisholm et Wasyl Janischewskyj ont proposé une modélisation de réduction de la résistance d'une électrode en tenant compte de l'ionisation du sol. [William A. Chisholm, Wasyl Janischewskyj, 1989].

Pour des valeurs élevées de résistivités des sols, le phénomène d'ionisation a lieu après plusieurs microsecondes tandis que le temps de montée de la tension transitoire, pour des coups de foudre rapides est inférieur à une microseconde, il y a lieu de ne pas tenir compte de ce phénomène comme le propose Grcev [Grcev L., 2004].

Dans ce travail, nous allons proposer un modèle simple de calcul par EF pour évaluer les caractéristiques impulsionnelles des mises à la terre, en se rapprochant autant que possible des réalités physiques. Ce modèle nous permettra d'étudier l'effet de certains paramètres (résistivité du sol, caractéristiques géométriques des électrodes) sur les performances transitoires des mises à la terre.

2.6.2. Modèles des électrodes de mise à la terre

Plusieurs modèles se sont développés au cours des années pour la représentation des électrodes de mise à la terre. Les plus importants sont :

- le modèle du circuit RLC,
- le modèle de ligne de transmission (TL),
- le modèle électromagnétique (EMF).

2.6.2.1. Le modèle du circuit RLC

Dans ce modèle, en négligeant sa résistance propre, l'électrode est représentée comme un circuit RLC, comme indiqué à la figure suivante.

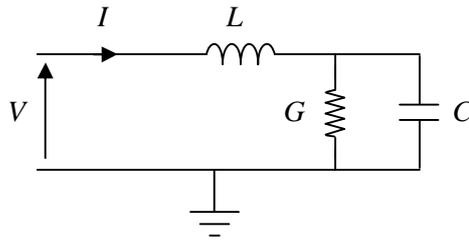


Figure 2.28 : Modèle du circuit RLC.

Ce modèle est utilisé avec l'hypothèse d'approximation quasi-statique, ce qui signifie que l'effet du retard dans la propagation des ondes est négligé. Comme le montre Olsen [Olsen R., Willis M. C., 1996], cette hypothèse n'est valable que pour des longueurs de l'électrode de l'ordre de

$$l = \frac{\lambda}{10}. \quad (2.22)$$

λ est la longueur d'onde dans le sol. Elle dépend des paramètres électriques du sol et est donnée par la relation suivante [Balanis C. A., 1989] :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \right)^2} + 1 \right] \right\}^{-1/2}. \quad (2.23)$$

ω est la pulsation de l'onde (liée à la fréquence par la relation $\omega = 2\pi f$), ε , μ_0 et σ sont respectivement la permittivité diélectrique, la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du sol.

Validité de l'hypothèse quasi-statique en région tropicale

Les longueurs d'onde dans le sol pour les fréquences de 50 Hz, 100 kHz et 1 MHz sont présentées dans le tableau 2.5 ci-dessous.

Tableau 2.5 : Longueurs d'onde dans le sol.

Fréquence	Résistivité du sol (Ω.m)	Longueur d'onde (m)	
		$\epsilon_r = 10$	$\epsilon_r = 30$
50 Hz	100	4472	4 472
	1 000	14 142	14 142
	5 000	31 621	31 616
100 kHz	100	100	99
	1 000	308	291
	5 000	616	484
1 MHz	100	31	29
	1 000	77	53
	5 000	93	55

En région tropicale, comme nous le montrons dans le chapitre 4, les résistivités des sols sont importantes et dépassent souvent les 1 kΩ.m. Avec des valeurs de la fréquence de l'onde de foudre ne dépassant pas 1 MHz, l'hypothèse quasi-statique reste encore valable dans la plupart de cas, pour autant que les longueurs des électrodes restent modérées.

Prise en compte de l'effet de peau

La résistance interne en courant continu et en basses fréquences d'une électrode cylindrique de rayon r , de longueur l , constituée d'un matériau de conductivité σ est donnée par la relation simple

$$R_{DC} = \frac{l}{\sigma \pi r^2} . \quad (2.24)$$

En hautes fréquences, elle est proportionnelle à la racine carrée de la fréquence et vaut, pour les fréquences relativement hautes [Kenneth L. Kaiser, 2005],

$$R_{HF} = R_{DC} \frac{r}{2\delta} . \quad (2.25)$$

δ est la profondeur de pénétration. Elle vaut

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} . \quad (2.26)$$

Le tableau 2.6 ci-dessous donne les valeurs de résistance à 50 Hz, 100 kHz et 1 MHz d'un piquet cylindrique en cuivre, long de 2 m et de rayon 1.25 cm.

Tableau 2.6 : Résistance 50 Hz, 100 kHz et 1 MHz d'un piquet cylindrique en cuivre

Fréquence	Profondeur de pénétration (mm)	Résistance (Ω)
50 Hz	9.27	6.91×10^{-5}
100 kHz	0.21	2.08×10^{-3}
1 MHz	0.066	6.59×10^{-3}

Ces valeurs sont très faibles devant la résistance de mise à la terre de cette électrode (pour les valeurs courantes de résistivité du sol) et peut donc être négligée.

La profondeur de pénétration dans le sol en fonction de la fréquence et de la résistivité du sol est donnée par le tableau 2.7 ci-dessous.

Tableau 2.7 : Profondeur de pénétration dans sol à 50 Hz, 100 kHz et 1 MHz en fonction de la résistivité.

Fréquence	Profondeur de pénétration (m)		
	100 $\Omega.m$	1 000 $\Omega.m$	5 000 $\Omega.m$
50 Hz	711.76	2250.79	5 032 921.21
100 kHz	15.92	50.33	112 539.54
1 MHz	5.03	15.91	35 588.13

En plus, dans le sol les profondeurs de pénétration du courant sont assez importantes, même en hautes fréquences, ce qui nous amène à négliger l'effet de peau aussi bien dans le cuivre que dans le sol. Néanmoins, le code de calcul Getdp prend bien en compte l'effet de peau, pour autant que le maillage soit fin dans les régions où cet effet est prépondérant. Ceci cadre bien avec nos maillages qui sont fins dans les régions des électrodes.

Dans ce cas, l'impédance de mise à la terre est donnée par la relation suivante, en négligeant la résistance interne de l'électrode.

$$Z = j\omega L + \frac{1}{G + j\omega C} \quad (2.27)$$

Pour une électrode cylindrique et verticale, les relations suivantes définissent les paramètres RLC du circuit de la figure 2.28.

$$R = \frac{1}{G} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{2l}{r}, \quad (2.28)$$

$$C = 2\pi\epsilon l \left(\ln \frac{2l}{r} \right)^{-1}, \quad (2.29)$$

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{2l}{r}. \quad (2.30)$$

l est la longueur de l'électrode, r son rayon.

Pour une électrode horizontale enterrée à une profondeur h ($l \gg r$ et $l \gg h$),

$$R = \frac{1}{G} = \frac{\rho}{\pi l} \left(\ln \frac{2l}{\sqrt{2rh}} - 1 \right), \quad (2.31)$$

$$C = 2\pi\epsilon l \left(\ln \frac{2l}{\sqrt{2rh}} - 1 \right)^{-1}, \quad (2.32)$$

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{\sqrt{2rh}} - 1 \right). \quad (2.33)$$

Constante de temps capacitive

D'une manière générale, pour un sol homogène, la capacité et la résistance d'un piquet de terre sont liées par la constante de temps capacitive, donnée par la relation [Kenneth L. Kaiser, 2005]

$$\tau_c = RC = \rho \epsilon. \quad (2.34)$$

La constante de temps capacitive ne dépend que des propriétés du sol (sa résistivité et sa permittivité). Pour un sol de permittivité relative égale à 10, elle vaut respectivement 8.85 ns, 88.5 ns et 443 ns pour les résistivités de 100, 1000 et 5000 $\Omega.m$. Ces valeurs faibles de la constante de temps capacitive implique que le comportement capacitif d'un piquet de terre intervient seulement aux hautes fréquences, dépendant essentiellement des résistivité et permittivité du sol.

Les résistivités en régions tropicales sont élevées, ce qui augmente aussi la constante de temps capacitive. Le courant de déplacement devient alors important et la capacité influence le piquet de terre.

Calcul de la capacité d'une mise à la terre (formulation électrostatique)

Pour évaluer la capacité d'une mise à la terre, nous appliquons le même modèle que dans le cas électrocinétique. En plus des relations (2.1) et (2.4), les relations suivantes définissent le modèle électrostatique d'une mise à la terre dans le domaine Ω .

$$\mathbf{div} \mathbf{d} = \rho_V, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{d} = \varepsilon \mathbf{e}, \quad (2.36)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{d} /_{\Gamma_d} = 0, \quad (2.37)$$

avec \mathbf{e} le champ électrique, \mathbf{d} la densité du flux électrique, ε la permittivité électrique, ρ_V est la densité de charge électrique dans Ω et \mathbf{n} la normale unitaire extérieure à Ω .

Formulation faible pour le modèle électrostatique

La formulation faible pour le calcul électrostatique est trouvée de la même manière que dans le cas électrocinétique, en considérant que la densité de charge est nulle dans le domaine. Ainsi, on a [Boutaayamou M., Sabariego R.V., Dular P., 2008]

$$\int_{\Omega} (\varepsilon \mathbf{grad} v \cdot \mathbf{grad} v') d\Omega + \int_{\Gamma} ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{d}) \cdot v') d\Gamma = 0 \quad \forall v' \in F(\Omega). \quad (2.38)$$

Résultats

Les valeurs des capacités calculées par EF pour un, deux et trois piquets cylindriques verticaux en cuivre, de 12.5 mm de rayon, dans un sol dont la résistivité est supposée homogène et valant 100 $\Omega.m$, la permittivité relative étant égale à 10, sont données dans la figure 2.29 suivante. Cette figure donne aussi les valeurs de ces capacités calculées à partir des valeurs des résistances de ces piquets en appliquant la formule (2.34).

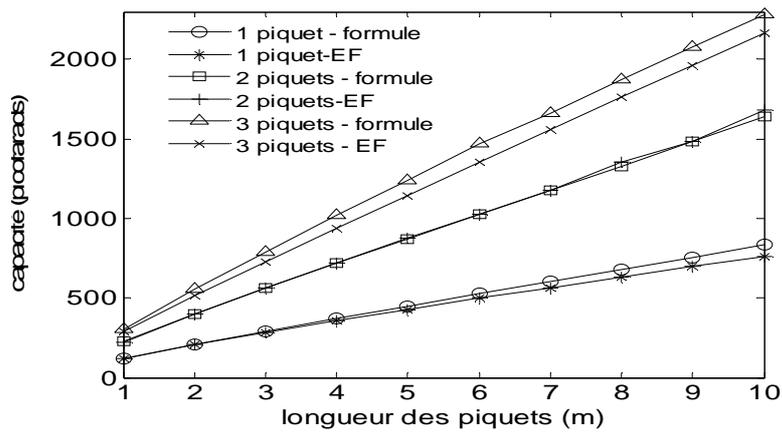


Figure 2.29 : Capacités d'un, deux et trois piquets verticaux cylindriques en cuivre, $r = 12.5$ mm.

Les mêmes calculs sont effectués pour un câble horizontal en cuivre de 50 mm^2 de section, enterré à 1 m de profondeur. La figure 2.30 donne les résultats.

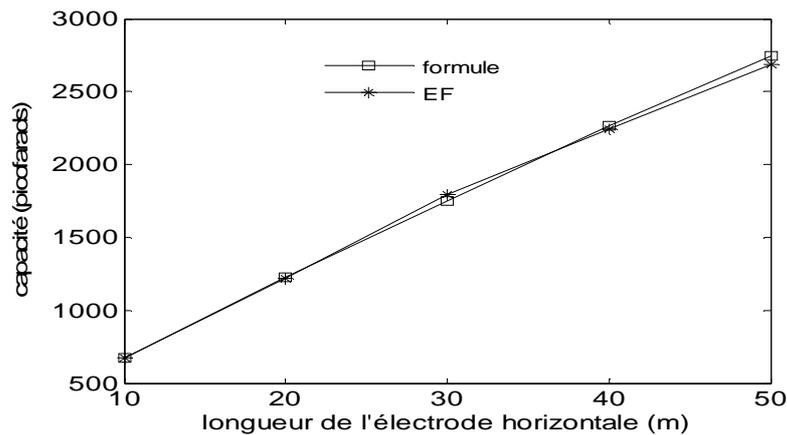


Figure 2.30 : Capacités d'une électrode horizontale cylindrique en cuivre de 50 mm^2 .

Les résultats présentés dans les figures 2.29 et 2.30 confirment la relation liant R et C . Ce qui revient, pour des sols homogènes, à trouver la capacité de la mise à la terre directement à partir de la valeur de la résistance.

La constante de temps inductive

La constante de temps inductive est donnée par la relation

$$\tau_L = \frac{L}{R} = \mu_0 \frac{l^2}{\rho} . \quad (2.39)$$

La constante de temps inductive est proportionnelle au carré de la longueur du piquet et inversement proportionnelle à la résistivité du sol.

La figure suivante donne, pour un piquet de terre vertical et cylindrique de rayon $r = 0.0125$ m, enterré dans un sol homogène de résistivité $\rho = 100 \Omega.m$, les différentes valeurs de la résistance R , et de la réactance inductive Z_L en fonction de la longueur de l'électrode pour différentes fréquences (50 Hz, 100 kHz et 1 MHz) en fonction de la longueur du piquet.

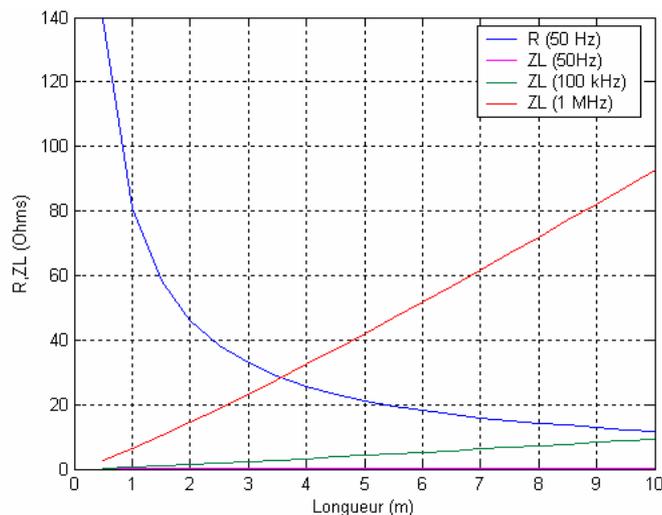


Figure 2.31 : Résistance et réactance inductive d'un piquet.

Nous remarquons bien que pour un piquet de terre, dès que la fréquence dépasse une certaine valeur, il n'est plus possible de négliger l'inductance face à la résistance, pour une longueur donnée du piquet.

Discussion sur les constantes de temps en régions tropicales

Les résistivités en régions tropicales sont élevées, ce qui augmente aussi la constante de temps capacitive. Le courant de déplacement devient alors important et la capacité influence le piquet de terre. De l'autre côté, à 50 Hz, la résistance du piquet doit être faible, ce qui implique des longueurs assez conséquentes des piquets, ceci a pour inconvénient d'augmenter l'inductance et donc la surtension due à celle-ci. Un compromis doit alors être trouvé par rapport aux caractéristiques du sol et du piquet.

La notion de la constante de temps capacitive, qui dépend seulement des caractéristiques du sol amène à la condition d'une bonne « terre de référence », pour laquelle le courant de déplacement doit être beaucoup plus faible que le courant de conduction. Ce qui revient à la condition suivante pour la fréquence la plus élevée possible [Kenneth L. Kaiser, 2005]

$$\frac{1}{2\pi f \rho \varepsilon} \gg 1. \quad (2.40)$$

Pour une fréquence f donnée, la résistivité et la permittivité du sol jouent un rôle essentiel. Nous donnons sur le tableau ci-dessous, pour un sol de permittivité relative égale à 10 en moyenne, les valeurs du membre de gauche de l'inéquation (2.40).

Tableau 2.7 : Valeurs à 50 Hz, 100 kHz et 1 MHz d'un sol normal ($\varepsilon_r = 10$).

Fréquence	Résistivité ($\Omega \cdot m$)	$\frac{1}{2\pi f \rho \varepsilon}$
50 Hz	100	359 502.07
	1000	35 950.21
	5000	7 190.04
100 kHz	100	179.75
	1000	17.98
	5000	3.60
1 MHz	100	17.98
	1000	1.80
	5000	0.36

Nous remarquons bien que pour les valeurs de l'onde de foudre dont la fréquence la plus élevée dépasse 1 MHz, le sol en régions tropicales ne peut plus être considérée comme une bonne référence.

Fréquence de résonance d'un piquet

En rapport avec le schéma de la figure 2.28, la fréquence de résonance est donnée par

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2.41)$$

En utilisant les relations 2.28 et 2.29, on obtient

$$f_0 = \frac{1}{2\pi l\sqrt{\epsilon\mu}} . \quad (2.42)$$

Pour un piquet de terre de 2 m de longueur, enterré dans un sol de permittivité relative égale à 10, la fréquence de résonance est de 23.9 MHz. Cette fréquence est rarement atteinte par les ondes de foudre. On peut donc supposer que pour des piquets de longueur modeste, la résonance due à un coup de foudre n'apparaîtra pas.

2.6.2.2. Le modèle de ligne de transmission (TL)

Dans ce modèle, l'électrode est considérée comme une ligne électrique ouverte à l'une des extrémités, à paramètres répartis. La figure ci-dessous illustre ce modèle.

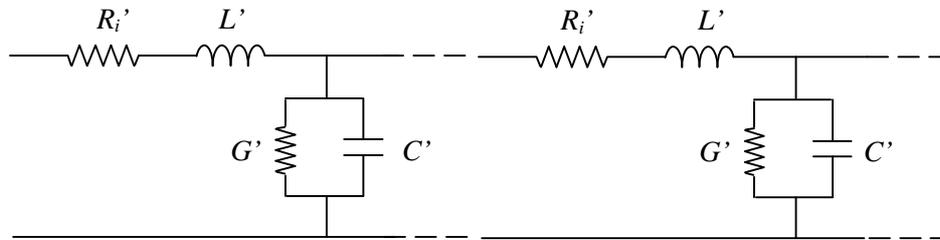


Figure 2.32 : Modèle de la ligne de transmission.

R_i' est la résistance interne linéique de l'électrode, elle vaut

$$R_i' = \frac{\rho}{S} , \quad (2.43)$$

S étant sa section.

Les relations permettant de trouver les autres caractéristiques réparties (inductance, conductance et capacité linéiques) dérivent de celles données pour le modèle du circuit RLC. Ainsi, nous aurons

$$L' = \frac{L}{l} , \quad (2.44)$$

$$G' = \frac{G}{l} , \quad (2.45)$$

$$C' = \frac{C}{l} . \quad (2.46)$$

Le comportement de l'électrode est alors étudiée en appliquant la théorie de propagation, donc en résolvant les équations des télégraphistes, pour une ligne avec pertes.

$$\frac{\partial}{\partial x} V(x,t) + L' \frac{\partial}{\partial x} I(x,t) + R_i' I(x,t) = 0, \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} I(x,t) + C' \frac{\partial}{\partial t} V(x,t) + G' V(x,t) = 0. \quad (2.48)$$

La constante de propagation est donnée par la relation

$$\gamma = \sqrt{Z'Y'} = \sqrt{(R_i' + j\omega L')(G' + jC'\omega)}. \quad (2.49)$$

L'impédance de propagation est donnée par la relation

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{(R_i' + j\omega L')}{(G' + jC'\omega)}}. \quad (2.50)$$

L'impédance de l'électrode à la terre est dans ce cas égale à l'impédance d'entrée, donnée par la relation

$$Z_{in} = Z_0 \frac{(Z_R + Z_0 \tanh(\gamma l))}{Z_R \tanh(\gamma l) + Z_0}. \quad (2.51)$$

L'électrode est alors modélisée comme une ligne de transmission ouverte à l'extrémité [Grcev L., van Deursen A.P.J. and van Waes J. B. M., 2005]. L'impédance de charge tend alors vers l'infini ($Z_R \rightarrow \infty$). Dans ce cas, la relation (2.51) devient

$$Z_{in} = Z_0 \coth(\gamma l). \quad (2.52)$$

Comme on peut le constater à partir des modèles décrits ci-dessus, les paramètres caractéristiques de l'électrode de terre sont fonction de la fréquence de l'onde incidente (dans ce cas, il s'agit soit de l'onde de surtension de manœuvre soit celle de la foudre).

Une analyse fréquentielle de l'impédance de terre est importante pour évaluer l'effet de l'augmentation de la fréquence. C'est l'impédance harmonique.

2.6.2.3. Modèle électromagnétique

Cette modélisation est la plus rigoureuse, basée sur la résolution des équations complètes de Maxwell. Plusieurs références donnent des détails sur cette modélisation qui fait usage des calculs compliqués et requiert un traitement numérique dans la plupart de cas [Pedro llovera, Juan Antonio LLiso, Vicente Fuster, Alfredo Quijano, 2008].

Premièrement développée pour analyser les pertes dans le sol en provenance des antennes, pertes dues à la faible conductivité des sols, cette méthode est basée sur la méthode des moments. Cette méthode, qui exige le modèle homogène des sols, a été plus tard utilisée pour analyser les mises à la terre [Grcev L., Dawalibi F., 1990 ; Grcev L., 1996]. Des programmes de calcul électromagnétique ont été développés à cet effet [Grcev L., Grcevski N., 1998 ; Andolfato R., Bernardi L., Fellin, L., 2000]. Heimbach et Grcev [Heimbach M., Grcev L. D., 1997] ont proposé une méthode de calcul combinant les caractéristiques fréquentielles d'une mise à la terre et le programme EMTP dans le but d'évaluer les surtensions dans un réseau électrique.

2.6.2.4. Analyse fréquentielle : impédance harmonique

Comme on vient de le dire plus haut, l'impédance harmonique de mise à la terre est une grandeur complexe et varie par rapport à la fréquence. Elle dépend uniquement des caractéristiques géométriques et électromagnétiques de la mise à la terre. Elle ne dépend donc pas de l'excitation. L'impédance harmonique peut être trouvée de deux manières, selon que l'on modélise la mise à la terre comme un circuit électrique ou comme une ligne de transmission (à partir des formules 2.27 et 2.52).

Le comportement de la mise à la terre en hautes fréquences peut être soit résistive, soit inductive ou encore capacitive, comme présenté sur les figures ci-dessous. Ceci dépend des caractéristiques géométriques des électrodes et des propriétés électriques du sol. Les figures suivantes illustrent ces différents cas.

Pour une électrode verticale et cylindrique de rayon égale à 1.25 cm, enterré dans un sol de résistivité homogène et de permittivité relative $\epsilon_r = 10$, les figures suivantes donnent l'impédance de terre en fonction de la fréquence.

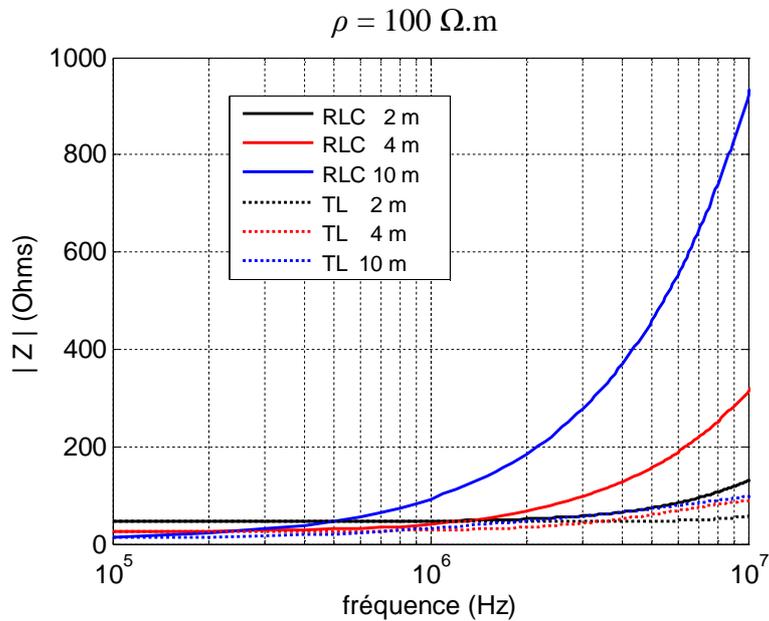


Figure 2.33 : Impédance de terre en fonction de la fréquence, électrode verticale.

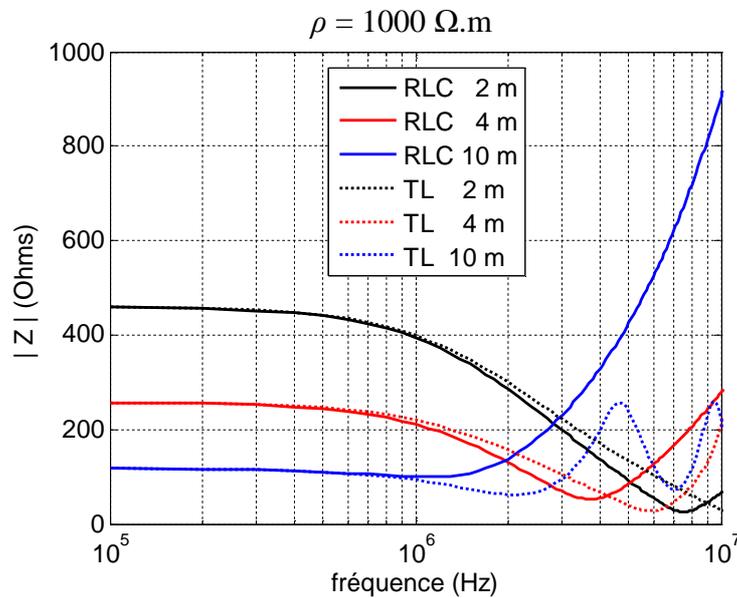


Figure 2.34 : Impédance de terre en fonction de la fréquence, électrode verticale.

Pour une électrode horizontale constituée d'un câble en cuivre de 50 mm^2 de section, nous obtenons les courbes des figures suivantes.

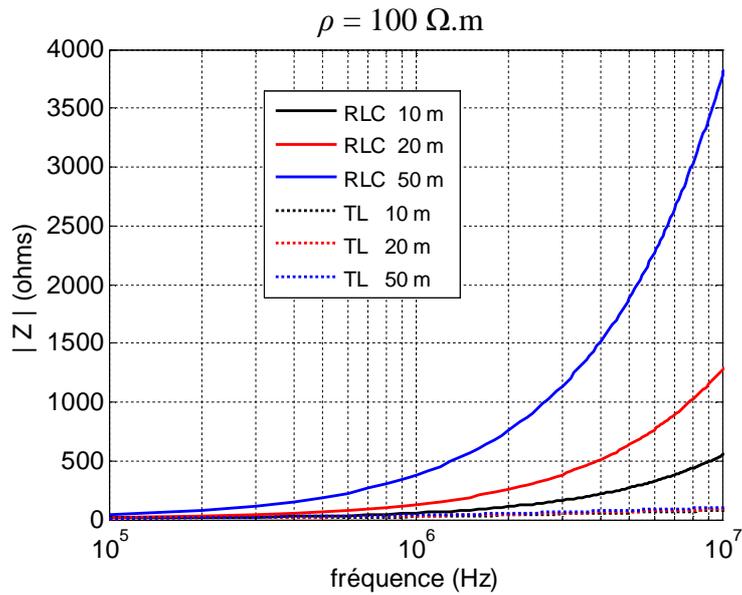


Figure 2.35 : Impédance de terre en fonction de la fréquence, électrode horizontale.

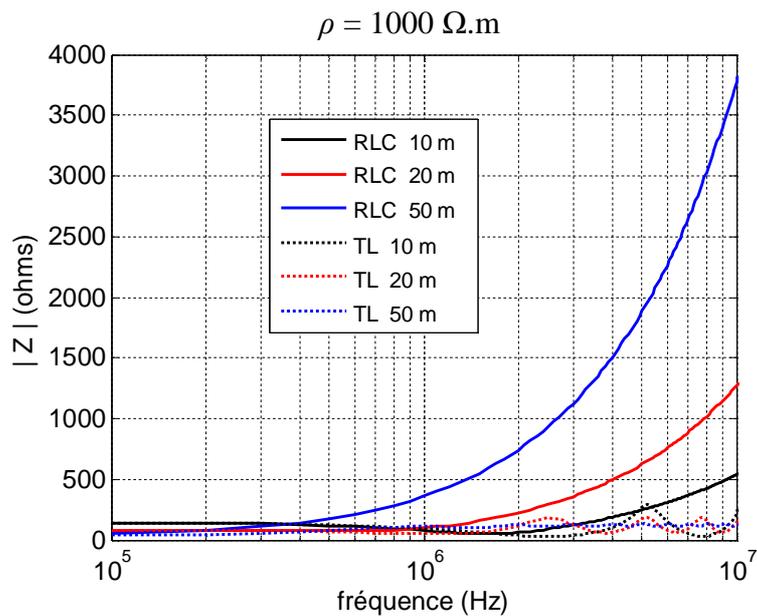


Figure 2.36 : Impédance de terre en fonction de la fréquence, électrode horizontale.

Ces figures montrent que pour des résistivités élevées et des longueurs de piquet vertical faibles, le comportement est plutôt capacitif en très hautes fréquences ($\rho = 1000 \Omega.m$, $l = 2$ m). Pour certains cas, aux hautes fréquences, le comportement de la mise à la terre est résonant, surtout quand la résistivité du sol est élevée ($\rho = 1000 \Omega.m$, $l = 10$ m). Pour des

faibles résistivités et pour des longueurs modérées de l'électrode verticale, le comportement de la mise à la terre aux très hautes fréquences est plutôt inductif.

2.6.2.5. Analyse temporelle : impédance transitoire

L'impédance transitoire est le rapport entre le potentiel au point d'injection du courant et l'onde de courant injectée, comme représenté à la figure 2.37 ci-dessous. C'est au point d'injection que le potentiel est le plus élevé. Cette impédance varie avec le temps. Elle est donnée par la relation

$$z(t) = \frac{V(t)}{i(t)}. \quad (2.44)$$

Si $i(t)$ est constant, l'impédance transitoire se réduira à la résistance de la mise à la terre à basse fréquence, donnée par la relation

$$R = \frac{V}{I}. \quad (2.45)$$

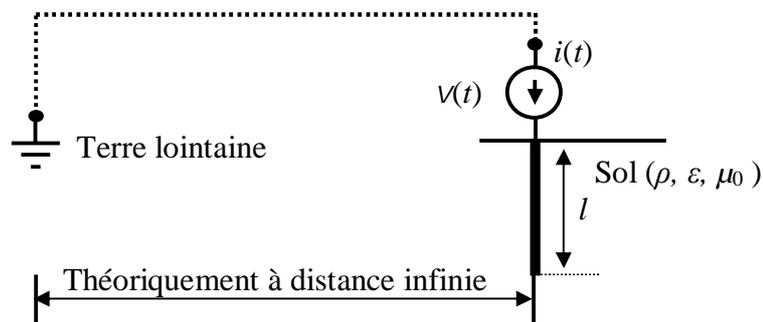


Figure 2.37 : Modélisation d'un piquet de terre écouant un courant transitoire.

2.6.2.6. Impédance impulsionnelle

Soit une électrode verticale soumise à une onde de foudre donnée. La modélisation de l'onde de foudre est donnée au troisième chapitre. Les courbes qui donnent la tension et l'impédance transitoires sont données à la figure suivante.

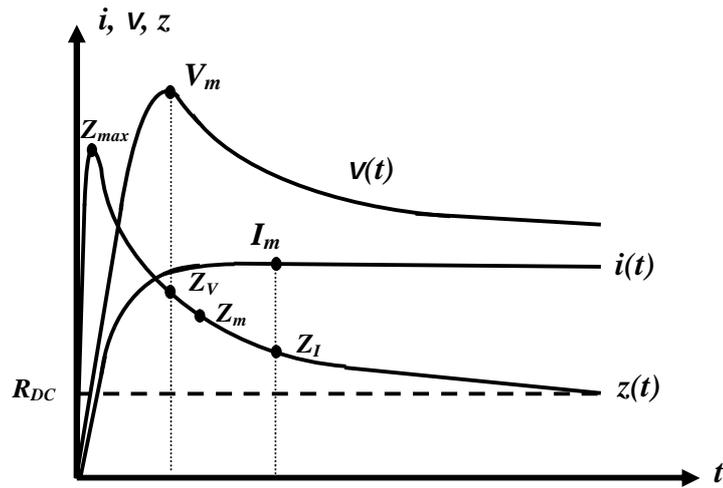


Figure 2.38 : Courant, tension et impédance transitoires d'une électrode.

Pour caractériser le comportement transitoire de l'électrode, plusieurs paramètres sont définis [Gonos I.F., Topalis F.V. and Stathopoulos I.A., 1999]. Ce sont :

I_m : le courant maximum ;

V_I : la valeur de la tension au moment où le courant est maximum ;

V_m : la tension maximum et

I_V : la valeur du courant au moment où la tension est maximum.

L'impédance impulsionnelle est alors définie conventionnellement de quatre manières à l'aide de ces paramètres.

$$Z = \max(z(t)) , \quad (2.46)$$

que l'on notera Z_{max} .

$$Z = \frac{V_m}{I_m} , \quad (2.47)$$

qui est le rapport entre la tension et le courant maximum, qui ont lieu à des moments différents que l'on notera Z_m , ou

$$Z = \frac{V_I}{I_m} , \quad (2.48)$$

qui est la valeur de l'impédance transitoire $z(t)$ au maximum du courant (Z_I)

$$Z = \frac{V_m}{I_V} , \quad (2.49)$$

qui est la valeur de l'impédance transitoire $z(t)$ au maximum de la tension (Z_V).

Ces paramètres sont représentés sur la figure 2.38 ci-dessus.

2.6.2.7. Coefficient impulsionnel

Le coefficient impulsionnel est le rapport entre l'impédance impulsionnelle et la résistance en basse fréquence. Elle est donnée par la relation

$$IE = \frac{Z}{R}. \quad (2.50)$$

La mise à la terre de faible coefficient impulsionnel (proche de l'unité) présente des bonnes performances transitoires. Mais il est toujours important, du fait de la valeur relative du coefficient impulsionnel, de tenir compte de la résistance basse fréquence de la mise à la terre.

On remarque bien que l'impédance transitoire (aussi bien l'impédance impulsionnelle) dépendra non seulement des caractéristiques géométriques de la mise à la terre et du milieu, mais aussi de la forme de l'onde du courant.

2.6.2.8. Longueur effective

La longueur effective d'une électrode de terre est sa longueur maximale pour laquelle le coefficient impulsionnel est égal à 1. Gupta et Thapar ont donné les relations analytiques suivantes pour calculer le coefficient impulsionnel et la longueur effective [Gupta B.R, Thapar B., 1978]. La longueur effective est

$$l_{eff} = 1.4\sqrt{\rho T}, \quad (2.51)$$

où ρ est la résistivité du sol et T le temps de montée de l'onde du courant de foudre en microsecondes.

Le coefficient impulsionnel est donné par la relation

$$EI = \exp\left(0.333\left(\frac{l}{l_{eff}}\right)^{2.3}\right), \quad (2.52)$$

où l est la longueur réelle de l'électrode.

2.6.3. Evaluation des caractéristiques impulsionnelles des mises à la terre par éléments finis (modèle magnétodynamique)

La magnétodynamique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques et électriques en régime dynamique. Dans cette étude, nous négligeons le courant de déplacement, c'est-à-dire sous l'hypothèse quasi-statique décrite au point 2.6.2.1. Ceci revient à négliger l'effet de la capacité de la mise à la terre. Cette hypothèse se justifie d'ailleurs en pratique. Liu a indiqué que la capacité d'une électrode ne modifiait que très peu la tension due à un courant transitoire [Liu Y., Zitnik M., Thottappillil R., 2001]. En plus, la permittivité relative des sols secs est faible (inférieure à 10) et la variation de celle-ci est restreinte dans une plage très réduite (jusqu'à environ 30 pour les sols de faible résistivité).

2.6.3.1. Formulation du problème

En plus de la loi de comportement (2.3), les équations caractérisant le problème magnétodynamique dans un domaine Ω , délimité par la frontière $\Gamma = \Gamma_h + \Gamma_b + \Gamma_j$ sont :

$$\mathbf{rot} \mathbf{h} = \mathbf{j} \quad (\text{équation d'Ampère}) \quad (2.53)$$

$$\mathbf{rot} \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \quad (\text{équation de Faraday}) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{b} = 0, \quad (2.55)$$

avec \mathbf{e} le champ électrique, \mathbf{j} la densité du courant électrique, \mathbf{h} le champ magnétique et \mathbf{b} l'induction magnétique.

A ces équations, il faut ajouter la loi de comportement magnétique

$$\mathbf{b} = \mu \mathbf{h}, \quad (2.56)$$

où μ est la perméabilité magnétique.

Les conditions aux limites sur la frontière Γ sont :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{h} /_{\Gamma_h} = 0, \quad (2.57)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{b} /_{\Gamma_b} = 0 \quad (2.58)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{e} /_{\Gamma_e \subset \Gamma_b} = 0 \text{ et} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{j} /_{\Gamma_j \supset \Gamma_h} = 0 \quad (2.60)$$

\mathbf{n} étant la normale unitaire extérieure à Ω .

En portant les relations (2.3), (2.53) et (2.56) dans (2.54), nous obtenons la relation

$$\mathbf{rot}(\sigma^{-1} \mathbf{rot} \mathbf{h}) + \frac{\partial(\mu \mathbf{h})}{\partial t} = 0. \quad (2.61)$$

La relation (2.61) est la formulation en \mathbf{h} du problème magnétodynamique.

La formulation faible du problème magnétodynamique est donnée par la relation suivante [Dular P., 1996].

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} (\mu \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}') d\Omega + \int_{\Omega} (\sigma^{-1} \mathbf{rot} \mathbf{h} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{h}') d\Omega = 0, \quad (2.62)$$

où \mathbf{h}' est le champ test.

Dular a montré qu'en choisissant convenablement le champ test \mathbf{h}' , les conditions initiales (2.57) et (2.58) ainsi que l'équation (2.55) sont satisfaites [Dular P., 1996].

2.6.3.2. Modèle magnétodynamique de l'électrode verticale

Soit une électrode verticale enterrée dans le sol, représentée à la figure suivante. Le sol est modélisé par une demi-sphère. Pour établir nos équations et les conditions aux limites, nous considérons une portion de l'air (qui ne fait pas en principe partie du modèle).

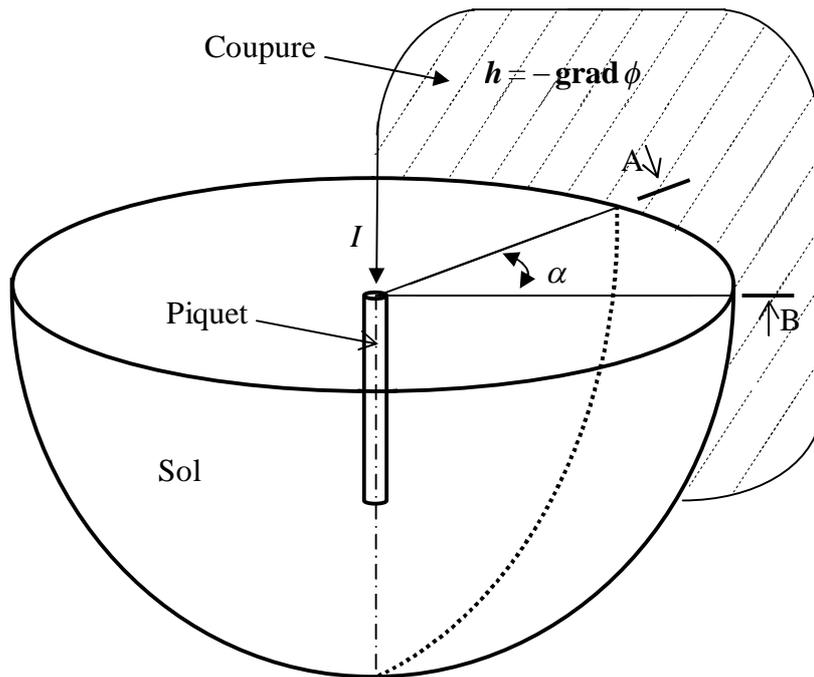


Figure 2.39 : Modèle magnétodynamique de l'électrode verticale

Dans l'air, $\mathbf{j}=0$. La relation (2.53) devient $\mathbf{rot} \mathbf{h} = 0$, donc on peut définir un potentiel scalaire ϕ dont dérive le champ magnétique \mathbf{h} tel que

$$\mathbf{h} = -\mathbf{grad} \phi . \tag{2.63}$$

Ceci n'est vrai que si nous considérons une coupure telle que

$$\Delta\phi = I \tag{2.64}$$

La relation (2.63) doit être vérifiée aussi sur la frontière entre le sol et l'air.

Pour plus de simplicité, nous considérons le secteur d'angle α compris entre les coupes A et B, comme présenté à la figure (2.40) ci-dessous. Toutes les conditions initiales et les frontières du modèle y sont définies.

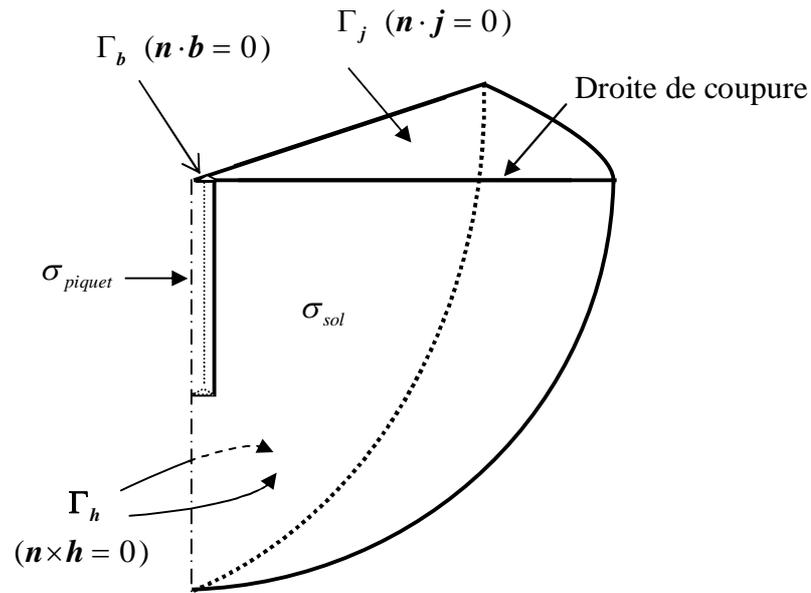


Figure 2.40 : Modèle magnétodynamique de l'électrode verticale en secteur

En considérant que l'on a plusieurs secteurs pour couvrir tout le modèle de la figure, et étant donné la continuité de ϕ sur la droite de coupure nous obtenons

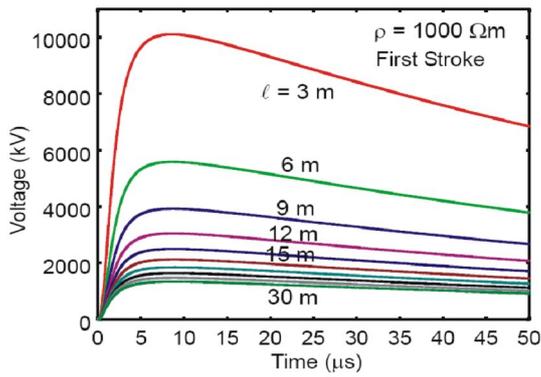
$$\Delta\phi = I \frac{\alpha}{2\pi} \quad (2.65)$$

La condition initiale (2.55) implique automatiquement la condition (2.58), ce qui entraîne que ϕ est constant. La droite de coupure satisfait à ces deux conditions initiales.

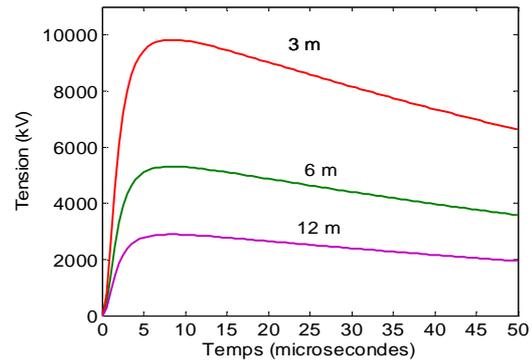
2.6.3.3. Résultats

Sol homogène

Pour valider notre modèle, nous comparons les résultats des calculs EF avec la littérature [Grcev L., 2004], pour une électrode cylindrique verticale en cuivre, de diamètre 14 cm, pour différentes longueurs, dans un sol de résistivité supposée constante. Les ondes de courant injecté sont celles issues des données expérimentales de Berger (chapitre 3, tableau 3.2 et figure 3.2). Les figures ci-dessous illustrent ces résultats comparés.

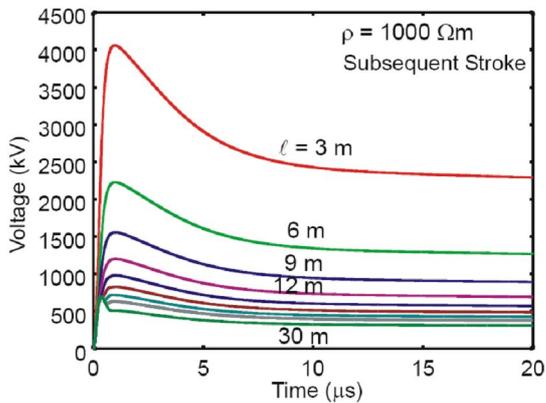


Référence [Grcev L., 2004]

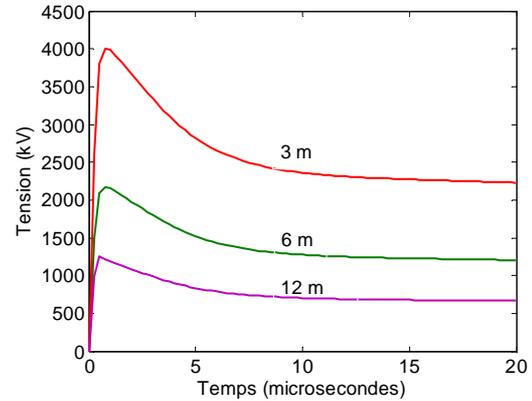


Calculs EF

Figure 2.41 : Tension au point d'injection d'une onde de foudre sur une électrode cylindrique verticale, premier arc



Référence [Grcev L., 2004]



Calculs EF

Figure 2.42 : Tension au point d'injection d'une onde de foudre sur une électrode cylindrique verticale, arc en retour

Les résultats présentés sur les figures 2.41 et 2.42 montrent que notre modèle de calculs par EF est bien valide pour une électrode verticale. Avec ce modèle, il nous sera dès lors possible d'évaluer l'impédance impulsionnelle, le coefficient impulsionnel et la longueur effective d'une électrode verticale.

La figure 2.43 représente la tension au point d'injection du courant d'une onde de foudre (données de Berger du tableau 3.2) et l'impédance transitoire, sur une électrode cylindrique verticale en cuivre, de rayon 12.5 cm, de longueur 2 m, dans un sol homogène, de résistivité 100 Ω.m. A 50 Hz, la résistance de cette électrode calculée par EF est égale à 41.99 Ω.

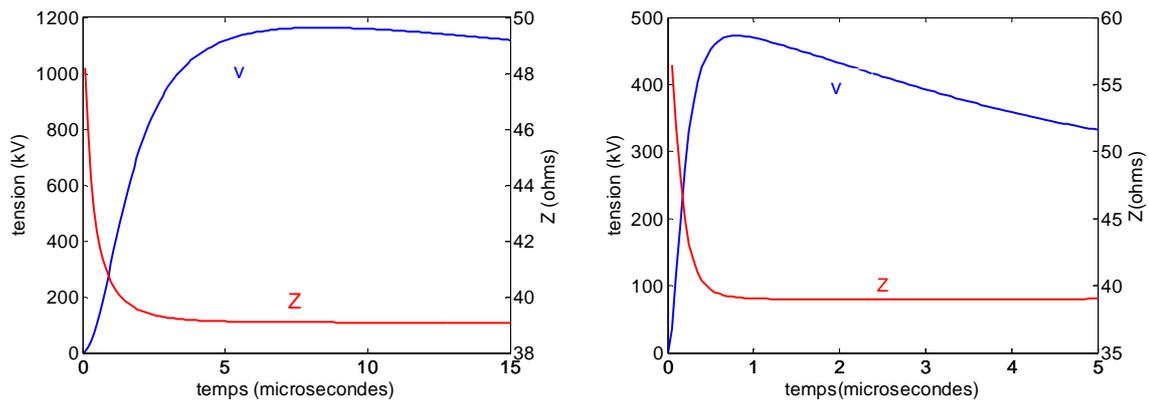


Figure 2.42 : Comportement transitoire d'une électrode cylindrique verticale face à l'onde de foudre, premier arc (gauche) et arc en retour (droite), sol homogène

Pour le premier arc, le courant et la tension maximum sont respectivement 29.77 kA et 1164 kV. L'impédance impulsionnelle de cette électrode est de 39.01 Ω , ce qui veut dire que son coefficient impulsionnelle est environ de 1. Il en est de même pour cette électrode. Pour l'arc en retour, la tension maximum et le courant sont respectivement 479 kV et 12.090 kV. Le coefficient impulsionnel est aussi environ 1.

Sol en plusieurs couches de résistivités différentes

La méthode EF a l'avantage de modéliser le sol en plusieurs couches de résistivités différentes. Les figures ci-dessous donnent les résultats des calculs, dans un sol en 4 couches, dont les résistivités (en $\Omega.m$) sont respectivement 4400, 500, 290 et 110. Les différentes couches ont des profondeurs suivantes (en m) 1.5, 3.75 et 11.25 (données des mesures effectuées sur le site *Unikin*, en saison de pluies 2006, voir annexe A3). Les ondes de foudre sont celles proposées par Berger (tableau 3.2).

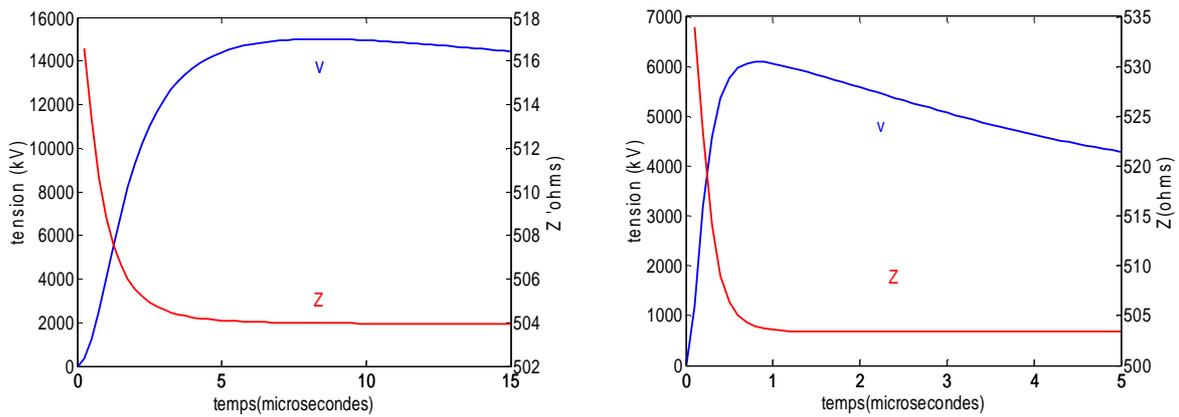


Figure 2.43 : Comportement transitoire d'une électrode cylindrique verticale face à l'onde de foudre, premier arc (gauche) et arc en retour (droite), sol en 4 couches de résistivités différentes

2.6.3.4. Influence de la résistivité du sol et de la forme de l'onde de courant

Pour étudier l'influence de la résistivité du sol et de la forme de l'onde de courant sur la réponse transitoire d'une électrode verticale, nous considérons un sol homogène et une électrode de 12.5 cm de rayon et de 2 m de longueur. La figure 2.43 suivante donne les résultats, après calculs par éléments finis. Nous prenons pour ondes de foudre, le premier arc et l'arc en retour définis au troisième chapitre (données expérimentales de Berger). Pour une meilleure comparaison, nous considérons la valeur maximale de 1 A pour toutes les formes de l'onde de courant.

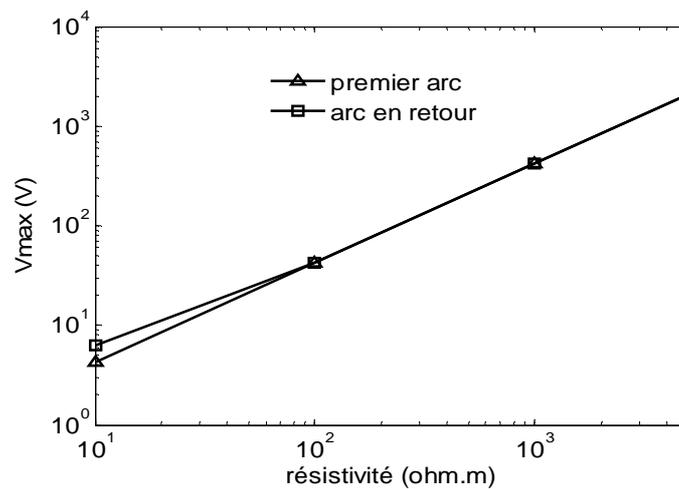


Figure 2.43 : Comportement transitoire d'une électrode cylindrique verticale face à l'onde de foudre, premier arc (gauche) et arc en retour (droite), sol en 4 couches de résistivités différentes

La tension maximale est proportionnelle à la résistivité du sol. Pour l'arc en retour, en considérant la résistivité de $10 \Omega.m$, la tension est plus élevée, ce qui fait que la longueur effective de l'électrode pour cette résistivité est inférieure à 2 m. Mais pour le premier arc, elle est bien supérieure à 2 m.

Longueur effective de l'électrode, sol en plusieurs couches de résistivités différentes

La longueur effective de l'électrode verticale dépend de la résistivité du sol et de l'onde de courant de foudre. Pour une électrode de 12.5 cm de rayon, nous pourrions déterminer la longueur effective de l'électrode verticale, en considérant le sol en 4 couches de résistivités différentes. Les ondes de courant de foudre sont celles issues des données expérimentales de Berger présentées au troisième chapitre (tableau 3.2). Les résistances à fréquence industrielle ont été calculées avec la méthode des éléments finis. Les figures suivantes donnent les résultats des différents paramètres importants de l'électrode verticale. La résistance à fréquence industrielle et l'impédance impulsionnelle en fonction de la longueur de l'électrode sont données sur la figure 2.44 ci-dessous.

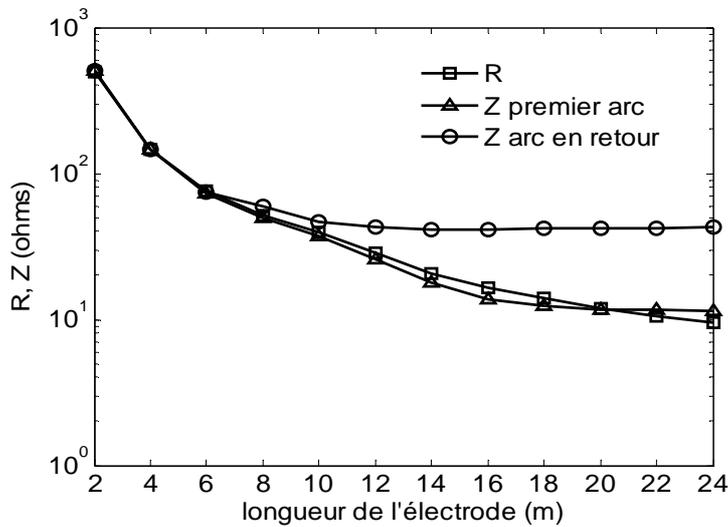


Figure 2.44 : Résistance à fréquence industrielle, impédance impulsionnelle d'une électrode verticale en fonction de la longueur pour un sol en 4 couches de résistivités différentes

Le coefficient impulsionnel est donné à la figure suivante en fonction de la longueur de l'électrode

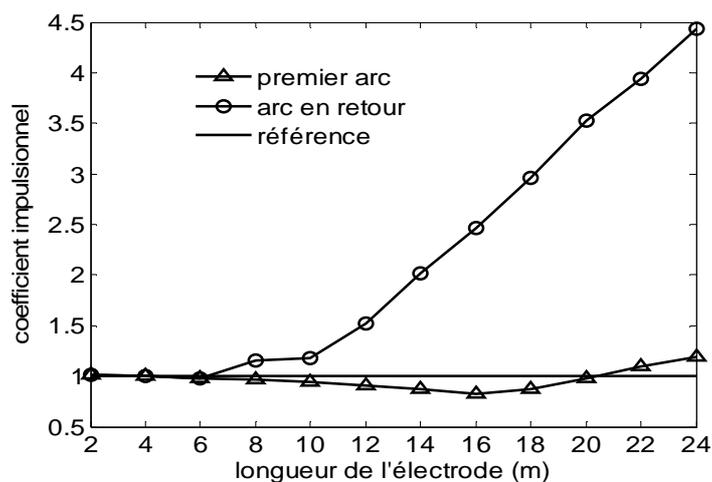


Figure 2.44 : Coefficient impulsionnel d'une électrode verticale en fonction de la longueur pour un sol en 4 couches de résistivités différentes

La longueur effective est de 20 m pour le premier arc et 6 m pour l'arc en retour.

2.6.3.4. Conclusion

Le modèle magnétodynamique que nous venons de proposer convient bien pour l'étude du comportement d'une électrode verticale face à l'onde de foudre. Son avantage est de modéliser le sol en plusieurs couches, ce qui est proche de la réalité physique de la plupart des sols. Les formules analytiques 2.51 et 2.52 ne peuvent être appliquées directement que dans le cas des sols considérés comme homogènes.

Pour une électrode verticale, Grcev a indiqué, dans sa récente référence [Grcev, 2009], que son comportement impulsionnel est pratiquement le même qu'une électrode horizontale.

Ce modèle magnétodynamique peut être implémenté pour n'importe quelle géométrie de mise à la terre, mais ceci demande quelques manipulations au niveau de sa construction.

Chapitre 3 : Mise à la terre et lignes électriques

3.1. Introduction

Les grandes quantités d'énergie à transmettre par des lignes électriques les forcent à fonctionner de plus en plus dans leurs limites et les coupures non programmées augmentent le risque d'instabilité. Les décharges par la foudre constituent la cause principale des coupures non programmées des lignes électriques (les statistiques internationales montrent que 65 % de ces coupures sont dues aux coups de foudre [Kiessling F., Nefzger P., Nolasco J.F., Kaintzyk U., 2003]). La ligne Inga-Kinshasa (220 kV, 280 km) qui est la plus importante des lignes qui alimentent la ville de Kinshasa en électricité, fonctionne déjà à sa limite de charge. En plus, elle connaît beaucoup de coupures, la majorité de coupures étant dues à des coups de foudre.

Il est possible de réduire le nombre de déclenchements des lignes électriques dus à la foudre par l'installation adéquate des câbles de garde et par les mises à la terre appropriées des pylônes.

Dans les régions à niveau kéraunique élevé, la réduction des ruptures d'isolement dues à la foudre est, de ce fait, une préoccupation des concepteurs des lignes aériennes.

Dans ce chapitre, nous allons analyser l'impact des mises à la terre des pylônes sur les performances de la ligne face à la foudre. Des calculs seront faits pour la ligne 220 kV Inga-Kinshasa, située dans une région de résistivité du sol et niveau kéraunique élevés. Nous nous limiterons, dans ces calculs, aux aspects du foudroiement d'une ligne en rapport avec les mises à la terre des pylônes.

3.2. Influence des mises à la terre des pylônes sur des surtensions dues à la foudre

3.2.1. Généralités sur la foudre

Dans les points qui suivent, nous allons donner quelques notions élémentaires sur la foudre. Nous insisterons sur les paramètres importants et l'expression analytique qui caractérisent une onde de foudre. Les références qui décrivent en détail ce phénomène sont nombreuses dans la littérature.

3.2.1.1. Définition

Sans entrer dans les détails de la physique du phénomène, nous présentons brièvement le mécanisme de la foudre. En effet, la terre et l'électrosphère, zone conductrice de l'atmosphère (épaisseur de l'ordre de 50 à 100 km), constituent un condensateur sphérique naturel qui se charge par ionisation, d'où un champ électrique dirigé vers le sol de l'ordre de quelques centaines de volts/mètre. L'air étant faiblement conducteur, il existe donc un courant de conduction permanent associé, de l'ordre de 1500 A pour tout le globe terrestre. L'équilibre électrique est assuré lors des décharges par pointes, par pluies et coups de foudre. La formation des nuages orageux, masses d'eau sous forme d'aérosols, s'accompagne de phénomènes électrostatiques de séparation de charges : les particules légères chargées positivement sont entraînées par les courants d'air ascendants, et les particules lourdes chargées négativement tombent sous l'action de leur poids. Il arrive également qu'à la base du nuage se trouvent des îlots de charges positives à l'endroit de pluies intenses. Globalement à l'échelle macroscopique, il y a création d'un dipôle. Lorsque le gradient limite de tenue au claquage est atteint, une décharge se produit au sein du nuage ou entre nuages ou entre nuage et sol. Dans ce dernier cas on parle de foudre [Benoît de Metz-Noblat, 1993].

3.2.1.2. Modélisation analytique de l'onde de foudre

Au fil des années, plusieurs modèles analytiques ont été développés pour représenter l'onde de courant de foudre. Du point de vue physique, le phénomène de la foudre est très complexe et les travaux de recherche et les références à ce sujet sont nombreux. Notre but

ici n'est pas d'en faire une étude mais de donner les modèles analytiques simples les plus utilisés. Il s'agit de la fonction "double exponentielle", de la fonction "d'Heidler" et parfois de la combinaison de ces fonctions.

a) La fonction double exponentielle

Pour modéliser la foudre, celle-ci est considérée comme une onde de courant variant dans le temps. Le modèle analytique le plus ancien et le plus simple est une différence de deux exponentielles décroissantes. Il a été proposé par Bruce et Golde en 1941 [Cooray V., 2003]. Il est représenté par la relation suivante :

$$i(t) = I_0 \left(e^{-At} - e^{-Bt} \right). \quad (3.1)$$

I_0 est l'amplitude du courant de base, A et B sont des constantes de temps.

b) La fonction d'Heidler

Le modèle analytique habituellement adopté est celui proposé par Heidler, fréquemment connu comme « fonction d'Heidler », où l'onde de foudre est représentée par le courant du canal de base par l'expression suivante [Heidler F., 1985] :

$$i(0,t) = \frac{I_0}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^n}{1+(t/\tau_1)^n} e^{(-t/\tau_2)}, \quad (3.2)$$

avec

- $\eta = e^{-\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\left(n\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{\frac{1}{n}}}$;
- I_0 est l'amplitude du courant du canal de base ;
- τ_1 est la constante de temps de montée ;
- τ_2 est la constante de temps de descente ;
- η est le facteur de correction de l'amplitude de l'onde et
- n est un exposant variant entre 2 et 10.

La fonction d'Heidler est préférée à la forme classique (double exponentielle) pour des raisons suivantes :

- La fonction d'Heidler présente une dérivée égale à 0 à $t = 0$, ce qui cadre bien avec les coups de foudres mesurés expérimentalement ;
- Elle permet un ajustement précis de l'amplitude du courant, de la dérivée du courant maximum et la charge électrique transférée indépendamment en variant I_0 , τ_1 et τ_2 .

La norme CEI 62305-01 [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2006] donne les paramètres suivants de la relation (3.2), pour $n = 10$. Ces paramètres dépendent du niveau de protection.

Tableau 3.1 : Paramètres du courant de foudre (CEI 62305-01).

Paramètre	Premier coup			Coup court consécutif		
	Niveau de protection			Niveau de protection		
	I	II	III-IV	I	II	III-IV
I (kA)	200	150	100	50	37.5	25
η	0.93	0.93	0.93	0.993	0.993	0.993
τ_1 (μ s)	19	19	19	0.454	0.454	0.454
τ_2 (μ s)	485	485	485	143	143	143

La figure ci-dessous donne les courbes de l'onde issues des paramètres du tableau 3.1, avec $I = 1$ A.

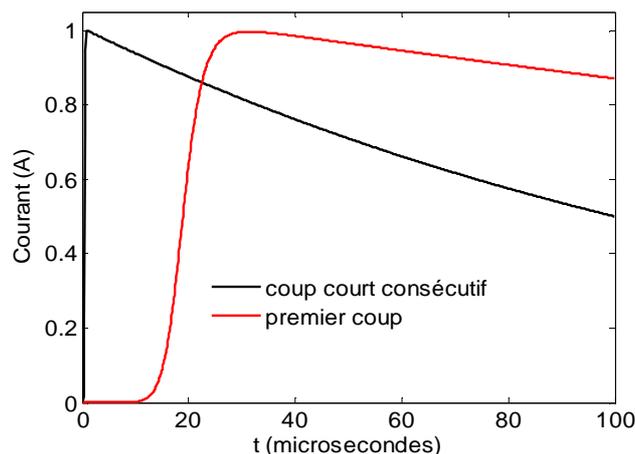


Figure 3.1 : Ondes de courant de foudre (CEI 62305-01).

Dans le but de reproduire une forme particulière d'onde de foudre, une combinaison de deux fonctions d'Heidler peut être utilisée. La relation (3.2) devient alors

$$i(0,t) = \frac{I_{01}}{\eta_1} \frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1+(t/\tau_{21})^{n_1}} e^{(-t/\tau_{21})} + \frac{I_{02}}{\eta_2} \frac{(t/\tau_{12})^{n_2}}{1+(t/\tau_{12})^{n_2}} e^{(-t/\tau_{22})}. \quad (3.3)$$

Le tableau suivant présente les paramètres des fonctions d'Heidler correspondant au premier arc et l'arc en retour d'un coup de foudre typique correspondant aux données expérimentales de Berger [Berger K., Anderson R. B., and Kroninger H., 1975].

Tableau 3.2 : Paramètres d'un coup de foudre (données expérimentales de Berger).

Paramètre	Premier arc	Arc en retour
I_{01} (kA)	28	10.7
τ_{11} (μs)	1.8	0.25
τ_{21} (μs)	95	2.5
n_1	2	2
I_{02} (kA)	-	6.5
τ_{12} (μs)	-	2
τ_{22} (μs)	-	230
n_2	-	2

La figure ci-dessous donne les courbes de l'onde issues des paramètres du tableau 3.2.

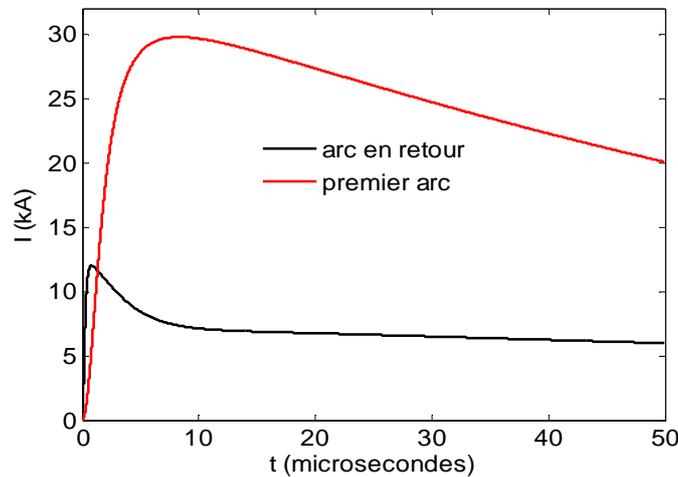


Figure 3.2 : Ondes de courant de foudre (données expérimentales de Berger).

Une combinaison de la fonction d'Heidler et de la double exponentielle (relations 3.1 et 3.2) a été utilisée par Nucci pour reproduire une onde typique de foudre obtenue par des mesures [Nucci, C. A., Diendorfer G., Uman M., Rachidi F., Ianoz M., and Mazzetti C., 1990].

3.2.1.3. Définition de quelques notions importantes sur la quantification du phénomène

a) Niveau kéraunique (N_k)

Le niveau kéraunique est le nombre de jours par année où l'on entend l'orage en un lieu donné. La figure ci-dessous donne une indication sur le niveau kéraunique dans le monde [Kiessling F., Nefzger P., Nolasco J.F., Kaintzyk U., 2003].

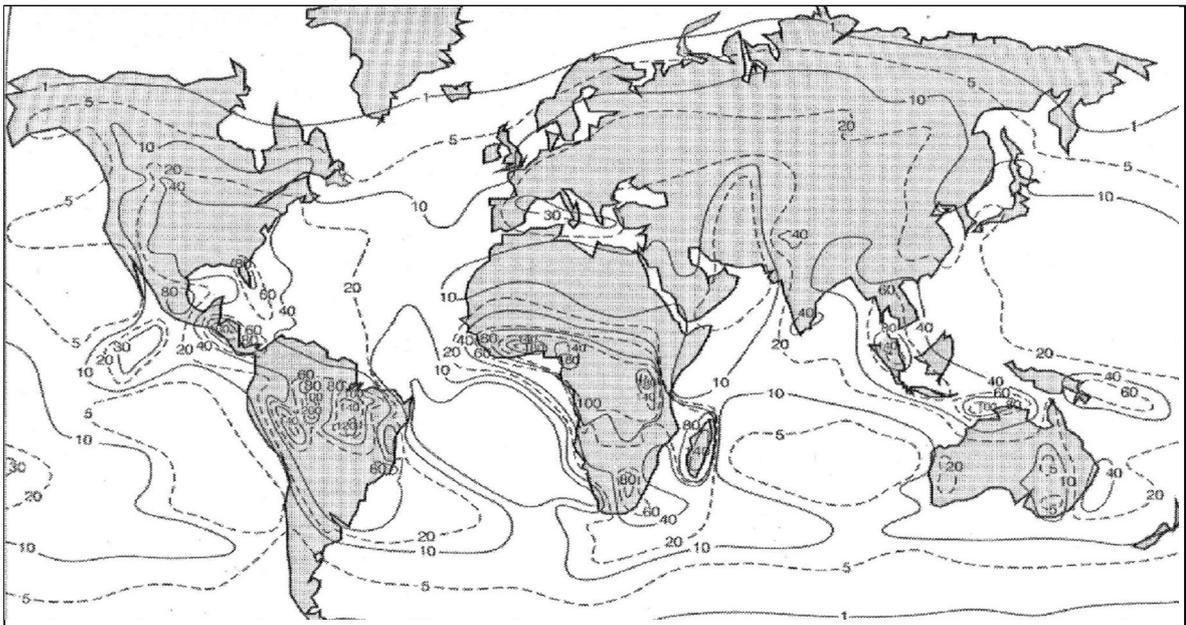


Figure 3.3 : Carte des niveaux isokérauniques dans le monde.

Cette carte montre bien que les niveaux kérauniques des régions tropicales peuvent atteindre 100 coups de foudre par an. C'est le cas de la région de Kinshasa en République Démocratique du Congo.

b) Densité de foudroiement (N)

C'est le nombre de coups de foudre par km^2 par an en un lieu donné. Plusieurs relations empiriques lient le niveau kéraunique à la densité de foudroiement. Ces relations empiriques affirment la proportionnalité entre le niveau kéraunique et la densité de foudroiement par un coefficient de proportionnalité variant entre 0.1 et 0.19 [Anderson J.G., 1982].

Une relation pratique lie, en valeur moyenne, le niveau kéraunique et la densité de foudroiement. Elle est donnée par [Benoît de Metz-Noblat, 1993].

$$N \approx 0.143 N_k . \quad (3.4)$$

c) Nombre de coups de foudre sur une ligne (Nl)

Le nombre de coups de foudre touchant une ligne électrique, par année et par kilomètre, de hauteur moyenne h en fonction du niveau kéraunique est donné par la formule empirique [Aguet M. et Ianovici M., 1982]

$$Nl = N_k \frac{\sqrt{h}}{400} . \quad (3.5)$$

d) Distance d'amorçage

Des mesures expérimentales ont permis de définir une distance d d'amorçage lors d'un coup de foudre, entre la tête du traceur et le sol. Cette distance est liée au courant de foudre par la relation [Aguet M., Ianovici M., 1982]

$$d = 6.7 \times I^{0.8} . \quad (3.6)$$

Pour une foudre dont $I = 10$ kA, $d = 42$ m. Par contre si $I = 100$ kA, $d = 270$ m. Ceci montre que pour un courant de foudre de faible intensité, celle-ci peut ne pas tomber sur le câble de garde.

3.2.2. Coup de foudre sur une ligne aérienne

Plusieurs cas peuvent se présenter :

- Coup de foudre sur le conducteur de phase ;
- Coup de foudre sur le câble de garde (en pleine portée ou au sommet du pylône) ;
- Coup de foudre sur le sol proche d'une ligne aérienne.

Le dernier cas ne nous intéresse pas pour des lignes de tension supérieure à 90 kV car les surtensions dépassent rarement 600 kV, valeur inférieure au niveau d'isolement de ces lignes [Kiessling F., Nefzger P., Nolasco J.F., Kaintzyk U., 2003].

3.2.2.1. Coup de foudre sur un conducteur de phase

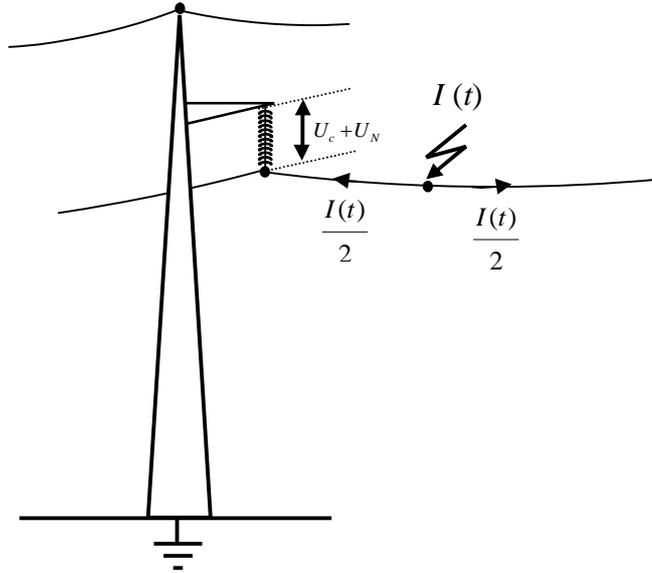


Figure 3.4 : Coup de foudre sur un conducteur de phase d'une ligne aérienne.

Lorsque le coup de foudre tombe sur le conducteur de phase d'une ligne, le courant $I(t)$ dans le conducteur se répartit de part et d'autre du point d'impact le long du conducteur. Il entraîne avec lui une onde de tension dont la valeur est

$$U_c = \frac{1}{2} I Z_c, \quad (3.7)$$

Z_c est l'impédance d'onde de la ligne.

L'onde de surtension est identique à celle du courant de foudre, néanmoins elle peut être par après modifiée par la propagation, l'effet couronne ou par les réflexions aux extrémités.

En un point donné de la ligne, par exemple au premier pylône rencontré par l'onde, la tension croît jusqu'à ce que se produise éventuellement l'amorçage de la chaîne d'isolateurs (contournement de l'isolateur), si la condition suivante est vérifiée.

$$U_c + U_N \geq U_{cr}, \quad (3.8)$$

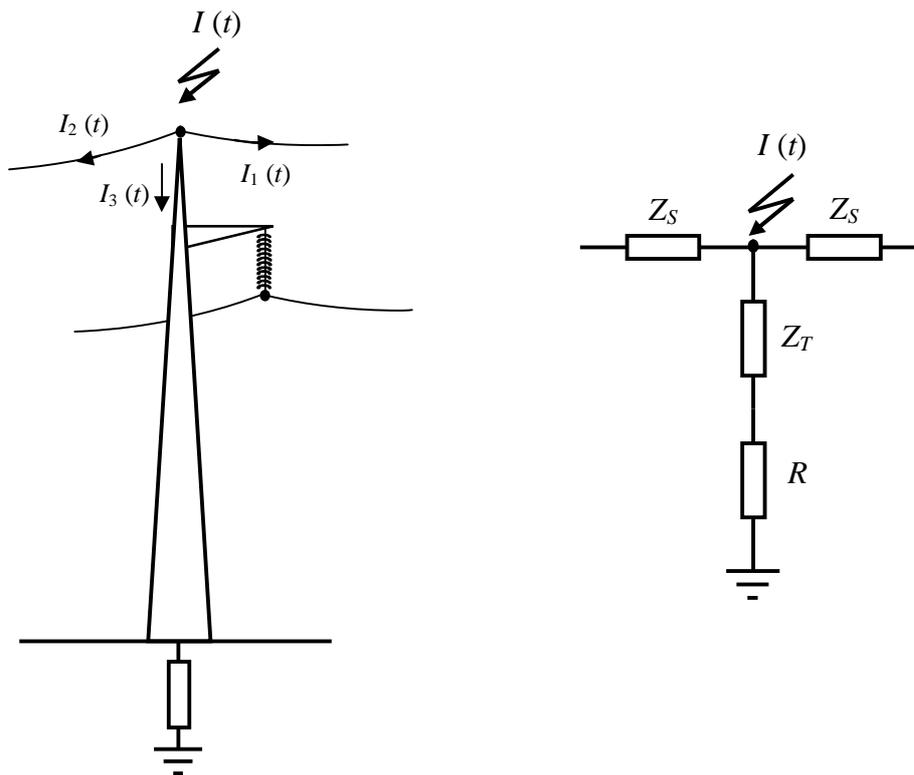
U_N est la tension de crête entre la phase et la ferrure du pylône de la ligne à la fréquence naturelle, U_{cr} est la tension critique d'amorçage de la chaîne d'isolateur.

En résumé, la protection par câbles de garde est efficace si :

- il y a un niveau d'isolation suffisant entre le câble de garde et les conducteurs de phase et,
- l'impédance de mise à la terre des pylônes est faible (inférieure à quelques ohms).

3.2.2.2. Coup de foudre sur le câble de garde

La foudre peut tomber à n'importe quel lieu sur la portée du câble de garde. Le cas le plus défavorable qui nous intéresse est celui du coup de foudre sur le câble de garde au sommet d'un pylône. Nous allons évaluer l'impact des mises à la terre sur la ligne dans ce cas, ce qui revient à évaluer les surtensions aux différents endroits du pylône, afin de déterminer le comportement de la ligne (amorçage en retour des chaînes d'isolateurs) face à une onde de foudre. La figure ci-dessous représente la modélisation de ce cas.



Comme représenté à la figure ci-dessus, lorsque la foudre tombe sur le sommet d'un pylône d'une ligne électrique équipée d'un câble de garde, l'onde de courant se divise en trois parties principales : deux ondes se propagent de part et d'autre du câble de garde et

une autre partie se propage à travers le pylône qui est mise à la terre à travers une impédance. La tension apparaissant aux bornes de la chaîne d'isolateurs dépend alors de la résistance de la prise de terre, de l'impédance d'onde du pylône et de la manière dont le courant de foudre se répartit, par l'intermédiaire des câbles, sur les supports les plus proches. Lorsque cette tension atteint la limite d'amorçage de l'isolement de la ligne, il se produit un amorçage en retour [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1988]. Nous allons donner dans les paragraphes qui suivent, la tension au sommet du pylône, au pied du pylône et sur la chaîne de l'isolateur des pylônes Ces relations sont tirées de la référence [Anderson J.G., 1982].

a) Tension au sommet du pylône

La tension au sommet du pylône, tenant compte des réflexions successives de l'onde à travers le pylône est donnée par la relation

$$V_T(t) = V_1(t) + V_2(t), \quad (3.9)$$

$V_1(t)$ est la tension due à l'onde de courant de la foudre rencontrant l'impédance équivalente lorsqu'elle tombe au sommet du pylône.

$$V_1(t) = Z_I I(t), \quad (3.10)$$

Z_I est l'impédance équivalente que rencontre l'onde de courant quant elle tombe sur le sommet du pylône, elle est donnée par la relation

$$Z_I = \frac{Z_S Z_T}{Z_S + 2Z_T}, \quad (3.11)$$

Z_S et Z_T sont les impédances d'onde du pylône et du câble de garde.

$V_2(t)$ est la tension due à l'onde de courant de la foudre réfléchiée à travers le pylône. Elle est donnée par la relation

$$V_2(t) = -Z_w \sum_{n=1}^N [I(t - 2n\tau_T) \psi^{n-1}], \quad (3.12)$$

Z_w est l'impédance d'onde constante sur laquelle toutes les composantes du courant opèrent pour contribuer à la tension au sommet du pylône.

$$Z_w = \left(\frac{2Z_S^2 Z_T}{(Z_S + 2Z_T)^2} \right) \left(\frac{Z_T - R}{Z_T + R} \right). \quad (3.13)$$

τ_T est le temps de propagation de l'onde du sommet à la base du pylône. Il vaut $\tau_T = \frac{h_T}{c}$, h_T étant la hauteur du pylône et c la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3 \times 10^8$ m/s). ψ est le facteur d'amortissement des ondes réfléchies.

$$\psi = \left(\frac{2Z_T - Z_S}{Z_S + 2Z_T} \right) \left(\frac{Z_T - R}{Z_T + R} \right), \quad (3.14)$$

R étant l'impédance de mise à la terre du pylône.

N est le plus grand nombre entier inférieur ou égal à $\frac{t}{2\tau_T}$.

b) Facteur d'amortissement en fonction de l'impédance de mise à la terre du pylône

La figure ci-dessous montre comment varie le facteur d'amortissement en fonction de la résistance de terre du pylône, pour $Z_T = 159 \Omega$ et $Z_S = 563 \Omega$ (ligne 220 kV Inga-Kinshasa).

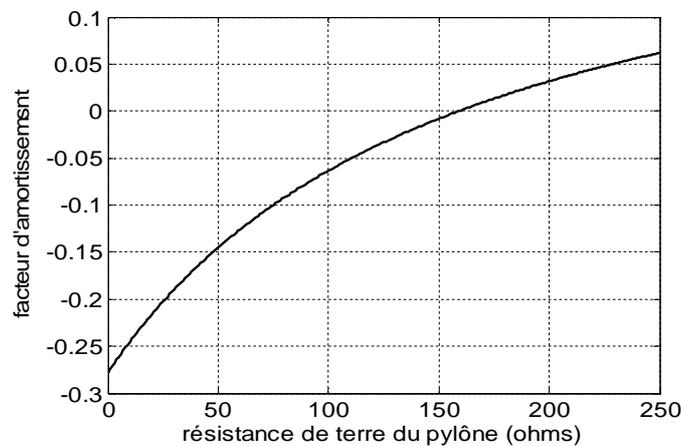


Figure 3.7 : Facteur d'amortissement en fonction de la résistance de mise à la terre du pylône.

c) Réflexions sur les pylônes adjacents

Une autre composante à ne pas oublier est la tension due à l'onde de courant de la foudre réfléchiée à travers les pylônes adjacents. Cette onde est donnée par la relation

$$V_T'(t) = \beta_S V_T(t - 2\tau_S), \quad (3.15)$$

β_S est le facteur de réflexion sur une portée et est donné par la relation

$$\beta_s = \frac{Z_s - 2Z_T}{2Z_T + Z_s}, \quad (3.16)$$

τ_s est le temps de propagation de l'onde sur le câble de garde, entre deux pylônes, sur une portée. Il vaut $\tau_s = \frac{p}{c \times 0.9}$, p étant la portée de la ligne et c la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3 \times 10^8$ m/s).

d) Tension au pied du pylône

La tension au pied du pylône à un temps $t + \tau_T$ est due aux composantes ci-dessous :

- l'onde de tension qui arrive au pied du pylône au temps t et qui est réfractée
- les ondes de tension dues aux différentes réflexions à la tête du pylône aux temps $t - 2n\tau_T$ et qui sont réfractées.

Elle est alors donnée par la relation

$$V_R(t + \tau_T) = \alpha_R Z_I I(t) + \alpha_R Z_I \sum_{n=1}^N I(t - 2n\tau_T) \psi^n, \quad (3.17)$$

N est le plus grand nombre entier inférieur ou égal à $\frac{t}{2\tau_T}$, α_R est le coefficient de réfraction de l'onde à travers la résistance de terre du pylône. Il est donné par

$$\alpha_R = \frac{2R}{Z_T + R}. \quad (3.18)$$

e) Tension sur la chaîne d'isolateur

La tension à un quelconque point du pylône (au niveau de la chaîne d'isolateur) est donnée par la relation

$$V_{pn}(t) = Z_I \sum_{n=0}^N [I(t - 2n\tau_T - \tau_{pn}) \psi^n] - \frac{Z_I}{\beta_s} \sum_{m=1}^M [I(t - 2m\tau_T - \tau_{pn}) \psi^m], \quad (3.19)$$

N est le plus grand nombre entier inférieur ou égal à $\frac{t - \tau_{pn}}{2\tau_T}$, M est le plus grand nombre

entier inférieur ou égal à $\frac{t + \tau_{pn}}{2\tau_T}$ et τ_{pn} est le temps de propagation de l'onde depuis le

sommet du pylône jusqu'à la chaîne d'isolateur dont la distance est définie par Y_n . Il est donné par $\tau_{pn} = \frac{Y_n}{c}$. β_s est le coefficient de réflexion du pylône. Il est donné par la relation

$$\beta_s = \frac{Z_s - 2Z_T}{2Z_T + Z_s}. \quad (3.20)$$

Tension sur le conducteur de phase

La tension au sommet du pylône induit une tension sur le conducteur de phase. Elle est donnée par

$$V_i = K_n V_T, \quad (3.21)$$

K_n est le coefficient de couplage entre le conducteur de phase et le câble de garde. Il est donné par la relation

$$K_n = \frac{Z_{sp}}{Z_s}. \quad (3.22)$$

Z_{sp} est l'impédance mutuelle entre le conducteur de phase et le câble de garde. Elle vaut

$$Z_{sp} = 60 \ln \left(\frac{a_{sp}}{b_{sp}} \right). \quad (3.23)$$

a_{sp} est la distance entre le câble de garde et l'image du conducteur de phase et b_{sp} est la distance entre le câble de garde et le conducteur de phase.

f) Tension aux bornes de la chaîne d'isolateur

La tension aux bornes de la chaîne d'isolateur est alors donnée par la relation

$$V_{cn} = V_{pn} - K_n V_T. \quad (3.24)$$

g) Impédance de propagation du pylône

Des relations analytiques simples aux simulations numériques, plusieurs études ont été développées pour déterminer l'impédance de propagation des pylônes. Dans ce paragraphe,

nous allons donner brièvement les considérations générales sur l'impédance de propagation des pylônes.

Relation analytique simple

L'impédance de propagation d'un pylône dépend de sa forme géométrique. La figure 3.8 ci-dessous donne deux formes de pylône et les dimensions nécessaires pour calculer l'impédance de propagation.

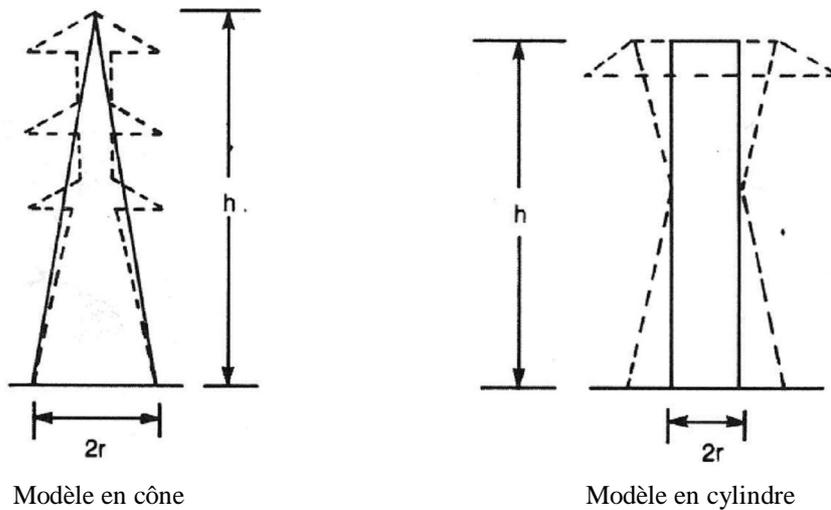


Figure 3.8 : Modèles pour le calcul de l'impédance de propagation d'un pylône.

L'impédance de propagation peut être calculée par les relations suivantes, établies par Sargent et Darveniza [Sargent M.A., Darveniza M., 1969].

$$Z_T = 30 \ln \left[\frac{2(h^2 + r^2)}{r^2} \right] \tag{3.25}$$

$$Z_T = 60 \left[\ln \left(\sqrt{2} \frac{2h}{r} \right) - 1 \right] \tag{3.26}$$

Les relations (3.25) et (3.26) correspondent respectivement aux modèles en cône et en cylindre.

Simulation numérique

La modélisation numérique de l'impédance d'onde des pylônes a fait l'objet de plusieurs recherches. Nous pouvons citer l'exemple de la référence de Hara et Yamamoto qui ont proposé une méthode numérique pour évaluer l'impédance de propagation d'un pylône [Hara T., Yamamoto O., 1996]. Dans nos calculs, nous avons utilisé la relation (3.25) qui donne des résultats assez proches des valeurs mesurées [Sargent M.A., Darveniza M., 1969].

h) Impédance de propagation du câble de garde

L'impédance de propagation du câble de garde est donnée par la formule suivante [Anderson J.G., 1982] :

$$Z_s = 60 \ln \left(\frac{4h_s}{d_s} \right). \quad (3.27)$$

h_s est la hauteur du câble de garde (égale à h) et d_s son diamètre effectif.

3.3. Application à la ligne 220 kV Inga-Kinshasa

3.3.1. Présentation de la ligne

Longue de 280 km, la ligne Inga-Kinshasa est le principal corridor énergétique d'alimentation de la ville de Kinshasa. Elle traverse entièrement une région tropicale où les résistivités des sols sont très importantes. Cette ligne alimente aussi le réseau interconnecté du Congo-Brazzaville. Elle connaît actuellement plusieurs déclenchements dus principalement aux causes suivantes :

- surcharges fréquentes car elle est à la limite de sa capacité de transit : en effet, elle n'atteint pas sa limite thermique mais déclenche à cause de la chute de tension ;
- décharges de la foudre : il est assez rare qu'un orage qui a lieu dans une des zones traversées par cette ligne ne puisse pas provoquer un déclenchement.

La figure 3.9 ci-dessous donne les caractéristiques géométriques de la ligne Inga-Kinshasa.

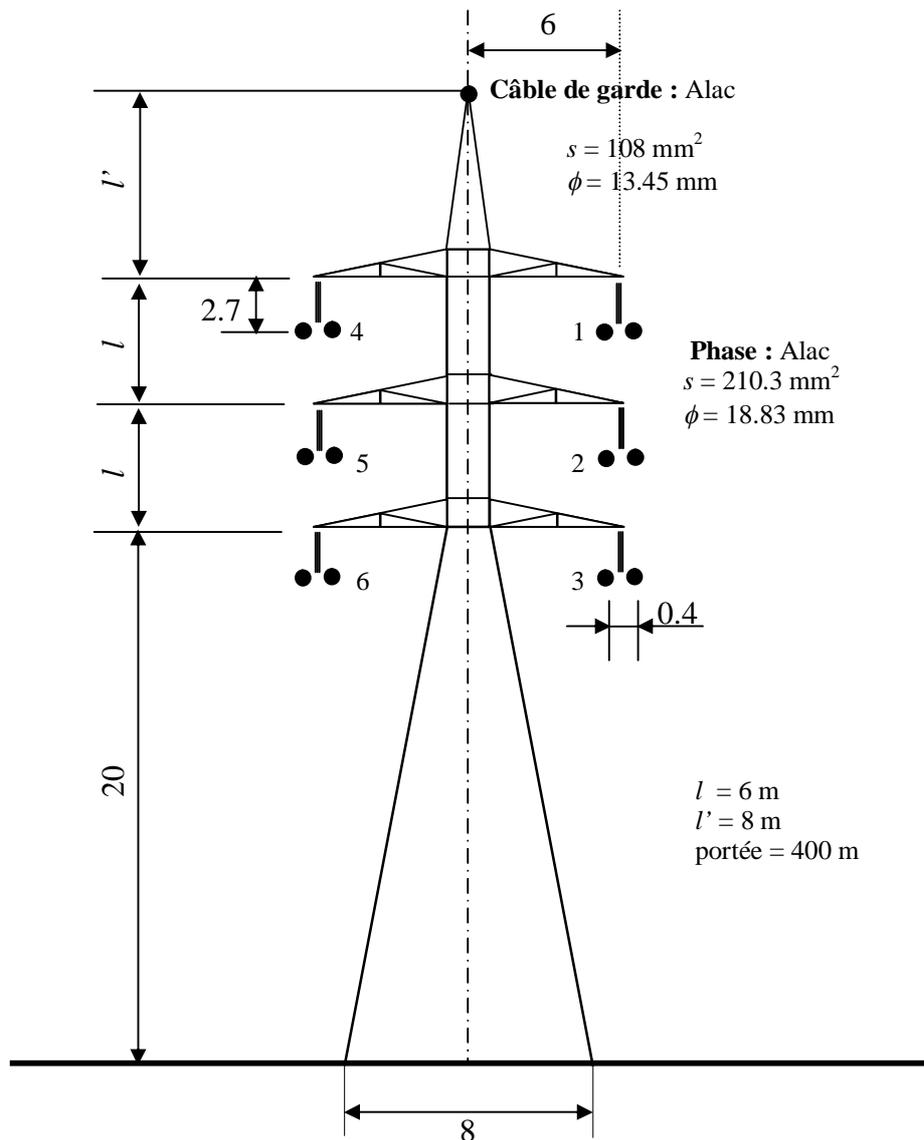


Figure 3.9 : Caractéristiques géométriques de la ligne 220 kV Inga-Kinshasa.

3.3.2. Résultats des calculs

3.3.2.1. Tensions de crête

Pour vérifier l'impact des mises à la terre sur la ligne, nous allons considérer les ondes de courant de foudre dont les paramètres sont présentés dans le tableau 3.1, pour les niveaux de protection III-IV (pour rappel, les valeurs de crête des courants de foudre sont de 100 kA pour le premier arc et 25 kA pour l'arc en retour). Ce choix s'explique par le fait que les valeurs de crête du courant de ces ondes sont proches des valeurs recommandées dans

la littérature, après plusieurs mesures des coups de foudre réels [Haddad A., Warne D., 2004].

En appliquant les relations (3.25) et (3.27) à la ligne de la figure 3.9, nous obtenons pour les impédances d'onde du pylône et du câble de garde respectivement 159Ω et 563Ω . Les résultats sont présentés sur les figures suivantes, pour un coup de foudre au sommet du pylône.

Dans les calculs qui suivent, nous considérons l'impédance de mise à la terre du pylône constante. En réalité, elle varie avec le temps et pour le sol de grande résistivité, elle peut être inférieure à la résistance 50 Hz, à cause du phénomène de claquage et ionisation dans le sol [Liew A. C., Darveniza M., 1974].

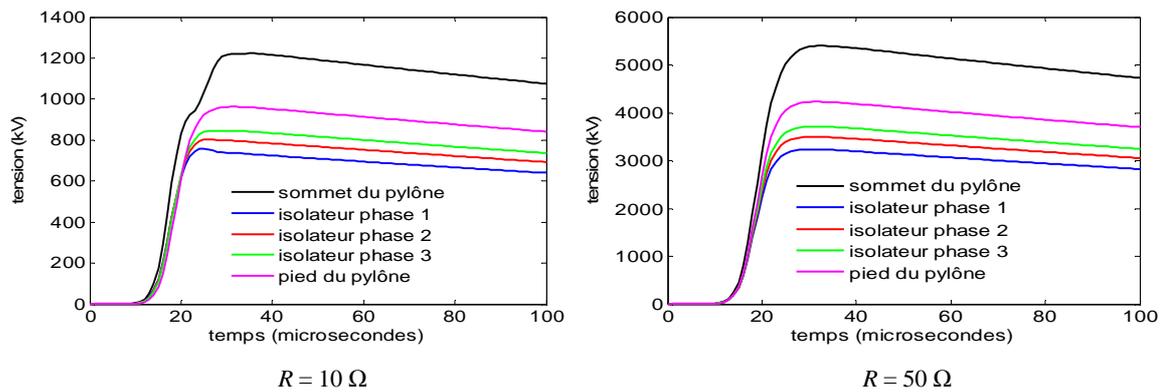


Figure 3.10 : Tensions, premier arc.

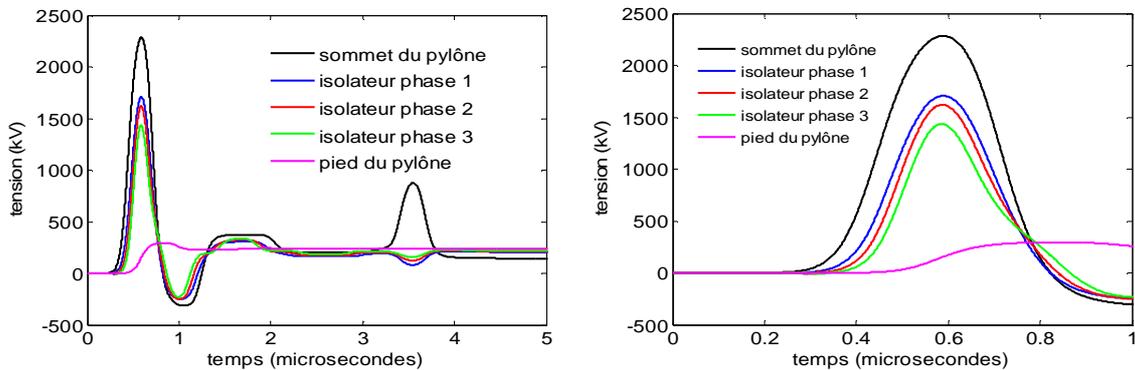


Figure 3.11 : Tensions, coup court consécutif.

Les figures 3.12 et 3.13 donnent les valeurs de crête des tensions sur la ligne en fonction de l'impédance de mise à la terre du pylône.

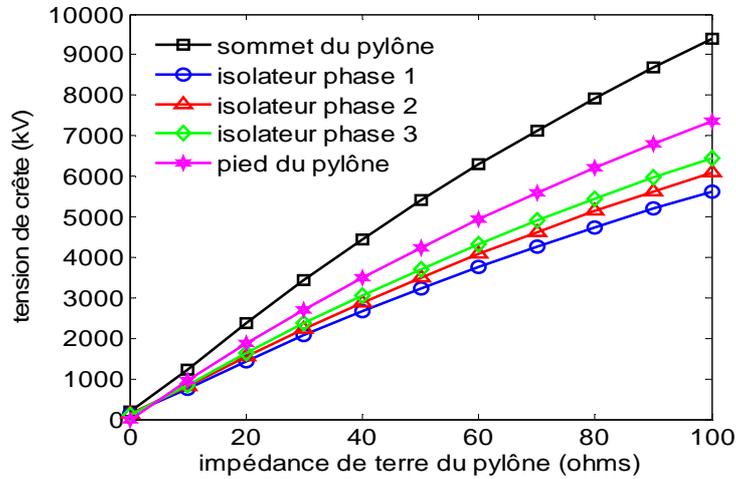


Figure 3.12 : Tensions de crête en fonction de l'impédance de terre du pylône, premier arc.

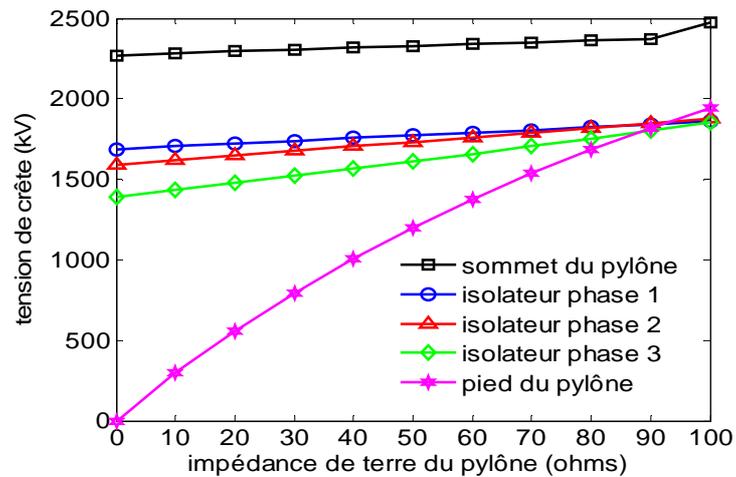


Figure 3.13 : Tensions de crête en fonction de l'impédance de terre du pylône, coup court consécutif.

Dans le cas d'un coup de foudre au sommet du pylône, les résultats présentés sur les figures 3.12 et 3.13 mettent en évidence que le risque de contournement de l'isolateur d'une phase dépend essentiellement des facteurs suivants :

- l'impédance de mise à la terre du pylône ;
- les caractéristiques de l'onde du courant de foudre (valeur de crête, temps de montée, ...)

- les caractéristiques géométriques du pylône et de la ligne (hauteur, portée, position de la phase, ...).

Pour le premier arc de l'onde de foudre, les tensions de crête varient beaucoup (presque d'une manière linéaire) avec l'impédance de terre du pylône. En plus, les réflexions successives de l'onde de foudre par les pylônes adjacents contribuent à réduire le risque de contournement des isolateurs.

Pour le coup court consécutif, les valeurs de crête des tensions sont très élevées malgré la valeur relativement faible du courant de crête de l'onde de la foudre (à cause de la valeur faible du temps de montée). Ceci montre que l'arc en retour s'avère plus contraignant que le premier arc. Les ondes réfléchies par les pylônes adjacents n'ont aucune influence sur la valeur de crête des surtensions aux isolateurs car le temps de montée de l'onde de courant est $0.94 \mu\text{s}$. Sur la figure 3.11, on peut bien remarquer l'effet des réflexions de l'onde de tension sur le sommet du pylône, réflexions dues aux pylônes adjacents ($\tau_s = 1.48 \mu\text{s}$) et à l'impédance de mise à la terre du pylône ($\tau_p = 0.13 \mu\text{s}$).

Les réflexions successives de l'onde de foudre n'ont pas d'influence sur la valeur de crête des tensions, étant donné que le temps de montée de l'onde du courant est inférieur au temps de propagation des ondes du sommet du pylône à sa base et au pylône consécutif. La tension de crête au sommet du pylône ainsi que sur les chaînes d'isolateurs varient très peu avec l'augmentation de l'impédance des mises à la terre du pylône, ce qui est contraire à la tension de crête au pied du pylône.

Le risque de contournement n'est pas le même pour les chaînes d'isolateurs des toutes les phases.

Influence de la tension nominale phase-terre de la ligne

La tension de l'isolateur due à la foudre se superpose avec la tension à fréquence industrielle phase-terre de la ligne. Le cas le plus défavorable est une valeur de crête négative de la tension phase-terre. Dans ce cas, cette tension va s'ajouter à la tension

due à l'onde de foudre. Pour la ligne Inga-Kinshasa, la tension nominale phase-terre est de 180 kV.

3.3.2.2. Conclusion

Au regard des résultats des calculs, pour la ligne Inga-Kinshasa, la valeur de 10Ω pour l'impédance du pylône est une limite raisonnable pour le risque de contournement d'isolateur en cas de coup de foudre au sommet du pylône pour le premier arc. Mais pour l'arc en retour pris dans ce cas, le contournement de l'isolateur est inévitable.

Avec les valeurs des résistivités rencontrées dans la région traversée par la ligne, il n'est pas facile de réaliser des mises à la terre de valeur d'impédance faible. En plus, là où ce serait possible d'atteindre des valeurs faibles d'impédance de terre, les coûts importants sont une limite. Il est alors nécessaire de pouvoir cibler quelques pylônes à travers la ligne qui devront avoir une faible impédance de terre. Ceci contribuera à réduire tant soit peu le risque. Un autre danger à éviter est le coup de foudre sur un pylône tout près des postes. Il est dans ce cas important de réaliser des mises à la terre de faible impédance pour les pylônes situés à une distance d'environ 2 km des postes. En effet, la littérature renseigne qu'au delà de 1.5 km du point d'impact sur la ligne, la surtension de foudre sur une ligne électrique ne constitue pratiquement plus de danger [Benoît de Metz-Noblat, 1993]. La coordination de l'isolement impose qu'une surtension excessive ne puisse pas se propager vers le poste. Dans ce cas, l'emploi des parafoudres à l'entrée des postes, avec des mises à la terre de faible impédance paraît capital. Ces mises à la terre devront être vérifiées régulièrement.

Au niveau de la coordination des isolements, quand il y a amorçage de la chaîne d'isolateur (au niveau des éclateurs), après un temps donné, les organes de coupure sont réglés pour réenclencher automatiquement. En régions tropicales, ce réenclenchement occasionne souvent une autre ouverture du fait que l'ionisation de l'air le laisse encore conducteur. Le temps de réenclenchement doit, de ce fait, être plus important pour espérer que la désionisation complète de l'air ait eu lieu.

Chapitre 4 : Mises à la terre en régions de fortes résistivités des sols : cas pratiques en République Démocratique du Congo

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats des mesures effectuées en République Démocratique du Congo (Kinshasa) pour la résistance des mises à la terre du réseau de distribution et la résistivité des sols. A partir de ces résultats, nous allons, pour des cas concrets, proposer des solutions pour les mises à la terre adéquates.

4.2. Mesures des mises à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa

4.2.1. Schémas de liaison à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa

Le schéma de liaison à la terre adopté par la SNEL pour son réseau de distribution de la ville de Kinshasa est le TT en BT. Pour rappel, dans ce schéma, le neutre du transformateur MT/BT côté BT est mis à la terre et les masses des récepteurs électriques sont mises aussi à la terre.

En ce qui concerne la MT, deux cas se présentent :

- Les masses du poste MT/BT (cabine) sont reliées au neutre BT et à une même prise de terre : il s'agit du cas de plusieurs cabines compactes 20/0.4 kV de fabrication récente. C'est ce que les exploitants du réseau appellent *cabines à terre unique*.
- Les masses du poste MT/BT et le neutre sont reliées à la terre par deux prises de terre distinctes : c'est le cas de plusieurs cabines en maçonnerie 6.6/0.38 kV plus anciennes. C'est ce que les exploitants appellent *cabines à deux terres distinctes* (la terre des masses de la cabine est appelée terre HT et la terre du neutre du transformateur est appelée terre BT). Les résistances de deux terres (HT et MT) doivent être inférieures à 10 Ω .

En fonction de ce qui vient d'être souligné précédemment, la SNEL fait usage, pour les cabines MT/BT de son réseau de distribution de la ville de Kinshasa, le schéma TT, avec les variantes TTR et TTS, comme représenté par la figure suivante.

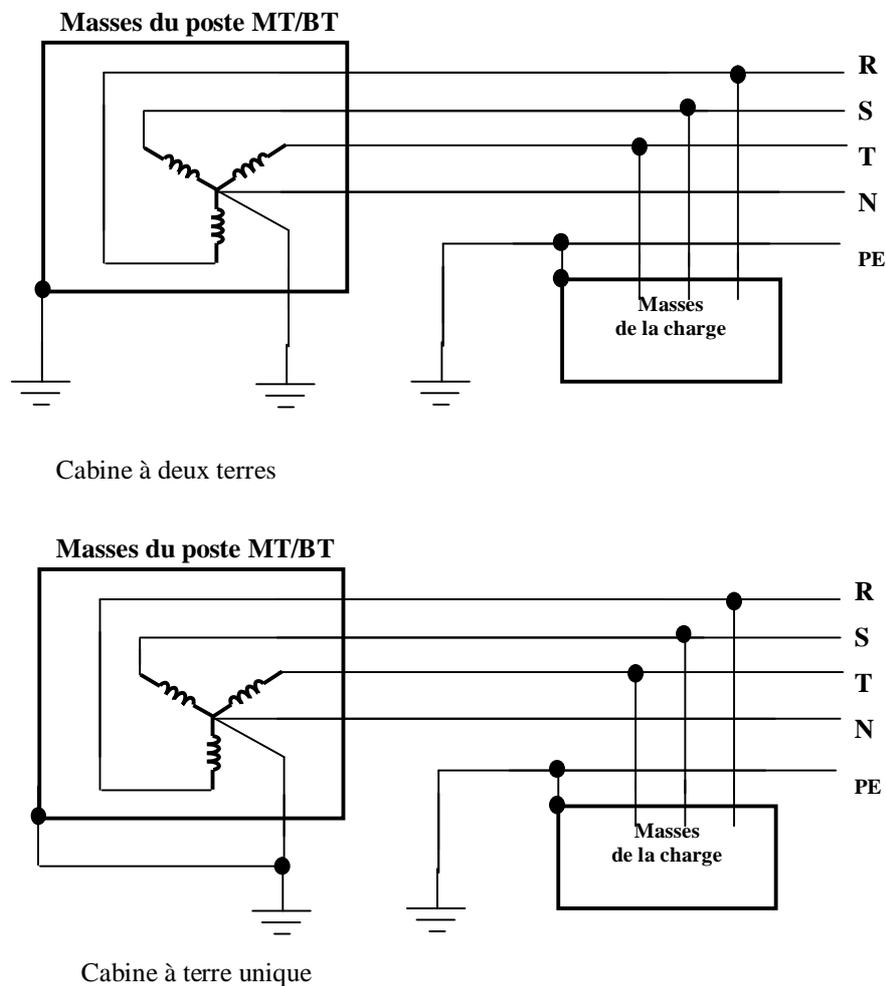


Figure 4.1 : Schémas de liaison à la terre des cabines du réseau de distribution de Kinshasa.

4.2.2. Normes de mise à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa

En fonction du niveau de tension, le réseau MT/BT de la SNEL (Société Nationale d'Electricité) compte deux types de cabines :

- les cabines 6.6/0.38 kV et
- les cabines 20/0.4 kV

En fonction de la construction, on distingue :

- les cabines en maçonnerie, généralement de niveaux de tensions 6.6/0.38 kV et de construction relativement ancienne ;
- les cabines bas de poteau, dans des quartiers nouvellement électrifiés et non denses ;
- les cabines haut de poteau ;
- les cabines compactes, généralement de niveau de tensions 20/0.4 kV et de construction récente.

Le réseau de distribution de la ville de Kinshasa compte les niveaux de tension suivants : 30 kV (rencontré dans les sous-stations), 20 kV, 6.6 kV et 380 V (rencontrés dans les cabines de distribution).

Les valeurs maximales des résistances des mises à la terre dépendent de ces niveaux de tension. Les résistances doivent donc être :

- Terre MT (30 kV, 20 kV et 6.6 kV) et BT (380 V) séparées :
 - Terre MT : $R < 10 \Omega$
 - Terre BT : $R < 10 \Omega$
- Terres MT et BT reliées (terre unique) : $R < 1 \Omega$

La résistance d'un réseau de terre varie avec les saisons. Nous avons donc trouvé important d'effectuer deux campagnes de mesure (une en pleine saison des pluies et l'autre en pleine saison sèche 2006).

4.2.3. Résultats des mesures

Les mesures des résistances ont été effectuées avec le mesureur de terre GEOHM C qui fait usage de la méthode de chute de potentiel présenté au premier chapitre. Cet appareil fonctionne à une fréquence de 125 Hz, pour éviter les interférences avec les éventuels courants vagabonds 50 Hz.

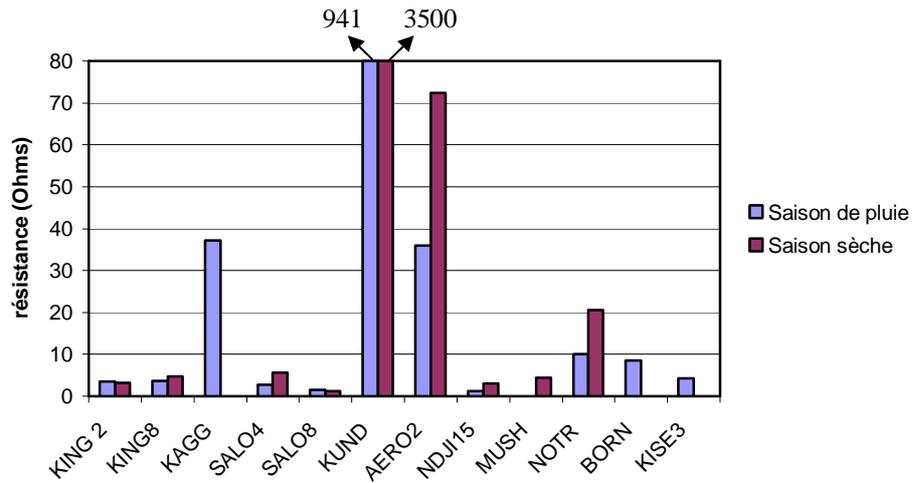


Figure 4.1 : Mesureur de terre GEOHM C.

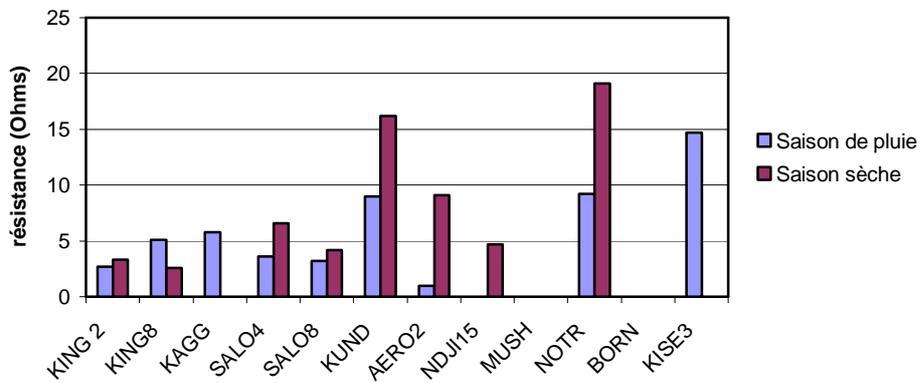
Les résultats détaillés sont présentés dans le tableau et les graphiques suivants.

Tableau 4.1: Résultats des mesures en rapport avec la norme.

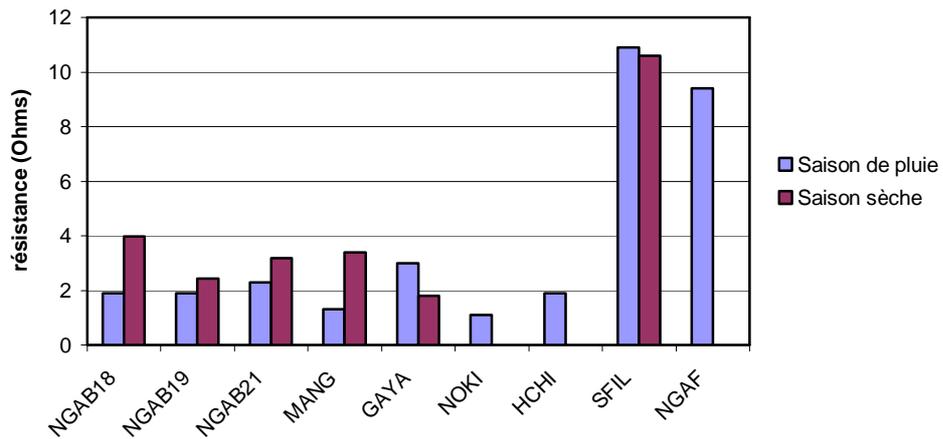
Normes	Saison de pluies								Saison sèche							
	Terre unique		Terres séparées				Total		Terre unique		Terres séparées				Total	
			Terre HT		Terre BT						Terre HT		Terre BT			
	Nbr	%	Nbr	%	Nbr	%	Nbr	%	Nbr	%	Nbr	%	Nbr	%	Nbr	%
Oui	0	0	8	67	9	90	17	52	0	0	6	67	6	75	12	50
Non	11	100	4	33	1	10	16	48	7	100	3	33	2	25	12	50
Total	11	100	12	100	10	100	33	100	7	100	9	100	8	100	24	100



Terre HT, cabines à deux terres



Terre BT, cabines à deux terres



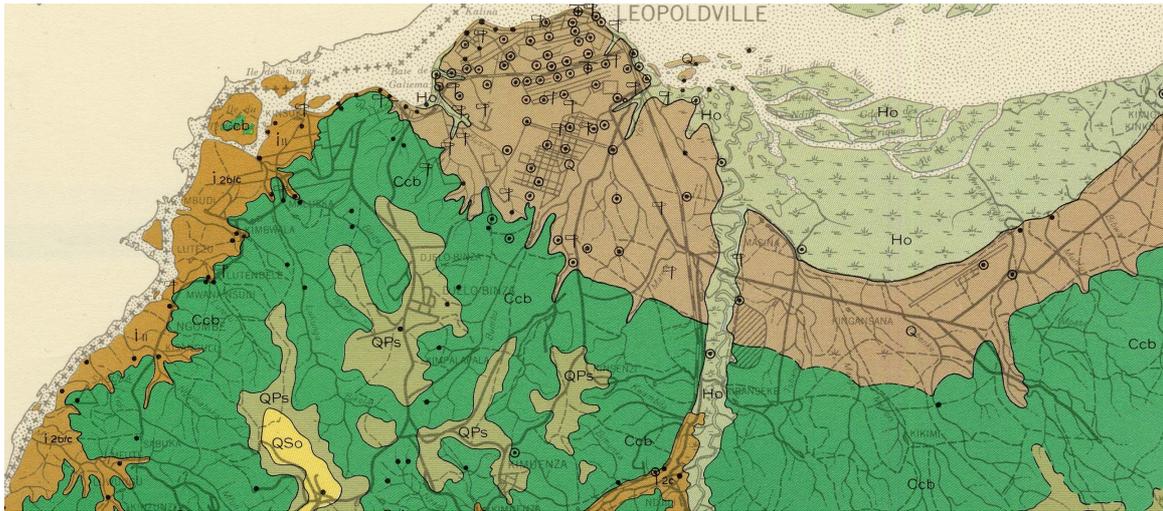
Cabines à terre unique

Figure 4.2 : Statistiques résistances des terres cabines MT/BT du réseau de Kinshasa (RDC).

4.3. Mesure des résistivités du sol

4.3.1. Structure des sols de la ville de Kinshasa

Les sols de la ville de Kinshasa sont subdivisés en six principaux types représentés sur la carte de la figure suivante :



Légende :

- Ho : Alluvions de fond de vallée et de basses terrasses (terrains marécageux)
- Ccb : Grès très tendres, généralement blanchâtres (sable en hauteur)
- Q : Alluvions de moyenne terrasse et alluvions anciennes de Stanley-Pool (sable en vallée)
- QPs : Sables plus ou moins argileux, gris clair, jaune ocre, rouges, souvent avec gravier à la base, reposant sur des aplanissements d'érosion (terre jaune)
- QSo : Sables plus ou moins argileux, gris clair à jaune ocre, provenant en grande partie du remaniement, au Pliocène et au Pléistocène, de la série des sables ocre (Néogène) et de la série des « grès polymorphes » (Paléogène) et reposant sur des formations plus anciennes que cette série ou parfois sur des lambeaux de celle-ci. (terre jaune en hauteur)
- I : Quartzites et schistes de la Luvumvu

Source : BST-Sciences de la Terre, Université de Liège

Figure 4.3 : Structure des sols de la ville de Kinshasa.

4.3.2. Résultats des mesures

Pour la mesure des résistivités, nous avons choisi la saison sèche car elle correspond aux résistivités les plus élevées des sols. Nous avons utilisé le GEOHM C qui fait usage de la méthode de quatre électrodes. Les détails des mesures effectuées sont donnés dans l'annexe 3. Huit sites ont été choisis en saison sèche. Deux mesures de la résistivité ont été effectuées en saison de pluie à Kinsuka, dont le sol est de type I et au Campus de l'UNIKIN pour un sol de type QPs. Les résultats sont donnés sur les figures suivantes :

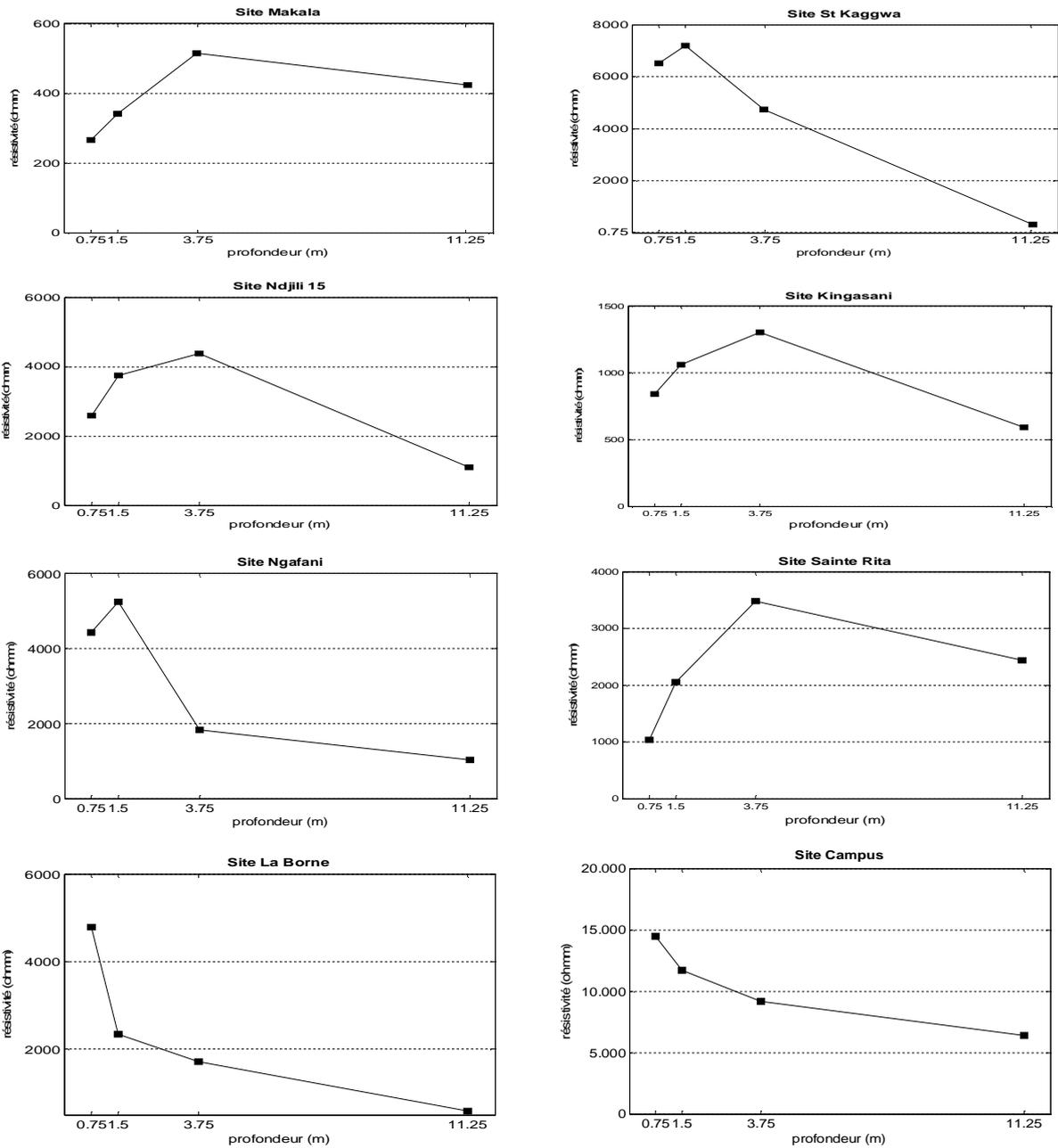


Figure 4.4 : Résistivité de quelques sites de la ville de Kinshasa, saison sèche

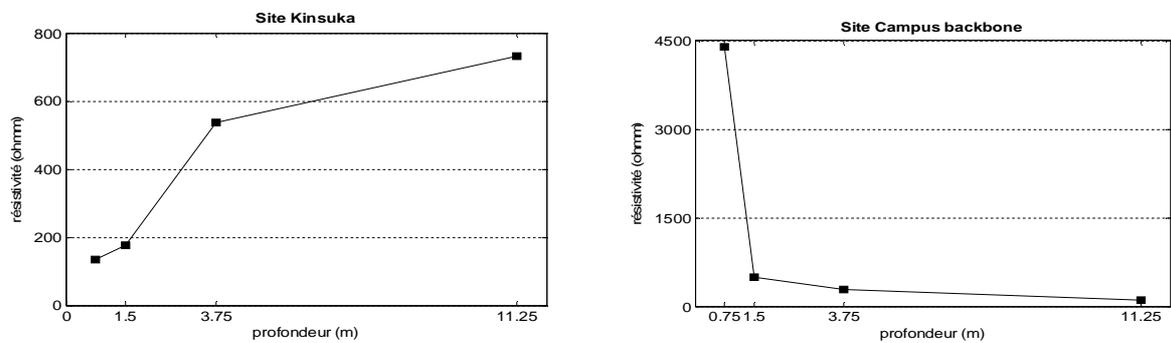


Figure 4.5 : Résistivité de quelques sites de la ville de Kinshasa, saison des pluies.

Les valeurs moyennes des résistivités peuvent être représentées sur la figure suivante :

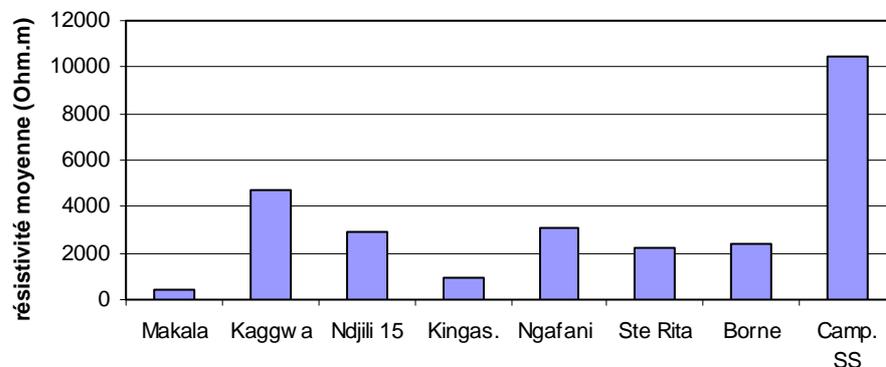


Figure 4.6 : Valeurs moyennes des résistivités de quelques sites de la ville de Kinshasa, saison sèche 2006.

4.4. Schémas de mise à la terre des cabines MT/BT du réseau de distribution de la ville de Kinshasa

Dans le réseau de distribution de la ville de Kinshasa, différents procédés sont utilisés afin de réaliser des réseaux de terre, en fonction des types de sol. Les figures suivantes illustrent les différentes configurations employées.

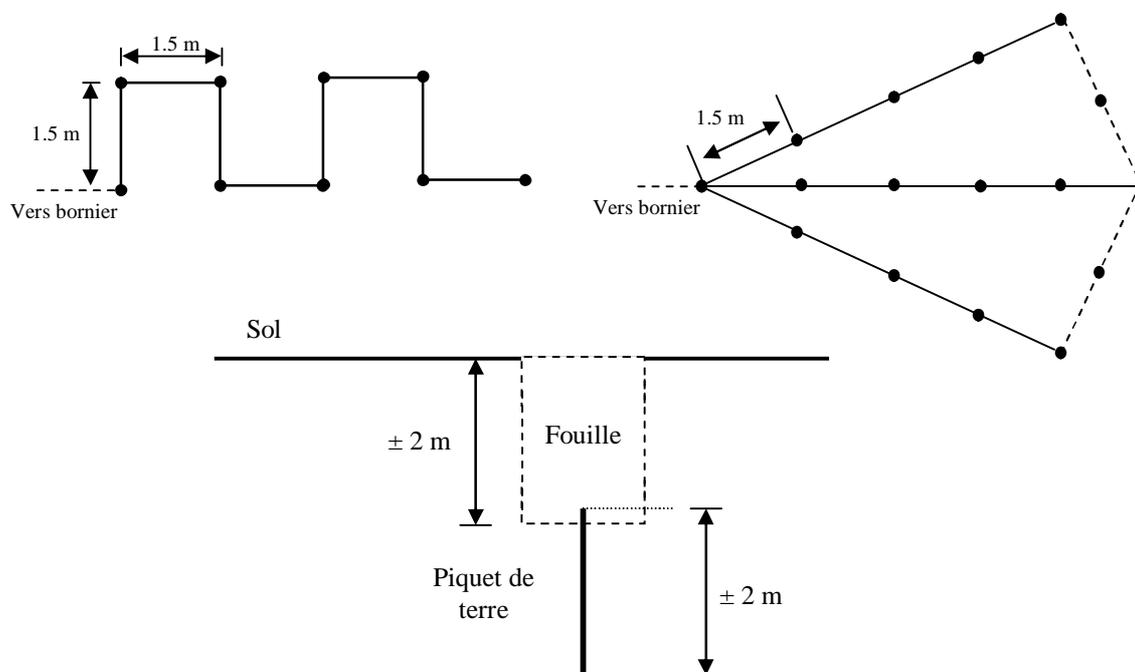


Figure 4.7 : Différentes configurations de mise à la terre cabines MT/BT.

4.5. Observations en rapport avec les mesures et le schéma de mise à la terre sur le réseau de distribution de Kinshasa

En examinant les résultats des mesures et le schéma de mise à la terre présentés ci-dessus, il se dégage ce qui suit :

- Les valeurs des résistances des cabines MT/BT passent en gros du simple au double quand on change de saison, ce qui ne permet pas de tirer des conclusions avec des mesures de saison de pluie uniquement.
- En saison de pluies comme en saison sèche, toutes les cabines à terre unique sont hors normes, la plupart de cabines ont des résistances variant entre 1 et 2 Ω .
- Les cabines à terres séparées ont des valeurs des résistances de terre pour la plupart dans les normes.
- La valeur de la résistance de mise à la terre de la cabine Gaya est plus élevée en saison des pluies que celle en saison sèche.
- Certaines valeurs de terre sont très dangereuses et n'assurent pas la sécurité des personnes et des installations (cas des cabines Kunda, avec 3500 Ω côté HT en saison sèche, ST Kaggwa, avec 37 Ω côté HT en saison de pluie et Aéro 2, avec 72 Ω côté HT en saison sèche). Il est à noter que ces cabines sont aussi très perturbées dans leur exploitation.
- Les valeurs des résistivités des sols sont, à certains endroits, très élevées et dépassent les 10 k Ω m (mesure à la sous-station du campus), surtout en hauteur et aux endroits où le sol est sablonneux.
- Aucune valeur de résistivité moyenne n'est inférieure à 350 Ω .m, même en terrain marécageux.
- A Kinsuka, la résistivité est croissante avec la profondeur, ceci s'explique par la présence de la roche dans le sol en profondeur. Ce terrain regorge d'ailleurs les carrières de la ville de Kinshasa.
- Les mises à la terre nouvellement installées voient leurs résistances pratiquement égales en saison de pluie et en saison sèche : ceci peut s'expliquer par le fait que le sel utilisé par les techniciens pour améliorer la conductivité locale du sol autour des électrodes agit encore (cas de la cabine Sans fil).

- Aucune mesure de la résistivité du sol n'est réalisée avant la mise à la terre faute d'appareils. Et même la mesure de la résistance des mises à la terre n'est pas fiable parce que l'appareil utilisé n'est pas performant et précis car il fait usage de la méthode des trois points [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984].
- Le schéma de la mise à la terre ne respecte pas la distance recommandée entre les électrodes (1.5 m au lieu d'une distance supérieure à la longueur de l'électrode), ce qui ne permet pas de considérer les électrodes comme étant indépendantes les unes des autres.
- Les installations des abonnés ne sont pas systématiquement contrôlées et plusieurs d'entre eux utilisent la terre comme conducteur de retour du courant (neutre) et parfois manquent de mise à la terre. Le schéma de liaison à la terre TT impose une résistance de mise à la terre chez l'abonné dépendant du seuil du DDR. Aucune contrainte rendant obligatoire l'emploi du DDR n'existe sur le réseau de distribution de la ville de Kinshasa. La protection des personnes contre les contacts indirects n'est pas, dans ce cas, assurée convenablement dans les installations électriques résidentielles.

4.6. Amélioration de la résistance d'une mise à la terre

4.6.1. Introduction

En régions de forte résistivité des sols, les configurations habituelles de mise à la terre ne permettent pas d'obtenir des résistances et/ou des impédances relativement faibles, et donc respectant les normes. Il faut alors trouver des moyens efficaces pour réduire ces résistances (impédances).

Les calculs de la résistance par éléments finis sont d'une importance capitale car ils nous permettent d'évaluer quantitativement les améliorations substantielles des mises à la terre.

Des nombreuses solutions existent mais il nous faudra choisir celles qui minimisent le coût des installations, tout en respectant les normes. Dans les paragraphes qui suivent, nous

allons énumérer ces différents moyens et évaluer l'impact de l'amélioration des résistances des mises à la terre qu'ils permettent.

4.6.2. Augmentation de la longueur de l'électrode

Pour une résistivité $\rho = 100 \Omega.m$ et, la figure A1 donnée à l'annexe A1, illustre comment varie, pour différentes relations analytiques, la résistance d'un piquet de terre de forme cylindrique de rayon $r = 0.0125 \text{ m}$ en fonction de sa longueur.

Cette figure montre que le doublement de la longueur de l'électrode réduit la résistance de 45 % seulement dans un sol homogène. Il est à noter que cette affirmation n'existe que rarement en pratique. Les mesures sont donc nécessaires [Vijayaraghavan G., Mark Brown, Malcolm Barnes, 2004]. En plus, l'augmentation de la longueur induit l'augmentation de l'inductance du piquet, donc de son impédance, ce qui est mauvais pour les courants hautes fréquences (chapitre 2).

4.6.3. Augmentation du nombre d'électrodes

On peut réduire la résistance d'une mise à la terre en augmentant le nombre d'électrodes. La littérature indique que l'augmentation du nombre d'électrodes diminue la résistance mais pas d'un facteur inverse [Vijayaraghavan G., Mark Brown, Malcolm Barnes, 2004]. La figure suivante donne la résistance en fonction du nombre d'électrodes cylindriques pour une configuration en ligne droite et pour une distance entre électrodes égale au double de la longueur des électrodes, soit $l = 2 \text{ m}$, $d = 4 \text{ m}$, $r = 0.0125 \text{ m}$ et $\rho = 100 \Omega.m$.

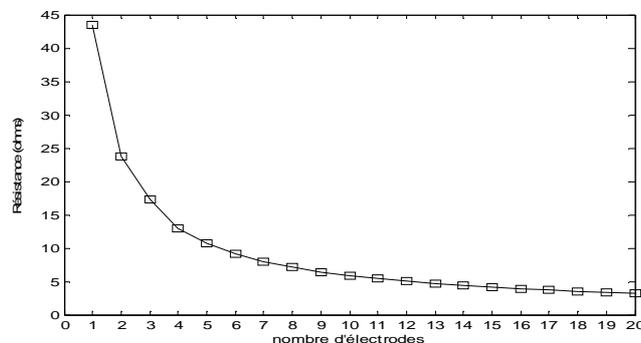


Figure 4.8 : Résistance en fonction du nombre d'électrodes cylindriques

Cette figure montre bien l'impact de l'augmentation du nombre d'électrodes. Par exemple, en passant d'une à 20 électrodes, la résistance est divisée par 10, comme souligné précédemment. La meilleure réduction de la résistance a lieu quand on passe d'une à deux électrodes. Au fur et à mesure que l'on augmente le nombre d'électrodes, la réduction de la résistance devient plus faible. Ce moyen est le plus utilisé pour obtenir une résistance de mise à la terre réduite. Il demande, néanmoins, de l'espace et augmente le coût de la mise à la terre.

4.6.4. Augmentation de la distance entre électrodes

La figure ci-dessous montre la résistance respectivement de deux électrodes, trois électrodes alignées et aux sommets d'un triangle équilatéral et quatre électrodes cylindriques alignées et aux sommets d'un carré ($r = 0.0125$ m, $l = 2$ m) en fonction de la distance entre elles, pour un sol homogène ($\rho = 100 \Omega.m$).

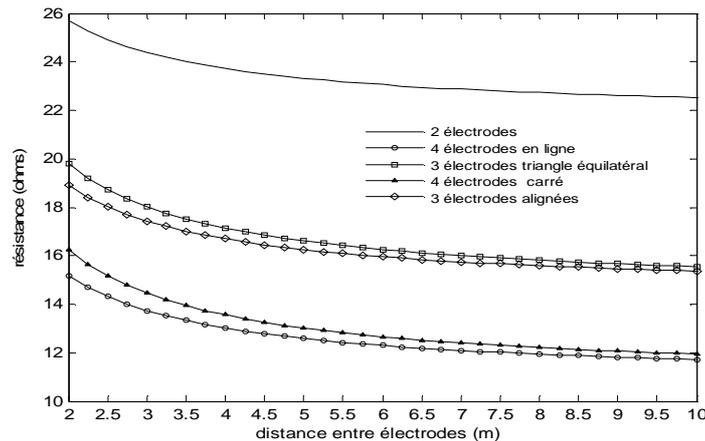


Figure 4.9 : Résistance en fonction de la distance entre les électrodes cylindriques.

Nous remarquons bien que pour des distances entre électrodes juste supérieures à la longueur de celle-ci, la réduction de la résistance des piquets est assez sensible et diminue avec l'augmentation de la distance (par exemple, pour 3 électrodes au sommet d'un triangle équilatéral, la résistance subit une diminution de 13 % quand la distance passe de 2 m à 3 m, alors que quand elle passe de 2 m à 10 m, la réduction n'est que de 21 %). Ceci montre une fois de plus que pour des raisons de coût et d'espace, il y a une limite quant à la distance entre les électrodes. La littérature renseigne que la distance de 6 m entre les

électrodes est économiquement une limite du coût de la mise à la terre [Vijayaraghavan G., Mark Brown, Malcolm Barnes, 2004].

4.6.5. Augmentation du diamètre de l'électrode

Soit une électrode verticale en cuivre de 2 m de longueur, dans un sol de 100 Ω .m. La résistance de la mise à la terre en fonction du diamètre de l'électrode pour plusieurs configurations en appliquant la relation de Dwight-Sunde (A1.4), est donnée à la figure suivante :

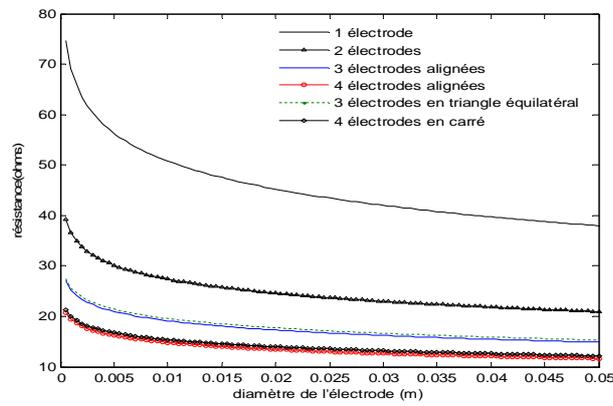


Figure 4.10 : Résistance en fonction du diamètre de l'électrode cylindrique verticale.

La figure ci-dessus montre que pour une électrode cylindrique, en multipliant le diamètre par 10, la résistance est réduite de 43 % pour une électrode, de 30 % pour deux électrodes, 29 % pour trois, 28 % pour 4 électrodes en ligne et 27 % pour 4 électrodes aux sommets d'un carré). Ceci montre qu'il n'y a pas beaucoup d'intérêt à augmenter dans des larges proportions le diamètre de l'électrode à cause des problèmes de coût. Nous rappelons ici que pour une électrode cylindrique pleine, multiplier le diamètre par 10 revient à multiplier le volume (le prix également) par 100, pour la même longueur, alors que la résistance, quant à elle, n'est réduite que de 30 % en moyenne.

Pour une électrode horizontale de 10 m de longueur, enterrée à 1 m de profondeur dans un sol homogène de résistivité égale à 100 Ω .m, la figure ci-dessous donne la résistance de mise à la terre en fonction du diamètre de l'électrode, en utilisant la relation A1.15 (annexe A1).

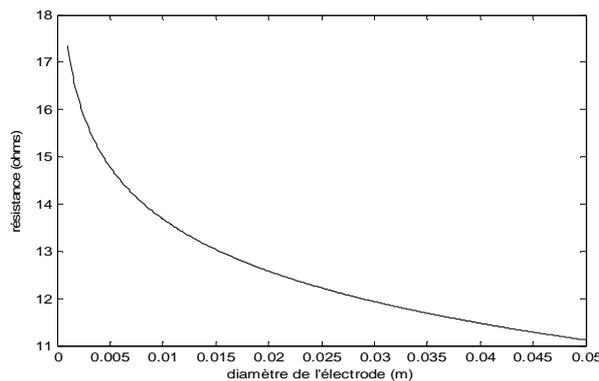


Figure 4.12 : Résistance en fonction du diamètre de l'électrode cylindrique horizontale.

Pour un diamètre 10 fois plus grand, la résistance n'est réduite que de 36 %, pratiquement dans le même ordre de grandeur que dans le cas de l'électrode verticale.

4.6.6. Traitement des sols pour réduire la résistivité

Comme évoqué précédemment, la résistivité du sol dépend de plusieurs facteurs (la nature des sols, la profondeur des courants dans le sol, le taux d'impuretés, la salinité, le taux d'humidité, la température,...).

Il y a moyen de réduire la résistivité en traitant le sol avec des produits tels que le charbon de bois, la bentonite ou le sel (mais celui-ci est à éviter à cause des risques de corrosion du métal constituant l'électrode). La norme CEI 62305-3 (annexe A2) recommande les matériaux à utiliser comme électrode de mise à la terre et les risques de corrosion en présence d'autres matériaux dans le sol, pour les mises à la terre de protection contre la foudre [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2006]

D'autres produits sont disponibles sur le marché pour ce faire. Dans tous les cas, il faut éviter une solution tendant à réduire les performances de la mise à la terre avec le temps. C'est souvent le cas en pratique, les produits à base de sel permettent d'obtenir des faibles résistivités des sols mais perdent leurs caractéristiques dans le temps.

Dans la suite, nous allons évaluer l'influence d'une couche de matière de résistivité plus faible que la terre entourant les électrodes de terre dans les performances des mises à la

terre. En plus, l'utilisation des produits chimiques est dans la plupart de cas proscrite à cause des risques de pollution des sols.

4.6.7. Géométrie de l'électrode

Comme nous l'avons souligné au premier chapitre, la résistance de mise à la terre dépend des propriétés des sols (résistivité) et de la forme géométrique de l'électrode.

Pour une électrode cylindrique, nous avons montré que l'augmentation du diamètre de celle-ci n'avait pas une incidence majeure sur la diminution de la résistance de mise à la terre.

Dès lors, nous savons que c'est plutôt la surface extérieure de l'électrode en contact avec le sol qui joue beaucoup dans la valeur de la résistance de celle-ci.

C'est pourquoi nous avons cherché des formes d'électrode qui maximisent la surface extérieure du piquet. Nous partons de l'électrode cylindrique comme référence. Pour des raisons de coût, nous allons viser des formes simples, faciles à mettre en œuvre, de mêmes volume et longueur que l'électrode cylindrique. Dans les lignes qui suivent, nous allons évaluer la proportion de la réduction de la résistance avec le changement de la forme géométrique du piquet.

4.6.7.1. Electrode parallélépipédique à base carrée

Pour une électrode parallélépipédique à base carrée de mêmes volume et longueur qu'un cylindre, le côté du carré en fonction du rayon du cylindre est donné par la relation

$$c = \sqrt{\pi} r \quad (4.1)$$

La surface extérieure du parallélépipède est donc

$$\begin{aligned} S_{exp} &= 4cl \\ &= 4\sqrt{\pi} rl \end{aligned} \quad (4.2)$$

La surface extérieure du cylindre, donnée par la relation ci-dessous, est inférieure à celle du parallélépipède à base carrée, de mêmes volume et longueur. On a donc

$$S_{extcyl} = 2\pi r l . \quad (4.3)$$

Le rapport des surfaces est alors $rs = \frac{4\sqrt{\pi}}{2\pi} = 1.1284$.

4.6.7.2. Electrode prismatique (à base triangulaire)

Considérant un triangle équilatéral, avec les mêmes hypothèses que pour l'électrode parallélépipédique, le côté du triangle dans ce cas vaudra

$$c_t = 2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \sqrt{\pi} r . \quad (4.4)$$

Dès lors, la surface extérieure du prisme est supérieure à la surface extérieure du cylindre et vaut :

$$S_{expr} = 6 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \sqrt{\pi} r l . \quad (4.5)$$

Le rapport des surfaces vaut dans ce cas 1.2861

4.6.7.3. Electrode de section en forme de croix

Pour des raisons de coût d'usinage, nous avons imaginé une électrode dont la surface de la base a la forme d'une croix, toujours dans le souci d'augmenter la surface de contact, comme illustré à la figure ci-dessous.

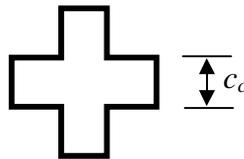


Figure 4.13 : Section en forme de croix d'une électrode de terre

Dans ce cas, pour les mêmes volume et longueur qu'une électrode cylindrique, le côté c_c , en fonction du rayon du cylindre est :

$$c_c = \sqrt{\frac{\pi}{5}} r \quad (4.6)$$

La surface extérieure est donc égale à

$$S_{extcr} = 12\sqrt{\frac{\pi}{5}} r l \quad (4.7)$$

Le rapport des surfaces vaut 1.5139

La figure ci-dessous montre comment se réduit la résistance si l'on considère une électrode non cylindrique, de même volume et de même longueur ($r = 0.0125$ m).

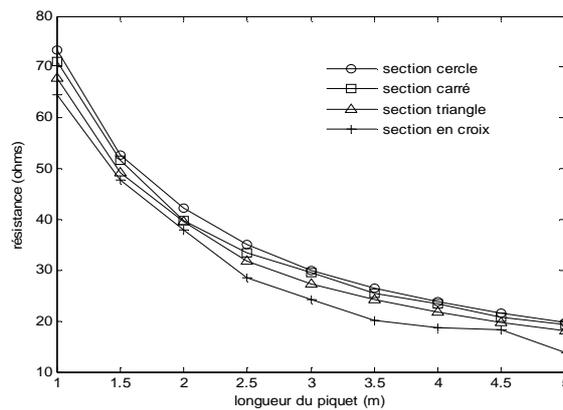


Figure 4.14 : Résistance en fonction de la forme géométrique du piquet.

En comparaison avec une électrode de section circulaire, la forme de la section influence peu la résistance de l'électrode, pour les sections carrée et triangulaire. Cependant, la section en forme de croix réduit plus sensiblement la résistance du piquet. La figure ci-dessous donne le taux de réduction de la résistance du piquet de section en forme de croix, qui peut, en fonction de la longueur du piquet, atteindre même les 30 %. Cette amélioration n'est cependant pas intéressante pour des résistivités élevées et des longueurs faibles des piquets verticaux.

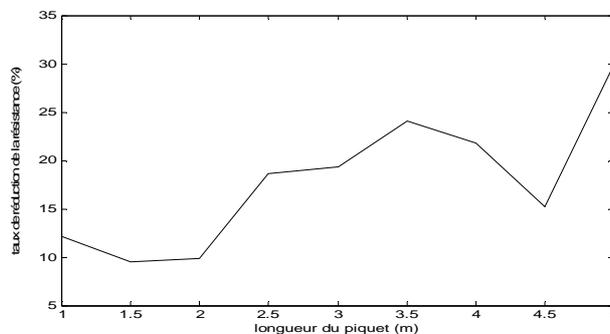


Figure 4.15 : Taux de réduction de la résistance.

4.6.8. Ajout d'une matière de résistivité réduite entourant l'électrode

4.6.8.1. Introduction

Cette technique permet d'entourer l'électrode de terre d'une couche de matière peu résistive, tel que présenté sur la figure ci-dessous.

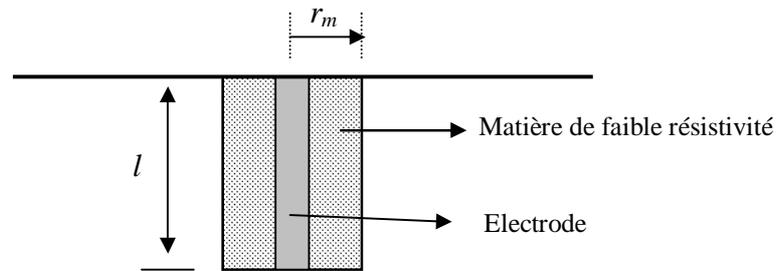


Figure 4.16 : Ajout d'une matière de faible résistivité autour de l'électrode.

Cette matière devra ne pas causer une corrosion aux piquets métalliques (qui sont souvent en cuivre ou en acier inoxydable). Plusieurs produits de faible résistivité sont utilisés (la bentonite par exemple). La matière qui conviendrait et coûte moins cher dans les régions tropicales est le charbon de bois. Cette pratique est déjà expérimentée et la relation analytique ci-dessous, utilisée par Fagan et Lee a été donnée [Fagan E.J., Lee R.H., 1970 ; IEEE, 2000], pour évaluer la résistance d'une telle électrode verticale.

$$R_m = \frac{1}{2\pi l} \left\{ \rho_m \left[\ln \left(\frac{r_m}{r} \right) \right] + \rho \left[\ln \left(\frac{4l}{r_m} \right) - 1 \right] \right\}, \quad (4.8)$$

où l est la longueur du piquet, ρ la résistivité du sol, ρ_m est la résistivité de la matière autour de l'électrode, r le rayon de l'électrode et r_m le rayon de la matière autour de l'électrode.

En examinant la relation (4.8), nous voyons bien que la résistance peut devenir négative si

$\ln \left(\frac{4l}{r_m} \right) < 1$ ou encore $r_m > \frac{4}{e} l$ et si $\rho \gg \rho_m$, e étant la constante de Neper.

Il est donc nécessaire d'évaluer la résistance par éléments finis pour la comparaison avec le calcul analytique utilisant la formule de Fagan-Lee (4.8). La figure 4.17 ci-dessous illustre

bien cette comparaison, pour une électrode verticale en cuivre de 1 m de longueur et de rayon 1,25 cm, dans un sol de résistivité 1000 Ω .m. La résistivité de la matière entourant l'électrode étant de 10 Ω .m.

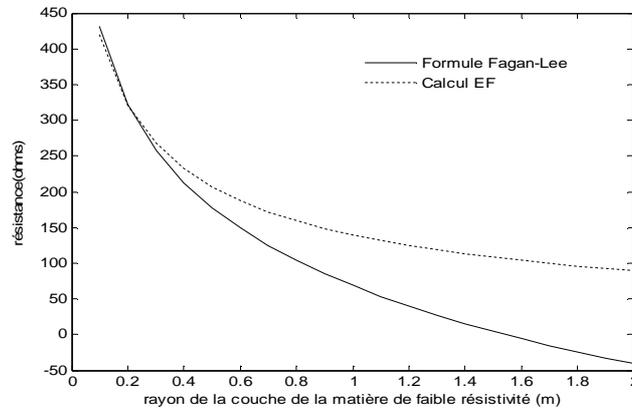


Figure 4.17 : Taux de réduction de la résistance.

Cette figure montre bien la limite de la formule analytique de Fagan-Lee quand le rayon de la matière de faible résistivité augmente, ce qui augmente aussi les écarts entre celle-ci et les calculs EF, ces derniers seront donc utilisés pour les calculs ultérieurs, étant donné les limites de la formule analytique.

La résistivité électrique du charbon de bois a été évaluée et plusieurs références en donnent des résultats. Ilit Cohen-Ofri et al [Ilit Cohen-Ofri, Lev Weiner, Elisabetta Boaretto, Genia Mintz, Steve Weiner, 2006] indiquent que les mesures effectuées sur un échantillon de la poudre de charbon de bois avaient donné une résistivité assez faible de quelques ohmmètres, dépendant de l'espèce du bois utilisée pour fabriquer le charbon de bois. Il est donc intéressant de faire usage de la poudre de charbon de bois autour des piquets de terre car la résistivité diminue avec la diminution de la taille des grains. Dans nos calculs, nous allons considérer une résistivité de 10 Ω .m pour le charbon de bois, étant donné que les échantillons de la poudre de charbon de bois utilisée par Ilit Cohen-Ofri et al, qui donnaient des résistivités inférieures à 1 Ω .m avaient été préalablement préparés.

4.6.8.2. Approche théorique en utilisant la relation de Fagan-Lee

Nous supposons que la couche de matière de faible résistivité a la même longueur que l'électrode. En utilisant la formule de Fagan-Lee, le taux de réduction de la résistance (en %) est donné par la relation suivante :

$$tr(\%) = \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho}\right) \frac{\ln \frac{r_m}{r}}{\ln \frac{4l}{r} - 1} \times 100. \quad (4.9)$$

Le taux de réduction dépend bien entendu du rapport des résistivités entre le sol et la matière à faible résistivité, des rayons respectivement de l'électrode et de la matière de faible résistivité ainsi que de la longueur de l'électrode.

Le rapport entre les résistivités ρ_m et ρ est inférieur ou égal à 1 et n'a pas beaucoup d'influence sur le taux de réduction, étant donné que $\rho_m \ll \rho$.

La figure suivante donne, pour une électrode de 2 m de longueur et de rayon 0.0125 m, le taux de réduction de la résistance pour différents rapports de résistivités, celle de la matière de faible résistivité restant constante et égale à 10 Ω .m.

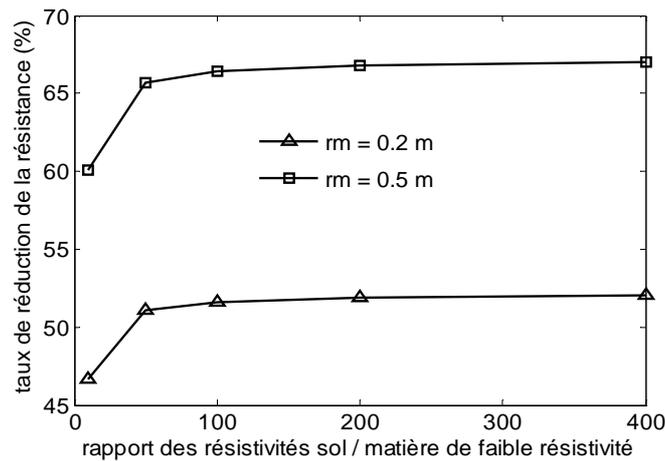


Figure 4.18 : Taux de réduction de la résistance en fonction du rapport de résistivité

La résistivité de la matière de faible résistivité étant comprise entre la résistivité du piquet et celle du sol, le taux de réduction maximum de la résistance est évalué en considérant que tout le volume occupé par la matière de faible résistivité représente l'électrode en cuivre. Il est alors donné par la relation :

$$tr \text{ max}(\%) = \frac{\ln \frac{r_m}{r}}{\ln \frac{4l}{r} - 1} \times 100. \quad (4.10)$$

Ce taux de réduction de la résistivité maximum ne dépend plus que des rayons respectivement de l'électrode et de la matière de faible résistivité ainsi que de la longueur de l'électrode. Il faut noter que ces relations ne restent valables que si $r_m \ll l$.

Pour un piquet de terre enterré dans un sol de résistivité de 1000 $\Omega.m$, entouré d'une couche de charbon de bois cylindrique de résistivité 10 $\Omega.m$, le tableau ci-dessous donne, pour une électrode verticale de longueur 2 m et de 0.0125 m de rayon, la résistance de mise à la terre en fonction du rayon de la couche de charbon de bois. La résistance de ce piquet sans la couche de charbon de bois en utilisant la relation de Dwight-Sunde (voir relation A2.4 dans l'annexe 2) est de 434.61 Ω .

Tableau 4.1 : Résistance d'une électrode entourée d'une couche de charbon de bois.

Rayon couche charbon bois (m)	Résistance avec charbon de bois Formule analytique (Ω)	Résistance avec charbon de bois Calcul EF (Ω)	Rayon équivalent piquet (m)	Taux de réduction (%)
0.1	270.79	263.14	0.11	39.45
0.2	216.18	210.38	0.21	51.59
0.3	184.24	180.89	0.30	58.38
0.4	161.57	160.86	0.39	62.99
0.5	143.99	145.97	0.47	66.41

La figure ci-dessous illustre le résultat, pour différentes longueurs de piquet.

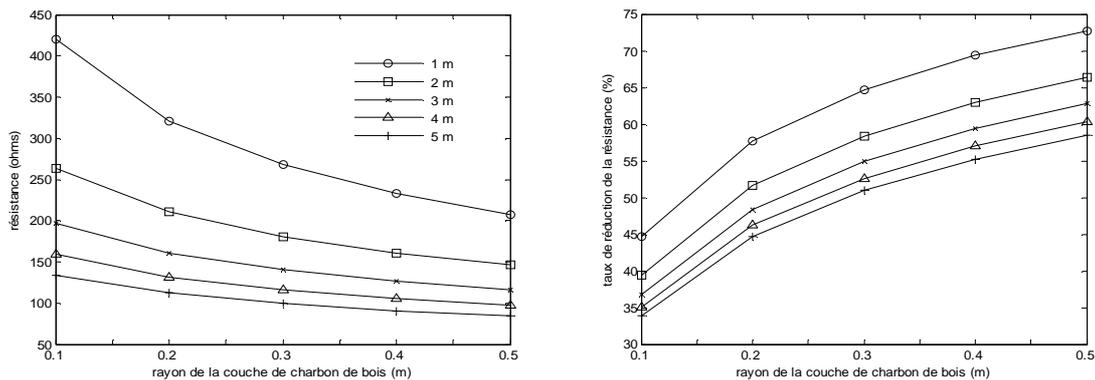


Figure 4.18 : Résistance du piquet entouré de charbon de bois (gauche) et taux de réduction de la résistance (droite).

Le tableau 4.1 montre bien que cette technique permet de réduire sensiblement la résistance de l'électrode, avec des taux de réduction atteignant parfois plus de 65 % en fonction du rayon de la couche de charbon de bois utilisé.

Cette technique peut aussi être appliquée à un piquet horizontal. Nous allons dans les lignes qui suivent en évaluer l'impact.

Electrode horizontale

Soit une électrode horizontale en cuivre de section 50 mm^2 . Nous allons évaluer le taux de réduction de la résistance de cette électrode en ajoutant une matière de faible résistivité autour de celle-ci, de largeur 0.5 m. Les résultats sont illustrés à la figure 4.19 ci-dessous. La résistivité du sol est supposée homogène et vaut $1000 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ tandis que celle du charbon de bois vaut $10 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$.

En fonction de la longueur de l'électrode horizontale, le taux de réduction de la résistance peut dépasser 50 %. Cette méthode, comme on le voit bien, convient aussi bien pour l'électrode verticale que pour l'horizontale.

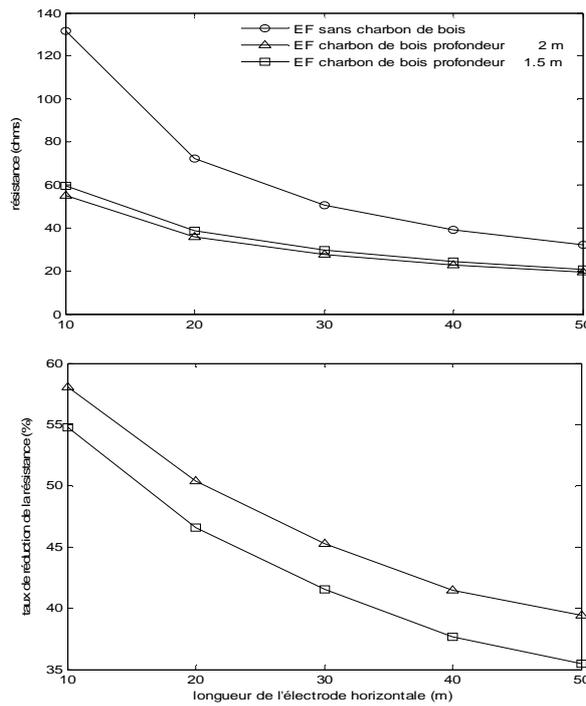


Figure 4.19 : Résistance du piquet entourée de charbon de bois (haut) et taux de réduction de la résistance (bas).

4.6.8.3. Optimisation des dimensions géométriques pour un piquet vertical

Nous allons effectuer des calculs sur une électrode verticale, entourée d'une matière de faible résistivité. Soient connues les grandeurs suivantes :

P_m , le prix volumique de la matière de faible résistivité ;

P_c , le prix volumique du cuivre ;

ρ , la résistivité du sol et

ρ_m , la résistivité de la matière autour de l'électrode

Le coût de la main d'œuvre pour réaliser le trou est un paramètre important de la mise à la terre. Il est exprimé en terme de volume du trou. Mais son influence est faible par rapport au coût de la matière. Nous pouvons même le négliger.

Le coût du cuivre utilisé pour l'électrode est :

$$f_c = P_c \pi r^2 l . \quad (4.11)$$

Le prix de la matière de faible résistivité est :

$$f_m = P_m \pi (r_m^2 - r^2) l \quad (4.12)$$

Le coût de la main d'œuvre pour réaliser le trou est :

$$f_t = P_t \pi r_m^2 l . \quad (4.13)$$

Le coût total (de la matière constituant l'électrode et de la main d'œuvre pour réaliser le trou) devient alors :

$$F = \pi l (r^2 (P_c - P_m) + (P_m + P_t) r_m^2) . \quad (4.14)$$

La résistance R_m a été donnée par la relation (4.8).

Le problème d'optimisation consiste à trouver les caractéristiques géométriques l , r et r_m qui minimisent le coût F et la résistance R_m , connaissant tous les autres paramètres de la

mise à la terre. Nous pourrions aussi utiliser la contrainte donnée par les normes des mises à la terre, c'est-à-dire

$$R_m \leq R_{\max}, \quad (4.15)$$

R_{\max} étant la valeur maximale de la résistance de mise à la terre à ne pas dépasser prévue dans les normes.

Pour rapprocher notre optimisation de la pratique, nous donnons les valeurs pour l , r et r_m .

Les tableau et figures suivants donnent les résultats obtenus après calculs EF, en choisissant les valeurs de résistances juste inférieures à R_{\max} .

Exemple de calcul pour les piquets verticaux

Soit un système de mise à la terre composé de piquets verticaux. Pour $\rho = 1000 \Omega.m$, $\rho_m = 10 \Omega.m$, $r = 0.0125 \text{ m}$, $P_c = 60\,000 \text{ \$/m}^3$, $P_m = 50 \text{ \$/m}^3$, $P_t = 10 \text{ \$/m}^3$, $R_{\max} = 75 \Omega$, nous avons les résultats représentés dans le tableau 4.2 et les figures 4.20 et 4.21 ci-dessous.

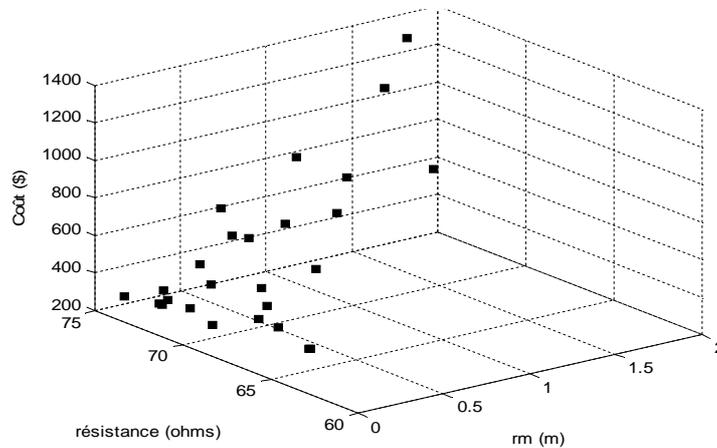


Figure 4.20 : Coût de la mise à la terre en fonction du rayon de la couche du charbon de bois et de la résistance.

Tableau 4.2 : Résistances et coûts de mise à la terre pour plusieurs configurations.

R [Ω]	Coût [\$]	Configuration	r_m [m]	Longueur équivalente [m]
73.32	640.15	2 x 0.5 m	1.8	1
74.89	435.85	4 x 0.5 m	1.1	2
73.30	695.97	2 x 1 m	1.3	2
74.83	1280.31	1 x 2 m	1.8	2
74.05	450.00	3 x 1 m	0.8	3
70.98	653.77	2 x 1.5 m	1.0	3
72.19	1196.64	1 x 3 m	1.4	3
69.24	487.16	4 x 1 m	0.7	4
73.98	487.16	2 x 2 m	0.7	4
73.28	871.69	1 x 4 m	1.0	4
70.38	382.76	4 x 1.25 m	0.5	5
73.88	382.76	2 x 2.5 m	0.5	5
74.62	608.95	1 x 5 m	0.7	5
73.99	278.35	4 x 1.5 m	0.3	6
73.99	278.35	4 x 1.5 m	0.3	6
69.11	357.52	3 x 2 m	0.4	6
72.26	357.52	2 x 3 m	0.4	6
68.59	324.75	4 x 1.75 m	0.3	7
67.46	324.75	2 x 3.5 m	0.3	7
71.49	295.74	4 x 2 m	0.2	8
72.76	295.74	2 x 4 m	0.2	8
74.25	281.82	2 x 4.5 m	0.1	9
64.75	332.71	4 x 2.25 m	0.2	9
64.65	332.71	3 x 3 m	0.2	9
69.27	313.13	3 x 3.33 m	0.1	10
72.14	313.13	4 x 2.5 m	0.1	10
72.28	313.13	2 x 5 m	0.1	10

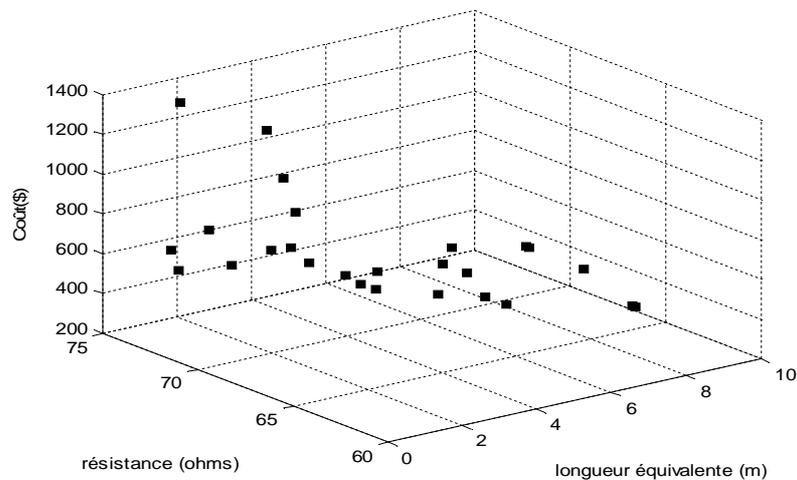


Figure 4.21 : Coût de la mise à la terre en fonction de la longueur équivalente du piquet et de la résistance.

Les résultats ci-dessus nous permettent d'affirmer que pour minimiser le coût de la mise à la terre afin d'obtenir une résistance inférieure à une valeur donnée, il est mieux de disposer de plusieurs piquets de petite longueur plutôt que d'un piquet de grande longueur.

Nous allons vérifier comment vont se comporter le champ électrique et le potentiel au niveau du sol, pour un même coût de mise à la terre et pour des configurations différentes d'électrodes verticales, pour une longueur équivalente du piquet de 2 m, le rayon de la matière de faible résistivité étant de 0.5 m, $I = 1$ A.

Ces courbes montrent que le potentiel maximum est réduit de 14 % quand on dispose de 2 piquets de 1 m au lieu d'un de 2 m, tandis qu'il est réduit de 34 % quand on passe à 4 piquets de 0.5 m. Quant au champ électrique maximum, il diminue de 38 % et 13 % respectivement.

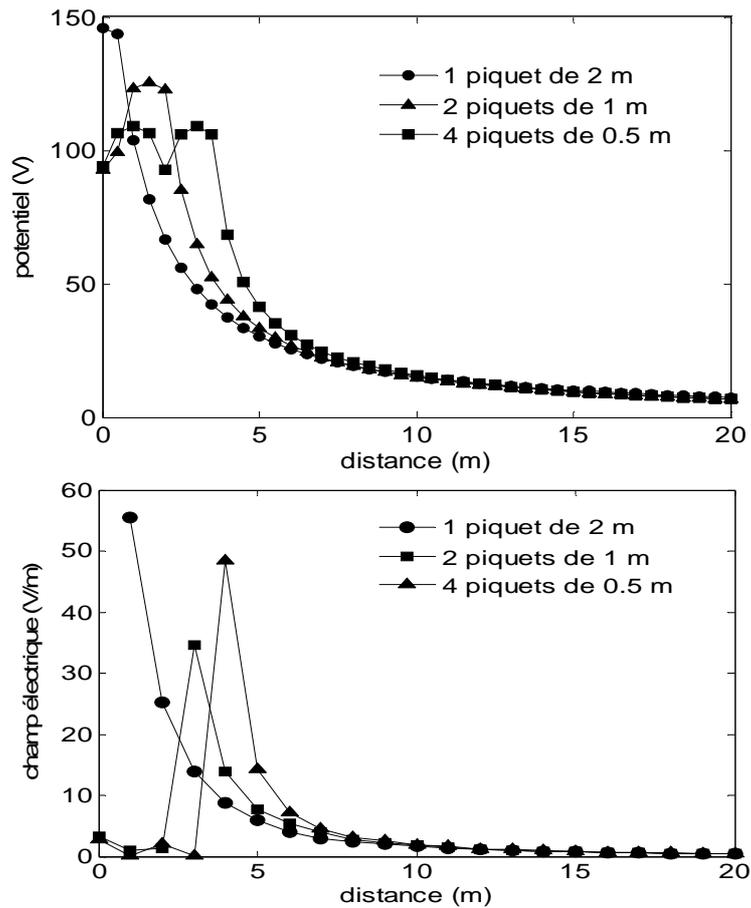


Figure 4.22 : Potentiel (haut) et champ électrique (bas) à la surface du sol.

Les figures ci-dessous montrent la distribution de potentiel (en V) et la densité de courant (en A/m²) dans le sol pour un piquet cylindrique ($l = 1$ m, $r = 0.0125$) dans un sol supposé homogène ($\rho = 1000$ Ω.m), entouré d'une couche de matière de faible résistivité ($r_m = 0.5$ m, $\rho_m = 10$ Ω.m) pour un courant de 1 A.

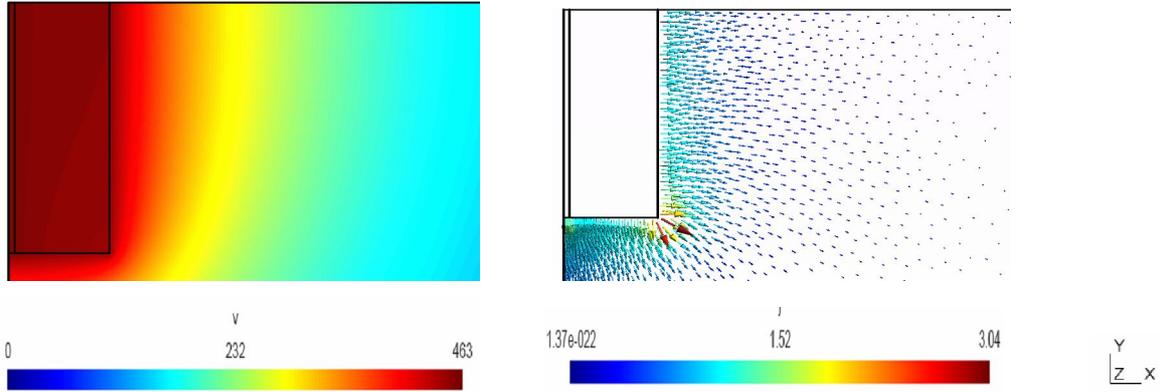


Figure 4.23 : Potentiel dans le sol (gauche) et densité de courant (droite).

Les autres paramètres de la mise à la terre tels que l'inductance et la capacité sont examinés dans la suite.

4.6.8.4. Influence de la profondeur d'enterrement du piquet

En pratique, le piquet est enterré à une profondeur p_e de la surface du sol. Les figures suivantes présentent trois cas d'un piquet de terre entouré d'une couche de matière de faible résistivité.

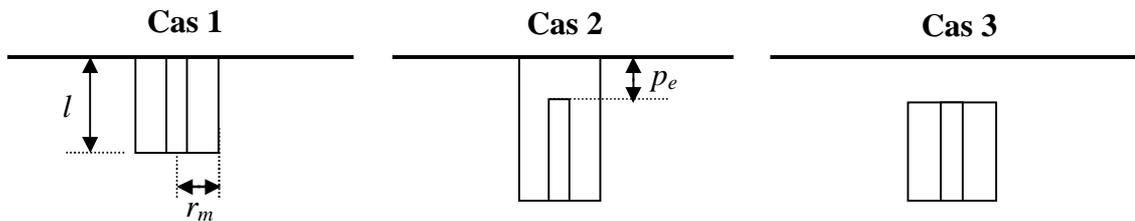


Figure 4.24 : Cas de piquet de terre enterré.

Avec $l = 2$ m, $r = 0.0125$ m, $p_e = 1$ m, $\rho_{sol} = 1000$ Ω.m, $\rho_m = 10$ Ω.m, $r_m = 0.5$ m, $I = 1$ A, nous obtenons les valeurs de résistance de 425.71 Ω pour un piquet sans charbon de bois, 145.94 Ω pour le cas 1, 116.75 Ω pour le cas 2 et 124.04 Ω pour le cas 3.

Nous remarquerons bien que la résistance diminue de 20 % pour le cas 2 et de 15 % pour le cas 3.

Le potentiel et le champ électrique à la surface du sol sont représentés sur les figures ci-dessous

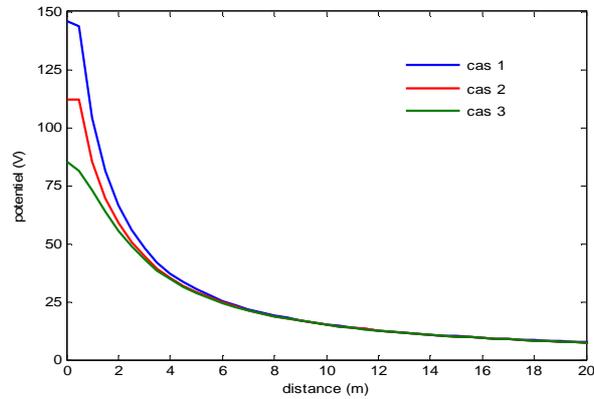


Figure 4.25 : Potentiel à la surface du sol.

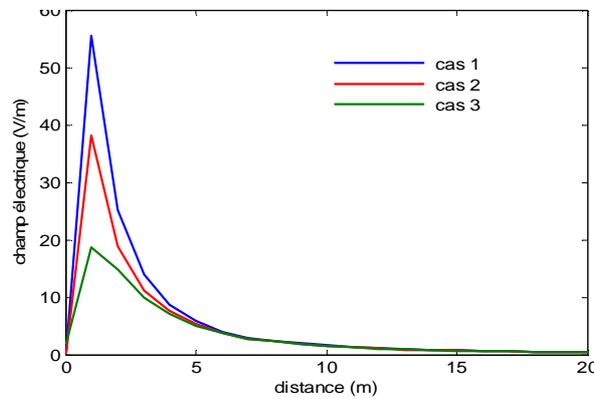


Figure 4.26 : Champ électrique à la surface du sol.

Le potentiel et le champ électrique sont réduits si le bord supérieur du piquet se trouve enterré. Dans notre cas, le potentiel est réduit de 23 % et 42 % pour les cas 2 et 3 respectivement. Le champ électrique est réduit de 31 % pour le cas 2 et de 67 % pour le cas 3. Il est donc plus avantageux d'enterrer le bord supérieur du piquet et de disposer d'une couche de forte résistivité à la surface du sol, pour réduire la tension de pas.

4.6.8.5. Optimisation des dimensions géométriques pour une électrode horizontale

Soit une électrode horizontale enterrée dans un sol de résistivité ρ , entourée d'une matière de résistivité ρ_m comme représentée sur la figure ci-dessous.

Si P_l est le prix linéique du piquet horizontal de section s , le prix de la mise à la terre est donné par la relation ci-après

$$F = l(P_l - P_m s^2) + (P_m + P_t)(l_m h_m e_m) \quad (4.17)$$



Figure 4.27 : Electrode horizontale entourée d'une couche de matière de faible résistivité.

Exemple de calcul pour l'électrode horizontale

Soit un une électrode horizontale en cuivre, enterrée à 0.5 m de profondeur. Pour $\rho = 1000 \Omega.m$, $\rho_m = 10 \Omega.m$, $s = 50 \text{ mm}^2$, $P_l = 10 \text{ \$/m}$, $P_m = 50 \text{ \$/m}^3$, $P_t = 10 \text{ \$/m}^3$, nous présentons dans le tableau 4.3 ci-dessous, les valeurs de résistance et de coût pour cette électrode.

Tableau 4.3 : Résistances et coûts de mise à la terre pour une électrode horizontale

L (m)	h_m (m)	e_m (m)	Résistance sans matière (Ω)	Résistance avec matière (Ω)	Taux réduction	Coût (US\$)
10	1.5	0.1	135.42	72.37	46.56	189.97
		0.2	135.42	69.40	48.75	279.97
	2	0.1	135.42	66.82	50.66	219.97
		0.2	135.42	63.56	53.06	339.97
20	1.5	0.1	78.46	44.34	43.48	379.95
		0.2	78.46	43.06	45.12	559.95
	2	0.1	78.46	41.54	47.05	439.95
		0.2	78.46	39.99	49.03	679.95
30	1.5	0.1	51.14	33.14	35.20	569.92
		0.2	51.14	32.14	37.16	839.92
	2	0.1	51.14	31.27	38.85	659.92
		0.2	51.14	30.18	41.00	1019.92
40	1.5	0.1	39.30	26.10	33.59	759.90
		0.2	39.30	25.43	35.28	1119.90
	2	0.1	39.30	25.88	34.14	879.90
		0.2	39.30	24.79	36.92	1359.90
50	1.5	0.1	32.78	22.70	30.73	949.87
		0.2	32.78	22.19	32.31	1399.87
	2	0.1	32.78	21.69	33.83	1099.87
		0.2	32.78	21.07	35.73	1699.87

En examinant ce tableau, nous remarquons qu'en variant considérablement e_m , la valeur de la résistance ne change pas beaucoup mais le coût augmente sensiblement. Il n'est donc pas intéressant d'avoir des valeurs élevées de e_m .

L'emploi d'électrodes horizontales s'avère plus économique que celui des piquets verticaux, du point de vue de la résistance de mise à la terre.

4.7. Influence de l'ajout d'une couche de matière moins résistive sur les caractéristiques impulsionnelles de l'électrode

Nous venons de montrer l'avantage de la technique d'ajout d'une matière de faible résistivité autour de l'électrode par la réduction de la résistance 50 Hz de la mise à la terre. Il est aussi intéressant de vérifier l'impact de cette couche sur les caractéristiques impulsionnelles de l'électrode. Nous allons supposer un sol en 4 couches de résistivités différentes. La couche de charbon de bois a un rayon de 0.25 m et sa résistivité est de 10 Ω .m. Les calculs ont été faits avec les mêmes données qu'au point 2.6.3.3. Les résultats sont présentés sur les figures suivantes.

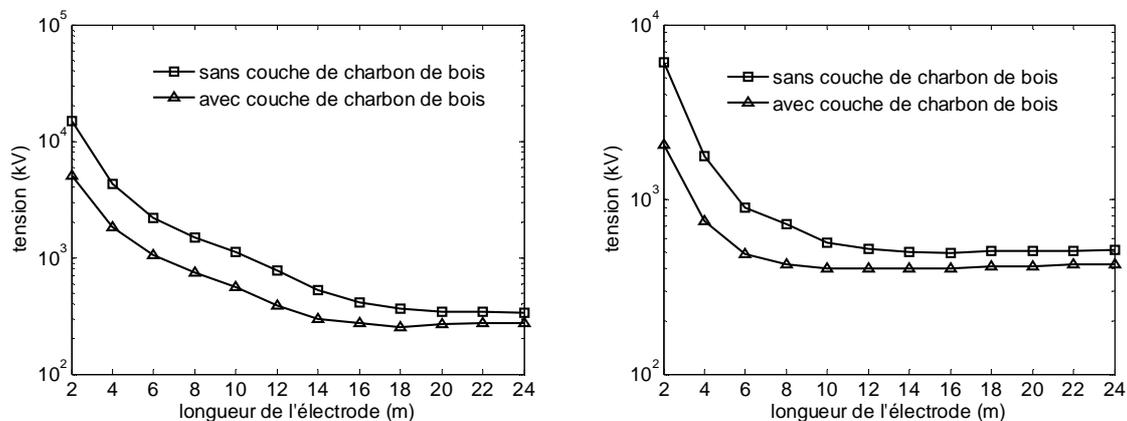


Figure 4.28 : Tension au point d'injection d'une onde de foudre sur une électrode cylindrique verticale avec et sans couche de charbon de bois, premier arc (gauche) et arc en retour (droite).

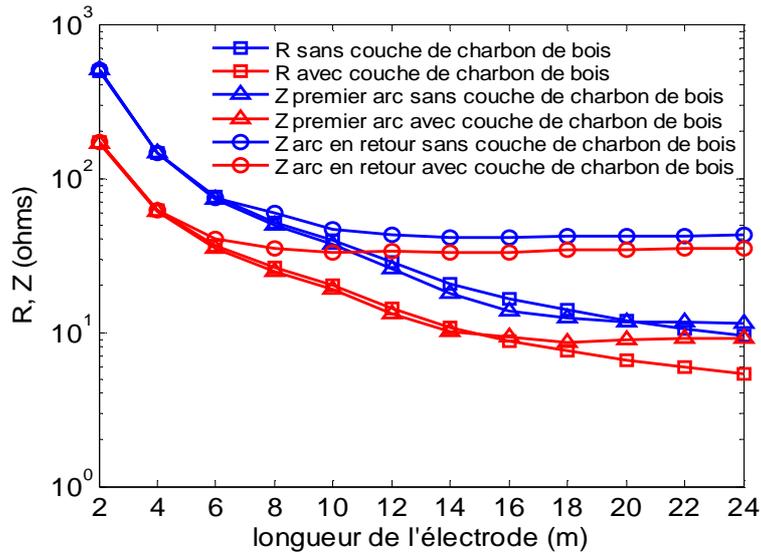


Figure 4.29 : Résistance à fréquence industrielle, impédance impulsionnelle d'une électrode verticale en fonction de la longueur pour un sol en 4 couches de résistivités différentes, avec ajout d'une couche de charbon de bois.

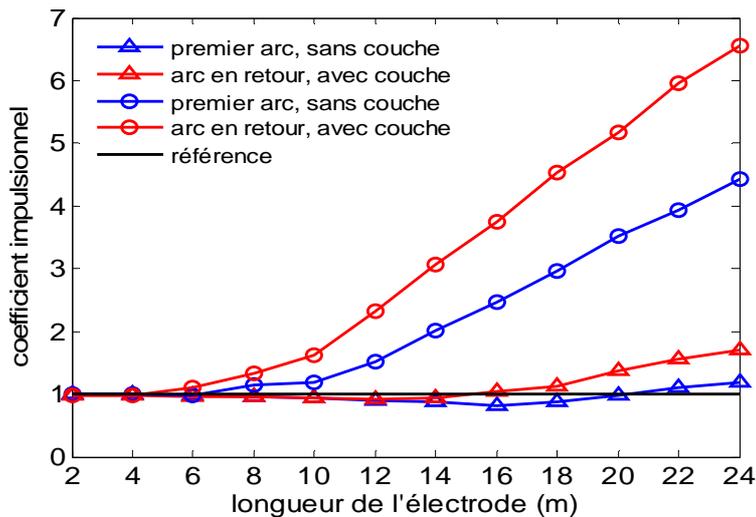


Figure 4.30 : Coefficient impulsionnel d'une électrode verticale en fonction de la longueur pour un sol en 4 couches de résistivités différentes, avec ajout d'une couche de charbon de bois.

Les résultats présentés sur les figures 4.28, 4.29 et 4.30 montrent qu'en ajoutant une couche de matière de faible résistivité autour de l'électrode, la réponse transitoire de l'électrode est améliorée sensiblement. La longueur effective de l'électrode diminue (de 20 m à 16 m pour le premier arc et de 6 m à 5 m pour l'arc en retour). Le coefficient impulsionnel augmente. Cette technique est donc avantageuse car elle réduit sensiblement la résistance à fréquence industrielle et donc la tension au point d'injection du courant.

4.8. Cas pratique de mise à la terre

Cet exemple montre le résultat de mesure et de calcul de la résistance d'une mise à la terre que nous avons réalisée à Kinshasa (République Démocratique du Congo). Le schéma d'implantation des piquets de terre (au nombre de 7) en cuivre est donné à la figure 4.31. La profondeur d'enfouissement des piquets est de 1 m en dessous de la surface du sol. La terre est représentée par 4 couches de résistivités différentes mesurées (les résultats sont donnés dans le tableau 4.4 ci-dessous). Les piquets sont entourés d'une couche de charbon de bois de 1 dm de rayon, dont la résistivité est estimée à $10 \Omega.m$. La distance entre deux piquets consécutifs est de 4 m. Dans les calculs EF, l'influence du câble horizontal reliant les piquets peut être négligé à cause de la grande résistivité de la terre qui l'entoure.

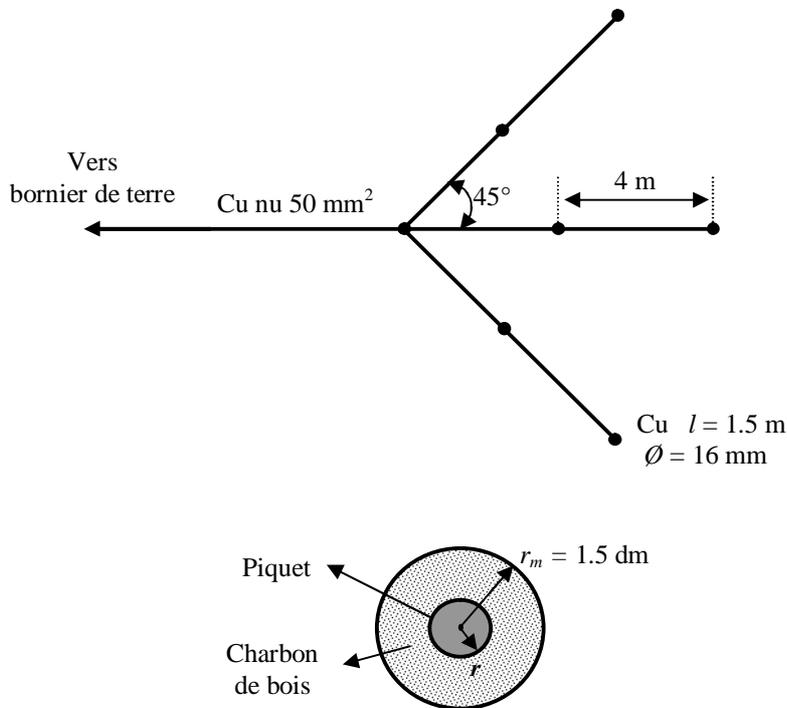


Figure 4.31 : Caractéristiques géométriques de la mise à la terre.

La résistance mesurée à l'aide du mesureur de terre présenté au point 4.2.3 est de 24Ω . Le tableau ci-dessous donne le résultat de calculs EF, en considérant un sol en 4 couches puis un sol supposé homogène de résistivité calculée selon les formules 1.7 et 1.8.

Tableau 4.4 : Résistance, sol en plusieurs couches et sol homogène, avec la couche de charbon de bois.

Résistivité ($\Omega \cdot m$)	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_{moy}	$\rho_a = 0.5 (\rho_{max} + \rho_{min})$
	4400	500	290	110	1325	2255
R EF (Ω)	26.97				66.42	112.71
Erreur (%)	12 %				177 %	367 %

Ces résultats montrent que la modélisation EF que nous avons présentée dans ce travail est convenable pour l'évaluation des mises à la terre à fréquence industrielle. Les caractéristiques du sol sont bien présentées sans aucune restriction. Les résultats des calculs et les mesures présentent un écart de 12 %. Ceci est sûrement dû au fait que nous avons négligé les différents câbles reliant les différents piquets. Mais, étant donné qu'ils sont dans la partie de sol à très grande résistivité, leur influence devrait être négligeable. En considérant que le sol est homogène, les erreurs sont très grandes (177 % et 367 % avec les formules 1.7 et 1.8 respectivement). Ces résultats prouvent une fois de plus que notre modèle n'a pas de limitation quant à la structure réelle du sol, la modélisation de sol en une couche homogène donnant des résultats biaisés.

Il est important de connaître la contribution de la couche de charbon de bois entourant l'électrode. Pour cela, nous évaluons la résistance en considérant que cette couche n'existe pas. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

Tableau 4.5 : Résistance, sol en plusieurs couches et sol homogène, sans la couche de charbon de bois

Résistivité ($\Omega \cdot m$)	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_{moy}	$\rho_a = 0.5 (\rho_{max} + \rho_{min})$
	4400	500	290	110	1325	2255
R EF (Ω)	52.55				114.54	194.94

La couche de charbon de bois permet de réduire de moitié la résistance de la mise à la terre dans ce cas.

Les figures suivantes donnent la distribution de potentiel (en V) sur la surface du sol et dans le plan horizontal contenant les extrémités supérieures des piquets, pour un courant de 1 A.

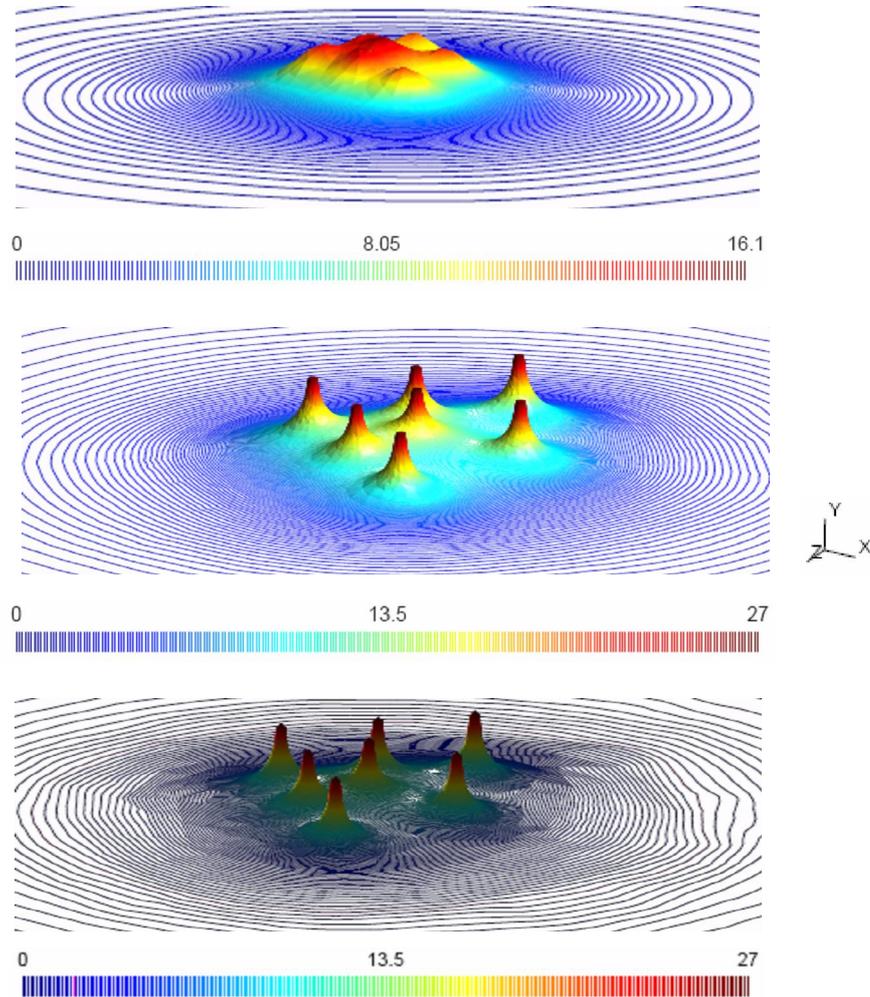


Figure 4.32 : Distribution de potentiel sur la surface du sol $y = 0$ m (haut), dans le plan horizontal contenant les extrémités supérieures des piquets $y = -1$ m (milieu) et dans le plan horizontal contenant les extrémités inférieures des piquets $y = -2.5$ m (bas).

Conclusion générale

Le concept de mise à la terre implique plusieurs champs de recherche. Le fonctionnement des installations électriques dépend étroitement de la manière dont certains dispositifs sont mis à la terre et des valeurs des paramètres des mises à la terre (résistance, inductance, capacité,...). Le paramètre le plus important dans l'analyse des mises à la terre en fréquence industrielle est la résistance qui doit être la plus faible possible, pour assurer la sécurité des personnes et du matériel. Les normes présentées au premier chapitre imposent ces valeurs. La valeur de la résistance de mise à la terre dépend de la nature du sol (résistivité) et de la forme (géométrie) des électrodes de terre.

Plusieurs études ont été menées dans ce domaine depuis plusieurs dizaines d'années. Ces recherches ont mis en évidence des méthodes de calcul qui, pour réduire la complexité, se basent sur des hypothèses simplificatrices (terre de résistivité homogène, terre en deux couches de résistivités différentes, sections des conducteurs négligées,...).

Dans ce travail, pour évaluer les résistances des mises à la terre (aussi le champ électrique et la distribution des potentiels et la densité de courant) en fréquence industrielle, des modèles de calcul par éléments finis ont été présentés en 2D axisymétrique et en 3D, pour quelques configurations d'électrodes. Ces modèles de calcul, qui ont l'avantage de se rapprocher de la situation physique réelle, et qui s'appliquent à des configurations plus complexes, ont été validés en comparaison avec les calculs analytiques, avec des écarts relatifs faibles et souvent de l'ordre de 10 %. Ces résultats ont permis de constater que les calculs axisymétriques sont beaucoup moins onéreux en termes de temps de calcul et de ressources car ils permettent des maillages beaucoup plus fins.

Cependant, une grande partie de configurations réelles de mise à la terre doit être modélisée en 3D car non axisymétriques. Les ressources et le temps de calcul sont très importants. La technique de perturbation a permis de résoudre par éléments finis, un problème 3D en le subdivisant en plusieurs problèmes axisymétriques, par un calcul itératif, les différents problèmes étant corrigés les uns par rapport aux autres. Le temps (et donc les

ressources) pour les calculs EF est alors réduit jusqu'à un facteur 143 et 38 pour les cas que nous avons considérés (maillages grossier et fin respectivement) au deuxième chapitre.

Etant donné que la résistance de la mise à la terre doit être faible et compte tenu des grandes valeurs des résistivités en régions tropicales, les moyens pour réduire cette résistance à moindre coût sont proposés. Les calculs par éléments finis nous permettent d'évaluer aussi le taux de réduction de cette résistance, ce qui permet une conception aisée des mises à la terre. La méthode la moins onéreuse proposée est l'ajout d'une couche de faible résistivité autour de l'électrode. Actuellement, beaucoup de spécialistes de mise à la terre font usage de la bentonite, mais en raison de son coût, nous proposons la poudre de charbon de bois. Les taux de réduction de la résistance peuvent dépasser 50 % avec cette technique. En outre, on remarque aussi que pour la même résistance de mise à la terre, disposer de plusieurs piquets cylindriques verticaux est beaucoup moins coûteux que de disposer de quelques piquets plus longs. Mais il serait intéressant de pouvoir vérifier comment se comporte la conductivité électrique de la poudre de charbon de bois dans le temps. Nous avons utilisé cette technique dans une installation réelle de mise à la terre que nous avons réalisée. Elle a permis de réduire de moitié la résistance de mise à la terre. Les calculs sur cette installation nous ont aussi permis de valider le modèle EF par la mesure. L'écart relatif entre la valeur mesurée et calculée par EF est de 12 %, écart justifié par le fait que nous avons négligé l'effet des câbles horizontaux servant à relier les électrodes.

En hautes fréquences, d'autres paramètres et phénomènes s'ajoutent et rendent l'analyse beaucoup plus complexe (impédance constituée de résistance, inductance et capacité). Nous avons proposé, dans cette thèse, un modèle de calcul temporel des caractéristiques d'une électrode verticale par éléments finis, lequel néglige le courant de déplacement. La comparaison avec les résultats de la littérature a permis de valider le modèle. L'avantage de notre modèle est de prendre en compte toutes les caractéristiques physiques du sol. Ce modèle, que nous avons présenté dans ce travail pour une électrode verticale, peut être étendu (moyennant des calculs adéquats) à d'autres formes d'électrodes plus complexes. Avec ce modèle, il est possible d'évaluer les caractéristiques impulsionnelles des électrodes de mise à la terre (tension au point d'injection du courant de foudre, coefficient impulsionnel,...).

L'effet de l'amélioration de la résistance basse fréquence de l'électrode en ajoutant une couche de faible résistivité a pour conséquence d'améliorer sensiblement les performances transitoires de l'électrode.

L'influence de la mise à la terre des pylônes de la ligne 220 kV Inga-Kinshasa sur les surtensions a été évaluée. Pour le premier arc, la limite de 10 Ω est raisonnable pour le risque de contournement de l'isolateur. Mais pour l'arc en retour, les résultats renseignent que le contournement est inévitable. Etant donné qu'il est difficile et coûteux dans certaines régions d'atteindre des valeurs très faibles de résistance de terre des pylônes, il est recommandé de choisir quelques pylônes pour lesquels on devrait améliorer ces résistances. En plus, pour éviter la propagation des tensions élevées vers les postes, il est impératif de réduire au maximum les résistances de mise à la terre des pylônes jusqu'à 2 km du poste. L'emploi des parafoudres, avec résistances faibles des mises à la terre est aussi un impératif.

Les mesures des résistances de terre des cabines de distribution et des résistivités des sols et les difficultés d'atteindre des valeurs assez faibles des résistances de mise à la terre nous amènent aux recommandations suivantes, pour les mises à la terre à Kinshasa :

- Aux planificateurs des réseaux électriques, de proposer pour le réseau de distribution, les cabines à deux terres séparées car pour ces types de cabines, les normes ne sont pas très contraignantes dans la valeur des mises à la terre ($< 10 \Omega$).
- Rendre obligatoire l'installation des DDR dans toutes les installations électriques BT avec des valeurs de courant de seuil plus faibles afin de tolérer des résistances relativement élevées des prises de terre des abonnés.
- Interdire l'usage de sel pour améliorer la conductivité locale du sol car celui-ci perd, après un temps, ses propriétés. En plus, le sel cause la corrosion aux électrodes en cuivre.
- Proposer l'usage de la poudre de charbon de bois à la place de sel car celui-ci permet de réduire jusqu'à 50 % la résistance de mise à la terre.
- Acquérir les équipements adaptés pour les mesures des résistivités des sols avant la conception des mises à la terre ainsi que pour des contrôles périodiques des

résistances des mises à la terre du réseau. Améliorer là où c'est possible, les valeurs hors normes.

- Proposer la création d'un organe de contrôle de conformité des installations électriques, indépendant du distributeur d'électricité. Cet organe aura entre autre pour tâche de vérifier si les normes de mise à la terre sont respectées dans toutes les installations électriques.
- Respecter la distance recommandée entre les électrodes en parallèle.
- Attribuer aux personnes compétentes la tâche de conception des mises à la terre des installations électriques, étant donné les valeurs élevées des résistivités des sols.

Annexes

Annexe 1 : Calculs analytiques des résistances de terre

A1.1. Introduction

Tagg, Rudenberg, Dwight, Sunde et beaucoup d'autres auteurs ont mis en évidence les méthodes analytiques pour évaluer la résistance de mise à la terre pour différentes configurations d'électrodes. Les relations qui sont données dans les paragraphes qui suivent supposent une résistivité uniforme du sol (sol homogène). En pratique, pour tenir compte de l'hétérogénéité du sol, on fait souvent l'hypothèse de deux couches de résistivités différentes. Les différentes configurations dépendent de la forme de la prise de terre.

A1.2. L'hémisphère

C'est la forme la plus générale d'une prise de terre. Comme on l'a montré au premier chapitre, dans un sol homogène de résistivité ρ , la résistance d'une prise de terre hémisphérique est donnée par la relation :

$$R = \frac{\rho}{2 \pi r_h}, \quad (\text{A1.1})$$

avec r_h le rayon de l'hémisphère.

Toutes les autres configurations se rapportent à un hémisphère équivalent qui donnerait la même résistance que la prise de terre considérée.

A1.3. Piquet de terre de forme cylindrique et vertical

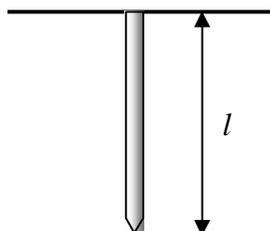


Figure A1.1 : Electrode cylindrique verticale.

Trois relations ont été développées dans la littérature pour la détermination de la résistance d'un piquet de terre vertical, de forme cylindrique [Kiessling F., Nefzger P., Nolasco J.F., Kaintzyk U., 2003 ; Anderson J.G., 1982 ; Liew A.C., B.E., Darveniza M., 1974].

a) La relation de Rudenberg

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{4l}{d} \right), \quad (\text{A1.2})$$

avec ρ la résistivité du sol, l la longueur de l'électrode et d le diamètre de l'électrode.

b) La relation de Dwight-Sunde

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{8l}{d} - 1 \right). \quad (\text{A1.3})$$

c) La relation de Liew-Darveniza

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{r+l}{r} \right), \quad (\text{A1.4})$$

r étant le rayon de l'électrode.

Il est assez important de connaître le rayon équivalent de l'hémisphère qui aurait la même résistance qu'un piquet de terre. C'est le rayon équivalent. Il est donné par la relation

$$r_{eq} = \frac{\rho}{2\pi R_{piquet}}. \quad (\text{A1.5})$$

R_{piquet} est la résistance du piquet.

Ces relations, bien que différentes, donnent des résultats très proches. La figure A1.2 ci-dessous donne les valeurs des résistances pour les différentes valeurs de la longueur de l'électrode cylindrique de rayon 0.0125 m, pour un sol homogène de résistivité 100 Ω .m.

Cette figure montre que les résultats de calcul de la résistance de l'électrode cylindrique en utilisant ces différentes formules sont d'autant plus proches que la longueur de l'électrode est relativement grande (au-delà de 1.5 m).

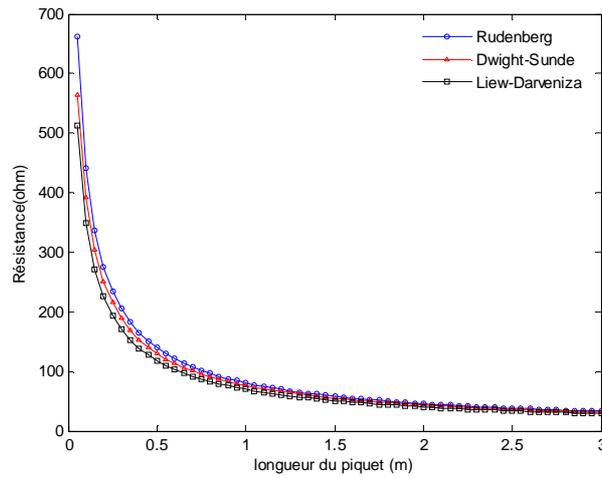


Figure A1.2 : Résistance d'une électrode cylindrique.

Pour obtenir une résistance faible, une seule électrode verticale ne suffit généralement pas. Il est important d'utiliser plusieurs électrodes en parallèle. Les relations analytiques pour déterminer la résistance pour différentes configurations ont été données principalement par Tagg [Tagg G.F., 1964]. Ces configurations sont les suivantes :

A1.4. Electrodes en ligne droite

La résistance équivalente de deux électrodes en ligne droite est donnée par la formule suivante :

$$R_2 = R \left(\frac{1 + \alpha}{2} \right), \quad (\text{A1.6})$$

avec $\alpha = \frac{r_{eq}}{d}$, d étant la distance entre les électrodes.

La résistance équivalente de trois électrodes en ligne droite est donnée par la formule suivante :

$$R_{31} = R \left(\frac{2 + \alpha - 4\alpha^2}{6 - 7\alpha} \right). \quad (\text{A1.7})$$

En général, pour N électrodes en ligne droite, pour $d > L$, la résistance équivalente est donnée par la relation approchée suivante [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984] :

$$R \approx \frac{1}{N} \left[\frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{4l}{r} - 1 \right) + \frac{\rho}{\pi d} \left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{N} \right) \right]. \quad (\text{A1.8})$$

A1.5. Electrodes aux sommets d'un triangle équilatéral

Si trois électrodes sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté d , la résistance équivalente est donnée par la relation suivante :

$$R_{3t} = R \left(\frac{1+2\alpha}{3} \right). \quad (\text{A1.9})$$

A1.6. Electrodes sur les côtés d'un carré

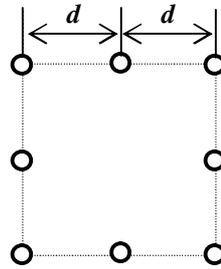


Figure A1.3 : Electrode sur les côtés d'un carré.

Soit N le nombre d'électrodes. La résistance équivalente est donnée par la relation

$$R_N = R \left(\frac{1+k\alpha}{N} \right). \quad (\text{A1.10})$$

Les coefficients k sont donnés par le tableau ci-dessous.

Tableau A1.1 : Coefficients k pour des électrodes sur les côtés d'un carré

Nombre d'électrodes par côté	Nombre total d'électrodes	k
2	4	2.7071
3	8	4.2583
4	12	5.3939
5	16	6.0072
6	20	6.4633
7	24	6.8363
8	28	7.1479
9	32	7.4195
10	36	7.6551

A1.7. Electrodes dans un carré solide

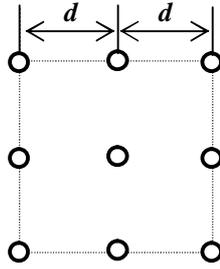


Figure A1.4 : Electrode dans un carré solide.

La résistance est donnée par la relation (A1.10) ci-dessus. Cependant, les coefficients k sont donnés par le tableau ci-dessous.

Tableau A1.2 : Coefficients k pour des électrodes dans un carré solide.

Nombre d'électrodes par côté	Nombre total d'électrodes	k
2	4	2.7071
3	9	5.8917
4	16	8.5545
5	25	11.4371
6	36	14.0650
7	49	16.8933
8	64	19.5003
9	81	22.3069
10	100	24.9587

A1.8. Electrodes sur la circonférence d'un cercle

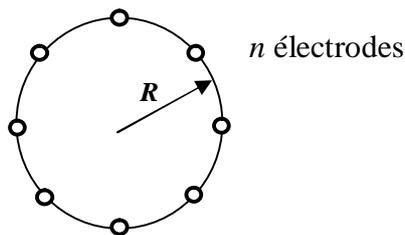


Figure A1.5 : Electrodes sur une circonférence.

La résistance équivalente est donnée par la relation :

$$R_N = R \left(\frac{1 + 0.5\alpha + \alpha \sum_{s=1}^{s=\binom{n}{2}-1} \cos\left(\frac{S\pi}{n}\right)}{n} \right), \quad (\text{A1.11})$$

avec $\alpha = \frac{r}{R}$.

Dans ce cas, la distance entre deux électrodes est donnée par la relation

$$d = 2R \sin\left(\frac{2\pi}{R}\right). \quad (\text{A1.12})$$

A1.9. Câble enterré horizontalement

La résistance d'un câble de longueur L et de rayon r , enterré horizontalement à une profondeur h est donnée par [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984]

$$R = \frac{\rho}{\pi L} \left(\ln \frac{2L}{\sqrt{2rh}} - 1 \right). \quad (\text{A1.13})$$

Tagg a proposé une relation analytique et ses approximations qui tiennent compte de la comparaison entre la longueur du conducteur enterré et la profondeur d'enfouissement (avec $L' = L/2$ et $S = 2h$) [Tagg G.F., 1964].

$$R = \frac{\rho}{4\pi L'} \left(\ln \frac{4L'}{r} - 1 + \ln \frac{2L' + \sqrt{(S^2 + 4L'^2)}}{S} + \frac{S}{2L'} - \frac{\sqrt{(S^2 + 4L'^2)}}{2L'} \right). \quad (\text{A1.14})$$

Pour des valeurs du rapport S/L' élevées, la relation (A1.14) devient

$$R = \frac{\rho}{4\pi L'} \left(\ln \frac{4L'}{r} - 1 \right) + \frac{\rho}{4\pi S} \left(1 - \frac{L'^2}{3S^2} + \frac{2L'^4}{5S^4} \right). \quad (\text{A1.15})$$

Pour des valeurs du rapport S/L' faibles,

$$R = \frac{\rho}{4\pi L'} \left(\ln \frac{4L'}{r} + \ln \frac{4L'}{S} - 2 + \frac{S}{2L'} - \frac{S^2}{16L'^2} + \frac{S^4}{512L'^4} \right). \quad (\text{A1.17})$$

Pour un conducteur en cuivre de section 50 mm^2 enterré à 1 m de profondeur, la figure suivante donne la valeur de la résistance de mise à la terre en fonction de sa longueur, pour une résistivité du sol de $100 \Omega\text{m}$.

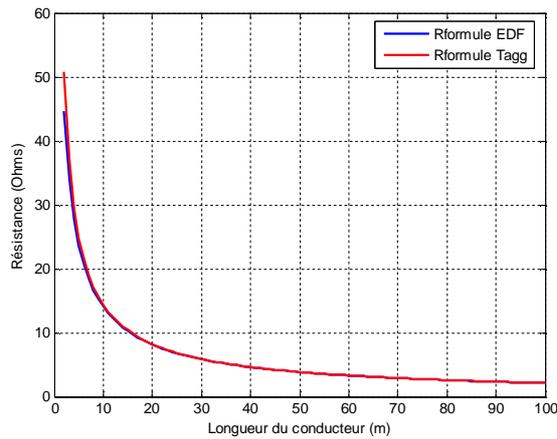


Figure A1.6 : Résistance en fonction de la longueur du piquet.

Si l'on dispose de deux câbles horizontaux en parallèle, écartés d'une distance e ($e \ll L$), la résistance devient [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984]

$$R = \frac{\rho}{\pi L} \left(\ln \frac{2L}{\sqrt{2rhe}e'} - 1 \right) \quad \text{avec } e' = \sqrt{e^2 - 4h^2}. \quad (\text{A1.18})$$

A1.10. Plusieurs (n) câbles rayonnant de longueur l , enfouis à la même profondeur h

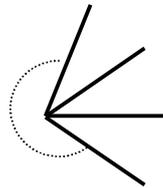


Figure A1.7 : Plusieurs câbles rayonnants.

La résistance équivalente est donnée par la relation :

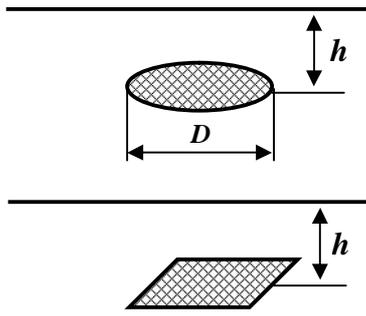
$$R = \frac{\rho}{n\pi l} \left(\ln \frac{2l}{\sqrt{2rh}} - 1 + N(n) \right) \quad (\text{A1.19})$$

avec les $N(n)$ donnés par le tableau suivant :

Tableau A1.3 : Coefficients $N(n)$ pour n électrodes rayonnant.

n	2	3	4	6	8	12	100
N	0.7	1.53	2.45	4.42	6.5	11	116

A1.11. Réseau maillé ou grille



$$h \ll D, R = \frac{\rho}{4D} \left(1 - \frac{4h}{D}\right) \quad (\text{A1.20})$$

$$h \gg D, R = \frac{\rho}{8D} + \frac{\rho}{8\pi h} \quad (\text{A1.21})$$

$$R \approx \frac{2\rho}{P} \quad \text{avec } P : \text{périmètre de la grille}$$

Figure A1.8 : Réseau maillé.

Pour évaluer la résistance d'une grille de terre combinée avec des piquets de terre, Schwartz a utilisé l'équation suivante introduite par Sunde et Rudenberg [IEEE, 2000].

$$R_g = \frac{R_1 R_2 - R_m^2}{R_1 + R_2 - 2R_m} \quad (\text{A1.22})$$

R_1 est la résistance de conducteurs de la grille ;

R_2 est la résistance des piquets de terre ;

R_m est la résistance mutuelle entre la grille et les piquets de terre.

$$R_1 = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left(\frac{2L_c}{a'} \right) + \frac{k_1 L_c}{\sqrt{A}} - k_2 \right]$$

ρ est la résistivité du sol

L_c est la longueur totale de tous les conducteurs de la grille

$a' = \sqrt{a \cdot 2h}$ si la grille est enterrée à une profondeur h

$a' = a$ si la grille est sur la surface du sol

a est le rayon des conducteurs de la grille

A est l'aire occupée par les conducteurs

k_1 et k_2 sont des coefficients données dans la figure A1.9

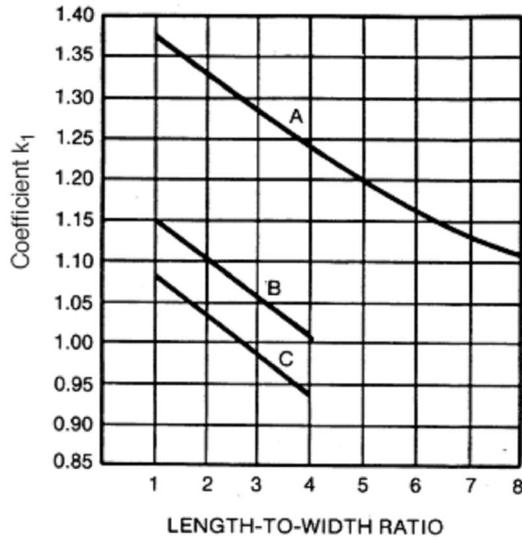
$$R_2 = \frac{\rho}{2\pi n l} \left[\ln \left(\frac{4l}{b} \right) - 1 + \frac{2k_1 l}{\sqrt{A}} (\sqrt{n} - 1)^2 \right]$$

l est la longueur des piquets

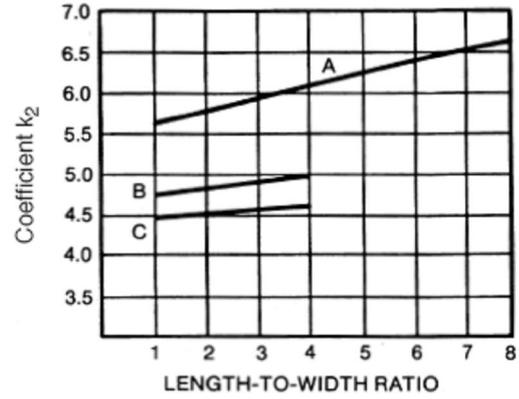
b est le rayon des piquets

n est le nombre de piquets

$$R_m = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left(\frac{2L_c}{l} \right) + \frac{k_1 L_c}{\sqrt{A}} - k_2 + 1 \right]$$



CURVE A — FOR DEPTH $h = 0$
 $\gamma_A = -0.04x + 1.41$
 CURVE B — FOR DEPTH $h = 1/10 \sqrt{\text{AREA}}$
 $\gamma_B = -0.05x + 1.20$
 CURVE C — FOR DEPTH $h = 1/6 \sqrt{\text{AREA}}$
 $\gamma_C = -0.05x + 1.13$



CURVE A — FOR DEPTH $h = 0$
 $\gamma_A = 0.15x + 5.50$
 CURVE B — FOR DEPTH $h = 1/10 \sqrt{\text{AREA}}$
 $\gamma_B = 0.10x + 4.68$
 CURVE C — FOR DEPTH $h = 1/6 \sqrt{\text{AREA}}$
 $\gamma_C = -0.05x + 4.40$

Figure A1.9 : Coefficients k_1 et k_2 ;

A1.12. Boucle enterrée

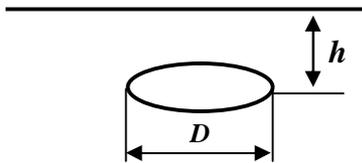


Figure A1.10 : Boucle enterrée.

$$R = \frac{\rho}{2 \pi^2 D} \ln \frac{8D^2}{hr} \quad (\text{A1.23})$$

r est le rayon du conducteur.

A1.13. Sol non homogène

A1.13.1. Résistance d'un piquet de terre dans un sol en deux couches

Tagg a établi la relation donnant la résistance d'une électrode cylindrique verticale de longueur l et de rayon r dans un sol en deux couches de résistivité ρ_1 et ρ_2 [Tagg G.F., 1964]. Deux cas sont alors considérés : l'électrode peut se situer entièrement dans la couche supérieure ou elle peut traverser les deux couches.

a) L'électrode se situe dans la couche supérieure de résistivité ρ_1

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi l} \left[\left(\ln \frac{4l}{r} - 1 \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{2} \ln \left(\frac{\frac{nh}{l} + 1}{\frac{nh}{l} - 1} \right) \right] \quad (\text{A1.24})$$

avec l , longueur de l'électrode ;

K , coefficient de réflexion donnée par la relation (1.6) ;

h , profondeur de la couche de résistivité ρ_1 .

b) L'électrode traverse les deux couches

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi l} \frac{(1+K)}{\left\{ (1-K) + 2k \frac{h}{l} \right\}} \left[\ln \frac{2l}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \ln \left(\frac{2nh+l}{[(2n-2)h+l]} \right) \right] \quad (\text{A1.25})$$

A1.13.2. Résistance d'une électrode horizontale dans un sol en deux couches

Tagg a établi la relation donnant la résistance d'une électrode cylindrique horizontale de longueur l et de rayon r , enterrée à une profondeur p ($p < h$) dans un sol en deux couches de résistivité ρ_1 et ρ_2 [Tagg G.F., 1964]. Elle est donnée par la relation

$$R = R_1 + R_a$$

R_1 est la résistance de l'électrode horizontale dans un sol homogène de résistivité ρ_1 ;

R_a est la résistance additionnelle due au changement de la résistivité du sol. Elle est donnée par la relation suivante :

$$R_a = \frac{\rho_1}{2\pi l} \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left\{ 4 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nh}{l}\right)^2 + 1}}{2n \frac{h}{l}} + 8n \frac{h}{l} - 4 \sqrt{\left(\frac{2nh}{l}\right)^2 + 1} \right\}. \quad (\text{A1.26})$$

Annexe 2 : Matériaux à utiliser comme électrode

Le tableau ci-dessous donne les différents types de matériaux à utiliser comme électrode de terre et leurs performances.

Tableau A2.1 : Matériaux des systèmes de protection contre la foudre et conditions d'utilisation.

Matériau	Utilisation			Corrosion		
	A l'air libre	Enterré	Sous béton	Résistance	Accrue par	Peut être détruit par couplage galvanique avec
Cuivre	Massif Torsadé	Massif Torsadé En revêtement	Massif Torsadé En revêtement	Bonne dans de nombreux environnements	Composés sulfureux Matières organiques	–
Acier galvanisé à chaud	Massif Torsadé	Massif	Massif Torsadé	Acceptable dans l'air, le béton et en sol normal	Contenu important de chlorides	Cuivre
Acier inoxydable	Massif Torsadé	Massif Torsadé	Massif Torsadé	Bonne dans de nombreux environnements	Contenu important de chlorides	–
Aluminium	Massif Torsadé	Pas bon	Pas bon	Bonne dans des atmosphères contenant des concentrations faibles de soufre et de chlore	Solutions alcalines	Cuivre
Plomb	Massif En revêtement	Massif En revêtement	Pas bon	Bonne dans des atmosphères contenant de fortes concentrations de sulfates	Sols acides	Cuivre Acier inox

NOTE 1 Ce tableau ne donne que des indications générales, dans des conditions particulières, à des considérations sur l'immunité contre la corrosion est requise (voir Annexe E).

NOTE 2 Les conducteurs torsadés sont plus vulnérables à la corrosion que les conducteurs massifs. Les conducteurs torsadés sont aussi vulnérables s'ils entrent ou sortent du béton ou du sol. C'est pourquoi les conducteurs torsadés galvanisés ne sont pas recommandés dans le sol.

NOTE 3 L'acier galvanisé peut être corrodé dans des sols argileux ou humides.

NOTE 4 Il est recommandé que l'acier galvanisé dans le béton ne se prolonge pas dans le sol en raison de la corrosion possible de l'acier à l'extérieur du béton.

NOTE 5 L'acier galvanisé en contact avec des armatures en acier du béton armé peut, dans certaines conditions, endommager le béton armé.

NOTE 6 L'utilisation de plomb dans le sol est souvent bannie ou limitée en raison des conditions d'environnement.

Extrait de [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2006]

Tableau A2.2.: Dimensions minimales habituelles des prises de terre en matériaux couramment utilisés pour leur résistance à la corrosion et leur tenue mécanique appropriée dans le cas d'enfouissement dans le sol.

Matériau	Surface	Forme	Dimensions minimales				
			Diamètre mm	Section mm ²	Épaisseur mm	Épaisseur du revêtement galvanique	
						Valeur individuelle µm	Valeur moyenne µm
Acier	Galvanisé à chaud ^a et Inox ^{a, b}	Bande ^c		90	3	63	70
		Sections		90	3	63	70
		Tige ronde pour électrodes profondes	16			63	70
		Fil rond pour électrode de surface ^g	10				50 ^h
		Conduit	25		2	47	55
	Cuivre gainé	Tige ronde pour électrodes profondes	15			2 000	
	Avec cuivre déposé par électrolyse	Tige ronde pour électrodes profondes	14			90	100
Cuivre	Nu ^a	Bande		50	2		
		Fil rond pour électrode de surface ^g		25 ^f			
		Toron	1,8 pour chaque brin	25			
		Conduit	20		2		
	Étamé	Toron	1,8 pour chaque brin	25		1	5
	Étamé zinc	Bande ^d		50	2	20	40
^a Peut aussi être utilisé pour des prises de terre destinées à être enfouies dans du béton. ^b Pas de revêtement. ^c En bande enroulée ou bande fendue avec rebords arrondis. ^d Bande à bords arrondis. ^e Dans le cas de revêtement continu par bain, seule une épaisseur de 50 µm est techniquement réalisable à présent. ^f Lorsque l'expérience montre que le risque de corrosion et de dommage mécanique est très faible, une section de 16 mm ² peut être utilisée. ^g Une prise de terre est dite de surface si sa profondeur ne dépasse pas 0,5 m.							

Extrait de [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2002]

Annexe 3 : Mesures des résistances de terre des cabines et résistivités des sols effectuées à Kinshasa (RDC)

Tableau A3.1 : Mesures des résistances de terre des cabines MT/BT et sous-station, Ville de Kinshasa (saison des pluies 2006).

TYPE SOL	CABINES	COMMUNE	QUARTIER	DKX	Résistance mise à la terre		Observation
					Terre HT (Ω)	Terre BT (Ω)	
Ho	KINGABWA 2	LIMETE	KINGABWA	DKS	3.5	2.7	
	KINGABWA 8	LIMETE	KINGABWA	DKS	3.6	5.1	
	NGABA 18	NGABA	NGABA	DKS	1.9		Terre unique
	NGABA 19	NGABA	NGABA	DKS	1.9		Terre unique
	NGABA 21	NGABA	NGABA	DKS	2.3		Terre unique
Ccb	St KAGGWA	KINTAMBO	CIMETIERE	DKO	37.2	5.8	
	SALONGO NORD 4	LEMBA	SALONGO	DKS	2.7	3.6	
	SALONGO NORD 8	LEMBA	SALONGO	DKS	1.5	3.2	
Q	KUNDA	MATETE	KUNDA	DKE	941	9	Terre HT probablement déconnectée
	AERO 2	MASINA	MIKONDO	DKE	36	1	Tension contact des masses de la cabine
	NDJILI 15	NDJILI	NDJILI	DKE	1.2	-	Bornier terre BT inaccessible
	MUSHIE	LINGWALA	MUSHIE	DKN	2.9	-	Tension parasite côté BT*
	NOTRE DAME	LINGWALA	NOTRE DAME	DKN	10.1	9.2	
	PLACE MANGE	KALAMU	YOLO KAPELA	DKS	1.3		
	PLACE GAYA	KALAMU	YOLO EZO	DKS	3		
	PLACE NOKI	KALAMU	YOLO NORD	DKS	1.1		
	MASINA (S/S)	MASINA	BITABE	DDK	4.5		
	HOPITAL CHINOIS	NDJILI	SAINTE THERESE	DKE	1.9		
QPs	SANS FIL	MASINA	SANS FIL	DKE	10.9		Cabine en construction
	LA BORNE	NGALIEMA	BINZA IPN	DKO	8.5	5.2	
	NGAFANI	MONT NGAFULA	NGAFANI	DKO	9.4		Terre unique
	KISENSO 3	KISENSO		DKE	4.2	14.7	
	BACKB. UNIKIN	LEMBA	CAMPUS	-	70		Terre antenne parabolique

* 2 avaries de transformateur successives.

Tableau A3.2 : Mesures des résistances de terre des cabines MT/BT et sous-station, Ville de Kinshasa (saison sèche 2006).

TYPE SOL	CABINES	COMMUNE	QUARTIER	DKX	Résistance mise à la terre		Observation
					Terre HT (Ω)	Terre BT (Ω)	
Ho	KINGABWA 2	LIMETE	KINGABWA	DKS	3.2	3.3	
	KINGABWA 8	LIMETE	KINGABWA	DKS	4.7	2.6	
	NGABA 18	NGABA	NGABA	DKS	3.97		Terre unique
	NGABA 19	NGABA	NGABA	DKS	2.43		Terre unique
	NGABA 21	NGABA	NGABA	DKS	3.17		Terre unique
Ccb	St KAGGWA	KINTAMBO	CIMETIERE	DKO	-	-	Non disponible pour la mesure
	SALONGO NORD 4	LEMBA	SALONGO	DKS	5.6	6.6	
	SALONGO NORD 8	LEMBA	SALONGO	DKS	1.2	4.2	
Q	KUNDA	MATETE	KUNDA	DKE	3500	16.2	Terre HT probablement déconnectée dans le sol
	AERO 2	MASINA	MIKONDO	DKE	72.4	9.1	
	NDJILI 15	NDJILI	NDJILI	DKE	3	4.7	
	MUSHIE	LINGWALA	MUSHIE	DKN	4.4	-	Tension parasite côté BT
	NOTRE DAME	LINGWALA	NOTRE DAME	DKN	20.6	19.1	
	PLACE MANGE	KALAMU	YOLO KAPELA	DKS	3.4		
	PLACE GAYA	KALAMU	YOLO EZO	DKS	1.8		
	PLACE NOKI	KALAMU	YOLO NORD	DKS	-		Tension parasite
	MASINA (S/S)	MASINA	BITABE	DDK	-		
	HOPITAL CHINOIS	NDJILI	SAINTE THERESE	DKE			
SANS FIL	MASINA	SANS FIL	DKE	10.6		Cabine déjà alimentée	
QPs	LA BORNE	NGALIEMA	BINZA IPN	DKO	-	-	Non disponible pour la mesure
	NGAFANI	MONT NGAFULA	NGAFANI	DKO	-		Non disponible pour la mesure
	KISENSO 3	KISENSO		DKE	-	-	Non disponible pour la mesure
	BACKB. UNIKIN	LEMBA	CAMPUS	-	161		Terre antenne parabolique

Remarque : Nous n'avons pas pu effectuer des mesures sur les types de sol Q_{so} et I faute de cabine disponible.

Tableau A3.3 : Comparaison des valeurs des résistances des mises à la terre des deux saisons.

TYPE SOL	CABINES	R saison de pluie		R saison sèche		Observation
		Terre HT (Ω)	Terre BT (Ω)	Terre HT (Ω)	Terre BT (Ω)	
Ho	KINGABWA 2	3.5	2.7	3.2	3.3	
	KINGABWA 8	3.6	5.1	4.7	2.6	
	NGABA 18	1.9		3.97		
	NGABA 19	1.9		2.43		
	NGABA 21	2.3		3.17		
Ccb	St KAGGWA	37.2	5.8			
	SALONGO NORD 4	2.7	3.6	5.6	6.6	
	SALONGO NORD 8	1.5	3.2	1.2	4.2	
Q	KUNDA	941	9	3500	16.2	
	AERO 2	36	1	72.4	9.1	
	NDJILI 15	1.2	-	3	4.7	
	MUSHIE	2.9	-	4.4	-	Tension parasite côté BT
	NOTRE DAME	10.1	9.2	20.6	19.1	
	PLACE MANGE	1.3		3.4		
	PLACE GAYA	3		1.8		
	PLACE NOKI	1.1		-		Tension parasite pour la mesure en saison sèche
	MASINA (S/S)	4.5		-		Non disponible pour la mesure en saison sèche
	HOPITAL CHINOIS	1.9		-		
QPs	SANS FIL	10.9		10.6		
	LA BORNE	8.5	5.2			Non disponible pour la mesure en saison sèche
	NGAFANI	9.4				Non disponible pour la mesure en saison sèche
	KISENSO 3	4.2	14.7			Non disponible pour la mesure en saison sèche
	BACKB. UNIKIN	70		161		

Tableau A3.4 : Mesures des résistivités des sols, Ville de Kinshasa, saison sèche 2006.

TYPE SOL	LIEU	COMMUNE	QUARTIER	DKX	Résistivité ($\Omega.m$)				Résistivité moyenne ($\Omega.m$)	Observation
					0.6 -1 m	2 m	5 m	15 m		
Ho	Makala	Makala	Makala	DKS	266	342	515	424	386,75	
Ccb	St Kaggwa	Kintambo	Cimetière	DKO	6510	7190	4730	320	4687,5	
Q	Ndjili 15	Ndjili	Ndjili 15	DKE	2590	3750	4370	1100	2952,5	
	Kingasani	Kimbanseke	Kingasani	DKE	840	1060	1300	592	948	
QPs	Ngafani	Mont-Ngafula	Ngafani	DKO	4410	5240	1830	1020	3125	
	Sainte Rita	Mont-Ngafula	Sainte Rita	DKO	1030	2050	3480	2440	2250	
	La borne	Ngaliema	UPN	DKO	4790	2340	1720	590	2360	
	Campus (S/S)	Lemba	Campus	DKS	14500	11700	9170	6400	10442,5	

Tableau A3.5 : Mesures des résistivités des sols, Ville de Kinshasa, saison des pluies 2006.

TYPE SOL	LIEU	COMMUNE	QUARTIER	DKX	Résistivité ($\Omega.m$)				Résistivité moyenne ($\Omega.m$)	Observation
					0.6 -1 m	2 m	5 m	15 m		
I	Kinsuka	Ngaliema	Kinsuka	DKO	134	177	537	732	395	La résistivité est croissante avec la profondeur (présence de la roche)
QPs	Campus backbone	Lemba	Campus	DKS	4400	500	290	110	1325	Présence de gazon

Annexe 4 : Résultats des calculs EF électrocinétique des résistances de mise à la terre pour quelques configurations d'électrodes

A4.1. Trois électrodes cylindriques verticales

A4.1.1. Electrodes alignées

En considérant les mêmes données que pour le cas de deux électrodes présenté au point 2.3.4, la résistance de l'ensemble de trois piquets en ligne en fonction de leur longueur est donnée à la figure suivante :

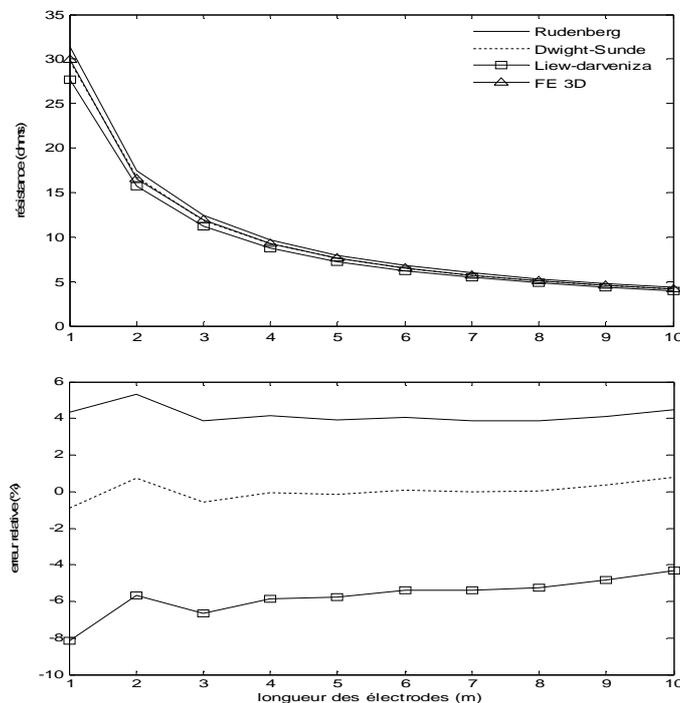


Figure A4.1 : Résistance de trois piquets en ligne fonction de leur longueur.

A4.1.2. Electrodes aux sommets d'un triangle équilatéral

La résistance de l'ensemble de trois piquets placés aux sommets d'un triangle équilatéral de côté égal au double de la longueur des électrodes est donnée sur la figure suivante, en fonction de leur longueur, avec les mêmes données qu'au point 2.3.4.

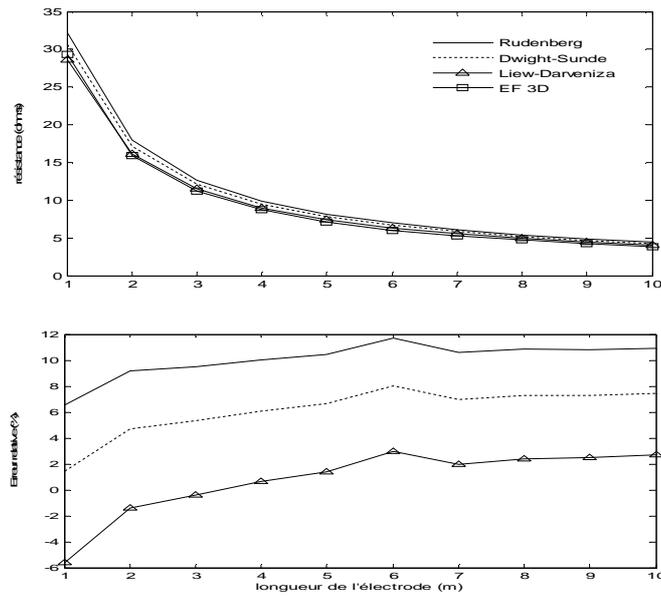


Figure A4.2 : Résistance de trois piquets en triangle fonction de leur longueur (haut) et erreur relative (bas).

Les valeurs des résistances trouvées par calcul EF sont proches de celles calculées en se basant sur la relation de Liew-Darveniza, les erreurs relatives sont dans ce cas inférieures à 5 % en valeur absolue. Nous constatons aussi que ces erreurs augmentent avec la longueur des électrodes.

A4.2. Quatre électrodes cylindriques verticales

A4.2.1. Electrodes alignées

Pour des électrodes en cuivre de rayon $r = 0.0125$ m, la distance entre électrodes étant égale au double de leur longueur, et pour une résistivité de $100 \Omega.m$, la résistance de l'ensemble de quatre piquets alignés et l'erreur relative en considérant chaque relation analytique comme étant exacte, en fonction de leur longueur est donnée à la figure A4.3

Cette figure montre une fois de plus que quelle que soit la configuration et le nombre d'électrodes verticales, les valeurs de la résistance trouvées par EF sont proches de celles calculées analytiquement. L'erreur relative augmente avec la longueur des électrodes et reste inférieure à 15 % dans ce cas.

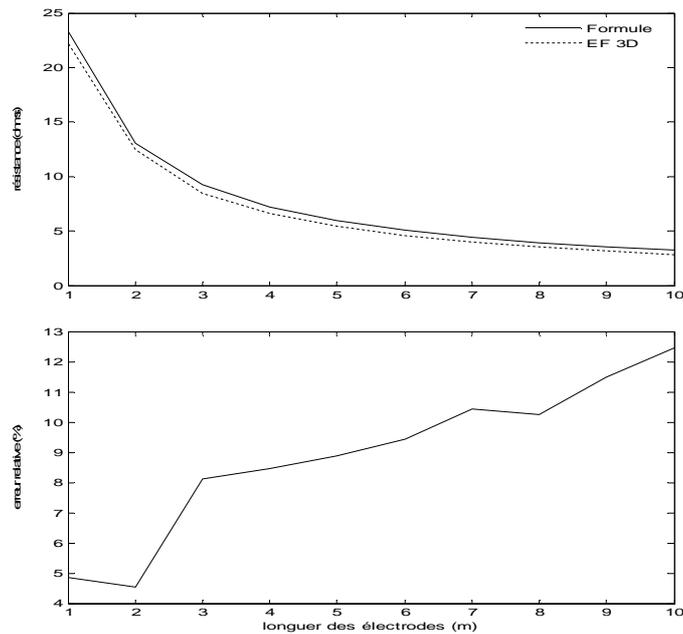


Figure A4.3 : Résistance de quatre piquets alignés en fonction de leur longueur (haut) et erreur relative (bas).

A4.2.2. Electrodes aux sommets d'un carré

Avec les mêmes données que précédemment, la résistance de l'ensemble de quatre piquets alignés et l'erreur relative en considérant chaque relation analytique comme étant exacte, en fonction de leur longueur est donnée à la figure A4.4 ci-dessous.

Les résistances calculées par éléments finis sont plus proches de celles trouvées par la formule de Liew-Darveniza. Les erreurs relatives dans ce cas sont inférieures à 15 %. Signalons que le maillage 3D est assez onéreux dans ce cas à cause de la grande variation des caractéristiques géométriques des différents éléments du modèle (l'ordre de grandeur du rayon des piquets est millimétrique et celui de la terre métrique).

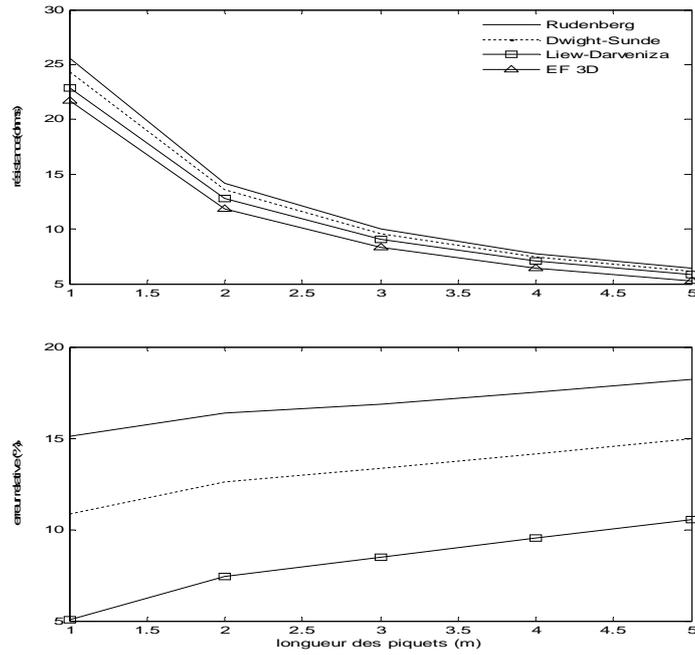
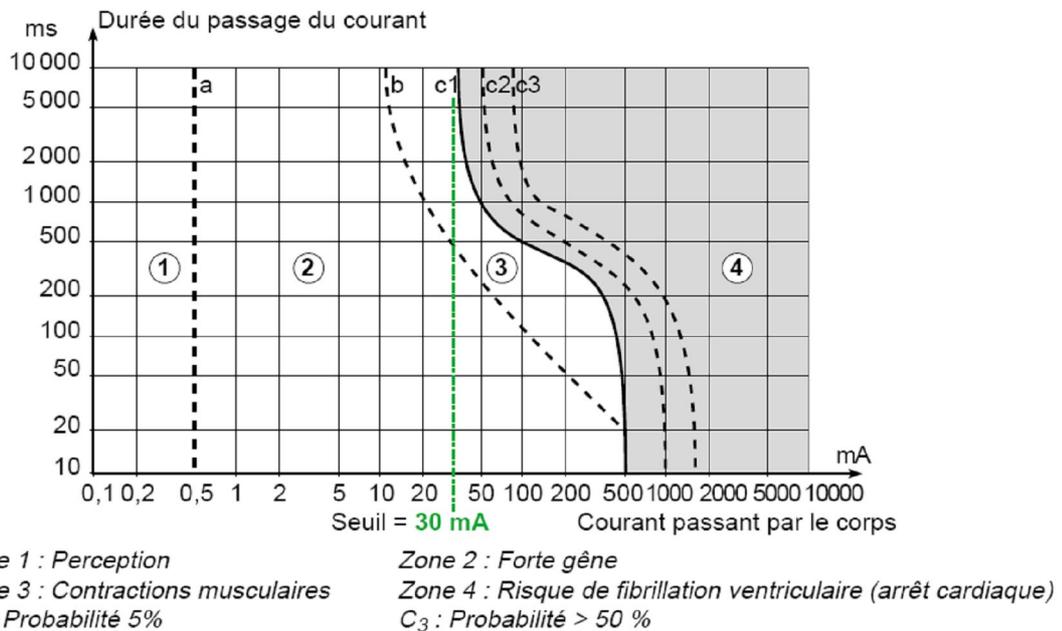


Figure A4.4 : Résistance de quatre piquets aux sommets d'un carré en fonction de leur longueur (haut) et erreur relative (bas).

Annexe 5 : Effets des courants alternatifs (15 Hz-100 Hz) sur les personnes



Source : [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2005].

Figure A5.1 : zones temps/courant des effets du courant alternatif (15 Hz à 100 Hz) sur les personnes.

Références

- [AFNOR, 1989] *NFC 13-200 : Installations électriques à haute tension. Règles*, Décembre 1989.
- [Aguet M. et Ianovici M., 1982] *Haute tension, Traité d'Electricité, Volume XXII*, Presses polytechniques romandes, éd. Georgi, 1982.
- [Anderson J.G., 1982] *Transmission Line Reference Book, 345 kV and above*, EPRI, 2nd Edition, New York, 1982.
- [Andolfato R., Bernardi L., Fellin L., 2000] *Aerial and grounding system analysis by the shifting complex images method*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, N° 3, July 2000, pp 1001-1009
- [Balanis C. A., 1989] *Advanced engineering electromagnetics*, New York : Wiley, 1989
- [Benoît de Metz-Noblat, 1993] *La foudre et les installations électriques HT*, CT 168, Merlin Gerin, juillet 1993.
- [Berger K., Anderson R. B., and Kroninger H., 1975] *Parameters of lightning flashes*, Electra, no. 41, 1975.
- [Bewley L.V., 1963] *Travelling waves on transmission systems*, Dover Publications, Second edition, 1963.
- [Boutaayamou M., Sabariego R.V. and Dular P., 2008] *An iterative finite element perturbation method for computing electrostatics field distortions*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 44, n° 6, June 2008, pp. 746-749.
- [Burke G. J., Miller E. K., 1984] *Modeling antennas near to and penetrating a lossy interface*, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 32, Oct. 1984, pp. 1040-1049.
- [Christophe Preve, Robert Jeannot, 1997] *Guide de conception des réseaux électriques industriels*, Schneider Electric, n° 6883 427/A, Février 1997.
- [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 1999] *CEI 60364-4-442 : Installations électriques des bâtiments. Quatrième partie: Protection pour assurer la sécurité*, ed.1993, amendement 1999.

- [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2002] *CEI 60364-5-54 : Installations électriques des bâtiments, choix et mise en œuvre des matériels électriques – Mises à la terre, conducteurs de protection et d'équipotentialité*, 2ème édition 2002-06.
- [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2005] *CEI 60479-1 : Effets du courant sur l'homme et les animaux domestiques – Partie 1 : Aspects généraux*, Ed.4, 2005.
- [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2006] *CEI 62305-3 : Protection contre la foudre, Partie 3 : Dommages physiques sur les structures et risques humains*, première édition, 2006-01.
- [Commission Electrotechnique Internationale (CEI), 2006] *CEI 62305-01 : Protection contre la foudre - Partie 1: Principes généraux*, première édition 2006-01.
- [Cooray V., 2003] *The Lightning Flash*, IEEE Power & Energy Series 34, 2003.
- [Dawalibi P., Selby A., 1993] *Electromagnetic fields of energized conductors*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, No. 3, July 1993, pp. 1275 –1284.
- [Dular P., 1996] *Modélisation du champ magnétique et des courants induits dans des systèmes tridimensionnels non linéaires*, thèse de doctorat, Université de Liège, Collection des Publications de la Faculté des Sciences Appliquées n° 152, 1996
- [Dular P., Legros W., Nicolet A., 1998] *Coupling of local and global quantities in various finite element formulations and its application to electrostatics, magnetostatics and magnetodynamics*, IEEE Transactions on Magnetics, vol.34, n°.5, pp 3078-3081, September 1998.
- [Electricité de France, Direction des études et recherches, 1984] *Principes de conception et de réalisation des mises à la terre*, EDF NI 115, 1984.
- [Fagan E.J., Lee R.H., 1970] *The Use of Concrete-Enclosed Reinforcing Rods as Grounding Electrodes*, IEEE Transactions on Industry and General Applications, Vol. IGA-6, N° 4, pp 337-348, July/August 1970.
- [Geri A., 1999] *Behavior of grounding systems excited by high impulse currents : the model and its validation*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, pp. 1008 – 1017, July 1999.
- [Geuzaine C., Dular P., Remacle J.-F., 2006] *A Complete Open-Source Solution for Electromagnetic Field Computation*, 12th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, 2006.

- [Gonos I.F., Topalis F.V., Stathopoulos I.A., 1999] *Transient impedance of grounding rods*, Eleventh International Symposium on High Voltage Engineering Volume 2, pp. 272 - 275, 1999.
- [Grcev L., 1996] *Computer analysis of transient voltages in large grounding systems*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 11, April 1996, pp. 815-823.
- [Grcev L., 2004] *Modeling of grounding systems for high frequencies and transients*, EES-UETP Course, Lausanne, October 2004
- [Grcev L., 2009] *Impulse Efficiency of Ground Electrodes*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.24, N° 1, January 2009, pp. 441-451, January 2009.
- [Grcev L., Dawalibi F., 1990] *An electromagnetic model for transients in grounding systems*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-5, pp. 1773-1781, October 1990.
- [Grcev L., van Deursen A.P.J., Van Waes J. B. M., 2005] *Lightning Current Distribution to Ground at a Power Line Tower Carrying a Radio Base Station*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 47, February 2005, pp 160-170.
- [Grcev L., Grcevski N., 1998] *Software Techniques for interactive optimisation of complexe grounding arrangements for protection against effects of lightning*, 24th international conference on Lightning protection ICLP-98, Birmingham, UK, 1998, pp 518-523.
- [Gupta B.R, Thapar B., 1978] *Impulse impedance of grounding systems*, IEEE proceedings in Power Engineering Society Summer Meeting, Paper A78 563-9, 1978, pp. 1-6.
- [Haddad A., Warne D., 2004] *Advanced in High Voltage Engineering*, IEE Power & Energy Series 40, 2004.
- [Hara T., Yamamoto O., 1996] *Modelling of a transmission tower for lightning-surge analysis*, IEEE Proc.Trans. Distrib., Vol 143, N° 3, May 1996, pp. 283-289.
- [Heidler F., 1985] *Analytic lightning current functions for LEMP calculations*, Conference Proceedings. ICLP '85: 18th International Conference on Lightning Protection. VDE Verlag, Berlin, West Germany, 453, 1985a.
- [Heimbach M., Grcev L. D., 1997] *Grounding system analysis in transients programs applying electromagnetic field approach*, IEEE Trans. Power Delivery, 12, 186-193, 1997.

- [Henrotte F., Meys B., Hedia H., Dular P., Legros W., 1999] *Finite element Modelling with transformation techniques*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, n° 3, pp 1434-1437, 1999.
- [Idris N.A., Ramli A., Mohamed Nor N., Ahmad H., 2005] *Performance of Earthing Systems of Operational/Live Stations under Impulse Conditions*, International Conference on Power Systems Transients (IPST'05) in Montreal, June 2005
- [IEEE, 1983] *Standard 81-1983: IEEE guide for measuring earth resistivity, ground impedance, and earth surface potentials of a ground system*, 1983.
- [IEEE, 1986] *Standard 80-1986 : IEEE guide for safety in AC substation grounding*, 1986.
- [IEEE, 1991] *Standard 81.2-1991: IEEE guide to measurement of impedance and safety characteristics of large, extended or interconnected grounding Systems*, 1991.
- [IEEE, 2000] *Standard 80-2000: IEEE guide for safety in AC substation grounding*, 2000.
- [Ilit Cohen-Ofri, Lev Weiner, Elisabetta Boaretto, Genia Mintz, Steve Weiner, 2006] *Modern and fossil charcoal : aspects of structure and diagenesis*, Journal of Archaeological Science 33 (2006), pp. 428-439.
- [Imece A. F., et al., 1996] *Modeling guidelines for fast front transients*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, pp. 493 –506, January 1996.
- [Kenneth H. Huebner, Earl A. Thornton, 1983] *The Finite Element Method for Engineers*, Second edition, John Wiley & sons, 1982
- [Kenneth L. Kaiser, 2005] *Electromagnetic Compatibility Handbook*, CRC Press, 2005
- [Kiessling F., Nefzger P., Nolasco J.F., Kaintzyk U., 2003] *Overhead Power Lines, Planning, Design, Construction*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 2003.
- [Lacroix B., Calvas R., 1998] *Les schémas des liaisons à la terre dans le monde et évolutions*, CT173, B Schneider Electric, 1998.
- [Lacroix B., Calvas R., 2004] *Les schémas de liaisons à la terre en BT (régimes de neutre)*, CT172, B Schneider Electric, 2004.
- [Laurent P.G., 1972] *Guide sur le calcul, l'exécution et la mesure des prises de terre*, RGE T 81 N° 7/8 et 9, 1972.
- [Liew A. C., Darveniza M., 1974] *Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths*, Proc. IEE, Vol. 121, pp. 123-135, 1974.

- [Liu Y., Zitnik M., Thottappillil R., 2001] *An improved transmission-line model of grounding system*, IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, Vol. 43, August 2001, pp.348-355.
- [Manfred Mathis, Bernard Gimber, 1987] *Mesures de mise à la terre dans les postes à haute tension*, Revue Brown Boveri, 4-87.
- [Meliopoulos A.P., Moharam M.G., 1983] *Transient analysis of grounding systems*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, Feb. 1983, pp. 389-399.
- [Menterand F., Grcev L., 1994] *EMTP-based model for grounding system analysis*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, October 1994, pp. 1838-1849.
- [Nucci, C. A., Diendorfer G., Uman M., Rachidi F., Ianoz M., and Mazzetti C., 1990] *Lightning return stroke current models with specified channel-base current: a review and comparison*, Journal of Geophysical Research, 1990, 95, 20395-20408.
- [Olsen R., Willis M. C., 1996] *A comparison of exact and quasi-static methods for evaluating grounding systems at high frequencies*, IEEE Trans. Power Delivery, 11, 1071-1081, July 1996.
- [Otero A.F., Cidras J., del Alamo J.L., 1999] *Frequency-dependent grounding system calculation by means of a conventional nodal analysis technique*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 3, July 1999, pp. 873 –878.
- [Papalexopoulos A.D., Meliopoulos A.P., 1987] *Frequency dependent characteristics of grounding systems*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-2, October 1987, pp. 1073-1081.
- [Pedro Ilovera, Juan Antonio LLiso, Vicente Fuster, Alfredo Quijano, 2008] *Improved Methodology for High-Frequency Low-Current Measurement of Grounding Rod Impedance*, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23, n° 4, October 2008, pp. 1954-1960.
- [Rachidi F., et al., 2001] *Current and electromagnetic field associated with lightning–return strokes to tall towers*, IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, Vol. 43, 356-367, 2001.
- [Ramamoorthy M., Narayanan M. M. B., Parameswaran S., Mukhedkar D., 1989] *Transient performance of grounding grids*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 4, Oct. 1989, pp. 2053-2059.

- [Richard H. Gallagher, 1976] *Introduction aux éléments finis*, Editions Pluralis, 1976
- [Roux F., 1991] *Les orages*, Documents Payot, 1991.
- [Sargent M.A., Darveniza M., 1969] *Tower Surge Impedance*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, pp. 680-687, May 1969.
- [Schmitt A., Deflandre T., 1997] *Les surtensions et les transitoires rapides de tension, en milieu industriel et tertiaire*, éditions Eyrolles, Paris, 1997.
- [Solignac G., 1985] *Guide de l'ingénierie électrique des réseaux internes d'usines*, Techniques et Documentations, 1985.
- [Tagg G.F., 1964] *Earth resistances*, first published, George Newnes Limited, London, 1964.
- [Venanzi L., 2000] *Règlement Général sur les installations électriques*, Edition de la Chambre de Commerce et de l'Industrie SA, Liège 2000.
- [Vijayaraghavan G., Mark Brown, Malcolm Barnes, 2004] *Practical Grounding, Bonding, Shielding and Surge Protection*, Elsevier, 2004.
- [Weedy B.M. & Cores B.J., 1998] *Electrical Power systems*, fourth edition, John Wiley & Sons, 1998.
- [William A. Chisholm, Wasyl Janischewskyj, 1989] *Lightning surge response of ground electrodes*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, N° 2, April 1989.