



UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES

Développement d'une méthodologie d'essais de fatigue accélérée de pièces mécaniques sur table vibrante

Frédéric Marin
Ingénieur civil électricien-mécanicien
(Aérospatiale)

Janvier 2010

*Thèse soumise pour l'obtention du grade de docteur
en Sciences de l'ingénieur*



UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES

Développement d'une méthodologie d'essais de fatigue accélérée de pièces mécaniques sur table vibrante

Frédéric Marin
Ingénieur civil électricien-mécanicien
(Aérospatiale)

Janvier 2010

*Thèse soumise pour l'obtention du grade de docteur
en Sciences de l'ingénieur*

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma gratitude à mon promoteur, le Professeur Jean-Claude Golinval, pour la confiance qu'il m'a témoignée en m'accueillant au sein du *Laboratoire de Vibrations & Identification des Structures* ainsi que pour le suivi et la disponibilité dont j'ai pu bénéficier tout au long de ma recherche. Je le remercie également pour l'opportunité qu'il m'a offerte d'intégrer la société *V2i*, issue de son service.

Je souhaite également témoigner ma reconnaissance au Docteur Christian Marville, directeur technique de la société *R-Tech*, qui est à l'origine du projet de recherche FIRST-DOCTORAT ENTREPRISE ayant abouti à ce travail. Je le remercie très sincèrement pour la confiance et le soutien qu'il m'a apportés durant toute la recherche mais également depuis mon entrée dans la société *V2i*.

Je remercie tout particulièrement Madame Arlette Blochouse, responsable du laboratoire de la société *R-Tech*, pour son suivi au cours des réunions d'avancement mensuelles.

Je profite de l'occasion pour remercier chaleureusement Monsieur Marc Gillet, directeur général de *R-Tech*, pour l'intérêt évident qu'il porte à ce travail de recherche. C'est avec plaisir aussi que je remercie les membres du personnel, avec lesquels je suis en contact pratiquement quotidien, tant pour leurs qualités humaines que pour l'ambiance de travail qui en découle.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à Monsieur Daniel Simon, administrateur délégué de *V2i*, pour m'avoir tout d'abord permis d'intégrer sa société et ensuite, pour m'avoir laissé le temps nécessaire à la rédaction de ce document. Je remercie également chacun de mes collègues dont les encouragements m'ont été précieux.

D'avance, j'adresse mes remerciements aux membres du jury pour le temps et l'intérêt qu'ils porteront à la lecture et à l'évaluation de ce travail.

Je suis également très reconnaissant envers mes parents pour leur amour et leur soutien sans faille. Qu'ils profitent pleinement, à deux, de leur retraite bien méritée. Je dédie cette thèse à mes grands-parents en les remerciant pour l'exemple de courage et de volonté qu'ils m'ont donné.

Enfin, j'adresse mes remerciements les plus chers à ma douce Laurence pour m'avoir poussé et donné l'envie de terminer ce que j'avais commencé. Son extrême patience, ses attentions et sa présence auront su venir à bout de mes états d'âme, doutes et autres découragements.

Résumé

Dans leurs conditions réelles de fonctionnement, les pièces mécaniques, exposées à un environnement vibratoire de longue durée, sont sujettes à un endommagement par fatigue dynamique pouvant conduire à une perte de performance, voire d'intégrité de la structure. Les tests de fatigue accélérée ont pour but de soumettre une pièce mécanique à un essai de vibration, de durée réduite, en laboratoire, tel que le dommage subi soit équivalent au dommage rencontré par la pièce en service. D'une manière générale, les secteurs d'application potentiellement concernés par les tests de fatigue accélérée relèvent de l'industrie mécanique au sens large (industries automobile, aéronautique, spatiale, ferroviaire, ...).

La société *R-Tech*, bureau d'études du groupe *Schröder*, fabricant d'appareils d'éclairage public, est à l'origine du projet de recherche ayant conduit à la réalisation de ce travail. Celui-ci s'inscrit dans le cadre d'une convention de type FIRST-DOCTORAT ENTREPRISE, cofinancée par la Région wallonne et le partenaire industriel. L'intérêt porté par *R-Tech* aux résultats de la recherche est lié au fait que tous les luminaires conçus sont dimensionnés par un calcul statique basé sur la méthode des éléments finis et testés en fatigue sur table vibrante avant d'être commercialisés. Malgré ces précautions, dans quelques cas, des problèmes de bris se produisent sur site. Dans d'autres cas, les calculs par éléments finis conduisent à un surdimensionnement des pièces constitutives du luminaire. Il est donc important pour *R-Tech* de pouvoir disposer d'outils de conception et de validation de conception permettant de développer et de produire de façon économique des luminaires résistant aux sollicitations auxquelles ils sont normalement exposés. En permettant à *R-Tech/Schröder* de certifier la conception structurale de leurs produits et d'en garantir la durée de vie dès la phase de développement, cette recherche devrait leur apporter un gain de compétitivité. Par conséquent, la méthodologie développée, bien que générale, a été appliquée en priorité aux cas tests fournis par le partenaire industriel.

Lorsque la pièce mécanique devant subir l'essai de vibrations n'est pas connue ou complètement définie, la méthodologie proposée se réfère à une approche analytique basée sur un système de référence à un degré de liberté et conduisant à la définition des critères de sévérité que sont les *Spectre de Réponse Extrême (SRE)*, *Spectre de Dommage par Fatigue (SDF)* ou *Spectre d'Énergie Dissipée (SED)*. Cette approche, indépendante du spécimen à tester et dès lors particulièrement indiquée dans le cas de l'élaboration d'une spécification, ne peut cependant fournir que des résultats qualitatifs. L'estimation précise de la contrainte maximale présente dans la pièce testée ainsi que celle de l'endommagement

qu'elle génère au cours du temps n'est envisageable, au moyen d'une telle approche, que pour de rares applications relativement simples permettant d'établir la relation qui existe entre contrainte et déplacement relatif. Dans un cas contraire, le recours à un modèle éléments finis du spécimen est nécessaire.

Dans le cas particulier des appareils d'éclairage public, l'environnement vibratoire auquel ils sont soumis est essentiellement dû aux sollicitations éoliennes. Des données météorologiques recueillies par l'IRM à Uccle ont permis d'alimenter un modèle de vent qui rend compte des sollicitations aléatoires liées à la turbulence du vent ainsi qu'à un éventuel largage de tourbillons de *Von Karman*. Ces excitations sont ensuite appliquées à un modèle éléments finis simplifié du système « poteau/luminaire ». D'autres environnements vibratoires auxquels les luminaires peuvent être soumis au cours de leur vie, tels les sollicitations sismiques induites à la base d'un poteau installé sur pont ou viaduc et l'impact qui lui est appliqué lors de la collision avec un véhicule manœuvrant sur un parking, ont également été envisagés dans ce travail.

Une fois l'environnement vibratoire réel de la pièce mécanique à tester déterminé, soit expérimentalement, soit analytiquement, la méthodologie proposée conduit à l'obtention d'une spécification équivalente au moyen d'un processus d'optimisation développé au sein du logiciel *BOSS Quattro (Samtech)*. Ce dernier minimise la fonction objectif représentant l'écart entre le critère de sévérité retenu pour caractériser les environnements de référence et équivalent. Le « test aléatoire équivalent au vent » ainsi que le « test d'impact sur poteau » font désormais partie intégrante de la procédure de qualification des luminaires *R-Tech/Schröder*.

Lorsque la géométrie de la pièce mécanique à tester et la spécification d'essai à reproduire en laboratoire sur table vibrante sont fixées, une modélisation éléments finis du spécimen permet, si pas d'annuler complètement le risque de bris qui pourrait survenir lors de la phase de qualification expérimentale, de le réduire très fortement. Dans l'exemple d'un luminaire, la structure étant rendue complexe par le nombre de pièces qui la constituent et les assemblages qui existent entre elles, une confrontation des résultats de simulation et expérimentaux est nécessaire : analyses modales au marteau d'impact et sur table vibrante en ajoutant un composant à la fois afin de recalibrer le modèle, comparaison des niveaux d'accélération simulés et mesurés lors de l'essai en vue du recalage des coefficients d'amortissements modaux, validation du modèle sur base des contraintes mesurées au moyen de jauges et/ou rosettes. Une fois les zones jugées critiques repérées, le modèle peut dès lors être utilisé pour prédire la durée de vie du spécimen soumis à son environnement vibratoire. Celle-ci est finalement obtenue en faisant appel aux concepts de *contrainte équivalente de Von Mises*, *approximation bilinéaire de la courbe de Wöhler*, *contrainte plastique de Neuber* et *évolution linéaire ou non-linéaire de l'endommagement*.

Table des matières

Introduction	1
Contexte de la recherche	1
Sujet de la thèse	1
Plan de la thèse	5
Hypothèses générales	9
1 Tests en vibration des luminaires	13
1.1 Introduction	13
1.2 Historique des tests d’environnement vibratoire de luminaires	14
1.2.1 Environnement vibratoire des luminaires	14
1.2.2 Procédure de tests en vibrations des luminaires	16
1.3 Normes de la Commission Electrotechnique Internationale	18
1.4 Norme Nationale Américaine ANSI C 136-31	20
1.5 Projet belge de spécification	21
1.6 Moyens d’essais du bureau d’études <i>R-Tech</i>	23
1.6.1 Table de secousses	23
1.6.2 Table de vibrations	31
1.7 Moyens d’essais du laboratoire <i>Vibrations & Identification des Structures</i> .	32
1.8 Conclusions	38
2 Modélisation de l’environnement vibratoire des luminaires	41
2.1 Introduction	41
2.2 Modélisation de la structure	42
2.2.1 Hypothèses	42
2.2.2 Méthode de résolution du problème	42
2.3 Modélisation des effets du vent	52
2.3.1 Modèle de vent à court terme	52
2.3.2 Modèle de vent à long terme	73
2.4 Modélisation des effets du trafic et de la dynamique du pont	79
2.5 Exemples	81
2.5.1 Modèle aérodynamique particularisé au poteau	81
2.5.2 Modèle aérodynamique particularisé au luminaire	84

2.5.3	Calcul de la réponse au vent d'une structure linéaire	86
2.6	Conclusions	94
3	Sévérité d'un environnement vibratoire	99
3.1	Introduction	99
3.2	Spectre de réponse extrême	100
3.2.1	Définition	100
3.2.2	Excitation sinusoïdale à fréquence fixe	101
3.2.3	Excitation sinusoïdale à fréquence balayée	102
3.2.4	Excitation aléatoire	103
3.2.5	Excitation par choc	106
3.3	Spectre de dommage par fatigue	108
3.3.1	Définition	108
3.3.2	Effet d'une contrainte moyenne non nulle	111
3.3.3	Excitation sinusoïdale à fréquence fixe	113
3.3.4	Excitation sinusoïdale à fréquence balayée	113
3.3.5	Excitation aléatoire	113
3.3.6	Excitation par choc	118
3.4	Spectre d'énergie dissipée	121
3.4.1	Définition	121
3.4.2	Excitation sinusoïdale à fréquence fixe	121
3.4.3	Excitation sinusoïdale à fréquence balayée	122
3.4.4	Excitation aléatoire	122
3.4.5	Excitation par choc	123
3.5	Equivalence : état de l'art	123
3.5.1	Equivalence entre vibrations réelles et essais en laboratoire	124
3.5.2	Equivalence entre essais en temps réel et essais de durée réduite	124
3.6	Equivalence : méthodologie proposée	126
3.6.1	Procédure d'optimisation	126
3.6.2	Validation	128
3.7	Exemples	131
3.7.1	Qualification des luminaires à un impact au niveau du poteau	131
3.7.2	Sévérité des « normes luminaires » par rapport au vent	137
3.7.3	Qualification des luminaires au vent	139
3.8	Conclusions	142
4	Endommagement d'une pièce mécanique en fatigue uniaxiale	145
4.1	Introduction	145
4.2	Définition du cas-test numérique et expérimental	146
4.3	Identification expérimentale des paramètres modaux	147
4.4	Approche analytique	150

4.5	Approche éléments finis	151
4.5.1	Méthodologie générale	151
4.5.2	Analyse modale éléments finis	156
4.6	Applications numériques et expérimentales	159
4.6.1	Sévérité absolue des « normes lumineaires »	159
4.6.2	Sévérité absolue des sollicitations éoliennes	161
4.6.3	Identification des sources d'erreur	168
4.7	Conclusions	170
5	Endommagement d'une pièce mécanique en fatigue multiaxiale	171
5.1	Introduction	171
5.2	Etats de contrainte principaux et complexes	172
5.2.1	Contraintes normales principales	173
5.2.2	Contraintes tangentielles principales	174
5.2.3	Contraintes octaédrales	175
5.3	Une approche en fatigue multiaxiale	176
5.3.1	Contrainte dynamique équivalente	176
5.3.2	Contrainte moyenne équivalente	178
5.3.3	Mesures au moyen de jauges tridirectionnelles	179
5.3.4	Approximation bilinéaire de la courbe de <i>Wöhler</i>	180
5.3.5	Estimation de la contrainte lors d'une déformation plastique locale .	182
5.3.6	Evolution non-linéaire du dommage	185
5.4	Etude du luminaire <i>Super Saturne 400 W</i>	189
5.4.1	Présentation	189
5.4.2	Identification expérimentale des paramètres modaux	192
5.4.3	Analyse modale éléments finis et recalage du modèle	205
5.4.4	Sévérité absolue des « normes lumineaires »	214
5.4.5	Sévérité absolue des sollicitations éoliennes	237
5.5	Conclusions	252
	Conclusion	255
	Perspectives	257
A	Essais de vibrations sur excitateur électrodynamique	259
A.1	Historique des essais de vibrations	259
A.2	Vibrations sinusoïdales	260
A.3	Chocs mécaniques	261
A.4	Vibrations aléatoires	262

B	Optimisation d'un support de tests en vibrations	265
B.1	Motivation	265
B.2	Optimisation topologique	266
B.3	Support d'essai optimisé pour luminaire	266

Introduction

Contexte de la recherche

La société *R-Tech*, bureau d'études du groupe *Schröder*, fabricant d'appareils d'éclairage public, est à l'origine du projet de recherche ayant conduit à la réalisation de ce travail. Celui-ci s'inscrit dans le cadre d'une convention de type FIRST-DOCTORAT ENTREPRISE, cofinancée par la Région wallonne et le partenaire industriel. L'intérêt porté par *R-Tech* aux résultats de la recherche est lié au fait que tous les luminaires conçus sont dimensionnés par un calcul statique basé sur la méthode des éléments finis [51, 136] et testés en fatigue sur table vibrante avant d'être commercialisés. Malgré ces précautions, dans quelques cas, des problèmes de bris se produisent sur site. Dans d'autres cas, les calculs par éléments finis conduisent à un surdimensionnement des pièces constitutives du luminaire. Il est donc important pour *R-Tech* de pouvoir disposer d'outils de conception et de validation de conception permettant de développer et de produire de façon économique des luminaires résistant aux sollicitations auxquelles ils sont normalement exposés. En permettant à *R-Tech/Schröder* de certifier la conception structurale de leurs produits et d'en garantir la durée de vie dès la phase de développement, cette recherche devrait leur apporter un gain de compétitivité. Par conséquent, la méthodologie développée, bien que générale, a été appliquée en priorité aux cas tests fournis par le partenaire industriel.

Sujet de la thèse

Dans leurs conditions réelles de fonctionnement, les pièces mécaniques, exposées à un environnement vibratoire de longue durée, sont sujettes à un endommagement par fatigue dynamique pouvant conduire à une perte de performance, voire d'intégrité de la structure [33]. Les tests de fatigue accélérée ont pour but de soumettre une pièce mécanique à un essai de vibration, de durée réduite, en laboratoire, tel que le dommage subi soit équivalent au dommage rencontré par la pièce en service. Ces essais sont couramment appliqués à une large gamme de produits car il est souvent inconcevable de tester un produit en temps réel pendant toute sa durée de vie (20 ans pour un luminaire) avant de le placer sur le marché. D'une manière générale, les secteurs d'application potentiellement concernés par les tests de fatigue accélérée relèvent de l'industrie mécanique au sens

large. Par exemple, citons le domaine du transport (industries automobile, aéronautique, spatiale, ferroviaire) où il est fréquent de devoir réaliser des essais de qualification et d'endurance sur table vibrante. En fait, tous les systèmes (mécaniques, électriques, optiques, ...) soumis à des environnements vibratoires de longue durée au cours de leur fonctionnement nominal sont susceptibles d'accumuler des défauts de fonctionnement ou des détériorations mécaniques dues à la fatigue.

Une classification possible des tests de fatigue accélérée est la manière dont la compression temporelle du processus d'excitation est effectuée. L'étude d'exemples pratiques tirés de la littérature permet de dégager quatre méthodes principales de réduction de la durée d'essai [16, 28, 32, 36, 84, 85, 121, 122] :

1. **Augmentation des amplitudes de vibrations** par rapport à leur niveau normal.
2. **Exploitation des amplitudes les plus sévères** lors du test; cette méthode nécessite l'observation des niveaux vibratoires en fonctionnement et la sélection des cycles d'excitation les plus sévères.
3. **Recherche de la condition nominale de fonctionnement** qui conduit le plus rapidement au dommage et réalisation du test à ce régime continu.
4. **Accroissement de la fréquence de l'excitation** ; le principe est de réaliser un grand nombre de cycles en un temps plus court.

Bien entendu, ces méthodes peuvent également être combinées entre elles. Actuellement, les procédures de tests de fatigue accélérée souffrent de plusieurs limitations. D'une part, le développement d'une procédure de tests de fatigue accélérée basée sur l'une ou l'autre de ces méthodes nécessite une connaissance préalable des mécanismes d'initiation du défaut, de la rupture ou de la panne. De plus, l'influence des modes de vibration ou du niveau de contraintes et de déformations doit être parfaitement comprise si le test devait avoir lieu à une fréquence plus élevée. D'autre part, des sources de difficultés peuvent apparaître dans le cas de structures non-linéaires [54, 63] (réponse en vibrations non-linéaire d'une structure soumise à des chocs répétés). Dans tous les cas, cependant, le principe général reste que le dommage accumulé par fatigue est le même en service que pendant les tests de fatigue accélérée.

Dans la littérature scientifique, peu d'articles font état d'une vérification expérimentale des procédures de tests de fatigue accélérée dans d'autres cas que des systèmes très simples (voir la référence [91]). Actuellement, les applications industrielles à des systèmes plus complexes (en présence de plusieurs composants mécaniques, différents types de matériaux, plusieurs types de joints ou d'interfaces) dépassent souvent les capacités de ces procédures. Il apparaît évident que ce domaine particulier de la technologie des essais de vibration requiert encore beaucoup d'efforts de recherche et de développement.

Dans le cas des appareils d'éclairage public, le trafic et le vent sont les sources de vibrations habituelles induites par l'environnement au cours de leur vie (Fig. 1). Les effets de fatigue produits par des vibrations de longue durée sont la cause principale

de rupture des luminaires montés sur poteaux. La préoccupation des fabricants est de tester les prototypes en vue de déterminer s'ils peuvent supporter, sans être endommagés, l'environnement auquel ils seront soumis une fois en service. Actuellement, les tests de qualification des appareils produits par *R-Tech* sont réalisés sur base de normes ou projets de normes de sévérité variable de sorte que le choix de l'un plutôt que l'autre n'est pas bien défini. Vu l'enjeu commercial que représente pour *R-Tech* la définition d'une norme représentant au mieux l'environnement vibratoire réel des luminaires, une solution alternative est de présenter une méthodologie complète permettant de déterminer des tests de fatigue accélérée basés sur un modèle de l'environnement vibratoire.

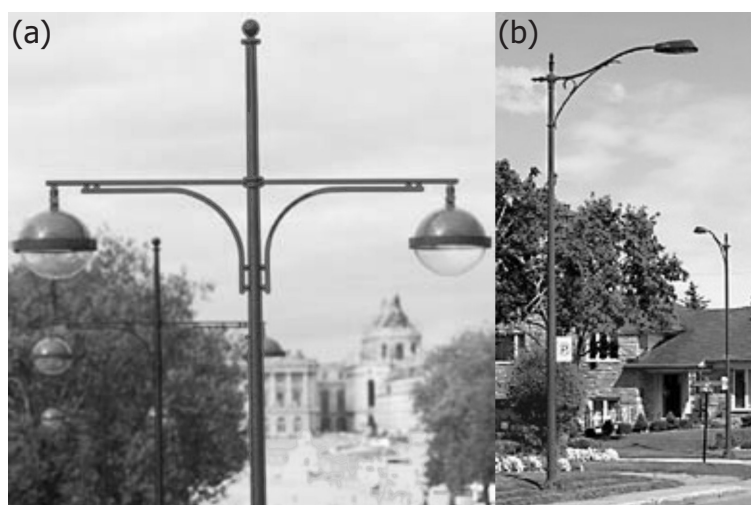


FIG. 1 – Appareils d'éclairage public montés sur poteaux (document *Schröder Group*) : (a) *Super Saturne* (fixation sommitale); (b) *Helios* (fixation latérale)

L'objectif de la thèse porte donc essentiellement sur la définition de critères permettant d'une part, d'estimer la sévérité d'un environnement vibratoire et, d'autre part, de développer une méthodologie générale de tests de fatigue accélérée de pièces mécaniques en vue de la prévision d'une éventuelle détérioration en service.

La démarche suivie peut être scindée en cinq étapes (Fig. 2) :

1. **Modélisation du test** : l'étude de faisabilité du test de fatigue accélérée découle de l'exploitation d'un modèle théorique prédisant le comportement dynamique de l'ensemble « pot de vibration/adaptateur/spécimen à tester » [5, 123, 128]. En effet, afin d'adapter mécaniquement la pièce à tester sur la table vibrante, on procède souvent à la fabrication d'un adaptateur (ou support de vibration). Ce support doit être caractérisé par une tenue à la charge suffisante et par une rigidité dynamique adéquate, de manière à ne pas modifier l'excitation vibratoire que l'on souhaite transmettre à la pièce. Comme aide au dimensionnement de l'adaptateur ainsi qu'à l'étude de faisabilité du test, on a donc recours au modèle théorique de la pièce mécanique, couplé à celui de l'adaptateur et de l'excitateur électrodynamique. Ce

modèle permet de prédire les réponses induites par le test à condition qu'il soit fiable, d'un point de vue dynamique. Dans cette optique, la confrontation du modèle avec des résultats expérimentaux (analyses modales, mesures de contraintes) est nécessaire. Ces résultats servent de base à la correction du modèle théorique [35, 87] (appelée communément *recalage du modèle*) qui est réalisée en modifiant certains paramètres physiques judicieusement choisis.

2. **Evaluation de l'environnement vibratoire** : la seconde étape, nécessaire à la définition de critères de tests de fatigue accélérée, est tout d'abord d'évaluer l'environnement vibratoire auquel la pièce est soumise (vent, trafic routier, ...). Cette évaluation inclut l'examen de l'amplitude et du contenu fréquentiel des signaux d'excitation ainsi que de la nature du signal (aléatoire, stationnaire, ...). La description de l'environnement vibratoire peut être probabiliste [70, 99] plutôt que déterministe. Au stade actuel des connaissances, cette identification pose souvent problème lorsque l'environnement vibratoire est d'origine stochastique et ne peut être mesuré directement.
3. **Identification des mécanismes de rupture** : pour spécifier de manière précise une séquence de tests de fatigue accélérée, il est essentiel d'identifier les mécanismes de détérioration ou de rupture incriminés. Ces mécanismes peuvent être dus à la

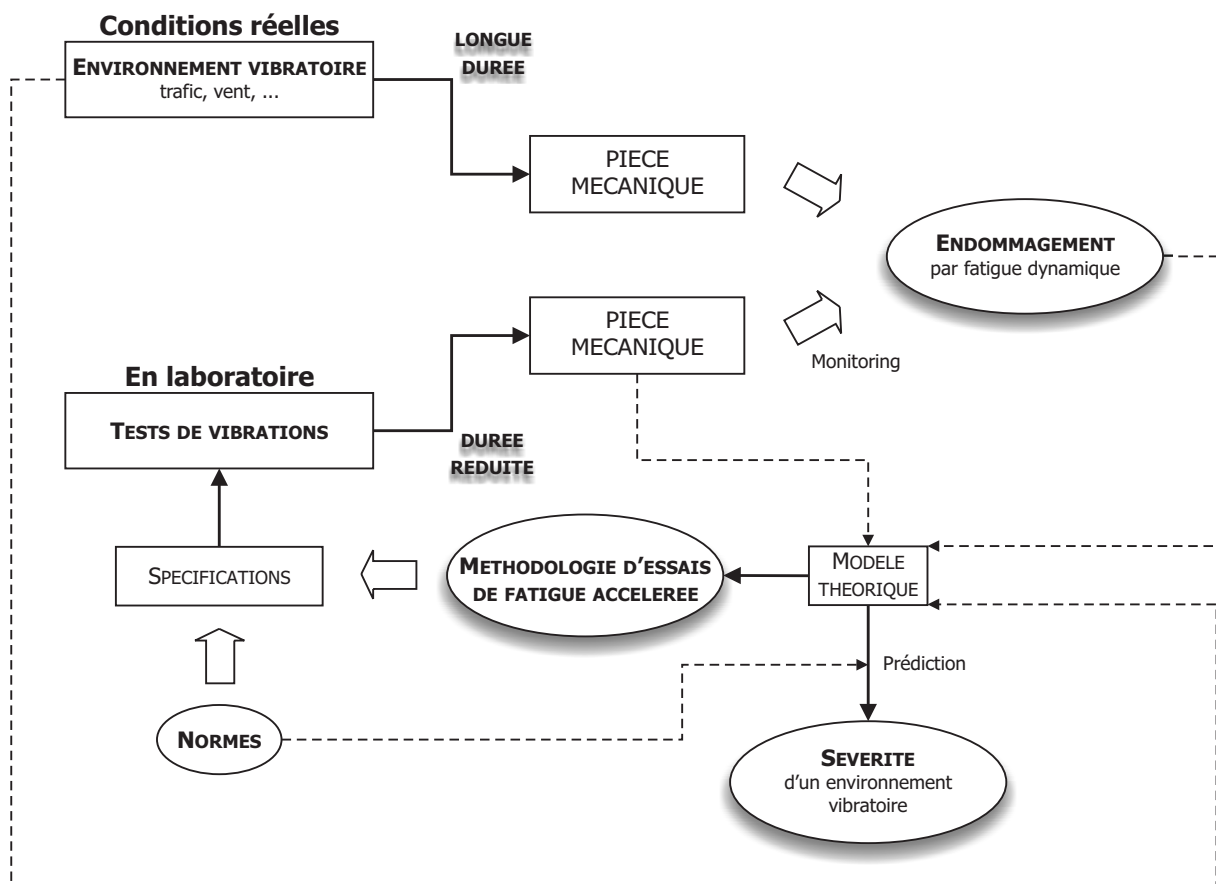


FIG. 2 – Environnement vibratoire réel et tests en laboratoire d'une pièce mécanique

fatigue vibratoire, à des phénomènes d'usure, de cliquetis ou de chocs répétés.

4. **Identification d'une règle de calcul de l'endommagement** : la règle de *Miner* [25], basée sur l'hypothèse de cumul linéaire du dommage, est très souvent utilisée en mécanique pour sa simplicité. Dans certains cas, cependant, des améliorations de cette règle [62] permettent de mieux représenter la réalité.
5. **Tests et vérification** : l'un des risques majeurs d'une procédure de tests de fatigue accélérée est d'initier artificiellement un mécanisme de détérioration ou de rupture non significatif des conditions réelles de fonctionnement. Pour éviter ce problème, des expériences de suivi vibratoire sont nécessaires afin de s'assurer que la spécification donnant lieu au test équivalent accéléré reproduit exactement les types d'endommagement recherchés. Enfin, pour déterminer l'espérance de vie d'une pièce mécanique, il est également essentiel de la soumettre à un monitoring continu pendant le programme de test de fatigue accélérée [44, 133, 134].

Plan de la thèse

La thèse est composée de six chapitres.

Le premier chapitre traite des tests de vibration réalisés en laboratoire sur les luminaires. Les spécifications s'appuient sur des normes ou projets de normes (CEI 68-2-6 [49], CEI 60598 [50], ANSI C 136-31 [4] et un projet belge [129]) dont la sévérité est variable et dont l'utilisation n'est pas exclusivement réservée aux structures d'éclairage public. Le choix d'une norme plutôt qu'une autre n'est donc pas clairement défini. Dans ses travaux, *Van Dusen* [118, 119, 120] présente des résultats de mesures effectuées, en extérieur, sur un grand nombre de systèmes « poteau/luminaire » différents. Il en résulte la définition d'une enveloppe des accélérations maximales relevées au « centre de gravité » du luminaire. Cette enveloppe est à la base de la méthode de tests proposée par *Van Dusen* et servira dans la suite de base de comparaison pour la modélisation des effets dynamiques du vent sur divers systèmes « poteau/luminaire ». Cette première partie est également consacrée à l'expertise des moyens d'essais mis en œuvre par *R-Tech* ainsi qu'à ceux dont dispose le laboratoire *Vibrations & Identification des Structures* de l'Université de Liège. Une première tentative de comparaison de la sévérité de différents tests de qualification est réalisée sur base de mesures d'accélération en différents points d'un luminaire. Les limitations de cette méthode apparaissent cependant rapidement et la définition de critères quantifiant la sévérité d'un environnement vibratoire se révèle nécessaire.

Le deuxième chapitre décrit la façon dont les structures d'éclairage public et leur environnement vibratoire sont modélisés. Le système « poteau/luminaire » est discrétisé par la méthode des éléments finis en vue d'un calcul de réponse tant statique (effet de la vitesse moyenne du vent) que dynamique (effet des fluctuations de la vitesse du vent autour de sa moyenne). L'excitation, de type stochastique, prend en compte le caractère

turbulent du vent [19, 20] ainsi que le phénomène de largage des tourbillons de *Von Karman* [117, 125]. Elle est représentée par une densité spectrale de puissance (*Power Spectral Density* en anglais et souvent notée PSD), illustrant la répartition de l'énergie d'excitation en fonction de la fréquence. Un modèle de vent à long terme, développé à l'*Institut Royal Météorologique Belge* (IRM) par Sneyers [115] sur base d'observations réalisées à Uccle, permet de tenir compte des variations d'orientation et de vitesse du vent au cours d'une année type. Les résultats obtenus pour l'année de référence sont ensuite extrapolés à la durée de vie souhaitée de l'appareil. Les effets du trafic et de la dynamique d'un pont, en tant que sources possibles de vibrations, sont également étudiés.

Le troisième chapitre aborde la définition de critères permettant de comparer la sévérité de différents environnements vibratoires. La méthode est basée sur l'utilisation d'un modèle de référence à un degré de liberté excité par la base. Les critères recensés dans la littérature [15, 36, 55, 56, 57, 58, 59] sont au nombre de trois : la robustesse (réponse extrême, image de la contrainte maximale vue par le système), le dommage par fatigue et l'énergie dissipée au cours du test. En faisant varier la fréquence propre du système, on obtient, pour chacun des critères, un spectre de réponse pouvant être comparé à celui d'un autre environnement vibratoire. Les avantages d'une telle méthode sont sa mise en œuvre relativement facile et sa simplicité (aucune information concernant la structure n'est nécessaire, seule la sévérité des différents environnements vibratoires auxquels elle est soumise est comparée). Toutefois, certains paramètres de calcul étant le plus souvent inconnus, le principal inconvénient de la méthode réside dans le fait qu'elle ne peut fournir de renseignements quantitatifs (par exemple, le niveau d'endommagement atteint dans la structure après le test), si ce n'est dans le cas de structures très simples [76, 77]. Sur base de ces critères et d'une procédure d'optimisation [72, 73, 74], une méthodologie de tests en fatigue accélérée a pu être développée [75] en considérant que deux environnements sont équivalents si leurs spectres de réponse le sont également. Des exemples numériques illustrent la méthode présentée et sont validés, lorsque cela est possible, au moyen de résultats analytiques [31, 36].

Le quatrième chapitre généralise la méthodologie développée sur base du système simplifié à un seul degré de liberté, à des systèmes plus complexes, à plusieurs degrés de liberté. La procédure nécessite, dans ce cas, le recours à un modèle éléments finis de la pièce à tester. Les critères de sévérité retenus sont la contrainte maximale et le dommage par fatigue car ils représentent adéquatement les modes de ruine les plus fréquents des pièces mécaniques en usage nominal. Bien que plus coûteuse et plus complexe que la méthode précédente (un modèle de la structure est nécessaire très tôt, dès la phase de conception), celle-ci a l'avantage de pouvoir quantifier de façon absolue la sévérité du test auquel la pièce est soumise. Dans le cas de l'endommagement, diverses méthodes de calcul peuvent être utilisées selon que le phénomène de fatigue auquel on est confronté est de type uniaxial ou multiaxial [96]. Cependant, comme présenté au chapitre 5, un endommagement sous chargement multiaxial peut être estimé, en première

approximation, en calculant une contrainte uniaxiale équivalente [79, 99], sur laquelle il est ensuite possible d'appliquer la théorie uniaxiale classique (méthode *Rainflow* en temporel ou méthodes de *Rayleigh*, *Rayleigh* modifiée et du *Single Moment* en fréquentiel). Un cas-test académique, fourni par le *Centre Spatial de Liège* (CSL) et composé d'une poutre supportant une masse à son extrémité, a permis de valider expérimentalement la méthodologie généralisée. Dans la plage d'excitation caractéristique des luminaires (c'est-à-dire, [5-55] Hz), le système « poutre/masse » ne présente qu'une seule fréquence de résonance. Dans ce cas, la méthode simplifiée du système à un degré de liberté permet de chiffrer la sévérité de l'environnement vibratoire et donc, de la comparer aux résultats obtenus expérimentalement ou par modélisation éléments finis.

Le cinquième chapitre applique la méthodologie développée à l'étude d'un cas-test industriel, en l'occurrence le luminaire *Super Saturne 400 W* développé par *Schröder*. Le choix de cet appareil a été motivé par le fait que des bris ont été systématiquement observés lors de la phase de qualification sur la table de secousses de *Schröder*, bien avant les 250000 cycles préconisés. La procédure suivie, schématisée à la Fig. 3, est structurée de la façon suivante :

▷ La première étape définit l'excitation vibratoire à laquelle la structure est soumise. Il s'agit soit de son environnement réel (trafic, vent, ...), soit des spécifications décrites dans les normes.

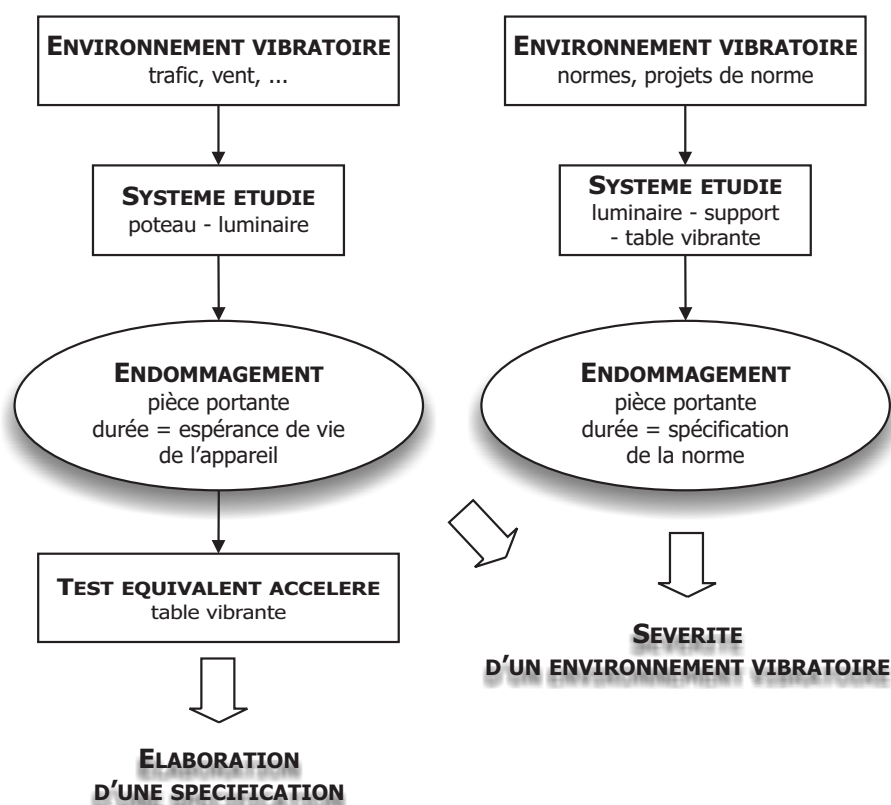


FIG. 3 – Sévérité d'un environnement vibratoire et test équivalent accéléré

▷ La deuxième étape nécessite la modélisation éléments finis du luminaire, constitué d'un assemblage de divers composants (pièce portante, globe optique, capot, . . .). Parallèlement à la modélisation, des analyses modales expérimentales [30, 46, 71] du luminaire mais également du support et de la table de l'excitateur sur sa suspension ont permis, d'une part, de recalibrer le modèle du luminaire *Super Saturne* et, d'autre part, de se rendre compte de l'influence de la dynamique du support et de l'excitateur. Ces derniers ont donc été considérés dans la modélisation. En principe, le support de test doit être conçu suffisamment rigide pour ne pas perturber les modes de vibration de la pièce testée. Par conséquent, un design optimisé est présenté en annexe B de ce travail afin de s'affranchir, dans le futur, des problèmes rencontrés avec le support actuel. Une phase cruciale de la méthode est la détermination des coefficients d'amortissement, nécessaires à tout calcul de réponse dynamique. Les niveaux d'excitation sur table vibrante étant nettement plus élevés que lors d'une analyse modale au marteau, il apparaît une forte variation de ces coefficients due à des effets non-linéaires. Il est donc primordial d'identifier les coefficients d'amortissement pour un niveau d'excitation comparable à celui imposé à la structure lors du test. Dans cette optique, une procédure d'optimisation minimisant l'écart entre réponses mesurées et réponses simulées a été proposée en considérant les coefficients d'amortissement modaux comme variables de conception. Pour le luminaire dans son environnement réel, c'est le poteau qui est pris en compte dans la modélisation. A l'amortissement structural introduit dans le modèle s'ajoute une contribution aérodynamique [40] du même ordre de grandeur et qui ne peut être négligée.

▷ La troisième étape simule l'endommagement occasionné à la pièce mécanique par l'environnement vibratoire auquel elle est soumise. Dans le cas des luminaires, le composant le plus sollicité et le plus critique est sans aucun doute la pièce portante, partie maîtresse de l'appareil, sur laquelle viennent s'assembler les autres composants. Afin de valider expérimentalement les contraintes obtenues par simulation, des jauges de contraintes [6] sont positionnées sur la pièce portante dans une zone où le gradient de contrainte est relativement faible. Ensuite, les zones du modèle où les contraintes sont les plus importantes fournissent une estimation de l'endommagement subi par l'appareil. A ce stade, la sévérité de l'environnement vibratoire réel de la pièce peut être comparée à celle des différentes normes utilisées au laboratoire. Leur représentativité est ainsi vérifiée.

▷ La quatrième et dernière étape est consacrée à la recherche d'un test équivalent aux sollicitations du vent mais dont la durée a été réduite. Le calcul est basé sur un processus d'optimisation minimisant la différence entre, d'une part, l'endommagement produit par l'environnement de référence et, d'autre part, celui généré par le test à réaliser en laboratoire. Un projet de spécification peut ainsi être proposé.

Le sixième et dernier chapitre est consacré aux conclusions générales de la recherche ainsi qu'aux perspectives et développements futurs.

Hypothèses générales

Les principales hypothèses formulées dans le cadre de ce travail sont résumées ci-après :

▷ Hypothèse 1 :

Tout au long du document, la pièce mécanique étudiée est supposée **déterministe**, c'est-à-dire que la géométrie et les caractéristiques des matériaux qui la constituent sont connues. Par contre, l'excitation à laquelle elle est soumise peut être, soit déterministe (un balayage sinus), soit stochastique (le vent).

▷ Hypothèse 2 :

A l'exception du béton, les matériaux de construction usuels présentent un diagramme contrainte-déformation ($\sigma - \varepsilon$) [1, 14, 78] qui débute par une partie linéaire appelée droite de *Hooke*, le long de laquelle les déformations sont réversibles (Fig. 4). Dans la plupart des constructions et des machines, les matériaux travaillent effectivement dans cette **zone élastique linéaire** pour laquelle on peut écrire :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1)$$

où E est le module d'élasticité (module de *Young*) du matériau considéré. Dans cette zone, la contraction latérale est également proportionnelle à la dilatation ε et l'on a :

$$\varepsilon_{lat} = -\nu \varepsilon = -\nu \frac{\sigma}{E} \quad (2)$$

où ν est le coefficient de *Poisson* du matériau. Sauf mention particulière, cette loi de comportement du matériau est adoptée comme hypothèse de travail dans la suite du document.

Pour la variété d'aluminium injecté présentée à la Fig. 4, on constate que la zone élastique linéaire est relativement faible. Au-delà de 50 MPa, la déformation ne peut plus être considérée comme proportionnelle à la contrainte appliquée. L'alliage, présentant

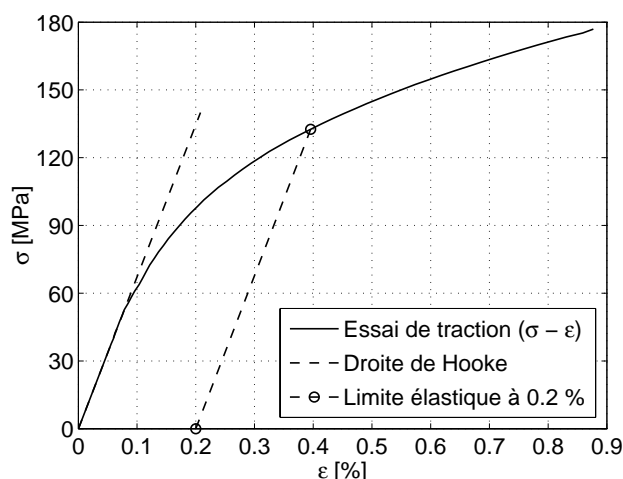


FIG. 4 – Essai de traction sur une éprouvette d'aluminium injecté de type AS12U

les caractéristiques d'un matériau ductile, devient plastique et la déformation croît plus rapidement que la contrainte. Si on supprime l'effort de traction appliqué à l'éprouvette, on observe un déchargement selon une parallèle à la droite de *Hooke* et l'apparition d'un allongement permanent à contrainte nulle. Contrairement aux aciers, les aluminiums ne présentant pas de palier d'étirage, on définit une limite d'élasticité à 0.2% ($R_{0.2}$), qui est la contrainte pour laquelle l'éprouvette présente une dilatation permanente de 0.2%. Dans l'exemple de l'aluminium AS12U, la limite d'élasticité $R_{0.2}$ vaut 133 MPa et la rupture survient pour une contrainte R_r valant 177 MPa.

▷ Hypothèse 3 :

La structure est supposée se comporter de façon **linéaire**. Dans ce cas, les principes de superposition et de réciprocité de *Maxwell* sont vérifiés. Ils s'énoncent comme suit :

Principe de superposition : *Si un système linéaire, soumis à une excitation $f_1(t)$ ainsi qu'aux conditions initiales $\{y_1(0), \dot{y}_1(0)\}$, génère une réponse $y_1(t)$ et si, soumis séparément à une autre excitation $f_2(t)$ pour des conditions initiales $\{y_2(0), \dot{y}_2(0)\}$, il présente une réponse $y_2(t)$; alors, sa réponse à une excitation $\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$ pour les conditions initiales $\{\alpha y_1(0) + \beta y_2(0), \alpha \dot{y}_1(0) + \beta \dot{y}_2(0)\}$ est $\alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$, quels que soient α et β .*

Principe de réciprocité de *Maxwell* : *La réponse d'un système linéaire en un point A, due à une force d'excitation appliquée en un autre point B, est identique à la réponse obtenue en B, suite à l'application au point A de cette même force d'excitation.*

Pour une structure linéaire, les relations entrée-sortie (excitation-réponse) sont régies par les équations différentielles traditionnelles de la dynamique des structures [37] :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} sont respectivement les matrices de masse, amortissement et raideur ;

\mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ et $\ddot{\mathbf{x}}$ sont les vecteurs de déplacement, vitesse et accélération ;

\mathbf{f} est le vecteur des forces extérieures appliquées à la structure.

Le modèle numérique est souvent réalisé au moyen de la méthode des éléments finis. Dans le cas d'une analyse temporelle, la relation entrée-sortie s'exprime par une intégrale de convolution, caractéristique d'un système linéaire. Par conséquent, l'intégration temporelle des équations (3) rend l'analyse très coûteuse en temps de calcul. Par contre, dans le domaine fréquentiel, l'opération de convolution correspond à une simple multiplication. La réponse de la structure à une excitation tant sinusoïdale qu'aléatoire se calcule donc beaucoup plus rapidement dans le domaine de Fourier. Les excitations, tout comme les réponses, sont alors définies, non pas sous forme d'échantillons temporels mais, selon le mode d'excitation appliqué, par leurs spectres (transformée de Fourier des signaux temporels) ou leurs densités spectrales de puissance (Fig. 5).

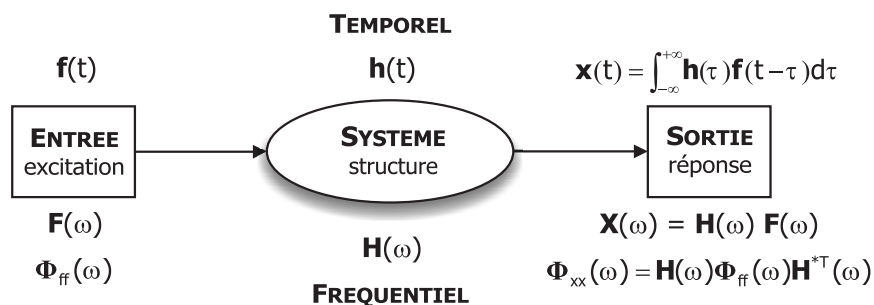


FIG. 5 – Relation entrée-sortie pour un système linéaire

▷ Hypothèse 4 :

La structure est supposée **faiblement amortie**, ce qui englobe la majorité des applications usuelles.

▷ Hypothèse 5 :

Le domaine étudié est celui des **basses fréquences**, c'est-à-dire celui pour lequel le nombre de modes propres de la structure est suffisamment faible pour autoriser les techniques de superposition modale [39].

▷ Hypothèse 6 :

Dans le cas d'une structure soumise à une excitation aléatoire telle que le vent, la difficulté majeure réside dans la définition même de l'excitation physique qui agit sur celle-ci. Cette excitation doit être définie afin d'être compatible avec la modélisation par éléments finis. Parmi différents modèles de vents turbulents présentés dans la littérature [40], c'est le **modèle de Davenport** [19, 20] qui a été choisi dans ce travail. L'effet du sillage sur la structure est quant à lui modélisé par l'approche simplifiée de **Vickery** [125, 126, 127], corrigée par **Solari** [117]. Dans la théorie classique des vibrations aléatoires [70, 99], l'excitation est supposée être un processus **gaussien stationnaire** (tout comme la réponse puisque le système est linéaire). Cette hypothèse se justifie par le théorème de la limite centrale qui stipule qu'une variable aléatoire résultant d'une superposition d'un grand nombre de variables élémentaires statistiquement indépendantes tend à être gaussienne, quelles que soient les distributions des variables élémentaires. L'hypothèse de stationnarité suppose que le régime est établi et donc que la densité de probabilité du processus est indépendante d'un changement d'origine de l'axe des temps. De tels processus sont entièrement caractérisés par leurs propriétés statistiques du deuxième ordre, c'est-à-dire par leur moyenne et par leur densité spectrale de puissance.

Notons pour terminer, que même dans le cas d'une structure simple et malgré un haut niveau de sophistication du modèle mathématique, des différences notables peuvent apparaître entre résultats numériques et expérimentaux. Il est clair que les mesures, bien que prises comme référence, sont elles-mêmes entachées d'erreurs. Le bruit, les capteurs sur la structure, le mode de fixation, les assemblages, ... sont autant de sources de contamination. Cependant, en adoptant une procédure de tests rigoureuse, on peut supposer

que les mesures sont une bonne représentation du comportement dynamique de la structure. Quant au modèle éléments finis, sa corrélation avec les résultats expérimentaux est principalement influencée par les deux sources d'erreurs suivantes :

1. Les erreurs de modélisation :

- ▷ Suivant le degré de non-linéarité de la structure, l'hypothèse de linéarité peut conduire à des résultats erronés.
- ▷ Une simplification des effets dissipatifs (l'hypothèse d'amortissement proportionnel) influence directement la réponse du système.
- ▷ Les simplifications apportées à la géométrie au moment de la modélisation CAO (*Conception Assistée par Ordinateur*) conditionnent l'adéquation du modèle.
- ▷ Les erreurs de discrétisation, liées au nombre d'éléments, à leur type et leur distribution spatiale ont un effet néfaste sur la qualité de la solution. Cependant, ces erreurs peuvent être minimisées grâce aux méthodes de calcul d'erreur et à l'utilisation d'un processus adaptatif de raffinement du maillage [18, 26]. Si ces méthodes ont nettement moins d'intérêt dans le cas d'un calcul dynamique où un maillage relativement grossier permet d'approcher les paramètres modaux de la structure (fréquences et modes propres) avec une bonne précision, il en est tout autrement lorsque l'exactitude des contraintes est importante (par exemple, lors d'une analyse statique ou d'un calcul de réponse dynamique en vue de l'estimation de la durée de vie du spécimen).

2. Les erreurs sur les paramètres du modèle :

Le modèle est défini par un jeu de paramètres, tels que l'épaisseur, le module de *Young*, la masse volumique, les amortissements modaux, l'incertitude sur les conditions aux limites, ... dont la précision a un impact important sur sa représentativité.

Il est donc extrêmement important que le modèle numérique soit validé sur base de données expérimentales avant toute utilisation, que ce soit en vue d'une analyse modale ou bien d'un calcul d'endommagement. Une hypothèse très importante [87], qu'il ne faut pas perdre de vue non plus, est que le modèle initial doit bien entendu, à la base, être suffisamment représentatif de la structure réelle. Ce n'est, en effet, que dans un tel cas de figure, qu'un choix judicieux des paramètres constituant le modèle permettra d'améliorer la corrélation entre résultats numériques et expérimentaux.

Chapitre 1

Tests en vibration des luminaires

1.1 Introduction

Qu'il s'agisse de matériel électrique ou électronique, d'équipement aéronautique ou spatial, ... ou d'une pièce mécanique tel un luminaire, tous peuvent être soumis, au cours de leur vie, à des environnements divers de température, d'humidité, ... et plus particulièrement à des chocs et vibrations mécaniques. Il est donc primordial pour un industriel de concevoir des produits qui supporteront, sans être endommagés, les conditions d'environnement auxquelles ils seront soumis en service. Les phases de calculs et ensuite de tests en laboratoire sont donc inévitables. Dans ce premier chapitre, les différentes normes et moyens d'essais mis en œuvre pour qualifier en vibration les appareils d'éclairage public sont présentés.

Pendant longtemps et souvent aujourd'hui encore, les spécifications d'environnement mécanique ont été directement extraites de documents normatifs. Les premières normes, établies dans les années 1940, étaient essentiellement destinées à démontrer une certaine résistance standard du matériel, avec l'hypothèse implicite que, si le matériel résistait à cet environnement, il supporterait sans dommage les vibrations subies durant sa vie. Ces normes étaient souvent d'une grande sévérité et consistaient en une vibration sinusoïdale à la fréquence de résonance du matériel. Les moyens d'essais devenant de plus en plus sophistiqués (possibilité de réaliser des balayages sinus, des vibrations aléatoires, ...), les normes ont évolué mais ont conduit encore bien souvent à un surdimensionnement des équipements. Elles étaient davantage destinées à vérifier la résistance aux plus grandes contraintes qu'à démontrer la tenue en fatigue. Ce n'est qu'entre 1975 et 1980, face à la nécessité de réduire la masse et le coût des équipements militaires embarqués, que des spécifications tenant compte des conditions particulières d'utilisation ont été développées. La norme française GAM-EG-13 [36], qui préconise la *personnalisation des essais* à partir de mesures réalisées dans les conditions d'utilisation des matériels, en est l'illustration. Aujourd'hui, on préfère parler de *personnalisation du produit à son environnement* [59] afin de bien montrer qu'il est souhaitable de prendre en compte l'environnement dès

le début du projet, plutôt que de vérifier la tenue du matériel a posteriori. La personnalisation s'appuie sur une analyse du profil de vie du matériel, la mesure des conditions d'environnement associées à chaque condition d'utilisation [16, 84, 118, 119] et la synthèse de ces données en une spécification simple, de même sévérité que l'environnement réel [28, 120, 121, 122]. Cette démarche suppose la compréhension du comportement des systèmes mécaniques sous des charges dynamiques, ainsi que la connaissance des modes de défaillances les plus fréquents.

1.2 Historique des tests d'environnement vibratoire de luminaires

Déjà à la fin du dix-neuvième siècle, des ingénieurs comme Gustaf Eiffel étaient conscients des forces qui pouvaient être engendrées par le vent [22]. Cependant, des événements dramatiques tels la rupture du pont de Tacoma en 1940 ou certains accidents d'avions survenus à la même époque, ont mis en évidence l'importance des vibrations induites par le vent. Théodore Von Karman est l'un des premiers à avoir attiré l'attention sur le caractère dynamique des forces générées par le vent. Au cours des cinquante dernières années, de nombreux développements ont vu le jour afin de représenter au mieux, lors de la phase de dimensionnement, les charges dues au vent. Durant cette période, la description des effets du vent est passée d'une représentation statique relativement simple à des modèles plus sophistiqués tenant compte de problèmes tant météorologiques, qu'aérodynamiques ou dynamiques, . . . , voire de fiabilité.

En ce qui concerne les assemblages « poteau/luminaire », il est très vite apparu que leurs vibrations étaient essentiellement dues aux effets du vent. Cependant, les premières informations disponibles sur le sujet n'ont été publiées qu'en 1965 par *Van Dusen* [118]. Bien que parfois difficiles à déceler et d'apparence inoffensives, les vibrations induites par le vent peuvent être la cause d'un endommagement par fatigue des luminaires. Le but recherché par *Van Dusen* était donc de caractériser et de mieux appréhender l'environnement vibratoire des appareils d'éclairage public en service. L'approche suivie à l'époque a consisté à déterminer une enveloppe des amplitudes de vibrations mesurées sur un grand nombre de systèmes « poteau/luminaire » différents. Cette enveloppe a alors servi de guide au dimensionnement pour garantir la tenue aux vibrations de l'appareil. Une procédure de tests en laboratoire a également été proposée sur cette base par *Van Dusen* [119, 120].

1.2.1 Environnement vibratoire des luminaires

L'étude menée par *Van Dusen* porte sur des poteaux métalliques (acier et aluminium), vu leur plus grande tendance à vibrer que leurs homologues en bois ou béton. L'installation de tests utilisée, située en extérieur dans une zone relativement dégagée, est formée de six fondations pouvant accueillir divers types de poteaux et luminaires. Des jauges

de contrainte sont positionnées à proximité de la base de chaque poteau. La vitesse du vent ainsi que sa direction sont enregistrées. Une installation de tests, située en intérieur, est également utilisée. Un excitateur, constitué d'une masse décentrée en rotation, génère une force harmonique sur le poteau, à proximité de la base. La fréquence et l'intensité de la force de l'excitateur peuvent être ajustées. Des jauges de contrainte sont placées au même endroit que lors des tests en extérieur et complétées d'une mesure d'accélération au centre de gravité du luminaire. En enregistrant ces données aux différentes fréquences de résonance de la structure, il est possible de déterminer l'accélération perçue par le luminaire durant les tests en extérieur. Les différents poteaux et luminaires testés ont, respectivement, une hauteur variant de 3 à 9 m et une masse comprise entre 5 et 109 kg. Les mesures réalisées par *Van Dusen* révèlent une première fréquence propre de l'assemblage « poteau/luminaire » dans l'intervalle [0.6, 5] Hz. Le second mode se situe dans la plage [5, 25] Hz. Il apparaît également que les deux premiers modes de vibration sont les plus sollicités. Au-delà de 25 Hz, les vibrations induites sont inexistantes ou alors limitées à de très faibles amplitudes. En reportant, en fonction de la fréquence, les accélérations maximales mesurées au centre de gravité des luminaires ou les contraintes extrêmes enregistrées à la base des poteaux, *Van Dusen* a constaté, Fig. 1.1, que les points se disposaient dans des zones bien définies. L'enveloppe de ces points fait apparaître les amplitudes de vibrations les plus sévères auxquelles on pourrait s'attendre dans le cas de structures similaires en service. Sur base de ces résultats d'essais, on remarque que l'accélération maximale observée au centre de gravité du luminaire, dans la plage de fréquences [0.6, 25] Hz, est d'environ 1 g et que la plus grande contrainte à la base du poteau est de l'ordre de 35 MPa.

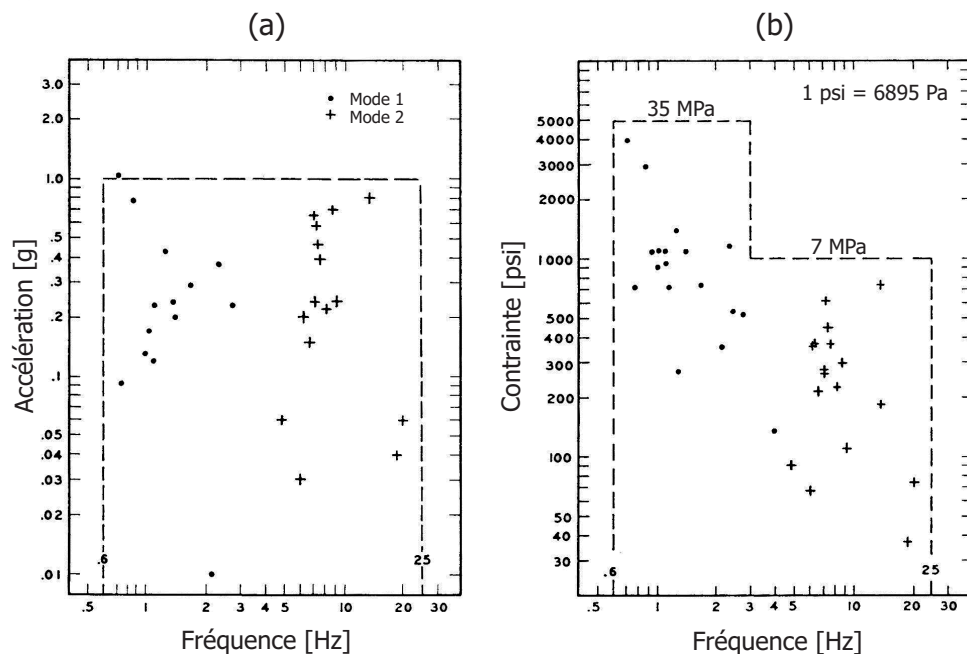


FIG. 1.1 – Résumé des mesures réalisées par *Van Dusen* [118] : (a) Accélérations au centre de gravité des luminaires ; (b) Contraintes à la base des poteaux

Il est important de noter que le niveau vibratoire atteint est limité par le taux d'amortissement dans le système. Une partie de l'énergie est dissipée dans le métal constituant le poteau. Une autre peut être absorbée par l'air ambiant lorsque l'amplitude de vibrations est élevée. La fixation et la fondation sont également des sources possibles de dissipation d'énergie. Selon *Van Dusen*, des valeurs typiques d'amortissement pour les poteaux métalliques varient entre 0.05 et 0.5 %.

Remarque : *Les vitesses du vent auxquelles les amplitudes de vibrations maximales sont observées s'étalent de 7 à 18 m/s en fonction de la structure. Exposées à de telles vitesses, certaines structures d'éclairage peuvent être détruites en quelques mois alors qu'elles auraient été, en théorie, capables de supporter des charges statiques correspondant à des vitesses de vent d'environ 58 m/s. Van Dusen constate également que, dans certains cas, des vitesses plus élevées peuvent conduire à de plus grandes amplitudes de vibrations. Cependant, il semblerait que l'amplitude des vibrations ait tendance à se niveler voire à diminuer lorsque la vitesse du vent dépasse une valeur critique relativement peu élevée.*

Les résultats de l'étude ont montré que la plupart des poteaux d'éclairage public étaient sujets aux vibrations induites par le vent. Le luminaire étant généralement positionné en un point de grands déplacements, l'accélération y est une mesure significative de l'intensité vibratoire. L'endommagement causé au luminaire par les vibrations du poteau n'est donc pas un phénomène surprenant. En effet, une accélération dynamique de 1 g, appliquée au centre de gravité du luminaire, représente une force non-négligeable. Des tests de vibration en laboratoire sont par conséquent nécessaires si l'on veut garantir la tenue de l'appareil à son environnement. Une procédure de tests, basée sur l'enveloppe des réponses vibratoires, a été proposée par *Van Dusen*.

1.2.2 Procédure de tests en vibrations des luminaires

Selon *Van Dusen* [119, 120], bien que peu communes, des accélérations supérieures à 1 g au niveau du centre de gravité de l'appareil sont possibles. Cependant, il serait irréaliste de vouloir dimensionner les luminaires pour qu'ils résistent à ces intensités extrêmes. Dans de tels cas, le système « poteau/luminaire » devrait plutôt être modifié afin d'en réduire les vibrations. Dans les autres cas, la procédure suggérée se compose de deux tests complémentaires : un essai de fatigue ainsi que de résistance.

Test de fatigue

L'objectif du test est de simuler un nombre infini de cycles sous une accélération de 1 g et de s'assurer que la contrainte reste inférieure ou égale à la limite d'endurance (plus grande contrainte pour laquelle le matériau peut subir un nombre infini de cycles sans être endommagé) de la plupart des matériaux considérés dans la fabrication des lumi-

naires. Pratiquement, le nombre de cycles associé à la limite d'endurance est déterminé à partir de la courbe de *Wöhler* du matériau. Dans le cas de l'aluminium, *Van Dusen* choisit une valeur de $5 \cdot 10^8$ cycles. On peut tout de suite remarquer que, pour un tel nombre de cycles et une première fréquence propre du luminaire d'environ 15 Hz, la durée du test serait excessivement longue : environ un an. Une méthode de tests serait de mesurer la contrainte maximale dans l'appareil lorsqu'il est soumis à une accélération de 1 g en son centre de gravité et de vérifier qu'elle est bien inférieure à la limite d'endurance. Ceci pourrait être réalisé au moyen de jauges de contrainte mais pour ce faire, la localisation des contraintes extrêmes est nécessaire. Or, celles-ci sont relativement difficiles à trouver et surtout à mesurer directement vu la complexité de la géométrie des luminaires. La méthode préconisée par *Van Dusen* est de réduire la durée du test en augmentant l'accélération imposée au centre de gravité du luminaire. Les zones de concentration de contraintes seraient ainsi automatiquement mises en évidence. Il propose donc de solliciter le luminaire en son centre de gravité pendant 10^5 cycles (un compromis entre une durée de test réalisable en pratique et une contrainte à la rupture pas trop éloignée de la limite d'endurance). Un tel test pourrait être mené en plus ou moins deux heures. La contrainte étant proportionnelle à l'accélération, l'amplitude du test équivalent accéléré est donnée par l'équation :

$$a_N = a_e \frac{\sigma_N}{\sigma_e} \quad (1.1)$$

où a_N est l'accélération à maintenir pendant le test (de 1.5 à 2.5 g) ;

a_e est l'accélération dite *d'endurance* pour laquelle $\sigma \leq \sigma_e$ ($a_e = 1$ g) ;

σ_e est la limite d'endurance du matériau considéré ;

σ_N est la contrainte entraînant la rupture après N cycles ($N = 10^5$).

Si après N cycles, le luminaire est intact, cela signifie que l'accélération de 1 g est bien celle qui induit dans l'appareil une contrainte au plus égale à la limite d'endurance du matériau. Par contre, si après $N^* \leq N$ cycles, il est endommagé, alors l'accélération d'endurance est inférieure à 1 g et peut être approchée par la relation :

$$a_e = \frac{a_N}{a_{N^*}} = \frac{\sigma_N}{\sigma_{N^*}} \quad (1.2)$$

Pour le test, le luminaire devrait être installé sur l'excitateur dans une position identique à celle qu'il occupe en service (en prenant en considération l'effet de la gravité) et sollicité selon ses trois directions structurales. Si nécessaire, un nouvel appareil peut être utilisé pour chacun des axes. Un accéléromètre de contrôle est placé sur le luminaire, en un endroit où le mouvement semble identique à celui du centre de gravité. Le choix de la fréquence d'excitation est basé sur le raisonnement suivant : la fréquence de vibration ne devrait pas être supérieure à la fréquence de résonance fondamentale du luminaire dans sa configuration de test. Dans ces conditions, les forces dynamiques agissant sur le luminaire sont proportionnelles à l'accélération imposée au centre de gravité. A une fréquence inférieure à la résonance, l'accélération est quasiment constante dans tout le luminaire. Si

la fréquence de vibration est supérieure à la fréquence de résonance fondamentale, alors les forces structurales ne sont plus proportionnelles à l'accélération au centre de gravité. A cette fréquence d'excitation, le centre de gravité du luminaire peut rester immobile tandis qu'ailleurs, des mouvements importants existent. Pour les systèmes d'excitation limités en force, il est possible de profiter de l'amplification de la résonance du luminaire, mais, pour *Van Dusen*, tester à une fréquence inférieure à la résonance est préférable. Bien qu'il soit conseillé de réaliser le test de fatigue à basse fréquence, il faut néanmoins faire une recherche des fréquences propres jusque 25 Hz afin de s'assurer qu'aucun composant, tel la lampe, ne présente de fréquence de résonance dans cette plage. Si c'est le cas, ces composants doivent être testés séparément, à leur fréquence de résonance et sous une accélération de 1 g au centre de gravité du luminaire. Le couple de serrage des vis de la fixation doit être spécifié et toute autre variable influençant le test doit être sous contrôle.

Test de résistance

Basé sur l'expérience, il a pour but de vérifier la tenue du luminaire aux chocs et sollicitations qui se produisent durant la manutention, le transport et le fonctionnement. Il consiste en un test de courte durée (1000 cycles) sous une accélération de 4 g. Après ce test, le luminaire doit rester opérationnel.

1.3 Normes de la Commission Electrotechnique Internationale

La CEI (*Commission Electrotechnique Internationale*) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux. Elle a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. L'élaboration des normes est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer.

La **norme CEI 68-2-6** [49] décrit une méthode d'essai applicable aux composants, matériels et autres articles qui peuvent, pendant leur transport ou leur utilisation, être soumis à des conditions comprenant des vibrations de nature harmonique engendrées surtout par des forces rotatives, pulsatoires ou oscillantes comme il en existe à bord des navires, des avions, des véhicules terrestres, des appareils à voilure tournante et dans les applications spatiales, ou qui peuvent être causées par des machines ou par des phénomènes sismiques. Cette norme consiste essentiellement à soumettre un spécimen à des vibrations sinusoïdales dans une gamme de fréquences donnée ou fréquences discrètes, pendant une durée déterminée. Une recherche de la réponse en fréquence du spécimen peut être prescrite afin d'en déterminer les fréquences critiques. L'objet de la norme est de fournir une méthode d'essais donnant des règles d'exécution normalisées afin de déterminer l'aptitude

des composants, matériels et autres articles à résister à des sévérités spécifiées de vibrations sinusoïdales. Il faut insister sur le fait que les essais de vibration requièrent toujours un certain degré d'appréciation technique. Le fournisseur et le client doivent tous deux en être pleinement conscients. Toutefois, l'essai aux vibrations sinusoïdales étant de type déterministe, il est relativement simple à effectuer. Il s'applique facilement, aussi bien à l'essai de diagnostic qu'à celui de durée de vie. La partie principale de la présente norme traite surtout des méthodes pour piloter l'essai en des points spécifiés et décrit en détail la procédure d'essais. Les exigences sur le mouvement vibratoire, le choix des sévérités (y compris les gammes de fréquences), les amplitudes et les durées d'essai d'endurance sont aussi spécifiés car ces sévérités représentent une série rationnelle de paramètres. On attend du rédacteur de spécifications qu'il choisisse les modalités d'exécution et les valeurs adaptées au spécimen et à son utilisation. Aujourd'hui, des données et des indications peuvent être trouvées dans des propositions antérieures.

Il y a environ 30 ans, l'introduction des tests de vibration dans la **norme CEI 60598** (*Luminaires - Prescriptions générales et essais*) [50] a été discutée par les experts de la CEI dans le cadre du groupe de travail *LUMEX*. Il en a résulté un projet de norme présentant deux spécifications possibles :

1. Une procédure s'alignant sur les prescriptions de la norme CEI 68-2-6, reproductible et par conséquent adéquate pour une éventuelle introduction dans une norme.
2. Une procédure nécessitant l'utilisation d'un équipement de test spécifique tel une *table de secousses* (cfr. paragraphe 1.6.1), simple mais moins reproductible que la première.

Lors de la réunion du Sous-Comité technique N° 34D (*Luminaires*) à Bruxelles en 1977, il fut décidé de maintenir la proposition au niveau « secrétariat », pour information uniquement. Parmi les alternatives décrites ci-dessus, la première était basée sur les suggestions suivantes :

- ▷ Vu la difficulté de définir la résonance de façon rigoureuse, un test d'endurance devrait consister en un balayage sinusoïdal sur une plage de fréquences déterminée (un test aléatoire est jugé inutilement sophistiqué pour les luminaires couverts par la spécification).
- ▷ Les définitions et valeurs des différents paramètres devraient être déterminées d'après la norme CEI 68-2-6.
- ▷ Un support rigide devrait être utilisé de manière à s'assurer que, sans luminaire, il présente une première résonance supérieure à 150 % de la plus grande fréquence de test.
- ▷ Le point de contrôle devrait être aussi proche que possible de la fixation.
- ▷ La vitesse de balayage devrait être d'une octave par minute.
- ▷ Le test devrait être mené selon chacun des axes structuraux.

En 1998, l'introduction, dans la norme CEI 60598, d'un test de vibration spécifique aux luminaires utilisés dans des conditions sévères, fut votée par la *Commission Elec-*

trotechnique Internationale. Il s'agit, par exemple, de luminaires montés dans des ateliers de mécanique, sur des chantiers de construction ou des applications similaires. Les spécifications de test sont résumées au tableau 1.1.

- ▷ Un test est réalisé en balayant la plage de fréquences [10, 55, 10] Hz.
- ▷ Le déplacement imposé doit être constant et égal à 0.35 mm.
- ▷ La durée du test d'endurance est de 30 minutes.
- ▷ La vitesse de balayage est d'une octave par minute.

TAB. 1.1 – Spécifications de la norme CEI 60598

Tenant compte des différentes remarques mentionnées dans ce paragraphe, un exemple de test en accord avec la norme CEI 68-2-6 est repris au tableau 1.2.

- ▷ Un balayage sinus dans la plage de fréquences [10, 55, 10] Hz.
- ▷ Un déplacement imposé de 0.15 mm à la fixation.
- ▷ Une durée équivalente à 100 balayages.
- ▷ Une vitesse de balayage d'une octave par minute.

TAB. 1.2 – Exemple de spécifications selon la norme CEI 68-2-6

1.4 Norme Nationale Américaine ANSI C 136-31

La nouvelle norme américaine ANSI C 136-31 (2001) [4] propose que les luminaires d'éclairage routier soient soumis à un test vérifiant leur capacité minimale à résister aux vibrations. Selon la proposition, certains facteurs pouvant induire des effets vibratoires ne sont pas correctement représentés par l'application d'un test statique, test jadis très répandu. Pour cette raison, un test de vibration représente une alternative beaucoup plus appropriée. La norme ANSI, dont les spécifications sont reprises au tableau 1.3, sera probablement incluse dans la nouvelle norme CANENA qui devrait harmoniser les spécifications canadiennes, américaines et mexicaines.

- ▷ La fréquence de résonance fondamentale doit être déterminée pour chacun des trois plans perpendiculaires et doit se situer entre 5 et 30 Hz.
- ▷ Le luminaire doit être sollicité à ou à proximité de sa fréquence naturelle.
- ▷ Le niveau d'accélération mesuré au centre de gravité du luminaire doit être de 1.5 g dans des conditions normales d'utilisation et de 3 g pour les appareils montés sur ponts ou viaducs.
- ▷ L'appareil d'éclairage doit pouvoir supporter 100000 cycles dans chaque plan.
- ▷ Si nécessaire, un nouvel appareil peut être utilisé pour chacun des axes.

TAB. 1.3 – Spécifications de la norme ANSI C 136-31

1.5 Projet belge de spécification

En mars 1999, le Ministère de la Communauté Flamande a introduit une proposition de test de qualification en accord avec la norme CEI 68-2-6. Ce projet de norme [129] est défini par la procédure suivante :

- ▷ La fréquence propre f_0 et le facteur de qualité Q devraient être identifiés par un balayage sinusoïdal dont la vitesse et l'amplitude valent respectivement, 1 oct./min. et 1 g dans l'intervalle de fréquences [5, 25] Hz. Le facteur de qualité Q associé à la fréquence propre f_0 est donné par la relation :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (1.3)$$

où $\Delta f = f_2 - f_1$ est mesuré au point de demi-puissance ($\frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$) de la fonction de réponse en fréquence H (Fig. 1.2). Dans le cas particulier d'un système à un seul degré de liberté, le facteur de qualité est simplement donné par la formule :

$$Q = H_{max} \quad (1.4)$$

- ▷ Si plusieurs fréquences de résonance sont identifiées, seule celle présentant le facteur de qualité le plus important devrait être prise en considération.

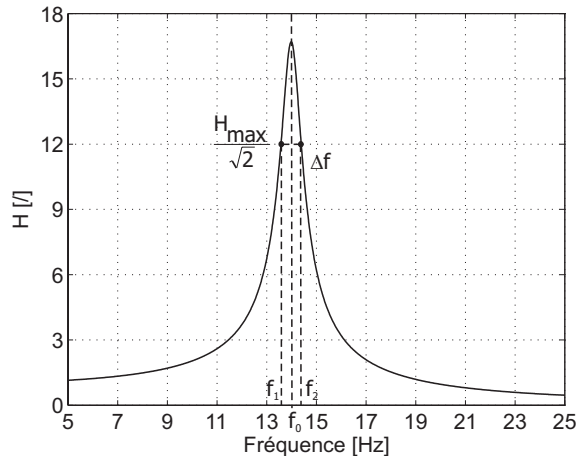


FIG. 1.2 – Facteur de qualité d'un système ne présentant qu'un seul pic de résonance

- ▷ Si $Q < 2$, le luminaire devrait subir, durant une heure, un balayage sinusoïdal de vitesse égale à 1 oct./min. entre les fréquences de 5 et 25 Hz (N.B. : la proposition ne spécifie pas, dans ce cas, l'amplitude du balayage sinusoïdal).
- ▷ Si $2 \leq Q < 10$, le luminaire devrait être testé à la fréquence propre retenue, durant une heure sous une amplitude sinusoïdale de 0.5 g.
- ▷ Si $Q \geq 10$, l'appareil étant jugé critique, aucun test ne devrait être réalisé.
- ▷ Le point de contrôle devrait être aussi proche que possible de la fixation.
- ▷ Le test devrait être réalisé selon chaque direction structurale.

Au cours de l'année 2000, des tests de qualification réalisés au laboratoire *Vibrations & Identification des Structures* sur les luminaires *VT 90 W* et *VT 131 W* (Fig. 1.3) ont mis en évidence plusieurs éléments critiquables dans la proposition de norme belge.

Premièrement, le fait de réaliser une recherche des fréquences propres à un niveau d'excitation supérieur à celui du test d'endurance est surprenant. En effet, généralement une première estimation des fréquences de résonance est obtenue lors d'un balayage de bas niveau, afin de ne pas endommager la structure. Ici, le balayage sous 1 g au niveau de l'interface « support/luminaire » s'est révélé très sévère, au point de provoquer la rupture du système de fermeture du luminaire. De plus, le comportement des luminaires étant bien souvent non-linéaire (mise en place de composants, recouvrement de jeux, contacts, chocs, ...), l'erreur commise sur l'estimation des fréquences propres peut être importante (environ 14 %, dans notre exemple) et fortement influencer la sévérité du test lorsqu'un système de suivi automatique de la fréquence propre, connu sous le nom de « Sine Dwell », n'est pas disponible.

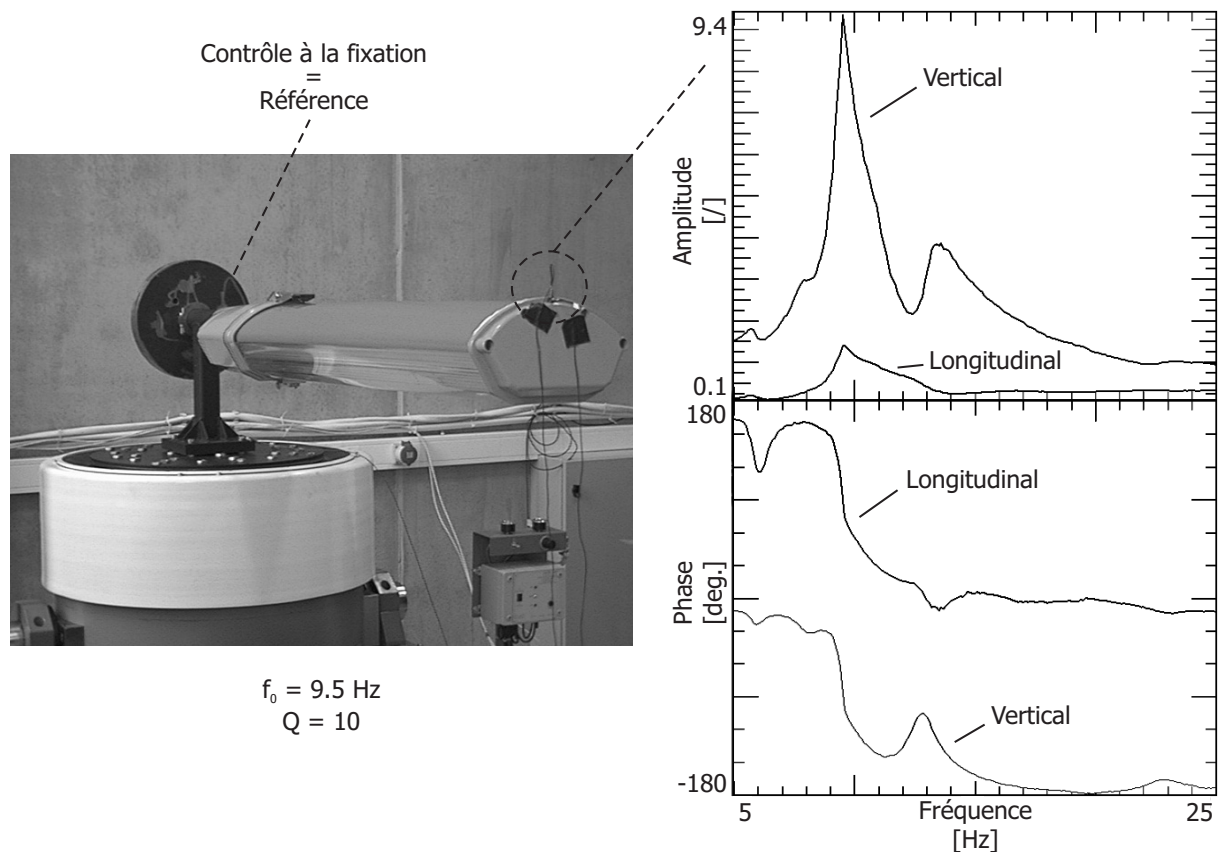


FIG. 1.3 – Luminaire *VT 131 W* lors des tests de qualification selon la proposition du Ministère de la Communauté Flamande

Deuxièmement, bien que le facteur de qualité soit souvent proche voire supérieur à 10 pour un luminaire élancé comme le *VT*, il a malgré tout été décidé de réaliser le test d'endurance. Après une heure, l'appareil n'était toujours pas endommagé. Le fait d'exclure les luminaires présentant un facteur de qualité supérieur à 10 semble donc trop sévère.

Troisièmement, une durée de test d'une heure n'est pas en accord avec les spécifications de la norme CEI 68-2-6.

Sur base de ces constatations, une demande de révision de la proposition a été introduite par *R-Tech* auprès du *Ministère de la Communauté Flamande*. Un avis favorable a été remis début 2001, dans lequel les modifications présentées au tableau 1.4 ont été prises en compte (les autres points restant inchangés).

- ▷ La fréquence propre f_0 et le facteur de qualité Q devraient être identifiés par un balayage sinusoïdal dont la vitesse et l'amplitude valent respectivement 1 oct./min. et 0.5 g dans l'intervalle de fréquences [5, 25] Hz.
- ▷ Si $Q \geq 2$, le luminaire devrait être testé à la fréquence propre retenue, durant trente minutes sous une amplitude sinusoïdale de 0.5 g.

TAB. 1.4 – Nouvelles spécifications de la norme belge

1.6 Moyens d'essais du bureau d'études *R-Tech*

Le service *Recherche et Développement* du bureau d'études *R-Tech* dispose de son propre laboratoire d'essais. Il peut ainsi procéder à différents tests, au cours d'une étude, afin de contrôler la qualité et les performances de l'appareil. Outre les essais visant à optimiser leurs performances photométriques, les luminaires étudiés sont soumis à des tests sévères tant sur le plan de la sécurité électrique que de la résistance mécanique, point qui nous intéresse plus particulièrement. Les moyens de tests en vibrations dont dispose *R-Tech* sont une table de secousses ainsi qu'une table de vibrations.

1.6.1 Table de secousses

Sur base des documents publiés, il y a environ trente ans, par les experts de la CEI dans le cadre du groupe de travail *LUMEX* (cfr. paragraphe 1.3), une table de secousses, identique à celle représentée à la Fig. 1.4, a été réalisée par le laboratoire d'essais de *R-Tech*. Une de ses extrémités est constituée d'une suspension à ressorts tandis que l'autre est articulée autour d'une charnière. Un arbre à came donne une impulsion à la table environ toutes les 2 secondes; ce qui équivaut à une cadence de 1800 chocs à l'heure. La hauteur de chute de la table, mesurée à une distance de 600 mm de la charnière, est de plus ou moins 12 mm. Entre chaque impulsion, le système « table/ressorts » sur lequel repose le luminaire vibre à sa fréquence naturelle. Selon les spécifications de la CEI, l'appareil testé doit résister à 250000 secousses sans être endommagé. On peut facilement se rendre compte que, dans un tel cas, la durée nécessaire pour mener le test à son terme est très longue (pratiquement 6 jours sans interruption). L'expérience acquise par *R-Tech* au cours de multiples essais révèle que la sévérité du test d'endurance dépend fortement du type de

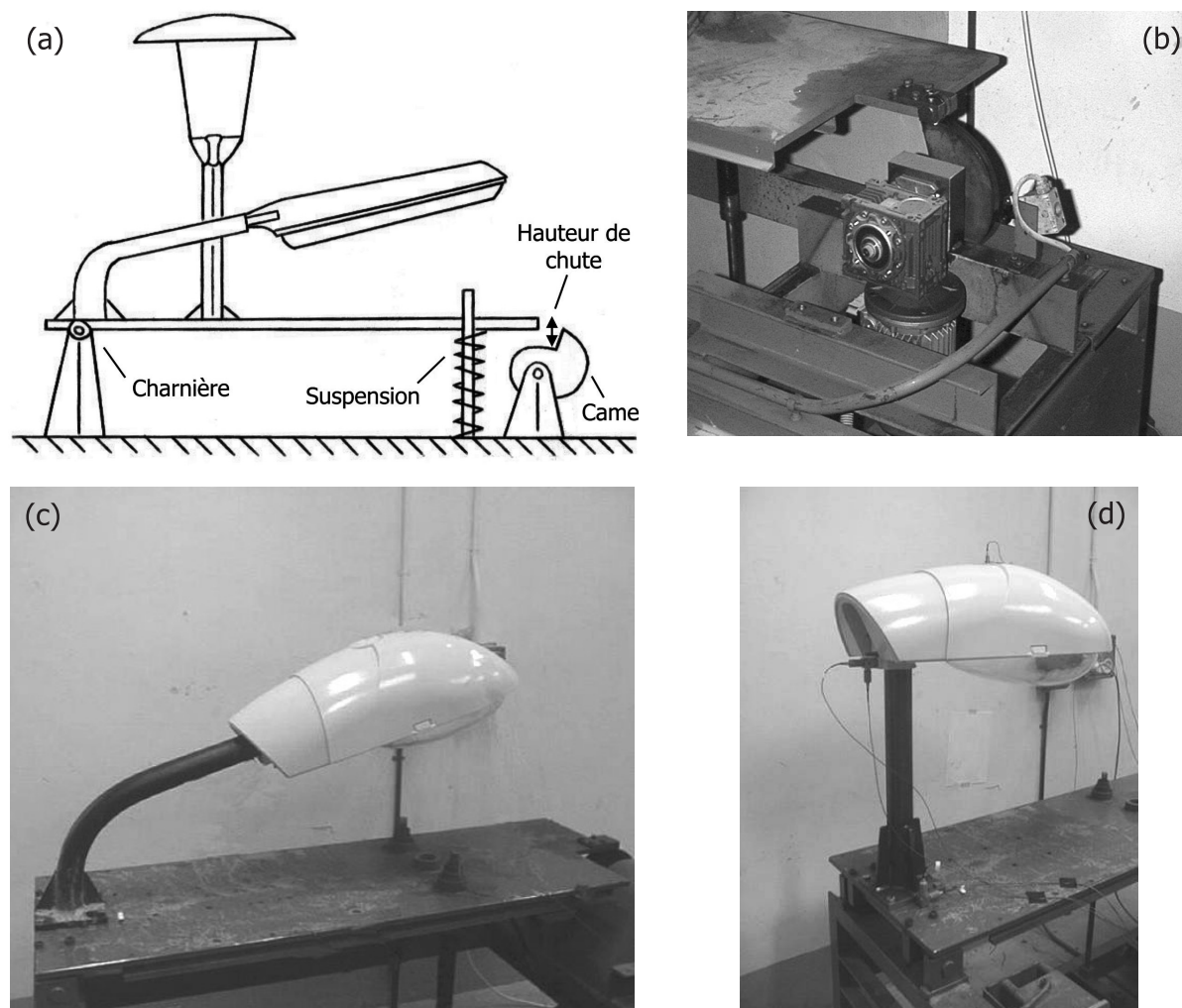


FIG. 1.4 – Table de secousses du laboratoire d'essais de *R-Tech* : (a) Schéma de la table ; (b) Vue de l'arbre à came ; (c) Luminaire *Saphir 150 W* (fixation de type croce) ; (d) Luminaire *Saphir 150 W* (fixation de type poteau)

luminaire, de son mode de fixation sur la table et de la table elle-même. La reproductibilité du test est par conséquent douteuse et sa représentativité, vis-à-vis de l'environnement vibratoire du luminaire sur site, n'est pas prouvée non plus. Ce manque de corrélation a été démontré dans certains cas où le luminaire, bien que satisfaisant sur site, présentait des bris inattendus lors de tests sur table de secousses. Cependant, la table a permis à *R-Tech* de mettre en évidence des anomalies graves de conception de pièces de fonderie (environ 50 % des essais pour lesquels un problème de tenue mécanique est survenu). La table permet également de tester la tenue mécanique de l'ensemble du luminaire : pièce portante, accessoires, clips de fermeture, éléments de fixation, ... Malgré sa sévérité, la table donne donc une indication sur la qualité du produit : si des bris se produisent rapidement, cela signifie que la structure en question est problématique.

Dans le but de caractériser le dispositif d'essais, une campagne de mesures a été réalisée sur les tables de *R-Tech* et *Comatelec* (*Schröder Group*, Bourges, France). Cette dernière,

plus récente que la machine de *R-Tech*, en reprend le principe de fonctionnement. Le comportement du luminaire *Saphir 150 W* (Fig. 1.4) a été analysé selon divers modes de fixation. Lors des essais, des mesures d'accélération ont été prises en plusieurs points de la table et du luminaire. Pour chaque point de mesure, deux accéléromètres positionnés à angle droit ont permis d'obtenir des renseignements sur le niveau de sollicitation du luminaire dans les directions horizontales (selon la longueur ou la largeur de la table) et verticale. Lors de l'acquisition des signaux, la fréquence d'échantillonnage f_s considérée était de 512 Hz, ce qui autorise une bande passante BW de 200 Hz. Le nombre de points N relevés dans un échantillon est de 1024. Il en résulte une résolution temporelle dt de 0.002 s et fréquentielle df de 0.5 Hz.

Une première analyse des signaux enregistrés lors des essais montre que, dans le cas de la fixation de type croise, le niveau d'accélération mesuré dans la direction longitudinale est inférieur à celui mesuré dans la direction verticale (Fig. 1.5). En effet, le mode d'excitation, le type de support utilisé et l'accélération de la gravité favorisent l'amplification des vibrations dans la direction verticale. En ce qui concerne le mouvement transversal, la structure étant symétrique, il peut être négligé. Les réponses temporelles mesurées lors d'une secousse, au niveau de la fixation et de l'extrémité de la pièce portante, présentent bien l'allure d'un choc. Celui-ci est en général amorti après 1 s. Seul le signal mesuré à l'extrémité du luminaire, dans la direction verticale, met plus de temps à s'atténuer. Toutefois, la vibration est presque totalement amortie lorsque survient la secousse suivante. On constate également une nette amplification de l'accélération verticale entre la fixation et l'extrémité de la pièce portante. Au niveau de la fixation, la valeur maximale instantanée est d'environ 22 m/s^2 alors qu'elle est de 62 m/s^2 à l'extrémité du luminaire. Une autre façon de caractériser un signal temporel $y(t)$, discrétisé en N points y_i , est d'en calculer sa valeur quadratique moyenne ou *valeur RMS* (*Root Mean Square value*, en anglais), grandeur scalaire définie comme suit :

$$y_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2} \quad (1.5)$$

On obtient de la sorte, 2.8 m/s^2 à la fixation et 11.3 m/s^2 à l'extrémité de la pièce portante. Cette amplification est due, d'une part, à la flexibilité du support et d'autre part, à celle du luminaire. Par contre, dans la direction longitudinale, les valeurs maximales observées à la fixation et à l'extrémité de l'appareil (respectivement 15.1 m/s^2 et 11.7 m/s^2) sont très proches. Il en est de même des valeurs *RMS* de l'accélération (respectivement 1.5 m/s^2 et 1.7 m/s^2) ; ce qui témoigne de la rigidité de l'appareil selon son axe longitudinal.

Remarque : *L'accélération verticale au centre de gravité de l'appareil (point non-accessible en pratique) se situerait donc dans l'intervalle $[22, 62] \text{ m/s}^2$. Or, selon Van Dusen, la limite supérieure de l'accélération à imposer au centre de gravité du luminaire, afin de réduire la durée du test à 100000 cycles, est de $2.5 g$, soit 24.5 m/s^2 . L'accélération imposée par*

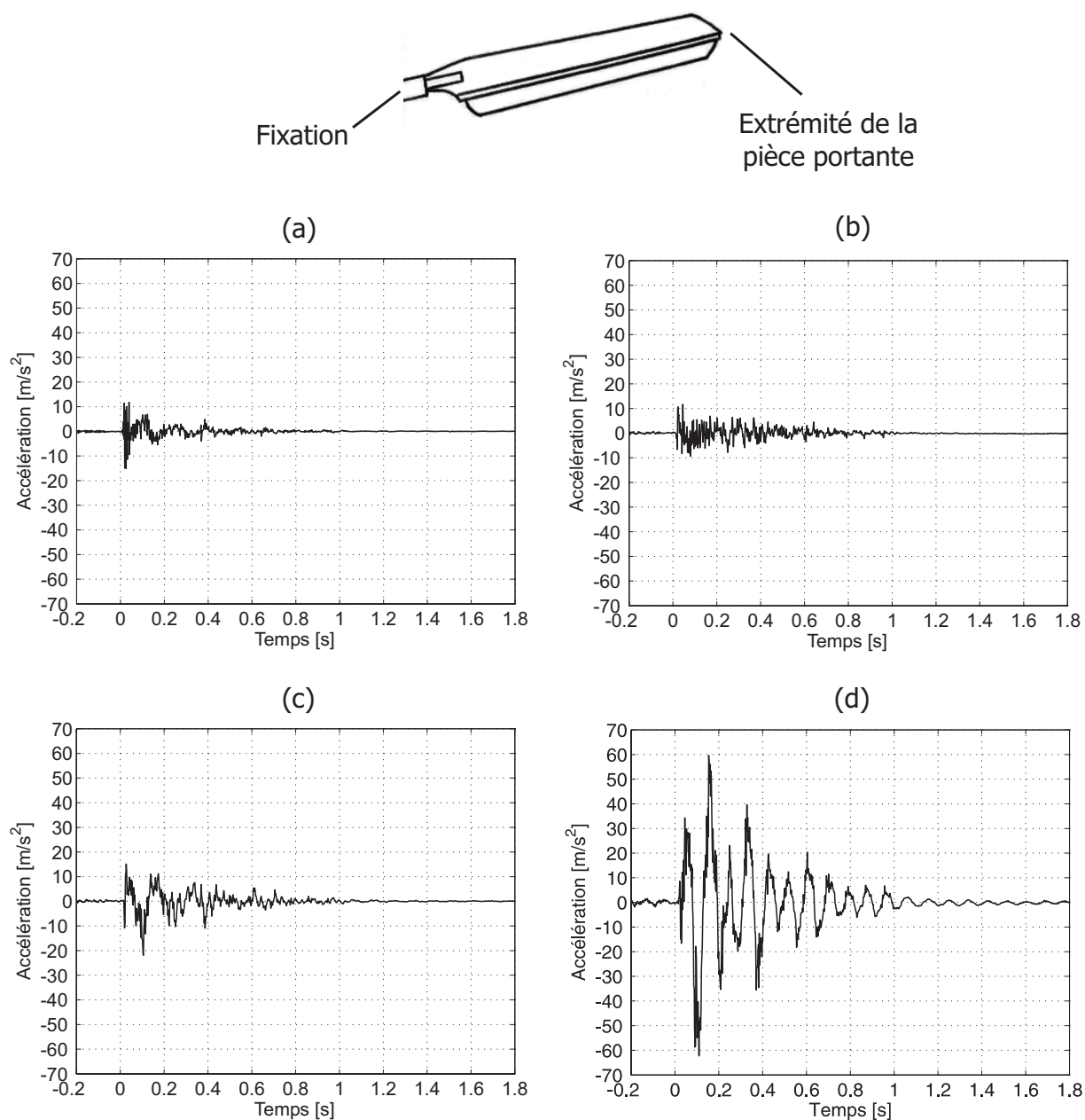


FIG. 1.5 – Mesures d'accélération sur le luminaire *Saphir 150 W* lors d'une secousse (signaux temporels) : (a) Accélération longitudinale (fixation); (b) Accélération longitudinale (extrémité de la pièce portante); (c) Accélération verticale (fixation); (d) Accélération verticale (extrémité de la pièce portante)

la table de secousses au niveau du centre de gravité est donc supérieure à celle préconisée par Van Dusen. De plus, l'appareil étant censé devoir résister à 250000 secousses, il semblerait donc qu'un essai de qualification réalisé sur la table de secousses, au moyen d'un support de type crosse, soit relativement sévère.

En calculant la transformée de Fourier des signaux temporels mesurés, on obtient les spectres fréquentiels, tels que ceux illustrés à la Fig. 1.6. On remarque que le contenu fréquentiel du système « table/support/luminaire *Saphir 150 W* » est limité à la plage de fréquences $[0, 40]$ Hz. Au-delà, le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ est trop important pour pouvoir déceler d'éventuels pics d'amplitude. En se focalisant sur la zone $[0, 40]$ Hz, là où l'énergie de vibration est concentrée, on peut donc voir apparaître trois pics, respectivement aux fréquences de 7, 11 et 34 Hz. On retrouve, à chacune de ces fréquences, l'amplification observée précédemment sur les signaux temporels entre la fixation et l'extrémité du luminaire. C'est pour une fréquence de 11 Hz que l'amplification est maximale et qu'en toute logique, le premier mode de flexion du luminaire devrait être excité. L'accélération au niveau de la fixation atteint son maximum pour une fréquence de 7 Hz. A cette fréquence, on s'attend donc à voir apparaître un mode faisant intervenir le support et le luminaire, mais on peut difficilement en dire davantage. De même pour la fréquence de 34 Hz, l'observation des spectres fréquentiels ne permet pas d'en déduire directement la déformée. Ce problème peut facilement être résolu en introduisant dans un logiciel d'analyse modale, tel *ME'scope* [124], les spectres fréquentiels mesurés. Les réponses au niveau de la fixation et en bout de luminaire ont été complétées des mesures réalisées sur la table au niveau de la charnière et au droit de la fixation (Fig. 1.7). Une fois la géométrie introduite dans le logiciel (4 points schématisent le système « table/support/luminaire »), celui-ci permet d'animer la structure pour une fréquence déterminée. Ainsi, en se positionnant en chacune des fréquences relevées précédemment, on peut avoir une idée de la façon dont la structure se déforme en fonctionnement. Il s'agit des *déformées opérationnelles fréquentielles*, telles que :

- ▷ A 7 Hz, le système « table/support/luminaire » vibre, dans son ensemble, sur la suspension. Le luminaire, en plus du mouvement d'ensemble, présente aussi une déformation dans le plan vertical.
- ▷ A 11 Hz, le luminaire vibre selon son premier mode de flexion, entraînant dans son mouvement le support qui se déforme légèrement.
- ▷ A 34 Hz, la déformation fait intervenir le support ainsi que le luminaire.

De cette première analyse, il ressort également que, partant de l'extrémité de la pièce portante et se rapprochant de la charnière de la table, l'amplitude des accélérations verticales diminue. La lampe fait toutefois exception à cette règle car elle est le composant qui subit l'accélération instantanée la plus importante (environ 140 m/s^2). Il est en effet fréquent qu'elle se brise très tôt, lors d'un test d'endurance. Si cela se produit, la qualification de l'appareil n'est toutefois pas remise en cause.

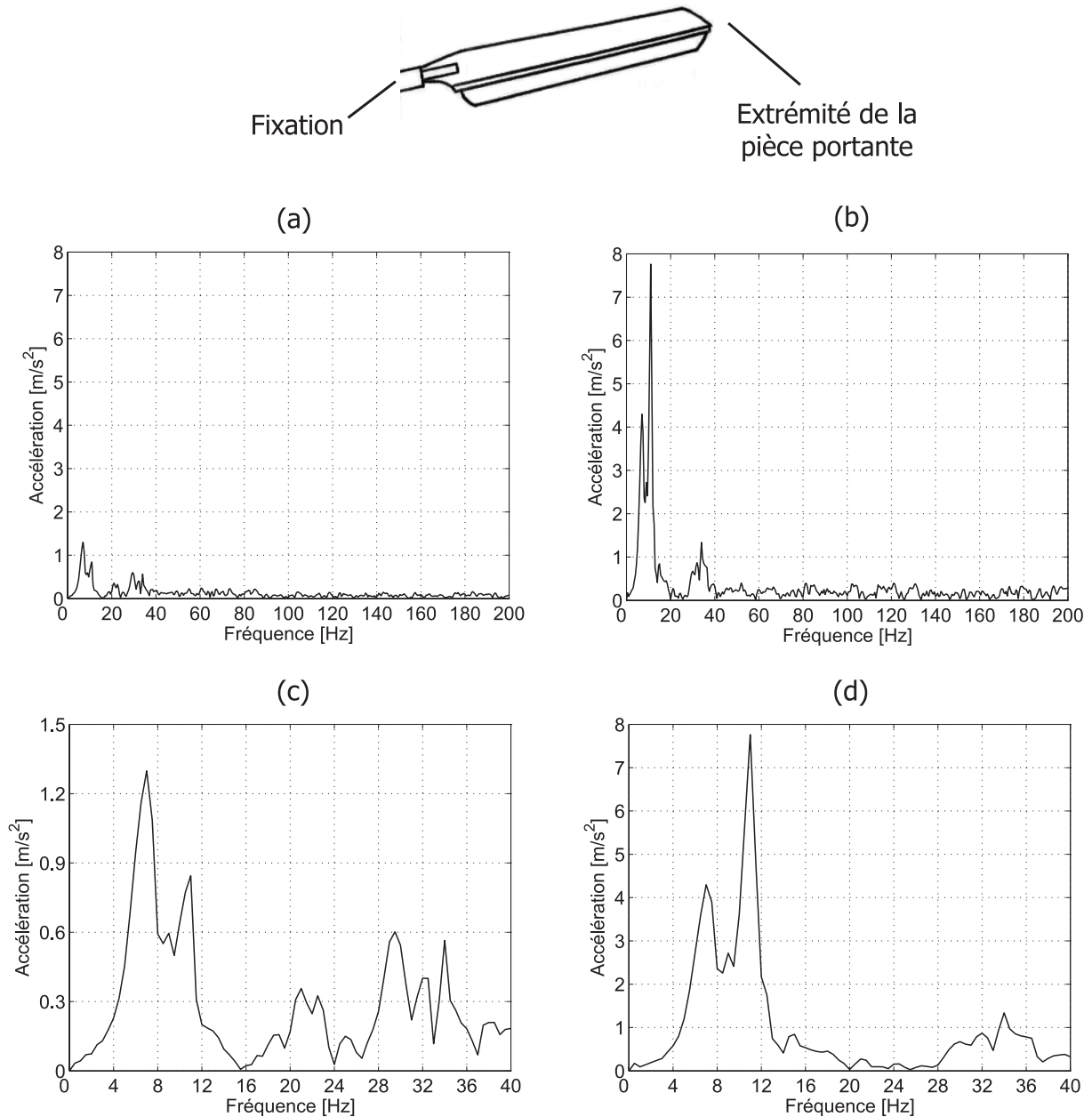


FIG. 1.6 – Mesures d'accélération sur le luminaire *Saphir 150 W* lors d'une secousse (spectres fréquentiels) : (a) Accélération verticale (fixation); (b) Accélération verticale (extrémité de la pièce portante); (c) Zoom de (a) dans l'intervalle [0, 40] Hz; (d) Zoom de (b) dans l'intervalle [0, 40] Hz

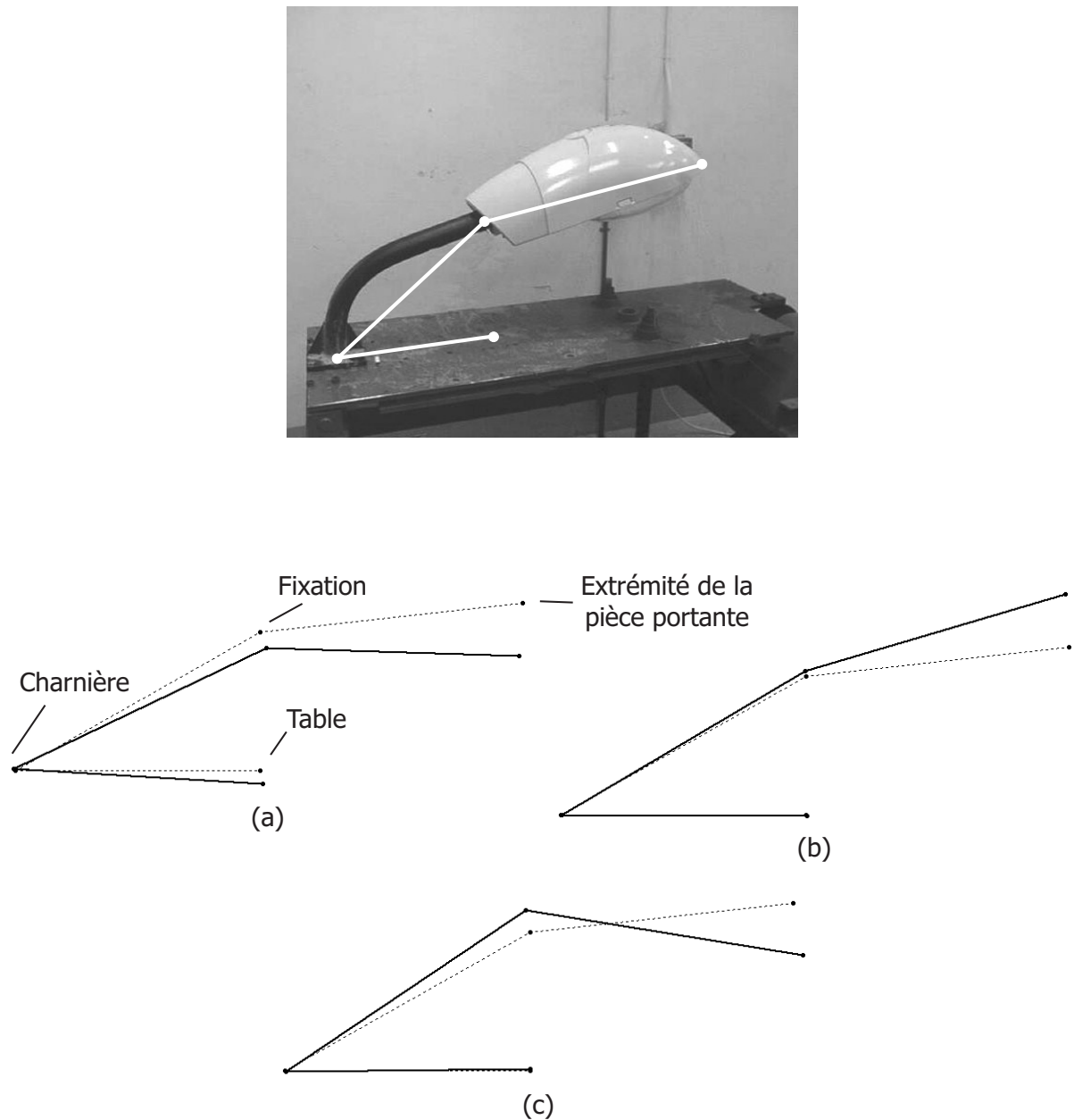


FIG. 1.7 – Déformées opérationnelles fréquentielles du système « table/support/luminaire *Saphir 150 W* » lors d'une secousse (la structure non-déformée est en pointillés) : (a) $f = 7 \text{ Hz}$; (b) $f = 11 \text{ Hz}$; (c) $f = 34 \text{ Hz}$

Le luminaire *Saphir 150 W* a également été testé sur la table de secousses avec une fixation de type poteau (Fig. 1.4). L'influence de sa position sur la table, par rapport à la charnière, a été étudiée. Les tableaux 1.5 et 1.6 résument les mesures effectuées au niveau de la fixation et de l'extrémité de la pièce portante.

Support	Longitudinal		Vertical	
	Fixation	Extrémité	Fixation	Extrémité
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Crosse	15.1	11.7	21.9	62.2
Poteau ⁽¹⁾	22.8	24.6	9.1	26.8
Poteau ⁽²⁾	19.5	24.2	23.8	41.9

TAB. 1.5 – Accélérations maximales instantanées, mesurées sur le luminaire *Saphir 150 W* en fonction du mode de fixation : (1) Poteau fixé au droit de la charnière ; (2) Poteau fixé à 435 mm de la charnière

Support	Longitudinal		Vertical	
	Fixation	Extrémité	Fixation	Extrémité
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Crosse	1.5	1.7	2.8	11.3
Poteau ⁽¹⁾	2.4	2.5	0.7	4.0
Poteau ⁽²⁾	2.4	2.3	1.6	5.9

TAB. 1.6 – Accélérations *RMS*, calculées à partir des signaux temporels mesurés sur le luminaire *Saphir 150 W* en fonction du mode de fixation : (1) Poteau fixé au droit de la charnière ; (2) Poteau fixé à 435 mm de la charnière

On constate que, par rapport à la crosse, la fixation de type poteau produit une augmentation du niveau vibratoire dans la direction longitudinale. L'amplitude de la vibration est d'autant plus importante que la distance entre le point de mesure et la table est grande. Par contre, le niveau vibratoire dans la direction verticale est inférieur à celui observé dans le cas du support de type crosse. Toutefois, ce niveau augmente lorsque l'on écarte le support de la charnière. Si l'on compare ces résultats à la limite supérieure de l'accélération à imposer au centre de gravité du luminaire, telle que définie par *Van Dusen*, à savoir 24.5 m/s², seule la configuration où le poteau est fixé au droit de la charnière semblerait produire une accélération qui lui est inférieure.

Des essais similaires ont été réalisés sur la table de secousses de l'usine *Comatelec* à Bourges. La hauteur de chute, d'environ 15 mm et mesurée à une distance de 600 mm de la charnière, s'est avérée être supérieure à celle de la table de *R-Tech*. Les paramètres d'acquisition sont identiques à ceux utilisés lors des mesures précédentes. L'analyse des résultats permet de formuler les mêmes remarques que celles faites pour la table de secousses de *R-Tech*. L'unique différence entre les deux tables réside dans l'amplitude des

accélérations maximales instantanées mesurées sur le luminaire. Le niveau vibratoire induit dans l'appareil par la table de *Comatelec* est supérieur à celui observé sur la table de *R-Tech*. Comme le montre le tableau 1.7, le facteur d'amplification entre les deux tables varie en fonction du mode de fixation :

Support	<i>Comatelec/R-Tech</i>
Crosse	1.5
Poteau ⁽¹⁾	1.3
Poteau ⁽²⁾	2

TAB. 1.7 – Coefficients d'amplification entre les accélérations mesurées sur les tables de secousses de *Comatelec* et *R-Tech*, pour le luminaire *Saphir 150 W*, en fonction du mode de fixation : (1) Poteau fixé au droit de la charnière; (2) Poteau fixé à 435 mm de la charnière

Comme la différence de hauteur de chute pouvait le laisser pressentir, la table de secousses de *Comatelec* est plus sévère que celle utilisée par le laboratoire de *R-Tech*. Dans ces conditions, il devient difficile de dire si, dans le cas de la table de *Comatelec*, le niveau d'accélération induit par le support de type poteau, fixé au niveau de la charnière, respecte toujours la valeur maximale préconisée par *Van Dusen*.

1.6.2 Table de vibrations

Le laboratoire d'essais du bureau d'études *R-Tech* dispose d'une machine de vibrations, également destinée aux tests et à la qualification des appareils produits (Fig. 1.8). L'excitateur est constitué de deux tables : l'une est animée d'un mouvement longitudinal alors que l'autre est utilisée pour solliciter la structure selon la direction verticale. Le système d'entraînement est composé d'un double excentrique monté sur un arbre en rotation et d'une bielle assurant la transmission du mouvement de translation à la table. Le double excentrique permet de choisir l'amplitude du déplacement à imposer à la table parmi les valeurs suivantes : 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.5 et 2 mm (pour fixer les idées, l'amplitude est définie comme étant la valeur 0-crête).

L'excitation produite est donc de forme sinusoïdale et pour un déplacement fixé, une large plage de fréquences peut être couverte grâce à l'utilisation d'un moteur d'entraînement commandé par un variateur de vitesse. Une fois le déplacement x et la fréquence f ($\in [0, 21]$ Hz) fixés, il en est de même de l'accélération a qui est donnée par la relation :

$$a = -(2\pi f)^2 x \quad (1.6)$$

Cependant, la fréquence, tout comme le déplacement, sont déterminés manuellement et nécessitent l'intervention de l'opérateur pour en modifier les valeurs. Il n'est donc pas possible de réaliser un balayage sinusoïdal dont la vitesse serait imposée. Le système est par conséquent mieux adapté aux spécifications imposant de vibrer à une fréquence

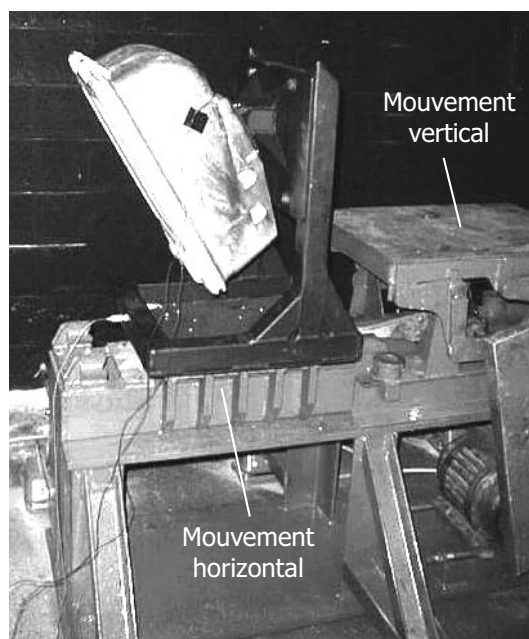


FIG. 1.8 – Luminaire *Visualume 400 W* testé sur la table de vibrations du laboratoire d'essais de *R-Tech*

fixe. Cependant, vu le nombre limité de déplacements possibles, l'accélération induite au niveau de la table approchera celle de la spécification, de préférence par le haut, de façon à rester conservatif. Durant un test de fatigue, les fréquences propres de l'appareil ainsi que l'accélération mesurée au point de contrôle peuvent varier en fonction de l'état de la structure, de la mise en place de composants, du recouvrement de jeux, ... Il est donc nécessaire d'effectuer des mesures de fréquences et d'accélération à intervalles réguliers afin de s'assurer que le test est toujours bien conforme à la spécification et le cas échéant, d'en ajuster les paramètres.

1.7 Moyens d'essais du laboratoire *Vibrations & Identification des Structures*

Depuis le début de l'année 2000, le laboratoire *Vibrations & Identification des Structures* de l'*Université de Liège* est équipé d'excitateurs électrodynamiques, destinés aux essais en environnement vibratoire. Le plus puissant est le modèle *Gearing & Watson V2664*, représenté à la Fig. 1.9 et dont les caractéristiques principales sont reprises au tableau 1.8. Le pilotage de la table vibrante (en mode sinus, aléatoire, choc ou excitations combinées) ainsi que l'acquisition des voies de mesure sont assurés par le logiciel *LMS Test.Lab* [68] couplé à la baie d'acquisition *LMS Scadas III*.

Afin de compléter l'étude du luminaire *Saphir 150 W*, initiée sur les tables de secousses de *R-Tech* et *Comatelec*, des essais selon les spécifications du projet belge ainsi que selon les normes CEI 60598 et ANSI C 136-31 ont été réalisés sur le pot vibrant. Il ne s'agit pas

FIG. 1.9 – Excitateur électrodynamique *Gearing & Watson V2664*

Caractéristiques	Valeurs
Plage fréquentielle de fonctionnement	[0, 2000] Hz
Force sinusoïdale (amplitude)	26.7 kN
Force aléatoire (<i>RMS</i>)	26.7 kN
Accélération sinusoïdale (amplitude - vertical)	40 g
Accélération sinusoïdale (amplitude - horizontal)	23.4 g
Déplacement (amplitude)	25 mm
Vitesse (amplitude)	1.52 m/s
Charge maximale	500 kg
Masse mobile (vertical)	68.1 kg
Masse mobile (horizontal)	116.3 kg

TAB. 1.8 – Caractéristiques de l'excitateur électrodynamique *Gearing & Watson V2664*

encore de tests de vieillissement en fatigue mais plutôt de caractérisation, en mesurant, comme précédemment, le niveau d'accélération en différents points de l'appareil. Le support, fourni par *R-Tech* pour les tests de luminaires sur table vibrante, est illustré à la Fig. 1.10 : le luminaire est fixé à l'une de ses extrémités (fixation horizontale), tandis qu'à l'autre extrémité, un contrepoids peut être attaché afin de ramener le centre de gravité du système « support/luminaire/contrepoids » aussi près que possible de l'axe de vibration de la table. Dans cet exemple, le luminaire est fixé sur la table horizontale du pot vibrant et excité selon son axe longitudinal (Fig. 1.10). Pour chaque point de mesure, deux accéléromètres positionnés à angle droit permettent d'obtenir des renseignements sur le niveau de sollicitation du luminaire dans les directions longitudinale et verticale. Comme précédemment pour les tables de secousses, l'appareil étant symétrique, le mouvement transversal peut être négligé. L'accéléromètre de contrôle, nécessaire au pilotage de la table vibrante, est positionné, comme stipulé dans les normes, au niveau de la fixation. Seule la norme ANSI C 136-31 impose le contrôle au centre de gravité. Dans le cas du luminaire *Saphir 150 W*, celui-ci est proche de la fixation. En effet, le ballast, composant électrique de masse importante (pouvant atteindre le tiers de la masse totale du luminaire) est attaché sur la pièce portante à proximité de la fixation. Cependant, la rigidité de cette liaison de même que celle du support sur lequel le ballast est monté peuvent souvent être remises en cause. Le ballast est, par conséquent, une source de chocs rendant difficile voire impossible le contrôle de l'excitation en ce point. La norme ANSI C 136-31 est très vague sur la définition pratique de « la position du centre de gravité », laissant à l'opérateur le choix de l'interprétation. L'accéléromètre de référence a donc été positionné préférentiellement au niveau de la fixation. Les réponses fréquentielles, mesurées sur le luminaire et présentées aux figures qui suivent, ont une résolution de 0.25 Hz.

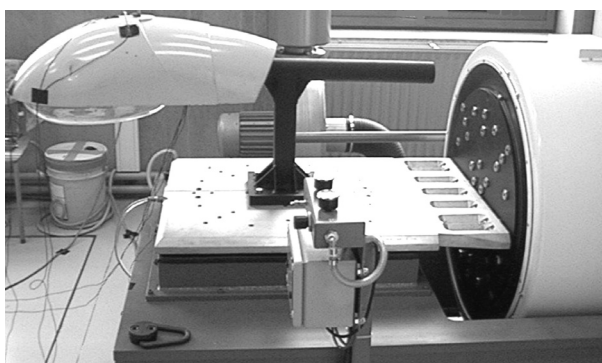


FIG. 1.10 – Test de caractérisation du luminaire *Saphir 150 W*

Le premier essai consiste en un balayage sinusoïdal, de vitesse égale à 1 oct./min., entre les fréquences de 5 et 55 Hz avec une amplitude constante de 0.5 g (amplitude identique à celle imposée par le projet belge). Il a pour but de repérer les différents modes de vibration de la structure (pour rappel, le projet belge se limite à l'intervalle [5, 25] Hz). On constate, Fig. 1.11, que l'accélération longitudinale au niveau de la fixation est bien constante et

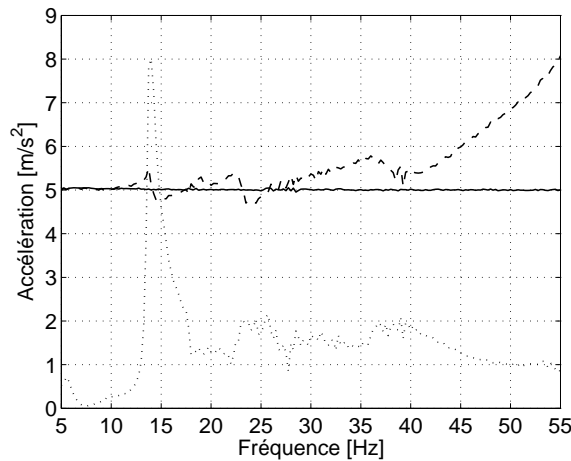


FIG. 1.11 – Réponses du luminaire *Saphir 150 W* à un balayage sinusoïdal ([5, 55] Hz, 0.5 g) : —, Fixation (longitudinal); ---, Extrémité (longitudinal); ···, Extrémité (vertical)

égale à 0.5 g. L'accélération verticale en ce même point étant très faible en comparaison de celle mesurée par l'accéléromètre de contrôle, elle peut être négligée. A l'extrémité de l'appareil, le spectre de réponse longitudinale coïncide, aux fréquences les plus basses, avec celui mesuré au niveau de la fixation. Il s'en écarte cependant au fur et à mesure que la fréquence d'excitation augmente. Il semblerait donc que le mode longitudinal de vibration apparaisse pour une fréquence supérieure à 55 Hz, soit en dehors de la plage de fréquences définie dans les normes pour la recherche d'éventuelles fréquences de résonance. Par contre, un pic apparaît nettement sur le spectre de réponse verticale à une fréquence d'environ 14 Hz. En divisant les spectres de réponse à l'extrémité de la pièce portante par celui, de référence, à la fixation, on obtient, pour chacun d'eux, une transmissibilité caractéristique du rapport $\frac{\text{sortie}}{\text{entrée}}$ et représentée à la Fig. 1.12. A partir de celle-ci, le facteur de qualité Q associé au pic de résonance peut être calculé par la relation (1.3). On obtient $Q = 14$, ce qui impliquerait la réalisation du test d'endurance, selon les spécifications du projet belge, à la fréquence de 14 Hz pendant 30 minutes. Les accélérations auxquelles le luminaire serait alors soumis sont résumées au tableau 1.9.

Essai	Longitudinal		Vertical	
	Fixation [m/s ²]	Extrémité [m/s ²]	Fixation [m/s ²]	Extrémité [m/s ²]
Projet belge	4.9	5.1	-	8.0
CEI 60598 ($f = 14.5$ Hz)	41.9 (2.9)	66.1 (3.1)	-	18.0 (4.7)
ANSI C 136-31	14.7	15.5	-	17.1

TAB. 1.9 – Accélérations maximales, mesurées sur le luminaire *Saphir 150 W*, lors des essais sur la table vibrante (excitation dans la direction longitudinale)

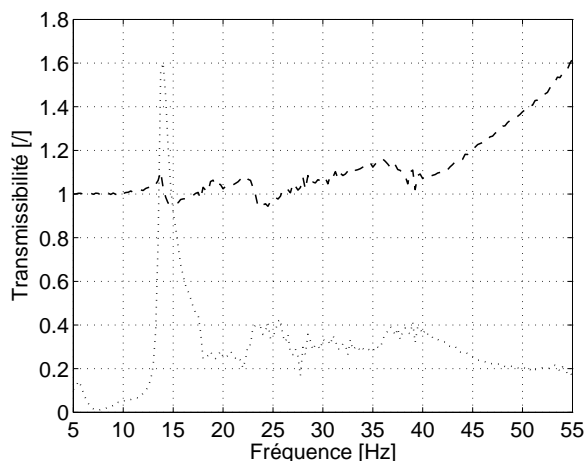


FIG. 1.12 – Transmissibilité, par rapport à la fixation, du luminaire *Saphir 150 W* lors du balayage sinusoïdal ($[5, 55]$ Hz, $0.5 g$) : ---, Extrémité (longitudinal); \cdots , Extrémité (vertical)

Le deuxième essai reprend les spécifications de la norme CEI 60598, c'est-à-dire, un balayage sinusoïdal entre 10 et 55 Hz dont la vitesse est de 1 oct./min. et l'amplitude de 0.35 mm. Les spectres fréquentiels mesurés sur le luminaire sont représentés à la Fig. 1.13. On constate que, le déplacement étant constant, l'accélération longitudinale au niveau de la fixation est bien une fonction quadratique de la fréquence. Comme pour le premier essai, l'accélération longitudinale à l'extrémité de la pièce portante coïncide avec l'excitation à la fixation, pour les fréquences les plus basses. Ensuite, la fréquence d'excitation augmentant, elle s'en écarte et s'amplifie, vu la présence du mode longitudinal de vibration au-delà de 55 Hz. En ce qui concerne le spectre d'accélération verticale en bout de

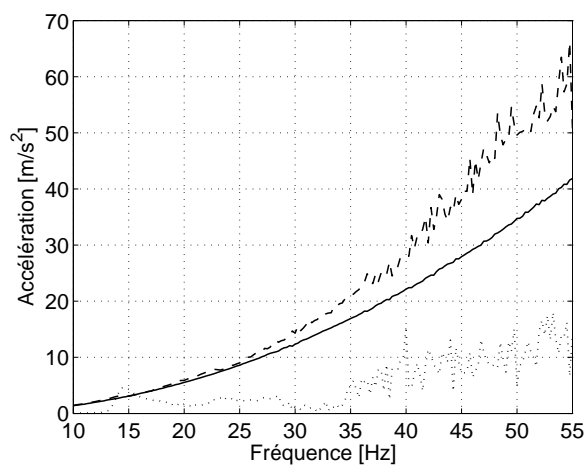


FIG. 1.13 – Réponses du luminaire *Saphir 150 W* sollicité selon les spécifications de la norme CEI 60598 ($[10, 55]$ Hz, 0.35 mm) : —, Fixation (longitudinal); ---, Extrémité (longitudinal); \cdots , Extrémité (vertical)

luminaire, un pic d'amplitude égale à 4.7 m/s^2 apparaît pour une fréquence de 14.5 Hz. On constate donc une légère augmentation de la fréquence correspondant au premier mode de flexion du luminaire, par rapport à celle mesurée lors du premier essai. Ceci s'explique par une sollicitation moins sévère à cette fréquence : 2.9 m/s^2 au lieu de 4.9 m/s^2 . Ce changement de fréquence met en évidence le comportement non-linéaire de l'appareil. La Fig. 1.13 montre également que les accélérations les plus élevées sont observées pour des fréquences voisines de 55 Hz. Le tableau 1.9 récapitule les valeurs mesurées.

Le troisième essai se réfère aux spécifications reprises dans la norme ANSI C 136-31. L'accélération au niveau de la fixation est donc de 1.5 g et la fréquence d'excitation correspond au premier mode de vibration de la structure. La Fig. 1.14 représente les réponses du luminaire dans l'intervalle de fréquences [12, 14] Hz, soit autour du seul mode de vibration identifié entre 5 et 55 Hz. Le niveau de sollicitation étant maintenant de 1.5 g et donc plus élevé que lors des essais précédents, on constate que la fréquence du premier mode chute à 13.50, voire 13.25 Hz. Ce résultat met à nouveau en évidence le comportement non-linéaire de l'appareil. Les accélérations vues par le luminaire, lorsqu'il est sollicité à sa fréquence de résonance, sont reprises au tableau 1.9. A cette fréquence, bien que l'excitation soit longitudinale, c'est suivant la direction verticale que l'extrémité de la pièce portante subit l'accélération maximale. L'amplification par rapport à la fixation y est d'environ 1.2, ce qui est inférieur à la valeur de 1.6 apparaissant lors du premier essai (Fig. 1.12). En effet, le niveau de sollicitation augmentant, il en est de même du degré d'amortissement dans le luminaire. Ce qui, une fois de plus, témoigne du comportement non-linéaire de la structure. Toutefois, on constate que ces amplifications restent faibles. Le ballast étant proche de la fixation son influence est par conséquent réduite au minimum.

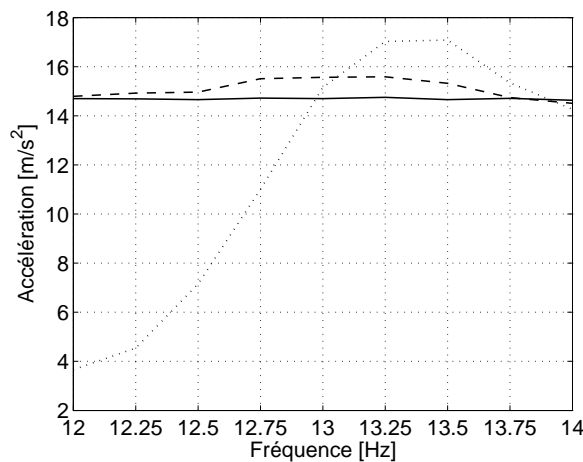


FIG. 1.14 – Réponses du luminaire *Saphir 150 W* sollicité selon les spécifications de la norme ANSI C 136-31 (13.5 Hz, 1.5 g) : —, Fixation (longitudinal) ; ---, Extrémité (longitudinal) ; ···, Extrémité (vertical)

En résumé, comme le montre le tableau 1.9, sur les trois essais effectués, c'est la norme CEI 60598 qui induit les accélérations les plus importantes dans l'appareil. Celles-ci sont supérieures à l'accélération maximale donnée par *Van Dusen* en vue de réduire la durée du test d'endurance. Par contre, pour une fréquence d'excitation de 14.5 Hz, correspondant au premier mode de vibration du luminaire *Saphir 150 W*, les accélérations engendrées par ce même test sont les plus faibles.

1.8 Conclusions

Les problèmes de vibration liés aux structures d'éclairage public ne sont pas récents. Dès les années 1960, des ingénieurs se sont penchés sur la question, comme le démontre les travaux réalisés par *Van Dusen* [118, 119, 120]. Il est en effet l'un des premiers à avoir caractérisé l'environnement vibratoire de différents systèmes « poteau/luminaire ».

Actuellement, pour pouvoir être installés sur site, les appareils d'éclairage public doivent subir, en laboratoire, des tests de qualification répondant aux spécifications de normes, telles que CEI 68-2-6, CEI 60598, ANSI C 136-31, ... Ces essais sont censés certifier la tenue du luminaire à son environnement vibratoire durant toute sa durée de vie. Parallèlement à l'application de l'une de ces normes, *R-Tech* continue d'utiliser une table de secousses, conçue à l'origine pour la qualification des luminaires aux vibrations.

Une comparaison des résultats obtenus lors des différents tests de caractérisation du luminaire *Saphir 150 W* est présentée au tableau 1.10. La limite d'accélération conseillée par *Van Dusen* (2.5 g ou 24.5 m/s²) est prise comme référence. Pour chacun des essais effectués, la moyenne des accélérations maximales mesurées à la fixation et à l'extrémité de la pièce portante est calculée, pour les directions longitudinales et verticales. Ces valeurs sont ensuite divisées par la limite de *Van Dusen*. Ce critère, très simple, permet déjà d'obtenir quelques indications sur la sévérité des différents environnements vibratoires :

- ▷ La table de secousses semble induire dans l'appareil un niveau vibratoire particulièrement élevé (supérieur à la limite de *Van Dusen*) mais qui fluctue en fonction du mode de fixation utilisé.
- ▷ La norme CEI 60598 présente un niveau d'accélération longitudinale également supérieur à 24.5 m/s².
- ▷ La norme ANSI C 136-31 et le projet belge sont, quant à eux, en accord avec la proposition de *Van Dusen*. Le contrôle s'effectuant au même point, la norme ANSI est toutefois plus sévère que le projet belge.
- ▷ Les niveaux d'accélération les plus importants sont en général mesurés dans la direction verticale (sauf pour la norme CEI 60598 et la table de secousses avec poteau fixé au niveau de la charnière).
- ▷ L'accélération étant généralement plus élevée à l'extrémité du luminaire qu'à la fixation, le principe de l'essai selon l'une des normes est par conséquent différent de celui proposé par *Van Dusen* (accélération quasiment constante dans tout l'appareil).

Essai	Longitudinal	Vertical
	[/]	[/]
Table de secousses (<i>R-Tech</i>)		
Crosse	0.5	1.7
Poteau(1)	1.0	0.7
Poteau(2)	0.9	1.3
Normes		
Projet belge	0.2	0.3
CEI 60598	2.2	0.7
ANSI C 136-31	0.6	0.7

TAB. 1.10 – Niveaux d'accélération relatifs moyens (1.0 = limite de *Van Dusen* = 24.5 m/s^2), mesurés sur le luminaire *Saphir 150 W*, lors des essais de caractérisation : (1) Poteau fixé au droit de la charnière ; (2) Poteau fixé à 435 mm de la charnière

Dans le cas d'une étude de caractérisation, des mesures d'accélération associées à un critère simple permettent déjà de se faire une idée de la sévérité de plusieurs environnements vibratoires dont l'un est pris comme référence. Cependant, ce critère manque singulièrement de généralité et surtout ne permet pas de prédire le niveau de dégradation que la pièce testée a subi. Il sera donc nécessaire, dans la suite de ce travail, de définir des critères fiables et généraux permettant d'estimer et comparer la sévérité de divers environnements vibratoires.

Notons encore que le luminaire *Saphir 150 W* a présenté un comportement non-linéaire au cours des tests de caractérisation (diminution de la fréquence de résonance et augmentation du niveau d'amortissement lorsque l'amplitude d'excitation augmente). Un tel comportement est plutôt fréquent et souvent caractéristique d'une structure réelle. Lors de la modélisation, les effets non-linéaires, de nature complexe, ne seront pas pris en compte et la méthodologie développée sera basée, comme mentionné lors de l'introduction, sur l'hypothèse d'un comportement linéaire de la structure.

Signalons, pour terminer, que la rédaction des normes n'est pas totalement rigoureuse (certains paramètres essentiels à la définition du test font parfois défaut) et que leur interprétation peut être sujette à caution (par exemple : la position du centre de gravité dans le cas de la norme ANSI, les effets non-linéaires, le suivi de la fréquence de résonance lors d'un essai selon les normes ANSI et belge). La mise en œuvre des normes n'est par conséquent pas toujours évidente et l'objectif de ce travail consistera justement, sur base des critères de sévérité définis, à élaborer une spécification représentative de l'environnement vibratoire des luminaires en service.

Chapitre 2

Modélisation de l'environnement vibratoire des luminaires

2.1 Introduction

Suite à certains événements dramatiques survenus dans le courant des années 1940, dont l'un des plus célèbres est certainement l'effondrement du pont de Tacoma (Etat de Washington), les ingénieurs ont pris conscience de l'importance du caractère dynamique des forces générées par le vent. Depuis, de nombreux progrès ont été réalisés dans ce domaine afin de simuler avec précision, dès la phase de dimensionnement, les charges aérodynamiques.

L'objet de ce chapitre est de déterminer les caractéristiques statistiques de la réponse dynamique du système « poteau/luminaire », supposé connu et déterministe, à des excitations aléatoires. Le modèle mathématique retenu est un modèle linéaire basé sur la méthode des éléments finis. La linéarisation des phénomènes aérodynamiques et le comportement de la structure, supposé élastique linéaire, permettent de résoudre directement les équations du mouvement dans le domaine fréquentiel. En effet, pour cette classe de problèmes, la relation entrée-sortie, définie en terme de convolution dans le domaine temporel, s'exprime par une multiplication dans le plan fréquentiel.

Les excitations agissant sur le système étudié sont essentiellement de deux types :

- ▷ Les sollicitations aérodynamiques engendrées par le vent.
- ▷ Les sollicitations induites dans le système par les vibrations des ponts et viaducs.

La nature différente de ces deux modes de sollicitations permet de les traiter séparément. Le système étudié étant linéaire, l'effet résultant de ces deux sollicitations sur la structure sera égal à la somme des effets de chaque sollicitation.

Dans ses travaux (cf. paragraphe 1.2), *Van Dusen* a analysé, d'un point de vue expérimental, la réponse dynamique de différents systèmes « poteau/luminaire ». Les résultats de simulations pourront, par conséquent, être validés en vérifiant s'ils sont en accord avec l'enveloppe des accélérations définie par *Van Dusen*.

2.2 Modélisation de la structure

2.2.1 Hypothèses

La structure, supposée élastique linéaire, est discrétisée en employant la méthode des éléments finis. Les hypothèses associées au calcul sont les suivantes [37] :

- ▷ Les déformations axiales ε_{kk} ($k = 1, 2, 3$ dans le cas général d'un état tridimensionnel de contrainte) et angulaires ε_{kl} ($k \neq l = 1, 2, 3$), restent petites par rapport à l'unité. De même, les déplacements restent petits vis-à-vis de la taille de la structure.
- ▷ On travaille dans le domaine élastique linéaire : les contraintes σ_{kl} sont des fonctions linéaires des déformations ε_{kl} . En d'autres termes, les coefficients élastiques sont des constantes. Physiquement, la structure retrouve son état initial après un cycle de chargement-déchargement.

Ces hypothèses déterminent le domaine de validité des solutions calculées. En pratique, on s'assurera que les rotations demeurent nettement inférieures à l'unité et que les contraintes n'excèdent pas la limite élastique.

Les hypothèses relatives au comportement physique du système sont les suivantes :

- ▷ Le poteau se comporte comme une poutre.
- ▷ Le luminaire est supposé réagir comme un corps rigide, modélisé par une masse concentrée en son centre de gravité.

La structure est repérée dans un système d'axes structuraux décrit à la Fig. 2.1. Dans ce repère, les vibrations linéaires de la structure sont régies par le système de n équations différentielles (n étant égal au nombre de degrés de liberté) décrit par la relation (2.1) :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.1)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} sont respectivement les matrices de masse, amortissement et raideur ;

\mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ et $\ddot{\mathbf{x}}$ sont les vecteurs de déplacement, vitesse et accélération ;

\mathbf{f} est le vecteur des forces extérieures appliquées à la structure.

2.2.2 Méthode de résolution du problème

La résolution du problème au moyen d'un logiciel de calcul par éléments finis tel que *Samcef* [102], développé par la société *Samtech*, doit être scindée en trois étapes.

Analyse statique

L'analyse statique a pour but de prendre en compte l'effet des sollicitations externes appliquées à la structure et d'apporter ainsi une correction à la matrice de raideur intervenant dans l'équilibre dynamique des forces. Tout en restant dans le domaine élastique linéaire, il est en effet possible de tenir compte de certaines modifications de raideur dues à la mise en charge [37, 102]. Ainsi, lorsqu'une structure est sollicitée en extension (ou

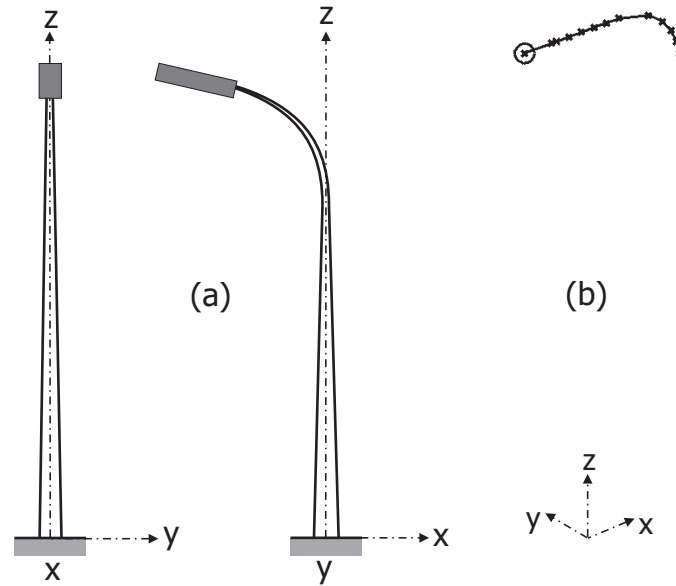


FIG. 2.1 – Poteau de type « Rocado » : (a) Schéma repéré dans les axes structuraux ; (b) Modèle éléments finis

en compression), il en résulte un champ de contraintes qui modifie le comportement en flexion. La prise en compte rigoureuse de cette modification requiert une analyse non-linéaire. Si l'on respecte l'hypothèse des petits déplacements, on peut cependant utiliser une forme linéarisée de la matrice de raideur non-linéaire. Celle-ci est la somme de la matrice de raideur structurale \mathbf{K}_s et de la matrice de raideur géométrique \mathbf{K}_g . En première approximation, la matrice de raideur \mathbf{K} prend alors la forme :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_g(\boldsymbol{\sigma}) \quad (2.2)$$

La matrice de raideur géométrique peut également être appelée matrice de raideur des contraintes initiales ($\boldsymbol{\sigma}$). L'évaluation de cette matrice demande que soit réalisé, au préalable, un calcul statique complet de manière à connaître les contraintes qui résultent de la mise en charge. Formellement, le calcul de la réponse statique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (2.3)$$

Dans le cas particulier du système « poteau/luminaire », le vecteur des forces \mathbf{f} comprend le poids propre de la structure ainsi que les charges aérodynamiques statiques induites par le vent.

Analyse dynamique

L'analyse dynamique vise à déterminer les caractéristiques propres d'une structure supposée élastique linéaire (fréquences et modes de vibration). Le problème aux valeurs propres associé au système d'équations différentielles (2.1), libre et conservatif (c'est-

à-dire, non excité et non amorti), s'écrit de la façon suivante [37] :

$$\mathbf{K}\phi_i = \omega_i^2 \mathbf{M}\phi_i \quad (2.4)$$

où ϕ_i désigne le mode de vibration i ($i = 1, 2, \dots, n$) ;

ω_i représente la pulsation associée au mode i .

Les modes de vibration ϕ_i satisfont les conditions d'orthogonalité suivantes :

$$\phi_i^T \mathbf{M}\phi_j = \mu_i \delta_{ij} \quad \phi_i^T \mathbf{K}\phi_j = \mu_i \omega_i^2 \delta_{ij} \quad (2.5)$$

où μ_i est la masse généralisée du mode i ;

δ_{ij} représente le symbole de *Kronecker* ($\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$).

En général, les modes sont normés de telle sorte que μ_i soit égal à l'unité.

Analyse spectrale

Sur base de l'analyse modale réalisée au point précédent, l'analyse spectrale permet de calculer les paramètres statistiques de la réponse dynamique de la structure lorsque celle-ci est soumise à une excitation aléatoire [70, 99].

▷ Relation entrée-sortie

La *matrice de transfert en fréquence* $\mathbf{H}(\omega)$, appelée aussi *matrice des fonctions de réponse en fréquence* ou *matrice des FRF*, entre les forces externes et les déplacements structuraux généralisés (relation entrée-sortie) est obtenue par transformée de Fourier de l'équation (2.1) :

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{F}(\omega) = [-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{F}(\omega) \quad (2.6)$$

Elle est non singulière pour un système dissipatif stable et peut être reliée à la *matrice de réponse impulsionnelle* $\mathbf{h}(t)$ par les relations suivantes :

$$\mathbf{H}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.7)$$

$$\mathbf{h}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.8)$$

L'interprétation physique de $\mathbf{H}(\omega)$ et $\mathbf{h}(t)$ est la suivante : l'élément (p, q) de $\mathbf{H}(\omega)$ définit l'amplitude de la réponse au point p due à une excitation harmonique d'amplitude unitaire et de pulsation ω , appliquée au point q . De même, l'élément (p, q) de $\mathbf{h}(t)$ représente la réponse du point p à une impulsion unitaire appliquée en q . Pour un système causal, $\mathbf{h}(t) = 0$ pour $t < 0$. Si \mathbf{M} , \mathbf{K} et \mathbf{C} sont symétriques, il en est de même de \mathbf{H} et \mathbf{h} .

Dans le domaine temporel, la relation entrée-sortie est définie sous la forme d'un produit de convolution et s'écrit :

$$\mathbf{x}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t - \tau) \mathbf{f}(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(\tau) \mathbf{f}(t - \tau) d\tau = \mathbf{h} \star \mathbf{f} \quad (2.9)$$

▷ Décomposition modale

Passons aux coordonnées modales par le changement de variable suivant :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Xi}\mathbf{y}(t) \quad (2.10)$$

où $\mathbf{\Xi} = (\boldsymbol{\phi}_1, \dots, \boldsymbol{\phi}_n)$ est une matrice dont les colonnes sont les modes de vibration ;
 $\mathbf{y}(t)$ est le vecteur des amplitudes modales.

Dans ce cas, l'équation (2.1) devient :

$$\mathbf{M}\mathbf{\Xi}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{\Xi}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.11)$$

En prémultipliant cette équation par $\mathbf{\Xi}^T$ et en utilisant les relations d'orthogonalité (2.5), on obtient l'équation :

$$\mathbf{diag}(\mu_i)\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{\Xi}^T\mathbf{C}\mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{diag}(\mu_i\omega_i^2)\mathbf{y}(t) = \mathbf{\Xi}^T\mathbf{f}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.12)$$

où $\mathbf{p}(t)$ est le vecteur des forces modales généralisées, représentant le travail des forces externes sur les différents modes.

Si la matrice $\mathbf{\Xi}^T\mathbf{C}\mathbf{\Xi}$ est diagonale, l'amortissement est dit *classique, proportionnel* ou *normal*. La *fraction modale d'amortissement critique* ε_i est alors définie par :

$$\boldsymbol{\phi}_i^T\mathbf{C}\boldsymbol{\phi}_j = 2\varepsilon_i\omega_i\mu_i\delta_{ij} \quad (2.13)$$

Sous cette condition, les équations modales sont découplées et l'équation (2.12) peut s'écrire :

$$\ddot{\mathbf{y}}(t) + 2\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Omega}\dot{\mathbf{y}}(t) + \boldsymbol{\Omega}^2\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\mu}^{-1}\mathbf{p}(t) \quad (2.14)$$

dans laquelle apparaissent les notations suivantes :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{diag}(\varepsilon_i) \quad \boldsymbol{\Omega} = \mathbf{diag}(\omega_i) \quad \boldsymbol{\mu} = \mathbf{diag}(\mu_i) \quad (2.15)$$

La seule différence entre les équations (2.1) et (2.14), mis à part l'hypothèse d'amortissement classique, est le changement de variable (2.10). Cependant, la réponse de la structure est généralement dominée par les premiers modes et il est possible de limiter l'intégration de l'équation (2.14) à ces modes. Dans ce cas, comme l'indique l'équation (2.10), la taille du vecteur d'état en coordonnées modales est largement inférieure à celle du vecteur d'état en coordonnées structurales. Pour une excitation sismique, dont le contenu fréquentiel est inférieur à 30 Hz, il est courant de limiter l'analyse aux dix premiers modes alors que la structure peut contenir des milliers de degrés de liberté. Pour une sollicitation au vent, la réduction peut encore être plus drastique, vu le contenu fréquentiel très réduit du spectre du vent et étant donné que les premiers modes participent le plus à la réponse dynamique de la structure.

L'équation (2.14) montre que la relation entrée-sortie, exprimée dans le plan fréquentiel, entre les forces modales généralisées et les amplitudes modales s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{H}_m(\omega)\mathbf{P}(\omega) \quad (2.16)$$

avec la matrice de transfert modale $\mathbf{H}_m(\omega)$ donnée par :

$$\mathbf{H}_m(\omega) = \mathbf{diag}\left(\frac{1}{\mu_i[(\omega_i^2 - \omega^2) + j2\varepsilon_i\omega_i\omega]}\right) \quad (2.17)$$

A partir des équations (2.10) et (2.12), on peut obtenir le *développement spectral* de la matrice de transfert en fréquence :

$$[-\omega^2\mathbf{M} + j\omega\mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{\boldsymbol{\phi}_i\boldsymbol{\phi}_i^T}{\mu_i[(\omega_i^2 - \omega^2) + j2\varepsilon_i\omega_i\omega]} \quad (2.18)$$

dans lequel la somme s'étend sur l'entièreté des n modes. Dans le cas d'une excitation couvrant une bande limitée de fréquences, le développement peut être scindé en la contribution des modes qui répondent dynamiquement (c'est-à-dire, les m modes qui se trouvent dans la plage d'excitation) et la contribution des modes à haute fréquence qui répondent statiquement :

$$[-\omega^2\mathbf{M} + j\omega\mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} = \sum_{i=1}^m \frac{\boldsymbol{\phi}_i\boldsymbol{\phi}_i^T}{\mu_i[(\omega_i^2 - \omega^2) + j2\varepsilon_i\omega_i\omega]} + \sum_{i=m+1}^n \frac{\boldsymbol{\phi}_i\boldsymbol{\phi}_i^T}{\mu_i\omega_i^2} \quad (2.19)$$

Notons que le calcul du deuxième terme de l'expression (2.19) ne nécessite pas la connaissance des modes à haute fréquence, vu que pour $\omega = 0$, on a :

$$\sum_{i=m+1}^n \frac{\boldsymbol{\phi}_i\boldsymbol{\phi}_i^T}{\mu_i\omega_i^2} = \mathbf{K}^{-1} - \sum_{i=1}^m \frac{\boldsymbol{\phi}_i\boldsymbol{\phi}_i^T}{\mu_i\omega_i^2} \quad (2.20)$$

Des valeurs du coefficient d'amortissement modal ε_i , apparaissant dans l'équation (2.19), sont données à titre indicatif [20, 99] :

- ▷ Pour les structures spatiales, le coefficient d'amortissement modal est généralement de l'ordre de 0.1 à 0.5 %. Celui-ci est très faible vu l'utilisation de composites, l'absence d'amortissement aérodynamique et le faible niveau de déformation.
- ▷ Pour les applications mécaniques (structures en acier, ...), le coefficient d'amortissement prend des valeurs de 1 à 2 %, car d'une part, des dissipations ont lieu aux jonctions et, d'autre part, l'amortissement augmente avec le niveau de déformation.
- ▷ Pour les applications de génie civil, le coefficient d'amortissement est d'environ 5 % mais peut atteindre 20 % dans certaines conditions (diffusion d'onde dans le sol, ...).

L'hypothèse d'amortissement classique est souvent justifiée pour une structure faiblement amortie mais peut être sujette à caution lorsque l'amortissement devient plus important. Dans le cas du système « poteau/luminaire », les valeurs de l'amortissement préconisé par *Van Dusen* [118] sont particulièrement faibles (0.05 à 0.5 %). Notons toutefois que des valeurs comparables ont été mesurées par *Chiu* [17] sur une tour métallique. De plus, à cet amortissement structural vient généralement s'ajouter une contribution aérodynamique qui augmente avec la vitesse du vent.

▷ Réponse à une excitation aléatoire gaussienne, stationnaire et ergodique

Comme décrit dans la théorie des vibrations aléatoires [38, 70, 99], un processus aléatoire *stationnaire* $x(t)$ est indépendant de tout changement de l'origine des temps. La propriété d'*ergodicité* permet de remplacer les moyennes statistiques par les moyennes temporelles estimées à partir d'une réalisation unique du processus. En général, la majeure partie de l'information contenue dans un processus aléatoire peut être décrite par sa *moyenne* et sa *fonction d'autocorrélation*. Toutefois, notons que ces dernières suffisent à définir complètement un processus aléatoire gaussien. Cette hypothèse est souvent justifiée par le *théorème de la limite centrale* qui stipule qu'une variable aléatoire résultant d'une superposition d'un grand nombre de variables élémentaires statistiquement indépendantes tend à être gaussienne, quelles que soient les distributions des variables élémentaires. La *moyenne* et la *fonction d'autocorrélation* sont données par les relations suivantes :

$$\mu_x = E[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp_x(x, t)dx = \text{constante} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \phi_{xx}(t_1, t_2) &= E[x(t_1)x(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1x_2p_x(x_1, x_2, t_2 - t_1)dx_1dx_2 \\ &= R_{xx}(t_1 - t_2) = R_{xx}(\tau) \end{aligned} \quad (2.22)$$

où $E[.]$ est défini comme étant l'*espérance mathématique* du processus considéré ;

x, x_1 et x_2 sont les valeurs aléatoires prises par $x(t)$ respectivement en t, t_1 et t_2 ;

p_x est la fonction de densité de probabilité du processus aléatoire $x(t)$.

On constate donc que pour un processus stationnaire, la *moyenne* est constante et la *fonction d'autocorrélation* ne dépend que de la différence de ses arguments. Dans le cas de deux processus aléatoires stationnaires $x(t)$ et $y(t)$, la *fonction d'intercorrélacion* ne dépend également que de la différence $t_1 - t_2$ et est définie par :

$$\begin{aligned} \phi_{xy}(t_1, t_2) &= E[x(t_1)y(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1y_2p_{x_1y_2}(x_1, y_2, t_2 - t_1)dx_1dy_2 \\ &= R_{xy}(t_1 - t_2) = R_{xy}(\tau) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Dans la relation entrée-sortie (2.9), donnée pour un système à plusieurs degrés de liberté, si les forces $\mathbf{f}(t)$ sont aléatoires (soit p entrées), il en est de même des réponses temporelles $\mathbf{x}(t)$ (soit q sorties). En en prenant l'espérance mathématique, on obtient :

$$\boldsymbol{\mu}_x = E[\mathbf{x}(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t - \tau)E[\mathbf{f}(\tau)]d\tau \quad (2.24)$$

D'une façon similaire, dans le cas où le vecteur d'excitation est stationnaire, la *matrice de corrélation* de la réponse s'écrit :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_{xx}(t_1, t_2) &= E[\mathbf{x}(t_1)\mathbf{x}^T(t_2)] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t_1 - \tau_1)E[\mathbf{f}(\tau_1)\mathbf{f}^T(\tau_2)]\mathbf{h}^T(t_2 - \tau_2)d\tau_1d\tau_2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t_1 - \tau_1)\mathbf{R}_{ff}(\tau_1 - \tau_2)\mathbf{h}^T(t_2 - \tau_2)d\tau_1d\tau_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

où le symbole \square^T représente l'opérateur de transposition.

Les éléments de $\mathbf{R}_{ff}(\tau)$ satisfont la relation de symétrie suivante :

$$R_{f_i f_j}(\tau) = R_{f_j f_i}(-\tau) \quad (2.26)$$

En prenant la transformée de Fourier de chaque composante de la *matrice de corrélation* de l'excitation, on définit la *matrice de densité spectrale de puissance* (en anglais, *Power Spectral Density matrix* et souvent notée *PSD*) de l'excitation comme suit :

$$\Phi_{ff}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}_{ff}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.27)$$

$$\mathbf{R}_{ff}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{ff}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (2.28)$$

Ces deux équations sont appelées les relations de *Wiener-Khintchine*. Tous les auteurs ne sont pas d'accord sur le coefficient $\frac{1}{2\pi}$ qui affecte parfois $\mathbf{R}_{ff}(\tau)$ comme ici, ou parfois $\Phi_{ff}(\omega)$, mais ce n'est qu'une question de définition. Physiquement, la *PSD* décrit la façon dont l'énergie du signal est répartie en fonction de la fréquence. Les p excitations seront donc décrites par leurs *auto* et *interspectres* $\Phi_{f_i f_j}(\omega)$ rassemblés au sein d'une même matrice $\Phi_{ff}(\omega)$, de dimension $p \times p$, qui d'après la relation (2.26) sera hermitienne :

$$\Phi_{f_i f_j}(\omega) = \Phi_{f_j f_i}^{*T}(\omega) \quad (2.29)$$

où le symbole \square^* représente le conjugué d'un vecteur ou d'une matrice.

Remarque : De la relation (2.28), on déduit :

$$\mathbf{R}_{ff}(0) = \overline{\mathbf{f}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{ff}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{ff}(2\pi f) df \quad (2.30)$$

où $\overline{\mathbf{f}^2}$ représente la moyenne quadratique du processus aléatoire $\mathbf{f}(t)$.

Cette relation pourrait s'interpréter aisément si n'apparaissaient pas, dans le symbole d'intégration, des fréquences négatives. C'est pourquoi, en pratique, on préfère considérer le spectre relatif uniquement aux fréquences positives, souvent noté $\mathbf{G}_{ff}(f)$, défini par (tous les auteurs se rejoignent ici) :

$$\overline{\mathbf{f}^2} = \int_0^{+\infty} \mathbf{G}_{ff}(f) df \quad (2.31)$$

On utilise généralement $\Phi_{ff}(\omega)$ pour la formulation et plutôt $\mathbf{G}_{ff}(f)$ pour les applications pratiques. Entre les deux, on a la relation :

$$\mathbf{G}_{ff}(f) = 2\Phi_{ff}(\omega) \quad (2.32)$$

où le coefficient 2 vient du domaine d'intégration, moitié pour $\mathbf{G}_{ff}(f)$. Par contre, dans le cas où le coefficient $\frac{1}{2\pi}$ affecte plutôt la relation (2.27), on a :

$$\mathbf{G}_{ff}(f) = 4\pi\Phi_{ff}(\omega) \quad (2.33)$$

Parallèlement à la relation (2.25), il est également possible de définir une matrice de corrélation « réponse/excitation », telle que :

$$\begin{aligned}\Phi_{xf}(t_1, t_2) &= E[\mathbf{x}(t_1)\mathbf{f}^T(t_2)] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t_1 - \tau_1)E[\mathbf{f}(\tau_1)\mathbf{f}^T(t_2)]d\tau_1 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t_1 - \tau_1)\mathbf{R}_{ff}(\tau_1 - t_2)d\tau_1\end{aligned}\quad (2.34)$$

Tout comme l'excitation, la réponse pouvant être décrite par une matrice de *PSD*, les relations (2.25) et (2.34) permettent finalement d'écrire les relations entrée-sortie dans le plan fréquentiel, sous la forme :

$$\Phi_{xx}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\Phi_{ff}(\omega)\mathbf{H}^{*T}(\omega) \quad (2.35)$$

$$\Phi_{xf}(\omega) = \mathbf{H}^*(\omega)\Phi_{ff}(\omega) \quad (2.36)$$

où $\Phi_{xx}(\omega)$ est de dimension $q \times q$;

$\Phi_{xf}(\omega)$ est de dimension $q \times p$.

Ces relations s'appliquent à toute matrice de transfert $\mathbf{H}(\omega)$ à condition que le système soit linéaire et stable.

Dans une structure linéaire exposée à un champ de forces aléatoires, toute réponse $r(t)$ (déplacement, déplacement relatif, contrainte) peut être reliée aux amplitudes modales $\mathbf{y}(t)$ par une relation de la forme :

$$r(t) = \mathbf{b}^T \mathbf{y}(t) \quad (2.37)$$

où \mathbf{b} est un vecteur constant définissant la réponse.

La *PSD* de la grandeur en question $\Phi_r(\omega)$ peut être obtenue de la façon suivante :

1. Calcul de la matrice de *PSD* de l'excitation modale :

$$\mathbf{p}(t) = \Xi^T \mathbf{f}(t) \implies \Phi_{pp}(\omega) = \Xi^T \Phi_{ff}(\omega) \Xi \quad (2.38)$$

2. Calcul de la matrice de *PSD* de la réponse modale :

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{H}_m(\omega)\mathbf{P}(\omega) \implies \Phi_{yy}(\omega) = \mathbf{H}_m(\omega)\Phi_{pp}(\omega)\mathbf{H}_m^{*T}(\omega) \quad (2.39)$$

3. Calcul de la fonction de *PSD* de la réponse souhaitée :

$$r(t) = \mathbf{b}^T \mathbf{y}(t) \implies \Phi_r(\omega) = \mathbf{b}^T \Phi_{yy}(\omega) \mathbf{b} \quad (2.40)$$

où les matrices $\Phi_{pp}(\omega)$ et $\Phi_{yy}(\omega)$, toutes deux de dimension m , sont carrées et hermitiennes.

Il est bon de rappeler que l'approche spectrale est basée sur les statistiques du second ordre. Une fois connues, celles-ci caractérisent complètement la réponse du processus dans le cas d'excitations gaussiennes de moyenne nulle. Les différentes statistiques de la réponse peuvent donc être estimées à partir de $\Phi_r(\omega)$ et de ses différents *moments spectraux*. Ceux-ci sont définis par la relation :

$$m_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^i \Phi_r(\omega) d\omega \quad (2.41)$$

▷ **La valeur RMS :**

$$r_{RMS} = \sqrt{m_0} \quad (2.42)$$

Dans le cas d'un signal de moyenne nulle, la valeur *RMS* de $r(t)$ est aussi égale à son écart-type, souvent noté σ_r .

▷ **La fréquence centrale :**

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (2.43)$$

Il s'agit de la formule de *Rice* définissant la fréquence autour de laquelle l'énergie est concentrée dans la réponse.

▷ **La bande passante :**

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{m_1^2}{m_0 m_2}} \quad (2.44)$$

Cette grandeur comprise entre 0 et 1 fournit une mesure de la dispersion de la *PSD* autour de la fréquence centrale ν_0 . Elle dépend donc de la largeur de bande du processus : δ est proche de 0 pour un processus en bande étroite et proche de 1 pour un processus en bande large.

▷ **La valeur pic :**

La valeur pic désigne la valeur extrême atteinte par le signal sur une durée d'observation T . Elle est reliée à la valeur *RMS* par le facteur de pic. Ce dernier est une variable aléatoire dont plusieurs modèles permettent d'approcher par calcul la moyenne et l'écart type [99]. Un modèle tenant compte de l'effet de la largeur de bande du signal sur le facteur de pic est représenté par la relation suivante :

$$E[\eta] \approx \sqrt{2 \ln(\kappa N)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln N}} \quad (2.45)$$

où $N = 2\nu_0 T$;

$$\kappa = 1.5(1 - e^{-1.8\delta}) \text{ si } \delta < 0.5;$$

$$\kappa = 0.94 \text{ si } \delta > 0.5.$$

L'écart-type du facteur de pic n'est pas influencé par le paramètre de largeur de bande δ et est donné par :

$$\sigma[\eta] \approx \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{2 \ln N}} \quad (2.46)$$

Finalement, la valeur pic du signal est donnée par :

$$r_{PIC} = r_{RMS}(E[\eta] + k\sigma[\eta]) \tag{2.47}$$

où le paramètre k est choisi en fonction de la probabilité $P(r \leq r_{PIC})$ souhaitée :

$$k = 1 \implies P = 84.1\%$$

$$k = 2 \implies P = 97.7\%$$

$$k = 3 \implies P = 99.9\%$$

Comme on peut le voir, la procédure, résumée à la Fig. 2.2, est relativement simple dès que les matrices de transfert sont disponibles et que l'excitation a été définie. Malheureusement, c'est ce dernier point qui s'avère être le plus difficile pour la plupart des problèmes physiques.

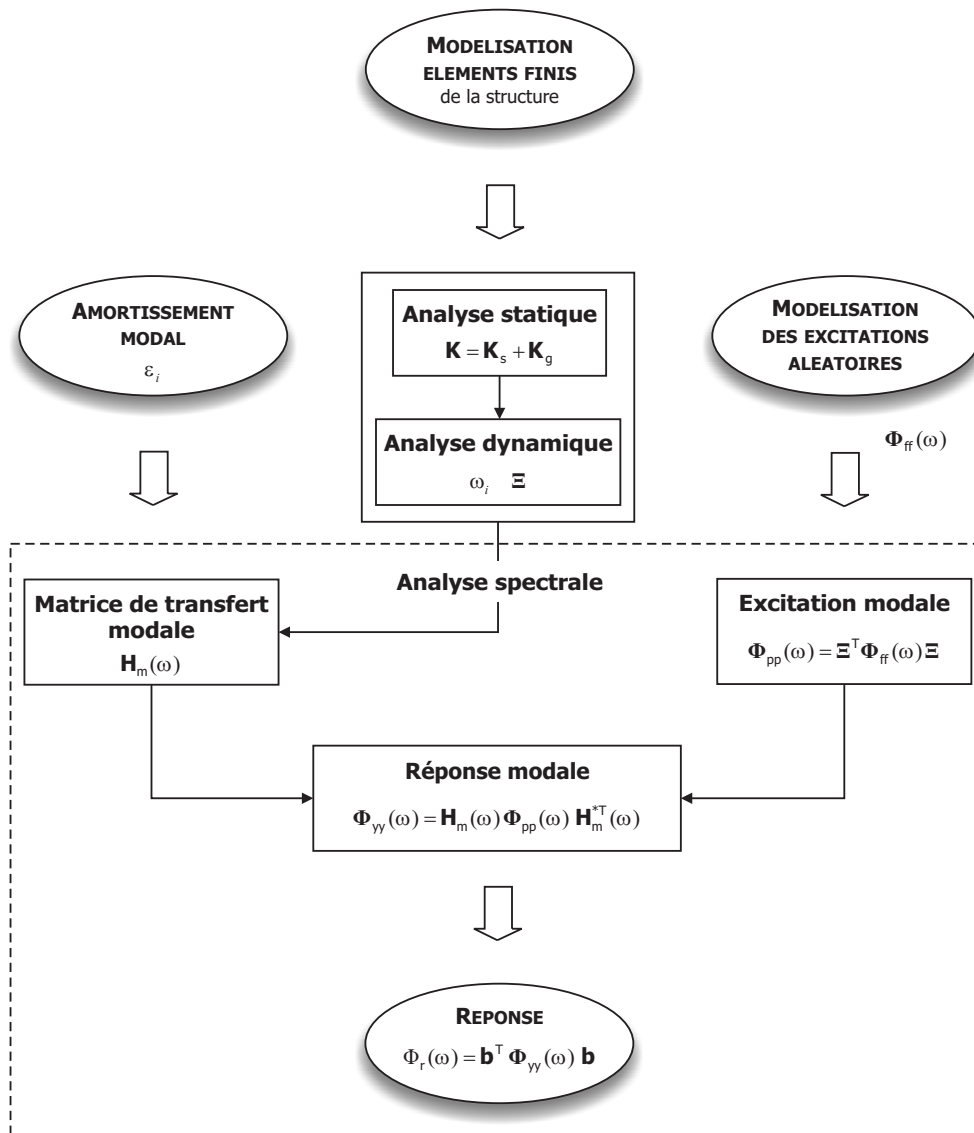


FIG. 2.2 – Analyse spectrale par la méthode des éléments finis

2.3 Modélisation des effets du vent

2.3.1 Modèle de vent à court terme

Vent turbulent

Au voisinage du sol, une couche de fluide, décélérée par la friction le long de la surface des divers obstacles, apparaît [47]. Elle porte le nom de *couche limite* et est caractérisée par un écoulement de type soit laminaire (à faible nombre de *Reynolds*, R_e), soit transitoire (à R_e intermédiaire), soit turbulent (à R_e élevé). L'expression mathématique du nombre de *Reynolds* est donnée par :

$$R_e = \frac{ul}{\nu} \quad (2.48)$$

où u est la vitesse moyenne du vent (composante dans la direction du vent) ;

l est une longueur caractéristique du corps plongé dans l'écoulement ;

ν est la viscosité de l'air ($\approx 1.67 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ à 150 m au-dessus du niveau de la mer).

Par exemple, pour un poteau de 20 cm de diamètre, un vent de 10 km/h (vitesse très fréquemment observée) génère un écoulement caractérisé par un nombre de R_e d'environ $3 \cdot 10^4$, de sorte que, dans le problème qui nous intéresse, la couche limite peut être considérée comme turbulente. Par contre, au-dessus de la couche limite terrestre, à partir d'une altitude z_g , dite du gradient [19], la turbulence est faible et la vitesse horizontale du vent est approximativement constante selon la hauteur (Fig. 2.3). Elle porte le nom de vitesse du gradient u_g et est déterminée par le champ de pression atmosphérique et les forces de *Coriolis* engendrées par la rotation de la terre. La hauteur du gradient dépend, comme on peut le voir, du site considéré, défini par sa rugosité.

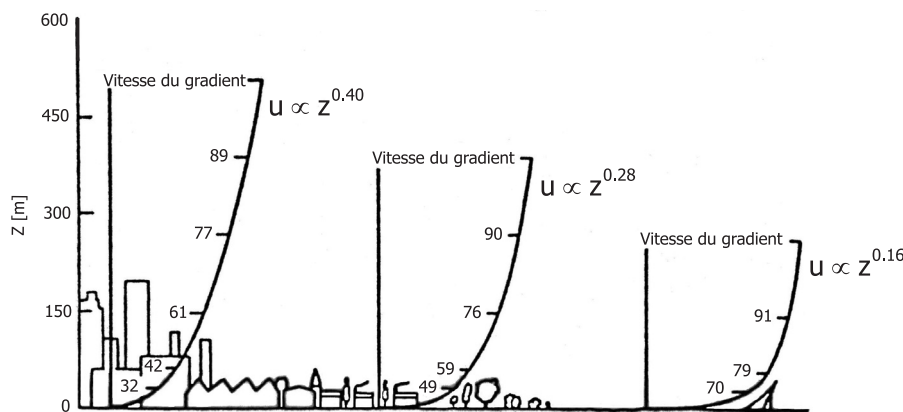


FIG. 2.3 – Profil de vitesse du vent moyen en fonction de la rugosité du site [19]

Le vent dans la couche limite atmosphérique sera modélisé hors du sillage immédiat d'obstacles tels que buildings, forêts, ... Ce vent porte le nom de *naturel* (par opposition au vent *modifié*). Le modèle mathématique caractérisant la vitesse turbulente au voisinage du sol est un modèle probabiliste construit par traitement statistique de mesures expérimentales.

L'analyse de la vitesse du vent dans la couche limite atmosphérique, sur une longue période de temps, met en évidence plusieurs échelles de fluctuations. La répartition du contenu énergétique du vent est représentée à la Fig. 2.4. La partie de la figure correspondant à des périodes supérieures à une heure représente les variations saisonnières et journalières. Une partie importante de l'énergie est également concentrée sur une période de l'ordre de la minute. Celle-ci correspond à l'échelle de temps des mouvements turbulents. Le trou présent dans la distribution d'énergie, pour des périodes comprises entre

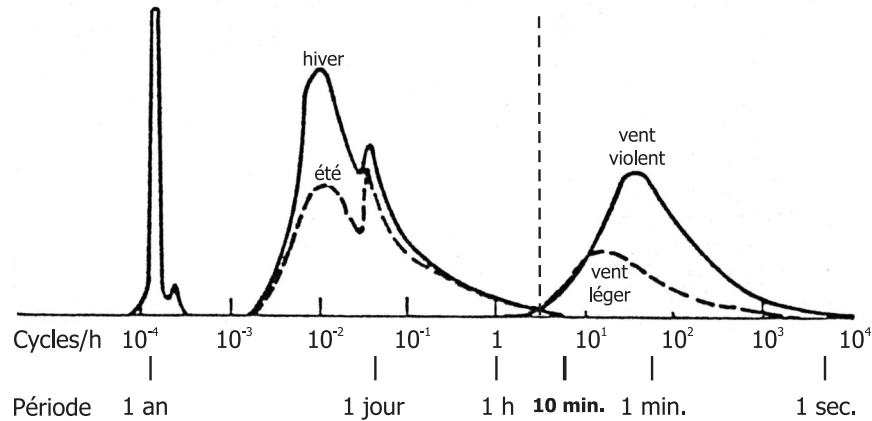


FIG. 2.4 – Répartition spectrale du vent (courbe de *Van der Hoven*) [98]

une heure et dix minutes, confirme la possibilité de traiter les fluctuations de vitesse à court terme comme stationnaires. Dans le repère structural \mathbf{e}_s ($oxyz$) représenté à la Fig. 2.1, la vitesse instantanée existant en un point p de l'espace, à un instant t , s'écrit sous la forme [19] :

$$\mathbf{V}_s(p, t) = \overline{\mathbf{V}}_s(p) + \mathbf{V}'_s(p, t) \quad (2.49)$$

où $\overline{\mathbf{V}}_s(p)$ est le vecteur des vitesses moyennes au point p ;

$\mathbf{V}'_s(p, t)$ est le vecteur des fluctuations de $\mathbf{V}_s(p, t)$ autour de sa moyenne $\overline{\mathbf{V}}_s(p)$.

Si l'on fixe la vitesse moyenne du vent, on obtient un modèle à court terme de la vitesse instantanée qui rend compte des fluctuations rapides dues à la turbulence atmosphérique. Notons que, conventionnellement en météorologie, la vitesse moyenne du vent est observée sur une période égale à 10 minutes [12, 106, 108]. Ceci se justifie compte tenu de la répartition spectrale du vent illustrée à la Fig. 2.4.

Remarque : Si l'on considère les variations lentes de la composante moyenne de la vitesse et de son orientation, on obtient un modèle à long terme. Dans ce cas, la vitesse moyenne et l'orientation du vent sont considérées comme des variables aléatoires qui englobent les variations saisonnières et journalières. L'établissement d'un tel modèle nécessite donc la définition préalable d'un modèle météorologique décrivant l'évolution de la vitesse et de son orientation sur une année de référence.

La structure étant décrite dans le repère \mathbf{e}_s , il peut être judicieux de représenter la vitesse du vent dans un repère relatif \mathbf{e}_v ($o x_v y_v z_v$) dont l'axe $o x_v$ coïncide avec la direction du vent moyen, comme représenté à la Fig. 2.5. La vitesse instantanée du vent s'exprime facilement dans ce repère sous la forme :

$$\mathbf{V}_v(p, t) = \overline{\mathbf{V}}_v(p) + \mathbf{V}'_v(p, t) = (u(p) + u'(p, t))\mathbf{e}_{x_v} + v'(p, t)\mathbf{e}_{y_v} + w'(p, t)\mathbf{e}_{z_v} \quad (2.50)$$

où u est l'unique composante de la vitesse moyenne du vent dans le repère ($o x_v y_v z_v$);
 u' , v' et w' sont les trois composantes de $\mathbf{V}'_v(p, t)$ dans le repère relatif;
 \mathbf{e}_{x_v} , \mathbf{e}_{y_v} , \mathbf{e}_{z_v} sont les vecteurs associés aux directions $o x_v$, $o y_v$ et $o z_v$.

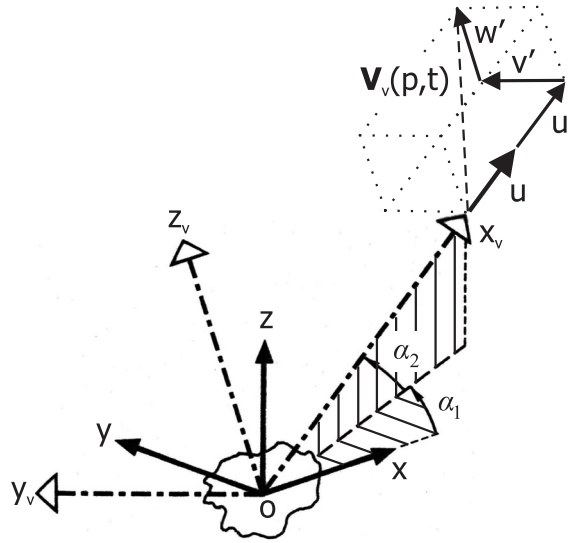


FIG. 2.5 – Vitesse instantanée du vent en axes relatifs

Le repère relatif est relié au repère structural par la transformation suivante :

$$\mathbf{e}_v = \mathbf{R}_s \mathbf{e}_s \quad (2.51)$$

où \mathbf{R}_s représente la matrice de transformation exprimant les composantes du repère relatif dans la base structurale. Cette transformation décrite à la Fig. 2.5 se décompose en deux rotations : une rotation azimutale α_1 autour de l'axe $o z$ et une rotation zénithale α_2 autour du nouvel axe $o y = o y_v$. Ces deux rotations permettent de traiter le cas général d'un vent attaquant une structure suivant une incidence quelconque. La matrice de transformation \mathbf{R}_s s'écrit dans ce cas sous la forme :

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) \\ -\sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & 0 \\ -\sin(\alpha_2) \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_2) \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

De même, on trouve la matrice de transformation inverse \mathbf{R}_v , telle que :

$$\mathbf{e}_s = \mathbf{R}_v \mathbf{e}_v = \mathbf{R}_s^T \mathbf{e}_v \quad (2.53)$$

En résumé, la modélisation à court terme consiste, d'une part, à décrire le profil de la vitesse moyenne $u(p)$ et, d'autre part, à modéliser les turbulences $u'(p, t)$, $v'(p, t)$ et $w'(p, t)$ par un processus stochastique.

▷ Description du profil de la vitesse moyenne dans la couche limite atmosphérique

Le profil de la vitesse moyenne dans la couche limite atmosphérique dépend essentiellement, pour une altitude donnée, de la rugosité du terrain, comme illustré à la Fig. 2.3. La direction du vent moyen, décrite par les angles α_1 et α_2 , ne change pas de manière appréciable avec l'altitude. Notons qu'en général, la vitesse moyenne du vent dans la couche limite est supposée horizontale, si bien que α_2 est souvent nul. Le profil de vitesse peut être modélisé par la *loi de puissance* [17, 80, 98] :

$$u(z) = u_g \left(\frac{z}{z_g} \right)^\alpha = u_{10} \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (2.54)$$

où z est l'altitude du point considéré, exprimée en mètre ;

α est la constante de la *loi de puissance* qui dépend de la rugosité du terrain ;

u_{10} est la vitesse moyenne de référence.

La vitesse u_{10} est définie par son module et sa direction moyenne α_1 . Son module représente la moyenne de la composante horizontale de la vitesse du vent, mesurée sur une période de 10 minutes, à une hauteur de référence de 10 m au-dessus du sol, dans un site de référence météorologique caractérisé par une rugosité de classe II. Les valeurs expérimentales relatives aux variations des paramètres z_g et α avec la rugosité du site sont données au tableau 2.1. La direction moyenne α_1 est mesurée simultanément sur la même période de temps que la vitesse.

Une formulation alternative, également souvent utilisée, est la *loi logarithmique*, décrite plus en détails aux références [9, 98].

Type de site	Description	α	z_g [m]	χ	C_z
I	mer, grand plan d'eau	0.12	250	0.001	8
II	rase campagne (site météo)	0.16	300	0.005	7.7
III	zone rurale avec obstacles	0.2	350	0.008	6.9
IV	zone urbanisée, industrielle ou forestière	0.3	400	0.015	6
V	centre des grandes villes	0.4	500	0.05	4

TAB. 2.1 – Classes de rugosité et paramètres du modèle à court terme [21]

▷ Description spectrale de la turbulence atmosphérique en un point

Considérons les fluctuations aléatoires de la composante longitudinale de la vitesse du vent. L'énergie du processus aléatoire $u'(p, t)$ est proportionnelle à $u'^2(p, t)$. L'écart-type de cette composante turbulente $\sigma_{u'}$ varie peu avec la hauteur et augmente avec la rugosité du terrain, modélisée par la constante K . Il vérifie la relation approximative :

$$\sigma_{u'} = K u_{10} \quad (2.55)$$

L'énergie de la composante turbulente $u'(p, t)$ de la vitesse du vent est décrite dans le domaine fréquentiel par sa densité spectrale de puissance mesurée sur une période de dix minutes, pour laquelle l'hypothèse de stationnarité du processus peut être formulée. Dans la zone fréquentielle d'intérêt pour l'étude dynamique de la réponse des structures soumises au vent, la densité spectrale peut être approximée par une fonction universelle du type :

$$f \frac{G_{u'u'}(f)}{\sigma_{u'}^2} = g \left(\frac{fL}{u_{10}} \right) \quad (2.56)$$

où f est la fréquence exprimée en [Hz] ;

$G_{u'u'}(f)$ est la densité spectrale de puissance unilatérale ($0 < f < +\infty$) ;

L est une échelle de turbulence (mesure de la taille moyenne des tourbillons) qui dépend de la rugosité du site et dont l'unité est le mètre.

De nombreuses formes ont été proposées dans la littérature [40, 98, 111]. Nous retiendrons tout particulièrement le modèle de *Davenport* [19, 20], couramment utilisé pour simuler les effets du vent turbulent en un point de l'espace [2, 65, 82, 135]. Dans le système d'unités *MKS*, il s'écrit sous la forme :

$$G_{u'u'}(f) = \frac{4\chi u_{10}^2 \left(\frac{1200f}{u_{10}} \right)^2}{f \left(1 + \left(\frac{1200f}{u_{10}} \right)^2 \right)^{4/3}} \quad (2.57)$$

où χ est une constante dépendant de la rugosité du terrain (tableau 2.1).

Par comparaison avec l'équation (2.56), on note que la relation (2.57) implique une indépendance de l'échelle de turbulence L par rapport à l'altitude. En calculant l'écart-type $\sigma_{u'}$ de la densité spectrale de puissance décrite en (2.57) et en le comparant à la relation (2.55), on peut exprimer le paramètre K en fonction de χ :

$$K = \sqrt{6\chi} \quad (2.58)$$

La Fig. 2.6 (a) illustre le modèle de *Davenport* pour différentes valeurs de la vitesse de référence du vent u_{10} . On remarque que l'énergie d'excitation est essentiellement concentrée dans la plage de fréquences $[10^{-3}, 10^{-1}]$ Hz, de sorte que les premiers modes de vibration de la structure soumise au vent se situent le plus souvent dans la queue de la *PSD*. Par conséquent, il faut s'attendre à ce que la réponse de la structure comprenne une composante quasi-statique importante.

Dans le logiciel d'éléments finis *Samcef* [102], la *PSD* d'excitation doit être exprimée en $[\frac{U_E^2}{rad/s}]$, où U_E caractérise l'unité de l'excitation appliquée à la structure (accélération ou force). En considérant par convention la relation (2.33), la densité spectrale de puissance unilatérale, exprimée en fonction de la pulsation ω ($0 < \omega < +\infty$), devient :

$$\Phi_{u'u'}(\omega) = \frac{4\chi u_{10}^2 \left(\frac{600\omega}{\pi u_{10}} \right)^2}{\omega \left(1 + \left(\frac{600\omega}{\pi u_{10}} \right)^2 \right)^{4/3}} \quad (2.59)$$

De même, la *PSD* de réponse $[\frac{U_R^2}{rad/s}]$ sera multipliée par 2π afin de l'exprimer en $[\frac{U_R^2}{Hz}]$.

Pour être complet, le processus d'excitation doit être corrigé d'un terme de *cohérence spatiale*. Celui-ci décrit la corrélation qui existe entre les turbulences en deux points distincts, p_i et p_j , de l'espace. Intuitivement, on peut se rendre compte que plus ces points sont distants, moins le niveau de dépendance d'un processus par rapport à l'autre est important. Dans le cas du système « poteau/luminaire », vu son caractère très élancé, on ne considérera que la cohérence du vent dans la direction verticale. Celle-ci obéit à une loi exponentielle de la forme :

$$\frac{\Phi_{u'_i u'_j}(p_i, p_j, \omega)}{\sqrt{\Phi_{u'_i u'_i}(p_i, \omega) \Phi_{u'_j u'_j}(p_j, \omega)}} = e^{-\frac{\omega}{2\pi u_{10}} C_z |z_i - z_j|} \quad (2.60)$$

où i et j sont les indices des points d'altitudes respectives z_i et z_j ;

C_z est la constante de corrélation verticale (tableau 2.1).

On constate, tout d'abord, que plus la constante de corrélation C_z est élevée, moins la cohérence est importante. Cette constante est reliée à la *longueur de corrélation* dans la direction verticale par la relation :

$$\lambda_z = \frac{2u_{10}}{f C_z} \quad (2.61)$$

Elle signifie que la largeur approximative des rafales est de l'ordre de $\frac{2}{C_z}$ de la longueur d'onde $\frac{u_{10}}{f}$, associée à la fréquence considérée f , pour la vitesse de référence u_{10} .

On constate aussi, Fig. 2.6 (b), que la cohérence entre turbulences en deux points distincts de l'espace est d'autant plus proche de l'unité que la pulsation de l'excitation est faible ou que, pour une fréquence donnée, la vitesse de référence u_{10} est élevée.

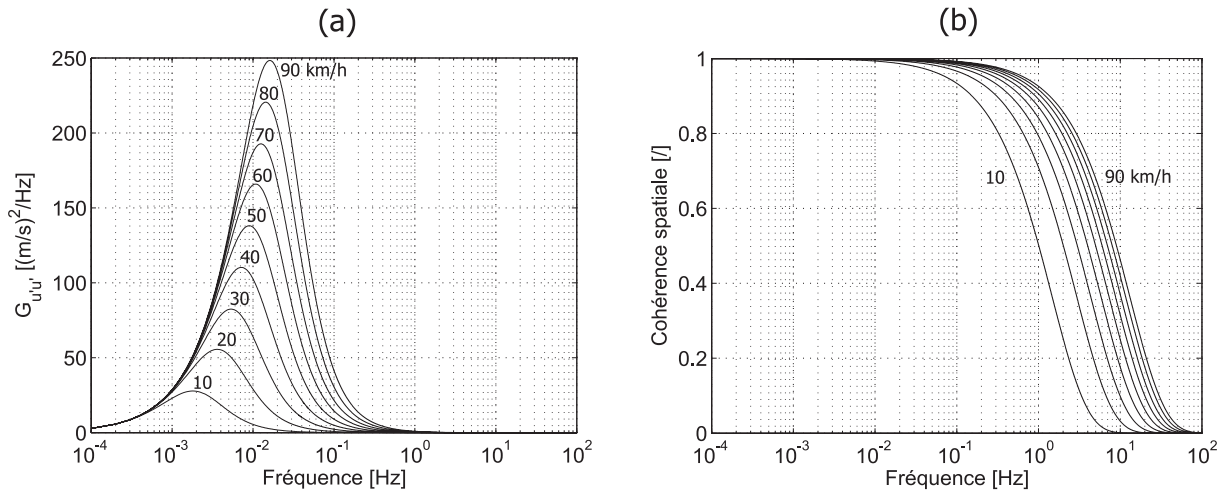


FIG. 2.6 – Modèle de *Davenport* pour différentes vitesses du vent u_{10} : (a) Densité spectrale de puissance unilatérale ($\chi = 0.005$) ; (b) Cohérence spatiale selon l'axe vertical ($C_z = 7.7$) entre deux points distants de 0.25 m

En combinant les relations (2.59) et (2.60), la densité spectrale de puissance croisée, pour des fluctuations dans le sens du vent moyen entre les points p_i et p_j , s'écrit finalement :

$$\Phi_{u'_i u'_j}(\omega) = \frac{4\chi u_{10}^2 \left(\frac{600\omega}{\pi u_{10}}\right)^2}{\omega \left(1 + \left(\frac{600\omega}{\pi u_{10}}\right)^2\right)^{4/3}} e^{-\frac{\omega}{2\pi u_{10}} C_z |z_i - z_j|} \quad (2.62)$$

Les expressions des densités spectrales de puissance unilatérales et croisées pour les fluctuations verticales et latérales sont données à la référence [111].

Tourbillons de *Von Karmán*

Lorsqu'un corps non profilé est placé dans un écoulement subsonique, il naît autour de ce corps une couche limite qui, tout comme la couche limite atmosphérique entre le sol et l'altitude du gradient, assure la continuité des champs de pression et de vitesse entre le corps et l'écoulement non perturbé. La zone de haute pression, créée par l'écoulement aux alentours du bord d'attaque du profil, provoque la séparation de la couche limite en deux, de part et d'autre du *point de stagnation*. Pour un certain régime d'écoulement, caractérisé par le nombre de *Reynolds* R_e , la dépression régnant à l'arrière du corps est telle que les deux couches limites se décollent du profil pour former le sillage. La différence de vitesse existant entre les filets fluides internes et externes de la couche limite crée de la vorticité dans le sillage. Les tourbillons ainsi largués dans le sillage vont interagir avec la structure et induire des vibrations.

▷ Nature du sillage en fonction du régime de l'écoulement

L'évolution de la nature du sillage avec le régime de l'écoulement est représentée, pour un barreau cylindrique, à la Fig. 2.7. On distingue essentiellement six régimes d'écoulement différents [7, 11, 101, 111] :

1. $R_e < 5$, l'écoulement ne se sépare pas.
2. $5 \leq R_e < 40$, une paire de tourbillons fixes se forme juste derrière le cylindre.
3. $40 \leq R_e < 150$, les tourbillons s'allongent jusqu'à se détacher du profil pour former un sillage laminaire et périodique.
4. $150 \leq R_e < 300$, le sillage, précédemment laminaire, devient turbulent (*régime de transition*).
5. $300 \leq R_e < 3 \cdot 10^5$, le sillage est complètement turbulent et les fréquences de largage des tourbillons sont bien définies (*régime subcritique*).
6. $3 \cdot 10^5 \leq R_e < 3.5 \cdot 10^6$, la couche limite est turbulente, les fréquences de largage des tourbillons sont en bande large, les tourbillons sont nettement plus étroits et désorganisés (*régimes critique et supercritique*).
6. $3.5 \cdot 10^6 \leq R_e$, le sillage retrouve une allure turbulente et les tourbillons sont à nouveau organisés (*régime transcritique*).

Si l'on reprend l'exemple traité précédemment pour illustrer le caractère turbulent de la couche limite atmosphérique, à savoir un poteau de 20 cm de diamètre soumis à un vent de 10 km/h, sur lequel est maintenant fixé un luminaire de forme cylindrique de 50 cm de diamètre, on constate que les sillages engendrés ($R_e^{\text{poteau}} \approx 3 \cdot 10^4$, $R_e^{\text{luminaire}} \approx 8 \cdot 10^4$) sont tous deux définis par un régime subcritique (4). Dans ce cas, la structure entière sera soumise aux vibrations induites par son sillage. Par contre, pour une vitesse de vent de l'ordre de 40 km/h ($R_e^{\text{poteau}} \approx 10^5$, $R_e^{\text{luminaire}} \approx 3 \cdot 10^5$), le régime de l'écoulement autour du luminaire devient critique (5) et l'effet des tourbillons ne se fera plus sentir que sur le poteau. Notons encore qu'un sillage de tourbillons ne se réorganiserait au niveau du luminaire que pour une vitesse moyenne du vent d'environ 400 km/h ($R_e^{\text{poteau}} \approx 10^6$, $R_e^{\text{luminaire}} \approx 3.5 \cdot 10^6$). Le poteau serait cette fois plongé dans un écoulement critique. Toutefois, les pointes maximales du vent et a fortiori les vitesses moyennes, mesurées lors de diverses observations météorologiques en Belgique [12, 106, 108, 112, 115, 116] n'atteignent jamais des valeurs aussi élevées. De même, les vitesses extrêmes recensées sur le territoire des Etats-Unis sont de l'ordre de 150 à 250 km/h pour les ouragans [42, 110, 111]. Seules les tornades les plus sévères présentent des vitesses de vent entre 400 et 600 km/h [111]. Ce cas de figure, extraordinaire et très localisé, ne sera pas pris en considération dans ce travail car il serait illusoire de vouloir dimensionner un luminaire afin qu'il résiste à de telles sollicitations.

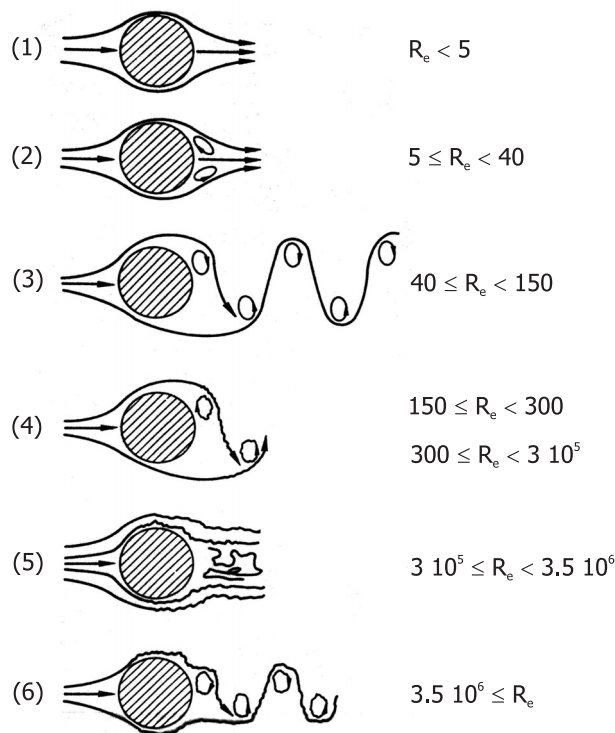


FIG. 2.7 – Evolution du sillage d'un profil circulaire en fonction du régime de l'écoulement [64]

Dans les régimes de transition et subcritique, la fréquence de largage des tourbillons, appelée aussi *fréquence de Strouhal*, est proportionnelle à la vitesse de l'écoulement u divisée par le diamètre équivalent D du profil considéré :

$$f_s = S_r \frac{u}{D} \quad (2.63)$$

où S_r est une constante de proportionnalité, sans dimension, portant le nom de *nombre de Strouhal*. Ce nombre est propre au profil étudié et reste constant pour une large plage de Re (Fig. 2.8). L'indétermination du nombre de *Strouhal* pour le régime critique se traduit par des fréquences de largage de tourbillons en bande large.

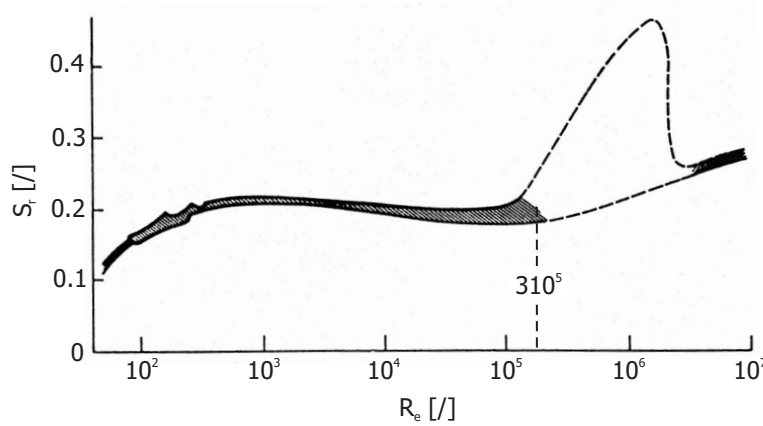


FIG. 2.8 – Evolution du nombre de *Strouhal* en fonction du régime de l'écoulement pour un corps cylindrique de section circulaire [64]

▷ Description spectrale de la turbulence du sillage en un point

Tout comme la turbulence atmosphérique, le sillage d'une structure plongée dans un écoulement subcritique ($300 \leq Re < 3 \cdot 10^5$) est un phénomène aléatoire. Il est donc représenté par sa densité spectrale de puissance.

Un premier modèle, basé sur des observations expérimentales réalisées en soufflerie, a été proposé par *Vickery* [7, 125, 126, 127]. Il s'applique à des structures élancées de section circulaire ou carrée. Dans ce modèle, la densité spectrale mesurée est approchée par une fonction gaussienne centrée sur la fréquence de largage des tourbillons. En un point de la structure, elle s'écrit :

$$G_{s_i s_i}(f) = \frac{u_i^2}{\sqrt{\pi} \beta_i f_{s_i}} e^{-\left(\frac{1 - \frac{f}{f_{s_i}}}{\beta_i}\right)^2} \quad (2.64)$$

où u_i est la vitesse moyenne du vent au niveau du point considéré ;

f_{s_i} est la fréquence de *Strouhal* en ce même point ;

β_i est un paramètre de largeur de bande de la turbulence, donné par :

$$\beta_i = \sqrt{\beta_0^2 + 2 \left(\frac{K u_{10}}{u_i}\right)} \quad (2.65)$$

avec K , constante de rugosité du terrain, définie par la relation (2.58) ;

$\beta_0 \in [0.05, 0.1]$, de sorte que l'intensité de $G_{s_i s_i}(f)$ soit maximale pour $\beta_0 = 0.05$.

La Fig. 2.9 (a) illustre le modèle de *Vickery* pour différentes valeurs de la vitesse de référence du vent u_{10} . On remarque que l'énergie d'excitation est cette fois concentrée dans une plage de fréquences, $[10^0, 10^2]$ Hz, nettement plus élevée que celle caractérisant la turbulence atmosphérique. Une coïncidence entre la fréquence de largage des tourbillons (tableau 2.2) pour laquelle l'énergie du phénomène est maximale et l'une des fréquences de résonance est donc tout à fait possible en certains points de la structure. Le tableau 2.2 montre également que, dans l'exemple traité, le régime de l'écoulement reste subcritique, domaine de validité du modèle présenté.

Une alternative au modèle de *Vickery* a été proposée par *Solari* [117]. L'analyse de résultats expérimentaux a en effet montré que l'utilisation de la relation (2.64) fournissait une bonne concordance entre densités spectrales mesurées et calculées au voisinage de la fréquence de *Strouhal*, mais conduisait, comme illustré aux Fig. 2.9 (a) et (b), à une sous-estimation du spectre dans les basses et hautes fréquences. Afin d'éviter cet inconvénient, la densité spectrale corrigée s'écrit :

$$G_{s_i s_i}(f) = \frac{u_i^2 \frac{\beta_i(1-0.64\beta_i^2)f}{(0.964-0.353\beta_i)f_{s_i}^2}}{\left[1 - (1 - 0.64\beta_i^2)\frac{f^2}{f_{s_i}^2}\right]^2 + 2.56\beta_i^2(1 - 0.64\beta_i^2)\frac{f^2}{f_{s_i}^2}} \quad (2.66)$$

Elle s'exprime facilement en fonction de la pulsation ω ($0 \leq \omega < \infty$) en la divisant simplement par 2π . Notons encore que les relations (2.64) et (2.66) ont des valeurs *RMS* identiques.

Un terme de cohérence spatiale, selon la direction verticale entre deux points p_i et p_j , peut également être défini :

$$r_{ij} = \cos(\theta_1 \Delta) e^{-\left(\frac{\Delta}{\theta_2}\right)^2} \quad (2.67)$$

où $\theta_1 = 2/3$ et $\theta_2 = 3$, pour une section circulaire ;

$\Delta = \frac{|z_i - z_j|}{\tilde{D}_{ij}}$ avec \tilde{D}_{ij} , le diamètre moyen entre les points p_i et p_j .

Les coefficients θ_1 et θ_2 sont reliés à la *longueur de corrélation* dans la direction verticale par la relation :

$$\lambda_z = \frac{\theta_2 \sqrt{\pi}}{2e^{\left(\frac{\theta_1 \theta_2}{2}\right)^2}} \quad (2.68)$$

où λ_z s'exprime en diamètre et est proche de l'unité pour une section circulaire.

L'évolution de la cohérence spatiale en fonction de la distance séparant les points p_i et p_j est représentée à la Fig. 2.9 (c). Comme pour la turbulence atmosphérique, la cohérence vaut l'unité lorsque les points sont confondus et diminue lorsque l'écart entre ceux-ci augmente. Par contre, à partir d'une certaine distance, la cohérence devient négative avant de tendre vers une valeur nulle. Ce signe négatif est dû au cosinus apparaissant dans

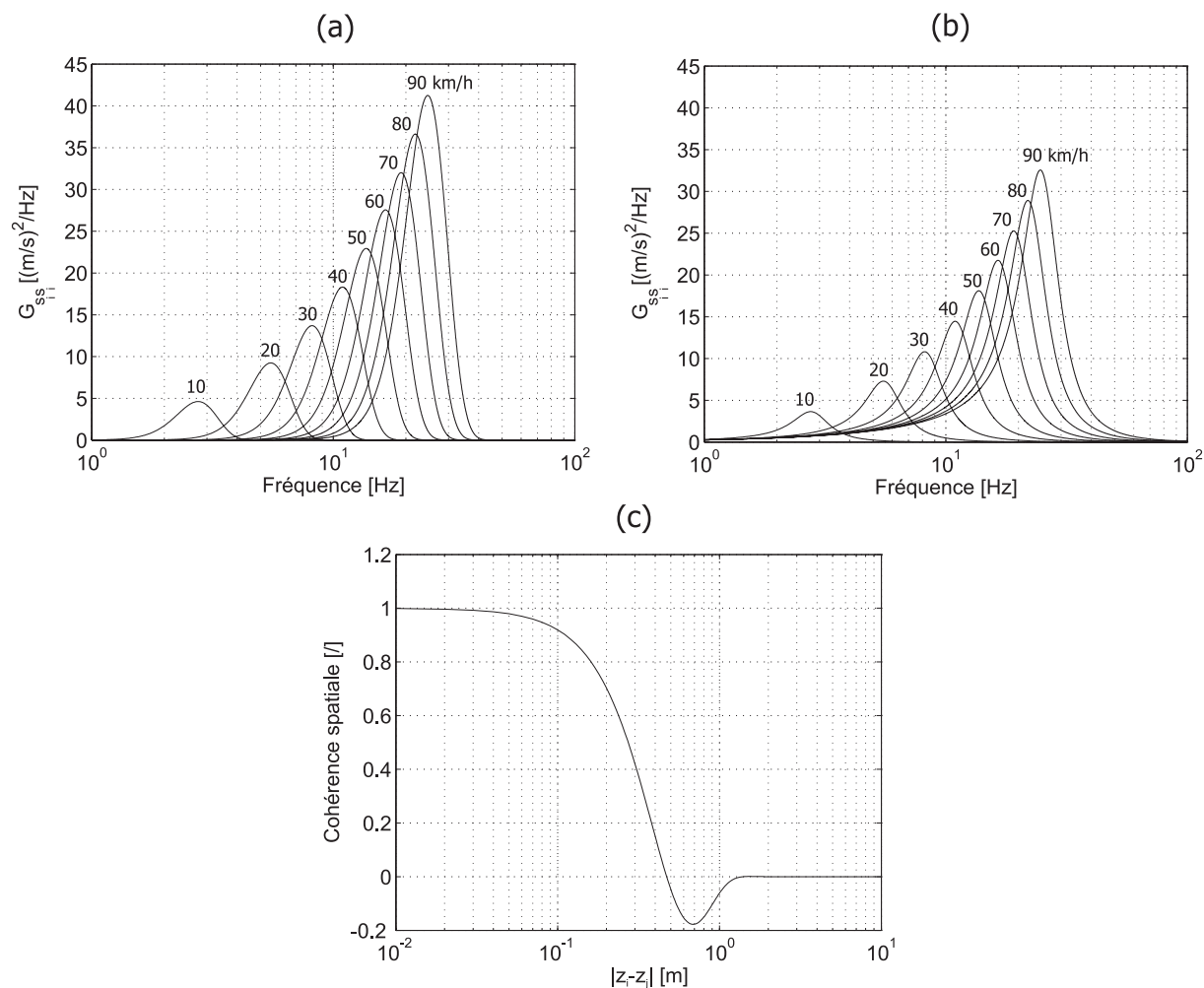


FIG. 2.9 – Description spectrale de la turbulence du sillage en un point p_i (site II, $z_i = 5$ m, $D_i = 0.2$ m, $b_0 = 0.05$, $S_r = 0.22$) : (a) *PSD* unilatérale de *Vickery* pour différentes vitesses u_{10} ; (b) *PSD* unilatérale de *Solari* pour différentes vitesses u_{10} ; (c) Cohérence spatiale selon la direction verticale en fonction de la distance entre les points p_i et p_j ($D_j = D_i$, $\theta_1 = \frac{2}{3}$, $\theta_2 = 3$)

u_{10} [km/h]	Re_i []	f_{s_i} [Hz]
10	$3.0 \cdot 10^4$	2.7
20	$6.0 \cdot 10^4$	5.5
30	$8.9 \cdot 10^4$	8.2
40	$1.2 \cdot 10^5$	10.9
50	$1.5 \cdot 10^5$	13.7
60	$1.8 \cdot 10^5$	16.4
70	$2.1 \cdot 10^5$	19.1
80	$2.4 \cdot 10^5$	21.8
90	$2.7 \cdot 10^5$	24.6

TAB. 2.2 – Nombres de *Reynolds* et fréquences de *Strouhal* pour l'exemple de la Fig. 2.9

l'expression (2.67) et caractérise deux processus, globalement en opposition de phase, bien que faiblement corrélés.

En combinant les relations (2.66) et (2.67), la densité spectrale croisée, engendrée par le sillage entre les points p_i et p_j , s'écrit finalement en fonction de la pulsation ω :

$$\Phi_{s_i s_j}(\omega) = \sqrt{\Phi_{s_i s_i}(\omega)\Phi_{s_j s_j}(\omega)} r_{ij} \quad (2.69)$$

Remarque : *Lorsqu'un corps, plongé dans un écoulement, se déforme de façon appréciable sous l'action des efforts aérodynamiques, ces déflexions, en perturbant les conditions aux limites de l'écoulement, modifient les forces agissant sur la structure qui à leur tour vont influencer la déformation. L'aéroélasticité est la discipline qui traite de ces phénomènes pour lesquels l'interaction entre forces aérodynamiques et mouvements de la structure est significative. De tels phénomènes sont souvent qualifiés d'instabilités aéroélastiques car les forces aérodynamiques agissant sur le corps résultent de son propre mouvement et sont par conséquent auto-excités. Dans le cas du largage de tourbillons, on a constaté qu'il était tout à fait possible qu'il y ait coïncidence entre fréquences de Strouhal et fréquences de résonance de la structure. Dans une telle situation, des observations ont montré que la réponse pouvait croître de façon importante et la structure commencer à interagir fortement avec l'écoulement. Le largage des tourbillons est alors contrôlé par la fréquence propre de la structure et cette synchronisation reste insensible à de petites fluctuations de la fréquence de Strouhal. Il s'agit du phénomène de « lock-in » [111] qui peut être simulé en majorant, d'une part, la longueur de corrélation des sollicitations, et d'autre part, soit en majorant le coefficient de portance induit, soit en introduisant un coefficient d'amortissement aérodynamique négatif. Cependant, le mécanisme de l'excitation étant très complexe, les coefficients de majoration souvent difficiles à obtenir et les résultats fortement dépendants de la modélisation choisie, le phénomène de « lock-in » ne sera pas pris en compte dans la modélisation des sollicitations engendrées par le vent.*

Modèle aérodynamique linéarisé

Afin de compléter la modélisation des effets du vent sur le système « poteau/luminaire », les densités spectrales de vitesses, représentées par les relations (2.62) et (2.69), seront transformées en densités spectrales de forces et moments en vue de leur introduction dans le logiciel d'éléments finis *Samcef*. Cette opération se réalise facilement, connaissant les propriétés aérodynamiques du corps plongé dans l'écoulement et la vitesse relative entre le vent et la structure.

La vitesse relative, exprimée en axes relatifs \mathbf{e}_v ($o x_v y_v z_v$), est la différence des vitesses absolues du fluide et de la structure. Elle s'exprime sous la forme :

$$\mathbf{V}_r(p, t) = \begin{pmatrix} u(p) + u'(p, t) \\ v'(p, t) \\ w'(p, t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{x}_v(p, t) \\ \dot{y}_v(p, t) \\ \dot{z}_v(p, t) \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

Son module au carré, intervenant dans l'évaluation des forces aérodynamiques, s'écrit :

$$\|\mathbf{V}_r\|^2 = u^2 + 2uu' + u'^2 + v'^2 + w'^2 - 2[(u + u')\dot{x}_v + v'\dot{y}_v + w'\dot{z}_v] + \dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + \dot{z}_v^2 \quad (2.71)$$

En négligeant les termes u'^2 , v'^2 , w'^2 , \dot{x}_v^2 , \dot{y}_v^2 , \dot{z}_v^2 ainsi que $u'\dot{x}_v$, $v'\dot{y}_v$ et $w'\dot{z}_v$ devant u^2 , le carré de la vitesse relative se linéarise sous la forme :

$$\|\mathbf{V}_r\|^2 \approx u^2 + 2uu' - 2u\dot{x}_v \quad (2.72)$$

Il s'exprime donc finalement comme une somme de trois termes :

1. La contribution statique de la vitesse moyenne du vent. Ces sollicitations chargent statiquement la structure qui se déforme de manière élastique mais n'induisent aucune vibration.
2. La contribution dynamique de la turbulence atmosphérique dans le sens du vent moyen, qui est source de vibrations.
3. La contribution dynamique du mouvement relatif fluide-structure dans le sens du vent moyen. Les sollicitations instationnaires engendrées sont de type aéroélastique et sont responsables de l'apparition d'un amortissement aérodynamique. Celui-ci est stabilisant pour les déplacements de la structure dans le sens du vent moyen mais, pour les mouvements transversaux, il peut prendre une valeur négative pour certains angles d'incidence et conduire à une instabilité [20].

Lorsqu'un corps est placé dans un écoulement, il est soumis à des forces aérodynamiques dont la résultante s'exerce en un point appelé *foyer aérodynamique*. Dans le repère lié au vent \mathbf{e}_v , la résultante des forces aérodynamiques $\mathbf{f}_v(\alpha_1, \alpha_2, p, t)$ peut se décomposer en une force de traînée F_{x_v} , dirigée dans le sens du vent moyen, et deux forces de portance F_{y_v} et F_{z_v} , normales à la direction du vent moyen. La position du foyer aérodynamique varie avec l'incidence de l'écoulement et est par conséquent inconnue a priori. Pour pallier à cet inconvénient, les forces aérodynamiques seront supposées agir en un point fixe de la structure, par exemple son centre de gravité. Puisque le foyer ne coïncide pas nécessairement avec ce point de référence, il naît un couple aérodynamique $\mathbf{m}_v(\alpha_1, \alpha_2, p, t)$ dont les composantes dans le repère relatif \mathbf{e}_v sont M_{x_v} , M_{y_v} et M_{z_v} (Fig. 2.10). En supposant que la structure ne modifie pas l'écoulement incident et que ses caractéristiques aérodynamiques soient mesurées dans l'écoulement stationnaire défini par $u(p)$, chaque composante de la résultante des forces aérodynamiques, en un point p de la structure, peut être calculée par la relation suivante [47] :

$$F_k(\alpha_1, \alpha_2, p, t) = Q_f(p, t)[S(p)C_{fk}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \quad (2.73)$$

où k est la composante considérée dans le repère \mathbf{e}_v (x_v , y_v ou z_v) ;

$S(p)$ est la surface, au point p , projetée perpendiculairement à la direction du vent ;

$C_{fk}(p)$ est le coefficient de force en p (C_{fx_v} : traînée, C_{fy_v} et C_{fz_v} : portances) ;

α_1 et α_2 sont les angles d'azimut et d'élévation ;

$Q_f(p, t)$ est la pression dynamique en p , dans l'écoulement non perturbé, telle que :

$$Q_f(p, t) = \frac{1}{2}\rho(u^2 + 2uu' - 2u\dot{x}_v)_p \quad (2.74)$$

avec ρ , la masse volumique de l'air.

De même, les composantes de la résultante des moments aérodynamiques, au point p , s'écrivent sous la forme :

$$M_k(\alpha_1, \alpha_2, p, t) = Q_m(p, t)[V(p)C_{mk}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \quad (2.75)$$

où $V(p)$ est le volume de référence associé au point p ;

$C_{mk}(p)$ est le coefficient de couple en p , autour de l'axe x_v , y_v ou z_v ;

$Q_m(p, t)$ est la pression dynamique réduite aux contributions statique et turbulente :

$$Q_m(p, t) = \frac{1}{2}\rho(u^2 + 2uu')_p \quad (2.76)$$

En scindant les contributions statique (\square^{stat}), turbulente (\square^{turb}) et aéroélastique ($\square^{aéro}$), les résultantes des forces $\mathbf{f}_v(\alpha_1, \alpha_2, p, t)$ et moments $\mathbf{m}_v(\alpha_1, \alpha_2, p, t)$ s'écrivent finalement sous la forme :

$$\mathbf{f}_v(\alpha_1, \alpha_2, p, t) = \mathbf{f}_v^{stat}(\alpha_1, \alpha_2, p) + \mathbf{f}_v^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) + \mathbf{f}_v^{aéro}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) \quad (2.77)$$

$$\mathbf{m}_v(\alpha_1, \alpha_2, p, t) = \mathbf{m}_v^{stat}(\alpha_1, \alpha_2, p) + \mathbf{m}_v^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) \quad (2.78)$$

où les différents termes sont développés ci-après.

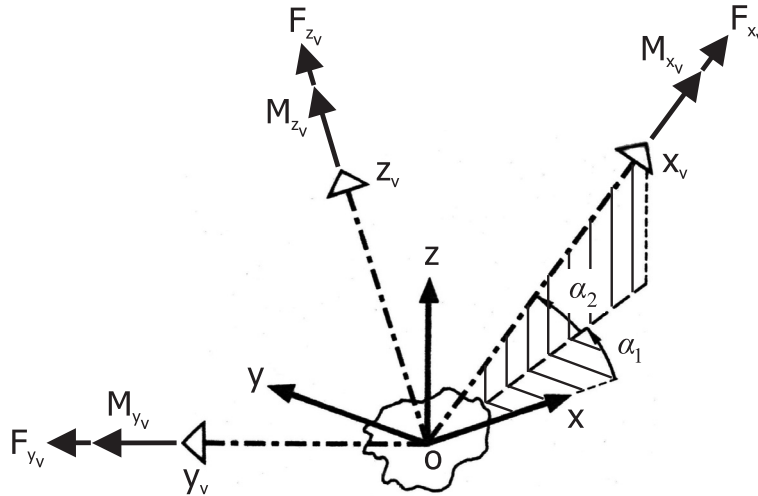


FIG. 2.10 – Composantes de la résultante des forces et moments aérodynamiques en axes relatifs

▷ Contribution statique de la vitesse moyenne du vent

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_v^{stat}(\alpha_1, \alpha_2, p) &= F_{x_v}^{stat} \mathbf{e}_{x_v} + F_{y_v}^{stat} \mathbf{e}_{y_v} + F_{z_v}^{stat} \mathbf{e}_{z_v} \\ &= \frac{1}{2}\rho u^2(p)[S(p)C_{fx_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{x_v} + \\ &\quad \frac{1}{2}\rho u^2(p)[S(p)C_{fy_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{y_v} + \\ &\quad \frac{1}{2}\rho u^2(p)[S(p)C_{fz_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{z_v} \end{aligned} \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_v^{stat}(\alpha_1, \alpha_2, p) &= M_{x_v}^{stat} \mathbf{e}_{x_v} + M_{y_v}^{stat} \mathbf{e}_{y_v} + M_{z_v}^{stat} \mathbf{e}_{z_v} \\
&= \frac{1}{2} \rho u^2(p) [V(p) C_{m x_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{x_v} + \\
&\quad \frac{1}{2} \rho u^2(p) [V(p) C_{m y_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{y_v} + \\
&\quad \frac{1}{2} \rho u^2(p) [V(p) C_{m z_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{z_v}
\end{aligned} \tag{2.80}$$

Ces forces et moments, décrits dans le repère relatif \mathbf{e}_v , peuvent encore être rassemblés au sein d'un même vecteur de chargement et exprimés dans la base structurale \mathbf{e}_s par le vecteur $\mathbf{f}^{stat}(\alpha_1, \alpha_2, p)$:

$$\mathbf{f}^{stat}(\alpha_1, \alpha_2, p) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_s^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_v^{stat} \\ \mathbf{m}_v^{stat} \end{pmatrix}_{\alpha_1, \alpha_2, p} \tag{2.81}$$

où \mathbf{R}_s est la matrice de transformation (3 x 3), donnée par l'équation (2.52) ;

$\mathbf{0}$ est une matrice (3 x 3) identiquement nulle.

▷ Contribution dynamique de la turbulence atmosphérique

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_v^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) &= F_{x_v}^{turb} \mathbf{e}_{x_v} + F_{y_v}^{turb} \mathbf{e}_{y_v} + F_{z_v}^{turb} \mathbf{e}_{z_v} \\
&= \rho u(p) u'(p, t) [S(p) C_{f x_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{x_v} + \\
&\quad \rho u(p) u'(p, t) [S(p) C_{f y_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{y_v} + \\
&\quad \rho u(p) u'(p, t) [S(p) C_{f z_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{z_v}
\end{aligned} \tag{2.82}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_v^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) &= M_{x_v}^{turb} \mathbf{e}_{x_v} + M_{y_v}^{turb} \mathbf{e}_{y_v} + M_{z_v}^{turb} \mathbf{e}_{z_v} \\
&= \rho u(p) u'(p, t) [V(p) C_{m x_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{x_v} + \\
&\quad \rho u(p) u'(p, t) [V(p) C_{m y_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{y_v} + \\
&\quad \rho u(p) u'(p, t) [V(p) C_{m z_v}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{z_v}
\end{aligned} \tag{2.83}$$

En introduisant le processus aléatoire adimensionnel $\xi(p, t)$, tel que :

$$\xi(p, t) = \frac{u'(p, t)}{u(p)} \tag{2.84}$$

les composantes des vecteurs de forces et moments, décrits par les relations (2.82) et (2.83), s'écrivent :

$$F_k^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) = \rho u^2(p) \xi(p, t) [S(p) C_{f k}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} = \nu_{f k}^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p) \xi(p, t) \tag{2.85}$$

$$M_k^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) = \rho u^2(p) \xi(p, t) [V(p) C_{m k}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} = \nu_{m k}^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p) \xi(p, t) \tag{2.86}$$

où $\nu_{f k}^{turb}$ et $\nu_{m k}^{turb}$ définissent respectivement les intensités de la composante k de la force et du moment.

Comme pour la contribution statique, les efforts aérodynamiques turbulents peuvent être exprimés dans le repère structural \mathbf{e}_s :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_s^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\nu}_f^{turb} \\ \boldsymbol{\nu}_m^{turb} \end{pmatrix}_{\alpha_1, \alpha_2, p} \xi(p, t) \\ &= \boldsymbol{\nu}^{turb}(\alpha_1, \alpha_2, p) \xi(p, t) \end{aligned} \quad (2.87)$$

La densité spectrale croisée de la vitesse, entre les points p_i et p_j , peut être rendue adimensionnelle en introduisant le processus aléatoire (2.84) dans son expression (2.62). On obtient, pour les pulsations strictement positives, l'expression suivante :

$$\Phi_{\xi_i \xi_j}(\omega) = \frac{4\chi u_{10}^2 \left(\frac{600\omega}{\pi u_{10}} \right)^2}{u_i u_j \omega \left(1 + \left(\frac{600\omega}{\pi u_{10}} \right)^2 \right)^{4/3}} e^{-\frac{\omega}{2\pi u_{10}} C_z |z_i - z_j|} \quad (2.88)$$

Finalement, la matrice de densité spectrale croisée des efforts aérodynamiques turbulents, entre les points p_i et p_j , est obtenue en se référant à la définition de la fonction d'intercorrélation (2.23) ainsi qu'à celle de la densité spectrale de puissance (2.27), de sorte que l'on trouve :

$$\Phi_{f_i f_j}^{turb}(\omega) = \boldsymbol{\nu}_i^{turb} \boldsymbol{\nu}_j^{turb T} \Phi_{\xi_i \xi_j}(\omega) \quad (2.89)$$

Il s'agit d'une hypermatrice dont chaque élément (i, j) est lui-même, une matrice de dimension 6×6 .

▷ Contribution dynamique du mouvement relatif fluide-structure

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_v^{aéro}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) &= F_{x_v}^{aéro} \mathbf{e}_{x_v} + F_{y_v}^{aéro} \mathbf{e}_{y_v} + F_{z_v}^{aéro} \mathbf{e}_{z_v} \\ &= -\rho u(p) \dot{x}_v(p, t) [S(p) C_{f_{x_v}}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{x_v} + \\ &\quad -\rho u(p) \dot{x}_v(p, t) [S(p) C_{f_{y_v}}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{y_v} + \\ &\quad -\rho u(p) \dot{x}_v(p, t) [S(p) C_{f_{z_v}}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \mathbf{e}_{z_v} \end{aligned} \quad (2.90)$$

En se limitant aux degrés de liberté de translation, les équations différentielles (3) du mouvement de la structure, écrites en axes structuraux, deviennent :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_s^T \mathbf{f}_v^{aéro}(p_1, t) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_s^T \mathbf{f}_v^{aéro}(p_j, t) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_s^T \mathbf{f}_v^{aéro}(p_{\frac{n}{3}}, t) \end{pmatrix}_{\alpha_1, \alpha_2} = -\mathbf{C}_{\alpha_1, \alpha_2}^{aéro} \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (2.91)$$

où j est l'indice du point considéré sur la structure discrétisée ($1 \leq j \leq \frac{n}{3}$) ;

n est le nombre total de degrés de liberté ;

$\mathbf{C}_{\alpha_1, \alpha_2}^{aéro}$ est la matrice d'amortissement aérodynamique, non-diagonale a priori ;

$\dot{\mathbf{x}}(t)$ désigne le vecteur des vitesses nodales de translation dans le repère \mathbf{e}_s .

On constate donc que la prise en compte des charges aérodynamiques revient simplement à apporter une correction à la matrice d'amortissement structurale. Or, dans un logiciel d'éléments finis tel que *Samcef*, l'amortissement à prendre en compte, lors d'un calcul de réponse dynamique à une excitation aléatoire, doit être introduit pour chacun des modes de vibration retenus. Considérant l'équation (2.13), l'amortissement modal total ε_i^{total} peut donc s'écrire comme la somme de l'amortissement modal structural ε_i et aérodynamique $\varepsilon_i^{aéro}$:

$$\varepsilon_i^{total} = \frac{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i}{2\omega_i \mu_i} + \frac{\phi_i^T \mathbf{C}_{\alpha_1, \alpha_2}^{aéro} \phi_i}{2\omega_i \mu_i} = \varepsilon_i + \varepsilon_i^{aéro} \quad (2.92)$$

où i est l'indice associé au mode propre de pulsation ω_i et de masse généralisée μ_i .

L'importance relative des forces constituant la relation (2.90) dépend de la forme et de l'incidence du corps. Pour des structures non profilées, les forces de portance sont généralement d'un ordre de grandeur inférieur aux forces de traînée. Dans un tel cas, les composantes selon les directions \mathbf{e}_{y_v} et \mathbf{e}_{z_v} peuvent être négligées et le terme restant caractérise approximativement l'amortissement aérodynamique stationnaire dans le sens du vent moyen. L'équation (2.91) s'écrit alors :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) \approx -\rho \begin{pmatrix} \{uSC_{f_{x_v}}\}_{p_1} \dot{\mathbf{x}}_{p_1}(t) \\ \vdots \\ \{uSC_{f_{x_v}}\}_{p_j} \dot{\mathbf{x}}_{p_j}(t) \\ \vdots \\ \{uSC_{f_{x_v}}\}_{p_{\frac{n}{3}}} \dot{\mathbf{x}}_{p_{\frac{n}{3}}}(t) \end{pmatrix}_{\alpha_1, \alpha_2} \quad (2.93)$$

où $\dot{\mathbf{x}}_{p_j}(t)$ est le vecteur des vitesses nodales de translation, au point p_j , dans le repère \mathbf{e}_s . De plus, si pour chaque mode de vibration, on considère la structure comme étant un système global à un seul degré de liberté, caractérisé par sa pulsation ω_i et sa masse généralisée μ_i (liée au degré de liberté du point p_j pour lequel le mode est normé), l'équation (2.93) conduit à une expression approchée de l'amortissement modal introduit par le mouvement relatif fluide-structure :

$$\varepsilon_i^{aéro} \approx \frac{\rho \bar{u}_{p_j} [\overline{SC}_{f_{x_v}}]_{\alpha_1, \alpha_2}}{2\omega_i \mu_i} \quad (2.94)$$

où $[\overline{SC}_{f_{x_v}}]_{\alpha_1, \alpha_2}$ est le coefficient de traînée appliqué globalement à la structure ;

\bar{u}_{p_j} est la composante de la vitesse du vent moyen en p_j , orientée selon le degré de liberté associé à la masse généralisée μ_i .

Un amortissement aérodynamique n'est par conséquent calculé que pour les modes dont la direction de prédilection coïncide avec l'une des composantes du vent moyen en axes structuraux.

▷ Contribution dynamique des sollicitations du sillage

La théorie développée pour simuler l'effet des tourbillons de *Von Karman* s'applique essentiellement aux corps de section circulaire, voire carrée [117]. Dans ce cas, le foyer aérodynamique et le centre de gravité sont confondus, de sorte qu'aucun couple n'est généré. Par contre, le sillage induit sur la structure une force de portance aléatoire orientée transversalement à l'écoulement incident. Comme illustré à la Fig. 2.11, seule la composante de la vitesse moyenne du vent, normale à l'axe longitudinal du corps cylindrique, intervient dans le calcul de la force d'excitation. Ceci suppose implicitement qu'un vent moyen, parallèle à cet axe, ne sera pas générateur de tourbillons.

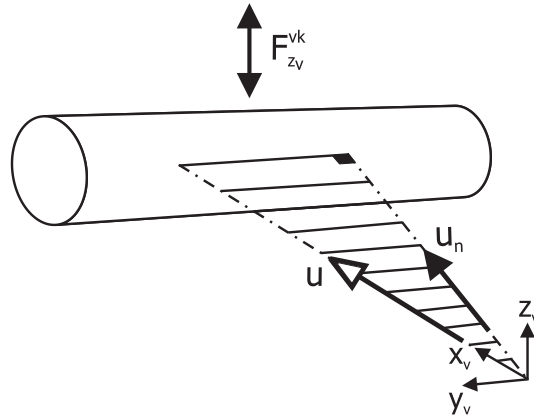


FIG. 2.11 – Excitation induite par le sillage sur un corps de forme cylindrique

Pour la configuration décrite à la Fig. 2.11, la force de portance générée sur la structure par le sillage s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_v^{vk}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) &= F_{z_v}^{vk} \varsigma(p, t) \mathbf{e}_{z_v} & (2.95) \\
 &= \frac{1}{2} \rho u_n^2(p) [S(p) \tilde{C}_{f_{z_v}}(p)]_{\alpha_1, \alpha_2} \varsigma(p, t) \mathbf{e}_{z_v} \\
 &= \nu_{f_{z_v}}^{vk}(\alpha_1, \alpha_2, p) \varsigma(p, t) \mathbf{e}_{z_v}
 \end{aligned}$$

où $u_n(p)$ est la composante de la vitesse moyenne du vent normale à la structure ;
 $\tilde{C}_{f_{z_v}}(p)$ est le coefficient de portance *RMS*, inhérent aux sollicitations du sillage ;
 $\varsigma(p, t)$ est un processus aléatoire adimensionnel, stationnaire et de moyenne nulle ;
 $\nu_{f_{z_v}}^{vk}(\alpha_1, \alpha_2, p)$ représente l'intensité de la force de portance dans les axes liés au vent.

La force de portance dans le repère structural est obtenue, comme précédemment, en appliquant à la relation (2.95), la même matrice de transformation que celle utilisée dans l'équation (2.87) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}^{vk}(\alpha_1, \alpha_2, p, t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_s^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \nu_f^{vk} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}_{\alpha_1, \alpha_2, p} \varsigma(p, t) & (2.96) \\
 &= \boldsymbol{\nu}^{vk}(\alpha_1, \alpha_2, p) \varsigma(p, t)
 \end{aligned}$$

En veillant à substituer les vitesses normales u_{n_i} et u_{n_j} aux vitesses moyennes u_i et u_j apparaissant dans la relation (2.69), la densité spectrale croisée du processus aléatoire adimensionnel $\varsigma(p, t)$ s'écrit sous la forme :

$$\Phi_{\varsigma_i \varsigma_j}(\omega) = \frac{1}{u_{n_i} u_{n_j}} \Phi_{s_i s_j}(\omega) \quad (2.97)$$

Finalement, la matrice de densité spectrale croisée des efforts aérodynamiques du sillage, entre les points p_i et p_j , est donnée par :

$$\Phi_{f_i f_j}^{vk}(\omega) = \nu_i^{vk} \nu_j^{vkT} \Phi_{\varsigma_i \varsigma_j}(\omega) \quad (2.98)$$

Il s'agit d'une hypermatrice dont chaque élément (i, j) est lui-même, une matrice de dimension 6 x 6.

Résultante des sollicitations éoliennes

Les charges aérodynamiques sont introduites dans le logiciel d'éléments finis *Samcef* [102] sous leurs formes finales, décrites par les relations (2.81), (2.89) et (2.98). La méthode de calcul de la réponse d'une structure linéaire soumise aux sollicitations du vent est résumée à la Fig. 2.12. Le cadre en traits discontinus représente l'analyse spectrale déjà détaillée à la Fig. 2.2. La méthode de calcul débute par l'estimation éventuelle de l'amortissement modal aérodynamique qui vient s'ajouter à l'amortissement modal structural. La contribution statique de la vitesse moyenne du vent ne générant aucune vibration, elle peut être traitée indépendamment des contributions dynamiques. Les buts de l'analyse statique sont essentiellement de :

- ▷ Calculer la déformée du système « poteau/luminaire » soumis aux charges statiques (charges aérodynamiques auxquelles s'ajoute l'effet du poids propre de la structure).
- ▷ Vérifier la tenue du système lorsqu'il est soumis à de telles sollicitations.
- ▷ Déterminer la matrice de raideur géométrique \mathbf{K}_g , permettant de tenir compte d'une éventuelle modification de raideur suite au chargement.
- ▷ Connaître les contraintes moyennes dans le luminaire, lorsqu'un modèle éléments finis est disponible.

Finalement, vu leur nature différente, les sollicitations dynamiques engendrées par le vent turbulent et les tourbillons de *Von Karman* sont supposées indépendantes. Le système étant linéaire, l'excitation résultante est obtenue en sommant les densités spectrales de puissance de la turbulence et du sillage :

$$\Phi_{f_i f_j}(\omega) = \Phi_{f_i f_j}^{turb}(\omega) + \Phi_{f_i f_j}^{vk}(\omega) \quad (2.99)$$

A cette excitation est associée une réponse de la structure égale à la somme des réponses obtenues séparément lorsque le système est soumis, d'une part, aux turbulences et, d'autre part, aux tourbillons de *Von Karman* :

$$\Phi_r(\omega) = \Phi_r^{turb}(\omega) + \Phi_r^{vk}(\omega) \quad (2.100)$$

Les buts de l'analyse dynamique sont essentiellement de :

- ▷ Vérifier la résistance du système « poteau/luminaire » à l'action du vent.
- ▷ Calculer la réponse (accélération ou déplacement) du système « poteau/luminaire » au droit de la fixation et du centre de gravité du luminaire.
- ▷ Déterminer la carte des contraintes dans la pièce portante du luminaire, lorsqu'un modèle éléments finis est disponible.

Les simulations ont été réalisées sur base de données enregistrées principalement par l'*Institut Royal Météorologique de Belgique (IRM)*. Dans un premier temps, un modèle de vent à court terme a été considéré afin de simplifier la procédure de calcul et de réduire la durée d'obtention des résultats. Un modèle à long terme, plus complet mais également plus coûteux en temps de calcul, ne sera appliqué au cas-test industriel du luminaire *Super Saturne* qu'une fois la méthodologie correctement mise au point.

Le modèle à court terme envisage toutefois les deux situations suivantes :

- ▷ L'effet journalier d'un vent moyen

La contribution d'un vent moyen appliqué durant l'entièreté de la durée de vie souhaitée du luminaire, soit 20 ans, est prise en compte. Afin d'obtenir un modèle conservatif, le maximum des vitesses moyennes de référence u_{10} pour l'ensemble du territoire belge a été retenu [12, 106]. Comme le montre le tableau 2.3, cette valeur peut fluctuer en fonction de la période d'observation considérée. Connaissant la vitesse de référence du vent, le modèle de *Davenport* décrit par la relation (2.59), permet de déterminer l'intervalle de variation de la valeur maximale de la turbulence $u'(t)$. Notons que la valeur maximale décrivant cet intervalle est donnée par l'équation (2.47) alors que la valeur minimale s'obtient en remplaçant dans cette même relation, l'addition par une soustraction. La vitesse instantanée maximale $u_{max}(t)$ est finalement obtenue en ajoutant à la vitesse de référence u_{10} , l'intervalle de variation de $u'_{max}(t)$.

- ▷ L'effet de tempêtes occasionnelles

La contribution de phénomènes occasionnels, tels que de fortes tempêtes, est aussi prise en compte. Une première estimation de la vitesse moyenne du vent caractérisant ces événements est obtenue en considérant les vitesses extrêmes (40 à 70 m/s) recensées aux États-Unis [42, 110, 111]. Comme indiqué au tableau 2.3, on obtient de la sorte une vitesse moyenne d'environ 36 m/s. Malheureusement, les références citées ne donnent aucune indication sur la durée et la fréquence d'apparition d'une telle vitesse. Une seconde caractérisation de la vitesse moyenne du vent associée aux tempêtes a pu être obtenue grâce aux enregistrements réalisés par l'*IRM* lors de la tempête d'octobre 2002 qui provoqua de sérieux dégâts sur l'ensemble du territoire belge (arbres déracinés, toits envolés, ...). La vitesse moyenne maximale relevée par les anémomètres, situés à une hauteur de 10 m en divers sites météorologiques, est de 19.6 m/s sur une période de 10 minutes [108]. La simulation prédit une valeur maximale de la vitesse instantanée comprise entre 30.2 et 36.2 m/s. Ces valeurs peuvent

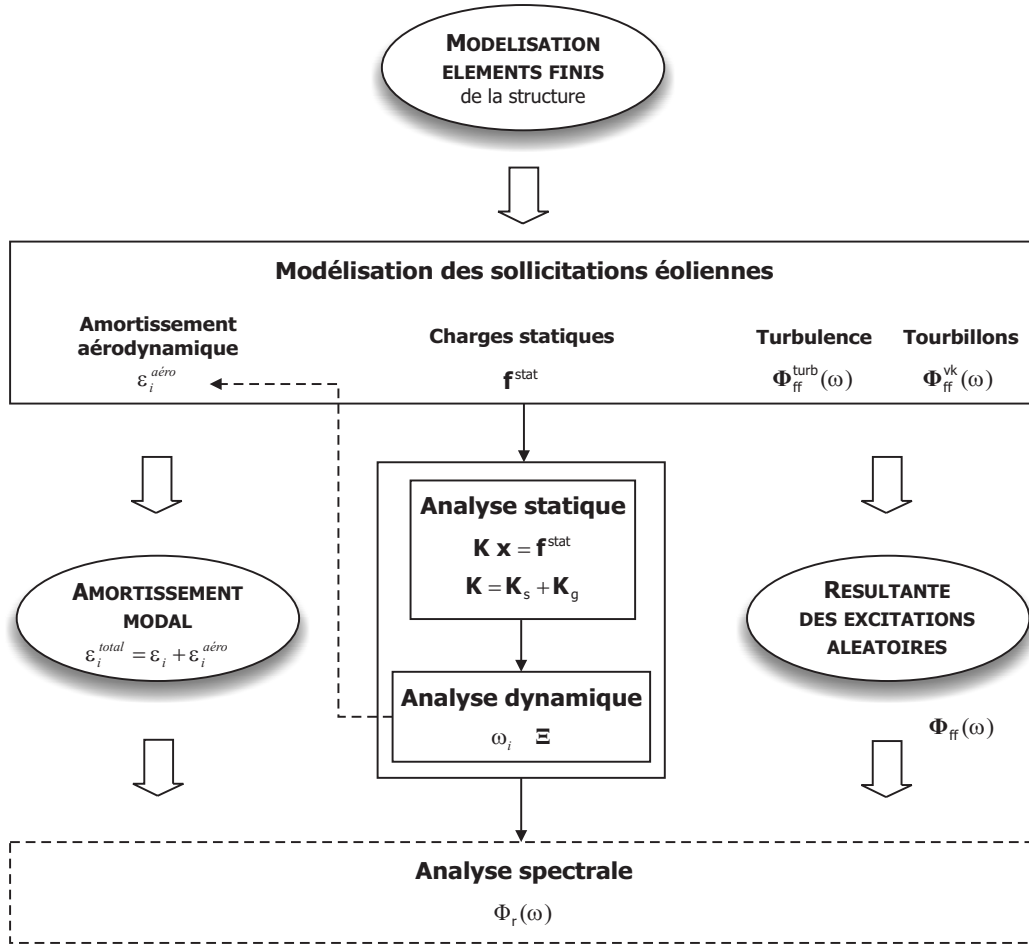


FIG. 2.12 – Méthode de calcul de la réponse d'une structure linéaire soumise au vent

	Effet journalier 1963-1972 [m/s]	Effet journalier 1985-1996 [m/s]	Tempête U.S.A. [m/s]	Tempête 27/10/2002 [m/s]
Données météo $u_{10} (1)$	7.5	10.2	36.0	19.6
Simulations $u'_{max}(t) (2)$	[3.5 – 5.5]	[5.0 – 7.9]	[20.5 – 31.8]	[10.6 – 16.6]
$u_{max}(t) = (1) + (2)$	[11.0 – 13.0]	[15.2 – 18.1]	[56.5 – 67.8]	[30.2 – 36.2]
Durée	20 ans	20 ans	inconnue	9 heures (x10)

TAB. 2.3 – Données météorologiques du modèle de vent à court terme dans le cas des sollicitations journalières (vent moyen) [12, 106] et occasionnelles (tempêtes) [42, 108, 109, 110, 111]

	10 h	11 h	12 h	13 h	14 h	15 h	16 h	17 h	18 h
$u_{max}(t)$ [m/s]	31	28	32	29	31	30	29	27	27

TAB. 2.4 – Pointes maximales du vent en fonction de l'heure de la journée lors de la tempête du 27 octobre 2002 sur la Belgique [108]

être comparées aux observations effectuées pendant les 9 heures durant lesquelles la tempête a sévi (tableau 2.4). On observe un bon accord entre les prédictions du modèle de *Davenport* et les mesures réalisées par l'*IRM*. De telles vitesses instantanées ont une période de retour comprise entre 2 et 6 ans [109]. En ne retenant que le cas le plus défavorable, le luminaire pourrait donc être soumis au cours de sa vie à dix de ces tempêtes, soit au total, une durée de 90 heures.

2.3.2 Modèle de vent à long terme

Une modélisation plus précise des excitations éoliennes nécessite l'utilisation d'un modèle à long terme. Dans celui-ci, l'évolution des paramètres caractérisant le modèle à court terme (l'angle d'azimuth α_1 et la vitesse de référence u_{10}) est envisagée sur une période de référence qui, compte tenu de la répartition spectrale du vent illustrée à la Fig. 2.4, est l'année. Le modèle à long terme fournit donc les cas de charges aérodynamiques à partir de la répartition annuelle de la vitesse moyenne du vent en force et en direction. On supposera ensuite que les résultats obtenus pour cette année de référence peuvent être extrapolés à la durée de vie entière de l'appareil. La prédiction des paramètres du modèle à long terme, liée à l'occurrence des perturbations atmosphériques, peut se faire en utilisant un modèle météorologique statistique propre au site considéré, dans lequel α_1 et u_{10} sont des variables aléatoires.

Modèle à long terme de *Sneyers*

Un modèle donnant la répartition en force et en direction du vent moyen pour les différents mois de l'année a été développé par *Sneyers* [115] à partir de relevés météorologiques relatifs au site d'Uccle (Bruxelles). Ces mesures fournissent, pour chaque mois et chacune des directions, la fréquence des vents observée durant une période de référence déterminée et ce pour des tranches croissantes de vitesse du vent. L'application la plus courante de ces données est la prévision statistique, par exemple dans le cas de la conception de structures ou de l'étude de problèmes de pollution. Elles peuvent éventuellement servir aussi à déterminer les responsabilités lors de dégâts de tempête. Il faut toutefois garder à l'esprit que, même sous l'hypothèse d'un climat stable, ces tableaux restent des données aléatoires et que, par conséquent, on ne peut espérer obtenir des observations identiques à partir de périodes de référence différentes.

Dans son étude, *Sneyers* [113, 114] a montré qu'il était possible d'ajuster un modèle statistique à l'ensemble des répartitions empiriques obtenues pour chacun des douze mois de l'année, modèle duquel on peut tirer, pour n'importe quelle époque de l'année et n'importe quelle direction (secteur), la probabilité associée à tout vent de force donnée. La méthode utilisée consiste à représenter, d'une part, la probabilité d'un vent de direction quelconque à l'aide d'une généralisation de la loi normale circulaire de *Mises*, dont les paramètres sont des fonctions périodiques de l'époque de l'année, et d'autre part, les

répartitions empiriques des vitesses du vent par une loi gamma incomplète, dont les paramètres sont des fonctions périodiques à la fois de la direction du vent et de l'époque de l'année.

Dans le modèle de *Sneyers*, la rose des vents est subdivisée en seize directions de référence dérivées des quatre points cardinaux et les moyennes horaires des vitesses du vent s'échelonnent de 10 à 90 km/h par pas de 10 km/h. Comme indiqué à la Fig. 2.13 (a), chaque direction de référence est associée à un secteur de 22.5° centré sur la direction géographique considérée. L'angle d'incidence α_1 du vent moyen attaquant la structure est calculé par la relation suivante :

$$\alpha_1 = |\alpha_v - \alpha_s| \quad (2.101)$$

où α_s est l'angle repérant l'axe ox du repère structural dans la rose des vents ;

α_v est l'angle d'incidence du vent.

Ces angles, représentés à la Fig. 2.13 (b), sont mesurés positivement dans le sens trigonométrique, à partir de la direction Nord prise comme origine. Notons que l'angle d'incidence du vent α_v est associé à la direction cardinale majorée de 180° . Par exemple, un vent d'Ouest (direction d'où vient le vent) sera caractérisé par un angle α_v égale à 270° .

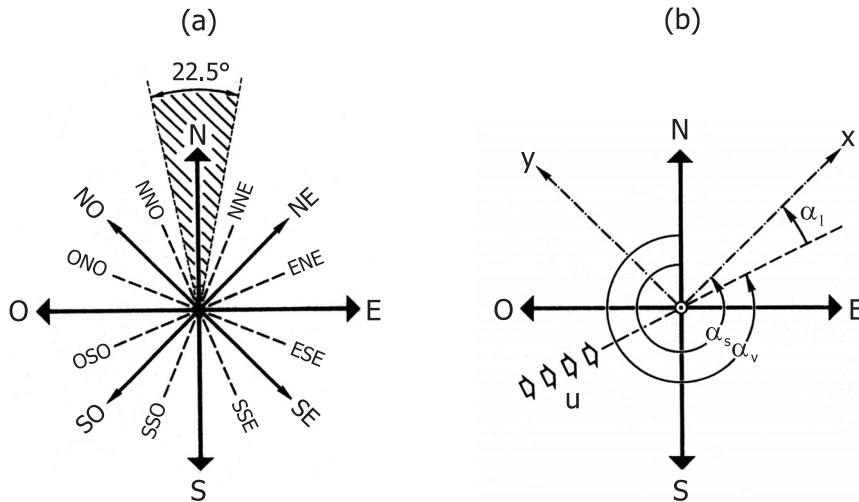


FIG. 2.13 – Modèle à long terme de *Sneyers* : (a) Directions de référence ; (b) Définition de l'angle d'azimuth α_1 dans la rose des vents

▷ Loi de probabilité des vents pour une direction et une époque donnée de l'année

Une généralisation de la loi normale circulaire de *Mises* permet de représenter cette probabilité à l'aide d'une loi de répartition dont la densité de probabilité pour le mois j ($j = 1, \dots, 12$) et la direction x , comptée à partir d'une origine placée au Nord dans le sens N, NNE, ..., s'écrit sous la forme :

$$f_1(x, j) = \frac{e^{\varphi(x, j)}}{C} \quad (2.102)$$

$$\begin{aligned}
\text{où } \varphi(x, j) &= a_1(j) \sin(x) + b_1(j) \cos(x) + a_2(j) \sin(2x) + b_2(j) \cos(2x) \\
a_1(j) &= -0.2891 - 0.1549 \sin\left(\frac{\pi}{3}j\right) - 0.0788 \cos\left(\frac{\pi}{3}j\right) + 0.0698 \sin\left(\frac{\pi}{6}j\right) + 0.0892 \cos\left(\frac{\pi}{6}j\right) + \\
&\quad 0.0643 \sin\left(\frac{\pi}{2}j\right) - 0.0814 \cos\left(\frac{\pi}{2}j\right) \\
b_1(j) &= -0.2476 + 0.0391 \sin\left(\frac{\pi}{6}j\right) - 0.4519 \cos\left(\frac{\pi}{6}j\right) - 0.0793 \sin\left(\frac{5\pi}{6}j\right) - 0.0319 \cos\left(\frac{5\pi}{6}j\right) \\
a_2(j) &= 0.3720 \\
b_2(j) &= -0.1259 \\
C &= \int_0^{2\pi} e^{\varphi(x,j)} dx \text{ vu que } \int_0^{2\pi} f_1(x, j) dx = 1
\end{aligned}$$

Par conséquent, la probabilité d'avoir un vent moyen dans le secteur i ($i = 1, \dots, 16 \equiv N, \dots, NNO$) durant le mois j , s'écrit :

$$F_1(i, j) = \int_{\frac{\pi}{16}(2i-3)}^{\frac{\pi}{16}(2i-1)} f_1(x, j) dx \quad (2.103)$$

▷ Loi de répartition des vitesses du vent

La loi gamma incomplète est généralement bien appropriée pour représenter la répartition des vitesses du vent. Une telle constatation a été faite à propos des pointes maximales journalières du vent à Uccle [112] et on peut considérer qu'elle est valable pour les moyennes horaires de la vitesse du vent. Dans ces conditions, des lois gamma ont tout d'abord été ajustées aux répartitions de fréquence observées pour chaque mois et dans chaque secteur. La densité de probabilité de la loi ajustée est donnée par la relation [113] :

$$f_2(u, a, b) = \frac{u^{a-1} e^{-\frac{u}{b}}}{b^a \Gamma(a)} \quad (2.104)$$

avec u , la vitesse moyenne du vent ;

a et b , des paramètres dont les estimations sont notées \hat{a} et \hat{b} .

Les estimations des paramètres a et b sont déduites d'un traitement statistique des vitesses observées et sont reliées par la relation :

$$\hat{b} = \frac{E[u]}{\hat{a}} \quad (2.105)$$

Celle-ci permet de rapporter les lois ajustées aux estimations de l'espérance mathématique de la vitesse du vent $E[u]$ (pour un secteur et un mois considérés) et du paramètre a .

La loi de variation de la moyenne $E[u]$ en fonction du mois et de la direction peut être représentée à l'aide d'une analyse harmonique sélective de chacune des séries de moyennes [113]. Ce procédé robuste permet finalement de déduire l'expression de $E[u]$:

$$E[u] = a_0 + a_1 \sin\left(\frac{\pi}{6}j\right) + b_1 \cos\left(\frac{\pi}{6}j\right) \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned}
\text{où } a_0 &= 134.94 - 24.22 \sin\left(\frac{\pi}{8}i\right) - 4.82 \cos\left(\frac{\pi}{8}i\right) + 20.45 \sin\left(\frac{\pi}{4}i\right) - 5.29 \cos\left(\frac{\pi}{4}i\right) \\
a_1 &= 24.56 - 4.30 \sin\left(\frac{\pi}{8}i\right) - 2.10 \cos\left(\frac{\pi}{8}i\right) + 6.79 \sin\left(\frac{\pi}{4}i\right) + 1.35 \cos\left(\frac{\pi}{4}i\right) \\
b_1 &= 19.69 - 12.53 \sin\left(\frac{\pi}{8}i\right) - 7.54 \cos\left(\frac{\pi}{8}i\right)
\end{aligned}$$

La loi de variation du coefficient a en fonction du mois et de la direction peut être obtenue au moyen d'une analyse identique à celle menée pour $E[u]$. L'estimation proposée par *Sneyers* [115], identique pour chaque secteur et chaque mois, vaut :

$$\hat{a} = 2.038 \quad (2.107)$$

On en déduit que pour chacun des douze mois et des secteurs, la moyenne $E[u]$ caractérise entièrement la répartition statistique des vitesses du vent.

Par conséquent, la probabilité d'avoir une vitesse de vent de direction i , comprise dans l'intervalle $[10(k-1), 10k]$ km/h ($k = 1, \dots, 9$), durant le mois j , s'écrit :

$$F_2(k, i, j) = \int_{10(k-1)}^{10k} f_2(u, a, b) du \quad (2.108)$$

▷ Distribution du vent en force et en direction sur une année type

Finalement, la probabilité d'avoir un vent moyen dont l'intensité est comprise dans l'intervalle k , pour le mois j et le secteur i , s'exprime par le produit des probabilités F_1 et F_2 :

$$P(i, j, k) = F_1(i, j)F_2(k, i, j) \quad (2.109)$$

La fréquence relative du vent moyen en force et en direction sur une année, exprimée en nombre de jours, peut être représentée par une surface d'équation :

$$P_t(i, k) = \sum_{j=1}^{12} N_J(j)P(i, j, k)(1 - c_j) \quad (2.110)$$

où $N_J(j)$ représente la durée du mois j , exprimée en jours ;

c_j est la proportion de temps calme durant le mois j ($\approx 5\%$ pour chaque mois).

La Fig. 2.14 permet de constater que les vents dominants à Uccle viennent principalement du Sud-Ouest et dans une moindre mesure du Nord-Est. Ils sont caractérisés par des vitesses variant entre 10 et 30 km/h. Pour des vitesses plus élevées, la fréquence de tels vents chute rapidement. On peut également noter que l'orientation des vents à Uccle peut être extrapolée à l'ensemble du territoire belge, comme en témoigne, au tableau 2.5, l'implantation des pistes des principaux aéroports. Par exemple, la piste 05 – 23 de l'aéroport de Bierset fait un angle de 230° (compté dans le sens horloger) avec la direction Nord. De cette façon, durant une grande partie de l'année, les avions décollent et atterrissent face au vent du Sud-Ouest. Un aéroport comme Zaventem dispose même de plusieurs pistes dont l'une, la 02-20, permet de profiter des vents du Nord-Nord-Est.

Simplification du modèle de *Sneyers*

Tel que décrit au paragraphe précédent, le modèle de vent de *Sneyers* présente 144 configurations différentes (9 vitesses pour 16 secteurs différents). Autant d'analyses spectrales

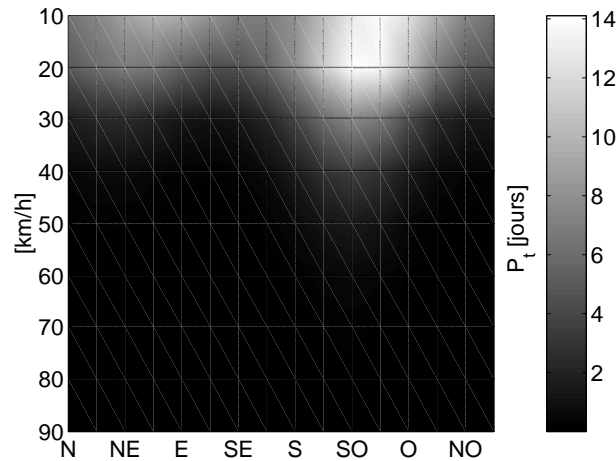


FIG. 2.14 – Distribution du vent en force et en direction sur une année type pour le site d'Uccle (modèle de *Sneyers*)

Aérodromes	Dénomination des pistes
Beauvechain	04-22
Bierset	05-23
Chièvres	08-26
Florennes	08-26
Kleine Brogel	05-23
Koksijde	11-29
Melsbroek/Zaventem	07-25 et 02-20

TAB. 2.5 – Orientations des pistes des principaux aérodromes belges (document internet : www.aires-militaires-belges.be)

permettraient de simuler l'effet du vent sur une année de référence mais au prix d'un temps de calcul très important. Or, les systèmes « poteau/luminaire » considérés présentent bien souvent plusieurs axes de symétrie. Parmi les 144 configurations, certaines peuvent donc être considérées comme équivalentes du point de vue de l'orientation du vent. Si l'on choisit arbitrairement un angle α_s de 270° pour repérer la structure dans la rose des vents, on remarque, Fig. 2.15 (a), que les différentes orientations du vent peuvent finalement se réduire à trois angles d'azimuth α_1 différents :

- ▷ $\alpha_1 = 0^\circ$, auquel sont associés les secteurs ENE, E, ESE, OSO, O et ONO ;
- ▷ $\alpha_1 = 45^\circ$, auquel sont associés les secteurs NE, SE, SO et NO ;
- ▷ $\alpha_1 = 90^\circ$, auquel sont associés les secteurs N, NNE, SSE, S, SSO et NNO.

L'angle d'élévation α_2 étant supposé nul, le modèle de *Sneyers* simplifié est représenté à la Fig. 2.15 (b) où les probabilités associées aux orientations de même angle α_1 et vitesse u_{10} ont été additionnées. Le nombre de configurations différentes est ainsi réduit à 27. Le tableau 2.6 permet de se rendre compte, plus précisément, de la durée associée à chaque

couple de paramètres (u_{10}, α_1) . On constate d'ores et déjà que le modèle à long terme associe aux vitesses de tempêtes ($u_{10} > 19 \text{ m/s}$) une durée nettement supérieure à celle de la tempête du 27 octobre 2002 (environ 40 heures par an par rapport à 9 heures tous les deux ans). Il apparaît aussi que la probabilité d'obtenir un vent dont la vitesse serait supérieure à 25 m/s peut être considérée comme nulle. Cette constatation se retrouve également dans les données météorologiques enregistrées par l'IRM sur la période 1985-1996 [107].

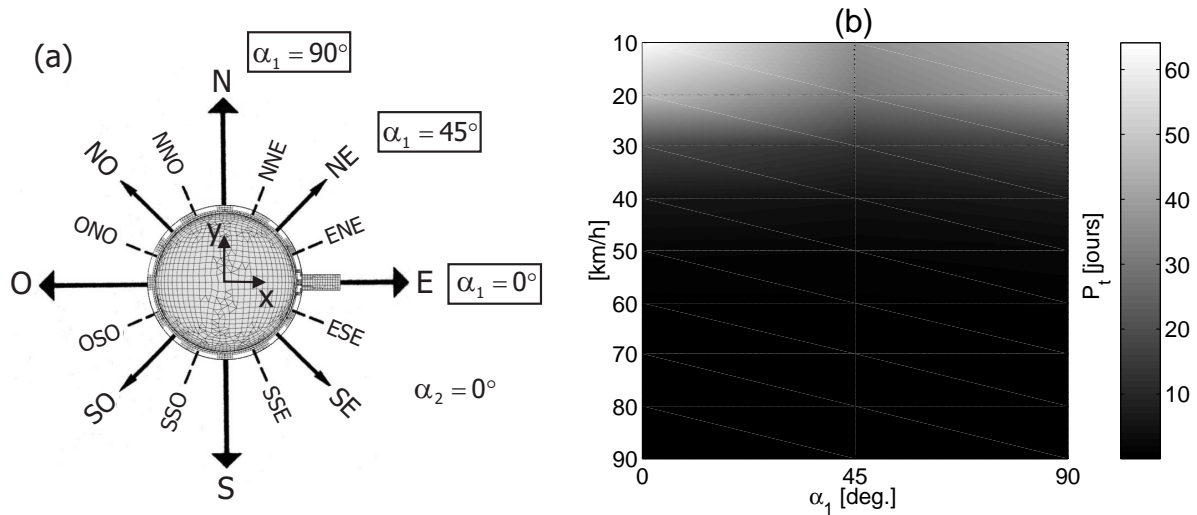


FIG. 2.15 – Modèle de *Sneyers* simplifié : (a) Réduction du nombre de secteurs compte tenu de la symétrie des systèmes « poteau/luminaire » ; (b) Distribution cumulée du vent

u_{10}		$\alpha_1 = 0^\circ$	$\alpha_1 = 45^\circ$	$\alpha_1 = 90^\circ$
[km/h]	[m/s]			
10	2.8	64 j	37 j	46 j
20	5.6	48 j	30 j	41 j
30	8.3	18 j	13 j	18 j
40	11.1	6 j	5 j	7 j
50	13.9	2 j	2 j	3 j
60	16.7	19 h	20 h	1 j
70	19.4	7 h	8 h	11 h
80	22.2	3 h	3 h	4 h
90	25.0	1 h	1 h	2 h

TAB. 2.6 – Durée associée à un vent d'orientation et de vitesse données après simplification du modèle de *Sneyers*

2.4 Modélisation des effets du trafic et de la dynamique du pont

En plus de l'effet du vent, le système « poteau/luminaire » installé sur pont est également soumis aux vibrations induites par la dynamique du pont lui-même. En effet, le vent, le trafic routier, les piétons, . . . sont autant de sources d'excitation capables de faire vibrer le tablier du pont qui impose alors au poteau un mouvement aléatoire de type sismique.

Selon l'étude réalisée par *Wu* [132], le déplacement d'air produit par le passage d'un véhicule à proximité du poteau est également une source de vibrations. Cependant, le niveau d'accélération transmis à la structure étant, en général, nettement inférieur à celui produit par le vent naturel, cet effet ne sera pas considéré dans le cadre de cette étude.

L'approche retenue pour modéliser l'excitation associée à la vibration du pont est sensiblement différente de celle présentée pour le vent. En effet, aucun modèle mathématique universel n'étant disponible pour représenter le phénomène, le choix s'est plutôt porté sur l'exploitation de mesures de vibrations réalisées sur un pont type. Il s'agit du pont Z24 qui enjambe l'autoroute nationale A1 entre Bern et Zürich, en Suisse. La longueur totale du pont est de 58 m avec une portée centrale de 30 m (Fig. 2.16). Construit en 1963, le pont fut démolé en 1998, bien que ne présentant aucun problème structural, pour céder la place à un nouveau de largeur plus importante. Durant sa dernière année de vie, le pont Z24 fut l'objet d'un suivi continu et d'expériences destinées à l'endommager progressivement. Le but poursuivi était de démontrer l'influence de l'endommagement sur la dynamique de la structure et de valider des méthodes numériques permettant de le détecter [88, 89]. La structure fut donc instrumentée au moyen de plusieurs accéléromètres dont la position et l'orientation est indiquée à la Fig. 2.16. Ces mesures ont notamment été utilisées comme cas-test lors du projet *COST*, organisé par le laboratoire *Vibrations & Identification des Structures*, sur l'analyse dynamique des structures [81].

En comparant entre elles les réponses mesurées lorsque le pont Z24 est sollicité par son environnement, l'accélération la plus élevée est observée dans la direction verticale en un point situé à mi-longueur de la portée centrale. Le signal temporel et la densité spectrale d'accélération en ce point sont représentés respectivement aux Fig. 2.17 (a) et (b). On constate que les accélérations *RMS* ($2.7 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$) et *PIC* ($1.7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$) y sont relativement faibles. La Fig. 2.17 (b) permet également de mettre en évidence la présence d'un mode de vibration du pont à 3.8 Hz. Il s'agit du premier mode de flexion du tablier représenté à la Fig. 2.18. Ce mode prédominant justifie l'accélération maximale observée à mi-longueur de la portée centrale.

Afin de l'exprimer en $[\frac{(m/s^2)^2}{(rad/s)}]$, la densité spectrale représentée à la Fig. 2.17 (b) est dans un premier temps divisée par 2π . Elle est ensuite introduite dans le logiciel d'éléments finis *Samcef* [102] sous forme d'une accélération verticale imposée à la base du poteau. La sévérité de cette excitation, caractéristique d'un pont tel que le Z24, sera comparée à celle du vent au paragraphe suivant.

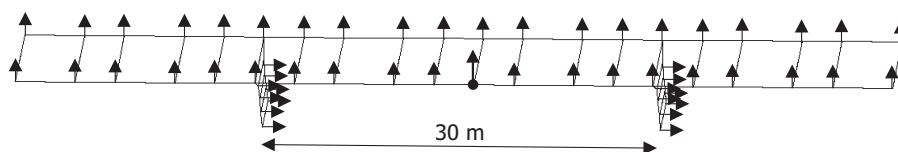


FIG. 2.16 – Vue du pont Z24 et des différents points de mesures

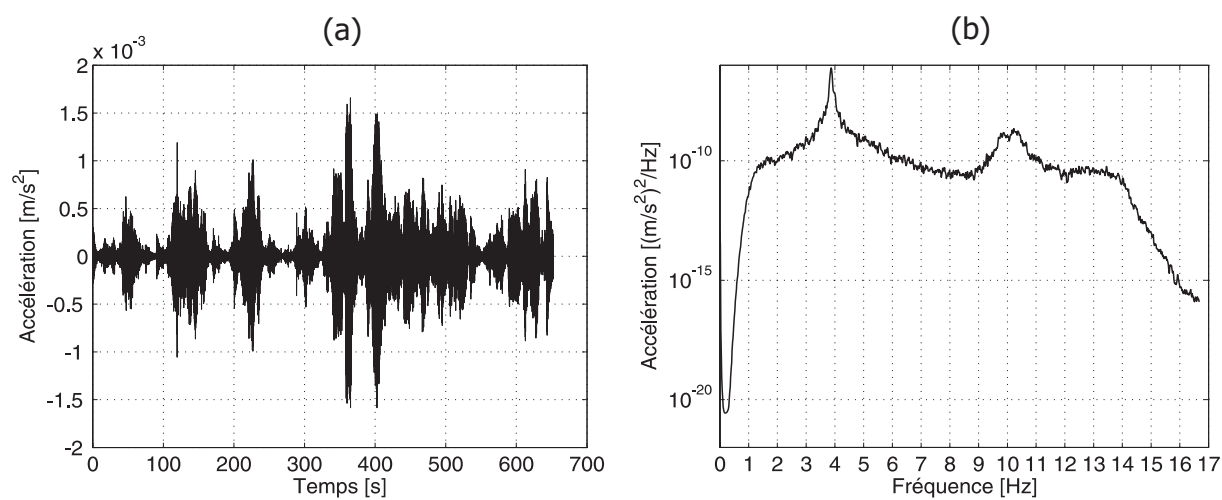


FIG. 2.17 – Réponse en accélération du pont Z24 à mi-longueur de la portée centrale : (a) Signal temporel ; (b) Densité spectrale de puissance

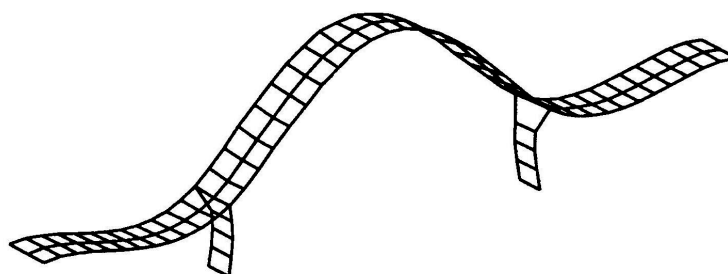


FIG. 2.18 – Premier mode de vibration du pont Z24 (3.8 Hz d'après [88])

2.5 Exemples

Le processus classique de validation d'un modèle consiste à confronter les résultats obtenus à une solution théorique exacte. Or, celle-ci n'existe pas pour le problème qui nous occupe. C'est pourquoi les résultats de simulations sont plutôt comparés aux mesures effectuées par *Van Dusen* sur différents types de systèmes « poteau/luminaire ». On s'assure ainsi que les résultats de simulations sont en accord avec l'enveloppe des réponses définie par *Van Dusen* et prise comme référence. Différents modèles de poteaux et luminaires, dont les caractéristiques sont reprises au tableau 2.7, sont envisagés lors des simulations :

- ▷ Un système de type *Super Saturne*, représenté à la Fig. 2.19 (a), qui considère un luminaire de même nom en fixation latérale et son poteau. Cette configuration, jugée critique par *R-Tech/Schröder*, n'a pas fait l'objet d'une commercialisation importante, contrairement à la version du même appareil, Fig. 1 (a), en fixation sommitale.
- ▷ Un système de type *Rocade*, illustré à la Fig. 2.19 (b), qui est très couramment utilisé pour l'éclairage routier et autoroutier.
- ▷ Un système de type *Tortel*, indiqué à la Fig. 2.19 (c), qui est caractérisé par un design original et une esthétique recherchée.

Les effets de la densité du maillage, de la précontrainte statique et de l'amortissement aérodynamique sont également étudiés.

Les données météorologiques étant enregistrées pour un site de référence (type II) dont les paramètres sont définis au tableau 2.1, la réponse du système « poteau/luminaire », soumis au vent, est calculée pour de telles conditions. Comme mentionné précédemment, la vitesse moyenne de référence u_{10} est, en général, supposée parallèle au sol dans la couche limite atmosphérique de sorte que l'angle d'élévation α_2 peut être supposé nul.

2.5.1 Modèle aérodynamique particularisé au poteau

Calcul de l'aire associée à un noeud

Le poteau étant discrétisé en éléments finis, les charges aérodynamiques sont reportées aux noeuds de la structure. Ces charges sont calculées de façon à simuler la charge réelle continue agissant sur la structure par un choix judicieux des aires de référence associées à chaque noeud. Pour calculer l'aire associée au noeud i , le poteau est partitionné en cylindres dont la longueur est déterminée à partir des coordonnées moyennes des points délimitant chaque portion, Fig. 2.20, soit :

$$dx_m = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} - \frac{x_i + x_{i-1}}{2} \quad (2.111)$$

$$dz_m = \frac{z_i + z_{i+1}}{2} - \frac{z_i + z_{i-1}}{2} \quad (2.112)$$

La longueur dy_m est nulle puisque la structure est entièrement définie dans le plan vertical oxz . L'aire de référence associée au noeud i est par définition la surface de la portion de

Caractéristiques	Type de poteau		
	<i>Super Saturne</i>	<i>Rocade</i>	<i>Tortel</i>
Géométrie			
Hauteur totale [m]	8.0	10.0	8.3
Section	circulaire	octogonale	circulaire
Diamètre [m] - Hauteur [m]	0.172 - 0.00	0.220 - 0.00	0.280 - 0.00
	0.060 - 8.00	0.110 - 6.90	0.160 - 2.75
Long. avancée ⁽¹⁾ /crosse ⁽²⁾ /tige ⁽³⁾ [m]	0.50 ⁽¹⁾	2.50 ⁽²⁾	5.55 ⁽³⁾
Diam. avancée ⁽¹⁾ /crosse ⁽²⁾ /tige ⁽³⁾ [m]	0.060 ⁽¹⁾	[0.060,0.110] ⁽²⁾	0.060 ⁽³⁾
Epaisseur [m]	0.003	0.005	0.005
Matériau			
Type	acier	acier	acier
E [N/m ²]	$2.1 \cdot 10^{11}$	$2.1 \cdot 10^{11}$	$2.1 \cdot 10^{11}$
ρ [kg/m ³]	7800	7800	7800
ν [/]	0.3	0.3	0.3
Luminaire			
Masse [kg]	14.6	20.0	3.0
$SC_{fx_v x}, SC_{fy_v x}, SC_{fz_v x}$ [m ²]	0.140, 0, 0	0.024, 0, 0	0.018, 0, 0
$SC_{fx_v y}, SC_{fy_v y}, SC_{fz_v y}$ [m ²]	0.140, 0, 0	0.168, 0, 0	0.020, 0, 0
$SC_{fx_v z}, SC_{fy_v z}, SC_{fz_v z}$ [m ²]	0.140, 0, 0	0.110, 0, 0	0.070, 0, 0
Données communes	site (type II), $\alpha_2 = 0$		
Variables	$u_{10}, \alpha_1, \varepsilon$		

TAB. 2.7 – Caractéristiques des différents systèmes « poteau/luminaire » utilisées dans les simulations

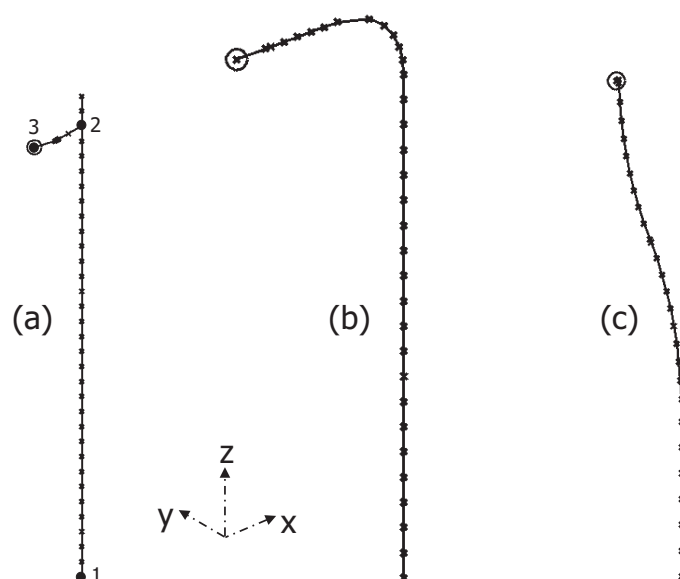


FIG. 2.19 – Modèles éléments finis des systèmes « poteau/luminaire » envisagés : (a) Type *Super Saturne* ; (b) Type *Rocade* ; (c) Type *Tortel*

poteau normale à la direction du vent moyen. Cette aire n'est fonction que de l'angle d'azimuth α_1 (puisque $\alpha_2 = 0$) et s'écrit :

$$S_i(\alpha_1) = D_i L_i(\alpha_1) \quad (2.113)$$

où D_i est le diamètre moyen calculé sur la portion de poteau associée au noeud i ;

L_i est la longueur de la portion de poteau associée au noeud i et normale au vent.

Finalement, à partir des expressions des longueurs L_i obtenues dans le cas de portions verticales, Fig. 2.20 (a), et horizontales, Fig. 2.20 (b), la surface projetée perpendiculairement à la direction du vent, pour une portion de poteau d'orientation quelconque dans le plan oxz , s'écrit :

$$S_i(\alpha_1) = D_i \sqrt{(dz_m)^2 + (dx_m \sin(\alpha_1))^2} \quad (2.114)$$

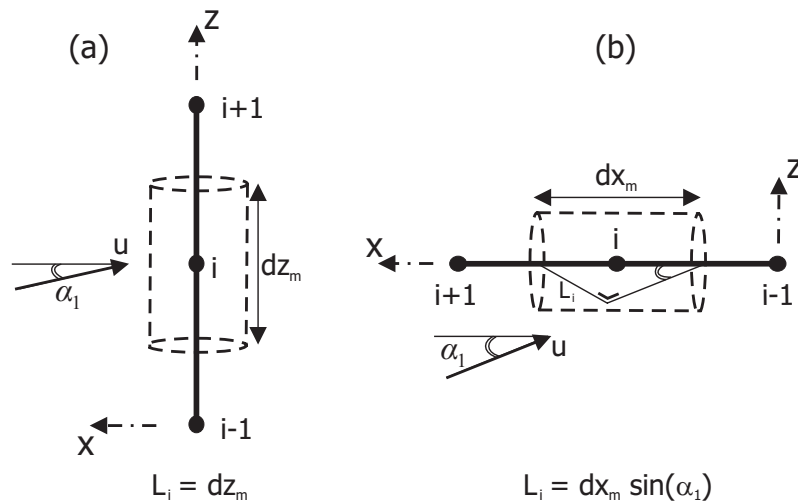


FIG. 2.20 – Calcul de la surface associée à un noeud : (a) Portion verticale (incidence normale à l'axe du cylindre) ; (b) Portion horizontale (incidence oblique par rapport à l'axe du cylindre)

Coefficients aérodynamiques

Le poteau étant découpé en portions cylindriques, il s'agit de déterminer les coefficients aérodynamiques associés à chacune d'elles en fonction de l'incidence du vent. Les hypothèses suivantes ont été formulées :

- ▷ L'écoulement dans lequel les coefficients aérodynamiques sont estimés est stationnaire et subcritique ($300 < Re < 3 \cdot 10^5$).
- ▷ Les coefficients aérodynamiques sont invariants avec le régime de l'écoulement. Le modèle obtenu est par conséquent conservatif puisque, selon la référence [111], le coefficient de traînée prend sa valeur maximale en régime subcritique.

Les poteaux métalliques les plus couramment utilisés présentent généralement une section soit circulaire, soit octogonale. L'évolution des coefficients aérodynamiques avec

l'angle d'incidence est représentée, pour de telles sections, aux Fig. 2.21 (a) et (b). On constate que, dans le cas d'une section octogonale ou circulaire soumise à un vent dont l'incidence est normale à l'axe de la portion cylindrique, le coefficient de traînée peut être considéré constant ($C_{fx_v} = 1.2$). Le coefficient associé à la force de portance générée dans le plan de la section (C_{fy_v}) est toujours nul pour une section circulaire. Il l'est également pour une section octogonale lorsque l'angle d'incidence prend des valeurs de 0, 45 ou 90 degrés, vu la symétrie de la section. Par contre, si l'incidence est oblique par rapport à l'axe du cylindre, le coefficient de traînée diminue et s'annule pour un angle de 90 degrés. Une force de portance, dont le coefficient aérodynamique (C_{fz_v}) atteint son maximum pour une incidence de 45 degrés, est également générée selon la direction oz_v .

En ce qui concerne l'effet du sillage sur un corps de forme cylindrique (Fig. 2.11), la référence [64] indique que le coefficient de portance (\tilde{C}_{fz_v}) prend généralement une valeur *RMS* d'environ 0.2.

Les coefficients de force agissant au noeud i sont alors obtenus en multipliant les coefficients aérodynamiques correspondant par l'aire de la surface associée au noeud i .

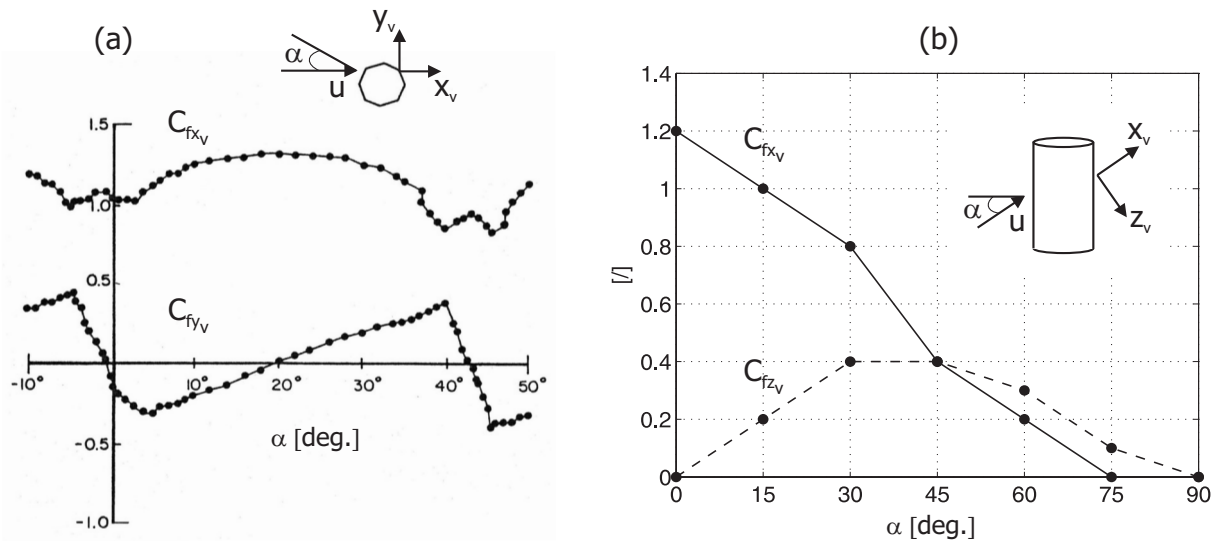


FIG. 2.21 – Evolution des coefficients de traînée et portance avec l'incidence du vent [47, 111] : (a) Section octogonale (incidence normale à l'axe du cylindre) ; (b) Section circulaire (incidence oblique par rapport à l'axe du cylindre)

2.5.2 Modèle aérodynamique particularisé au luminaire

Dans le modèle aérodynamique considéré, le luminaire est concentré en un seul noeud, simulant la position de son centre de gravité. Les coefficients de force structuraux de l'appareil sont supposés connus (mesurés en soufflerie ou estimés à partir de tables) pour les trois incidences de vent parallèles aux directions structurales, soit un total de 9 coefficients représentés à la Fig. 2.22. Les coefficients de force pour une incidence quelconque (α_1, α_2) sont ensuite évalués de la façon suivante :

1. L'écoulement moyen incident est décomposé en trois écoulements orthogonaux dirigés suivant les axes structuraux \mathbf{e}_s :

$$u_x = u \cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \quad (2.115)$$

$$u_y = u \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \quad (2.116)$$

$$u_z = u \sin(\alpha_2) \quad (2.117)$$

2. Chaque écoulement produit des forces aérodynamiques de traînée et de portance orientées suivant les axes structuraux.
3. La résultante des forces aérodynamiques exprimée dans la base \mathbf{e}_s est obtenue en sommant, pour chaque direction structurale, les composantes des forces produites par les trois écoulements.

Les coefficients de force aérodynamique exprimés en axes structuraux s'obtiennent en divisant les composantes de la résultante des forces par la pression dynamique moyenne $\frac{1}{2}\rho u^2$. Ils s'écrivent :

$$SC_{f_x}(\alpha_1, \alpha_2) = \cos^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) SC_{f_{x_v}|x} - \sin^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) SC_{f_{y_v}|y} - \sin^2(\alpha_2) SC_{f_{z_v}|z} \quad (2.118)$$

$$SC_{f_y}(\alpha_1, \alpha_2) = \cos^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) SC_{f_{y_v}|x} + \sin^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) SC_{f_{x_v}|y} + \sin^2(\alpha_2) SC_{f_{y_v}|z} \quad (2.119)$$

$$SC_{f_z}(\alpha_1, \alpha_2) = \cos^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) SC_{f_{z_v}|x} + \sin^2(\alpha_1) \cos^2(\alpha_2) SC_{f_{z_v}|y} + \sin^2(\alpha_2) SC_{f_{x_v}|z} \quad (2.120)$$

où $SC_{f_{x_v}|j}$, $SC_{f_{y_v}|j}$ et $SC_{f_{z_v}|j}$ sont les coefficients de force aérodynamique du luminaire, déterminés pour un vent parallèle à l'axe structural j ($j = x, y, z$) et supposés connus. Ces expressions générales se simplifient si, comme mentionné précédemment, on considère l'angle d'élévation α_2 nul.

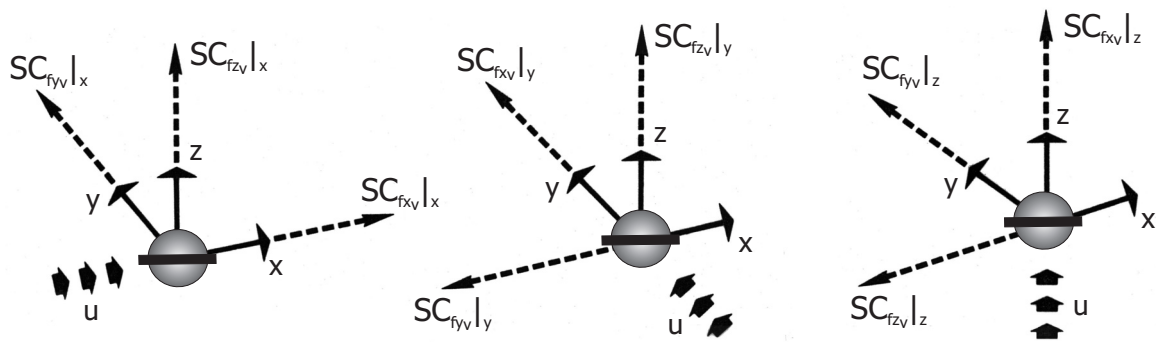


FIG. 2.22 – Coefficients de force aérodynamique du luminaire dans le repère structural pour une incidence du vent respectivement selon les axes ox , oy et oz

Cette méthode est certainement moins précise que celle consistant à mesurer directement les coefficients de force pour l'incidence considérée mais elle permet cependant d'en obtenir une estimation dans un délai très bref.

En ce qui concerne l'effet du sillage sur le luminaire, aucune information n'étant disponible pour le coefficient de portance RMS à appliquer, la valeur caractéristique d'un corps cylindrique ($\tilde{C}_{fz_v} = 0.2$) sera majorée par un coefficient $[2, 2.5]$, de sorte que \tilde{C}_{fz_v} soit approximativement égal à $[0.4, 0.5]$ pour le luminaire.

Notons encore que les hypothèses formulées pour les coefficients aérodynamiques du poteau sont également d'application pour ceux du luminaire.

2.5.3 Calcul de la réponse au vent d'une structure linéaire

Le calcul de la réponse d'un système « poteau/luminaire » soumis aux sollicitations éoliennes est présenté de façon détaillée sur base du modèle de type *Super Saturne*. Ce modèle sera à nouveau étudié par la suite, lorsque le luminaire, considéré pour l'instant comme infiniment rigide, sera remplacé par un modèle éléments finis plus réaliste. L'étude sera toutefois complétée des résultats obtenus pour les systèmes de type *Rocade* et *Tortel*.

Analyse statique

Le premier objectif de l'analyse statique est de simuler les effets de la gravité et de la vitesse moyenne du vent sur la structure. Le tableau 2.8 reprend, pour différents cas de charge, les déplacements observés au droit du luminaire et le maximum des contraintes de flexion calculées, suivant deux plans structuraux, à la base du poteau ainsi qu'à la jonction entre l'avancée horizontale et le mat, Fig. 2.19 (a).

D'une manière générale, on constate que les contraintes et déplacements calculés en ces points sont relativement faibles vis-à-vis, respectivement, de la limite élastique de l'acier

	g [m/s ²]	$g + u_{10}$ [m/s]					
		10.2			19.6		
		α_1 [deg.]			α_1 [deg.]		
		0 _{/180}	45 _{/135}	90	0 _{/180}	45 _{/135}	90
Dép. [mm]							
point 3 x	-7.7	-2.1 _{/-13.3}	-3.9 _{/-11.5}	-7.7	13.0 _{/-28.4}	6.3 _{/-21.6}	-7.6
point 3 y	0.6	0.6	4.4	7.0	0.7 _{/0.5}	14.6 _{/14.5}	24.1
point 3 z	-3.6	-2.5 _{/-4.7}	-2.9 _{/-4.4}	-3.7	0.4 _{/-7.6}	-1.2 _{/-6.5}	-4.0
Cont. [MPa]							
point 1	1.9	1.9 _{/5.6}	2.6 _{/4.4}	4.1	11.8 _{/15.5}	9.2 _{/11.2}	14.7
point 2	16.8	16.8	16.8	16.8	16.7 _{/16.9}	16.8 _{/16.9}	16.9

TAB. 2.8 – Analyse statique du système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne*

(227 MPa [25]) et de la taille du poteau (8 m). Les déplacements et contraintes à la base du poteau augmentent avec la vitesse moyenne du vent et atteignent leur maximum pour une incidence transversale ($\alpha_1 = 90^\circ$), pour laquelle la surface présentée au vent est également maximale. Par contre, au niveau du point 2, l'état de contrainte est indépendant aussi bien de la vitesse du vent que de son orientation. Par conséquent, seule la gravité y est responsable du niveau de contrainte calculé. Telles que définies, des incidences de 0° et dans une moindre mesure de 45° s'opposent à la flexion de la structure sous l'action de son propre poids. L'effet s'inverse lorsque le vent attaque le poteau avec une incidence soit de 135° , soit de 180° pour laquelle les contraintes les plus élevées sont observées.

Le deuxième objectif de l'analyse statique est de prendre en compte l'effet du chargement en apportant une correction éventuelle à la matrice de raideur, en vue de l'analyse dynamique qui lui fait suite.

Analyse dynamique et amortissement aérodynamique

Dans un premier temps, la base modale caractérisant la structure est calculée et l'effet de la précontrainte statique sur les quinze premières fréquences propres est mis en évidence. On constate, tableau 2.9, que la gravité a pour effet d'assouplir très légèrement le système.

Mode	—	g [m/s ²]	$g + u_{10}$ [m/s]	
		9.81	10.2	19.6
			α_1 [deg.]	α_1 [deg.]
			0, 45, 90	0, 45, 90
1	1.94	1.93	1.93	1.93
2	1.96	1.94	1.94	1.94
3	8.72	8.71	8.71	8.71
4	9.07	9.06	9.06	9.06
5	15.76	15.76	15.76	15.76
6	16.39	16.38	16.38	16.38
7	32.14	32.12	32.12	32.12
8	34.76	34.75	34.75	34.75
9	60.37	60.36	60.36	60.36
10	65.23	65.22	65.22	65.22
11	97.92	97.90	97.90	97.90
12	105.17	105.16	105.16	105.16
13	143.65	143.64	143.64	143.64
14	150.11	150.10	150.10	150.10
15	189.13	189.12	189.12	189.12

TAB. 2.9 – Fréquences de résonance du système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne*, exprimées en [Hz], en fonction de la précontrainte appliquée

En effet, la différence relative la plus marquée est de l'ordre du pourcent et apparaît pour le second mode (le plus sensible à l'effet de la gravité puisque proche de la déformée statique, Fig. 2.23). Par contre, l'influence de la précontrainte induite par le vent est totalement imperceptible.

Une vue de la déformée associée à chacun des quinze premiers modes de vibration est représentée à la Fig. 2.23. Le luminaire étant supposé infiniment rigide, il s'agit exclusivement de modes d'ensemble du poteau. On remarque que les deux premières fréquences propres sont quasiment confondues et associées aux premiers modes de flexion, respectivement dans les plans structuraux oyz et oxz . Les autres fréquences, bien distinctes, font apparaître, soit des modes de flexion d'ordre supérieur, soit des modes combinant flexion et torsion du mât. On observe également qu'à partir du septième mode, soit 32.12 Hz, les déplacements au droit du luminaire diminuent fortement et ce point peut même être considéré, pour certaines fréquences, comme un noeud de vibration.

Dans un second temps, l'amortissement aérodynamique est déterminé à partir de la base modale identifiée, pour chaque vitesse et incidence du vent considérées. Les résultats de calculs, résumés au tableau 2.10, montrent qu'un amortissement nul est obtenu pour chaque mode dont la direction de prédilection est orthogonale à l'incidence du vent. Dans les autres cas, on constate que l'amortissement aérodynamique augmente avec la vitesse du vent mais décroît avec la fréquence du mode. Pour les basses fréquences, l'amortissement aérodynamique est compris dans l'intervalle $[1.0, 5.5] \%$ et est, par conséquent, nettement supérieur à l'amortissement structural relevé par *Van Dusen* pour divers poteaux métalliques, à savoir $[0.05, 0.5] \%$.

Résultante des excitations aléatoires

Comme la Fig. 2.6 (a) a permis de s'en rendre compte, le spectre d'excitation associé à la turbulence atmosphérique présente un maximum aux très basses fréquences. Dans ce cas, la plage efficace d'excitation peut être limitée aux quelques premiers modes de vibration de la structure, c'est-à-dire, comme le mentionne *Van Dusen* [118], aux vingt-cinq premiers Hertz. Par contre, il en est autrement de l'excitation induite par le sillage dont le maximum apparaît pour une fréquence de *Strouhal* nettement plus élevée, Fig. 2.9 (a). La plus grande fréquence à laquelle des tourbillons sont observés dans le sillage de la structure est reprise au tableau 2.11, en fonction de la vitesse moyenne du vent et de son orientation. Compte tenu de ces résultats, une plage d'excitation commune à la turbulence et au sillage a été définie en portant la borne supérieure de l'excitation à 55 Hz, dans le cas d'une vitesse de vent de 10.2 m/s, et à 75 Hz, dans le cas de la tempête. Signalons que des plages d'excitations identiques ont été définies pour les systèmes de type *Rocade* et *Tortel*. Notons encore que dans le but de définir l'excitation avec un maximum de précision, les fréquences de résonance et de *Strouhal*, déterminées en chaque point de la structure, figurent parmi les fréquences pour lesquelles la matrice de densité spectrale d'excitation est calculée.

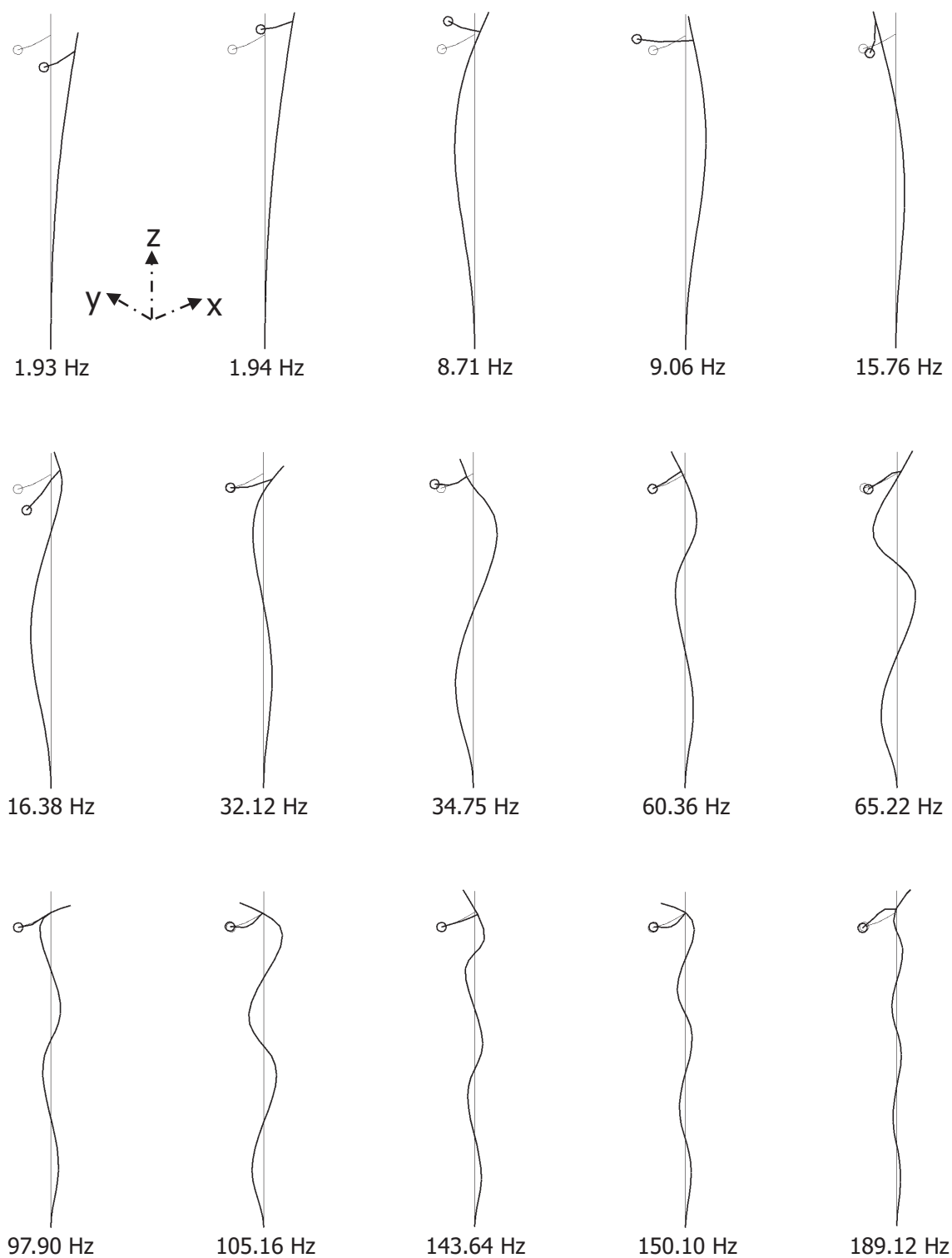


FIG. 2.23 – Modes et fréquences propres du système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne*

Mode	u_{10} [m/s]					
	10.2			19.6		
	α_1 [deg.]			α_1 [deg.]		
	0	45	90	0	45	90
1	0.00	1.88	2.66	0.00	3.62	5.11
2	2.81	1.99	0.00	5.40	3.82	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.26	0.37	0.00	0.51	0.72
5	0.00	0.82	1.16	0.00	1.57	2.22
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.38	0.54	0.00	0.74	1.04
8	0.15	0.11	0.00	0.29	0.20	0.00
9	0.00	0.20	0.29	0.00	0.39	0.55
10	0.10	0.07	0.00	0.19	0.13	0.00
11	0.00	0.14	0.20	0.00	0.27	0.38
12	0.11	0.08	0.00	0.21	0.15	0.00
13	0.00	0.11	0.16	0.00	0.22	0.31
14	0.27	0.19	0.00	0.51	0.36	0.00
15	0.29	0.21	0.00	0.56	0.39	0.00

TAB. 2.10 – Amortissements aérodynamiques, exprimés en [%], associés à chaque mode de vibration en fonction de la vitesse et de l'orientation du vent dans le cas du système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne*

	u_{10} [m/s]					
	10.2			19.6		
	α_1 [deg.]			α_1 [deg.]		
	0	45	90	0	45	90
Poteau						
$max R_e$	$6.83 \cdot 10^4$	$6.83 \cdot 10^4$	$6.83 \cdot 10^4$	$1.31 \cdot 10^5$	$1.31 \cdot 10^5$	$1.31 \cdot 10^5$
$max f_{s_i}$ [Hz]	36.09	36.09	36.09	69.35	69.35	69.35
Luminaire						
R_e	0.00	$2.32 \cdot 10^5$	$3.27 \cdot 10^5$	0.00	$4.45 \cdot 10^5$	$6.29 \cdot 10^5$
f_s [Hz]	–	3.00	–	–	–	–

TAB. 2.11 – Régimes de l'écoulement et fréquences de largage des tourbillons de *Von Karman* pour le système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne*

Parallèlement au calcul des fréquences de *Strouhal* sur la structure, le régime de l'écoulement est également déterminé en chaque noeud du poteau ainsi qu'au niveau du luminaire afin de s'assurer que les conditions d'apparition des tourbillons sont bien respectées ($300 \leq Re < 3 \cdot 10^5$). Le tableau 2.11 montre que le nombre de *Reynolds* relevé sur le poteau est systématiquement inférieur à la limite de passage en régime critique. Cela signifie que, pour les régimes considérés, l'entièreté du poteau sera soumise à l'effet des tourbillons, Fig. 2.24 (a). Le cas d'une incidence nulle est toutefois la seule exception à cette règle car, dans une telle situation, la composante de la vitesse du vent normale à la structure est nulle pour l'avancée horizontale et le luminaire, de sorte qu'aucun d'eux n'est sujet à l'effet du sillage, Fig. 2.24 (b). Au droit du luminaire, seul le régime défini par une vitesse de 10.2 m/s et une orientation de 45° est caractérisé par un nombre de *Reynolds* autorisant l'apparition de tourbillons. Cette dernière remarque est propre au cas du système de type *Super Saturne* car, pour les systèmes de type *Rocade* et *Tortel*, le luminaire subit l'effet des tourbillons de *Von Karman* quelle que soit la vitesse moyenne du vent, tant que son incidence n'est pas nulle.

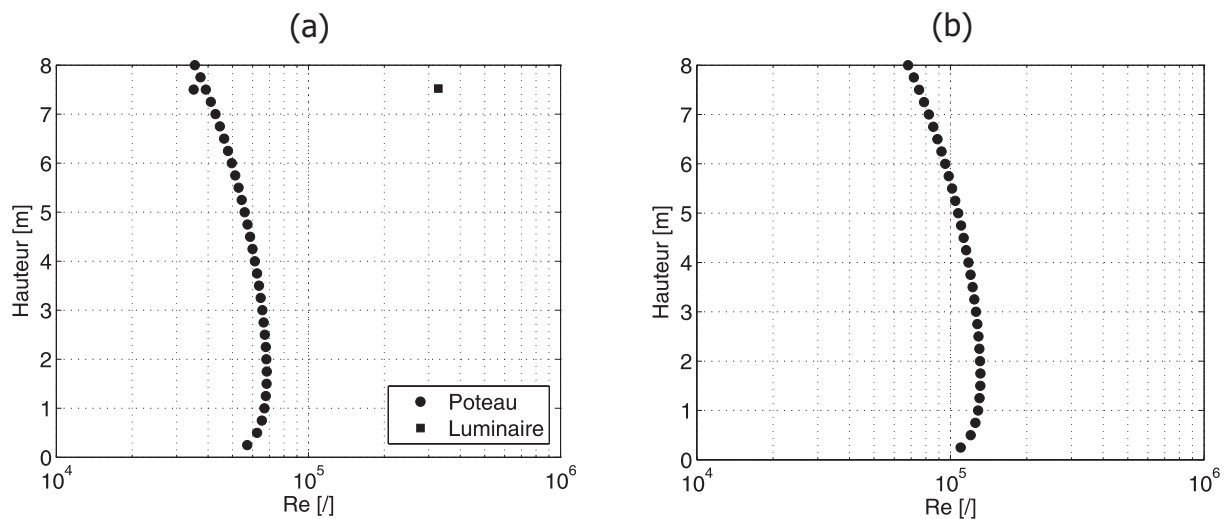


FIG. 2.24 – Nombre de *Reynolds* en chaque noeud du système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne* : (a) $u_{10} = 10.2$ m/s et $\alpha_1 = 90^\circ$; (b) $u_{10} = 19.6$ m/s et $\alpha_1 = 0^\circ$

Effet de la densité du maillage sur la réponse

Dans le cas de structures complexes présentant un grand nombre de noeuds, il serait peu économique de vouloir définir la matrice de densité spectrale d'excitation à partir de chacun de ceux-ci. Pour cette raison, l'excitation est souvent définie selon un second maillage dont les noeuds représentent un sous-ensemble des noeuds de la structure. Toutefois, dans le cas simple du système étudié, le poteau et le luminaire étant modélisés respectivement par des éléments de poutre et au moyen d'une masse concentrée, le maillage d'excitation coïncide avec le maillage structural.

Pour atteindre la convergence, la taille caractéristique du maillage d'excitation δ doit satisfaire aux conditions suivantes [99] :

- ▷ $\delta \ll$ longueur d'onde des modes contribuant à la réponse ($\delta \ll \lambda_i = \frac{c}{f_{0i}}$)
où c est la vitesse du son dans le matériau considéré (5000 m/s pour l'acier et l'aluminium).
- ▷ $\delta \ll$ longueur de corrélation du processus d'excitation ($\delta \ll \lambda_z$)

Vu la très grande vitesse de propagation du son dans les matériaux métalliques, la première condition est toujours vérifiée pour le cas qui nous occupe. En effet, la borne inférieure sur l'ensemble des longueurs d'onde calculées à partir de la base modale identifiée est de 26 m. Or, la taille caractéristique des différents maillages utilisés lors des simulations se compte en dizaines de centimètres, tout au plus.

En ce qui concerne la deuxième condition, celle-ci n'est pas aussi facilement respectée que la première. Pour s'en rendre compte, calculons par exemple au moyen de la relation (2.61), la longueur de corrélation de la turbulence pour les quinze premiers modes de vibration, en fonction de la vitesse moyenne du vent. Des résultats présentés au tableau 2.12, il ressort que la longueur de corrélation est d'autant plus petite que la fréquence est élevée ou que la vitesse du vent est faible. La deuxième condition ne sera donc satisfaite sur l'ensemble des quinze premiers modes de la structure que si la dimension caractéristique δ du maillage est inférieure à 14 mm. Si l'on se contente des dix

Mode	u_{10} [m/s]	
	10.2	19.6
1	1.373	2.638
2	1.366	2.624
3	0.304	0.585
4	0.292	0.562
5	0.168	0.323
6	0.162	0.311
7	0.083	0.158
8	0.076	0.146
9	0.044	0.084
10	0.041	0.078
11	0.027	0.052
12	0.025	0.048
13	0.018	0.035
14	0.018	0.034
15	0.014	0.027

TAB. 2.12 – Longueur de corrélation de la turbulence, exprimée en [m], en fonction du mode de vibration et de la vitesse du vent ($C_z = 7.7$)

premiers modes (plage d'excitation s'étalant de 0 à 75 Hz), la dimension caractéristique du maillage autorisé augmente pour atteindre 41 mm mais reste relativement petite vis-à-vis des dimensions du poteau. Afin de mettre en évidence l'influence de la densité du maillage sur la qualité de la réponse spectrale obtenue, trois maillages de densité croissante ont été étudiés (tableau 2.13). Le maillage fin, dont la longueur caractéristique δ vaut 0.10 m, est pris comme référence.

Erreur relative sur l'accélération [%]	Maillage 1	Maillage 2	Maillage 3
	$\delta = 0.50$ [m]	$\delta = 0.25$ [m]	$\delta = 0.10$ [m]
point 3 x	10.02	-0.39	0.00
point 3 y	17.58	0.34	0.00
point 3 z	7.28	-0.38	0.00
$\delta < \lambda_z$	modes 1 \rightarrow 2	modes 1 \rightarrow 4	modes 1 \rightarrow 6
Degrés de liberté	120	210	480
Temps CPU* [min.]	3	13	180

TAB. 2.13 – Influence de la densité du maillage sur le calcul de l'accélération au centre de gravité du luminaire ($u_{10} = 10.2$ m/s et $\alpha_1 = 45^\circ$, *station HP-UX B2600)

On constate que le maillage grossier ($\delta = 0.50$ m) présente, par rapport au maillage fin, une erreur relative sur l'accélération au centre de gravité du luminaire variant entre 7.28 et 17.58 %, selon la direction considérée. Ces valeurs étant positives, la réponse obtenue avec le maillage grossier est par conséquent supérieure à celle calculée au moyen du maillage de référence. Quant au maillage intermédiaire ($\delta = 0.25$ m), l'erreur relative calculée étant inférieure au pourcent, la solution est pratiquement identique à celle obtenue avec le maillage fin. Le nombre de modes pour lequel la deuxième relation est vérifiée se chiffre, respectivement par ordre croissant de la densité du maillage, à 2, 4 et 6 modes. Les temps de calcul mentionnés au tableau 2.13 se réfèrent à l'analyse complète, telle que décrite à la Fig. 2.12. Lorsque le maillage s'affine, on remarque que le temps de calcul augmente dans des proportions nettement supérieures à celles du nombre de degrés de liberté. Il ressort donc de cette analyse que le maillage intermédiaire semble être un bon compromis entre précision de la solution et temps de calcul. On constate également que la solution obtenue au moyen d'un maillage grossier est conservative par rapport à celle fournie par un maillage plus fin. En effet, à partir d'une certaine fréquence, la longueur de corrélation est surestimée par un maillage grossier puisque la résultante nodale des forces aérodynamiques est calculée sur une portion de poteau dont la longueur dépend de la densité du maillage. L'effet de la sollicitation est, par conséquent, également surévalué.

Notons encore que d'un point de vue dynamique, l'erreur relative maximale observée sur l'ensemble des fréquences de la base modale n'est que de 0.35 % pour le maillage grossier et 0.05 % pour le maillage intermédiaire. Les trois modèles présentés permettent donc de calculer avec précision les fréquences et modes propres de la structure.

Analyse spectrale de divers types de systèmes « poteau/luminaire »

Les simulations, résumées au tableau 2.14, sont au nombre de quinze et font intervenir les systèmes « poteau/luminaire » de type *Super Saturne*, *Rocade* et *Tortel*. La réponse de la structure, soumise à son environnement vibratoire, est présentée aux Fig. 2.25 (a) et (b). Il s'agit des dispersions du pic d'accélération et de contrainte, estimées sur l'entièreté de la plage fréquentielle d'excitation, respectivement, au centre de gravité du luminaire et à la base du poteau. La borne supérieure de l'intervalle est obtenue au moyen de la relation (2.47) alors que la borne inférieure est déterminée en remplaçant l'addition apparaissant dans cette équation par une soustraction. Pour un paramètre k valant 3, la probabilité que la valeur pic soit effectivement comprise dans cet intervalle est de 99.7% [38]. Les lignes horizontales en traits gras représentent les enveloppes définies par *Van Dusen* à partir de l'ensemble des mesures répertoriées (1 g pour l'accélération et 35 MPa pour la contrainte).

De l'observation des Fig. 2.25 (a) et (b), il ressort les points marquants suivants :

- ▷ La majorité des simulations sont en accord avec les enveloppes d'accélération et de contrainte définies par *Van Dusen*.
- ▷ La sévérité des sollicitations aérodynamiques dépend du type de structure considéré, de la présence ou non de tourbillons agissant sur le luminaire, de la vitesse moyenne du vent et de son orientation (simulations 1-3, 5-7 et 12-15).
- ▷ Le taux d'amortissement introduit dans le système influence fortement la réponse. Le cas le plus conservatif étant celui pour lequel l'amortissement aérodynamique n'est pas pris en compte (simulations 2, 4 et 7-9).
- ▷ La sévérité de l'excitation produite par le pont Z24 est très faible et peut être négligée vis-à-vis des sollicitations éoliennes (simulations 10-11).
- ▷ Pour une même vitesse de vent, la contrainte de flexion à la base du poteau est relativement constante en fonction de l'orientation du vent.

Une fois la modélisation de l'effet du vent sur le système « poteau/luminaire » validée, celle-ci permet de caractériser l'environnement vibratoire auquel le luminaire est soumis. Les Fig. 2.26 (a) et (b) représentent les densités spectrales d'accélération, calculées au niveau de la fixation du luminaire sur le poteau. On peut noter que dans le cas de la simulation 2, la réponse est dominée par l'effet des tourbillons de *Von Karman* sur le luminaire (pic de réponse à 8.71 Hz, selon la direction oz , pour le troisième mode). Par contre, dans le cas de la simulation 6, la réponse est due essentiellement à la participation des deux premiers modes (pics de réponse à 1.93 et 1.94 Hz dans les directions oy et ox).

2.6 Conclusions

La prise en compte, dès la phase de conception, de l'environnement vibratoire auquel une pièce mécanique sera soumise au cours de sa vie, devrait permettre au fabricant d'en

Simulation	Type de système	u_{10} [m/s]	α_1 [deg.]	ε_i [%]
1	<i>Super Saturne</i>	10.2	0	0.5
2	<i>Super Saturne</i>	10.2	45	0.5
3	<i>Super Saturne</i>	10.2	90	0.5
4	<i>Super Saturne</i>	10.2	45	0.05
5	<i>Super Saturne</i>	19.6	0	0.5
6	<i>Super Saturne</i>	19.6	45	0.5
7	<i>Super Saturne</i>	19.6	90	0.5
8	<i>Super Saturne</i>	19.6	90	0.05
9	<i>Super Saturne</i>	19.6	90	0.05*
10	<i>Super Saturne</i>	<i>Z24</i>		0.5
11	<i>Super Saturne</i>	<i>Z24</i>		0.05
12	<i>Rocade</i>	10.2	90	0.5
13	<i>Rocade</i>	19.6	90	0.5
14	<i>Tortel</i>	10.2	90	0.5
15	<i>Tortel</i>	19.6	90	0.5

TAB. 2.14 – Valeurs des paramètres utilisés dans les simulations de la Fig. 2.25 (* $\varepsilon_i^{total} = \varepsilon_i$, mais $\varepsilon_i^{total} = \varepsilon_i + \varepsilon_i^{aéro}$ dans les autres cas)

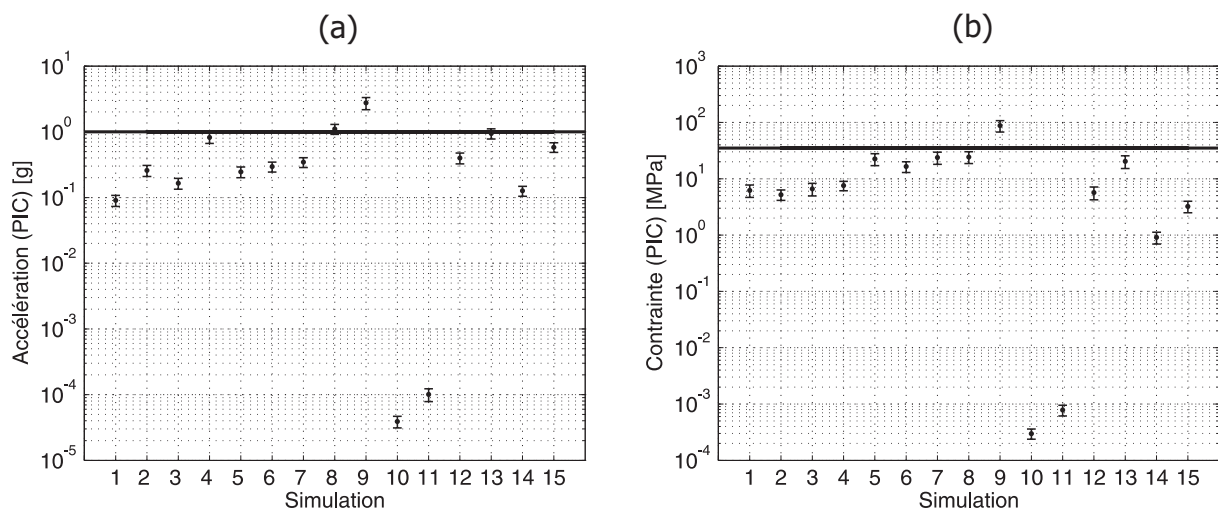


FIG. 2.25 – Réponse du système « poteau/luminaire » soumis à son environnement vibratoire : (a) Dispersion du pic d'accélération calculée au centre de gravité du luminaire ; (b) Dispersion du pic de contrainte calculée à la base du poteau (—, enveloppe de *Van Dusen*)

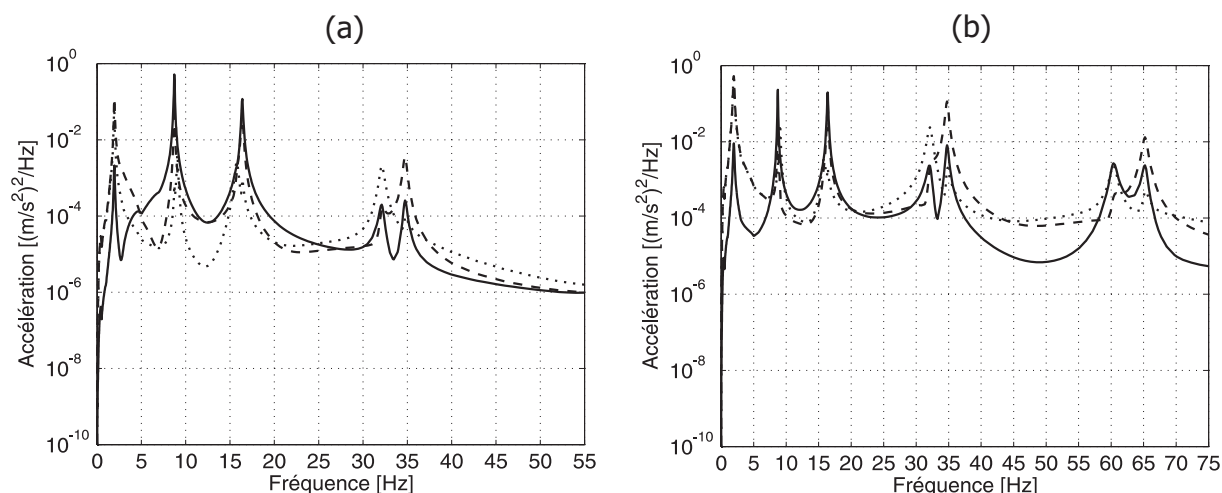


FIG. 2.26 – Réponse du système « poteau/luminaire » de type *Super Saturne* au droit de la fixation du luminaire sur l'avancée horizontale (---, direction ox ; ···, direction oy ; —, direction oz) : (a) Simulation 2 ; (b) Simulation 6

assurer la tenue sur site et d'éviter ainsi de coûteuses voire catastrophiques conséquences. La personnalisation du produit à son environnement nécessite donc une bonne connaissance des sources éventuelles d'excitation. Leur représentation en vue d'une simulation numérique est une phase importante de la méthodologie développée.

Dans le cas particulier des vibrations induites par les sollicitations éoliennes sur les structures d'éclairage public, une représentation analytique de phénomènes tels que la turbulence du vent et le largage des tourbillons de *Von Karman* est possible. La concordance entre les résultats de simulations obtenus et les mesures expérimentales réalisées dans le passé par *Van Dusen* [118] sur un grand nombre de systèmes « poteau/luminaire » différents permet de valider le modèle développé. Par contre, en ce qui concerne les vibrations imputées à la dynamique des ponts ou viaducs, aucun modèle analytique n'étant disponible, c'est sur base de résultats expérimentaux enregistrés sur le pont *Z24* que l'excitation, de type aléatoire, a été déterminée. Les simulations ont toutefois démontré que la sévérité de ces sollicitations pouvait être négligée en comparaison à celle des excitations engendrées par le vent.

Dans un premier temps, un modèle de vent à court terme, représenté par deux vitesses moyennes dont l'une caractérise l'effet du vent durant toute la durée de vie du luminaire et l'autre prend en compte des phénomènes plus occasionnels et sévères tels que les tempêtes, a été considéré. Par la suite, le modèle à long terme de *Sneyers*, décrivant l'évolution de la vitesse moyenne du vent et son orientation sur une année type, sera retenu afin de déterminer avec davantage de précision la sévérité de l'environnement vibratoire auquel le luminaire est soumis.

Dans les exemples traités, les effets de la contribution statique du vent ainsi que ceux du poids propre de la structure ont été discutés. S'ils influencent la répartition des contraintes

dans le poteau, leur prise en compte lors du calcul des fréquences et modes propres de vibration n'est pas fondamentale. Par contre, l'amortissement aérodynamique généré par le mouvement de la structure dans l'écoulement s'est avéré être un paramètre important dans le calcul de la réponse aléatoire. Il est en effet d'un ordre de grandeur comparable, voire supérieur pour les premiers modes, à celui de l'amortissement structural mesuré par *Van Dusen* sur des poteaux métalliques. Les simulations ont également montré que, pour les vitesses de vent considérées, le poteau est systématiquement dans les conditions requises pour le développement de tourbillons de *Von Karman*. Il en est autrement du luminaire pour lequel la probabilité d'entrer en régime critique augmente avec la vitesse de l'écoulement et la taille de l'appareil. Les sollicitations induites sur le luminaire lors de l'établissement du sillage accentuent la sévérité de son environnement vibratoire.

Finalement, une étude visant à montrer l'effet de la densité du maillage sur la réponse du système « poteau/luminaire » a été réalisée. La prise en compte des charges spectrales continues sur l'ensemble de la structure étudiée, au moyen d'un modèle éléments finis, passe par une discrétisation des efforts à appliquer en chacun des noeuds. De ce fait, l'exactitude de la solution dépend de la densité du maillage généré. L'étude montre que les résultats obtenus avec un maillage grossier tendent à être conservatifs vis-à-vis de ceux obtenus avec un maillage plus fin. Un compromis, alliant précision de la réponse et temps de calcul raisonnable, est donc à rechercher.

Chapitre 3

Sévérité d'un environnement vibratoire

3.1 Introduction

Au cours de sa vie, un système mécanique est soumis à diverses sollicitations provenant de l'environnement dans lequel il se trouve. Les contraintes induites dans la pièce peuvent provenir de vibrations sinusoïdales, aléatoires et/ou de chocs. Pour s'assurer que le dimensionnement réalisé est correct, la structure doit généralement subir, avant d'être commercialisée, des tests de vibrations en laboratoire selon des normes bien définies. Celles-ci, bien que supposées représenter l'environnement réel de la structure le plus fidèlement possible, peuvent être de sévérités très variables. Par conséquent, la procédure la plus rigoureuse pour définir la sévérité de différents environnements vibratoires serait d'évaluer leurs effets réels sur l'équipement au moyen de tests expérimentaux ou d'un modèle mathématique de type éléments finis. Une telle procédure nécessite de pouvoir disposer assez tôt dans la phase de conception d'un prototype de la pièce mécanique. Or, la plupart des travaux relatifs à l'environnement doivent être effectués indépendamment du matériel concerné, soit au début du projet alors qu'aucun plan n'existe encore, soit lors de la qualification afin de définir les conditions d'essais. C'est pourquoi, en l'absence d'un modèle précis et représentatif de la structure, on utilise très souvent le système mécanique le plus simple possible, composé d'une masse, d'une raideur et d'un amortisseur (*système linéaire à un degré de liberté*) dans le but, soit de comparer la sévérité relative de divers environnements vibratoires, soit d'élaborer une spécification. Dans le second cas, la démarche suivie consiste à rechercher un test vibratoire, généralement de durée réduite, qui produise sur le modèle simplifié les mêmes effets que l'environnement réel. On suppose alors que l'équivalence obtenue reste valide pour la structure réelle plus complexe. Le problème de l'équivalence entre différents environnements vibratoires est d'une grande importance. D'une part, une spécification trop sévère peut entraîner un surdimensionnement et donc un équipement de coût trop élevé. D'autre part, la durée de certains phénomènes peut

être telle qu'en laboratoire, il soit nécessaire de déterminer un test équivalent de durée réduite. La définition d'un essai équivalent n'est possible que si les contraintes peuvent être reliées aux amplitudes d'excitation par une relation assez simplifiée pour permettre la mise en œuvre d'une statistique valable. L'hypothèse faite est que, grâce à une technique d'équivalence, la reproduction des accélérations ainsi définies aux points de fixation du matériel sur le support de test assure la simulation correcte des contraintes.

En pratique, la comparaison entre différents environnements vibratoires est obtenue en appliquant l'excitation à la base du modèle de référence à un degré de liberté et en comparant sa réponse lorsque sa fréquence de résonance varie. Trois critères permettant de prédire la sévérité relative de plusieurs environnements vibratoires ont été recensés dans la littérature [15, 36, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 59], à savoir :

- ▷ Le *spectre de réponse extrême* ou *robustesse*.
- ▷ Le *spectre de dommage par fatigue*.
- ▷ Le *spectre d'énergie dissipée*.

Notons toutefois que les critères les plus fréquemment utilisés sont les deux premiers [59]. Sur base de ces critères et d'une procédure d'optimisation [72, 73, 74], une méthodologie de tests équivalents (généralement en fatigue accélérée, mais pas uniquement) a pu être développée [75] en considérant que deux environnements sont équivalents si leurs spectres de réponse le sont également.

3.2 Spectre de réponse extrême

3.2.1 Définition

Le critère du spectre de réponse extrême est basé sur le dépassement d'une valeur maximale de contrainte qui pourrait engendrer une rupture immédiate ou une détérioration inacceptable. Faisant l'hypothèse d'une relation linéaire entre contrainte et déformation, la valeur pic du déplacement relatif Z_{PIC} peut être considérée comme une image de la contrainte la plus élevée σ_{PIC} , s'écrivant sous la forme :

$$\sigma_{PIC} = K Z_{PIC} \quad (3.1)$$

K étant une constante de proportionnalité.

Plusieurs environnements vibratoires pourront être considérés comme équivalents dès lors que les déplacements maximaux qu'ils produisent sur un système linéaire à un degré de liberté sont identiques. L'équation du mouvement d'un tel système, représenté à la Fig. 3.1, est donnée par :

$$\ddot{z}(t) + 2\varepsilon\omega_0\dot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = -\ddot{x}(t) \quad (3.2)$$

où $x(t)$ décrit le mouvement imposé à la base ;

$z(t)$ représente la position relative de la masse.

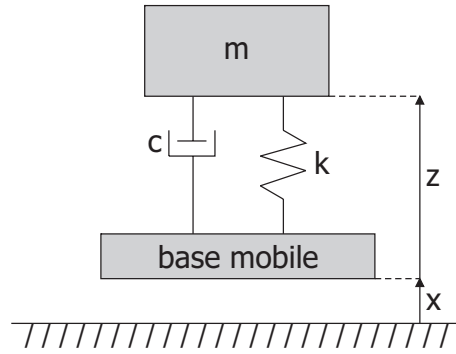


FIG. 3.1 – Système de référence à un degré de liberté

Pour un environnement vibratoire $x(t)$ et un coefficient d'amortissement ε donnés, la réponse extrême Z_{PIC} ne dépend que de la fréquence de résonance f_0 du système.

Le **spectre de réponse extrême** (*SRE*) ou **spectre de robustesse** est défini par l'expression suivante :

$$R(f_0) = \omega_0^2 Z_{PIC}(f_0) = 4\pi^2 f_0^2 Z_{PIC}(f_0) \quad (3.3)$$

D'un point de vue contraintes maximales induites, la comparaison entre deux environnements vibratoires est basée sur leurs spectres de réponse extrême, avec l'hypothèse que deux environnements sont de même sévérité s'ils induisent sur un système de référence à un degré de liberté des réponses extrêmes identiques.

La définition du spectre de réponse extrême (3.3) peut être appliquée aux environnements vibratoires les plus couramment utilisés sur excitateur électrodynamique : *excitations sinusoïdales à fréquence fixe*, *excitations sinusoïdales à fréquence balayée*, *excitations aléatoires et chocs*. L'expression analytique de ce critère de sévérité pour un environnement vibratoire combiné, comme par exemple le *sinus sur random* et ses variantes, peut être trouvée à la référence [59].

3.2.2 Excitation sinusoïdale à fréquence fixe

Une sollicitation appliquée à un matériel est dite *sinusoïdale* lorsqu'elle peut être décrite analytiquement par une expression de la forme :

$$\ddot{x}(t) = \ddot{X} \sin(\omega t + \phi) \quad (3.4)$$

où \ddot{X} , ω et ϕ représentent respectivement l'amplitude, la pulsation et la phase de l'excitation. Dans l'hypothèse d'une réponse sinusoïdale permanente, le déplacement relatif maximal $Z_{PIC} = Z$ est donné par la relation suivante :

$$Z = \frac{\omega^\alpha \beta}{\omega_0^2 \sqrt{(1 - h^2)^2 + (h/Q)^2}} \quad (3.5)$$

dans laquelle $h = \frac{f}{f_0}$, $Q = \frac{1}{2\varepsilon}$ et $\alpha = 0, 1$ ou 2 suivant que l'excitation $\beta = \ddot{X}$, \dot{X} ou X . Les valeurs prises par le coefficient d'amplification dynamique Q sont généralement comprises entre 5 ($\varepsilon = 10\%$) et 50 ($\varepsilon = 1\%$) [36, 56].

3.2.3 Excitation sinusoïdale à fréquence balayée

L'expression analytique d'une excitation sinusoïdale à fréquence balayée, caractérisée par une pulsation variant au cours du temps et un spectre comportant N niveaux constants différents, est donnée par la relation suivante :

$$\ddot{x}_i(t) = \ddot{X}_i \sin(\omega(t)t + \phi), \quad i : 1 \rightarrow N \quad (3.6)$$

Considérant f_1 et f_2 , les fréquences inférieure et supérieure qui délimitent l'intervalle balayé en un temps t_b , les modes de balayage les plus usuels sont :

▷ Le balayage linéaire

Il est défini par la relation :

$$f(t) = \frac{f_2 - f_1}{t_b} t + f_1 \quad (3.7)$$

et présente une vitesse de balayage constante : le temps Δt passé dans la bande Δf délimitée par les points de demi-puissance varie comme la fréquence propre f_0 [55].

▷ Le balayage logarithmique

Il est décrit par l'équation :

$$f(t) = f_1 e^{\frac{\ln(f_2/f_1)}{t_b} t} \quad (3.8)$$

de sorte que la vitesse de balayage augmente avec la fréquence : le temps Δt , passé dans chaque intervalle Δf , est constant quelle que soit f_0 [55].

Notons qu'il existe encore un troisième mode de balayage, dit *hyperbolique*, peu utilisé en pratique, dont la caractéristique est d'assurer un nombre de cycles ΔN constant dans chaque intervalle Δf quelle que soit f_0 [55].

La vitesse de balayage est supposée être suffisamment lente que pour pouvoir considérer pour chaque fréquence d'excitation une réponse permanente.

Dans le cas d'un seul niveau d'excitation constant, pour lequel $f_0 \in [f_1, f_2]$, la réponse extrême est obtenue pour $f = f_0$ et les relations (3.3) et (3.5) donnent finalement :

$$R(f_0) = \omega^\alpha \beta Q \quad (3.9)$$

On peut remarquer que si l'excitation est une accélération ($\alpha = 0$) alors $R(f_0)$ est indépendant de f_0 .

Par contre, pour $f_0 \notin [f_1, f_2]$, la réponse maximale du système de référence est exprimée par la relation suivante :

$$R(f_0) = \frac{\omega^\alpha \beta}{\sqrt{(1 - h^2)^2 + (h/Q)^2}} \quad (3.10)$$

où $h = f_1/f_0$ si $f_0 < f_1$

$h = f_2/f_0$ si $f_0 > f_2$

Dans le cas où le balayage sinusoïdal est composé d'une succession de niveaux d'excitation constants, le spectre de réponse extrême est défini comme l'enveloppe des spectres correspondant à chacun des niveaux pris séparément (Fig. 3.2).

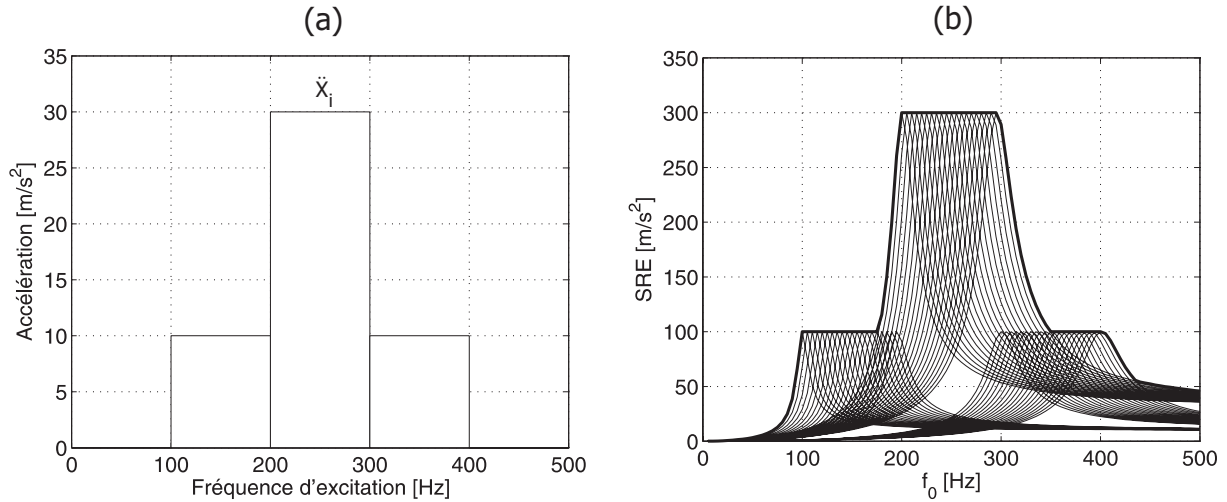


FIG. 3.2 – Composition du *SRE* d'une vibration sinusoïdale à fréquence balayée comportant plusieurs paliers de niveaux constants ($\varepsilon = 5\%$) : (a) Spectre d'excitation ; (b) Enveloppe des spectres de réponse correspondant à chacun des paliers

3.2.4 Excitation aléatoire

Un environnement aléatoire est défini par sa densité spectrale de puissance (2.31) qui, lorsqu'elle est supposée constante par morceaux, s'écrit pour chaque intervalle de fréquences représenté par son indice i sous la forme suivante :

$$G_i = \frac{\overline{\ddot{x}^2}|_i}{f_{i+1} - f_i} \quad (3.11)$$

où $\overline{\ddot{x}^2}|_i$ est la fraction de $\overline{\ddot{x}^2}$ dans une bande de fréquences étroite $f_{i+1} - f_i$;

$\overline{\ddot{x}^2} = \ddot{x}_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \ddot{x}^2(t) dt$ définit la valeur *RMS* du processus aléatoire $\ddot{x}(t)$;

T représente la durée du test aléatoire.

Dans l'hypothèse d'une distribution de l'excitation de type gaussien et de moyenne nulle, le calcul du spectre de réponse extrême consiste à rechercher la réponse maximale rencontrée une seule fois, au sens probabiliste, au cours de la durée de l'excitation aléatoire. Le *SRE* est donné par l'équation suivante [36, 57, 59] :

$$E[R(f_0)] = 4\pi^2 f_0^2 z_{RMS} \sqrt{2 \ln(\nu_0 T)} \quad (3.12)$$

dans laquelle la racine carrée est une expression simplifiée de la moyenne du facteur de pic $E[\eta]$ défini par la relation (2.45). L'omission, dans l'équation (3.12), du facteur 2 apparaissant dans le logarithme népérien de la relation (2.45) signifie que la valeur pic négative n'est pas prise en considération. Contrairement à la relation (2.45), l'équation (3.12) ne tient pas compte non plus du fait que l'espérance mathématique du facteur de pic tende à diminuer lorsque le processus devient en bande étroite. En ne considérant que les valeurs extrêmes positives et en négligeant l'effet de la largeur de bande dans l'équation (2.45),

l'erreur relative e_r entre les deux formulations du facteur de pic s'écrit :

$$e_r = \frac{0.5772}{0.5772 + 2 \ln(\nu_0 T)} \quad (3.13)$$

La Fig. 3.3 (a) montre que cette erreur décroît rapidement lorsque $\nu_0 T$ augmente. La formulation simplifiée constitue donc une bonne estimation de la valeur moyenne du facteur de pic. L'écart-type de la distribution du pic le plus grand est calculé au moyen de la relation (2.46) pour $N = \nu_0 T$. La fraction de l'écart-type vis-à-vis de la valeur moyenne du facteur de pic est représentée à la Fig. 3.3 (b). Elle décroît également à mesure que $\nu_0 T$ augmente. Pour une période d'observation T de 10 minutes et une fréquence centrale ν_0 de 10 Hz, par exemple, l'écart-type est déjà inférieur à 10 % de la valeur moyenne. La dispersion est par conséquent faible et la moyenne représente une bonne estimation de la valeur maximale observée une fois sur un temps T .

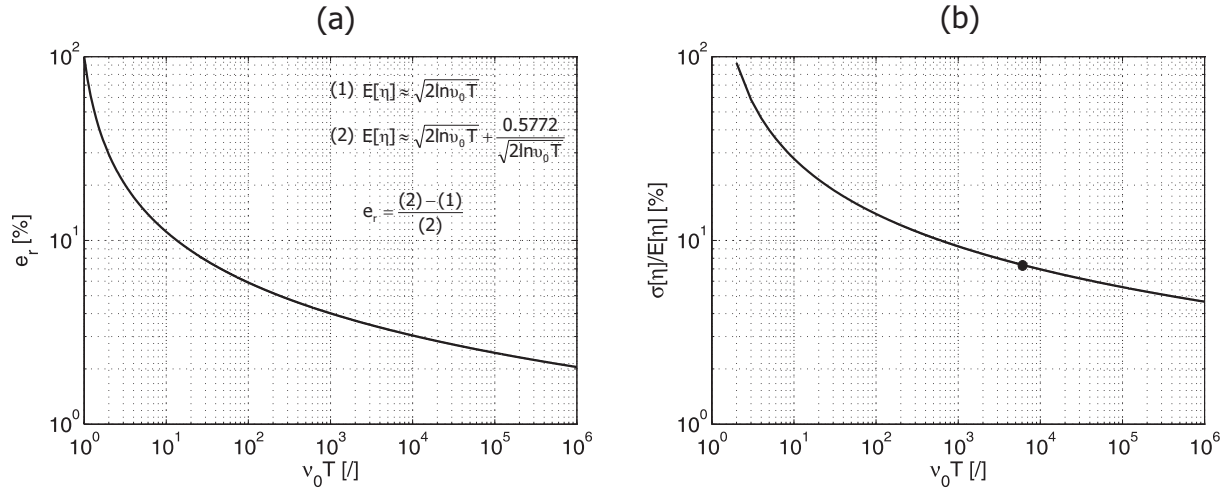


FIG. 3.3 – Estimation du facteur de pic d'un processus aléatoire : (a) Erreur relative e_r entre modélisations de la moyenne $E[\eta]$; (b) Importance de la dispersion $\sigma[\eta]$ autour de la moyenne en fonction de $\nu_0 T$ (\bullet , $\nu_0 = 10$ Hz et $T = 10$ minutes)

La fréquence centrale ν_0 , déjà exprimée par la formule de *Rice* (2.43), peut encore s'écrire sous la forme :

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{\dot{z}_{RMS}}{z_{RMS}} \quad (3.14)$$

Dans le cas d'un système à un degré de liberté, on peut noter que la fréquence centrale ν_0 est identique à la fréquence de résonance f_0 [99].

La *PSD* d'excitation pouvant être assimilée à une suite de bruits de largeurs quelconques, les grandeurs *RMS* caractérisant la réponse, z_{RMS} et \dot{z}_{RMS} , s'expriment comme suit [58, 99] :

$$z_{RMS} = \sqrt{\sum_i \overline{z^2}_i} \quad et \quad \dot{z}_{RMS} = \sqrt{\sum_i \overline{\dot{z}^2}_i} \quad (3.15)$$

avec

$$\overline{z^2}_i = \frac{G_i}{(2\pi)^4 f_0^3} [I_0(h_{i+1}) - I_0(h_i)] \quad (3.16)$$

$$\overline{\dot{z}^2}|_i = \frac{G_i}{(2\pi)^2 f_0} [I_2(h_{i+1}) - I_2(h_i)] \quad (3.17)$$

$$h_i = f_i/f_0 \quad \text{et} \quad h_{i+1} = f_{i+1}/f_0 \quad (3.18)$$

Les expressions entre crochets dans les relations (3.16) et (3.17) représentent les termes correctifs permettant d'exprimer la réponse d'un système à un degré de liberté soumis à un bruit en bande limitée à partir de celle d'un même système soumis à un bruit blanc. Ces termes correctifs sont obtenus au moyen des expressions analytiques suivantes :

$$I_0 = \frac{1}{4\zeta_1} \ln \left(\frac{h^2 + \zeta_1 h + 1}{h^2 - \zeta_1 h + 1} \right) + \frac{1}{4\varepsilon} \left[\arctan \left(\frac{2h + \zeta_1}{2\varepsilon} \right) + \arctan \left(\frac{2h - \zeta_1}{2\varepsilon} \right) \right] \quad (3.19)$$

$$I_2 = -\frac{1}{4\zeta_1} \ln \left(\frac{h^2 + \zeta_1 h + 1}{h^2 - \zeta_1 h + 1} \right) + \frac{1}{4\varepsilon} \left[\arctan \left(\frac{2h + \zeta_1}{2\varepsilon} \right) + \arctan \left(\frac{2h - \zeta_1}{2\varepsilon} \right) \right] \quad (3.20)$$

$$\zeta_1 = 2\sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (3.21)$$

Par conséquent, à condition d'être suffisamment discrétisée, une *PSD* d'excitation arbitraire, telle que celle de la Fig. 3.4 (a), pourra être correctement représentée par une succession de bruits en bandes étroites dont les amplitudes sont constantes et données par :

$$G_i = \frac{G(f_i) + G(f_{i+1})}{2} \quad (3.22)$$

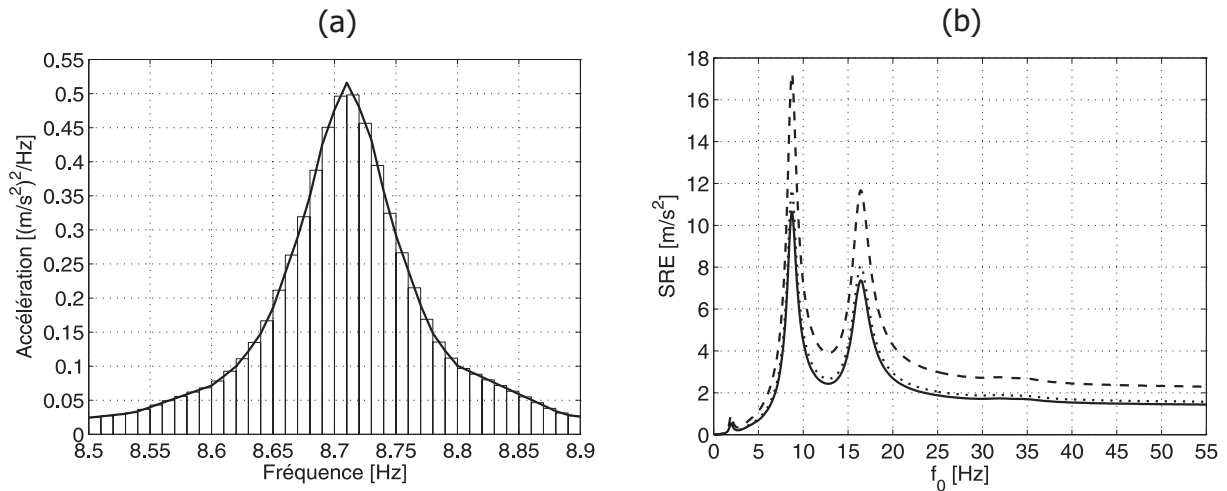


FIG. 3.4 – Composition du *SRE* à partir d'une *PSD* d'excitation de forme arbitraire (cas de la Fig. 2.26, simulation 2, direction oz) : (a) Représentation de la *PSD* d'excitation par une succession de bruits en bandes étroites (zoom dans l'intervalle [8.5, 8.9] Hz) ; (b) *SRE* pour $\varepsilon = 5\%$ (---, $T = 20$ ans ; ···, $T = 1$ heure ; —, $T = 10$ minutes)

Comme le montre la Fig. 3.4 (b), le *SRE* d'une structure soumise à une vibration aléatoire est sensible à la période d'observation considérée. La probabilité de trouver dans la réponse un pic d'amplitude donnée augmente avec cette durée. Rappelons que dans le cas des sollicitations éoliennes, la période caractéristique est de 10 minutes. Notons encore que pour $f_0 \rightarrow \infty$, le *SRE* tend vers la valeur pic de l'excitation.

3.2.5 Excitation par choc

Une excitation par choc, telle que celle de la Fig. 3.5 (a), est généralement définie par l'évolution temporelle de l'accélération $\ddot{x}(t)$. Le calcul de la réponse au choc du système de référence à un degré de liberté nécessite la résolution de l'équation différentielle (3.2).

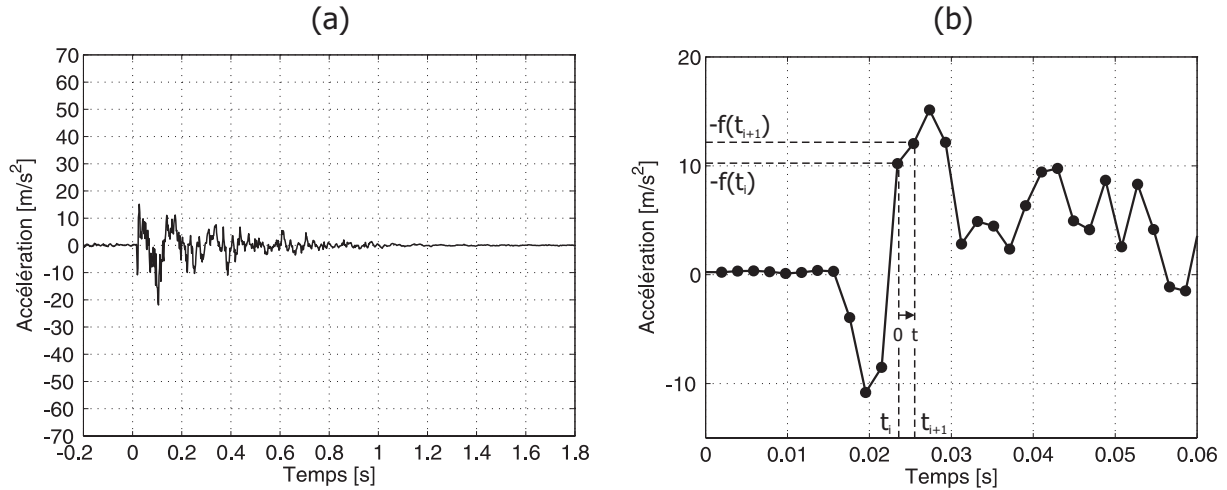


FIG. 3.5 – Accélération verticale mesurée au droit de la fixation du luminaire *Saphir 150 W* lors d'un essai sur la table de secousses : (a) Echantillon temporel complet ; (b) Zoom entre 0 et 0.06 s

En pratique, comme illustré à la Fig. 3.5 (b), la durée du choc est divisée en intervalles successifs $[t_i, t_{i+1}]$ dans lesquels l'évolution de l'excitation est considérée comme linéaire [15] :

$$\ddot{z}(t) + 2\varepsilon\omega_0\dot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = -\ddot{x}(t) = f(t) = a + bt \quad (3.23)$$

$$a = f(t_i) \quad \text{et} \quad b = \frac{f(t_{i+1}) - f(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \quad (3.24)$$

Dans le cas d'un signal discrétisé, cette hypothèse de linéarité devient exacte lorsque la fréquence d'échantillonnage f_s est telle que :

$$f_s = \frac{1}{dt} = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \quad (3.25)$$

La solution générale de l'équation (3.23) est donnée par l'intégrale de *Duhamel* [56] :

$$z(t) = \frac{1}{\omega_0\sqrt{1-\varepsilon^2}} \int_0^t -\ddot{x}(\tau) e^{-\varepsilon\omega_0(t-\tau)} \sin\left(\sqrt{1-\varepsilon^2}\omega_0(t-\tau)\right) d\tau \quad (3.26)$$

Notons que la méthode présentée n'est pas limitée au seul cas des chocs mécaniques mais peut très bien être appliquée au calcul de la réponse d'un système simple à un degré de liberté soumis à une excitation quelconque, définie par son évolution temporelle et décomposée en une série d'impulsions de durée dt . Des exemples d'applications sont présentés aux références [45, 61, 105].

Les expressions analytiques du déplacement relatif et de la vitesse, obtenues pour chaque intervalle $[t_i, t_{i+1}]$, s'écrivent alors sous les formes suivantes :

$$z(t) = A_0 + A_1 t + A_2 e^{-\varepsilon\omega_0 t} \cos(\omega_D t) + A_3 e^{-\varepsilon\omega_0 t} \sin(\omega_D t) \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & A_1 + A_2 e^{-\varepsilon\omega_0 t} [-\varepsilon\omega_0 \cos(\omega_D t) - \omega_D \sin(\omega_D t)] + \\ & A_3 e^{-\varepsilon\omega_0 t} [-\varepsilon\omega_0 \sin(\omega_D t) + \omega_D \cos(\omega_D t)] \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$A_0 = \frac{a}{\omega_0^2} - 2\frac{\varepsilon b}{\omega_0^3}, \quad A_1 = \frac{b}{\omega_0^2}, \quad A_2 = z(t_i) - A_0, \quad A_3 = \frac{1}{\omega_D} [\dot{z}(t_i) + \varepsilon\omega_0 A_2 - A_1] \quad (3.29)$$

$$\omega_D = \omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (3.30)$$

En guise de vérification, notons encore que dans le cas particulier d'une excitation de type échelon unitaire, l'équation (3.27) conduit à la relation suivante :

$$z(t)^{\text{indicielle}} = 1 - e^{-\varepsilon\omega_0 t} \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2} t) - \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} e^{-\varepsilon\omega_0 t} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2} t) \quad (3.31)$$

Il s'agit bien, comme l'illustre la Fig. 3.6 (a), de l'expression analytique de la réponse indicielle d'un système à un degré de liberté [55].

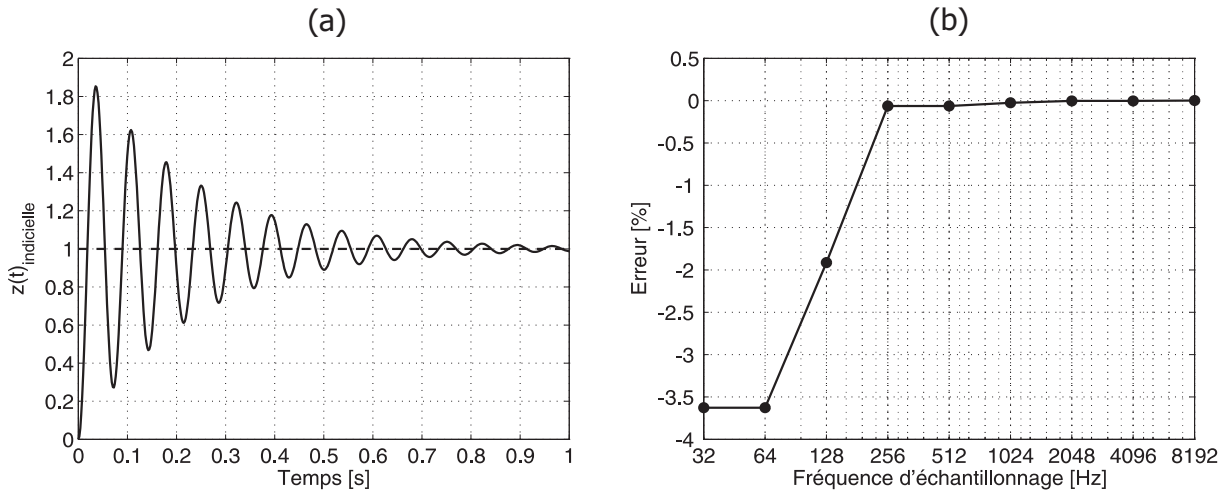


FIG. 3.6 – Système à un degré de liberté soumis à une excitation de type échelon ($f_0 = 14$ Hz, $\varepsilon = 5\%$) : (a) ---, Echelon unitaire; —, Réponse indicielle; (b) Erreur relative entre la valeur analytique et l'estimation numérique du maximum

A partir de l'équation (3.31), l'extremum analytique de la réponse peut être obtenu. Il s'écrit :

$$Z_{PIC}^{\text{indicielle}} = 1 + e^{-\frac{\pi\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}} \quad (3.32)$$

L'erreur relative entre l'estimation numérique du pic de la réponse et sa valeur analytique est représentée, en fonction de la fréquence d'échantillonnage du signal, à la Fig. 3.6 (b). On constate qu'un niveau d'échantillonnage trop faible peut être une source d'erreur

sur l'estimation de la valeur extrême de la réponse [53]. Une erreur pratiquement nulle est obtenue pour une fréquence d'échantillonnage égale à environ 18 fois la plus haute fréquence du signal observé (ce facteur multiplicatif est nettement supérieur à celui du théorème de *Shannon*, à savoir 2.56).

Une fois le signal suffisamment échantillonné et la réponse temporelle maximale repérée, le *spectre de réponse au choc (SRC)*, fonction de la fréquence de résonance f_0 du système de référence à un degré de liberté, est obtenu en appliquant la définition du *SRE* (3.3). Le *SRC* calculé sur base du signal temporel d'excitation de la Fig. 3.5 (a) est représenté à la Fig. 3.7 où les fréquences propres les plus courantes d'un luminaire sont couvertes.

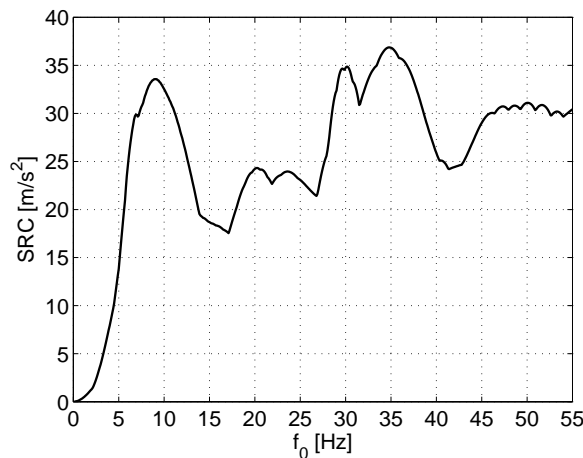


FIG. 3.7 – Spectre de réponse au choc de la table de secousses, calculé à partir de l'accélération verticale mesurée au droit de la fixation du luminaire *Saphir 150 W* ($\varepsilon = 5\%$)

Remarque : La définition du spectre de réponse au choc est identique à celle du spectre de réponse extrême : ils donnent tous deux la réponse la plus grande d'un système linéaire à un degré de liberté en fonction de sa fréquence propre, pour une valeur donnée d'amortissement. Ils présentent toutefois une différence : dans le cas des vibrations de longue durée, la réponse maximale se produit pendant la durée d'application de la vibration alors que dans le cas d'un choc, la réponse la plus grande peut se produire pendant ou après celui-ci s'il est de très courte durée [56]. Dans ce dernier cas, il est impératif que l'intégration se poursuive au-delà du temps d'application de l'excitation.

3.3 Spectre de dommage par fatigue

3.3.1 Définition

Le critère de dommage est l'expression de la détérioration du matériau lorsqu'il est soumis à des contraintes répétées. Pour un niveau de contrainte σ_i , l'endommagement d_i

correspondant est défini par :

$$d_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (3.33)$$

où n_i est le nombre de cycles d'amplitude σ_i ;

N_i est le nombre de cycles à la rupture pour le même niveau de contrainte.

Le nombre de cycles à la rupture N_i sous un chargement σ_i est donné par la courbe de *Wöhler* du matériau, représentée à la Fig. 3.8. Pratiquement, une telle courbe est obtenue en soumettant une éprouvette à divers chargements alternés sinusoïdaux d'amplitude constante jusqu'à ce qu'une amorce de fissure soit observée. Le nombre de cycles conduisant à cet état est alors défini comme le nombre de cycles à la rupture. Les essais sont répétés pour un grand nombre d'éprouvettes de sorte que la courbe de *Wöhler* doit être envisagée comme une courbe d'isoprobabilité à l'amorçage, en général pour $p = 50\%$. La dispersion observée d'une éprouvette à l'autre peut avoir diverses origines dont les principales sont liées à la structure interne du matériau (présence de défauts, d'inclusions), à la préparation des éprouvettes ou aux conditions d'essais [25, 33]. La courbe de *Wöhler* peut généralement être décomposée en trois zones, Fig. 3.8 :

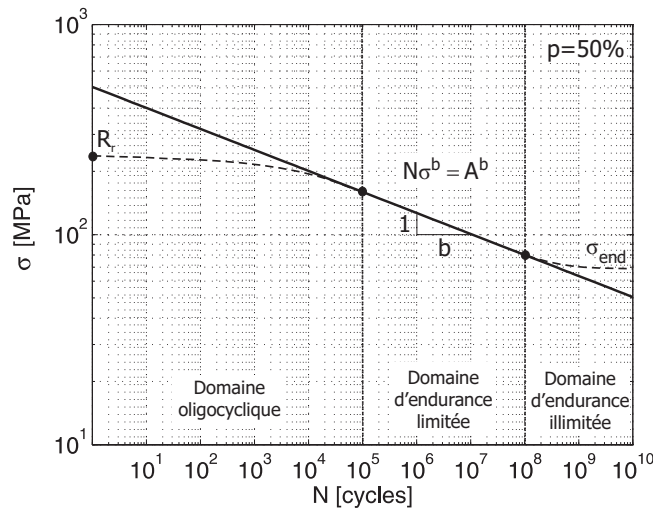


FIG. 3.8 – Modèle analytique de la courbe de *Wöhler* dans la zone d'endurance limitée pour des valeurs caractéristiques moyennes des alliages d'aluminium [25] : $b = 10$ et $A = 505$ MPa (---, courbe de *Wöhler*; —, droite de *Basquin*)

- ▷ Une zone *oligocyclique*, qui correspond aux contraintes les plus grandes, supérieures à la limite d'élasticité du matériau. N varie depuis un quart de cycle jusque $[10^4, 10^5]$ cycles environ. Dans cette zone, on observe très rapidement une déformation plastique importante suivie d'une rupture de la pièce. La déformation plastique ε_p peut être reliée au nombre de cycles à la rupture par une relation de la forme [25, 58] :

$$N^k \varepsilon_p = C \quad (3.34)$$

où l'exposant k est voisin de 0.5 pour les métaux courants (aciers, alliages légers).

- ▷ Une zone *d'endurance limitée* qui est souvent proche d'une droite en représentation $\log - \log$ et qui s'étend de $[10^4, 10^5]$ à $[10^6, 10^8]$ cycles. La rupture apparaît pour une contrainte inférieure à la limite élastique du matériau. Parmi les nombreuses formulations reliant σ à N dans cette partie centrale de la courbe de *Wöhler*, nous retiendrons la relation de *Basquin* [25, 58] qui, en l'absence de contrainte moyenne σ_m ($\sigma = \sigma_a$ est une contrainte purement alternée : $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$), peut s'écrire sous la forme suivante :

$$N_i \sigma_i^b = A^b = \text{Constante} \quad (3.35)$$

où b et A sont deux paramètres dépendant du matériau. L'exposant b est un paramètre essentiel qui traduit la non-linéarité du matériau considéré vis-à-vis de l'accumulation des contraintes. De petites valeurs de b indiquent que la résistance à la fatigue diminue plus rapidement lorsque le nombre de cycles augmente, ce qui a lieu généralement pour les formes géométriques les plus sévères. Le paramètre b permet donc de prendre en compte l'influence d'une concentration de contraintes sur la courbe de *Wöhler* [58]. Selon le type de matériau considéré, l'exposant b peut prendre une valeur allant de 4 à 25 [36, 59, 60].

- ▷ Une zone *d'endurance illimitée* pour laquelle la courbe de *Wöhler* tend, en général, vers une limite parallèle à l'axe des N . En deçà de cette valeur limite de σ , appelée *limite d'endurance* et notée σ_{end} , il n'y a jamais rupture par fatigue quel que soit le nombre de cycles appliqués. Cette limite de fatigue peut ne pas exister ou être mal définie pour certains matériaux (notamment les aluminiums) de sorte que la relation de *Basquin* est souvent étendue à cette zone [25].

Selon l'hypothèse de *Miner*, le dommage total D causé au système est donné par :

$$D = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \quad (3.36)$$

Si l'on suppose que le matériau a un comportement linéaire, contrainte et déplacement relatif sont reliés par une constante K :

$$\sigma_i = K Z_i \quad (3.37)$$

En combinant les équations (3.35) à (3.37), le dommage total associé au système de référence à un degré de liberté (caractérisé par une fréquence de résonance f_0 et un facteur d'amortissement ε) est finalement donné par :

$$D = \left(\frac{K}{A} \right)^b \sum_i n_i Z_i^b(f_0, \varepsilon) \quad (3.38)$$

Le **spectre de dommage par fatigue** (*SDF*) est donc la courbe qui représente le dommage total D , fonction de la fréquence propre du système à un degré de liberté, pour ε , K , A et b donnés. Il est intéressant de noter que lorsque l'on souhaite comparer la sévérité de différents environnements vibratoires sur une même structure, les paramètres

de matériau K et A étant en général mal connus, on peut les poser égaux à 1 et utiliser alors l'expression du dommage relatif. Notons toutefois que le paramètre b continue d'être présent dans l'expression du dommage relatif. Le choix de ce paramètre lié au matériau est donc très important, en particulier, comme nous le verrons, dans le cas de la réduction de durée d'essais par équivalence des endommagements.

La comparaison entre deux environnements vibratoires sera donc basée sur l'hypothèse que deux environnements ont la même sévérité s'ils induisent le même dommage au système de référence à un degré de liberté.

3.3.2 Effet d'une contrainte moyenne non nulle

Des observations expérimentales ont souligné l'effet d'une contrainte moyenne non nulle sur la courbe de *Wöhler* [25]. Pour une contrainte alternée σ_a donnée, une contrainte statique de traction ($\sigma_m > 0$) a pour conséquence de réduire la durée de vie de l'éprouvette. Cette observation s'inverse lorsque la contrainte statique est en compression ($\sigma_m < 0$).

Une première façon de prendre en compte ce phénomène consiste à répéter, en laboratoire, les essais sur éprouvettes pour différentes valeurs de la contrainte moyenne. Les résultats se présentent alors sous la forme d'une famille de courbes de *Wöhler* dont chacune correspond à une contrainte statique différente.

Une méthode alternative suggère de déterminer, pour chaque point de la courbe de *Wöhler*, les combinaisons (σ_m, σ_a) conduisant à une même durée de vie N . On obtient ainsi, pour une durée de vie fixée N , un diagramme de *Haigh* donnant la contrainte alternée admissible σ_a en fonction de la contrainte moyenne σ_m . Différents modèles mathématiques de ce diagramme ont été formulés [25, 58, 96] :

▷ Droite de Goodman

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_a} + \frac{\sigma_m}{R_r} = 1 \quad (3.39)$$

▷ Parabole de Gerber ($\sigma_m \geq 0$)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_a} + \left(\frac{\sigma_m}{R_r}\right)^2 = 1 \quad (3.40)$$

▷ Modèle bilinéaire du CETIM (*Centre Technique des Industries Mécaniques*)

$$\sigma_a = \begin{cases} \frac{-\sigma'_a \sigma_m}{2R_r - \sigma'_a} + \sigma'_a & \text{si } \sigma_m \leq R_r - \frac{\sigma'_a}{2} \\ R_r - \sigma_m & \text{si } \sigma_m > R_r - \frac{\sigma'_a}{2} \end{cases} \quad (3.41)$$

Dans ces relations, σ'_a et R_r représentent respectivement la contrainte alternée associée à une contrainte moyenne nulle et la limite à la rupture du matériau. Le diagramme de *Haigh* permet alors de transformer chaque cycle de moyenne non nulle σ_m et d'amplitude σ_a en un cycle de moyenne nulle et d'amplitude σ'_a , tout en garantissant une même durée de vie N . Les différentes formulations mathématiques, représentées à la Fig. 3.9, montrent clairement que l'application d'une contrainte moyenne de traction doit être accompagnée

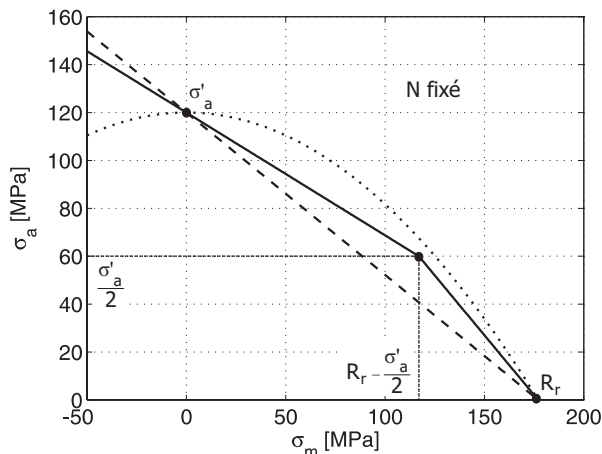


FIG. 3.9 – Diagramme de *Haigh* pour un alliage d'aluminium de type AS12U : N fixé de sorte que $\sigma'_a = 120$ MPa et $R_r = 177$ MPa (---, droite de *Goodman*; \cdots , parabole de *Gerber*; —, modèle bilinéaire du CETIM)

d'une diminution de l'amplitude de la contrainte alternée si l'on veut conserver la même durée de vie. On constate également que la représentation la plus conservatrice pour les contraintes moyennes positives est obtenue avec la droite de *Goodman*. La modélisation préconisée par le CETIM occupe une position intermédiaire entre cette droite et la parabole de *Gerber*. Dans le cas d'une contrainte moyenne négative, la tendance est inversée : la droite de *Goodman* est souvent non-conservatrice car les observations expérimentales viennent se positionner en-dessous de celle-ci [25]. Dans une telle situation, le modèle CETIM semble plus approprié. Toutefois, si l'on désire réellement être conservatif, il est courant de supposer qu'une contrainte moyenne de compression n'apporte aucune augmentation de durée de vie à la pièce ; ce qui revient à considérer une ligne horizontale à partir du point $(0, \sigma'_a)$. Par contre, la parabole de *Gerber* ne convient pas pour les contraintes moyennes négatives puisqu'elle prédit, dans ce cas, une diminution de durée de vie. Elle sera donc limitée aux contraintes moyennes de traction.

En considérant le diagramme de *Haigh* à la limite d'endurance $N = N_{end}$, il est possible d'obtenir la variation de la limite d'endurance σ_{end} en fonction de la contrainte moyenne σ_m . Pour cela, il suffit de procéder, dans les relations (3.39), (3.40) ou (3.41), aux changements de variables suivants :

$$\sigma'_a \rightarrow \sigma_{end} \quad \text{et} \quad \sigma_a \rightarrow \sigma_{end}^* \quad (3.42)$$

où σ_{end}^* est la nouvelle limite d'endurance en présence d'une contrainte moyenne non nulle. L'équation de *Basquin* (3.35) permet finalement d'en déduire la modification à apporter à la courbe de *Wöhler* :

$$A \rightarrow A \frac{\sigma_{end}^*}{\sigma_{end}} \quad (3.43)$$

Il s'agit d'une translation de la courbe, parallèlement à elle-même, vers le bas ou vers le haut, selon que la contrainte moyenne est positive ou négative.

3.3.3 Excitation sinusoïdale à fréquence fixe

Dans le cas d'une excitation sinusoïdale à fréquence fixe, le nombre de cycles n_i de fréquence f , correspondant à un test de durée t_b , est donné par :

$$n_i = ft_b \quad (3.44)$$

A partir des relations (3.5), (3.38) et (3.44), l'expression du spectre de dommage par fatigue devient :

$$D = \left(\frac{K}{A}\right)^b ft_b \frac{\omega^{ab} \beta^b}{\omega_0^{2b} [(1-h^2)^2 + (h/Q)^2]^{\frac{b}{2}}} \quad (3.45)$$

3.3.4 Excitation sinusoïdale à fréquence balayée

Si l'excitation ne présente qu'un seul niveau constant, $f(t)$ étant la fréquence à l'instant t , l'endommagement s'écrit dans ce cas :

$$D = \left(\frac{K}{A}\right)^b \int_0^{t_b} f(t) Z^b dt \quad (3.46)$$

Pour une succession de niveaux d'excitation constants, l'endommagement total est obtenu en additionnant les contributions de chaque palier pris séparément.

▷ Balayage linéaire

L'équation (3.7) décrivant l'évolution de la fréquence $f(t)$ entre f_1 et f_2 , pour un balayage linéaire de durée t_b , permet d'exprimer la fréquence relative $h(t) = f(t)/f_0$ en fonction du temps. L'équation (3.46) se généralise alors de la façon suivante :

$$D = \left(\frac{K}{A}\right)^b \frac{f_0^2 \omega_0^{(\alpha-2)b} t_b}{f_2 - f_1} \sum_i \beta_i^b \int_{h_i}^{h_{i+1}} \frac{h^{\alpha b + 1}}{[(1-h^2)^2 + (h/Q)^2]^{\frac{b}{2}}} dh \quad (3.47)$$

▷ Balayage logarithmique

De même, l'équation (3.8), décrivant l'évolution de la fréquence $f(t)$ pour un balayage logarithmique, permet d'exprimer l'équation (3.46) sous la forme :

$$D = \left(\frac{K}{A}\right)^b \frac{f_0 \omega_0^{(\alpha-2)b} t_b}{\ln(f_2/f_1)} \sum_i \beta_i^b \int_{h_i}^{h_{i+1}} \frac{h^{\alpha b}}{[(1-h^2)^2 + (h/Q)^2]^{\frac{b}{2}}} dh \quad (3.48)$$

dont un exemple de tracé est présenté à la Fig. 3.10.

3.3.5 Excitation aléatoire

Dans le cas d'un processus aléatoire stationnaire gaussien de moyenne nulle, l'approche habituellement adoptée pour estimer l'endommagement occasionné à une pièce mécanique par son environnement vibratoire [36, 57, 70, 99] consiste à envisager chaque maximum positif d'amplitude $[z_{max}, z_{max} + dz_{max}]$ comme un cycle de contrainte d'amplitude $[\sigma_{max}, \sigma_{max} + d\sigma_{max}]$ et de moyenne σ_m nulle produisant un dommage. Les maxima négatifs,

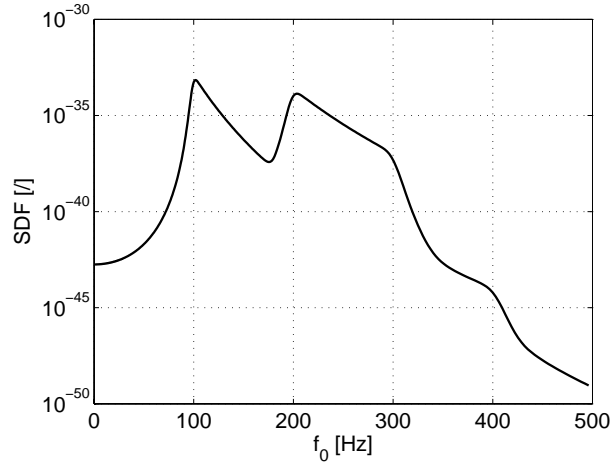


FIG. 3.10 – Spectre de dommage par fatigue correspondant au balayage logarithmique de la Fig. 3.2 (a) pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$, $A = K = 1$ et $t_b = 180$ s

reliés à des contraintes de compression, ne sont pas supposés contribuer au dommage par fatigue. Selon l'équation de *Basquin* (3.35), l'endommagement pour un cycle est donné par la relation :

$$d = \frac{1}{N} = \left(\frac{K}{A}\right)^b z_{max}^b \quad (3.49)$$

L'espérance mathématique du dommage peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$E[D] = \left(\frac{K}{A}\right)^b \nu_1 T \int_0^\infty z_{max}^b q(z_{max}) dz_{max} \quad (3.50)$$

où ν_1 est la seconde formule de *Rice* définissant le nombre moyen de maxima par unité de temps :

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\ddot{z}_{RMS}}{z_{RMS}} \quad (3.51)$$

et $q(z_{max})$ représente la fonction de densité de probabilité des maxima :

$$q(z_{max}) = \frac{\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{2\pi} z_{RMS}} e^{-\frac{z_{max}^2}{2(1-r^2)z_{RMS}^2}} + \frac{r z_{max}}{2z_{RMS}^2} e^{-\frac{z_{max}^2}{2z_{RMS}^2}} \left[1 + erf\left(\frac{r z_{max}}{z_{RMS} \sqrt{2(1-r^2)}}\right) \right] \quad (3.52)$$

Dans l'équation (3.52), $erf(x)$ est une fonction d'erreur, aussi nommée *intégrale de probabilité* [57], définie par la relation :

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\lambda^2} d\lambda \quad \text{avec} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} erf(x) = 1 \quad (3.53)$$

et r est le *coefficient d'irrégularité* donné par :

$$r = \frac{\nu_0}{\nu_1} = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} = \frac{\dot{z}_{RMS}^2}{z_{RMS} \ddot{z}_{RMS}} \quad (3.54)$$

Ce coefficient, tout comme la bande passante δ définie par la relation (2.44), donne une indication sur la largeur de bande du processus :

▷ $r \rightarrow 0$ ($\delta \rightarrow 1$)

Le processus est en bande large et l'équation (3.52) tend vers une distribution gaussienne des maxima. Le nombre de passages par zéro à pente positive ν_0 est inférieur au nombre de maxima par unité de temps ν_1 .

▷ $r \rightarrow 1$ ($\delta \rightarrow 0$)

Le processus est en bande étroite et l'équation (3.52) tend vers une distribution de *Rayleigh* des maxima. Le nombre de passages par zéro à pente positive ν_0 est égal au nombre de maxima par unité de temps ν_1 .

Toute valeur intermédiaire du coefficient d'irrégularité signifie que la distribution des maxima est une combinaison pondérée entre une distribution de *Gauss* et de *Rayleigh*. Dans ce cas, le calcul de $E[D]$ nécessite l'évaluation d'intégrales de la forme :

$$\int_0^{\infty} \lambda^b e^{-a\lambda^2} d\lambda \quad (3.55)$$

dont des expressions approchées, facilitant le calcul, sont données à la référence [58].

En supposant l'excitation définie par un niveau de *PSD* d'accélération G_i constant par palier $[f_i, f_{i+1}]$, l'expression des réponses efficaces z_{RMS} et \dot{z}_{RMS} d'un système à un degré de liberté est donnée par la relation (3.15) du paragraphe 3.2.4. De même, la valeur efficace de l'accélération relative \ddot{z}_{RMS} apparaissant dans la définition de ν_1 se calcule de la façon suivante :

$$\ddot{z}_{RMS} = \sqrt{\sum_i \overline{\ddot{z}^2}_i} \quad (3.56)$$

avec

$$\overline{\ddot{z}^2}_i = G_i f_0 [I_4(h_{i+1}) - I_4(h_i)] \quad (3.57)$$

$$I_4 = h + \zeta_2 I_2 - I_0 \quad (3.58)$$

$$\zeta_2 = 2(1 - 2\varepsilon^2) \quad (3.59)$$

Notons aussi que, dans un tel cas, le moment spectral d'ordre n de la réponse peut s'écrire de façon générale sous la forme :

$$m_n = \sum_i m_{ni} \quad (3.60)$$

$$m_{ni} = \omega_0^{n-4} G_i f_0 \int_{h_i}^{h_{i+1}} \frac{h^n}{(1-h^2)^2 + (h/Q)^2} dh \quad (3.61)$$

$$= \omega_0^{n-4} G_i f_0 [I_n(h_{i+1}) - I_n(h_i)] \quad (3.62)$$

Dans le cas particulier d'un processus en bande étroite, l'équation (3.50) se réduit à une expression simple, telle que :

$$E[D] = \left(\frac{K}{A}\right)^b \nu_1 T z_{RMS}^b 2^{b/2} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad (3.63)$$

dans laquelle $\Gamma(\cdot)$ est la fonction *Gamma* définie par l'intégrale :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} \lambda^{x-1} e^{-\lambda} d\lambda \quad (3.64)$$

Ce résultat est connu sous le nom d'*approximation de Rayleigh* ou *approximation bande étroite*. Cette formulation, valable comme son nom l'indique pour un processus en bande étroite ($r > 0.57$ [36, 58]), est toutefois conservative lorsque la largeur de bande du processus augmente. Il est possible de montrer que l'*approximation de Rayleigh* peut également être exprimée comme une fonction de deux moments spectraux et devient alors :

$$E[D] = \left(\frac{K}{A}\right)^b \frac{T}{2\pi} \sqrt{m_2 m_0^{\frac{b-1}{2}}} 2^{b/2} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad (3.65)$$

Le dommage étant une variable statistique, il est caractérisé par son écart-type $\sigma[D]$. Dans l'hypothèse d'un processus en bande étroite, le *coefficient de variation du dommage* est défini par [36, 58] :

$$v = \frac{\sigma[D]}{E[D]} \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon\nu_1 T} \frac{\Gamma(1+b) - \Gamma^2(1+b/2)}{\Gamma^2(1+b/2)}} \quad (3.66)$$

Tout comme pour la dispersion du facteur de pic, ce coefficient décroît à mesure que $\nu_1 T$ augmente, Fig. 3.11. Cependant, si l'on reprend l'exemple précédent, à savoir une période d'observation T de 10 minutes et une fréquence d'apparition des maxima $\nu_1 = \nu_0$ de 10 Hz, l'écart-type représente environ 40 % de la valeur moyenne du dommage. Ce n'est que pour une période d'observation d'une heure que le coefficient de variation se rapproche des 10 %. La dispersion du dommage autour de sa valeur moyenne peut donc être relativement importante suivant le nombre de cycles appliqués.

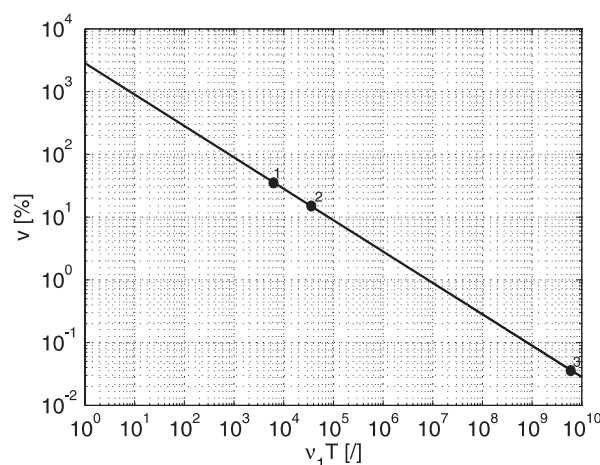


FIG. 3.11 – Coefficient de variation du dommage : importance de la dispersion $\sigma[D]$ autour de la moyenne $E[D]$ en fonction du nombre de cycles pour $\varepsilon = 5\%$ et $b = 10$ (\bullet^1 , $\nu_1 = 10$ Hz et $T = 10$ minutes; \bullet^2 , $\nu_1 = 10$ Hz et $T = 1$ heure; \bullet^3 , $\nu_1 = 10$ Hz et $T = 20$ ans)

Dans le but d'obtenir une estimation de la durée de vie moins conservatrice lorsque la largeur de bande du processus augmente, sans toutefois passer par l'évaluation de la relation (3.50), des modèles visant à corriger l'*approximation de Rayleigh* ont été développés. Ils consistent en facteurs de correction semi-empiriques, dépendant principalement du facteur d'irrégularité, des moments spectraux ainsi que de l'exposant b de l'équation de *Basquin*. L'estimation du dommage s'écrit alors sous la forme :

$$E[D] = \psi E[D_{Rayleigh}] \quad (3.67)$$

Les premiers travaux réalisés sont dus à *Wirshing & Light* [131] qui proposent le facteur de correction suivant :

$$\psi = c_1(b) + [1 - c_1(b)] \left(1 - \sqrt{1 - r^2}\right)^{c_2(b)} \quad (3.68)$$

$$c_1(b) = 0.926 - 0.033b \quad (3.69)$$

$$c_2(b) = 1.587b - 2.323 \quad (3.70)$$

Un modèle plus raffiné a ensuite été proposé par *Ortiz & Chen* [83] :

$$\psi = \frac{\delta^b}{r} \quad (3.71)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{m_2 m_{2/b}}{m_0 m_{(2+2/b)}}} \quad (3.72)$$

Chacun de ces facteurs représente, dans un certain nombre de cas, une amélioration par rapport à l'*approximation de Rayleigh* et dégénère vers cette approximation pour un processus en bande étroite.

En 1990, *Lutes & Larsen* [69] abandonnent l'idée de facteur de correction et proposent une formulation empirique qui fait appel à un seul moment spectral d'ordre fractionnaire $2/b$. Après de nombreuses simulations, ils préconisent d'utiliser la relation suivante :

$$E[D] = \left(\frac{K}{A}\right)^b \frac{T}{2\pi} (2 m_{2/b})^{b/2} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad (3.73)$$

Comparée aux méthodes privilégiant l'utilisation d'un facteur de correction, la méthode dite du « *single moment* » est celle dont la validité est la plus générale. Elle donne des résultats satisfaisants même si parfois, dans quelques cas particuliers, elle est moins performante que l'une des méthodes précédentes. La méthode du « *single moment* » présente toutefois l'avantage de ne faire intervenir que le moment spectral $m_{2/b}$.

Signalons encore les travaux récents de *Pierrat* [92] visant à simplifier le calcul de l'intégrale (3.50) en proposant une approximation analytique de la fonction erreur $erf(x)$.

Remarque : Lorsque la PSD de la réponse est connue et exprimée directement sous la forme d'une contrainte, les relations (3.50), (3.63), (3.65) et (3.73) restent d'application. Il suffit simplement de poser $K = 1$ dans celles-ci.

Finalement, le spectre de dommage par fatigue (SDF) est obtenu en calculant, au moyen de l'une des équations (3.50), (3.63), (3.65) ou (3.73), l'endommagement occasionné au système à un degré de liberté lorsque sa fréquence propre varie. En guise d'illustration, reprenons l'exemple de la Fig. 2.26 (simulation 2, direction oz) dont l'excitation a été décomposée en une succession de bruits en bandes étroites et représentée à la Fig. 3.4 (a). L'évolution du facteur d'irrégularité r en fonction de la fréquence de résonance, Fig. 3.12 (a), montre que pour une fréquence propre supérieure à 2.6 Hz la réponse du système à un degré de liberté peut être considérée comme un processus en bande étroite. L'approximation de *Rayleigh* fournit donc, dans ce cas, une estimation correcte du SDF , Fig. 3.12 (b), alors qu'en-deçà de cette fréquence, elle surestime l'endommagement occasionné à la structure.

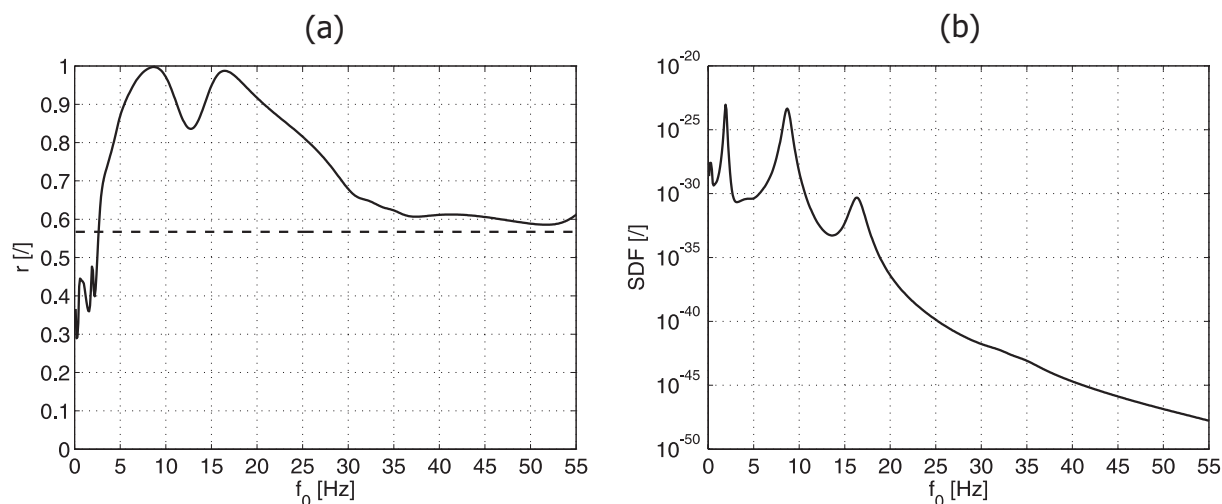


FIG. 3.12 – Composition du SDF à partir d'une PSD d'excitation de forme arbitraire (cas de la Fig. 2.26, simulation 2, direction oz) : (a) —, Evolution du facteur d'irrégularité avec la fréquence propre; ---, Limite de définition d'un processus en bande étroite; (b) SDF pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$, $A = K = 1$ et $T = 10$ minutes

3.3.6 Excitation par choc

Connaissant l'évolution temporelle de la réponse $z(t)$ du système à un degré de liberté soumis à une excitation par choc, équation (3.27), l'endommagement peut être calculé de la façon suivante :

$$D = \left(\frac{K}{A}\right)^b \sum_i n_i Z_i^b(f_0, \varepsilon) = \frac{1}{A^b} \sum_i n_i \sigma_i^b(f_0, \varepsilon) \quad (3.74)$$

où l'on considère que chaque déplacement relatif $z(t) > 0$, associé à une contrainte $\sigma(t) > 0$, apporte sa contribution au dommage total.

Lorsqu'il est impossible de déterminer analytiquement le nombre de cycles endommageants caractérisant la réponse (cas d'un signal non gaussien, non stationnaire, d'am-

plitude variable, ...), il est nécessaire de recourir à des méthodes de comptage [41, 58] permettant d'établir un histogramme des cycles. La plus répandue est certainement la méthode *rainflow* basée sur la décomposition de l'historique de la contrainte en cycles élémentaires dont l'amplitude σ_a et la valeur moyenne σ_m sont connues. Elle est actuellement considérée comme la méthode de comptage donnant les prédictions les plus proches des durées de vie observées expérimentalement [3, 25, 58, 96]. Parmi les différentes variantes existantes, la procédure utilisée est celle dite « à quatre points », présentée à la Fig. 3.13 et dont le principe physique est d'extraire un cycle *rainflow* de l'historique de la contrainte chaque fois qu'une boucle fermée est parcourue dans le plan contrainte-déformation ($\sigma - \varepsilon$).

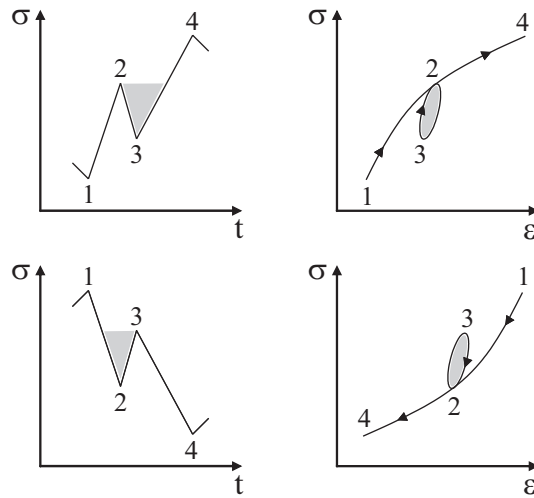


FIG. 3.13 – Interprétation physique d'un cycle *rainflow* [3]

La décomposition du signal se déroule en plusieurs étapes :

1. Réduction du signal en une séquence de maxima et minima locaux, appelée *processus des extrema*.
2. Examen des quatre premiers points successifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ et calcul des étendues suivantes :

$$\Delta\sigma_1 = |\sigma_2 - \sigma_1| \quad \Delta\sigma_2 = |\sigma_3 - \sigma_2| \quad \Delta\sigma_3 = |\sigma_4 - \sigma_3| \quad (3.75)$$

3. Si $\Delta\sigma_2 \leq \Delta\sigma_1$ et $\Delta\sigma_2 \leq \Delta\sigma_3$, extraction du cycle *rainflow* défini par le couple d'extrema (σ_2, σ_3) , zones grises sur la Fig. 3.13, dont l'amplitude et la valeur moyenne sont données par :

$$\sigma_a = \frac{|\sigma_3 - \sigma_2|}{2} \quad \sigma_m = \frac{|\sigma_3 + \sigma_2|}{2} \quad (3.76)$$

Elimination des points σ_2 - σ_3 du signal et liaison entre σ_1 - σ_4 .

4. Sinon, analyse du quadruplet suivant et reprise de la procédure à l'étape (3).
5. Répétition de la procédure jusqu'au dernier point de la séquence des extrema.

Une fois la séquence des extrema complètement balayée, les points restants, non encore extraits, constituent le résidu. Ils forment un signal dont les étendues vont en croissant puis en décroissant. Le maximum et le minimum de la séquence de départ se trouvent dans le résidu, formant ainsi la plus grande étendue observée sur la séquence considérée. La contribution au dommage du résidu est par conséquent non négligeable et il est également nécessaire de le décomposer en cycles élémentaires. La technique adoptée [3] consiste à ajouter le résidu à lui-même et à appliquer à nouveau la méthode *rainflow* à la séquence composée des deux résidus. La propriété d'une telle procédure est de générer un résidu final identique au premier :

$$[\text{résidu}] + [\text{résidu}] \rightarrow [\text{résidu}] + [\text{cycles}] \quad (3.77)$$

La séquence initiale est de cette manière entièrement décomposée en cycles. En pratique, seul un nombre discret de niveaux de contrainte est pris en considération. Chaque cycle *rainflow* (σ_m, σ_a) est alors comptabilisé dans une matrice facilitant le calcul du dommage à partir de la relation de *Basquin* (3.35), de la loi de cumul de *Miner* (3.36) et du diagramme de *Haigh* (3.39-3.41).

En reprenant l'exemple de la table de secousses, son *SDF* a été calculé en répétant la procédure « calcul de la réponse du système à un degré de liberté/comptage *rainflow* des cycles » pour chaque fréquence propre considérée, Fig. 3.14.

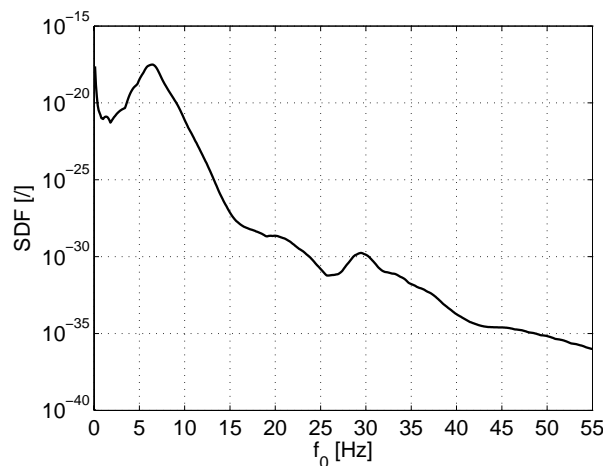


FIG. 3.14 – Spectre de dommage par fatigue de la table de secousses, calculé à partir de l'accélération verticale mesurée au droit de la fixation du luminaire *Saphir 150 W* ($\varepsilon = 5\%$, $b = 10$, $A = K = 1$, $R_r = 1$, 1 secousse)

3.4 Spectre d'énergie dissipée

3.4.1 Définition

Ce dernier critère suppose l'existence d'une corrélation entre, d'une part, l'énergie dissipée au cours du test et, d'autre part, la sévérité de l'environnement vibratoire auquel la structure est soumise [15, 36]. L'hypothèse de base est que la quantité d'énergie dépensée par le travail des forces d'amortissement est significative du dommage occasionné au système mécanique. L'équation du mouvement (3.2) du système de référence à un degré de liberté peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$m\ddot{z} + 2m\varepsilon\omega_0\dot{z} + m\omega_0^2z = -m\ddot{x} \quad (3.78)$$

Le travail élémentaire des forces de dissipation a, quant à lui, pour expression :

$$dW = 2m\varepsilon\omega_0\dot{z}dz = 2m\varepsilon\omega_0\dot{z}^2dt \quad (3.79)$$

Pour une durée d'excitation T , le **spectre d'énergie dissipée** (*SED*) est la courbe représentant l'énergie dissipée par unité de masse en fonction de la fréquence propre f_0 du système à un degré de liberté, pour un facteur d'amortissement ε donné :

$$\frac{W}{m} = 2\varepsilon\omega_0 \int_0^T \dot{z}^2 dt \quad (3.80)$$

La comparaison entre deux environnements est dans ce cas basée sur leurs spectres d'énergie dissipée avec comme hypothèse que deux environnements ont la même sévérité s'ils dissipent, sur base du système de référence à un degré de liberté, une même quantité d'énergie.

3.4.2 Excitation sinusoïdale à fréquence fixe

En admettant qu'une réponse permanente soit obtenue, les équations (3.5) et (3.80) permettent d'écrire l'énergie dissipée par un test sinusoïdal de fréquence fixe et de durée T sous la forme suivante :

$$\frac{W}{m} = 2\varepsilon\omega_0 \int_0^T \frac{(\omega^{\alpha+1}\beta)^2 \cos^2(\omega t + \psi)}{\omega_0^4[(1-h^2)^2 + (h/Q)^2]} dt \quad (3.81)$$

Après intégration, on obtient finalement :

$$\frac{W}{m} = \varepsilon T (\omega^\alpha \beta)^2 \frac{h^2}{\omega_0 [(1-h^2)^2 + (h/Q)^2]} \quad (3.82)$$

3.4.3 Excitation sinusoïdale à fréquence balayée

Pour une vitesse de balayage lente, la plage d'excitation $[f_1, f_2]$ est divisée en intervalles $[f_i, f_{i+1}]$ suffisamment petits dans lesquels l'excitation peut être approchée par une sinusoïde d'amplitude β_i et de fréquence $\bar{f}_i = \frac{f_i + f_{i+1}}{2} = \bar{h}_i f_0$. L'énergie dissipée dans l'intervalle $[f_i, f_{i+1}]$ est alors donnée par :

$$\frac{\Delta W_i}{m} = 2\varepsilon\omega_0 \int_0^{T_i} \frac{(\bar{\omega}_i^{\alpha+1} \beta_i)^2 \cos^2(\bar{\omega}_i t + \psi)}{\omega_0^4 [(1 - \bar{h}_i^2)^2 + (\bar{h}_i/Q)^2]} dt \quad (3.83)$$

Après intégration, l'énergie totale dissipée s'exprime finalement par la relation :

$$\frac{W}{m} = \sum_i \frac{\Delta W_i}{m} = \varepsilon \sum_i T_i (\bar{\omega}_i^\alpha \beta_i)^2 \frac{\bar{h}_i^2}{\omega_0 [(1 - \bar{h}_i^2)^2 + (\bar{h}_i/Q)^2]} \quad (3.84)$$

La Fig. 3.15 illustre et compare les spectres d'énergie dissipée obtenus dans le cas d'un même balayage sinusoïdal réalisé de façon linéaire ou logarithmique.

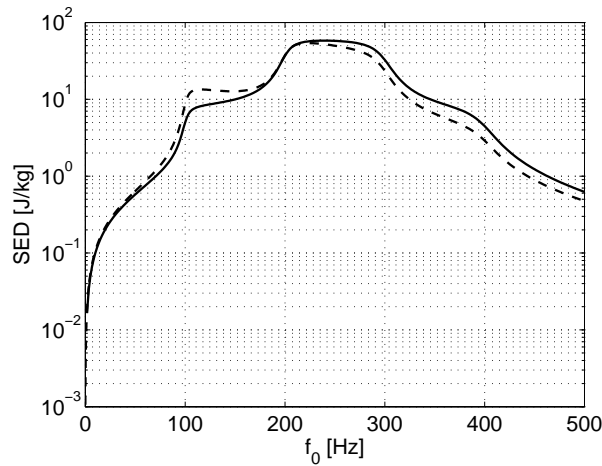


FIG. 3.15 – Spectre d'énergie dissipée correspondant au balayage de la Fig. 3.2 (a) pour $\varepsilon = 5\%$ et $t_b = \sum_i T_i = 180$ s (—, Balayage linéaire ; -.-., Balayage logarithmique)

3.4.4 Excitation aléatoire

Dans le cas d'une excitation aléatoire, le spectre d'énergie dissipée (3.80) peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{W}{m} = 2\varepsilon\omega_0 \int_0^T \dot{z}^2 dt = 2\varepsilon\omega_0 \dot{z}_{RMS}^2 T \quad (3.85)$$

La vitesse relative \dot{z}_{RMS} est évaluée au moyen de l'équation (3.15), en supposant que l'intervalle d'excitation peut être divisé en sous-intervalles dans lesquels la *PSD* est constante. Un tel spectre est présenté à la Fig. 3.16.

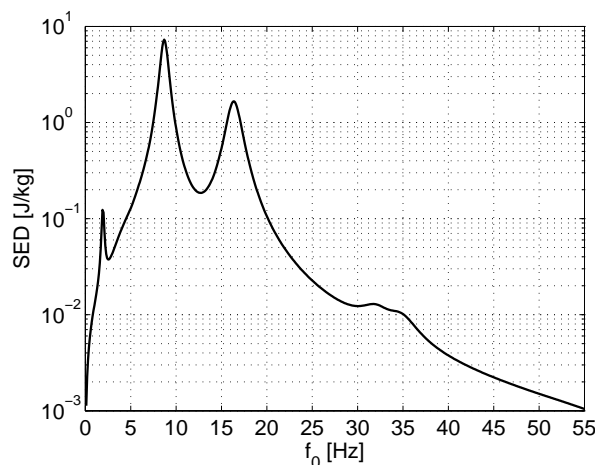


FIG. 3.16 – Composition du *SED* à partir d'une *PSD* d'excitation de forme arbitraire (cas de la Fig. 2.26, simulation 2, direction *oz*) pour $\varepsilon = 5\%$ et $T = 10$ minutes

3.4.5 Excitation par choc

Le spectre d'énergie dissipée par un choc est obtenu à partir de l'équation (3.80), résolue numériquement et dans laquelle la vitesse instantanée est donnée par la relation (3.28). La Fig. 3.17 décrit le spectre d'énergie dissipée lors d'un test réalisé sur la table de secousses.

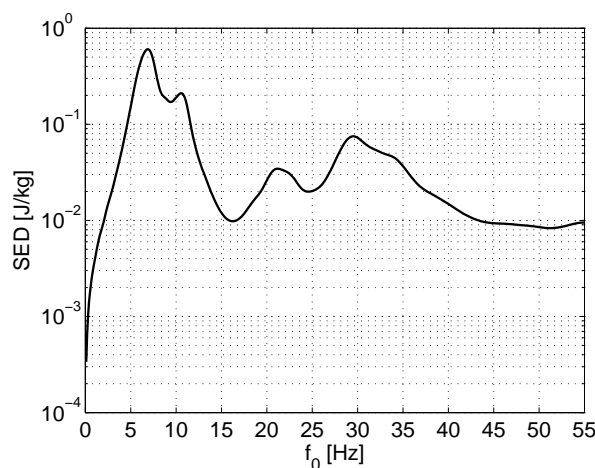


FIG. 3.17 – SED de la table de secousses, calculé à partir de l'accélération verticale mesurée au droit de la fixation du luminaire *Saphir 150 W* ($\varepsilon = 5\%$, 1 secousse)

3.5 Equivalence : état de l'art

La reproduction en laboratoire des effets engendrés sur une pièce mécanique durant sa vie par son environnement vibratoire nécessite de définir une spécification appropriée. Le

problème de l'équivalence est par conséquent extrêmement important. En pratique, on rencontre essentiellement deux types d'équivalences [36, 59].

3.5.1 Equivalence entre vibrations réelles et essais en laboratoire

A condition que l'essai de simulation soit de même nature que l'environnement réel (vibration aléatoire pour simuler un phénomène aléatoire, ...), ce type d'équivalence est bien accepté et les discussions portent plus sur les méthodes à utiliser que sur l'idée elle-même. Sur base des critères de sévérité définis aux paragraphes précédents pour un système mécanique linéaire à un degré de liberté, les méthodes d'équivalence entre environnements vibratoires peuvent être classées comme suit :

- ▷ Egalité des spectres de réponse extrême ou de réponse au choc.
- ▷ Egalité des spectres de dommage par fatigue.
- ▷ Egalité des spectres d'énergie consommée par amortissement interne.

3.5.2 Equivalence entre essais en temps réel et essais de durée réduite

Très souvent, la durée de vie souhaitée de l'appareil étant prohibitive, il est indispensable de recourir à une accélération du test de qualification à effectuer en laboratoire. Les méthodes généralement envisagées pour réduire la durée du test sont les suivantes :

▷ Egalité du dommage par fatigue

Pour deux environnements relativement simples, il est possible d'obtenir une expression analytique de l'amplitude de la vibration équivalente accélérée en égalant leurs expressions du dommage par fatigue. A partir des équations (3.45), (3.47) ou (3.48) ainsi que (3.63), on obtient les formulations suivantes, respectivement dans le cas des vibrations sinusoïdales (à fréquence fixe ou balayée) et aléatoires définies par une suite de paliers de niveaux constants :

$$\beta^E = \beta^R \left(\frac{t_b^R}{t_b^E} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (3.86)$$

$$G^E = G^R \left(\frac{T^R}{T^E} \right)^{\frac{2}{b}} \quad (3.87)$$

avec \square^R et \square^E , les grandeurs associées aux tests de référence et équivalent. Sur base, par exemple, de la relation (3.86), on peut montrer l'influence du paramètre b sur le facteur d'exagération $\frac{\beta^E}{\beta^R}$ pour différents rapports de réduction $\frac{t_b^R}{t_b^E}$, Fig. 3.18. Selon la valeur de b , on constate une variation importante du facteur d'exagération. Une réduction correcte de la durée du test nécessite donc le choix d'une valeur de b aussi proche que possible de la valeur réelle. Une erreur sur le choix de b induit une erreur sur le facteur

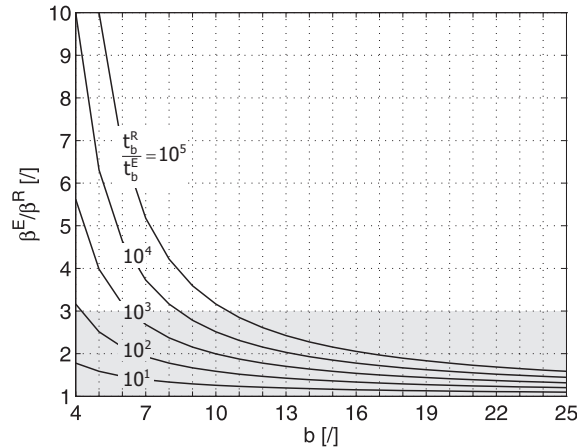


FIG. 3.18 – Influence du paramètre b sur le facteur d'exagération $\frac{\beta^E}{\beta^R}$ en fonction de la réduction de durée $\frac{t_b^R}{t_b^E}$

d'exagération d'autant plus importante que le facteur de réduction retenu est élevé. La limite pratique dans la compression de la durée de l'essai est que l'accroissement du niveau d'excitation correspondant ne conduise pas à dépasser la limite de rupture du matériau [59]. En général, le facteur d'exagération maximum admis est de l'ordre de 2 à 3 (pour rappel, *Van Dusen* préconisait de ne pas augmenter l'excitation au niveau du centre de gravité du luminaire, initialement de 1 g, au-delà de 2.5 g [119, 120]). Un tel facteur correspond plus ou moins au rapport de la limite de rupture à la limite d'endurance pour la plupart des matériaux. Pour certaines valeurs de b , cette règle peut conduire, comme le montre la Fig. 3.18, à des facteurs de réduction de durée très importants. Notons qu'une réduction de durée exagérée peut cependant entraîner l'apparition de problèmes inexistant dans l'environnement réel, tels que l'amplification des chocs dans les montages présentant des jeux, l'accentuation du comportement non-linéaire de la structure, voire la création de contraintes extrêmes supérieures à la limite élastique. C'est pourquoi, selon l'auteur, il est préférable de considérer comme valeur extrême du facteur d'exagération le rapport entre la limite élastique et la limite d'endurance du matériau. On évite ainsi de tester la structure dans la zone oligocyclique de la courbe de *Wöhler* caractérisée par une plastification importante et une réduction rapide du nombre de cycles à la rupture.

Des expressions analytiques faisant intervenir des environnements vibratoires différents sont également présentées aux références [31, 36]. On peut toutefois signaler que les équivalences entre vibrations aléatoires et sinusoïdales sont très critiquées. Elles trouvent leur origine dans les années 1950, période durant laquelle on ne savait piloter les générateurs de vibrations qu'en sinus à fréquence fixe ou balayée (cf. annexe A). Les moyens de traitement du signal étant très limités, il était donc nécessaire de simuler les vibrations aléatoires de l'environnement réel par des vibrations sinusoïdales. Aujourd'hui, le problème ne devrait plus se poser dans les mêmes termes. L'un des intérêts des critères présentés réside dans la possibilité de comparer la sévérité d'un environnement réel, par exemple aléatoire,

à une spécification qui a été définie par un sinus balayé. L'équivalence ne devrait donc pas être utilisée pour écrire une spécification sinus à partir d'un environnement réel aléatoire.

▷ Egalité de l'énergie dissipée

Une équivalence basée sur l'égalité des énergies dissipées au cours du test peut également être obtenue. Pour les vibrations sinusoïdales et aléatoires, on obtient des relations analytiques identiques aux expressions (3.86) et (3.87) dans lesquelles le paramètre b prend une valeur fixe de 2. Ce cas de figure est cependant moins intéressant d'un point de vue réduction de la durée du test si bien que la méthode précédente lui est largement préférée.

▷ Egalité de la longueur de propagation de la fissure

En mécanique de la rupture [25, 60], le processus de fatigue allant jusqu'à la ruine peut être caractérisé par une première phase correspondant à l'initiation de la fissure suivie d'une phase de propagation stable. La rupture survient lorsque la fissure a atteint une taille critique. Chacun de ces processus est lié au niveau de contrainte et au nombre de cycles appliqués à la structure. La *loi de Paris* définit la vitesse de propagation de la fissure en fonction du nombre de cycles :

$$\frac{da}{dN} = C_1 \Delta K^n \quad \text{et} \quad \Delta K = C_2 \Delta \sigma \sqrt{a} \quad (3.88)$$

où C_1 et n sont des constantes du matériau (courbe de propagation de *Paris*);

$\Delta K = K_{max} - K_{min}$ représente la variation du facteur d'intensité de contrainte;

C_2 est un paramètre fonction de la géométrie;

$\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$;

a est la demi-longueur de la fissure.

Il est par conséquent possible à partir de ces relations de déterminer un niveau de contrainte qui produit la même longueur de fissure avec un nombre réduit de cycles. Cette méthode est toutefois très peu utilisée au stade de la spécification.

3.6 Equivalence : méthodologie proposée

3.6.1 Procédure d'optimisation

Etant donné une vibration définie dans une bande de fréquences $[f_1, f_2]$, la méthode développée dans le cadre de cette thèse de doctorat se scinde en deux étapes :

1. Tracer le spectre de robustesse, de dommage ou d'énergie dissipée dans une gamme de fréquences $[f_{01}, f_{02}]$ couvrant les principales résonances du matériel (gamme plus ou moins large que l'intervalle $[f_1, f_2]$, selon la connaissance de la structure à tester).
2. Rechercher les caractéristiques de la sollicitation équivalente telle que son spectre de robustesse, de dommage ou d'énergie dissipée soit très proche du précédent pour toutes les fréquences de l'intervalle $[f_{01}, f_{02}]$, Fig. 3.19.

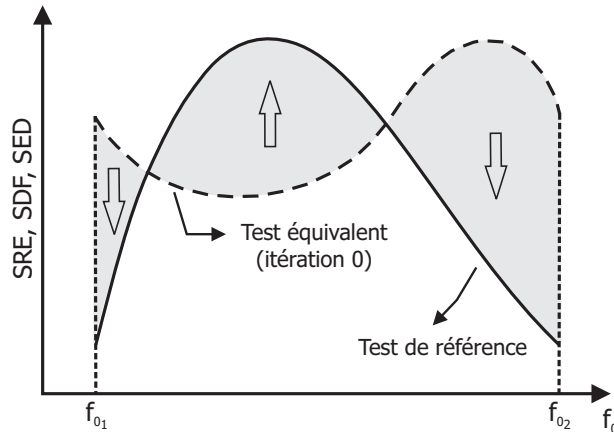


FIG. 3.19 – Minimisation de l'écart entre spectre de référence et spectre équivalent

Cette recherche est effectuée à partir d'une méthode itérative basée sur un processus d'optimisation. Elle présente les avantages suivants sur la méthode analytique décrite au paragraphe précédent :

- ▷ Aucune restriction n'existe sur la valeur de la fréquence propre f_0 , qui peut être ou non dans l'intervalle $[f_1, f_2]$.
- ▷ L'équivalence est obtenue indépendamment de la fréquence de résonance du matériel.
- ▷ L'équivalence peut être réalisée en tenant compte de plusieurs critères de sévérité.
- ▷ Une vibration équivalente peut être déterminée quelle que soit la complexité de la vibration de référence, ce qui n'est pas toujours le cas avec les méthodes simplifiées.

La méthode, basée sur un processus d'optimisation, a été développée dans l'environnement du logiciel *BOSS Quattro* [103]. Le rôle de ce logiciel est double : d'une part, comme gestionnaire de tâches, il lance au moyen d'un script le programme dans lequel le calcul des différents critères a été implémenté et d'autre part, comme optimiseur, il gère le processus d'optimisation. La procédure de calcul se déroule comme indiqué à la Fig. 3.20 :

1. Le script *USER-REFERENCE* lance l'analyse traitant du test de référence et les résultats (spectres de réponse extrême, de dommage et d'énergie dissipée) sont stockés.
2. A partir des valeurs initiales des variables définissant l'espace de conception (amplitudes d'excitation, fréquences d'excitation et/ou durée du test), le script *USER-EQUIVALENCE* calcule les différents spectres pour le test équivalent.
3. Les spectres du test équivalent pour l'itération courante sont associés aux spectres du test de référence afin d'établir la fonction objectif et les contraintes définissant le problème d'optimisation.
4. L'algorithme d'optimisation, sur base des fonctions à minimiser et des contraintes dont il calcule les sensibilités, met à jour les variables de conception [43].
5. Les étapes 2 à 4 sont alors répétées jusqu'à ce qu'un optimum soit atteint.

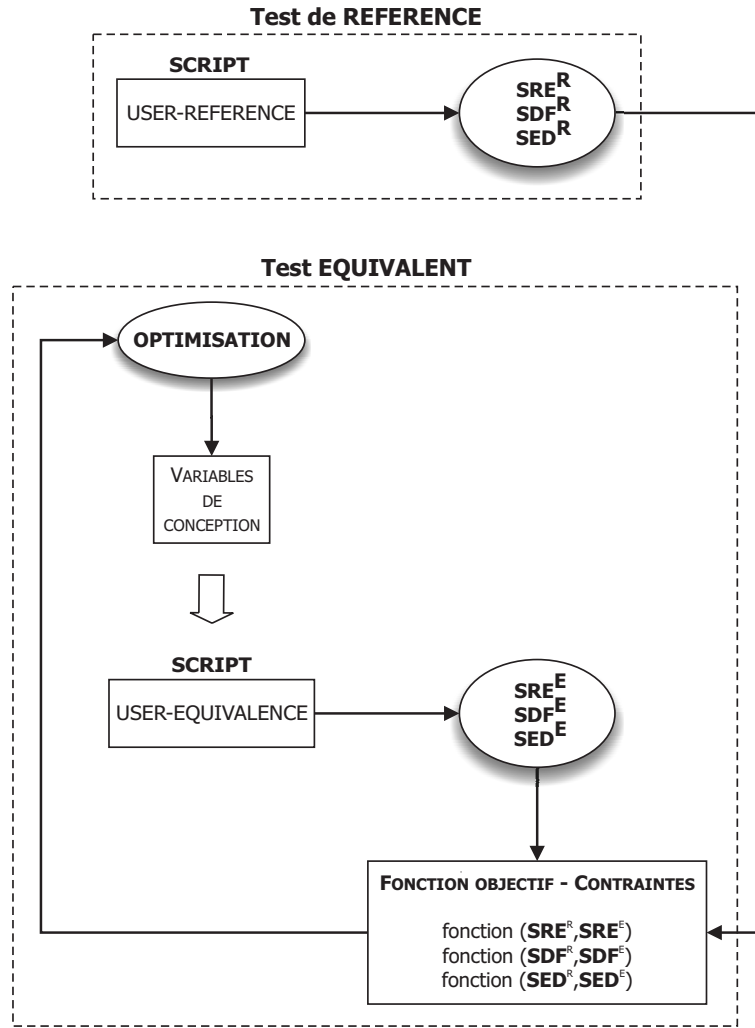


FIG. 3.20 – Procédure d'élaboration d'un test équivalent dans l'environnement du gestionnaire de tâches et optimiseur *BOSS Quattro* [103]

Les fonctions implémentées (fonction objectif et contraintes) permettant de poser correctement le problème d'optimisation s'écrivent, selon le critère de sévérité considéré, sous les formes suivantes :

$$\text{fonction}(\mathbf{SRE}^R, \mathbf{SRE}^E) = |\mathbf{SRE}^R - \mathbf{SRE}^E|^2 \quad (3.89)$$

$$\text{fonction}(\mathbf{SDF}^R, \mathbf{SDF}^E) = \left| \log \frac{\mathbf{SDF}^R}{\mathbf{SDF}^E} \right|^2 \quad (3.90)$$

$$\text{fonction}(\mathbf{SED}^R, \mathbf{SED}^E) = \left| \log \frac{\mathbf{SED}^R}{\mathbf{SED}^E} \right|^2 \quad (3.91)$$

3.6.2 Validation

Afin de valider la méthodologie présentée, considérons le cas simple de l'environnement vibratoire de référence décrit au tableau 3.1. Il s'agit d'un bruit de bande limitée dont la durée d'application doit être réduite d'un facteur 10. La plage d'excitation étant fixée, le

seul paramètre à déterminer est le niveau d'excitation correspondant au test équivalent. Celui-ci est obtenu par égalité des spectres de dommage par fatigue. On observe que la méthode développée fournit des résultats identiques à ceux de la méthode analytique. Les différents spectres calculés sont représentés à la Fig. 3.21. La réduction de durée (cf. *SED*) s'accompagne d'une augmentation du niveau d'excitation de 60 % (cf. *SRE*). Il y correspond un facteur d'exagération de 1.3 garantissant la validité de l'équivalence d'un point de vue contrainte *RMS* induite dans le système.

	Type d'excitation	Niveau d'excitation [(m/s ²) ² /Hz]	Durée [s]
Référence	aléatoire [5, 25] Hz	2	18000
Equivalence	aléatoire [5, 25] Hz	analyt. : 3.2 / opti. : 3.2	1800

TAB. 3.1 – Réduction de la durée d'une spécification définie par une vibration aléatoire

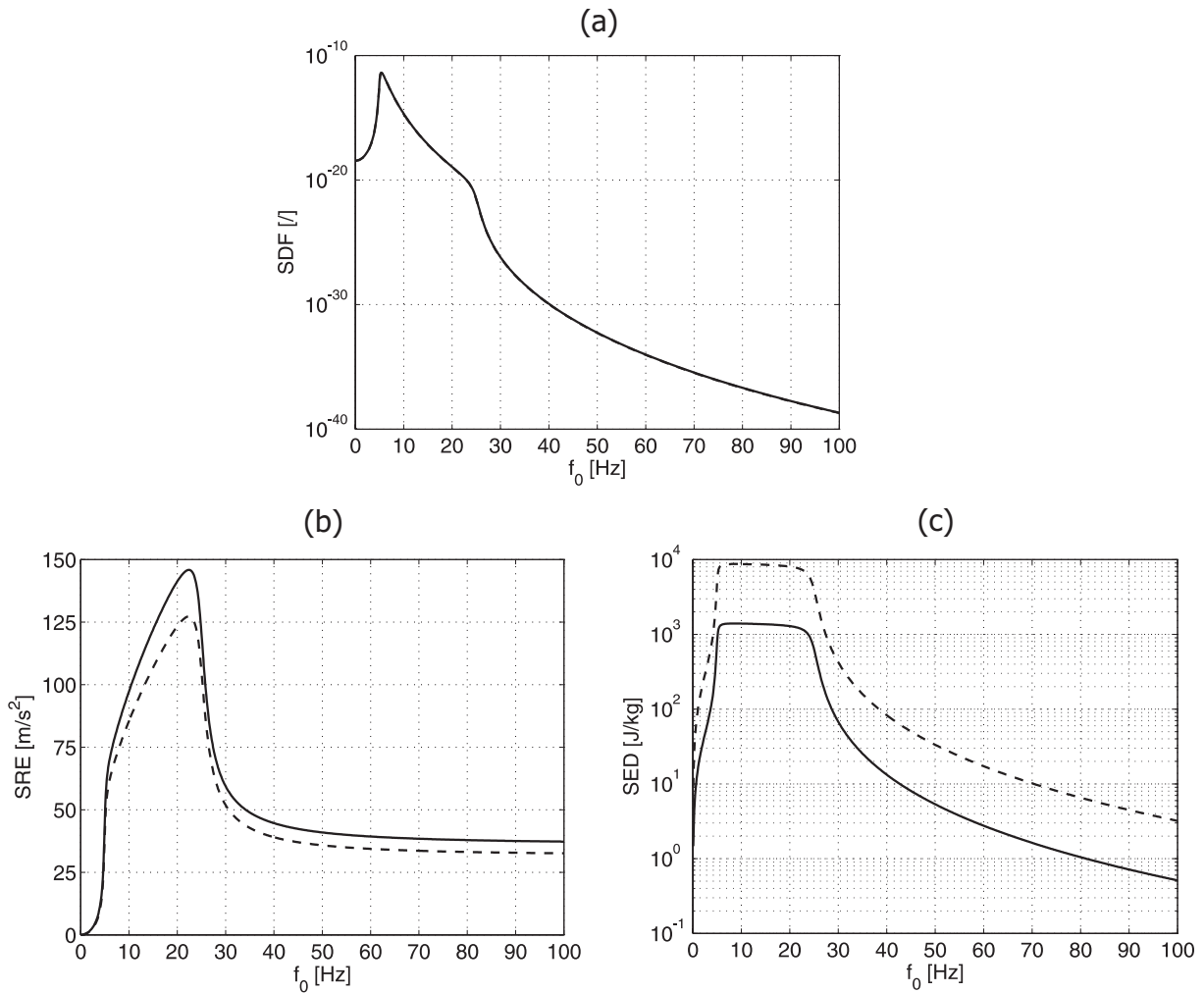


FIG. 3.21 – Test équivalent accéléré dans le cas d'un bruit de bande limitée pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$ et $A = K = 1$ (---, Test de référence ; —, Test équivalent) : (a) *SDF* ; (b) *SRE* ; (c) *SED*

Par contre, dans le cas plus complexe de la table de secousses, dont l'environnement vibratoire est décrit à la Fig. 3.5 (a), la méthode analytique ne permet plus de trouver une solution au problème de réduction de la durée du test. Il est par conséquent nécessaire, dans une telle situation, de recourir au processus d'optimisation développé. Le test équivalent souhaité, à réaliser sur table vibrante, est un balayage sinusoïdal dans l'intervalle de fréquences $[5, 55]$ Hz pour une durée totale de l'essai de 3600 s. La fréquence minimale autorisée est imposée par les spécifications techniques des excitateurs électrodynamiques. L'équivalence est basée sur l'égalité des spectres d'endommagement et les amplitudes des divers niveaux d'excitation représentent les variables de conception du problème. L'optimum obtenu est résumé au tableau 3.2 ainsi qu'à la Fig. 3.22. Une réduction de durée importante ($\frac{t_b^R}{t_b^E} = 139$) est réalisée pour un facteur d'exagération au plus égal à 1.9 ($f_0 = 5$ Hz), Fig. 3.22 (b).

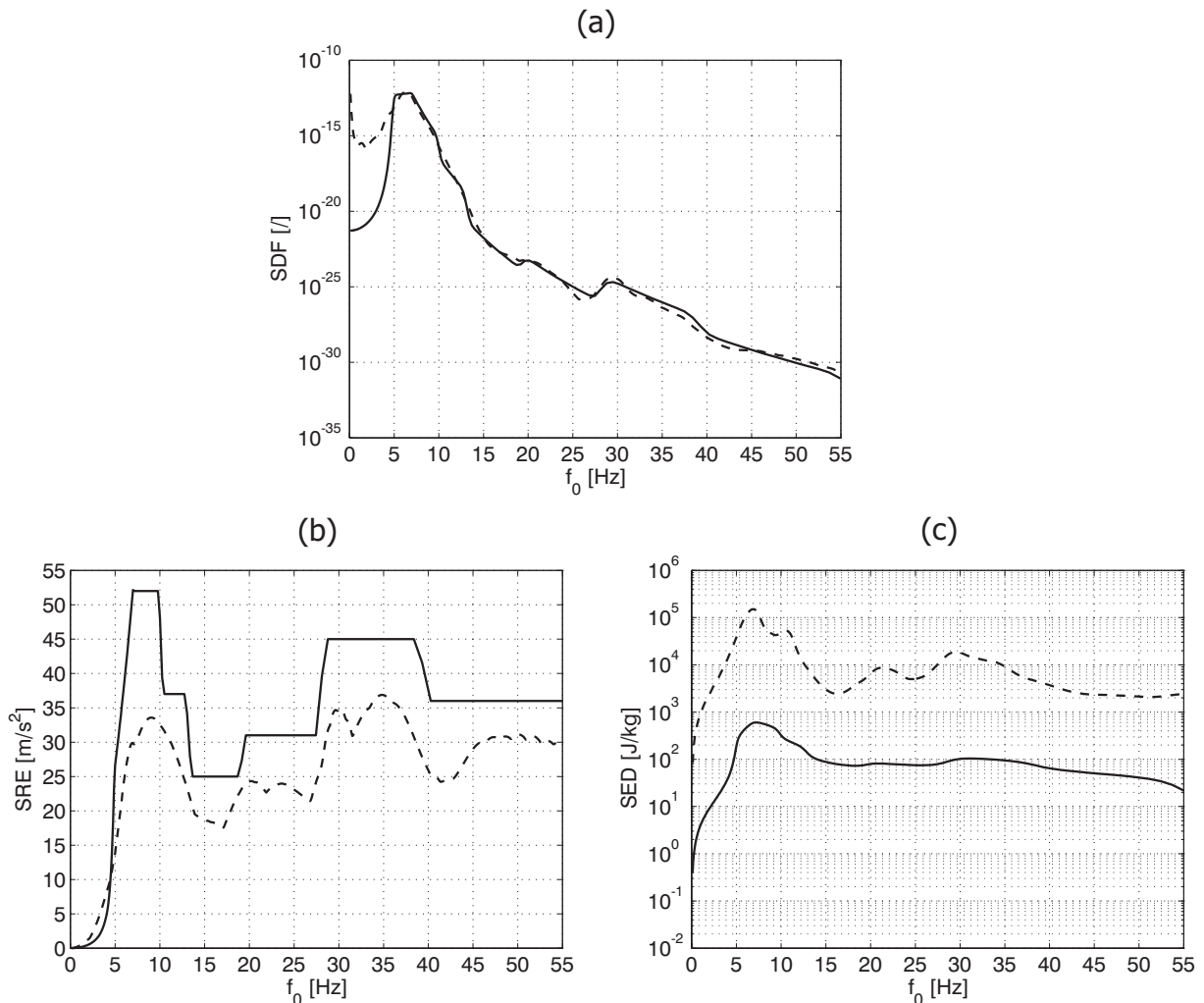


FIG. 3.22 – Balayage sinusoïdal accéléré équivalent à la table de secousses, calculé à partir de l'accélération verticale mesurée au droit de la fixation du luminaire *Saphir 150 W* pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$, $A = K = 1$ et $R_r = 1$ (---, Test de référence ; —, Test équivalent) : (a) *SDF* ; (b) *SRE* ; (c) *SED*

	Type d'excitation	Niveau d'excitation	Durée [s]
Référence	table	signal	$5 \cdot 10^5$
	de secousses	mesuré	($\approx 2.5 \cdot 10^5$ secousses)
Equivalence	balayage sinusoïdal	[5, 7] Hz : 2.7 mm	3600
	logarithmique	[7, 10] Hz : 5.2 m/s^2	(3 balayages)
	$5 \rightarrow 55 \rightarrow 5$ Hz	[10, 13] Hz : 3.7 m/s^2	
	0.34 oct/min	[13, 20] Hz : 2.5 m/s^2	
		[20, 29] Hz : 3.1 m/s^2	
		[29, 39] Hz : 4.5 m/s^2	
		[39, 55] Hz : 3.6 m/s^2	

TAB. 3.2 – Réduction de la durée d'une spécification définie par une succession de secousses

3.7 Exemples

Dans un premier temps, la théorie fondée sur le système de référence à un degré de liberté permet d'élaborer une spécification basée sur l'égalité des spectres de réponse au choc en vue de la qualification des luminaires à un impact sur le poteau. Ensuite, la sévérité des normes utilisées pour la qualification des appareils d'éclairage public au vent est estimée et comparée à celle de leur environnement vibratoire réel. Finalement, un test de durée réduite, équivalent aux effets du vent, est présenté.

3.7.1 Qualification des luminaires à un impact au niveau du poteau

L'objectif de cet exemple consiste à élaborer une spécification assurant la qualification sur exciteur électrodynamique d'un luminaire d'éclairage de parking dont le poteau est percuté par une voiture. La modélisation de la structure, basée sur la méthode des éléments finis, est identique à celle présentée au chapitre précédent comme l'illustre la Fig. 3.23 (a). L'excitation est déterminée à partir d'observations relevées sur un cas réel, le luminaire *NEMO* conçu et fabriqué par *R-Tech/Schröder* dont une vue est présentée à la Fig. 3.23 (b), et au moyen d'informations recueillies dans la littérature [34, 66]. Il en ressort que, d'une part, l'intégrité structurale du poteau n'est pas mise en défaut au cours du choc et que, d'autre part, la collision véhicule-poteau peut être représentée par une force d'impact $F(t)$ dont l'évolution temporelle se résume à un triangle de hauteur F_{max} et de base Δt , Fig. 3.23 (a). D'après ces mêmes sources, le maximum de la force d'excitation apparaît généralement après 20 ms et la durée de la sollicitation est de l'ordre de 80 à 200 ms selon l'importance de la déformation causée au véhicule. Connaissant la masse m de la voiture ainsi que sa vitesse initiale v_{ini} (tableau 3.3), le principe de conservation de

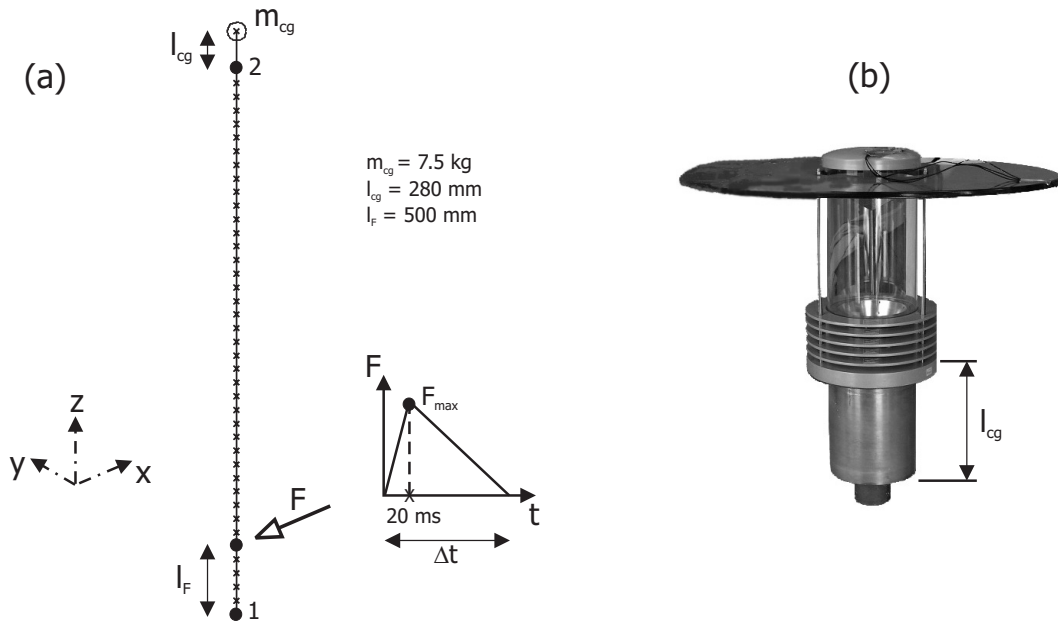


FIG. 3.23 – Système « poteau/luminaire » soumis à une excitation de type impact : (a) Modèle éléments finis de la structure et représentation de l'excitation ; (b) Vue du luminaire *NEMO* (*R-Tech/Schröder*) auquel est appliquée la présente étude

la quantité de mouvement s'écrit sous la forme suivante :

$$\int_0^{\Delta t} F(t)dt = m|v_{fin} - v_{ini}| \quad (3.92)$$

soit, pour une vitesse nulle après la collision ($v_{fin} = 0$) :

$$F_{max} = \frac{2mv_{ini}}{\Delta t} \quad (3.93)$$

Simulation	m	Δt	v_{ini}	F_{max}
	[kg]	[ms]	[m/s]	[kN]
1	900	200	5.6	50.0
2	900	200	9.7	87.2
3	900	80	5.6	125.0
4	900	80	9.7	218.2

TAB. 3.3 – Détermination du maximum de la force d'impact pour m , Δt et v_{ini} donnés

Le calcul de la réponse dynamique d'une structure soumise à un impact est effectué dans l'environnement du logiciel *Samcef* [102]. La méthode de résolution étant basée sur un calcul transitoire par superposition modale (*méthode des accélérations modales* [37]), son utilisation nécessite, d'une part, l'hypothèse d'un amortissement modal et, d'autre part, la détermination d'un nombre important de modes propres pour obtenir une solution numérique satisfaisante. Différents poteaux en acier pouvant accueillir le luminaire, leurs données géométriques sont présentées au tableau 3.4.

Poteau	Hauteur [m]	$\varnothing_{\text{tête}}$ [mm]	$\varnothing_{\text{base}}$ [mm]	Epaisseur [mm]	Fréquence d'utilisation
1	4	60	116	3	fréquent
2	4	76	132	3	peu fréquent
3	5	60	130	3	fréquent
4	5	62	132	4	peu fréquent
5	5	62	147	4	rare
6	5	76	147	3	rare
7	4	76	144	3	fréquent
8	5	76	144	3	fréquent
9	4	60	110	3	rare
10	5	60	123	3	rare

TAB. 3.4 – Données géométriques des différents poteaux en acier impliqués dans l'élaboration du test équivalent à un impact ($E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.3$, pour une limite élastique R_e de 235 MPa)

Dans un premier temps, le poteau n°1 est pris comme référence, vu sa fréquence d'utilisation élevée et sa section d'encastrement de taille réduite, afin de corrélérer le calcul de la réponse du système « poteau/luminaire » avec les observations réalisées sur le cas réel. La réponse *PIC* du poteau n°1 soumis aux différents profils d'excitation décrits au tableau 3.3 est représentée à la Fig. 3.24 pour un amortissement modal constant prenant les valeurs de 5, 0.5 et 0.05 %. Il s'agit de la contrainte à la base du poteau et de l'accélération dans la direction d'impact au niveau de la fixation du luminaire (la struc-

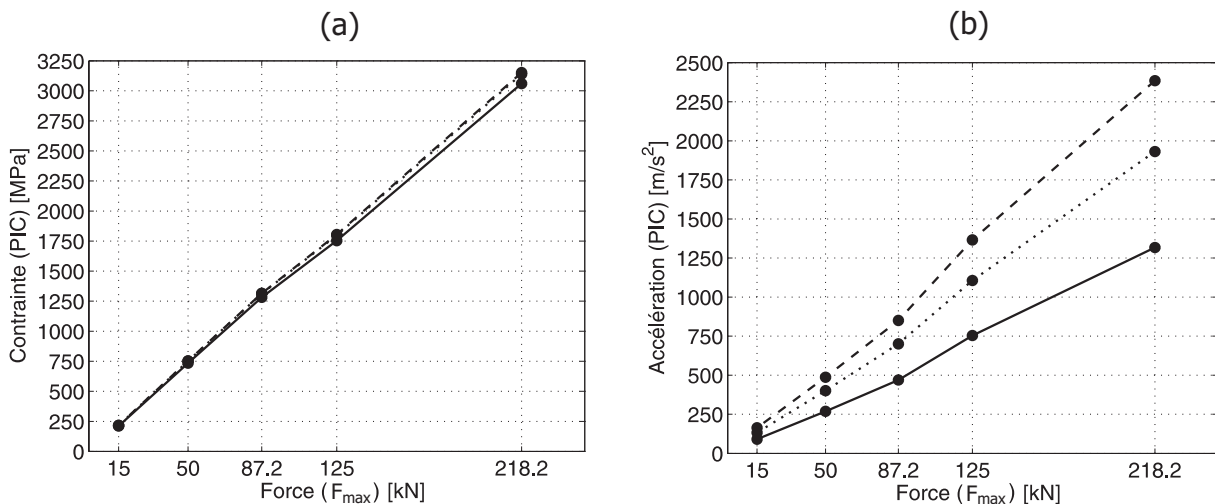


FIG. 3.24 – Réponses du poteau n°1 en fonction de la force F_{max} d'impact appliquée (---, $\varepsilon = 0.05\%$; \cdots , $\varepsilon = 0.5\%$; —, $\varepsilon = 5\%$) : (a) Contrainte *PIC* à la base du poteau (point 1); (b) Accélération *PIC* selon *ox* au niveau de la fixation du luminaire (point 2)

ture étant symétrique, les composantes de l'accélération dans les autres directions sont nulles), soit respectivement aux points 1 et 2 de la Fig. 3.23 (a). On constate que la contrainte au point 1, contrairement à l'accélération au point 2, est très peu sensible à l'amortissement introduit dans le modèle. Il apparaît également que les forces d'impact envisagées engendrent une contrainte à l'encastrement nettement supérieure à la limite élastique du matériau constituant le poteau ($R_e = 235$ MPa). Une telle contrainte n'est pas observée dans la réalité puisque le poteau n'est pas endommagé. Par conséquent, la limite supérieure de la force d'impact F_{max} peut être extrapolée de ces résultats de sorte que la contrainte à la base du poteau soit juste inférieure à la limite élastique de l'acier. On obtient ainsi une valeur de 15 kN (cf. Fig. 3.24) qui correspond, pour un Δt de 80 ms, à une vitesse initiale de 0.7 m/s (2.5 km/h). L'accélération au niveau de la fixation du luminaire est dans ce cas comprise entre 90 et 164 m/s^2 selon l'amortissement considéré. Les signaux temporels obtenus aux points 1 et 2 pour un amortissement de 0.05 % (valeur conservative, équivalente à l'application d'un coefficient de sécurité) et un pas de temps dt de 10^{-4} s sont illustrés à la Fig. 3.25.

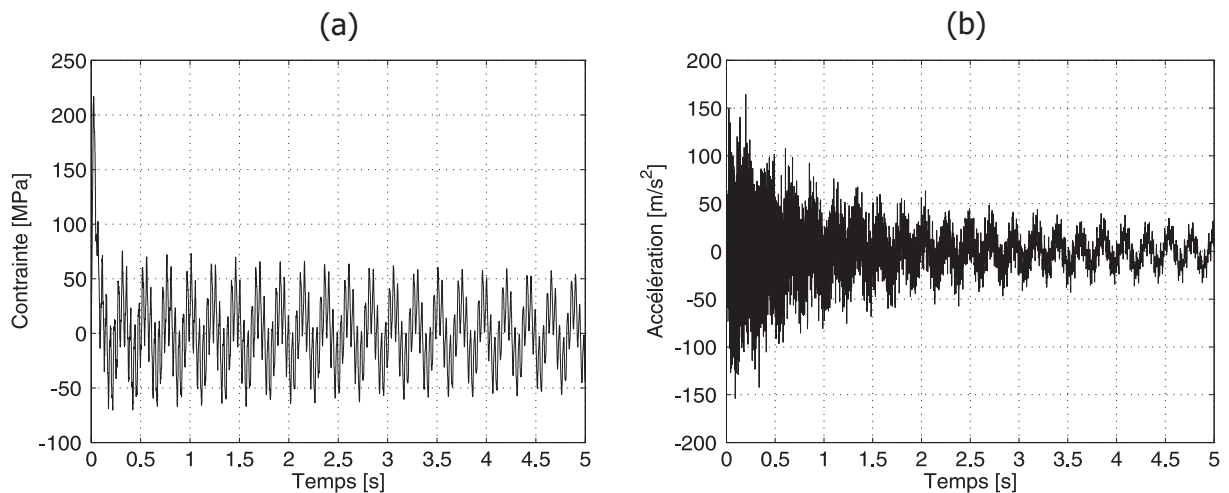


FIG. 3.25 – Réponses du poteau n°1 à un impact ($\varepsilon = 0.05\%$, $dt = 10^{-4}$ s) : (a) Evolution temporelle de la contrainte à la base du poteau (point 1); (b) Evolution temporelle de l'accélération selon ox au niveau de la fixation du luminaire (point 2)

L'influence du nombre de modes constituant la base modale sur la qualité de la solution numérique est étudiée au tableau 3.5. L'étendue de la base modale et le pas de temps dt sont liés par le respect du *théorème de Shannon*. La simulation 6 étant prise comme référence (la fréquence d'échantillonnage f_s est plus de 18 fois supérieure à l'étendue de la base modale), il apparaît qu'une cinquantaine de modes (simulations 3 et 4) sont nécessaires pour estimer correctement le *PIC* d'accélération. Pour une durée d'observation constante, le temps de calcul est directement conditionné par la taille du pas de temps. Les paramètres définissant la simulation 3 seront donc préférés par la suite à ceux de la simulation 4 vu le gain de temps qu'ils procurent (3 minutes au lieu de 15 sur une

	Simulation					
	1	2	3	4	5	6
dt [s]	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$
f_s [Hz]	$2 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	10^4	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^5$
Nombre de modes	10	20	50	50	76	76
Etendue de la base modale [Hz]	240	781	3440	3440	7215	7215
Erreur relative [%]						
Contrainte (<i>PIC</i>)	0.2	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0
Accélération (<i>PIC</i>)	34.4	6.5	0.4	0.1	0.0	0.0

TAB. 3.5 – Influence du pas de temps et du nombre de modes propres sur la qualité de la solution numérique

station HP-UX B2600). Notons encore que le temps de calcul nécessaire pour exécuter la simulation 6 est quant à lui d'environ 150 minutes.

Dans un second temps, le calcul de la réponse du système « poteau/luminaire » à un impact est répété pour chacun des poteaux du tableau 3.4. Les valeurs *PIC* des signaux obtenus sont résumées à la Fig. 3.26. On constate que la contrainte la plus élevée (238 MPa) est légèrement supérieure à la limite élastique de l'acier mais apparaît à la base du poteau le moins robuste (poteau n°9), celui-ci étant toutefois rarement utilisé. L'accélération la plus importante est par contre relevée à la fixation du luminaire sur le poteau n°1 et est d'environ 17 g.

Finalement, l'évolution temporelle de l'accélération au point 2, déterminée pour chaque poteau, peut être considérée comme l'excitation à imposer à la base du système de référence à un degré de liberté dont le *SRC* est calculé. L'amortissement du mode prin-

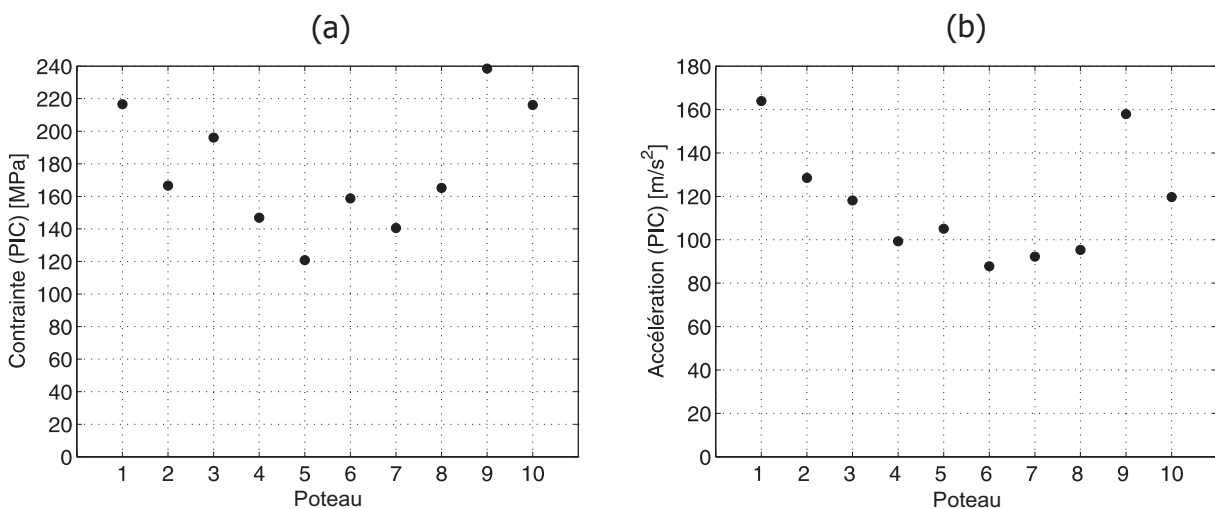


FIG. 3.26 – Réponses *PIC* pour l'ensemble des poteaux ($\varepsilon = 0.05\%$, $dt = 10^{-4}$ s, nombre de modes = 50) : (a) Contrainte à la base du poteau (point 1); (b) Accélération selon ox au niveau de la fixation du luminaire (point 2)

cial du luminaire étant inconnu, une valeur conventionnelle de 5 % a été utilisée pour le calcul [53, 56]. La bande d'analyse en fréquence envisagée s'étend de 0 à 55 Hz et enveloppe ainsi les principales fréquences de résonance de l'appareil. La résolution fréquentielle df_0 étant fixée à 0.1 Hz, il apparaît que, pour un échantillon temporel de $5 \cdot 10^4$ points, le calcul d'un *SRC* nécessite 12 minutes sur un processeur P4 3.6 GHz. La spécification caractérisant l'environnement vibratoire du luminaire suite à un impact sur le poteau est alors obtenue en prenant l'enveloppe des différents spectres de réponse au choc, Fig. 3.27 (a). Une enveloppe simplifiée mais conservatrice est également déterminée en vue de son introduction dans un système de contrôle pour exciteur électrodynamique, Fig. 3.27 (b).

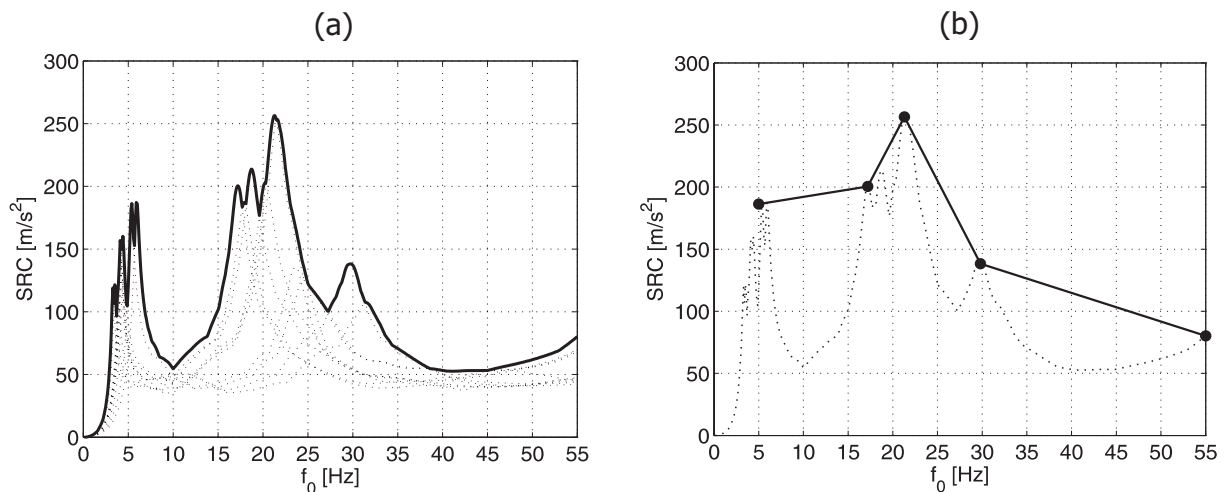


FIG. 3.27 – Spécification de test équivalente à un impact sur le poteau : (a) Enveloppe des *SRC* calculés à partir de la réponse des poteaux au niveau de la fixation du luminaire pour $\varepsilon = 5\%$; (b) Simplification de l'enveloppe des *SRC* en vue du pilotage d'un exciteur électrodynamique

Les excitateurs électrodynamiques sont en réalité toujours pilotés à partir d'un signal en fonction du temps. Le calcul d'un *SRC* étant une opération univoque, il y a cependant une infinité de signaux temporels ayant un spectre donné. Le principe général consiste donc à rechercher un des signaux $\ddot{x}(t)$ ayant le spectre spécifié. Pour cela, le calculateur de la baie de pilotage procède comme suit [56, 67] :

- ▷ Un signal d'accélération élémentaire (par exemple, une sinusoïde amortie) est généré à chaque fréquence f_0 du *SRC* de référence. Un tel signal a la propriété d'avoir un spectre de réponse au choc présentant un pic à la fréquence de la sinusoïde.
- ▷ Les signaux élémentaires sont additionnés en introduisant éventuellement un retard entre chacun d'eux, de façon à maîtriser la durée totale du choc.
- ▷ Le signal global étant ainsi constitué et compensé (vitesse et déplacement doivent être nuls en fin de choc), le programme procède alors à quelques itérations corrigeant les amplitudes de chaque signal élémentaire de façon à ce que le spectre du signal global converge vers le spectre de référence.

Un exemple de signal temporel de pilotage synthétisé à partir du *SRC* de la Fig. 3.27 (b) est présenté à la Fig. 3.28.

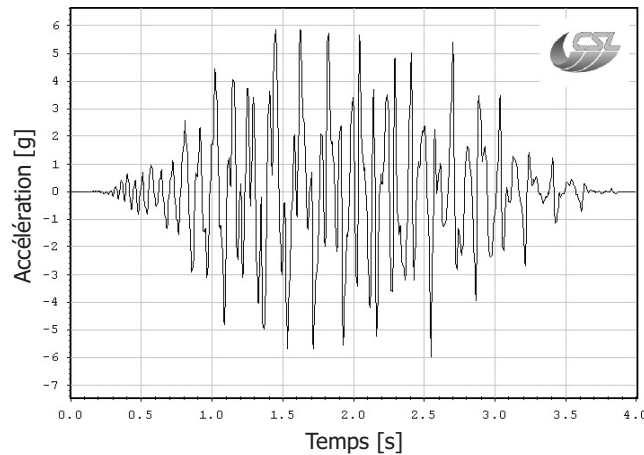


FIG. 3.28 – Signal temporel à imposer au niveau de la table d'un excitateur électrodynamique afin de garantir un *SRC* équivalent à celui de la Fig. 3.27 (b) (calcul réalisé au moyen du système *VibExec/m+p International* du *Centre Spatial de Liège*)

3.7.2 Sévérité des « normes lumineuses » par rapport au vent

Dans un premier temps, la sévérité de l'environnement vibratoire engendré par le vent sur un appareil d'éclairage public est déterminée en appliquant, à la base du système de référence à un degré de liberté, les *PSD* de réponse calculées au droit de la fixation du luminaire sur le poteau selon les directions ox , oy et oz , supposées dès lors non-corrélées (simulations 1 à 8 et 12 à 15 du tableau 2.14). Les différents spectres ainsi obtenus sont présentés à la Fig. 3.29. L'effet du vent moyen étant dissocié de celui des tempêtes, l'enveloppe des simulations envisagées est obtenue en prenant, pour chaque fréquence propre du système à un degré de liberté, le maximum des différents spectres calculés. On constate que les accélérations extrêmes relevées au niveau du centre de gravité du système à un degré de liberté ont pour origine les tempêtes, excepté dans la plage de fréquences [6.6, 11.3] Hz. De même, l'endommagement produit par les tempêtes est en général plus important que celui associé aux effets du vent moyen, si ce n'est pour les fréquences propres comprises dans l'intervalle [2.6, 18.1] Hz qui, la plupart du temps, comprend la première fréquence de résonance du luminaire. Par contre, l'énergie dissipée sur une période de 20 ans est systématiquement supérieure à celle produite par 90 heures de tempête. Notons encore que les différents spectres sont calculés pour une période d'observation de 10 minutes. Les spectres d'endommagement et d'énergie dissipée sont ensuite extrapolés à la durée totale d'application de l'environnement vibratoire.

Dans un second temps, la sévérité des différentes normes et moyens d'essais mis en œuvre par *R-Tech* (tel que la table de secousses), présentés au chapitre 1, est déterminée

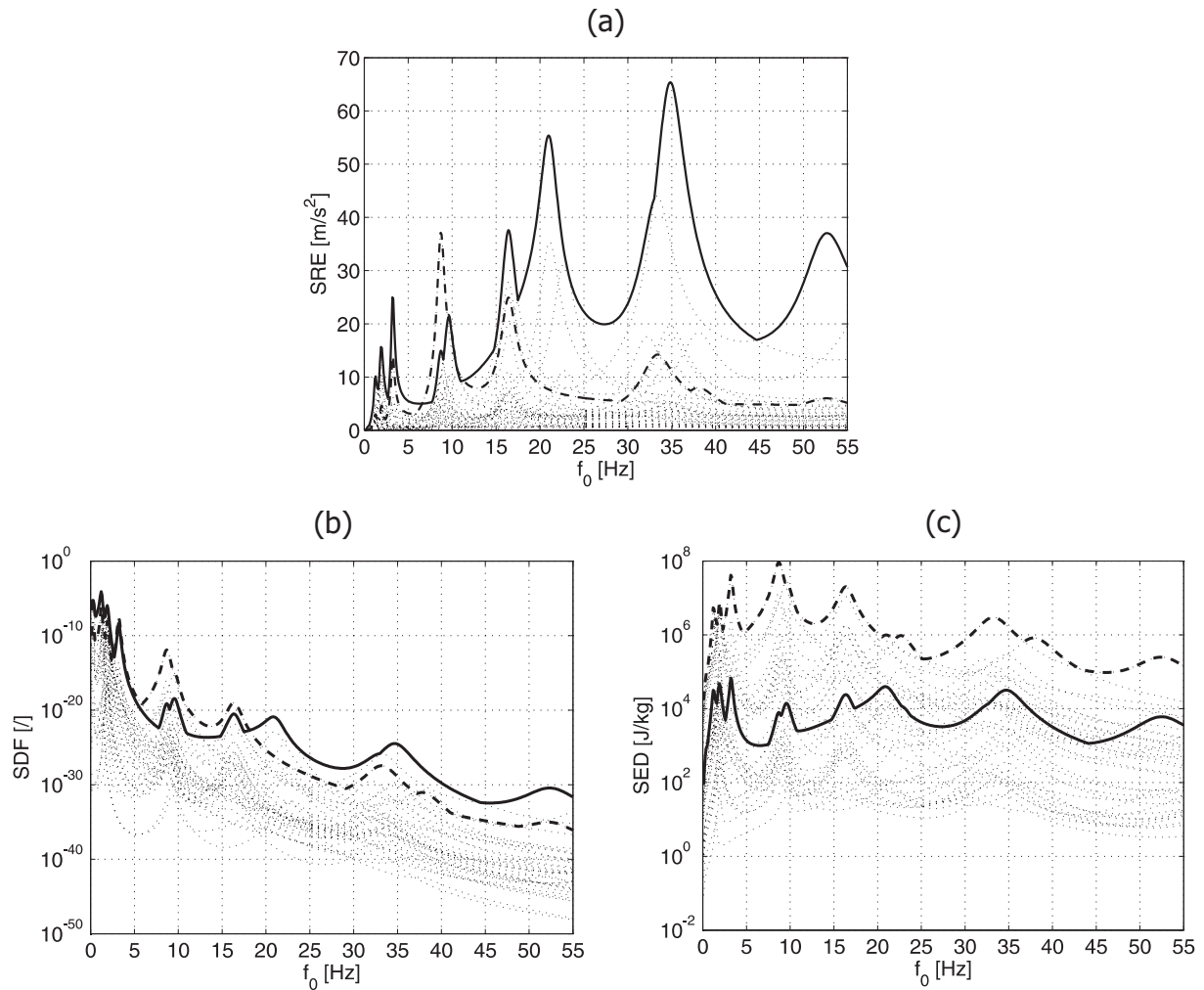


FIG. 3.29 – Comparaison de la sévérité des effets journaliers du vent (---, Enveloppe des simulations 1 → 4, 12 et 14 du tableau 2.14 : $u_{10} = 10.2$ m/s, durée = 20 ans) et des tempêtes (—, Enveloppe des simulations 5 → 8, 13 et 15 du tableau 2.14 : $u_{10} = 19.6$ m/s, durée = 90 heures) pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$ et $A = K = 1$: (a) SRE (période d'observation de 10 minutes); (b) SDF ; (c) SED

et comparée à celle résultant de l'effet cumulé du vent moyen et des tempêtes, Fig. 3.30. On remarque que les SRE des normes CEI 68-2-6 et CEI 60598 croissent avec la fréquence propre du système à un degré de liberté vu que l'excitation est définie par un déplacement d'amplitude constante. Les accélérations maximales vue par le centre de gravité du système sont alors atteintes à la fréquence de 55 Hz et valent, respectivement, 179 m/s^2 et 418 m/s^2 pour un amortissement de 5%. Le projet belge ainsi que les normes ANSI C 136-31 (conditions normales d'utilisation et appareils montés sur ponts ou viaducs) présentent des spectres de réponse extrême de niveaux constants. En dessous de 20 Hz, le SRE du projet belge est le seul à envelopper complètement celui du vent (ce dernier étant obtenu en considérant le maximum entre le vent moyen et les tempêtes). En ce qui concerne le SDF , à nouveau, seul le projet belge enveloppe pratiquement sur toute la plage de fréquences

considérée le spectre associé aux effets cumulés du vent moyen et des tempêtes. Un test de sévérité moindre est cependant à craindre pour un appareil qui présenterait une fréquence de résonance d'environ 9 ou 35 Hz. Par contre, dans le cas du *SED*, le vent surpasse largement les autres environnements vibratoires vu sa longue durée d'application.

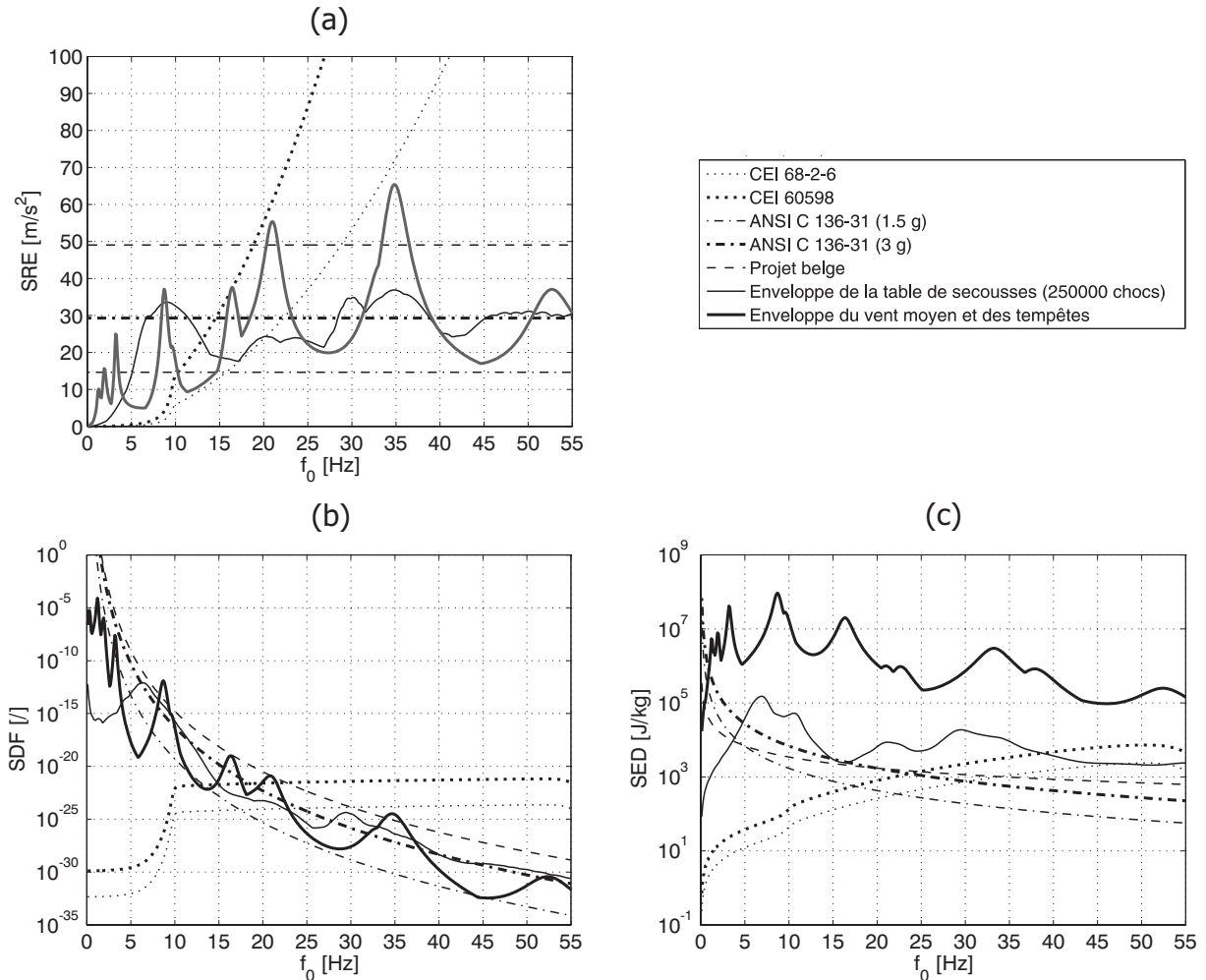


FIG. 3.30 – Comparaison de la sévérité des « normes lumineuses » et de l'environnement vibratoire du vent pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$ et $A = K = 1$: (a) *SRE* ; (b) *SDF* ; (c) *SED*

3.7.3 Qualification des luminaires au vent

Sur base de la méthodologie d'optimisation développée, un test accéléré présentant un *SDF* équivalent à celui associé aux effets cumulés du vent moyen et des tempêtes, présenté à la Fig. 3.30 (b) et repris à la Fig. 3.31 (b), peut être calculé. Comme pour l'exemple de la qualification des luminaires à un impact au niveau du poteau, une enveloppe simplifiée mais conservatrice est déterminée à partir du spectre de référence initial. Le test de fatigue équivalent envisagé correspond, pour chaque direction structurale du spécimen testé, à une excitation aléatoire définie dans la plage de fréquences $[5, 55]$ Hz. Le spectre d'excitation est divisé en 7 intervalles dans lesquels la *PSD* prend une valeur constante. La

fréquence minimale d'excitation, imposée par les spécifications techniques des excitateurs électrodynamiques, ne remet cependant pas en cause l'efficacité du test car la première fréquence de résonance des luminaires est généralement supérieure à cette valeur minimale. La durée du test étant fixée à une heure par axe, les niveaux d'excitation ainsi que les fréquences définissant les intervalles entre 5 et 55 Hz constituent les paramètres du problème. La solution fournie par le processus d'optimisation est présentée à la Fig. 3.31 et la spécification qui en découle est résumée au tableau 3.6.

	Type d'excitation	Niveau d'excitation [(m/s ²) ² /Hz]	Durée de la sollicitation
Référence	vent	<i>PSD</i> de réponse du système « poteau/luminaire » au droit de la fixation du luminaire	vent moyen : 20 ans + tempêtes : 90 heures
Equivalence	aléatoire	[5.0, 8.0] Hz : 0.3 [8.0, 12.0] Hz : 7.0 [12.0, 15.0] Hz : 3.0 [15.0, 20.5] Hz : 1.0 [20.5, 34.5] Hz : 1.2 [34.5, 45.0] Hz : 0.6 [45.0, 55.0] Hz : 0.1	3600 s

TAB. 3.6 – Réduction de la durée d'une spécification définie par l'enveloppe des sollicitations engendrées par le vent ($\varepsilon = 5\%$ et $b = 10$)

La *PSD* d'excitation obtenue présente une valeur *RMS* de 8.2 m/s^2 et l'espérance mathématique du facteur de pic $E[\eta]$ est estimée à 4.1 pour une période d'observation de 10 minutes. Dans ces conditions, l'écart-type $\sigma[\eta]$ étant de 0.3, le facteur de pic a une probabilité de 99.7 % d'être compris dans l'intervalle [3.2, 5.0]. La borne supérieure de cet intervalle représente un paramètre important à définir lors de l'introduction du profil d'excitation dans un logiciel de pilotage pour excitateur électrodynamique tel que *LMS Test.Lab* [68]. Notons encore que le déplacement maximum engendré par le test équivalent accéléré est d'environ 7 mm, ce qui est nettement inférieur à la course disponible sur le pot vibrant *Gearing & Watson V2664* du laboratoire *Vibrations & Identification des Structures* (cf. Fig. 1.9 et tableau 1.8).

Le niveau d'équivalence atteint, d'un point de vue endommagement par fatigue, entre l'essai de durée réduite et l'enveloppe simplifiée caractéristique de l'environnement vibratoire du luminaire, soumis à l'effet du vent moyen et des tempêtes, est illustré à la Fig. 3.31 (b). L'augmentation du niveau d'excitation, suite à une réduction de la durée du test, est traduite, Fig. 3.31 (a) et (c), par l'accroissement du *SRE* correspondant au test équivalent. Le facteur d'exagération $\frac{\beta^E}{\beta^R}$ obtenu en divisant les deux spectres de la

Fig. 3.31 (a) est au plus égal à 3.3 pour les points communs aux SDF de référence et à l'enveloppe simplifiée. Cette valeur est confirmée par la relation (3.86) dans laquelle $\frac{t_b^R}{t_b^E}$ prend une valeur de $1.75 \cdot 10^5$. Par contre, pour les autres points du spectre, l'enveloppe simplifiée étant conservatrice, il est normal de voir apparaître un facteur d'exagération plus important. Seule la connaissance de l'état de contrainte généré dans la structure par l'environnement de référence permettrait de certifier la représentativité de l'essai accéléré en s'assurant que les contraintes qu'il engendre restent bien inférieures à la limite élastique du matériau. Pour cela, un modèle plus complexe de la pièce, de type éléments finis, est nécessaire. En ce qui concerne le SED , la Fig. 3.31 (d) indique que le test accéléré dissipe moins d'énergie que l'environnement de référence.

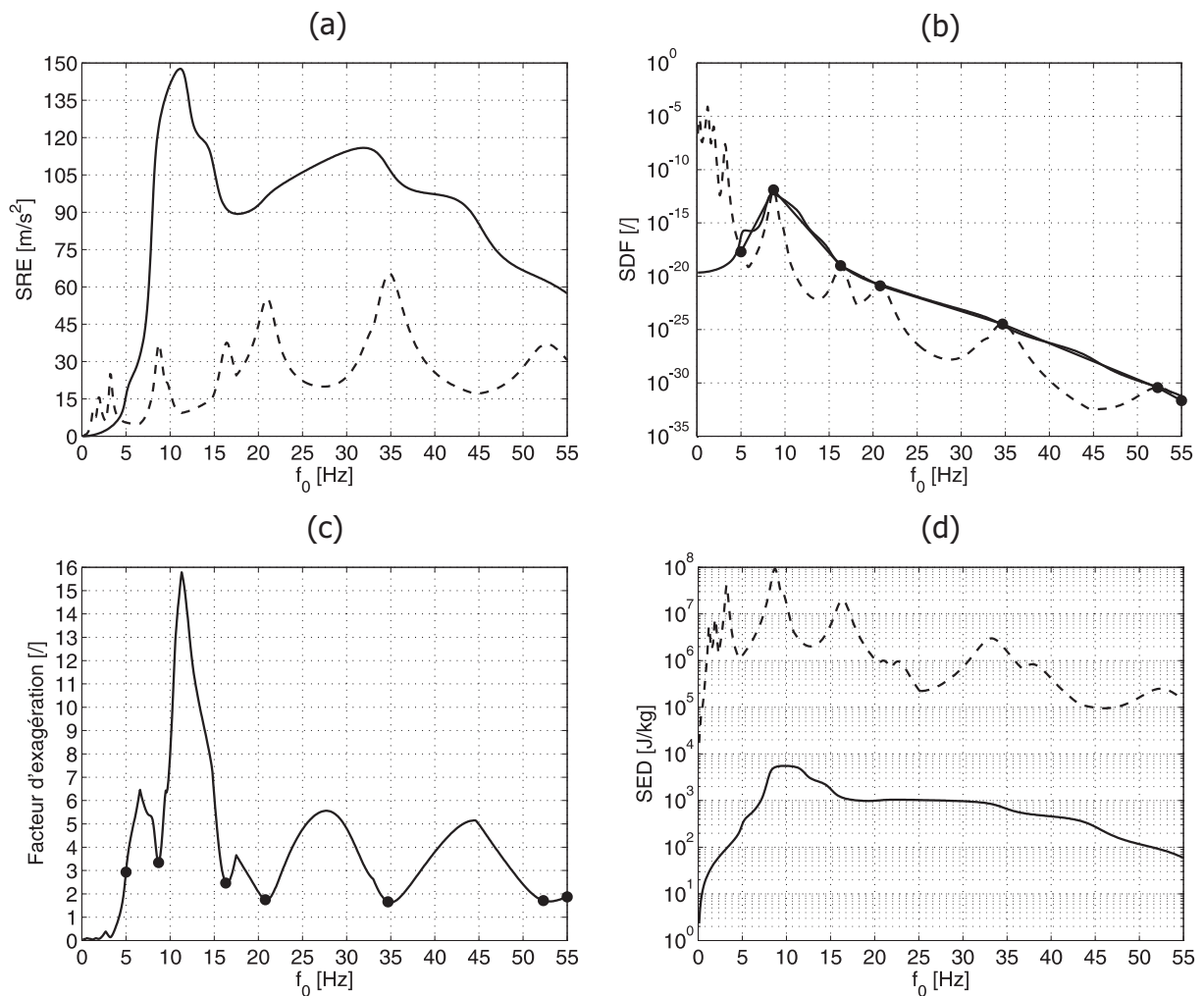


FIG. 3.31 – Test accéléré équivalent à l'enveloppe des SDF du vent pour $\varepsilon = 5\%$, $b = 10$ et $A = K = 1$ (---, Enveloppe de référence; •—, Enveloppe de référence simplifiée; —, Test équivalent) : (a) SRE ; (b) SDF ; (c) Facteur d'exagération; (d) SED

3.8 Conclusions

En l'absence d'un modèle représentatif de la structure, le système linéaire à un degré de liberté, associé à la définition de critères tels que la *réponse extrême*, l'*endommagement par fatigue* ou l'*énergie dissipée*, est souvent utilisé dans le but, soit de comparer la sévérité relative de divers environnements vibratoires, soit d'élaborer une spécification, généralement de durée réduite, réalisable en laboratoire. Dans ce dernier cas, il est bien entendu fait l'hypothèse que l'équivalence obtenue reste valide pour la structure réelle plus complexe. Malgré ces quelques simplifications, la méthode du système à un degré de liberté permet d'obtenir dans un délai relativement court de précieuses informations.

Le problème de l'équivalence entre environnements vibratoires étant d'une importance capitale pour l'industriel lié, d'une manière générale, au domaine de la construction mécanique, une méthodologie basée sur un processus d'optimisation a été développée afin d'être à même de traiter les cas plus complexes n'ayant pas de solutions analytiques. L'équivalence ne pouvant respecter simultanément l'ensemble des critères de sévérité, l'identification et la connaissance des modes de rupture est par conséquent de première importance dans le choix du critère le plus approprié.

Les exemples considérés, liés pour la plupart à l'environnement vibratoire des luminaires, ont permis de mettre en évidence l'efficacité de la méthodologie basée sur le système de référence à un degré de liberté. Cependant, ils ont également fait la lumière sur les difficultés que l'on peut rencontrer lors de l'établissement d'une spécification pour exciteuse électrodynamique et les inconvénients propres à la simplicité du modèle à un degré de liberté :

- ▷ L'environnement vibratoire réel d'un appareil d'éclairage public est multiaxial et les réponses structurales du système « poteau/luminaire » au niveau de la fixation de l'appareil sont corrélées entre elles. Cependant, la plupart des pots vibrants, sauf quelques exceptions comme en témoignent les références [24, 90], ne peuvent exciter simultanément les directions structurales du spécimen testé. Le principe de la méthode d'équivalence développée consiste, dans ce cas, à prendre l'enveloppe des différents spectres de réponse obtenus lorsque le système à un degré de liberté est soumis à chacune de ces sollicitations, supposées non-corrélées. La spécification conservatrice ainsi obtenue est alors reproduite, au moyen d'un exciteuse électrodynamique, sur un même spécimen, consécutivement selon chacune de ses directions structurales.
- ▷ La durée de vie d'un appareil d'éclairage public étant d'environ 20 ans, un essai en laboratoire ne sera jugé intéressant que si la durée de l'essai a été suffisamment réduite. Malheureusement, ceci s'obtient au détriment du facteur d'exagération $\frac{\beta^E}{\beta^R}$, si bien que dans l'optique du respect des mécanismes de dégradation, un contrôle de l'état de contraintes dans la pièce est nécessaire. Or, la constante de proportionnalité K apparaissant dans l'équation (3.1) est souvent mal connue, ce qui rend l'estimation des contraintes très hasardeuse. Dans une telle situation, le recours à un modèle éléments

finis de la structure permet de s'assurer que la spécification définie reproduit bien le même processus d'endommagement que l'environnement réel.

Chapitre 4

Endommagement d'une pièce mécanique en fatigue uniaxiale

4.1 Introduction

Lorsqu'un modèle éléments finis de la structure est disponible, les critères de sévérité énoncés au chapitre précédent dans le cadre d'un système simplifié à un seul degré de liberté, à savoir, le *spectre de réponse extrême* et le *spectre de dommage par fatigue* pour les principaux, se réduisent respectivement à la **contrainte maximale** et à l'**endommagement** qui lui est associé, observés sur l'ensemble de la pièce mécanique sujette aux vibrations. Dans ce cas, les critères ne s'expriment plus sous forme de spectres en fonction de la fréquence propre présumée d'un système à un degré de liberté mais quantifient de façon absolue la sévérité de l'environnement vibratoire auquel la pièce est soumise en fonctionnement ou en laboratoire.

Le recours à un modèle éléments finis pour simuler l'effet des vibrations induites sur la structure étudiée permet, de par l'accès direct aux contraintes qu'il offre, de vérifier dans un premier temps la résistance du spécimen face à son environnement réel, d'en prédire ensuite la durée de vie lorsque l'endommagement est régi par le phénomène de fatigue et, de s'assurer finalement que la spécification de durée réduite que l'on cherche à définir reproduit bien le même processus d'endommagement que l'environnement de référence. Dans cette approche, il apparaît clairement que les aspects calculs, rédaction d'une spécification équivalente et essais en laboratoire sont étroitement liés. Compte tenu de la tendance actuelle consistant à réduire les coûts de production en optant pour des matériaux meilleur marché, une quantité moindre de matière utilisée, . . . le caractère dimensionnant des sollicitations vibratoires doit être pris très au sérieux et un pré-dimensionnement statique, comme très souvent pratiqué dans l'industrie, n'est dès lors plus suffisant. Une étude éléments finis du prototype soumis aux vibrations devrait donc être introduite suffisamment tôt, dès la phase de conception, chaque fois que cela est possible.

Dans ce chapitre, la méthodologie présentée au chapitre 3 est généralisée au moyen de la

méthode des éléments finis et appliquée au cas d'une structure académique de type poutre, fournie par le *Centre Spatial de Liège* (CSL). Elle présente les particularités suivantes :

- ▷ Dans la plage d'excitation considérée (c'est-à-dire $[5, 55]$ Hz), le système ne présente qu'une seule fréquence de résonance (premier mode de flexion). Dans ce cas, la méthode simplifiée du système à un degré de liberté permet également de chiffrer la sévérité de l'environnement vibratoire et donc, de la comparer aux résultats de calculs par éléments finis.
- ▷ La structure ne répondant essentiellement que selon son premier mode de flexion, l'état de contrainte dans celle-ci peut être qualifié d'uniaxial : ce qui, dans un premier temps, simplifie l'approche.

Dans le but de valider les développements théoriques présentés, des essais de vibration sont réalisés sur excitateur électrodynamique. Dans ce cas, des mesures de contrainte obtenues au moyen de jauges collées sur la structure permettent de calculer l'endommagement généré par la sollicitation.

4.2 Définition du cas-test numérique et expérimental

La méthodologie développée est illustrée au moyen d'un cas-test expérimental simple consistant, comme indiqué à la Fig. 4.1, en une poutre de section rectangulaire excitée par la base et comportant une masse concentrée à son extrémité libre. La structure est faite d'acier et se décline en quatre longueurs différentes. Les propriétés géométriques du cas-test ainsi que celles du matériau constitutif sont reprises au tableau 4.1.

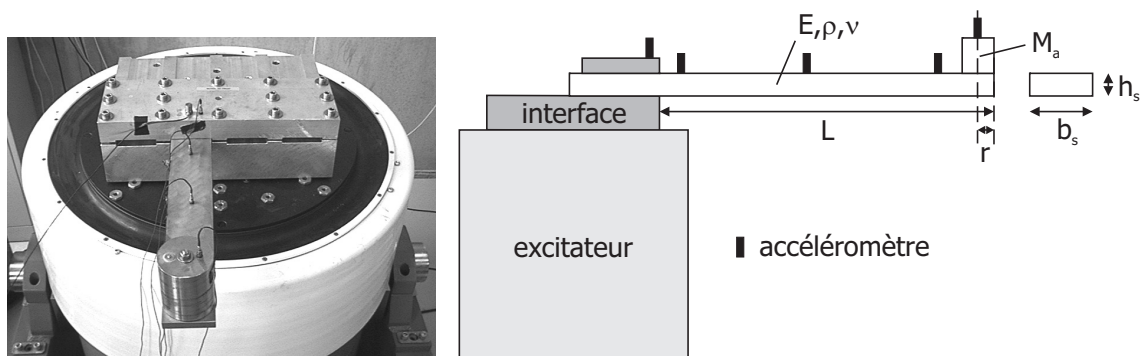


FIG. 4.1 – Système « poutre/masse » soumis à une excitation de type sismique

Notons que dans l'hypothèse d'une représentation de la courbe de *Wöhler* par la formulation de *Basquin* (3.35), les limites élastique R_e et d'endurance σ_{end} du matériau sont associées respectivement à un nombre de cycles N d'environ $1.4 \cdot 10^4$ et $7.6 \cdot 10^5$, traduisant la plage d'utilisation de cette approximation.

Que l'approche soit analytique (cf. chapitre 3) ou basée sur la méthode des éléments finis, la prédiction de la durée de vie d'une pièce mécanique soumise au phénomène de fatigue vibratoire nécessite un calcul de réponse de la structure sollicitée. Par conséquent,

Géométrie	
L [m]	0.575 - 0.510 - 0.475 - 0.445
b_s [m]	0.08
h_s [m]	0.015
M_a [kg]	3.95
r [m]	0.04
Matériau	
Type	acier AISI 1015 [25]
E [N/m ²]	$2.05 \cdot 10^{11}$
ρ [kg/m ³]	7850
ν [/]	0.3
R_r [MPa]	415
R_e [MPa]	227
Wöhler	
A [MPa]	886
b [/]	7
σ_{end} [MPa]	128

TAB. 4.1 – Caractéristiques du système « poutre/masse » utilisé lors des simulations et essais (R_e représente la limite élastique du matériau considéré)

l'amortissement modal ε_i représente une inconnue importante du problème. Celle-ci peut être déterminée expérimentalement, de même que les fréquences et modes de vibration de la structure réelle. Une comparaison avec le modèle théorique permet alors d'en vérifier la bonne représentativité.

4.3 Identification expérimentale des paramètres modaux

Les paramètres modaux sont très souvent identifiés à partir de la matrice des fonctions de réponse en fréquence H définissant la relation entre la force appliquée et le déplacement, la vitesse voire l'accélération mesurée (analyse modale au marteau d'impact ou au moyen d'un excitateur électrodynamique relié à la structure) [29, 30, 46, 71].

Dans le cas d'une excitation sur table vibrante, la mise en oeuvre de capteurs de force à l'interface « spécimen/table » n'est pas systématique lors d'un essai car relativement coûteuse (nombre de capteurs nécessaires, prix des capteurs, réduction du nombre de voies d'acquisition disponibles). Une pratique courante consiste plutôt à définir l'accéléromètre de contrôle comme point de référence pour le calcul de la matrice des fonctions de *transmissibilité* T , encore appelée matrice des *FRF* par abus de langage. L'erreur commise peut être évaluée sur base d'un système à un degré de liberté soumis, soit à une force F

appliquée en son centre de gravité, soit à un déplacement X de sa base. En conservant les notations du chapitre 3, les expressions analytiques de ces différentes fonctions s'écrivent :

$$H = \frac{Y}{F} = \frac{1}{k \left[1 - \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 + 2i\varepsilon \frac{f}{f_0} \right]} \quad (4.1)$$

$$T = \frac{Y}{X} = \frac{1 + 2i\varepsilon \frac{f}{f_0}}{1 - \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 + 2i\varepsilon \frac{f}{f_0}} \quad (4.2)$$

$$T_R = \frac{Z}{X} = \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 + 2i\varepsilon \frac{f}{f_0}} \quad (4.3)$$

où Y représente le déplacement absolu de la masse m , tel que $Z = Y - X$;

T_R définit la *transmissibilité relative*.

On constate que, du point de vue identification des paramètres modaux, les relations (4.1) et (4.3) sont équivalentes. Il apparaît également que la *transmissibilité relative* T_R peut être obtenue au départ de la *transmissibilité absolue* T simplement en lui retranchant la matrice unitaire I :

$$T_R = \frac{Y - X}{X} = T - I \quad (4.4)$$

En pratique, l'erreur commise lorsque cette manipulation n'est pas effectuée dépend du taux d'amortissement qui caractérise la structure, Fig. 4.2.

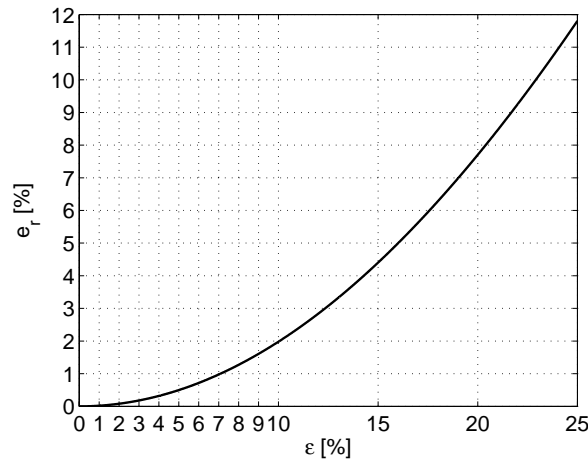


FIG. 4.2 – Pourcentage d'erreur entre les transmissibilités T et T_R en fonction du degré d'amortissement ε du système ($f = f_0$)

Pour une valeur de l'amortissement modal inférieure à 10 % (cas de la plupart des structures métalliques, même en présence d'assemblages), l'erreur commise est au plus égale à 2 %. Dans le cas d'un amortissement faible ($2i\varepsilon \ll 1$), la relation (4.2) peut donc également être considérée comme équivalente aux expressions (4.1) et (4.3).

Sur base de cette hypothèse, les paramètres modaux du système « poutre/masse » sont identifiés à partir des *transmissibilités* T mesurées au cours des différents essais. L'amplitude d'une telle fonction, calculée par exemple entre l'extrémité libre de la poutre et l'encastrement, est représentée à la Fig. 4.3.

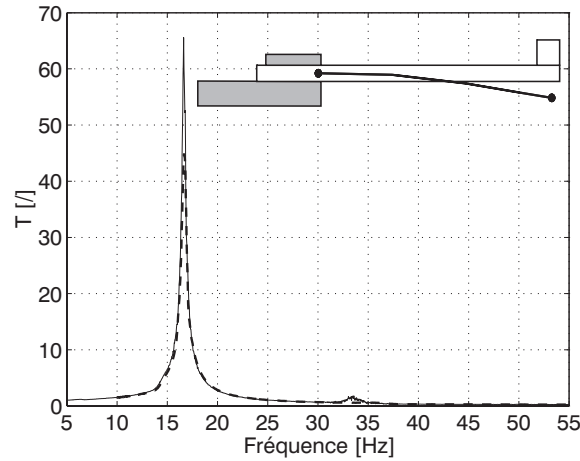


FIG. 4.3 – Amplitude des *transmissibilités* T mesurées entre l'extrémité libre de la poutre et l'encastrement pour $L = 0.575$ m (---, CEI 68-2-6 ; —, bruit blanc)

Il apparaît clairement que dans la plage fréquentielle d'intérêt [5, 55] Hz, le comportement de la structure peut être approché par un système à un degré de liberté (au pic de résonance est associé le premier mode de flexion de la poutre, Fig. 4.3). Cela étant, les équations (1.3), (4.2) et (4.3) fournissent une procédure simple d'identification de l'amortissement modal ε :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f|_{\frac{T_{max}}{\sqrt{2}}}} = \frac{\sqrt{1 + (2\varepsilon)^2}}{2\varepsilon} \approx \frac{1}{2\varepsilon} \quad (4.5)$$

Toutefois, dans le cadre de l'excitation aléatoire (bruit blanc, tableau 4.2), cette identification est réalisée au moyen de la méthode *Ibrahim Time Domain (ITD)* [48], basée sur la réponse impulsionnelle déduite de la *transmissibilité* T mesurée. La Fig. 4.3 et a fortiori les résultats de l'identification présentés au tableau 4.2 montrent que T , ε ainsi que f_0 dépendent du niveau d'excitation appliqué. Un tel phénomène est souvent représentatif

L [m]	CEI 68-2-6		ANSI C 136-31*		Projet belge		Bruit blanc**	
	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]
0.575	16.9	1.24	17.1	0.37	-	-	16.6	0.81
0.510	20.0	1.40	20.2	0.79	19.7	1.65	19.7	1.04
0.475	21.9	2.29	22.5	0.69	21.8	2.08	22.1	1.38
0.445	24.1	3.42	24.8	1.26	23.8	2.84	23.6	1.92

TAB. 4.2 – Paramètres modaux identifiés dans le cadre des diverses excitations appliquées (*1.5 g au niveau de la masse, **0.5 g *RMS* à l'encastrement)

d'une structure non-linéaire. L'explication la plus probable consiste à admettre que l'encastrement n'est pas parfait : ses propriétés varient avec la sévérité du test. Les amortissements identifiés seront cependant utilisés pour prédire l'endommagement subi par le système « poutre/masse ».

Notons finalement que l'essai suivant le projet belge n'a pu être mené à son terme pour une longueur L de 0.575 m étant donné sa grande sévérité. Au passage de la résonance, le déplacement de la masse aurait été tel qu'un endommagement de la structure était à craindre.

4.4 Approche analytique

La théorie développée dans le cadre du système de référence à un degré de liberté a mis en évidence la nécessité de connaître avec précision le coefficient K lorsqu'une approche quantitative est envisagée. Pour rappel, l'expression reliant la contrainte σ au déplacement relatif Z s'écrit :

$$\sigma = K Z \quad (4.6)$$

La première étape consiste donc à déterminer l'expression analytique du coefficient K dans le cas particulier d'une poutre supportant une masse à son extrémité libre. Au niveau de l'encastrement, la contrainte analytique de peau [78] est donnée par :

$$\sigma = \frac{M \frac{h_s}{2}}{I} \quad (4.7)$$

où I est le moment d'inertie de la section rectangulaire ;

M est le moment de flexion à l'encastrement.

Le moment M peut encore s'écrire en termes de déflexion $v(x)$ de la poutre [78] sous la forme suivante :

$$M = E I \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \quad (4.8)$$

La déflexion $v(x)$ étant une fonction variant avec l'abscisse x le long de la poutre [10], elle est maximale à l'extrémité libre ($x = 0$) où elle égale le déplacement relatif Z :

$$v(x) = \left[\frac{x^3}{L^3} - 3 \frac{x}{L} + 2 \right] \frac{Z}{2} \quad (4.9)$$

Notons que la fonction de x entre crochets dans l'expression (4.9) représente le premier mode de flexion de la poutre. Finalement, à partir des relations (4.6) à (4.9), l'expression analytique du coefficient K s'écrit :

$$K = \frac{3 E h_s}{2 L^2} \quad (4.10)$$

L'équation (4.10) montre que, pour une section et un matériau donnés, le coefficient K ne dépend que de la longueur de la poutre. Cette dernière peut être reliée à la première

fréquence de résonance [10] par l'équation :

$$0.24 \rho b_s h_s L^4 + M_a L^3 - \frac{3 E I}{\omega_0^2} = 0 \quad (4.11)$$

La Fig. 4.4 illustre l'évolution du coefficient K avec la fréquence propre du système « poutre/masse » et résume les valeurs prises par ces paramètres pour chacune des longueurs L considérées.

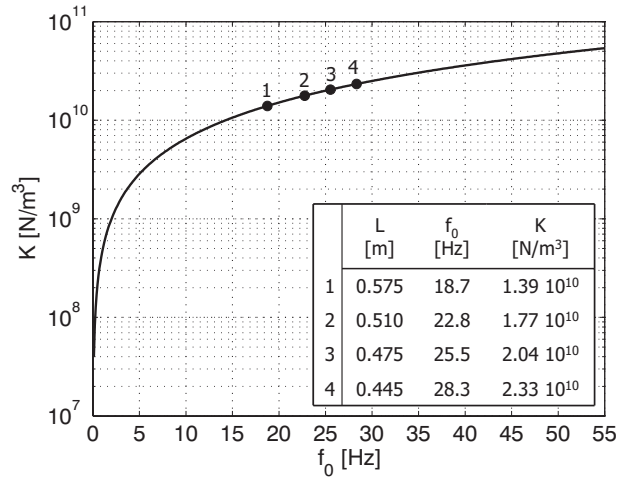


FIG. 4.4 – Evolution du coefficient K avec la fréquence propre f_0 du système « poutre/masse »

La différence apparaissant entre fréquences propres mesurées (tableau 4.2) et celles obtenues par l'approche analytique (Fig. 4.4) est due aux hypothèses simplificatrices inhérentes au modèle considéré :

- ▷ L'encastrement est supposé parfait.
- ▷ La masse M_a est concentrée à l'extrémité de la poutre or ce n'est pas tout à fait le cas sur la structure réelle ($r = 0.04$ m).

4.5 Approche éléments finis

4.5.1 Méthodologie générale

Le modèle simplifié à un degré de liberté se réduisant à un système « masse/ressort plus amortisseur », il ne permet pas de localiser la contrainte maximale au sein de la structure. Pour cela, un modèle éléments finis plus élaboré, prenant en compte la géométrie de la pièce étudiée, doit être utilisé. Une telle modélisation a également pour avantage de pouvoir s'affranchir d'une partie des hypothèses simplificatrices énoncées au paragraphe précédent. Les différentes étapes du calcul de l'endommagement par fatigue d'une pièce mécanique au moyen de l'approche éléments finis sont résumées à la Fig. 4.5.

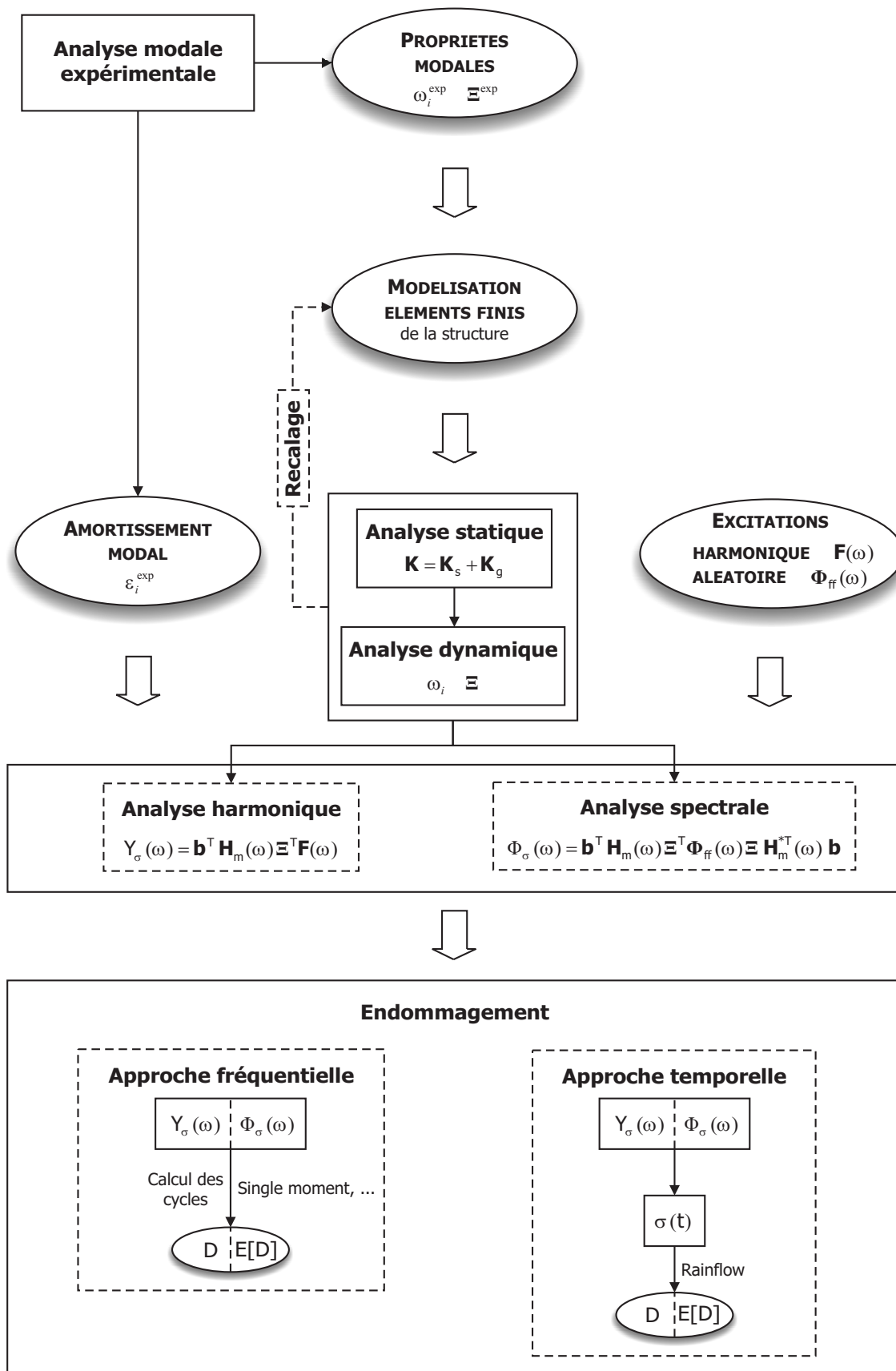


FIG. 4.5 – Méthodologie générale pour le calcul de l'endommagement subi par une pièce mécanique soumise à un environnement vibratoire de type harmonique ou aléatoire

On y retrouve l'**analyse modale expérimentale** déjà présentée au paragraphe 4.3 et qui constitue un passage obligé pour l'obtention des fréquences de résonance, modes et amortissements modaux de la structure réelle.

Une fois le modèle éléments finis construit, une **analyse dynamique**, éventuellement jumelée à une **analyse statique** (pour la prise en compte d'une précontrainte initiale), permet, si nécessaire, par une modification et/ou un enrichissement du modèle, de le **recaler** sur les résultats de l'analyse modale expérimentale.

Afin de couvrir l'ensemble des essais les plus couramment pratiqués sur table vibrante, les **excitations** de type harmonique (sinusoïdale à fréquence fixe ou balayée) ainsi qu'aléatoire sont envisagées.

Dès que les réponses en contrainte sont disponibles (spectre $Y_\sigma(f)$, dans le cas d'une **analyse harmonique** et $PSD \Phi_\sigma(f)$, dans le cas d'une **analyse spectrale**), la procédure de calcul de l'**endommagement** et de la durée de vie du spécimen à tester peut être lancée sur base d'une approche soit fréquentielle, soit temporelle.

Méthode fréquentielle de calcul de l'endommagement

En supposant la courbe de *Wöhler* du matériau connue, le calcul de l'endommagement se résume, comme l'indique la relation (3.33), à une estimation du nombre de cycles n_i induits dans la pièce pour un niveau de contrainte σ_i donné.

Excitation à fréquence fixe ou balayée

▷ Fréquence fixe

Lorsque la fréquence d'excitation f est fixe, le nombre de cycles générés au niveau σ_i pendant une durée t_b s'écrit :

$$n_i = f t_b \quad (4.12)$$

▷ Balayage linéaire

Un balayage linéaire est souvent décrit par sa vitesse de balayage V_{lin} exprimée en Hz par seconde. La vitesse de balayage étant supposée connue, la durée t_b nécessaire pour passer d'une fréquence d'excitation f_1 à f_2 s'écrit :

$$t_b = \frac{f_2 - f_1}{V_{lin}} \quad (4.13)$$

Sur base des équations (3.7) et (4.13), le nombre de cycles n_i produits lors du passage de f_1 à f_2 s'obtient finalement par la relation suivante :

$$n_i = \int_0^{t_b} f(t) dt = \frac{f_2 + f_1}{2} t_b = \frac{f_2^2 - f_1^2}{2 V_{lin}} \quad (4.14)$$

▷ Balayage logarithmique

Un balayage logarithmique est souvent décrit par sa vitesse de balayage V_{log} exprimée en octave par minute. On appelle *octave* l'intervalle compris entre deux fréquences

dont le rapport est 2. Le nombre d'octaves N_{oct} comprises entre f_1 et f_2 est par conséquent tel que :

$$\frac{f_2}{f_1} = 2^{N_{oct}} \quad (4.15)$$

d'où

$$N_{oct} = \frac{\ln \frac{f_2}{f_1}}{\ln 2} \quad (4.16)$$

La vitesse de balayage étant supposée connue, la durée t_b , exprimée en seconde, nécessaire pour passer de f_1 à f_2 s'écrit :

$$t_b = 60 \frac{N_{oct}}{V_{log}} \quad (4.17)$$

Sur base des équations (3.8), (4.16) et (4.17), le nombre de cycles n_i produits lors du passage de f_1 à f_2 peut finalement s'écrire :

$$n_i = \int_0^{t_b} f(t) dt = \frac{f_2 - f_1}{\ln \frac{f_2}{f_1}} t_b = 60 \frac{f_2 - f_1}{\ln 2 V_{log}} \quad (4.18)$$

Excitation aléatoire

Dans le cas d'une excitation aléatoire, les méthodes présentées au paragraphe 3.3.5 (*Rayleigh, single moment, ...*) sont directement applicables pour l'estimation du nombre de cycles et la détermination de l'espérance mathématique de l'endommagement $E[D]$ (dans les relations (3.50), (3.63), (3.65) et (3.73), K est toutefois posé égal à 1).

Méthode temporelle de calcul de l'endommagement

L'approche temporelle de calcul de l'endommagement est construite autour de la méthode *Rainflow* de comptage des cycles, appliquée au signal temporel de la contrainte $\sigma(t)$. Lorsque ce dernier n'est pas immédiatement disponible, il peut être reconstruit à partir du spectre $Y_\sigma(f)$ ou de la *PSD* $\Phi_\sigma(f)$.

Excitation sinusoïdale à fréquence fixe ou balayée

Faisant l'hypothèse que la réponse induite par une excitation de type harmonique l'est également, l'évolution temporelle de la contrainte $\sigma(t)$ peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\sigma(t) = Y_\sigma(f) \sin(E(t) + \phi) \quad (4.19)$$

où $E(t)$ est une fonction du temps caractéristique du mode de balayage ;

ϕ représente la phase qui, pour ce type d'application, est considérée comme nulle.

La *pulsation* ω de la sinusoïde peut être définie comme la dérivée de la fonction sous le symbole sinus [55] :

$$\omega = 2\pi f = \frac{dE}{dt} \quad (4.20)$$

d'où

$$E(t) = 2\pi \int_0^t f(t) dt \quad (4.21)$$

▷ Fréquence fixe

Pour une sollicitation à fréquence fixe (Y_σ et f étant constants), la relation (4.19) s'écrit plus simplement sous la forme :

$$\sigma(t) = Y_\sigma \sin(2\pi f t) \quad (4.22)$$

▷ Balayage linéaire

Tenant compte des relations (4.13), (4.14) et (4.21), l'équation (4.19) devient :

$$\sigma(t) = Y_\sigma(f) \sin\left(\pi \frac{f^2 - f_1^2}{V_{lin}}\right) \quad (4.23)$$

avec

$$t = \frac{f - f_1}{V_{lin}} \quad (4.24)$$

▷ Balayage logarithmique

Tenant compte des relations (4.17), (4.18) et (4.21), l'équation (4.19) devient :

$$\sigma(t) = Y_\sigma(f) \sin\left(120\pi \frac{f - f_1}{\ln 2 V_{log}}\right) \quad (4.25)$$

avec

$$t = 60 \frac{\ln \frac{f}{f_1}}{\ln 2 V_{log}} \quad (4.26)$$

Bien qu'équivalente à la méthode fréquentielle, l'approche temporelle est toutefois plus coûteuse en temps de calcul.

Excitation aléatoire

Dans le cas d'un processus gaussien stationnaire, l'idée est de générer, à partir de la *PSD* $\Phi_\sigma(f)$, une séquence de coefficients de *Fourier* $F_\sigma(k)$ dont les amplitudes et les phases sont telles que leur *Transformée de Fourier Discrète Inverse (IDFT)* produise la séquence temporelle $\sigma(i)$ désirée [99]. Notons que $\sigma(i)$ représente les valeurs échantillonnées d'un signal de période T et constitué de N points ($f_s = N/T$). Si la séquence $\sigma(i)$ est réelle et si N est un nombre pair, les coefficients de *Fourier* doivent satisfaire l'équation suivante :

$$F_\sigma(N/2 + j) = F_\sigma^*(N/2 - j) \quad j = 0, \dots, N/2 \quad (4.27)$$

où F_σ^* est le complexe conjugué de F_σ (ce qui implique que $F_\sigma(N/2)$ et $F_\sigma(0)$ soient réels).

Les coefficients de la *Transformée de Fourier Discrète DFT* sont calculés de façon à représenter le contenu fréquentiel de la *PSD*, en appliquant la relation :

$$|F_\sigma(k)| = \sqrt{\Phi_\sigma(k df) df} \quad k = 1, \dots, N/2 \quad (4.28)$$

dans laquelle df représente la résolution fréquentielle ($df = 1/T$).

Les modules des coefficients de *Fourier* sont donc déterministes puisqu'il en est de même de la *PSD*. Pour générer une séquence aléatoire, considérons les phases ϕ_k de la *DFT* comme des variables aléatoires indépendantes, uniformément distribuées dans l'intervalle $[0, 2\pi[$. Or, d'après le *théorème de la limite centrale* [99], la somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes, distribuées arbitrairement, est gaussienne. La première moitié de la *DFT* s'écrit alors sous la forme suivante :

$$F_\sigma(k) = |F_\sigma(k)| e^{i\phi_k} \quad k = 1, \dots, N/2 \quad (4.29)$$

Tenant compte des relations (4.27), (4.29) et posant $F_\sigma(0) = 0$ afin d'obtenir un échantillon de moyenne nulle, la séquence complète de la *DFT* peut être construite.

Un échantillon temporel, représentatif d'un processus gaussien, stationnaire, ergodique et de moyenne nulle est finalement obtenu en prenant la *Transformée de Fourier Inverse* de la séquence complète de la *DFT*.

Toute nouvelle génération de variables aléatoires ϕ_k produit un nouvel échantillon temporel de contenu fréquentiel identique au précédent mais statistiquement indépendant. L'estimation de l'espérance mathématique du dommage $E[D]$ ne pourra donc se faire que moyennant la génération d'un nombre suffisant d'échantillons temporels. Le coût en temps de calcul d'une telle approche est de ce fait nettement supérieur à celui requis par une méthode fréquentielle.

4.5.2 Analyse modale éléments finis

Pour chacune des longueurs de poutre considérées, les propriétés du modèle éléments finis développé sont les suivantes :

- ▷ Le modèle est constitué d'éléments de coques volumiques 3D de degré 1.
- ▷ La masse M_a , supposée rigide, est concentrée en son centre de gravité.
- ▷ L'encastrement est modélisé par des éléments de raideurs localisées.
- ▷ La première fréquence propre du modèle est recalée sur les résultats expérimentaux.

La Fig. 4.6 illustre le maillage réalisé pour le système « poutre/masse » ainsi que la densité d'énergie de déformation calculée pour le premier mode de flexion. Une telle carte d'iso-déformations met en évidence les zones critiques de la structure sollicitée à sa première fréquence de résonance (l'encastrement, dans le cas présent) et constitue, de ce fait, une aide précieuse au positionnement des jauges de contraintes.

Tenant compte de l'effet du poids propre de la structure par un calcul statique initial, les fréquences de résonance du système recalé sont présentées au tableau 4.3 et comparées à celles d'un système identique parfaitement encasté. L'ajustement en fréquence est réalisé en donnant une valeur appropriée aux raideurs localisées. L'écart significatif apparaissant entre les fréquences du modèle non recalé et celles mesurées ne s'explique que par des conditions aux limites fort différentes. Le raffinement du maillage ne peut en tout cas être

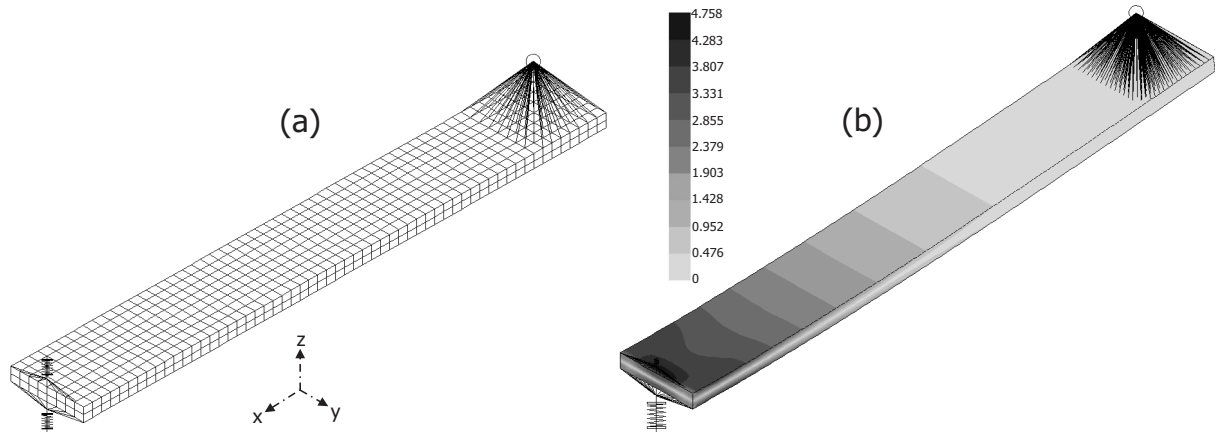


FIG. 4.6 – Modèle éléments finis volumique du système « poutre/masse » ($L = 0.575$ m) : (a) Maillage ; (b) Densité d'énergie de déformation associée au premier mode de flexion

	Non recalé	CEI 68-2-6	ANSI C 136-31	Projet belge	Bruit blanc
L [m]	f_0 [Hz]	f_0 [Hz]	f_0 [Hz]	f_0 [Hz]	f_0 [Hz]
0.575	20.2	16.9	17.0	-	16.6
0.510	24.8	20.0	20.2	19.7	19.7
0.475	28.0	21.8	22.5	21.8	22.1
0.445	31.3	24.1	24.8	23.8	23.6

TAB. 4.3 – Fréquences de résonance du système « poutre/masse » recalé par rapport au même système parfaitement encastéré

mis en cause car en réduisant de moitié la dimension des éléments selon les trois directions structurelles et en passant au degré 2, la différence ne se marque qu'au centième de Hz. Le tableau 4.3 montre également que les fréquences propres du modèle éléments finis encastéré sont supérieures à celles du modèle analytique traité au paragraphe 4.4. Ceci se justifie par la position de la masse M_a qui, dans ce dernier cas, est située à l'extrémité de la poutre et non en son centre de gravité.

L'analyse statique qui préfigure l'étude dynamique permet également de déterminer les contraintes induites dans la structure sous l'effet de la gravité. Pour une longueur de poutre de 0.575 m, la contrainte maximale relevée au niveau de l'encastrement est de 12.0 MPa. On peut d'ores et déjà considérer que l'influence de cette précontrainte initiale sur la courbe de *Wöhler* du matériau sera, selon la relation de *Goodman* (3.39), d'environ 3 % et par conséquent négligeable. Dans ce cas d'étude, il en est de même de l'effet de la gravité sur les fréquences propres de la poutre. Bien que ces constatations démontrent le caractère facultatif de l'analyse statique dans le cas du système « poutre/masse », une information intéressante peut cependant encore en être obtenue. Il s'agit de l'*erreur de discrétisation*, propre à toute modélisation éléments finis [8, 18, 26].

Le calcul d'erreur de discrétisation implémenté dans le logiciel *Samcef* est basé essentiellement sur les deux estimateurs suivants :

▷ L'estimateur SPR (Superconvergent Patch Recovery) [26, 102]

L'idée de la méthode consiste à calculer la différence entre d'une part, un champ de contraintes lissé, déterminé à partir des propriétés de super convergence de la solution éléments finis (points d'un élément pour lesquels l'estimation des contraintes est exacte) et d'autre part, le champ de contraintes éléments finis. Le calcul d'erreur n'est disponible qu'après une analyse statique linéaire et seulement pour un certain nombre d'éléments vérifiant l'une des hypothèses suivantes : *volumique, état plan de déformation, état plan de contrainte, axisymétrique* ou *multi-harmonique*.

▷ L'estimateur ECR (Error on Constitutive Relation) [102]

Cette méthode, développée au laboratoire *LMT-Cachan*, est basée sur l'obtention, à partir de la solution éléments finis, d'un champ de déplacements cinématiquement admissible u_{CA} ainsi que d'un champ de contraintes statiquement admissible σ_{SA} . La solution (u_{CA}, σ_{SA}) vérifie les équations d'équilibre et de compatibilité mais viole les équations constitutives du matériau. L'erreur de discrétisation est alors déterminée à partir du résidu ainsi obtenu. L'inconvénient majeur de cette méthode est le temps de calcul important qu'elle nécessite en comparaison de l'analyse statique elle-même.

Chacune des méthodes énoncées donne accès à une mesure relative de l'erreur globale ($\tilde{\eta}_u$ pour les déplacements, $\tilde{\eta}_\sigma$ pour les contraintes) ainsi que locale ($\tilde{\eta}_e$, *erreur locale en contrainte* par élément). Le tableau 4.4 reprend les valeurs obtenues avec le modèle éléments finis présenté à la Fig. 4.6 et les compare à celles d'un modèle raffiné pour lequel les dimensions des éléments sont réduites de moitié et leur degré doublé. On constate, d'une part, que le modèle non raffiné prédit une erreur globale sur les contraintes largement inférieure à 10 %, ce qui est tout à fait acceptable. On considère en effet que l'estimation

	Modèle non raffiné	Modèle raffiné
Degrés de liberté	13383	113602
Analyse statique		
Energie potentielle	$6.975 \cdot 10^{-2}$	$6.978 \cdot 10^{-2}$
σ_{max} [MPa]	12.0	12.7
Estimateur <i>SPR</i>		
$\tilde{\eta}_u$ [%]	$5.56 \cdot 10^{-2}$	$1.43 \cdot 10^{-2}$
$\tilde{\eta}_\sigma$ [%]	2.36	1.20
Estimateur <i>ECR</i>		
$\tilde{\eta}_u$ [%]	$9.05 \cdot 10^{-2}$	$4.55 \cdot 10^{-2}$
$\tilde{\eta}_\sigma$ [%]	3.01	2.13
Analyse dynamique		
f_0 [Hz]	16.99	16.98

TAB. 4.4 – Qualité de la solution du modèle éléments finis « poutre/masse » ($L = 0.575$ m)

des erreurs en norme énergétique est parfaitement fiable entre 1 % et 10 % [18]. Au-delà, la solution nécessite de toute façon d'être améliorée. D'autre part, on remarque aussi que l'estimateur *ECR* a pour particularité de fournir, au niveau global, une borne supérieure sur l'erreur exacte en contrainte alors que la méthode *SPR* a plutôt tendance à sous-estimer cette erreur. La Fig. 4.7 montre finalement que la distribution de l'erreur locale en contrainte est sensiblement identique quel que soit l'estimateur considéré.

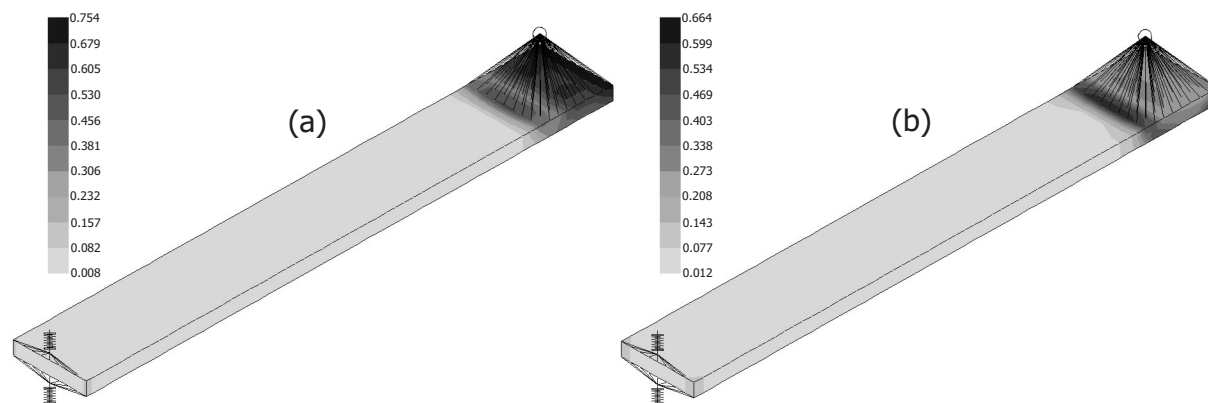


FIG. 4.7 – Erreur locale en contrainte ($L = 0.575$ m) : (a) *SPR*; (b) *ECR*

4.6 Applications numériques et expérimentales

4.6.1 Sévérité absolue des « normes lumineaires »

La sévérité absolue des principales normes recensées dans le cadre des appareils d'éclairage public (CEI 68-2-6, ANSI C 136-31 et projet belge) est obtenue par l'application de celles-ci au système « poutre/masse » excité par la base ainsi que des différentes approches présentées (analytique et éléments finis). Ces résultats, complétés de mesures de contrainte au niveau de l'encastrement, sont résumés à la Fig. 4.8.

Les spectres qui y figurent correspondent au système de référence à un degré de liberté pour lequel le paramètre K a été déterminé analytiquement. Pour une même excitation, chaque courbe représente soit le *SRE* (exprimé cette fois en terme de contraintes), soit le *SDF* pour un amortissement ε donné et supposé constant sur la totalité de la plage fréquentielle d'intérêt. Il apparaît que les sévérités respectives de la norme CEI 68-2-6 et du projet belge sont fonction du coefficient d'amortissement, au contraire de la norme ANSI C 136-31. Dans ce dernier cas, l'excitation étant appliquée au niveau du centre de gravité de la structure, la norme ANSI C 136-31 reste indépendante du degré d'amortissement tant que le déplacement de la base peut être considéré comme petit vis-à-vis du déplacement du centre de gravité, c'est-à-dire tant que l'amortissement reste faible ($\varepsilon < 10\%$). Pour les autres normes, le contrôle étant assuré au droit de la fixation, la réponse du centre de gravité est conditionnée par le facteur d'amortissement.

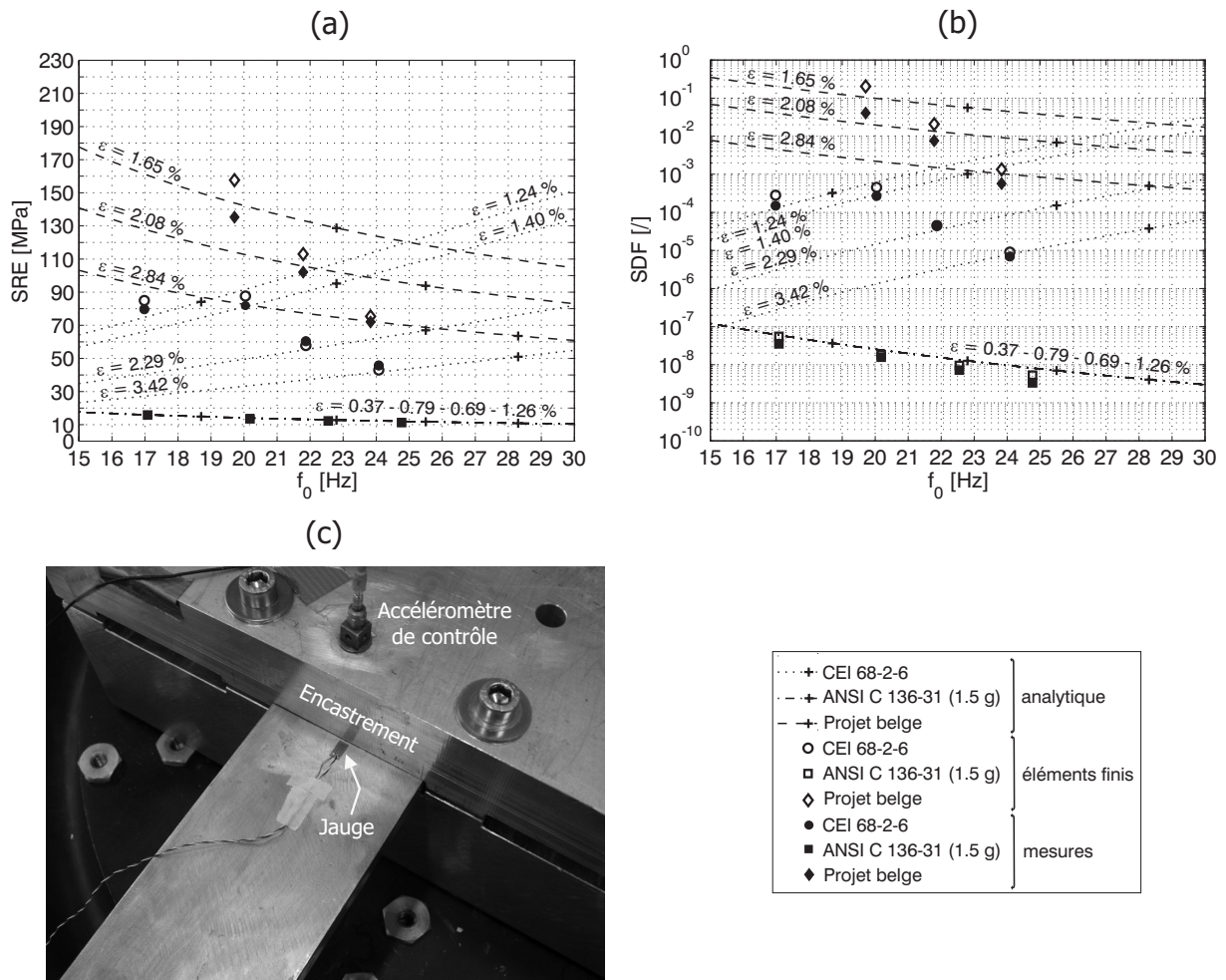


FIG. 4.8 – Comparaison, sur base du système « poutre/masse », de la sévérité des spécifications d'essai pour lumineuse et des méthodes de calcul d'endommagement ($b = 7$) : (a) SRE ; (b) SDF ; (c) Dispositif expérimental

Croix, cercles, carrés et losanges représentent les résultats de calculs éléments finis et de mesures pour les quatre longueurs de poutre considérées. Des remarques identiques peuvent être formulées au sujet de l'effet de l'amortissement sur la sévérité des normes. La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux du modèle éléments finis montre, d'une façon générale pour ces derniers, un certain conservatisme. Celui-ci semble être d'autant plus marqué que le niveau de sollicitation est important (apparition d'effets non-linéaires, influence de l'encastrement, ...). La différence en contrainte appartenant à l'intervalle $[1, 16] \%$, la corrélation entre modèle et expérience peut être jugée satisfaisante.

Malgré une fréquence propre systématiquement surestimée, la méthode analytique fournit toutefois, dans le cas du système « poutre/masse », une bonne idée de la sévérité de chacun des environnements vibratoires envisagés. Cependant, elle ne constituera, dans tout autre cas de figure, une approche simple et rapide à l'estimation de l'endommagement absolu généré qu'à condition de pouvoir disposer d'une valeur correcte du paramètre K .

4.6.2 Sévérité absolue des sollicitations éoliennes

Une démarche similaire à celle présentée dans le cadre des « normes lumineaires » est entreprise afin de quantifier la sévérité des vibrations induites par le vent dans l'hypothèse où elles seraient appliquées au système « poutre/masse ».

Vent moyen et tempêtes

Les enveloppes des simulations associées à l'effet du vent moyen et des tempêtes sur le système « poteau/luminaire » (simulations 1 → 4, 12, 14 et 5 → 8, 13, 15 décrites au tableau 2.14) étant prises comme excitations, SRE et SDF sont obtenus, Fig. 4.9, pour chacune des valeurs d'amortissement identifiées lors de l'essai bruit blanc de bas niveau (cf. tableau 4.2). Lorsque la probabilité que la contrainte pic atteigne, voire dépasse, la limite élastique du matériau devient non nulle, la relation de *Basquin* (3.35) n'est plus applicable car elle surestime le nombre de cycles à la rupture et ne rend dès lors pas compte de l'endommagement réellement engendré. Les parties incriminées du SDF ($L = 0.575$ m), Fig. 4.9 (b), sont représentées en pointillés et correspondent à une éventuelle synchronisation entre fréquences propres des systèmes « poutre/masse » et « poteau/luminaire ».

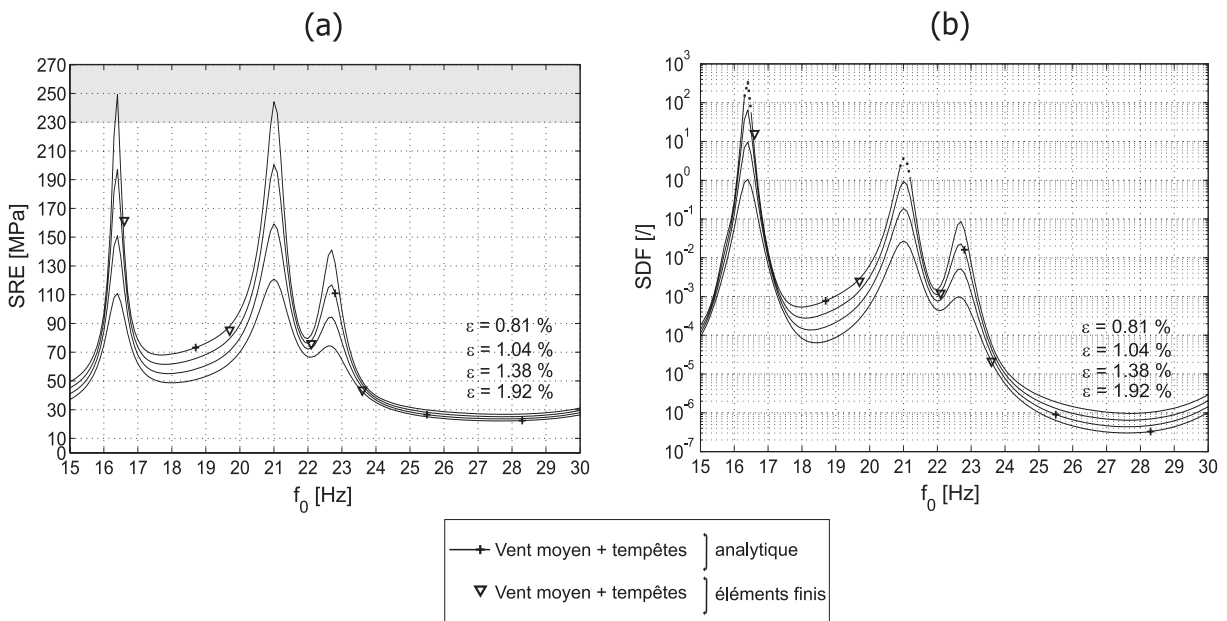


FIG. 4.9 – Comparaison, sur base du système « poutre/masse », de la sévérité des sollicitations éoliennes et des méthodes de calcul d'endommagement ($b = 7$) : (a) SRE ; (b) SDF

Quant aux résultats éléments finis, ils sont en accord avec les SRE et SDF analytiques. Cependant, pour une même longueur de poutre, l'endommagement prédit varie considérablement selon la méthode de calcul envisagée compte tenu de l'écart existant entre fréquences propres et de l'allure du spectre en lui-même.

La Fig. 4.9 met également en évidence l'effet de l'amortissement sur les spectres de réponse du système « poutre/masse » : lorsque la dissipation augmente, les pics s'atténuent et certains disparaissent même complètement comme l'indique la Fig. 4.10 (a), dans la plage [15, 30] Hz, pour le système de référence à un degré de liberté soumis à l'effet du vent moyen et des tempêtes (cf. paragraphes 3.7.2 et 3.7.3).

Spécification équivalente accélérée

Avant d'appliquer la spécification équivalente (tableau 3.6) au système « poutre/masse », l'importance du choix des paramètres ε et b est tout d'abord discutée. Sur base des résultats obtenus, une modification est apportée à la spécification proposée.

Dépendance vis-à-vis de l'amortissement ε

L'effet de l'amortissement sur les SDF du vent et de la spécification équivalente accélérée est illustré à la Fig. 4.10 pour ε prenant une valeur de, respectivement, 5 % (valeur considérée lors de la définition du test équivalent au paragraphe 3.7.3) et 1 %. On constate que, dans le cas de la Fig. 4.10 (b), lorsque l'amortissement est réduit à 1 %, la spécification simplifiée ne peut plus être considérée comme l'enveloppe du spectre de référence associé aux sollicitations éoliennes sur toute la plage fréquentielle d'intérêt, comme il en est question à la Fig. 4.10 (a). La perte de conservatisme apparaît autour des pics correspondant aux fréquences propres du système « poteau/luminaire ». Lorsque l'amortissement est inférieur à une valeur de 5 %, certains pics du SDF représentant l'environnement de référence prennent de l'ampleur au point de sortir de l'enveloppe établie.

Bien que selon la relation (3.87) la recherche d'une spécification équivalente devrait

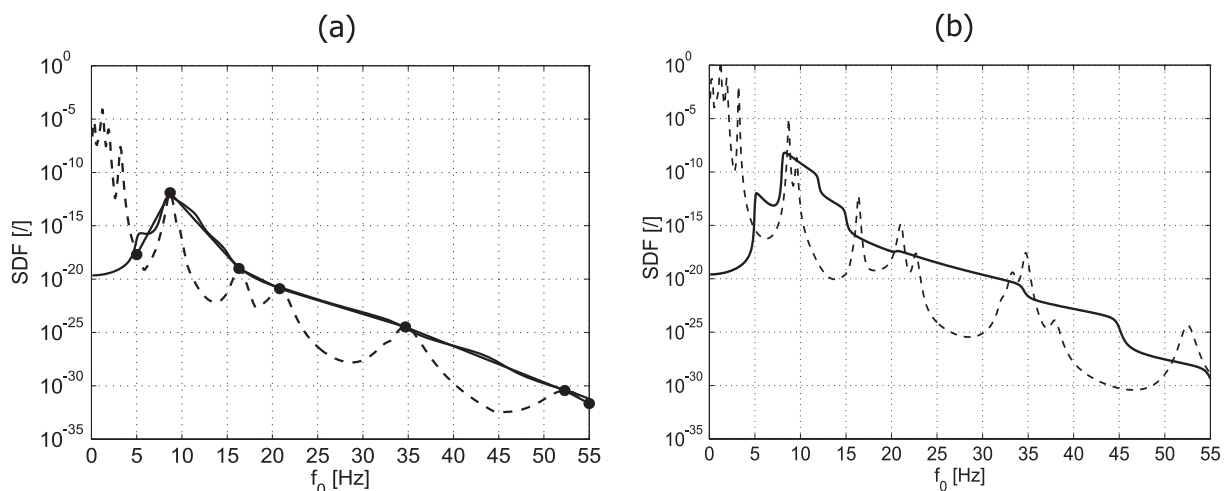


FIG. 4.10 – Influence de l'amortissement sur les SDF associés aux sollicitations éoliennes et à la spécification équivalente accélérée pour $b = 10$ et $A = K = 1$ (---, Enveloppe de référence; ●—, Enveloppe de référence simplifiée; —, Test équivalent) : (a) $\varepsilon = 5\%$; (b) $\varepsilon = 1\%$

être indépendante du facteur d'amortissement ε , les raisons pour lesquelles il n'en est pas ainsi ici sont les suivantes :

- ▷ La sollicitation équivalente résulte du *SDF* enveloppe des effets combinés du vent moyen et des tempêtes, établi pour un amortissement ε de 5 % : un tel amortissement a pour effet, comme on vient de le voir, d'atténuer de façon plus ou moins importante certains pics du spectre de réponse.
- ▷ La spécification d'essai est généralement réduite à un petit nombre d'inconnues (fréquences et niveaux associés) en vue de faciliter, d'une part, la convergence de la procédure d'optimisation proposée au paragraphe 3.6 et, d'autre part, son introduction dans un logiciel de contrôle pour excitateur électrodynamique. La simplification opérée sur base du *SDF* obtenu pour un amortissement de 5 % n'est dès lors pas suffisamment précise que pour garantir l'équivalence de l'essai lorsque l'amortissement diminue.

Cette constatation ne remet toutefois pas en cause la spécification développée dans la perspective de la qualification au vent des appareils d'éclairage public, tableau 3.6 ($b = 10$ et $\varepsilon = 5\%$). En effet, un recensement des essais réalisés pour le compte de *R-Tech* sur plus d'une trentaine de luminaires, tous types de fixation confondus, montre que sur 85 coefficients d'amortissement identifiés (associés aux deux premiers modes de flexion situés dans des plans orthogonaux) 66, soit 78 %, ont une valeur comprise dans l'intervalle [3.0, 5.6] %. Les 19 coefficients restants se répartissent entre cet intervalle et les valeurs extrêmes qui sont $\varepsilon = 1.8\%$ et $\varepsilon = 10.6\%$.

Lorsque la spécification équivalente est établie sur base d'un facteur d'amortissement de 1 %, la *PSD* d'excitation obtenue présente un nombre accru de paliers (Fig. 4.11 et tableau 4.5). L'extrême étroitesse de ces paliers additionnels nécessite une résolution fréquentielle de 10^{-2} Hz, ce qui conditionne, comme nous allons le voir, la réalisation

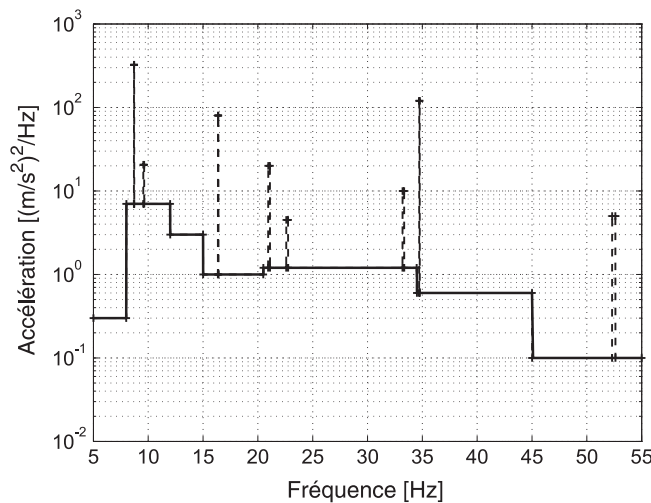


FIG. 4.11 – *PSD* définissant la spécification accélérée équivalente à l'enveloppe des sollicitations éoliennes obtenue pour $b = 10$ (—, Cas $\varepsilon = 5\%$; +---, Cas $\varepsilon = 1\%$)

	Type d'excitation	Niveau d'excitation [(m/s ²) ² /Hz]	Durée de la sollicitation
Référence	vent	<i>PSD</i> de réponse du système « poteau/luminaire » au droit de la fixation du luminaire	vent moyen : 20 ans + tempêtes : 90 heures
Equivalence	aléatoire	[5.00, 8.00] Hz : 0.3 [8.00, 8.70] Hz : 7.0 [8.70, 8.72] Hz : 325.0 [8.72, 9.55] Hz : 7.0 [9.55, 9.63] Hz : 20.6 [9.63, 12.00] Hz : 7.0 [12.00, 15.00] Hz : 3.0 [15.00, 16.36] Hz : 1.0 [16.36, 16.40] Hz : 80.0 [16.40, 20.50] Hz : 1.0 [20.50, 20.95] Hz : 1.2 [20.95, 21.10] Hz : 20.0 [21.10, 22.60] Hz : 1.2 [22.60, 22.75] Hz : 4.5 [22.75, 33.20] Hz : 1.2 [33.20, 33.35] Hz : 10.0 [33.35, 34.50] Hz : 1.2 [34.50, 34.72] Hz : 0.6 [34.72, 34.76] Hz : 120.0 [34.76, 45.00] Hz : 0.6 [45.00, 52.30] Hz : 0.1 [52.30, 52.60] Hz : 5.0 [52.60, 55.00] Hz : 0.1	3600 s

TAB. 4.5 – Réduction de la durée d'une spécification définie par l'enveloppe des sollicitations engendrées par le vent (cas $\varepsilon = 1\%$ et $b = 10$)

pratique de l'essai. La valeur *RMS* de la *PSD* d'excitation passe dès lors d'une valeur de 8.2 m/s^2 ($\varepsilon = 5\%$) à 9.7 m/s^2 ($\varepsilon = 1\%$). Le niveau d'équivalence atteint, d'un point de vue endommagement par fatigue, entre l'essai de durée réduite modifié et l'enveloppe caractéristique des effets du vent, est illustré à la Fig. 4.12 (b) pour $\varepsilon = 1\%$ et contrôlé dans le cas $\varepsilon = 5\%$ à la Fig. 4.12 (a). On constate que la spécification équivalente modifiée assure maintenant l'indépendance du *SDF* vis-à-vis du facteur d'amortissement.

En ce qui concerne l'essai proprement dit sur table vibrante, l'effet de la résolution

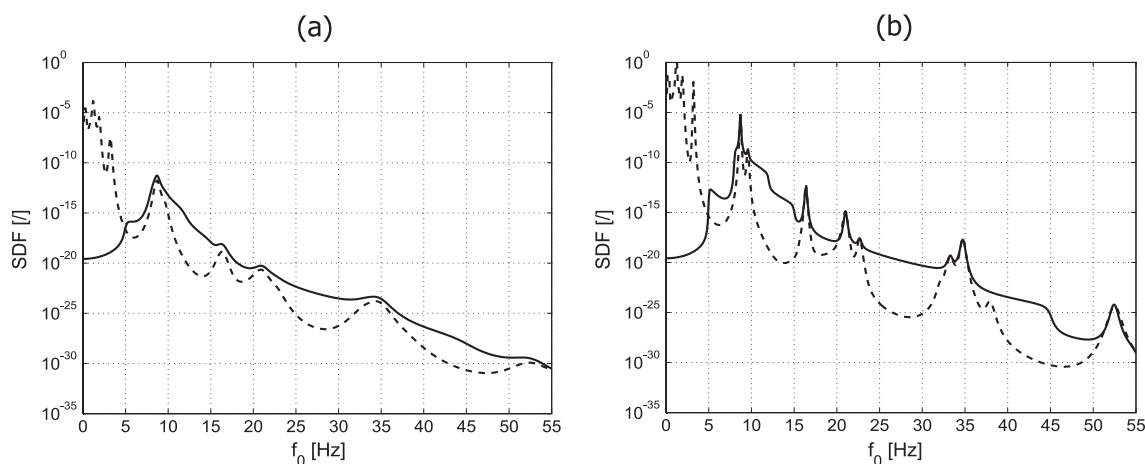


FIG. 4.12 – Test accéléré équivalent à l'enveloppe des SDF du vent déterminés pour $\varepsilon = 1\%$, $b = 10$ et $A = K = 1$ (---, Enveloppe de référence; —, Test équivalent) : (a) $\varepsilon = 5\%$; (b) $\varepsilon = 1\%$

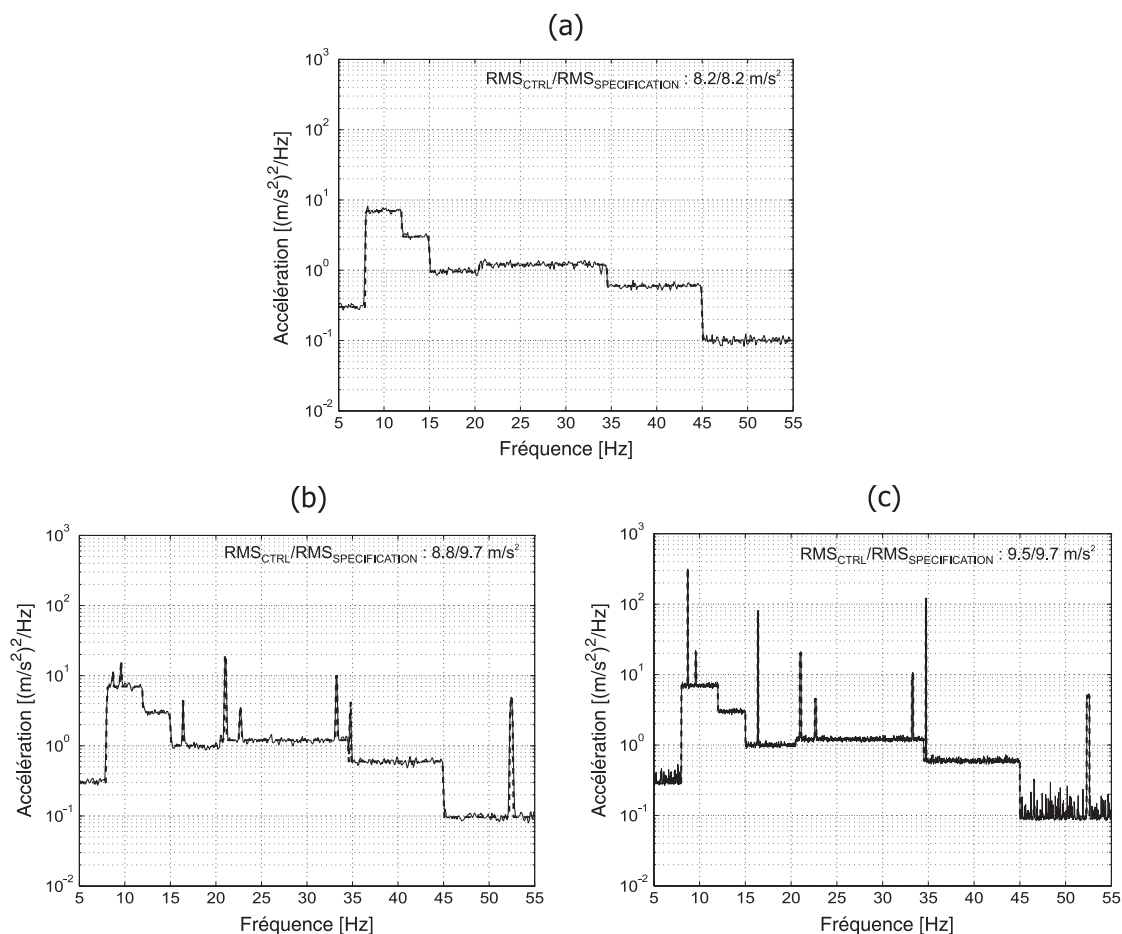


FIG. 4.13 – Signal de pilotage obtenu sur table vibrante en fonction de la résolution fréquentielle df choisie (---, PSD de consigne; —, PSD de contrôle) : (a) Cas $\varepsilon = 5\%$, $df = 10^{-1}$ Hz; (b) Cas $\varepsilon = 1\%$, $df = 10^{-1}$ Hz; (c) Cas $\varepsilon = 1\%$, $df = 1.25 \cdot 10^{-2}$ Hz

fréquentielle df sur la PSD de pilotage obtenue est illustré à la Fig. 4.13. On constate tout d'abord que, dans chacun des cas, le contrôle respecte fidèlement la consigne. Cependant, bien qu'une résolution fréquentielle de 10^{-1} Hz soit suffisante dans le cas $\varepsilon = 5\%$ pour représenter correctement la spécification équivalente initiale, il n'en est plus de même pour la spécification équivalente modifiée ($\varepsilon = 1\%$). En effet, la représentation de celle-ci ne devient satisfaisante que pour $df = 1.25 \cdot 10^{-2}$ Hz (l'erreur sur la valeur RMS de la PSD passe alors de 9 à 2%). Il s'agit de la résolution fréquentielle minimale autorisée par le logiciel de pilotage *LMS Test.Lab* [68] pour la plage fréquentielle [5, 55] Hz.

Dépendance vis-à-vis du paramètre b

Dans le cas du système « poutre/masse », la spécification présentée au tableau 4.5 (cas d'une structure en aluminium : $b = 10$) nécessite d'être adaptée étant donné que le paramètre b lié au matériau considéré est différent (cas d'une structure en acier : $b = 7$). En écrivant la relation (3.87) respectivement pour $b = b_1$ et $b = b_2$, l'amplitude de la nouvelle vibration aléatoire équivalente définie par une suite de paliers de niveaux constants s'obtient au moyen de la formule suivante :

$$G_{b_2}^E = G_{b_1}^E \left(\frac{T^R}{T^E} \right)^{\frac{2(b_1 - b_2)}{b_1 b_2}} \quad (4.30)$$

Dans celle-ci, le rapport de réduction $\frac{T^R}{T^E}$ étant fonction du phénomène qui gouverne l'endommagement (dans le cas $\varepsilon = 1\%$, l'intervalle [5, 17.1] Hz est associé à l'effet du vent moyen et, le reste de la plage fréquentielle, aux tempêtes), la spécification d'essai corrigée est présentée au tableau 4.6. La valeur RMS de la PSD d'excitation finalement obtenue est à présent de 14.6 m/s^2 .

Appliquée au système expérimental, la spécification d'essai permet, dans un premier temps, d'identifier les paramètres modaux indispensables à la modélisation, tableau 4.7. Tout comme pour le projet belge de spécification, une longueur de poutre $L = 0.575 \text{ m}$ n'a pas été testée car la sévérité de l'essai, au vu des précédents, a été jugée trop critique pour l'intégrité de la pièce.

Les SRE et SDF obtenus au moyen de la spécification équivalente sont présentés et comparés à l'environnement de référence à la Fig. 4.14. On note que les parties du SDF équivalent représentées en pointillés correspondent également à un dépassement de la limite élastique par la contrainte pic. L'endommagement prédit au moyen de la relation de *Basquin* est par conséquent sous-estimé.

A nouveau, une bonne corrélation est obtenue entre les résultats du modèle éléments finis et ceux des mesures effectuées : l'erreur en contrainte est au plus de 6%. Pour les trois longueurs de poutre représentées, le modèle analytique, bien que plus raide, constitue malgré tout une estimation correcte de l'endommagement occasionné par fatigue.

Le facteur d'exagération $\frac{\beta^E}{\beta^R}$ obtenu en divisant la contrainte éléments finis du test accéléré par celle de l'environnement de référence (Fig. 4.9) vaut, par ordre croissant de

longueur de poutre, 3.8, 2.7 et 2.2. De plus, la représentativité de la spécification d'essai développée est démontrée par le respect de la limite élastique du matériau.

Equivalence	Type d'excitation	Niveau d'excitation [(m/s ²) ² /Hz]	Durée de la sollicitation
	aléatoire	[5.00, 8.00] Hz : 0.84 [8.00, 8.70] Hz : 19.70 [8.70, 8.72] Hz : 914.85 [8.72, 9.55] Hz : 19.70 [9.55, 9.63] Hz : 57.99 [9.63, 12.00] Hz : 19.70 [12.00, 15.00] Hz : 8.44 [15.00, 16.36] Hz : 2.81 [16.36, 16.40] Hz : 225.19 [16.40, 17.10] Hz : 2.81 [17.10, 20.50] Hz : 1.47 [20.50, 20.95] Hz : 1.76 [20.95, 21.10] Hz : 29.41 [21.10, 22.60] Hz : 1.76 [22.60, 22.75] Hz : 6.62 [22.75, 33.20] Hz : 1.76 [33.20, 33.35] Hz : 14.71 [33.35, 34.50] Hz : 1.76 [34.50, 34.72] Hz : 0.88 [34.72, 34.76] Hz : 176.48 [34.76, 45.00] Hz : 0.88 [45.00, 52.30] Hz : 0.15 [52.30, 52.60] Hz : 7.35 [52.60, 55.00] Hz : 0.15	3600 s

TAB. 4.6 – Spécification d'essai équivalente à l'effet du vent, adaptée au cas du système « poutre/masse » ($b_1 = 10$, $b_2 = 7$)

L [m]	Vent équivalent	
	f_0 [Hz]	ε [%]
0.575	-	-
0.510	20.0	1.62
0.475	21.8	1.58
0.445	24.0	1.85

TAB. 4.7 – Paramètres modaux identifiés lors de l'essai équivalent à l'effet du vent

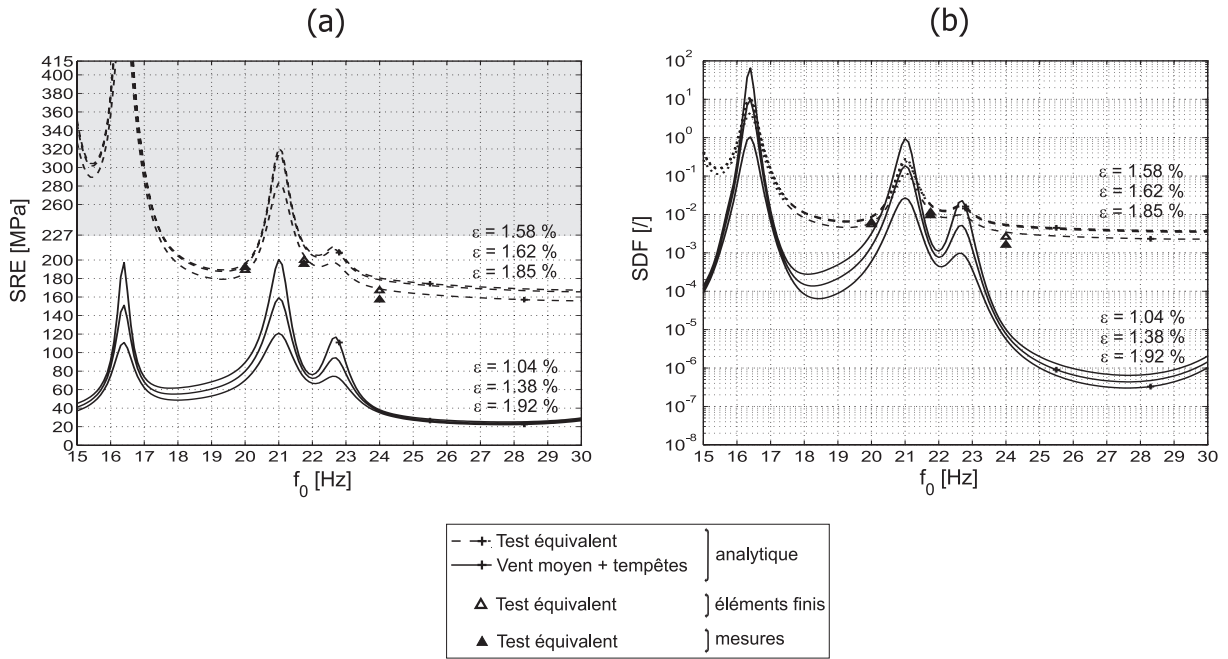


FIG. 4.14 – Comparaison, sur base du système « poutre/masse », de la sévérité des sollicitations éoliennes, de la spécification équivalente et des méthodes de calcul d'endommagement ($b = 7$) : (a) SRE ; (b) SDF

4.6.3 Identification des sources d'erreur

Sur base des résultats présentés aux paragraphes précédents, plusieurs sources d'erreur peuvent être mises en évidence :

- ▷ La dépendance de la réponse calculée vis-à-vis de l'amortissement identifié

L'inconvénient majeur de la méthodologie développée est la dépendance de la réponse dynamique simulée vis-à-vis de l'amortissement modal identifié. Une identification précise de ce paramètre est par conséquent de première importance mais, malheureusement, il est bien connu que cette tâche est très difficile à réaliser. Des mesures de contrainte ont été réalisées sur le système « poutre/masse » pour une longueur $L = 0.575$ m soumise à une excitation sinusoïdale de 0.5 g au droit de l'encastrement. Les paramètres modaux estimés sont $f_0 = 17.1$ Hz et $\varepsilon = 1.34$ %. Différentes fréquences d'excitation ont ensuite été envisagées (25.2, 20.1, 17.7 Hz) et les essais simulés au moyen du modèle éléments finis développé. Les résultats sont présentés à la Fig. 4.15. Lorsque l'excitation est éloignée de la fréquence de résonance, l'erreur en contrainte entre mesures et calculs au niveau de l'encastrement n'est que de 1 %. Si la fréquence d'excitation se rapproche de la fréquence de résonance, l'erreur augmente (28 %) et atteint son maximum pour $f = f_0$. A cette fréquence, l'identification de l'amortissement modal est prépondérante et doit, en présence d'une structure dont le comportement n'est pas parfaitement linéaire, être réalisée au niveau d'excitation prévu par la spécification de l'essai d'endurance. Cette constatation perturbe aussi

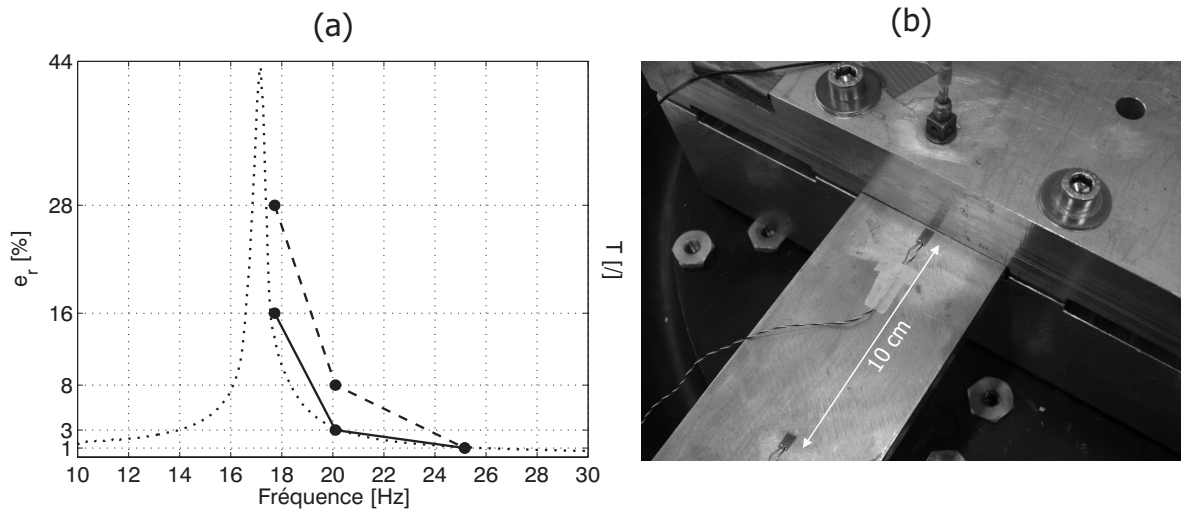


FIG. 4.15 – Confrontation du modèle éléments finis au système « poutre/masse » expérimental ($L = 0.575$ m, $f_0 = 17.1$ Hz, $\varepsilon = 1.34$ %) : (a) Evolution de l'erreur entre contraintes mesurées et simulées en fonction de la fréquence d'excitation et de la position de la jauge de contrainte (---, au niveau de l'encastrement ; —, à 10 cm de l'encastrement) ; (b) Dispositif expérimental

quelque peu l'établissement d'une spécification équivalente. En effet, la méthodologie utilisée suppose que le système analytique à un degré de liberté présente le même facteur d'amortissement aussi bien vis-à-vis de l'environnement vibratoire de référence que de la spécification équivalente accélérée : ce qui, en pratique, dans le cas d'une structure telle qu'un luminaire, est plutôt rare.

▷ L'effet du gradient de contrainte dans les zones critiques

La Fig. 4.15 met aussi en évidence l'importance de l'effet du gradient de contrainte dans les zones critiques. L'erreur en contrainte entre mesures et calculs réalisés en un point éloigné de 10 cm de l'encastrement varie de 1 % (en dehors de la résonance) à 16 % (à proximité de la résonance). Par conséquent, une meilleure corrélation entre contraintes simulées et mesurées est obtenue aux endroits où le gradient de contrainte est faible.

▷ Une correspondance imparfaite entre taille/position de la jauge et de la maille

Un éventuel écart de taille et/ou de position entre la jauge et la maille éléments finis prise en compte pour le calcul de contrainte engendrera une erreur d'autant plus élevée que, comme mentionné au point précédent, le gradient de contrainte dans la zone d'intérêt est important.

▷ Le suivi de la fréquence propre du système sur excitateur électrodynamique

Sans un système de contrôle approprié, une excitation sinusoïdale à la fréquence de résonance du système est difficile à réaliser en pratique. Si la fréquence n'est pas identifiée avec suffisamment de précision ou varie légèrement en cours d'essai, la sévérité du test peut être complètement différente.

- ▷ Les fluctuations inhérentes au système de pilotage
Le pilotage d'un excitateur électrodynamique se faisant en boucle fermée, le système de contrôle oscille légèrement autour de la position de consigne. Ces fluctuations qui se répercutent inévitablement sur la réponse mesurée ne sont pas prises en compte lors de la modélisation.
- ▷ Le modèle d'encastrement considéré
La modélisation des conditions aux limites a une influence non négligeable sur le calcul de la réponse dynamique.
- ▷ Les incertitudes liées aux propriétés du matériau
Les paramètres définissant le comportement du matériau et plus particulièrement celui à la fatigue sont d'une importance primordiale pour l'estimation de l'endommagement et de la durée de vie de la pièce.

4.7 Conclusions

Si la sévérité relative de divers environnements vibratoires peut être rapidement obtenue au moyen du système de référence à un degré de liberté, l'estimation de la durée de vie d'une pièce mécanique soumise à ces excitations nécessite impérativement la connaissance de l'état de contrainte au sein de celle-ci. Lorsque la structure est de géométrie simple et apparentée à un système à un degré de liberté (cas du système « poutre/masse » traité), une relation analytique reliant le déplacement relatif à la contrainte peut encore être obtenue mais, dès lors que le niveau de complexité de la pièce augmente et/ou que la réponse n'est plus dominée par un seul mode de vibration, le recours à un modèle éléments finis devient incontournable.

Toutefois, avant de se lancer dans l'étude d'un luminaire complet, le but poursuivi consistait plutôt à généraliser, au moyen de la méthode des éléments finis, l'approche analytique présentée au chapitre 3 en l'appliquant au système « poutre/masse » dont l'état de contrainte dans l'intervalle [5, 55] Hz est uniaxial. La confrontation des résultats du modèle éléments finis avec, dans un premier temps, les paramètres modaux identifiés expérimentalement et, dans un second temps, l'endommagement déduit des mesures de contrainte, constitue le fondement de la méthodologie généralisée.

La comparaison des contraintes prédites par le modèle éléments finis avec celles mesurées a mis en évidence, sur l'ensemble des sollicitations envisagées, une erreur d'au plus 16 %, témoin d'une bonne corrélation entre modèle et expérience. Quant au modèle analytique, s'il donne en général satisfaction, il peut cependant, compte tenu de sa trop grande rigidité liée à son incapacité à représenter l'imperfection de l'encastrement, être une source d'erreur importante.

Finalement, la modélisation éléments finis a permis de s'assurer que le niveau de contrainte associé au test accéléré équivalent était bien représentatif de l'environnement vibratoire de référence et que les mécanismes de rupture en jeu étaient bien identiques.

Chapitre 5

Endommagement d'une pièce mécanique en fatigue multiaxiale

5.1 Introduction

Aujourd'hui, principalement trois approches différentes permettent de dimensionner une pièce mécanique à la fatigue [25]. L'approche traditionnelle, connue sous sa forme actuelle depuis 1955 et considérée tout au long de ce travail, axe l'analyse sur la contrainte élastique linéaire apparaissant dans la zone d'intérêt. La contrainte alternée admissible est déterminée en tenant compte de la présence éventuelle d'une contrainte moyenne et/ou d'éléments générateurs de concentrations de contraintes (gorges, trous, filets, congés de raccordement, ...). Une seconde approche plus récente et plus générale, dite « approche en déformations », se focalise plutôt sur l'effet des zones de plastification locale pouvant apparaître au niveau des concentrations de contraintes (fatigue oligocyclique). Elle est toutefois également applicable au domaine à grand nombre de cycles. La particularité de cette approche est de remplacer la traditionnelle courbe de *Wöhler* ($\sigma - N$) par une courbe *déformation-nombre de cycles à la rupture* ($\varepsilon - N$) et d'y associer une courbe $(\sigma - \varepsilon)$ *cyclique*. Contrairement aux deux premières approches limitées à la phase d'amorçage de la fissure, la dernière, basée sur la théorie de la mécanique de la rupture, considère sa propagation au sein de la pièce.

Pour de nombreuses structures, l'état de contrainte induit par différents chargements est le plus souvent complexe (effets combinés de la flexion et de la torsion d'un arbre, flexion d'une plaque selon plus d'un axe, ...). La prise en compte d'une charge statique, d'une différence de phase et/ou de fréquence entre sources de chargements cycliques ou encore d'une sollicitation de type aléatoire accroît davantage le niveau de complexité de l'état de contrainte. Depuis les années 80, la fatigue multiaxiale est un sujet de recherche important. En effet, de nombreux critères, tout d'abord temporels puis seulement fréquentiels, ont été développés dans le but de prédire la durée de vie de pièces soumises à des chargements multiaxiaux périodiques voire aléatoires [96]. La méthode retenue dans le cadre de

cette thèse permet d'obtenir aisément une contrainte alternée équivalente [100], construite sur base du *critère de Von Mises* et des réponses fréquentielles en contrainte issues, soit d'un calcul éléments finis, soit d'une mesure au moyen de jauges tridirectionnelles. Le processus scalaire ainsi obtenu est supposé équivalent en terme d'endommagement et a pour avantage de pouvoir être utilisé avec chacune des méthodes uniaxiales présentées au chapitre 3.

Finalement, ce cinquième chapitre applique la méthodologie d'essais de fatigue accélérée à l'étude d'un cas-test industriel : le luminaire *Super Saturne 400 W* développé par *R-Tech/Schröder*. Les bris systématiquement observés lors de la phase de qualification sur la table de secousses de *Schröder* en font le candidat idéal. Cependant, la complexité de la structure ne permet plus d'envisager une approche analytique comparable à celle présentée au chapitre 4 et le recours à une modélisation éléments finis pour estimer la durée de vie de l'appareil est nécessaire. Compte tenu des contraintes pouvant être en jeu et de l'allure de la courbe $(\sigma - \varepsilon)$ pour l'aluminium AS12U (cf. la Fig. 4 présentée en introduction à ce travail), une approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler* [25] ainsi qu'une estimation de la contrainte lors d'une déformation plastique locale (méthode de *Neuber*) [62] ont dû être envisagées. De plus, la prise en compte de l'historique du chargement et de son effet sur la durée de vie de l'appareil a permis, contrairement à l'hypothèse de *Miner*, de rendre compte de l'évolution non-linéaire du dommage [62].

5.2 Etats de contrainte principaux et complexes

En tout point d'une pièce mécanique soumise à un chargement quelconque, les amplitudes des contraintes varient en fonction de la direction considérée et sont plus élevées en certains plans particuliers. Ces derniers sont appelés *plans principaux* [25, 78] et les contraintes y agissant sont les *contraintes principales*. Tant les contraintes *normales* que *tangentielles* sont d'un intérêt majeur. Par exemple, la rupture fragile d'une pièce fissurée peut survenir en réponse à la contrainte normale de tension la plus sévère. Par contre, la plastification étant causée par la contrainte de cisaillement, la plus grande valeur de celle-ci permet de déterminer si, en un point donné de la pièce, ce phénomène est censé se produire. Dans ce cas de figure, une approche alternative très courante consiste à utiliser une quantité appelée *contrainte de cisaillement octaédrale*. La rupture par fatigue d'une pièce mécanique soumise à un chargement cyclique est également affectée par l'état de contrainte présent dans celle-ci.

Les situations pour lesquelles les contraintes agissant dans un plan orthogonal sont nulles, sont caractérisées par un *état plan de contrainte*. Ce dernier présente un intérêt pratique tout particulier car il est d'application en chaque surface libre (non chargée) d'une pièce mécanique, surfaces pour lesquelles les contraintes sont généralement les plus sévères comme dans le cas de la flexion d'une poutre ou de la torsion d'un arbre et qui, par conséquent, constituent le lieu d'amorçage des fissures.

5.2.1 Contraintes normales principales

L'état tridimensionnel de contrainte agissant sur un élément de volume représenté dans le repère $oxyz$ étant supposé connu, la détermination des *contraintes normales principales* consiste à définir un système de coordonnées particulier $ox_1x_2x_3$ pour lequel les contraintes normales prennent des valeurs extrêmes (par exemple, $\sigma_1 = \sigma_{max} > \sigma_2 > \sigma_3 = \sigma_{min}$). Il apparaît alors que les contraintes tangentielles τ_1, τ_2 et τ_3 sont nulles, Fig. 5.1 (a). En état plan de contrainte ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$), les *contraintes normales principales* ne sont plus qu'au nombre de deux (σ_1, σ_2) et s'obtiennent aisément de la façon suivante :

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{avec} \quad \tan 2\theta_n = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (5.1)$$

où θ_n représente l'orientation des facettes principales dans le repère $oxyz$.

Sur base de ces définitions, le *critère de rupture* le plus simple pour un matériau fragile consiste à stipuler que celle-ci se produit lorsque la contrainte de comparaison σ_c , égale à la plus grande contrainte normale principale, atteint la limite de rupture en traction uniaxiale R_r du matériau, soit :

$$\sigma_c = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) = R_r \quad (5.2)$$

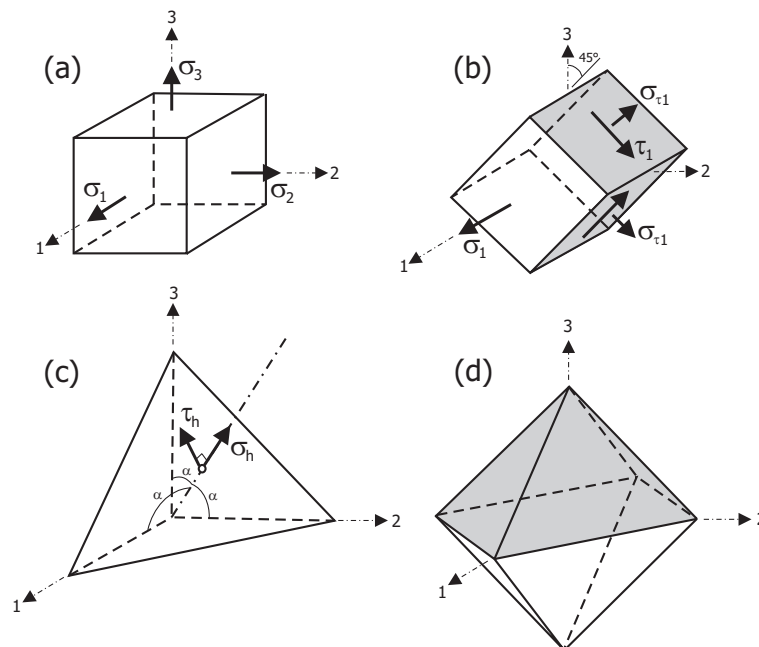


FIG. 5.1 – Représentation tridimensionnelle des contraintes : (a) Contraintes normales principales ; (b) Contraintes tangentielles principales ; (c) Contraintes octaédrales ; (d) Octaèdre formé par l'ensemble des plans octaédraux équivalents

5.2.2 Contraintes tangentielles principales

D'une façon similaire, la recherche des *contraintes tangentielles principales* revient à déterminer le système de coordonnées particulier $o x'_1 x'_2 x'_3$ pour lequel la contrainte tangentielle est maximale. Considérant, par exemple, le plan contenant les contraintes σ_2 et σ_3 , Fig. 5.1 (a), on peut montrer [25] que la contrainte tangentielle maximale dans ce plan se produit sur un élément cubique unitaire tourné de 45° autour de l'axe $o x_1$, Fig. 5.1 (b). Un raisonnement identique peut être envisagé pour les plans contenant (σ_1, σ_3) ainsi que (σ_1, σ_2) . Les *contraintes tangentielles principales* s'écrivent alors :

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} \quad \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \quad \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \quad (5.3)$$

pour lesquelles $\tau_{max} = \max(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$. Contrairement au cas précédent, la contrainte tangentielle est ici associée à une contrainte normale non nulle et égale à la moyenne des contraintes normales principales situées dans le même plan :

$$\sigma_{\tau_1} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \quad \sigma_{\tau_2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \sigma_{\tau_3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (5.4)$$

En état plan de contrainte, les composantes non nulles étant supposées situées dans le plan $o x y$, la troisième contrainte normale principale σ_3 est nulle. Cependant, comme l'indiquent les relations (5.3), les contraintes principales de cisaillement sont en général présentes sur chacun des trois plans principaux précités. Dans le plan $o x y$, les équations précédentes se réduisent toutefois aux expressions suivantes :

$$\tau_3 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \sigma_{\tau_3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (5.5)$$

avec

$$\tan 2\theta_t = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2 \tau_{xy}} \quad (5.6)$$

où θ_t définit l'orientation des facettes principales de cisaillement dans le repère $o x y z$. Notons encore que l'analyse des relations (5.1) et (5.6) démontre bien que l'angle caractérisant l'orientation des contraintes tangentielles principales par rapport aux contraintes normales principales vaut $|\theta_n - \theta_t| = 45^\circ$.

Le *critère de plastification* d'un matériau ductile suppose que celle-ci survient lorsque la contrainte tangentielle principale maximale τ_{max} atteint une valeur critique, fonction du matériau considéré (*critère de Tresca*). A partir des relations (5.3) et en considérant un essai de traction uniaxiale à la limite élastique du matériau ($\sigma_1 = R_e$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$), la contrainte de comparaison à la plastification prend la forme suivante :

$$\sigma_c = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|) = R_e \quad (5.7)$$

5.2.3 Contraintes octaédrales

Considérons le plan oblique, Fig. 5.1 (c), défini dans les axes des contraintes normales principales $o x_1 x_2 x_3$ et sur lequel agissent les contraintes normale σ_h et tangentielle τ_h . La direction de la normale au plan oblique étant spécifiée par l'unique angle α entre celle-ci et chacun des axes principaux, un tel plan porte le nom de *plan octaédral*. En écrivant l'équilibre des forces, il apparaît que la contrainte normale σ_h agissant sur ce plan est la moyenne des contraintes normales principales [25]. Cette quantité est souvent appelée *contrainte normale octaédrale* ou *contrainte hydrostatique*. Notons qu'en mécanique des matériaux, la *contrainte hydrostatique* σ_h est également décrite comme étant le premier *invariant* I_1 . Cela signifie, qu'en un point particulier du matériau, sa valeur restera constante en dépit du choix du système de coordonnées. Pour les systèmes d'axes quelconques $o x y z$ et principaux $o x_1 x_2 x_3$, σ_h s'exprime donc de la façon suivante :

$$\sigma_h = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3} \quad (5.8)$$

L'équilibre des forces permet également d'évaluer la contrainte de cisaillement τ_h agissant sur ce même plan et qui, par conséquent, est dénommée *contrainte tangentielle octaédrale* :

$$\begin{aligned} \tau_h &= \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{2(I_1^2 - 3I_2)} \end{aligned} \quad (5.9)$$

où I_2 est le second invariant, défini par :

$$\begin{aligned} I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 \\ &= \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Notons que la contrainte τ_h pouvant s'exprimer en fonction des deux premiers invariants, elle présente elle-même cette particularité. Comme l'illustre la Fig. 5.1 (d), les plans octaédraux pour lesquels la normale forme un angle identique avec chacun des axes principaux sont au nombre de huit. Chacun de ces plans est caractérisé par le même état de contrainte (σ_h, τ_h) . Toutefois, les faces opposées de l'octaèdre ainsi construit correspondent à un seul et même plan, de sorte que les contraintes octaédrales agissent réellement sur quatre plans distincts. Remarquons aussi que, Fig. 5.1 (b) et (d), la contrainte de cisaillement octaédrale τ_h apparaît deux fois plus souvent (4 plans) que la contrainte de cisaillement maximale τ_{max} (2 plans) avec le quotient τ_h/τ_{max} confiné dans l'intervalle $[\sqrt{3}/2, 1]$ [25]. Par conséquent, d'un point de vue statistique, τ_h a davantage de chances de rencontrer un plan cristallin favorablement orienté pour produire un glissement, ce qui compense en partie le fait qu'elle soit légèrement inférieure à τ_{max} .

Par conséquent, la *contrainte de cisaillement octaédrale* est une quantité importante car elle est couramment utilisée comme fondement du critère de plastification d'une pièce mécanique ductile soumise à un état de contrainte complexe, également connu sous le nom de *critère de Von Mises*. Considérant la relation (5.9) et en exprimant, à nouveau, la valeur critique atteinte par τ_h à la plastification au moyen d'un essai de traction uniaxiale ($\sigma_1 = R_e$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$), la contrainte de comparaison σ_c s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (5.11) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \\ &= R_e\end{aligned}$$

Notons finalement que dans le cas particulier d'un état de contrainte purement hydrostatique, tel que $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_h$, aussi bien le *critère de Tresca* que de *Von Mises* présente une valeur nulle, signe qu'une contrainte hydrostatique seule n'est pas à même de produire de plastification.

5.3 Une approche en fatigue multiaxiale

Parmi les diverses méthodes existantes pour prédire la durée de vie d'une pièce mécanique en fatigue multiaxiale (*critères de type plan critique, critères de type approche globale, rainflow multiaxial temporel et fréquentiel, ...*) [13, 25, 86, 94, 95], celle retenue dans le cadre de cette recherche généralise la théorie de la plasticité, appliquée en statique, au cas des chargements variables. L'hypothèse est faite qu'un endommagement dû à un état de contrainte multiaxial peut être estimé à partir d'une contrainte uniaxiale équivalente, à laquelle s'applique dès lors la théorie uniaxiale classique présentée au chapitre 3. L'amplitude de la *contrainte équivalente de Von Mises* est considérée en première approximation du phénomène réel multiaxial.

5.3.1 Contrainte dynamique équivalente

Chargements cycliques simples

Considérons le cas simple où toutes les charges cycliques sont des sinusoides de moyennes nulles, dont les fréquences d'excitation sont identiques et qui présentent un déphasage, soit nul, soit de 180° l'une par rapport à l'autre. Posons également que, dans un premier temps, aucune contrainte statique n'est appliquée.

Pour un métal ductile, il est correct de supposer que son comportement en fatigue est régi par l'amplitude de la *contrainte de cisaillement octaédrale*. Une contrainte de comparaison équivalente σ_a peut dès lors être obtenue en remplaçant, dans l'équation (5.11),

chacune des grandeurs présentes par son amplitude. On obtient :

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \frac{1}{2} [(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{xa} - \sigma_{za})^2 + 6(\tau_{xya}^2 + \tau_{yza}^2 + \tau_{xza}^2)] \\ &= \frac{1}{2} [(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2]\end{aligned}\quad (5.12)$$

Pour un état plan de contrainte, cette relation se réduit à la forme suivante :

$$\sigma_a^2 = \sigma_{xa}^2 + \sigma_{ya}^2 - \sigma_{xa} \sigma_{ya} + 3\tau_{xya}^2 = \sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 - \sigma_{1a} \sigma_{2a}\quad (5.13)$$

Au sein des relations (5.12) et (5.13), les amplitudes considérées comme étant en phase sont positives et celles en opposition de phase sont négatives. Par contre, lorsque plusieurs chargements cycliques ont lieu à des fréquences d'excitation différentes ou qu'un déphasage autre que 0° ou 180° est présent entre eux, l'approche présentée peut être remise en cause [25, 96]. La nature quadratique de la contrainte $\sigma_c(t)$, équation (5.11), définie dans le domaine temporel, pose problème :

- ▷ La contrainte de *Von Mises* $\sigma_c(t)$ est toujours positive et ne se réduit pas à une contrainte alternée dans le cas d'un chargement uniaxial alterné. Il est donc impossible d'en extraire des cycles en vue d'un cumul de dommage par fatigue.
- ▷ Le contenu fréquentiel de $\sigma_c(t)$ n'est pas en accord avec celui des composantes du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}(t) = [\sigma_x(t), \sigma_y(t), \tau_{xy}(t)]^T$ [93].

Dans un tel cas de figure, une approche alternative doit être envisagée.

Chargements cycliques quelconques

Les problèmes évoqués au paragraphe précédent peuvent être contournés en considérant la relation (5.11) au sens de son carré moyen et en construisant la contrainte équivalente uniaxiale dans le plan fréquentiel.

Considérant un état plan de contrainte, l'équation (5.11) peut encore s'écrire en fonction du vecteur $\boldsymbol{\sigma}(t)$ de la façon suivante :

$$\sigma_c^2 = \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\sigma} = \text{Trace}\{\mathbf{Q}[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T]\}\quad (5.14)$$

où la matrice constante \mathbf{Q} est donnée par :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\quad (5.15)$$

En appliquant le théorème de *Parseval* [99] à la relation temporelle (5.14), on a :

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_c^2 dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace}\{\mathbf{Q}[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T]\} dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace}\{\mathbf{Q}[\mathbf{Y}_\sigma \mathbf{Y}_\sigma^{*T}]\} df \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} Y_{\sigma_c}^2 df\end{aligned}\quad (5.16)$$

Le spectre de la *contrainte équivalente de Von Mises* s'écrit donc finalement :

$$\begin{aligned}
Y_{\sigma_c}^2 &= \mathbf{Y}_{\sigma}^T \mathbf{Q} \mathbf{Y}_{\sigma}^* = \text{Trace}\{\mathbf{Q}[\mathbf{Y}_{\sigma} \mathbf{Y}_{\sigma}^{*T}]\} \\
&= \|Y_{\sigma_x}\|^2 + \|Y_{\sigma_y}\|^2 - \text{Re}(Y_{\sigma_x} Y_{\sigma_y}^*) + 3 \|Y_{\tau_{xy}}\|^2 \\
&= \|Y_{\sigma_1}\|^2 + \|Y_{\sigma_2}\|^2 - \text{Re}(Y_{\sigma_1} Y_{\sigma_2}^*)
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Chargements aléatoires

Partant de la relation (5.14), la *contrainte équivalente de Von Mises* est un processus aléatoire dont l'espérance mathématique est donnée par la relation suivante :

$$E[\sigma_c^2] = \text{Trace}\{\mathbf{Q} E[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T]\} \tag{5.18}$$

où $E[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T]$ est la matrice de covariance du vecteur des contraintes. Celle-ci s'obtient à partir de la matrice des densités spectrales de puissance du vecteur des contraintes :

$$E[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T] = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{\Phi}_{\sigma}(\omega) d\omega \tag{5.19}$$

Une relation similaire peut être écrite entre la moyenne quadratique $E[\sigma_c^2]$ et la *PSD* de la *contrainte équivalente de Von Mises* correspondante :

$$E[\sigma_c^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\sigma_c}(\omega) d\omega \tag{5.20}$$

En combinant les équations (5.18), (5.19) et (5.20), on obtient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\sigma_c}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace}\{\mathbf{Q} \boldsymbol{\Phi}_{\sigma}(\omega)\} d\omega \tag{5.21}$$

Cette relation intégrale définit la *contrainte équivalente de Von Mises* [96, 100] comme un processus scalaire gaussien de moyenne nulle dont la densité spectrale de puissance est donnée par :

$$\begin{aligned}
\Phi_{\sigma_c} &= \text{Trace}\{\mathbf{Q} \boldsymbol{\Phi}_{\sigma}(\omega)\} \\
&= \Phi_{\sigma_x \sigma_x} + \Phi_{\sigma_y \sigma_y} - \text{Re} \Phi_{\sigma_x \sigma_y} + 3 \Phi_{\tau_{xy} \tau_{xy}} \\
&= \Phi_{\sigma_1 \sigma_1} + \Phi_{\sigma_2 \sigma_2} - \text{Re} \Phi_{\sigma_1 \sigma_2}
\end{aligned} \tag{5.22}$$

5.3.2 Contrainte moyenne équivalente

En présence d'un chargement statique, la durée de vie de la pièce est modifiée d'une façon identique à celle présentée pour une contrainte moyenne non nulle en fatigue uniaxiale. Dans le cas d'un chargement multiaxial, une approche courante consiste à supposer que la contrainte moyenne à prendre en considération est liée à la *contrainte hydrostatique*, de sorte qu'à partir de la relation (5.8), la contrainte moyenne équivalente σ_m s'écrit :

$$\sigma_m = \sigma_{xm} + \sigma_{ym} + \sigma_{zm} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m} \tag{5.23}$$

soit, en état plan de contrainte :

$$\sigma_m = \sigma_{xm} + \sigma_{ym} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m} \quad (5.24)$$

Tenant compte des relations (3.42) et (3.43), σ_m peut alors être introduite dans l'une des équations (3.39) à (3.41) afin de modifier la courbe de *Wöhler* initiale, associée à une contrainte moyenne nulle. La relation (5.23) montre aussi qu'en présence de cisaillement pur (seul $\tau_{xym} \neq 0$), la contrainte moyenne équivalente σ_m est nulle ($\sigma_{1m} = -\sigma_{2m} = \tau_{xym}$ avec $\sigma_{3m} = 0$) et celui-ci n'a par conséquent aucun effet sur la durée de vie en fatigue de la pièce.

D'autres approches permettant de tenir compte d'une contrainte moyenne non nulle dans le cas d'un chargement multiaxial sont présentées dans la littérature [79] :

- ▷ soit la contrainte de *Von Mises* est adoptée.
- ▷ soit la contrainte *normale principale* maximale est utilisée.

La durée de vie de la pièce mécanique est finalement estimée au moyen de Y_{σ_c} ou Φ_{σ_c} comme s'il s'agissait d'un phénomène de fatigue uniaxiale. Notons de plus que, la plupart du temps, les courbes de *Wöhler* disponibles ont été déterminées à partir d'essais de flexion ou de traction, qui ne font intervenir qu'un état de contrainte uniaxial.

5.3.3 Mesures au moyen de jauges tridirectionnelles

L'approche présentée aux paragraphes précédents est applicable aussi bien lors d'une étude éléments finis qu'expérimentalement, lors d'essais sur table vibrante. Dans ce cas, la structure est instrumentée au moyen de jauges de contrainte tridirectionnelles, appelées rosettes, du type de celle présentée à la Fig. 5.2. Celle-ci est formée de trois jauges monodirectionnelles dont deux sont à angle droit alors que la troisième fait un angle de 45° par rapport aux précédentes.

En état plan de contrainte, les contraintes normale et tangentielle (σ, τ) agissant sur une facette quelconque, repérée par l'angle α entre les normales respectivement à la facette x et à la facette courante, peuvent s'exprimer en fonction des composantes du tenseur des

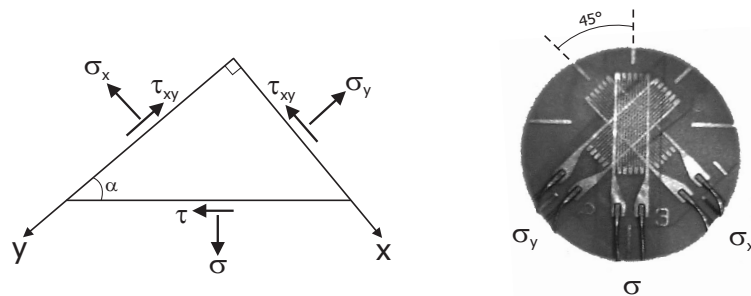


FIG. 5.2 – Tenseur des contraintes obtenu expérimentalement au moyen d'une rosette (état plan de contrainte)

contraintes $[\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$ [78] :

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (5.25)$$

$$\tau = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (5.26)$$

La première de ces relations est particulièrement intéressante car, pour un angle α de 45° , elle permet d'exprimer l'unique inconnue du tenseur des contraintes τ_{xy} en fonction des grandeurs mesurées par la rosette (σ , σ_x et σ_y) :

$$\tau_{xy} = \sigma - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (5.27)$$

La relation (5.27) peut finalement être exprimée, dans le plan fréquentiel, en fonction du type de chargement considéré :

▷ Chargement cyclique

$$Y_{\tau_{xy}} = Y_\sigma - \frac{1}{2}(Y_{\sigma_x} + Y_{\sigma_y}) \quad (5.28)$$

▷ Chargement aléatoire

$$\Phi_{\tau_{xy}\tau_{xy}} = \Phi_{\sigma\sigma} - Re \left(\frac{1}{2} \Phi_{\sigma_x\sigma_y} - \Phi_{\sigma\sigma_x} - \Phi_{\sigma\sigma_y} \right) + \frac{1}{4} (\Phi_{\sigma_x\sigma_x} + \Phi_{\sigma_y\sigma_y}) \quad (5.29)$$

Notons toutefois que dans le cas d'un chargement aléatoire, les relations (5.22) et (5.29) nécessitent encore la connaissance des termes de corrélation croisée $\Phi_{\sigma_x\sigma_y}$, $\Phi_{\sigma\sigma_x}$ et $\Phi_{\sigma\sigma_y}$. Ceux-ci ne pourront être obtenus qu'en calculant, à partir des signaux temporels $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$ et $\sigma(t)$, les fonctions d'intercorrélation et en prenant leur transformée de Fourier [38].

5.3.4 Approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler*

L'approximation de la courbe de *Wöhler* d'un matériau par la relation de *Basquin* (3.35) étant restreinte au domaine d'endurance limitée (Fig. 3.8 et 5.3), sa prolongation à la zone d'endurance illimitée peut toutefois être justifiée, notamment pour les alliages d'aluminium, par l'inexistence d'un palier horizontal bien marqué, mais aussi, pour les cas de charge d'amplitude variable incluant des cycles dont la contrainte est supérieure à la limite d'endurance σ_{end} . En effet, des résultats expérimentaux montrent que la durée de vie d'un matériau ne peut être considérée comme illimitée que si l'entièreté du chargement cyclique produit des contraintes qui sont toutes inférieures à la limite d'endurance [25].

Par contre, lorsque la contrainte atteint, voire dépasse, la limite élastique du matériau, la loi de *Basquin* surestime fortement le nombre de cycles conduisant à la rupture. Bien que les références donnant une estimation analytique de la durée de vie pour le domaine oligocyclique sont rares, *Dowling* [25] propose quand même, pour les matériaux ductiles, de tracer une ligne droite en représentation Log-Log entre les points caractérisant, d'une

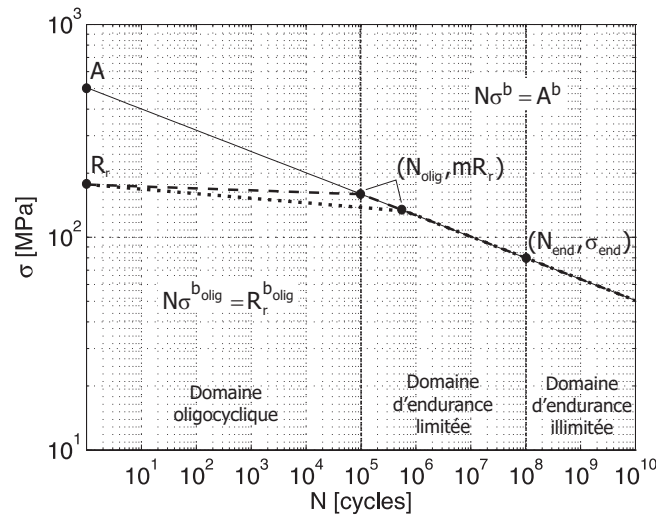


FIG. 5.3 – Modèle analytique de la courbe de *Wöhler* selon *Basquin* particularisé au cas de l'alliage d'aluminium AS12U : $b = 10$, $\sigma_{end} = 80$ MPa à 10^8 cycles, $A = 505$ MPa et $R_r = 177$ MPa (—, droite de *Basquin*; ---, *Basquin bilinéaire* avec $m = 0.9$; ···, *Basquin bilinéaire* avec $m = 0.75$)

part, le passage en zone oligocyclique et, d'autre part, soit la limite de rupture en traction uniaxiale R_r (pour la flexion et la traction), soit la limite de rupture en cisaillement R_r^τ (pour la torsion). Cette dernière, souvent moins répandue, peut toutefois être approchée au moyen de la première de telle sorte que $R_r^\tau = 0.8 R_r$ pour les aciers et $R_r^\tau = 0.7 R_r$ pour les autres matériaux ductiles. L'équation décrivant le comportement du matériau dans la zone oligocyclique est de ce fait identique à la relation de *Basquin* (3.35) dont les paramètres A et b ont été remplacés respectivement par R_r et b_{olig} . Le coefficient m reliant la limite élastique à la limite de rupture du matériau (R_e ou $R_{0.2} \approx m R_r$ avec $m \in [0.75, 0.9]$) étant fixé, l'unique inconnue b_{olig} s'obtient de la façon suivante :

$$N_{olig} = \left(\frac{A}{m R_r} \right)^b \quad (5.30)$$

$$b_{olig} = \frac{\log \left(\frac{1}{N_{olig}} \right)}{\log m} \quad (5.31)$$

Sur base de ces développements théoriques, une ébauche de la courbe de *Wöhler* particularisée au cas de l'alliage d'aluminium AS12U intervenant dans la fabrication des pièces portante de luminaires a pu être obtenue, Fig. 5.3. Le tableau 5.1 reprend les valeurs des différents paramètres définissant cette courbe ainsi que leur origine.

Lorsque la contrainte moyenne σ_m n'est pas nulle, la droite de *Basquin* caractérisant la courbe de *Wöhler* dans la zone d'endurance limitée est déplacée, comme énoncé au

	Paramètre	Valeur	Origine
1	b	10	GAM-EG-13 [36]
2	σ_{end}	80 MPa	<i>R-Tech</i>
3	N_{end}	10^8 cycles	<i>Dowling</i> [25]
4	A	505 MPa	(1, 2, 3) \rightarrow 4
5	R_r	177 MPa	Essai de traction (Fig. 4)
6	$R_{0,2}$	133 MPa	Essai de traction (Fig. 4)
7	m	0.75	(5, 6) \rightarrow 7
8	N_{olig}	$6.2 \cdot 10^5$ cycles	Equation (5.30)
9	b_{olig}	46.7	Equation (5.31)

TAB. 5.1 – Approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler* pour l'alliage d'aluminium injecté de type AS12U

paragraphe 3.3.2, parallèlement à elle-même de la façon suivante (Fig. 5.4) :

$$N \sigma^b = A^{*b} = \left(A \frac{\sigma_{end}^*}{\sigma_{end}} \right)^b \quad (5.32)$$

où σ_{end}^* est la limite d'endurance en présence d'une contrainte moyenne non nulle.

Par conséquent, le passage en zone oligocyclique est à présent défini par le point de coordonnées $(N_{olig}, \sigma_{olig}^*)$ dont la contrainte s'écrit :

$$\sigma_{olig}^* = (m R_r) \frac{\sigma_{end}^*}{\sigma_{end}} \quad (5.33)$$

L'équation de la portion de droite associée à ce domaine devient donc :

$$N \sigma^{b_{olig}^*} = (R_r - \sigma_m)^{b_{olig}^*} \quad (5.34)$$

dont la pente est fonction du paramètre b_{olig}^* donné par :

$$b_{olig}^* = \frac{\log N_{olig}}{\log \frac{R_r - \sigma_m}{\sigma_{olig}^*}} \quad (5.35)$$

Toutefois, il apparaît clairement que la procédure décrite dans ce paragraphe ne peut donner qu'une estimation grossière de la courbe de *Wöhler* de l'aluminium injecté AS12U et est donc utilisée en première approche d'un calcul de durée de vie. Par conséquent, une courbe de *Wöhler* déterminée expérimentalement sera toujours préférable à une approximation analytique, mais encore faut-il qu'elle soit disponible et si pas que le temps et les fonds nécessaires à sa réalisation le soient.

5.3.5 Estimation de la contrainte lors d'une déformation plastique locale

La détermination correcte de la contrainte lors d'une déformation plastique peut être effectuée numériquement, notamment au moyen de la méthode des éléments finis. Malheureusement, les relations non-linéaires entre contraintes et déformations élasto-plastiques

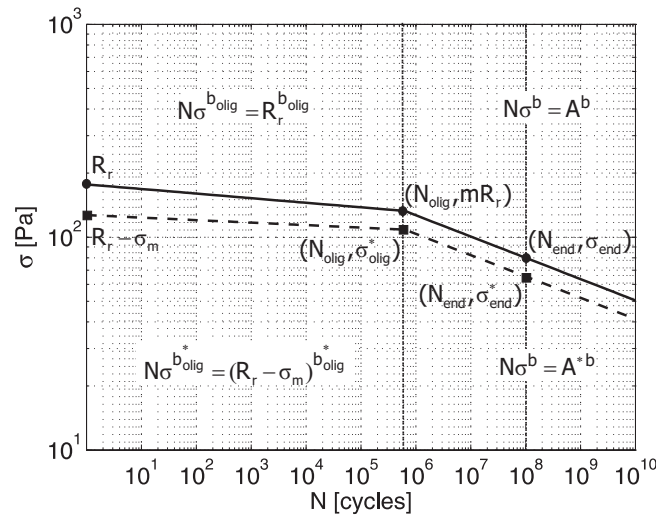


FIG. 5.4 – Effet d'une contrainte moyenne σ_m non nulle sur l'approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler* dans le cas de l'alliage d'aluminium AS12U (—, $\sigma_m = 0$ MPa ; ---, $\sigma_m = 50$ MPa)

compliquent une telle analyse et augmentent fortement le temps de calcul en comparaison d'une analyse élastique-linéaire traditionnelle. Toutefois, une analyse numérique non-linéaire étant parfois nécessaire, diverses approximations, dont celle de *Neuber* [14, 25, 27, 41, 62] est la plus répandue, ont été développées.

Reprenons le cas de l'alliage d'aluminium AS12U pour lequel la courbe $(\sigma - \varepsilon)$ a pu être obtenue au moyen d'un essai de traction, Fig. 5.5. On constate qu'au-delà d'une contrainte d'environ 50 MPa, bien qu'inférieure à la limite élastique $R_{0,2}$, la déformation ε_p n'est plus proportionnelle à la contrainte appliquée σ_p et un déchargement selon la droite de *Hooke* fait apparaître un allongement permanent. Par conséquent, au-delà de 50 MPa, la contrainte élastique σ_e prédite par tout modèle élastique-linéaire surestime la contrainte σ_p réellement présente dans le matériau alors que l'effet inverse est observé pour la déformation élastique ε_e .

Dans une telle situation, la méthode proposée par *Neuber* permet d'obtenir une estimation de l'état de contrainte réellement présent dans la pièce à partir de la contrainte élastique prédite. Elle considère tout simplement que le produit de la contrainte par la déformation qui lui est associée est constant lors d'une plastification locale :

$$\sigma_p \varepsilon_p = \sigma_e \varepsilon_e = \text{Constante} \quad (5.36)$$

Le point $(\varepsilon_p, \sigma_p)$ appartient donc, d'une part, à la courbe contrainte-déformation obtenue expérimentalement et, d'autre part, à l'hyperbole de *Neuber* dont l'équation est :

$$\sigma \varepsilon = \frac{\sigma_e^2}{E} \quad (5.37)$$

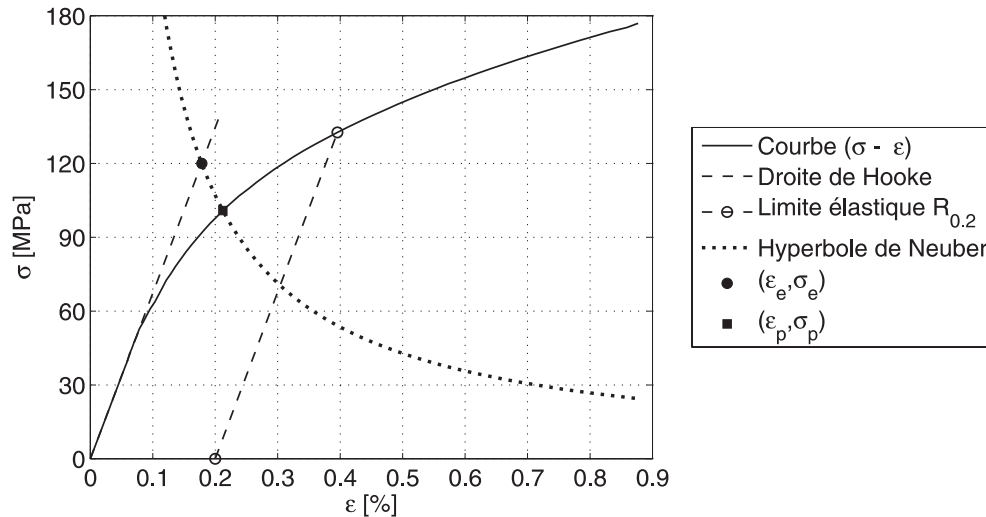


FIG. 5.5 – Estimation de la contrainte plastique par la méthode de *Neuber* dans le cas de l'alliage d'aluminium AS12U

Notons cependant que la relation (5.37) n'est valable que pour une plastification locale et dès lors que celle-ci s'étend à l'ensemble de la section, la déformation résultante risque fort d'être sous-estimée.

La Fig. 5.6 illustre l'écart apparaissant entre la contrainte élastique-linéaire fournie, par exemple, par une étude éléments finis et la contrainte plastique issue de l'approximation de *Neuber*. En deçà de 50 MPa, le comportement du matériau étant élastique-linéaire, σ_e et σ_p sont équivalentes. Par contre, au-delà de cette valeur et jusque $\sigma_e < R_{0,2} = 133$ MPa, si l'approximation de *Neuber* n'est pas appliquée, l'erreur commise sur l'estimation de la contrainte Δ_σ croît et atteint un maximum de 22 %. A partir de $\sigma_e = R_{0,2}$, la méthode de *Neuber* étant généralement appliquée, la contrainte obtenue peut être considérée comme

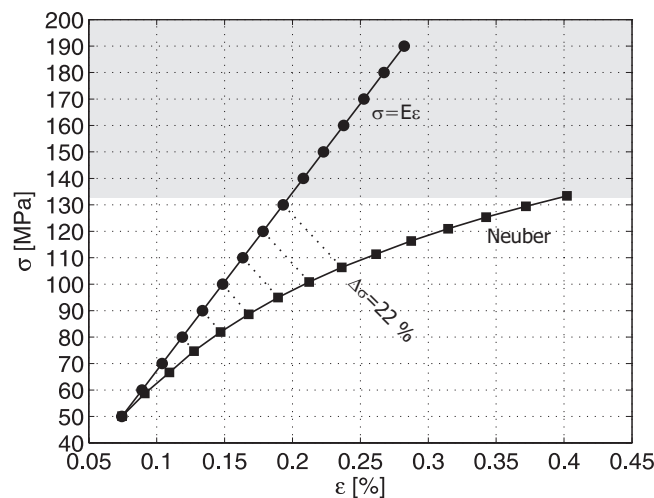


FIG. 5.6 – Comparaison entre contrainte élastique-linéaire et approximation de *Neuber* pour l'aluminium AS12U ($E = 67\,303$ MPa)

correcte en première approximation. Notons qu'une contrainte élastique σ_e de 190 MPa est nécessaire pour induire au sein de l'aluminium AS12U une contrainte vraie de 133 MPa.

La théorie développée dans ce paragraphe, afin d'estimer la contrainte plastique locale, est également appliquée au cas des chargements variables. Le matériau est alors supposé se comporter de manière idéale : la courbe $(\sigma - \varepsilon)$ est identique que le chargement soit monotone, cyclique ou aléatoire. En réalité, le comportement du matériau est plutôt décrit par la *courbe $(\sigma - \varepsilon)$ cyclique* tenant compte d'un éventuel renforcement ou assouplissement fonction des cycles appliqués [25]. Celle-ci peut être obtenue expérimentalement en reliant l'origine des axes (ε, σ) aux sommets successifs des boucles d'hystérésis dessinées pour plusieurs amplitudes de déformation différentes.

5.3.6 Evolution non-linéaire du dommage

Bien que très utilisée, notamment de par sa simplicité de mise en œuvre, la loi de cumul linéaire de *Miner* (3.36) présente toutefois l'inconvénient de ne pas prendre en compte l'influence de l'endommagement déjà accumulé sur l'estimation de la durée de vie de la pièce. Un remède à ce problème consiste à recourir à la notion de *contrainte effective* introduite par *Rabotnov* [62].

Considérons un solide endommagé dans lequel on a isolé un élément de volume d'une taille suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités du milieu, Fig. 5.7 (a). Soit S ,

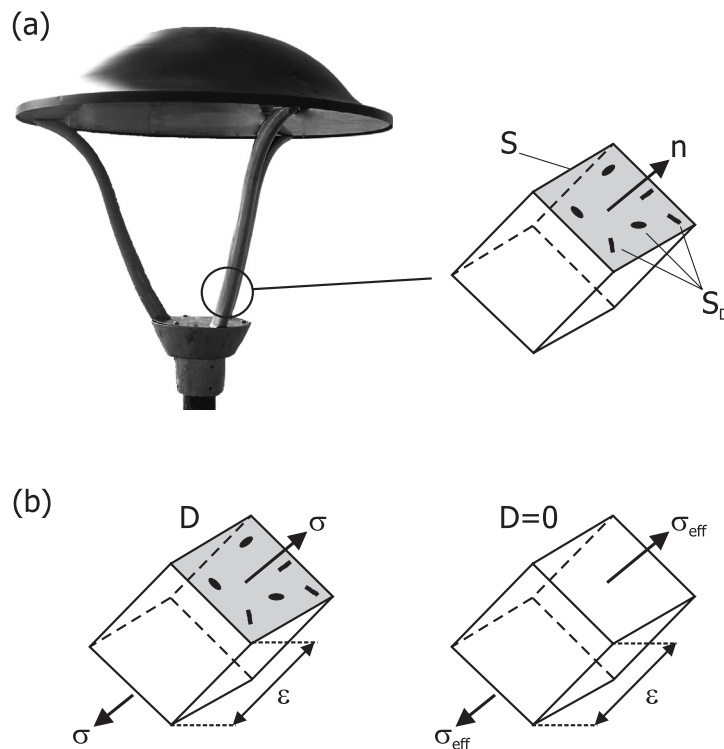


FIG. 5.7 – Définition d'une variable mécanique pour caractériser l'endommagement selon *Rabotnov* : (a) Élément de volume endommagé (exemple du luminaire *Isola*) ; (b) Notion de contrainte effective et équivalence en déformation

l'aire d'une section de l'élément de volume repérée par sa normale \mathbf{n} . Dans cette section, les fissures et cavités qui constituent le dommage occupent une surface S_D telle que :

$$S_D = S - S_{eff} \quad (5.38)$$

où S_{eff} représente l'aire résistante effective.

Dans l'hypothèse d'un endommagement isotrope, constitué de fissures et cavités dont l'orientation est distribuée uniformément dans toutes les directions, la valeur de l'endommagement ne dépend pas de l'orientation de la normale \mathbf{n} et le scalaire D s'écrit :

$$D = \frac{S_D}{S} \quad (5.39)$$

L'introduction d'une variable endommagement représentant une densité surfacique de discontinuités de la matière conduit directement à la notion de *contrainte effective*, c'est-à-dire la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts.

Dans le cas unidimensionnel, F étant la force appliquée sur une section S de l'élément de volume représentatif, on a, pour le matériau sain :

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (5.40)$$

En présence d'un endommagement isotrope D , la section à considérer est réduite à la section résistante effective, de sorte que :

$$\sigma_{eff} = \frac{F}{S_{eff}} \quad (5.41)$$

avec

$$S_{eff} = S - S_D = S(1 - D) \quad (5.42)$$

Finalement, l'expression de la *contrainte effective* devient :

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (5.43)$$

Le *principe d'équivalence en déformation* fait l'hypothèse simplificatrice que le comportement à la déformation de la matière n'est affecté par l'endommagement que sous la seule forme de la *contrainte effective* : tout comportement à la déformation d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement du matériau vierge dans lesquelles on remplace la contrainte usuelle par la *contrainte effective*, Fig. 5.7 (b).

Notons que la notion de *contrainte effective* associée à l'hypothèse d'*équivalence en déformation* permet de s'affranchir du calcul de S_D et S_{eff} , bien difficile à effectuer à cause de la méconnaissance de la géométrie précise des défauts.

La méthodologie générale, développée en vue de prédire l'évolution non-linéaire de l'endommagement subi par une pièce mécanique soumise à une sollicitation harmonique ou aléatoire, est résumée à la Fig. 5.8. La procédure présentée intègre les différentes notions décrites dans le cadre de l'approche retenue pour modéliser le phénomène de

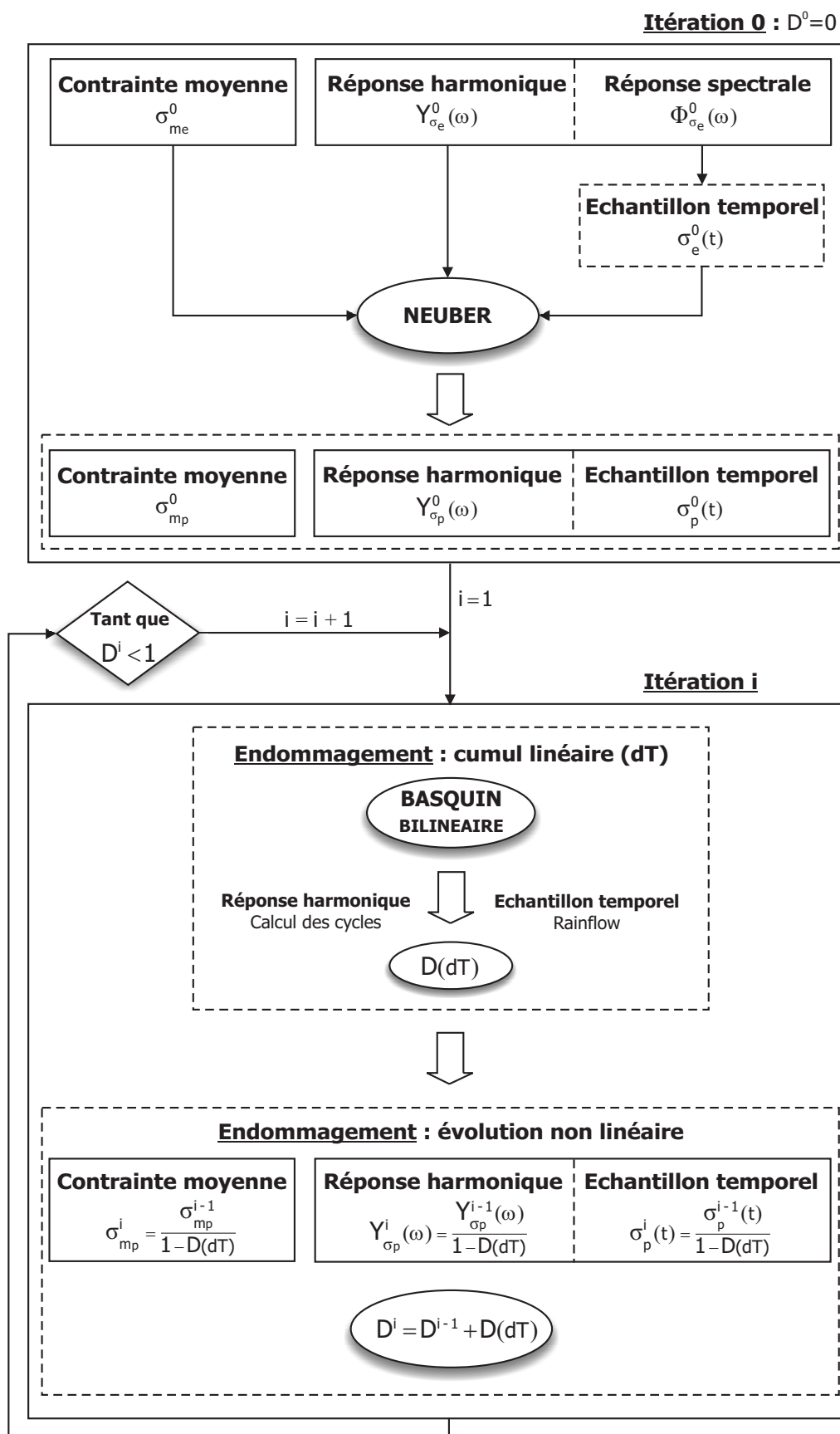


FIG. 5.8 – Méthodologie générale pour le calcul de l'évolution non-linéaire du dommage subi par une pièce mécanique soumise à un environnement vibratoire de type harmonique ou aléatoire

fatigue multiaxiale (contrainte dynamique équivalente, contrainte moyenne équivalente, approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler*, approximation de *Neuber*).

La première phase (itération 0) suppose que les réponses en contrainte sont connues (résultats de simulations éléments finis ou de mesures sur table vibrante). Si nécessaires (dès 50 MPa dans le cas de l'aluminium AS12U), les contraintes plastiques associées sont calculées au moyen de l'approximation de *Neuber*.

La seconde phase (itération i) consiste en un processus itératif au sein duquel le calcul d'endommagement est réalisé selon la loi de cumul linéaire de *Miner* sur une période dT . Celle-ci correspond, soit au pas de temps choisi lors d'un essai à fréquence fixe, soit à la durée d'un balayage lors d'un essai à fréquence balayée, soit à la durée de l'échantillon temporel généré lors d'un essai aléatoire. Finalement, l'endommagement obtenu par cumul linéaire au cours de l'itération i permet de mettre à jour la *contrainte effective* qui, elle, rend compte de l'évolution non-linéaire du dommage. Le processus itératif se répète ensuite tant que l'endommagement total est inférieur à 1.

Un exemple typique de résultats fournis par la méthodologie de calcul appliquée au cas du luminaire *Isla* est illustré à la Fig. 5.9. L'évolution non-linéaire du dommage fournit une durée de vie de 228 minutes lorsque l'appareil est testé selon le projet belge de spécification. Quant à la durée de vie prédite par l'évolution linéaire, elle est d'un ordre de grandeur environ 10 fois supérieur.

Notons pour terminer que, comme déjà mentionné, les modèles d'endommagement peuvent être nombreux et divers [62, 96]. Malheureusement, leur niveau de complexité croît avec le nombre de paramètres à déterminer, ce qui peut les rendre difficiles à appliquer lors d'un pré-dimensionnement.

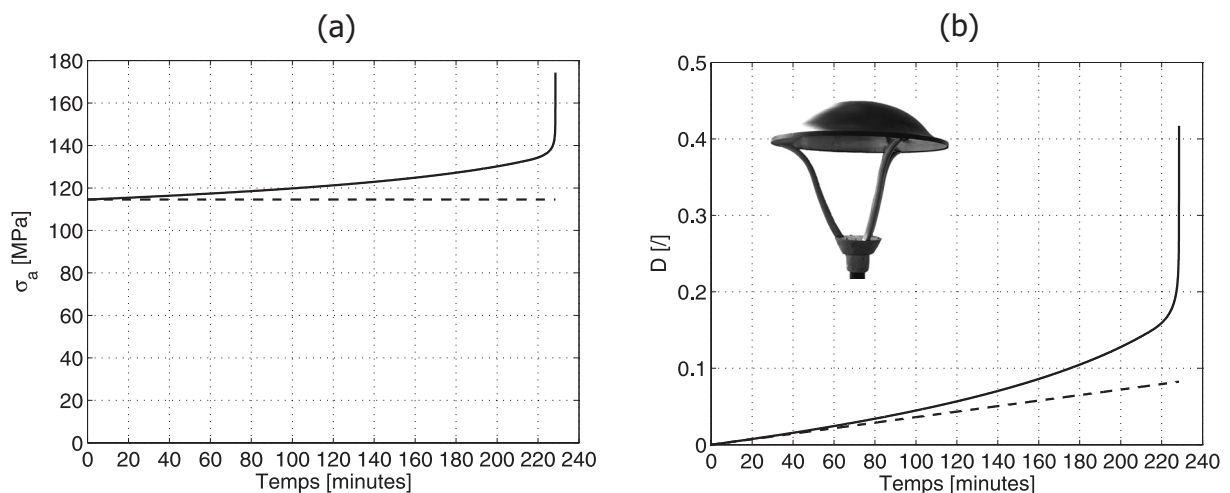


FIG. 5.9 – Prise en compte de l'effet de l'endommagement sur l'estimation de la durée de vie du luminaire *Isla* soumis aux spécifications du projet belge ($f_0 = 16.6$ Hz, $Y_{\sigma_e}^0(f_0) = 146$ MPa, $Y_{\sigma_p}^0(f_0) = \sigma_a = 114$ MPa, $\sigma_{m_e}^0 = 0$ MPa, $dt = 0.25$ s) : (a) Contrainte alternée σ_a à la base du bras le plus sollicité ; (b) Endommagement D (---, Evolution linéaire ; —, Evolution non-linéaire)

5.4 Etude du luminaire *Super Saturne 400 W*

5.4.1 Présentation

Le luminaire *Super Saturne*, développé par la société *Schröder* et étudié dans le cadre de ce travail, s'apparente à une sphère de grande taille, Fig. 5.10 et 5.11, pouvant accueillir une lampe de 400 W. L'appareil, convenant pour l'éclairage de grands axes urbains ou semi-urbains, se compose des 5 éléments principaux suivants :

▷ Une couronne en aluminium injecté

La couronne ou raquette, réalisée en aluminium injecté AS12U, est la pièce portante du luminaire sur laquelle viennent se fixer les éléments constitutifs de l'appareil. Il est par conséquent primordial que la couronne soit dimensionnée afin de résister à l'environnement vibratoire auquel le luminaire sera soumis sur site. Tout endommagement, voire rupture de la pièce portante lors d'un essai sur table vibrante est source de disqualification de l'appareil.

▷ Un capot en aluminium repoussé

Le capot en aluminium 1050 A est obtenu par repoussage. Il assure la protection du coeur du luminaire ainsi que son étanchéité. Il est maintenu en place sur la couronne au moyen de 6 éléments « vis de pression/clame » et collé par un cordon de silicone.

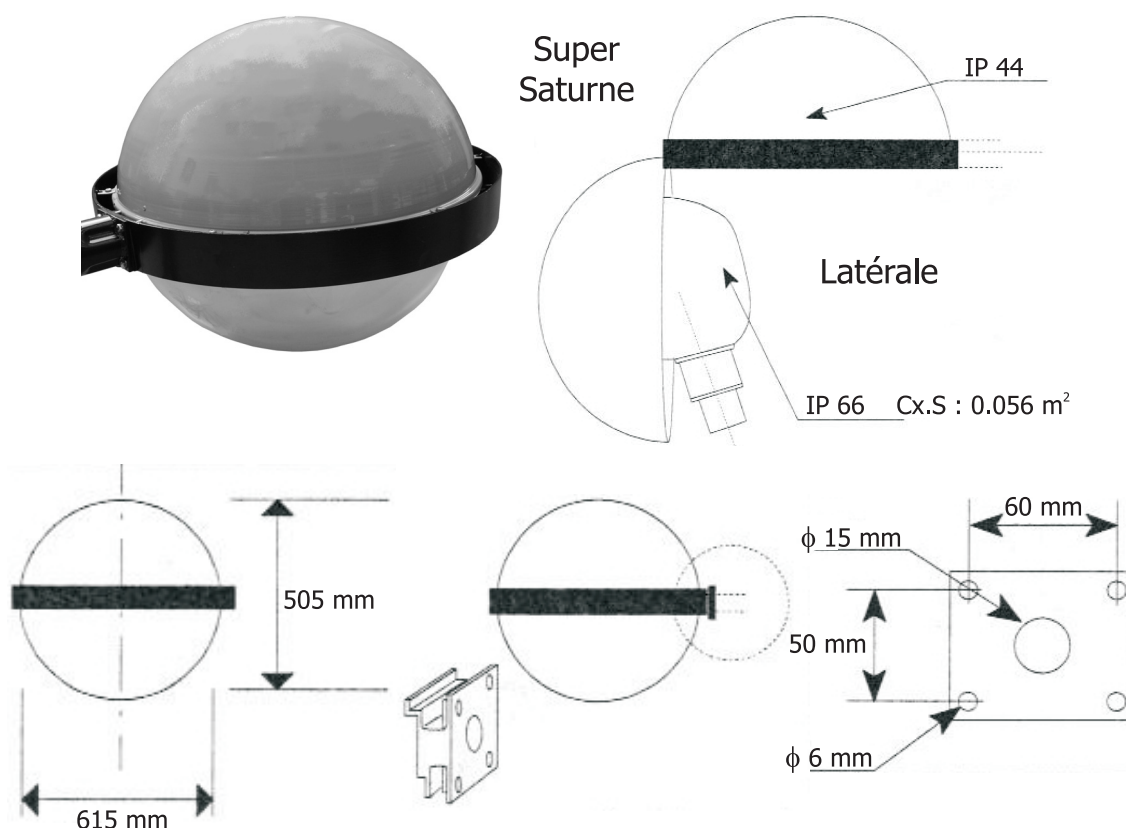


FIG. 5.10 – Extraits de la notice d'installation du luminaire *Super Saturne 400 W* (document *Schröder Group*)

▷ Un bloc optique

Le bloc optique est constitué d'un réflecteur en aluminium embouti et d'un protecteur en méthacrylate thermoformé (PMMA). La jonction entre ces deux parties est assurée par une plaque circulaire en acier appelée la lunette. L'ouverture du luminaire s'effectue sans outils en desserrant deux vis 1/4 de tour, ce qui permet de faire basculer le bloc optique autour d'une charnière afin d'accéder à l'obturateur porte-lampe. La lampe est mise en place par simple rotation de l'obturateur.

▷ Un tiroir

L'ouverture de l'appareil donne également accès aux auxiliaires électriques, dont notamment le ballast, disposés sur une platine amovible en acier, dénommée le tiroir. Celui-ci est fixé à la couronne au moyen de deux vis M8.



FIG. 5.11 – Eclaté du luminaire *Super Saturne 400 W*

▷ Un manchon

Le luminaire *Super Saturne* est installé au moyen d'un manchon en acier, soit sur site, à l'extrémité de l'avancée horizontale (diamètre 60 mm) que présente le poteau conique en acier décrit au tableau 2.7 et illustré à la Fig. 2.19, soit en laboratoire, sur le support de vibration prévu à cet effet, Fig. 5.12. Les liaisons « manchon/couronne » et « manchon/poteau » sont assurées, respectivement, par quatre vis M6 et deux vis M10.

Le support utilisé en laboratoire afin d'adapter mécaniquement le luminaire à tester sur la table vibrante est un assemblage soudé en acier, formé des éléments suivants (Fig. 5.12) :

- ▷ Un socle à base carrée de 200 mm de côté et de 30 mm d'épaisseur, percé de quatre trous passants pour vis M10.
- ▷ Un tube vertical de section carrée de 60 mm de côté, de 5 mm d'épaisseur et de 310 mm de haut, rigidifié à sa base par huit renforts triangulaires.
- ▷ Un tube horizontal de section circulaire de 60 mm de diamètre, de 8 mm d'épaisseur et de 715 mm de long, rigidifié au niveau de sa liaison avec la poutre verticale par deux renforts triangulaires. Cette liaison divise le tube horizontal en deux parties de longueurs inégales : la plus courte reçoit le luminaire à tester alors que la plus longue est prévue pour l'ajout d'un contre-poids permettant de ramener le centre de gravité du système « support/contre-poids/luminaire » aussi près que possible de l'axe d'excitation de la table vibrante.

Les propriétés des matériaux ainsi que les masses mesurées des divers éléments constituant le luminaire *Super Saturne* et son support de vibration sont résumées au tableau 5.2.



FIG. 5.12 – Essai du luminaire *Super Saturne 400 W* sur table vibrante : (a) Support de test ; (b) Intégration du luminaire sur son support et position du contre-poids

	Matériau	E [N/m ²]	ρ [kg/m ³]	ν [/]	Masse [kg]
Couronne	aluminium AS12U	$0.70 \cdot 10^{11}$	2700	0.35	2.781
Capot	aluminium 1050 A	$0.69 \cdot 10^{11}$	2700	0.35	1.542
Réflecteur	aluminium	$0.70 \cdot 10^{11}$	2700	0.35	
Lunette	acier	$2.05 \cdot 10^{11}$	7850	0.3	4.133
Protecteur	PMMA	$0.03 \cdot 10^{11}$	1180	0.36	
Tiroir	acier galva	$2.05 \cdot 10^{11}$	7850	0.3	0.408
Ballast	-	-	-	-	4.448
Manchon	acier	$2.05 \cdot 10^{11}$	7850	0.3	1.220
Support	acier	$2.05 \cdot 10^{11}$	7850	0.3	20.252
Contre-poids	acier	$2.05 \cdot 10^{11}$	7850	0.3	20.480

TAB. 5.2 – Caractéristiques des différents composants du luminaire *Super Saturne 400 W* et de son support de vibration

5.4.2 Identification expérimentale des paramètres modaux

Le processus d'identification des paramètres modaux d'une structure consiste à développer, à partir d'un jeu de *FRF* déterminées expérimentalement, un modèle paramétrique qui caractérise la réponse en fréquence du système étudié. Les inconnues du modèle sont les fréquences, amortissements et résidus associés à chaque mode de vibration.

Les analyses modales relatives au luminaire *Super Saturne* sont réalisées, en post-traitement des mesures effectuées, au moyen du logiciel *ME'scope* [124]. Les paramètres modaux sont identifiés au terme des étapes suivantes :

1. Détermination du nombre de modes

La première étape importante dans l'estimation des paramètres modaux consiste à déterminer le nombre de modes excités dans la plage fréquentielle d'intérêt. Pour cela, une fonction « indicateur de modes » est calculée en sommant, soit les parties réelles, soit les parties imaginaires ou encore les amplitudes des *FRF* mesurées.

2. Estimation des fréquences et amortissements modaux

Parmi les méthodes d'identification implémentées dans le logiciel *ME'scope*, l'algorithme retenu est basé sur la méthode dite *polynomiale*. Il s'agit d'une approche fréquentielle, multi degrés de liberté et globale, minimisant, au sens des moindres carrés, l'erreur « modèle/données expérimentales ». Cette opération fournit les coefficients du polynôme définissant le dénominateur de chaque *FRF* synthétisée, des racines duquel sont finalement extraits fréquences et amortissements modaux.

3. Estimation des résidus modaux

Une fois les fréquences et amortissements modaux évalués, les résidus, formant le numérateur de chaque *FRF* synthétisée et modélisés également par un polynôme, peuvent être à leur tour estimés en réalisant un nouveau lissage de courbes au sens

des moindres carrés. Durant la phase d'estimation des résidus, les effets résiduels des modes situés en dehors de la plage fréquentielle d'intérêt sont pris en considération en enrichissant le polynôme de termes supplémentaires.

Dans le but de mieux comprendre le comportement vibratoire du système « support/luminaire » et d'ensuite le confronter aux résultats du modèle éléments finis, diverses analyses modales ont été réalisées. La démarche suivie consiste à initier l'étude avec la structure de base et d'y assembler, progressivement, chaque composant l'un après l'autre, afin d'en mesurer l'influence sur le comportement du système global.

Analyses modales du support au marteau d'impact

Clamé sur une dalle isolée du sol, le support d'essai pour luminaire a été testé, dans un premier temps seul, ensuite, équipé du contre-poids et du manchon, Fig. 5.13. Il ressort de l'analyse que :

- ▷ Les deux premiers modes du support seul présentent des fréquences pratiquement confondues, tableau 5.3 (a). Il s'agit des modes de torsion de la poutre verticale et de flexion de celle-ci dans le plan oxz , Fig. 5.14 (a) et (b). L'ajout du contre-poids a pour effet de séparer ces modes, tableau 5.3 (b).

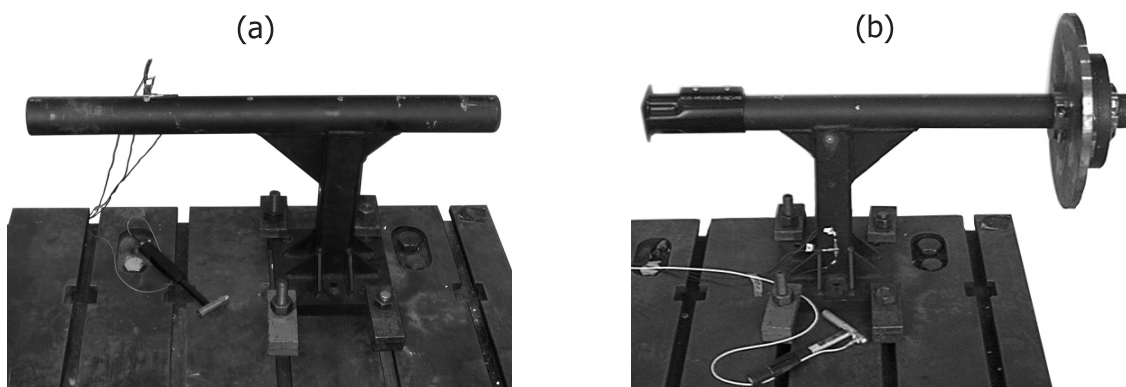


FIG. 5.13 – Dispositif expérimental pour l'analyse modale du support au marteau d'impact : (a) Support seul ; (b) Système « support/contre-poids/manchon »

Mode	(a)		(b)	
	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]
1	101.4	0.35	34.3	0.42
2	102.3	0.38	40.9	0.78
3	198.1	0.68	111.9	0.55
4	350.1	0.84	130.7	0.37
5	692.7	0.14	276.8	0.41

TAB. 5.3 – Paramètres modaux du support clamé et sollicité au marteau d'impact : (a) Support seul ; (b) Système « support/contre-poids/manchon »

- ▷ Les modes de déformation identifiés, que le support soit seul ou muni du contre-poids et du manchon, sont semblables et illustrés à la Fig. 5.14.
- ▷ Les amortissements modaux obtenus sont relativement faibles et présentent une valeur inférieure au pourcent.
- ▷ Malgré son apparente rigidité, le support seul présente une première fréquence propre qui, bien qu'à première vue située au-delà de l'intervalle [5, 55] Hz considéré lors des essais sur table vibrante, ne semble toutefois pas en être suffisamment éloignée. Cette constatation se confirme lorsque le support est chargé du contre-poids : les deux premières fréquences chutent au point de clairement se retrouver dans la plage fréquentielle d'intérêt.

Sur base de cette dernière remarque, il apparaît donc essentiel d'intégrer le support à la modélisation. Cependant, afin de s'affranchir à l'avenir de son influence lors des essais de qualification des luminaires sur table vibrante, une conception optimisée est présentée en annexe B de ce travail.

Analyses modales du système « support/luminaire » au marteau d'impact

Suite à l'ajout de la couronne du luminaire *Super Saturne* au support clamé muni du contre-poids et du manchon, Fig. 5.15 (a), les paramètres modaux identifiés sont repris au tableau 5.4 (a) et les modes associés sont décrits ci-après :

- ▷ Mode 1 : flexion de la couronne dans le plan oxz .
- ▷ Mode 2 : torsion de la poutre verticale du support et déformation de la couronne dans le plan oxy .
- ▷ Mode 3 : flexion de la poutre verticale du support dans le plan oxz et déformation verticale de la couronne.
- ▷ Mode 4 : flexion de la couronne dans le plan oxy avec déformation du support.
- ▷ Mode 5 : torsion de la couronne.
- ▷ Mode 6 : pompage de la couronne selon l'axe ox .

Suite à l'ajout du bloc optique, Fig. 5.15 (b), les paramètres modaux identifiés sont repris au tableau 5.4 (b) et les modes associés sont décrits ci-après :

- ▷ Mode 1 : flexion de la couronne dans le plan oxz .
- ▷ Mode 2 : torsion de la poutre verticale du support et déformation de la couronne dans le plan oxy .
- ▷ Mode 3 : flexion de la poutre verticale du support dans le plan oxz et déformation en peau de tambour de la lunette (faible déformation verticale de la couronne).
- ▷ Mode 4 : flexion de la couronne dans le plan oxy avec déformation du support et de la lunette (peau de tambour).
- ▷ Mode 5 : déformation de la lunette seule (peau de tambour).
- ▷ Mode 6 : torsion de la couronne.

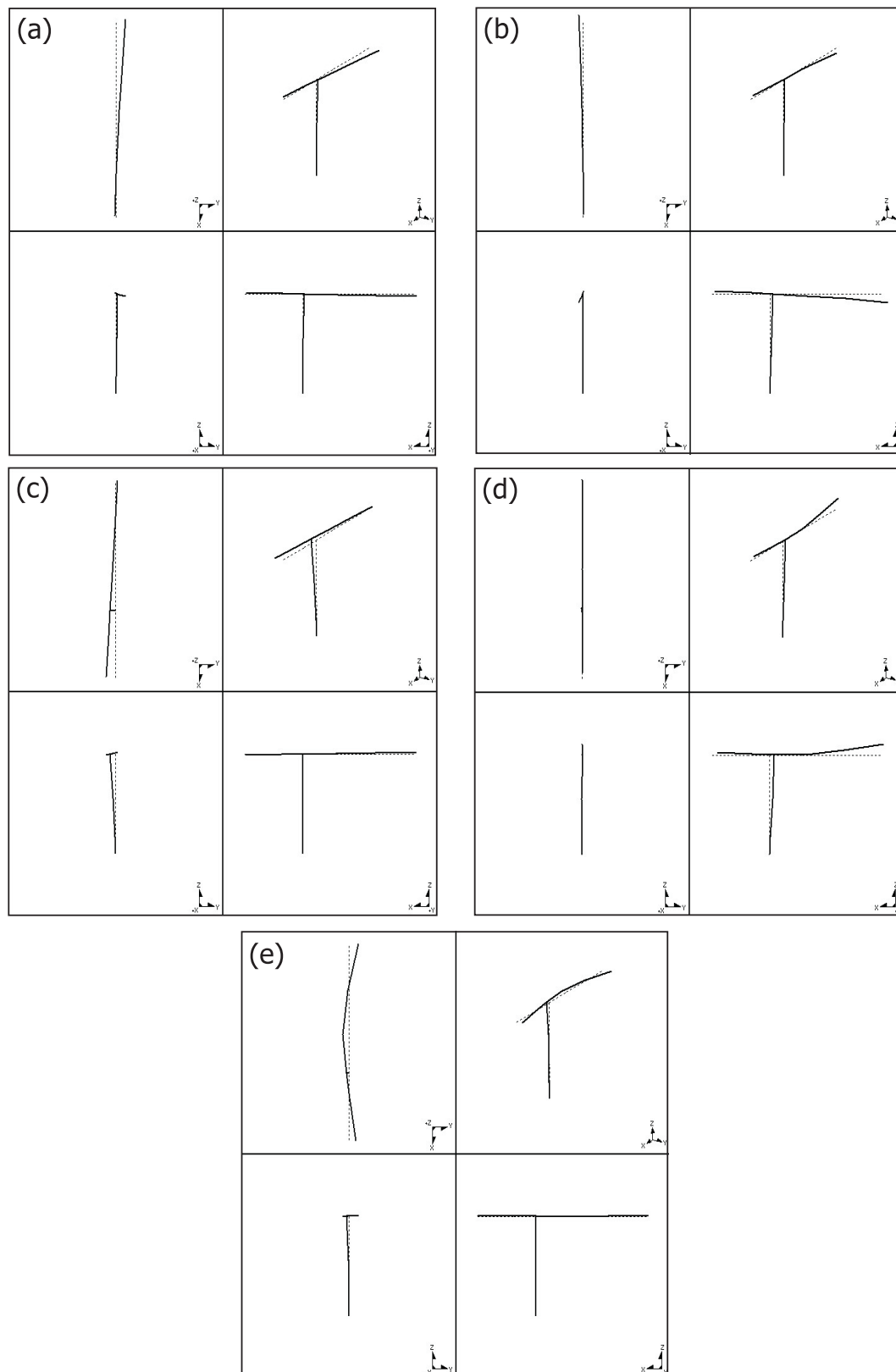


FIG. 5.14 – Modes de déformation du support clamé (seul ou muni du contre-poids et du manchon) sollicité au marteau d'impact : (a) Mode 1 - 101.4/34.3 Hz ; (b) Mode 2 - 102.3/40.9 Hz ; (c) Mode 3 - 198.1/111.9 Hz ; (d) Mode 4 - 350.1/130.7 Hz ; (e) Mode 5 - 692.7/276.8 Hz

Suite à l'ajout du tiroir, Fig. 5.15 (c), les paramètres modaux identifiés sont repris au tableau 5.4 (c) et les modes associés sont décrits ci-après :

- ▷ Mode 1 : flexion de la couronne dans le plan oxz .
- ▷ Mode 2 : torsion de la poutre verticale du support et déformation du tiroir qui entraîne la couronne dans le plan oxy .
- ▷ Mode 3 : déformation du tiroir qui entraîne la couronne (déformation verticale).
- ▷ Mode 4 : torsion et flexion de la poutre verticale du support dans le plan oxz avec déformation du tiroir et de la lunette en peau de tambour.
- ▷ Mode 5 : flexion de la poutre verticale du support dans le plan oxz et déformation en peau de tambour de la lunette (faible déformation verticale de la couronne).
- ▷ Mode 6 : flexion de la couronne dans le plan oxy avec déformation du support et de la lunette (peau de tambour).
- ▷ Mode 7 : torsion de la couronne.

Suite à l'ajout du capot, Fig. 5.15 (d), les paramètres modaux du système complet sont repris au tableau 5.4 (d) et les modes associés, Fig. 5.16, sont décrits ci-après :

- ▷ Mode 1 : flexion de la couronne dans le plan oxz et déformation du tiroir (en phase avec la couronne).
- ▷ Mode 2 : flexion de la couronne dans le plan oxy avec déformation du support et du tiroir.
- ▷ Mode 3 : flexion de la couronne dans le plan oxz et déformation du tiroir (en opposition de phase avec la couronne).
- ▷ Mode 4 : torsion de la poutre verticale du support et déformation latérale du tiroir.
- ▷ Mode 5 : flexion de la poutre horizontale du support dans le plan oxy et de la poutre verticale dans le plan oxz avec déformation de la couronne.
- ▷ Mode 6 : flexion de la poutre horizontale du support dans le plan oxy et de la poutre verticale dans le plan oxz avec déformation de la couronne et de la lunette (peau de tambour).
- ▷ Mode 7 : torsion de la couronne.

Cette analyse illustre à nouveau le manque de rigidité du support utilisé qui vient interférer avec les modes de déformation du luminaire dans la plage [5, 55] Hz. Une analyse modale du luminaire *Super Saturne* encastré à même la dalle au niveau de sa zone de fixation, Fig. 5.16 (h), révèle les deux premiers modes de flexion de la couronne à des fréquences de 14.8 Hz et 18.8 Hz, soit une augmentation de, respectivement, 4 % et 11 % par rapport au cas du luminaire fixé sur le support.

L'analyse met également en évidence certains points faibles du luminaire *Super Saturne 400 W*, pouvant toutefois être généralisés au cas de nombreux appareils *Schröder*, à savoir : un manque de rigidité des tiroirs, lunettes et autres composants internes autorisant le déplacement de pièces parfois massives, comme le ballast, et pouvant entraîner chocs,



FIG. 5.15 – Dispositif expérimental pour l'analyse modale au marteau d'impact du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » assemblé pièce par pièce : (a) Support + couronne ; (b) + Bloc optique ; (c) + Tiroir ; (d) + Capot

non-linéarités et amplifications du niveau de contrainte lors de sollicitations vibratoires.

On peut encore noter l'important apport de rigidité qu'engendre la pose du capot, faisant passer la première fréquence propre du système « support/luminaire » de 10.9 Hz à 14.2 Hz, soit une augmentation de 23 %.

Les coefficients d'amortissement identifiés au marteau d'impact dans le cas du luminaire *Super Saturne* sont relativement faibles : seul le coefficient lié au mode de torsion de la couronne (système complet) est supérieur au pourcent (1.47 %).

Finalement, le tableau 5.4 (d) présente aussi la dispersion en fréquence et en amortissement obtenue lorsqu'un second luminaire *Super Saturne*, identique au premier, est installé

Mode	(a)		(b)		(c)		(d)		
	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]	$\Delta_{f_0}/\Delta_\varepsilon$ [%]
1	18.0	0.41	11.9	0.67	10.9	0.81	14.2	0.58	1.2/1.7
2	29.6	0.27	23.6	0.35	17.9	0.45	16.7	0.46	4.4/8.0
3	40.2	0.38	36.3	0.81	22.1	0.49	22.5	0.47	5.4/17.9
4	42.9	0.24	39.9	0.42	34.8	0.42	34.8	0.59	0.4/36.8
5	58.9	0.15	42.8	0.88	37.3	0.91	38.3	0.50	2.8/79.3
6	107.3	0.14	47.2	0.70	41.8	0.56	41.1	0.92	0.8/12.6
7					47.2	0.59	58.5	1.47	0.3/113.4

TAB. 5.4 – Paramètres modaux du système « support clamé/luminaire *Super Saturne 400 W* » sollicité au marteau d'impact et assemblé pièce par pièce : (a) Support + couronne ; (b) + Bloc optique ; (c) + Tiroir ; (d) + Capot

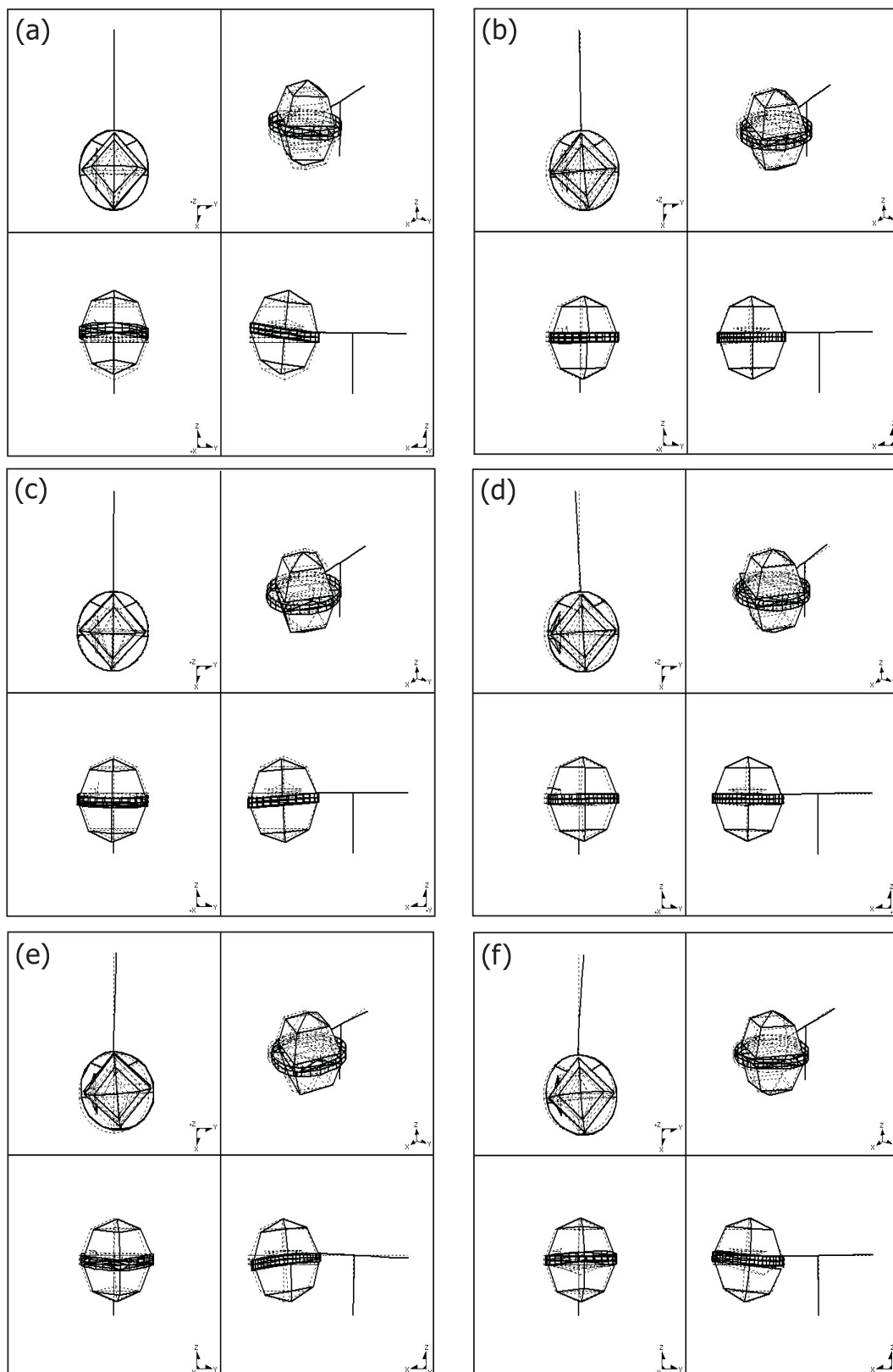


FIG. 5.16 – Modes de déformation du système « support clamé/luminaire *Super Saturne 400 W* » sollicité au marteau d'impact : (a) Mode 1 - 14.2Hz ; (b) Mode 2 - 16.7Hz ; (c) Mode 3 - 22.5Hz ; (d) Mode 4 - 34.8 Hz ; (e) Mode 5 - 38.3 Hz ; (f) Mode 6 - 41.1 Hz

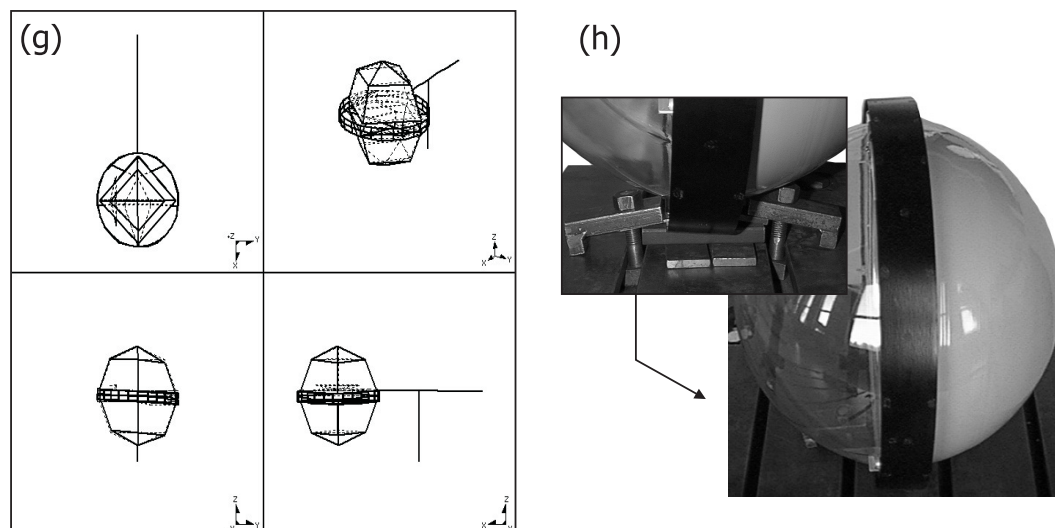


FIG. 5.16 – Modes de déformation du système « support clamé/luminaire *Super Saturne 400 W* » sollicité au marteau d'impact : (g) Mode 7 - 58.5 Hz ; (h) Dispositif expérimental pour l'analyse modale au marteau d'impact du luminaire *Super Saturne* encastré sur une dalle isolée du sol

sur le support. Les écarts maxima en fréquence et amortissement sont de, respectivement, 5.4 % (mode 3) et 113.4 % (mode 7).

Analyses modales du système « support/luminaire » sur table vibrante

Le but de l'analyse modale du système « support/luminaire » sur table vibrante est d'étudier l'effet sur les paramètres modaux identifiés au marteau d'impact des quelques points suivants :

1. Le mode de fixation du support sur la table vibrante au moyen de quatre vis M10 est différent de celui appliqué sur la dalle isolée du sol (cf. les quatre clames visibles aux Fig. 5.13 et 5.15).
2. Le mode de sollicitation devient une excitation par la base.
3. Le niveau d'excitation atteint est généralement plus élevé sur table vibrante qu'au marteau d'impact.
4. La souplesse inhérente à l'équipage mobile de la table vibrante peut influencer le comportement vibratoire du système testé. L'effet est différent selon que l'excitation est verticale (la table, solidaire de la bobine, repose sur des lamelles jouant le rôle de ressorts et est guidée en sa partie inférieure par un axe) ou horizontale (la table en magnésium, accouplée à la bobine par une pièce d'interface, est en plus guidée en translation par deux paliers).

L'excitation aléatoire, appliquée selon les trois directions structurales du système « support/luminaire » au niveau du manchon, Fig. 5.17, est un bruit en bande limitée, de bas

niveau (2.1 m/s^2 *RMS* dans l'intervalle $[5, 100]$ Hz). Pour cette nouvelle analyse modale, la discrétisation géométrique de la structure est toutefois simplifiée par rapport à celle envisagée lors du test marteau : 12 points de mesures tri-axiales, contre 73 précédemment, sont répartis équitablement entre la couronne, le support et la table vibrante.

Le calcul des transmissibilités T utilisées pour l'analyse modale est réalisé en prenant comme référence le point de mesure à l'interface « table/support », le plus près possible du centre de la table et orienté selon la direction d'excitation. Les transmissibilités décrivant la réponse en un point de mesure situé à l'extrémité de la couronne sont représentées et comparées, Fig. 5.18, aux *FRF* en ce même point issues du test au marteau d'impact. On constate que seules les réponses du système « support/luminaire » provenant des excitations longitudinale et transversale sur table vibrante présentent un contenu fréquentiel apparenté à celui de la réponse obtenue au marteau d'impact sur la dalle isolée du sol. En effet, dans l'intervalle $[30, 45]$ Hz, bien que des trois pics relevés précédemment au marteau, seuls deux ressortent sur table vibrante, la combinaison des analyses modales réalisées selon les directions d'excitation longitudinale et transversale permet bien d'identifier trois modes distincts. Par contre, en ce qui concerne l'excitation verticale, on remarque clairement l'apparition de pics supplémentaires.

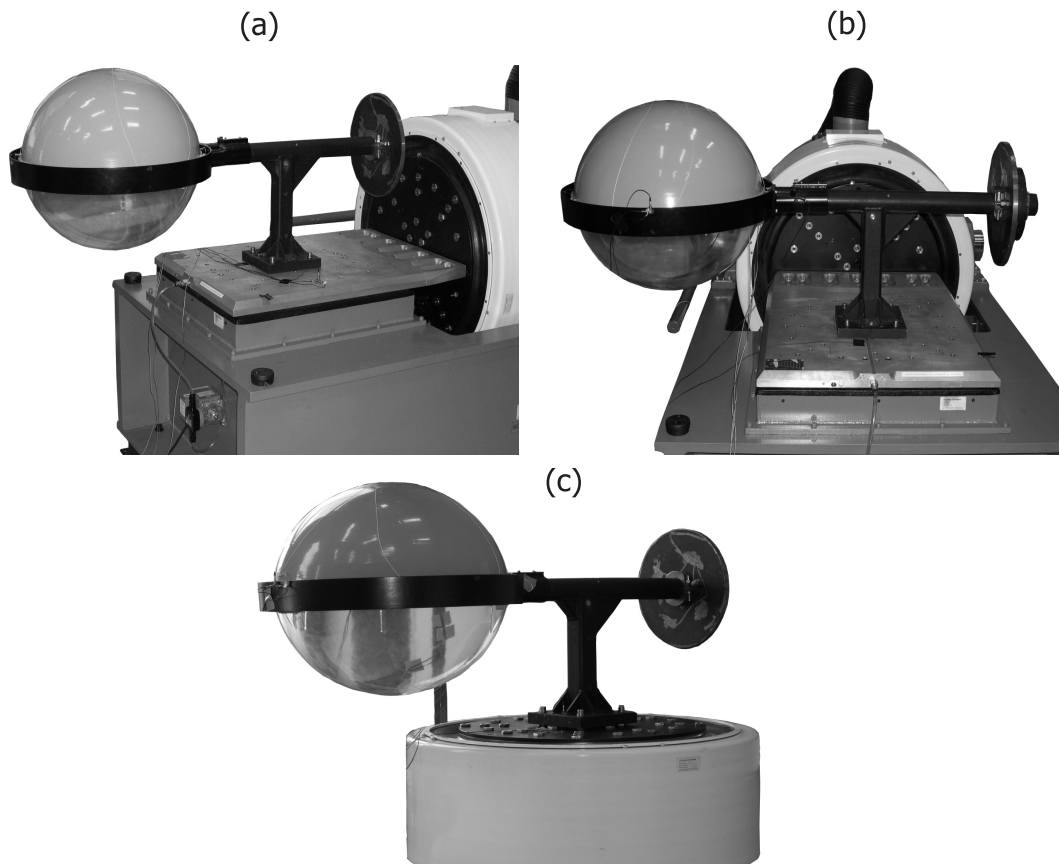


FIG. 5.17 – Essais du luminaire *Super Saturne 400 W* sur l'excitateur électrodynamique *Gearing & Watson V2664* : (a) Axe longitudinal; (b) Axe transversal; (c) Axe vertical

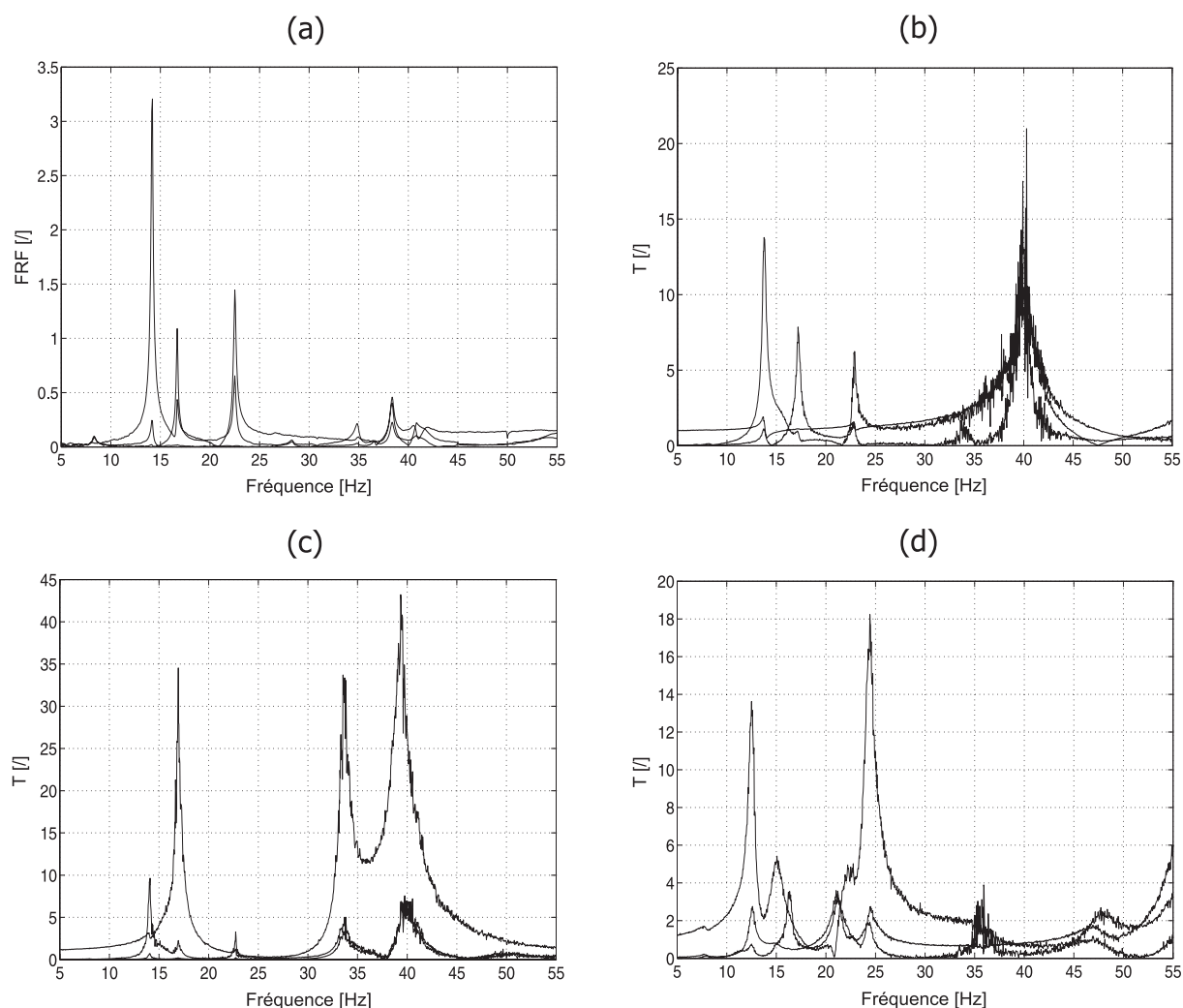


FIG. 5.18 – Réponses fréquentielles du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » : (a) Excitation au marteau ; (b) Table vibrante - axe longitudinal ; (c) Table vibrante - axe transversal ; (d) Table vibrante - axe vertical

Dans le cas des excitations longitudinale et transversale, Fig. 5.17 (a)-(b), les paramètres modaux du système « support/luminaire » sont repris au tableau 5.5 (a)-(b) et les modes associés, Fig. 5.20, sont décrits ci-après :

- ▷ Mode 1 : flexion de la couronne dans le plan oxz (et déformation du tiroir, en phase avec la couronne).
- ▷ Mode 2 : flexion de la couronne dans le plan oxy avec déformation du support (et du tiroir).
- ▷ Mode 3 : flexion de la couronne dans le plan oxz (et déformation du tiroir, en opposition de phase avec la couronne).
- ▷ Mode 4 : torsion de la poutre verticale du support (et déformation latérale du tiroir).
- ▷ Mode 5-6 : flexion de la poutre horizontale du support dans le plan oxy et de la poutre verticale dans le plan oxz avec déformation de la couronne (le mode 5 apparaît lors

de l'excitation transversale alors que le mode 6 répond à l'excitation longitudinale).

- ▷ Mode 7 : torsion de la couronne.

Dans le cas de l'excitation verticale, Fig. 5.17 (c), les paramètres modaux du système complet sur table vibrante sont repris au tableau 5.5 (c) et les modes associés, Fig. 5.21, sont décrits ci-après :

- ▷ Mode 1 : flexion de la couronne dans le plan oxz (déformation du tiroir, en phase avec la couronne) et basculement avant-arrière de la table.
- ▷ Mode 2 : flexion de la couronne dans le plan oxz et déplacement avant-arrière de la table.
- ▷ Mode 3 : flexion de la couronne dans le plan oxy avec déformation du support (et du tiroir).
- ▷ Mode 4 : basculement avant-arrière de l'ensemble « table/support/luminaire ».
- ▷ Mode 5 : basculement latéral de l'ensemble « table/support/luminaire ».
- ▷ Mode 6 : flexion de la couronne dans le plan oxz (déformation du tiroir, en opposition de phase avec la couronne) et basculement avant-arrière de la table.
- ▷ Mode 7 : déformation latérale de la couronne.
- ▷ Mode 8 : flexion de la poutre horizontale du support dans le plan oxy , torsion de la couronne et basculement latéral de la table.
- ▷ Mode 9 : flexion de la poutre verticale du support dans le plan oxz , torsion de la couronne et déplacement avant-arrière de la table.

L'analyse modale du système « support/luminaire *Super Saturne* » sollicité sur table vibrante selon chacun de ses axes structuraux permet de tirer les conclusions suivantes :

- ▷ Les fréquences et modes de déformation obtenus lors des excitations longitudinale et transversale sur table vibrante sont équivalents à ceux obtenus au marteau d'impact sur la dalle isolée du sol. Les déformations observées ne font en effet intervenir que le support et le luminaire. Les conditions aux limites appliquées sur la dalle et sur la table vibrante sont par conséquent équivalentes. Le mode d'excitation peut quant à lui toutefois influencer la réponse fréquentielle mesurée (zones bruitées, atténuation de certains pics, ...).
- ▷ Dans le cas de l'excitation verticale, la souplesse de l'équipage mobile est telle que des modes supplémentaires, liés à un basculement et à un déplacement de la table, apparaissent dans les réponses fréquentielles mesurées. En configuration verticale, la dynamique de la table vibrante doit dès lors être intégrée au modèle éléments finis du système « support/luminaire ».
- ▷ Lorsque le mode de déformation coïncide avec la direction d'excitation, on constate que les coefficients d'amortissement identifiés sur table vibrante sont en général supérieurs à ceux obtenus au marteau d'impact.
- ▷ Finalement, comme le montre la Fig. 5.19, le luminaire *Super Saturne* présente un

comportement non-linéaire vis-à-vis du niveau d'excitation appliqué : on observe en effet une diminution de l'amplitude de la réponse fréquentielle et une translation du spectre vers les basses fréquences lorsque le niveau d'excitation augmente. Certains pics s'en trouvent même fortement atténués voire gommés.

Mode	(a)		(b)		(c)	
	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]	f_0 [Hz]	ε [%]
1	13.8	1.20	14.0	0.84	12.6	1.79
2	17.2	1.10	16.9	1.30	14.9	4.15
3	22.9	0.65	22.7	0.38	16.3	1.15
4	34.2	0.25	33.5	1.00	21.2	2.06
5			39.6	1.70	22.6	0.84
6	39.9	1.30			24.4	1.72
7	59.4	4.20	60.2	2.90	35.8	0.31
8					47.3	3.34
9					55.6	1.87

TAB. 5.5 – Paramètres modaux du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » soumis, sur table vibrante, à une sollicitation aléatoire de bas niveau : (a) Axe longitudinal; (b) Axe transversal; (c) Axe vertical

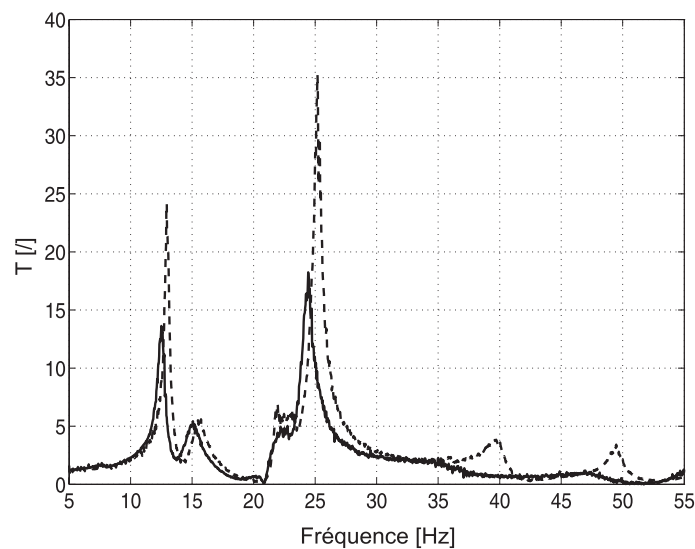


FIG. 5.19 – Effet du niveau d'excitation sur la réponse fréquentielle du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (---, 0.21 m/s^2 *RMS* selon l'axe vertical; —, 2.14 m/s^2 *RMS* selon l'axe vertical)

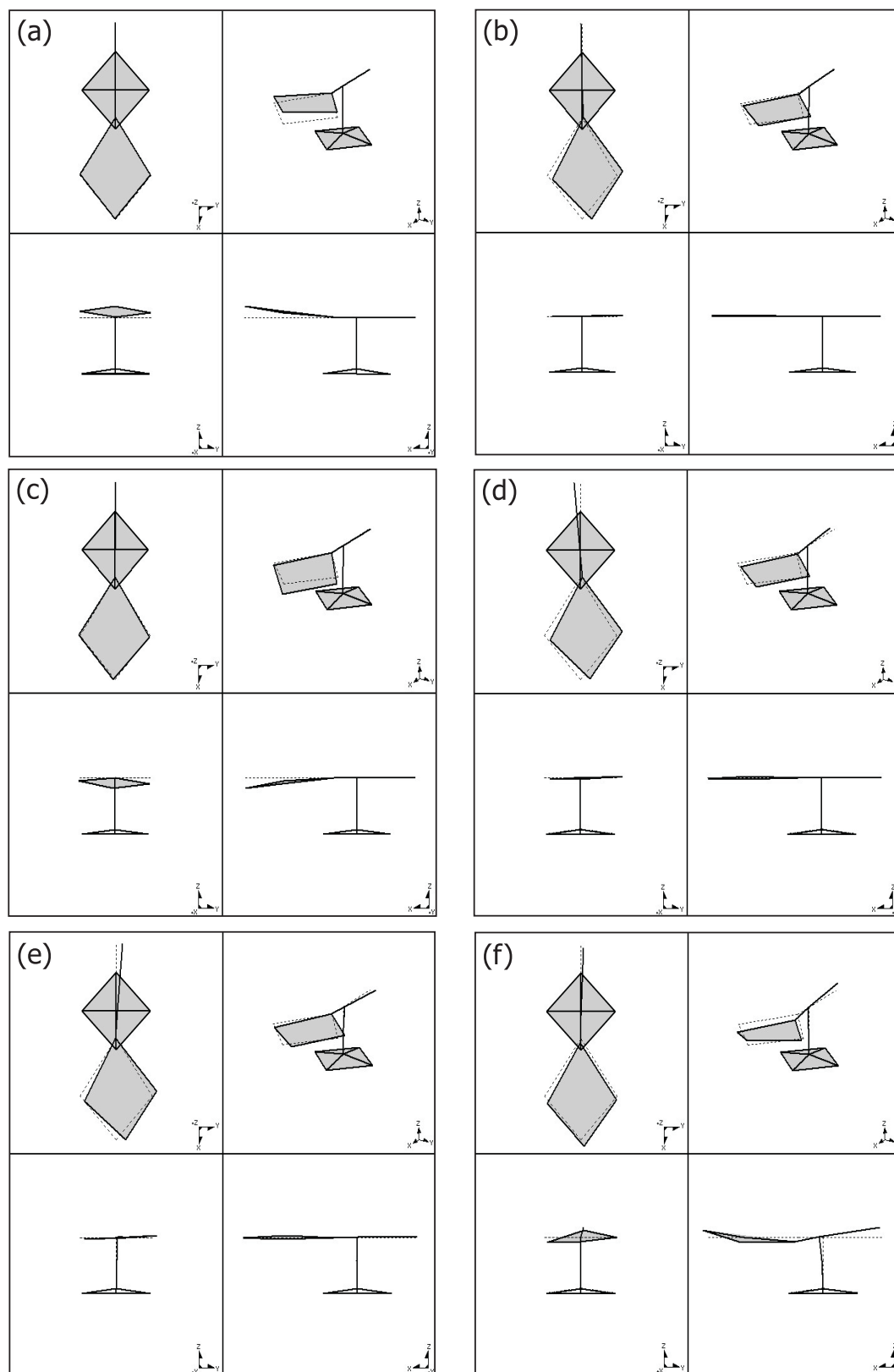


FIG. 5.20 – Modes de déformation du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » soumis à une excitation aléatoire de bas niveau sur table vibrante (axes longitudinal et transversal) : (a) Mode 1 - 13.8/14.0 Hz; (b) Mode 2 - 17.2/16.9 Hz; (c) Mode 3 - 22.9/22.7 Hz; (d) Mode 4 - 34.2/33.5 Hz; (e) Mode 5 - 39.6 Hz; (f) Mode 6 - 39.9 Hz

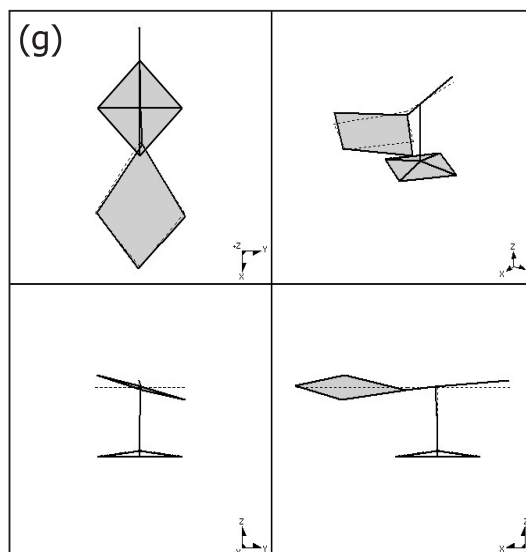


FIG. 5.20 – Modes de déformation du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » soumis à une excitation aléatoire de bas niveau sur table vibrante (axes longitudinal et transversal) : (g) Mode 7 - 59.4/60.2 Hz

5.4.3 Analyse modale éléments finis et recalage du modèle

Les luminaires développés par *R-Tech/Schröder* sont conçus et modélisés à partir d'une CAO 3D volumique destinée à la fabrication, par un ouïleur, des moules d'injection.

Dans un premier temps, afin de profiter des fichiers CAO existants, une approche éléments finis 3D volumique est tout naturellement envisagée.

Ensuite, compte tenu des faibles épaisseurs caractérisant les voiles de la pièce portante du luminaire *Super Saturne* (ce qui est le cas de la majorité des luminaires) un modèle éléments finis 3D surfacique est construit. Cette seconde approche nécessite toutefois un surcroît de travail de modélisation : la CAO 3D surfacique, constituée d'un ensemble de faces assemblées et définies au niveau de la fibre neutre, n'est élaborée que dans la perspective unique d'un calcul éléments finis. Une fois la CAO 3D surfacique importée dans l'environnement du logiciel d'éléments finis, une association minutieuse entre épaisseurs et faces correspondantes doit encore être réalisée.

Approche 3D volumique

La couronne étant la pièce maîtresse du luminaire *Super Saturne 400 W*, c'est avec elle qu'est initiée la modélisation. La CAO 3D volumique réalisée par *R-Tech* est tout d'abord simplifiée en la débarrassant de détails inutiles pour l'analyse éléments finis :

- ▷ Suppression des bossages de fixation du capot et des cavités correspondantes réalisées dans les voiles, excepté pour ceux situés de part et d'autre de la fixation (Fig. 5.11 et 5.22).
- ▷ Suppression des détails de fixation de tiroir non utilisés (deux sur quatre).

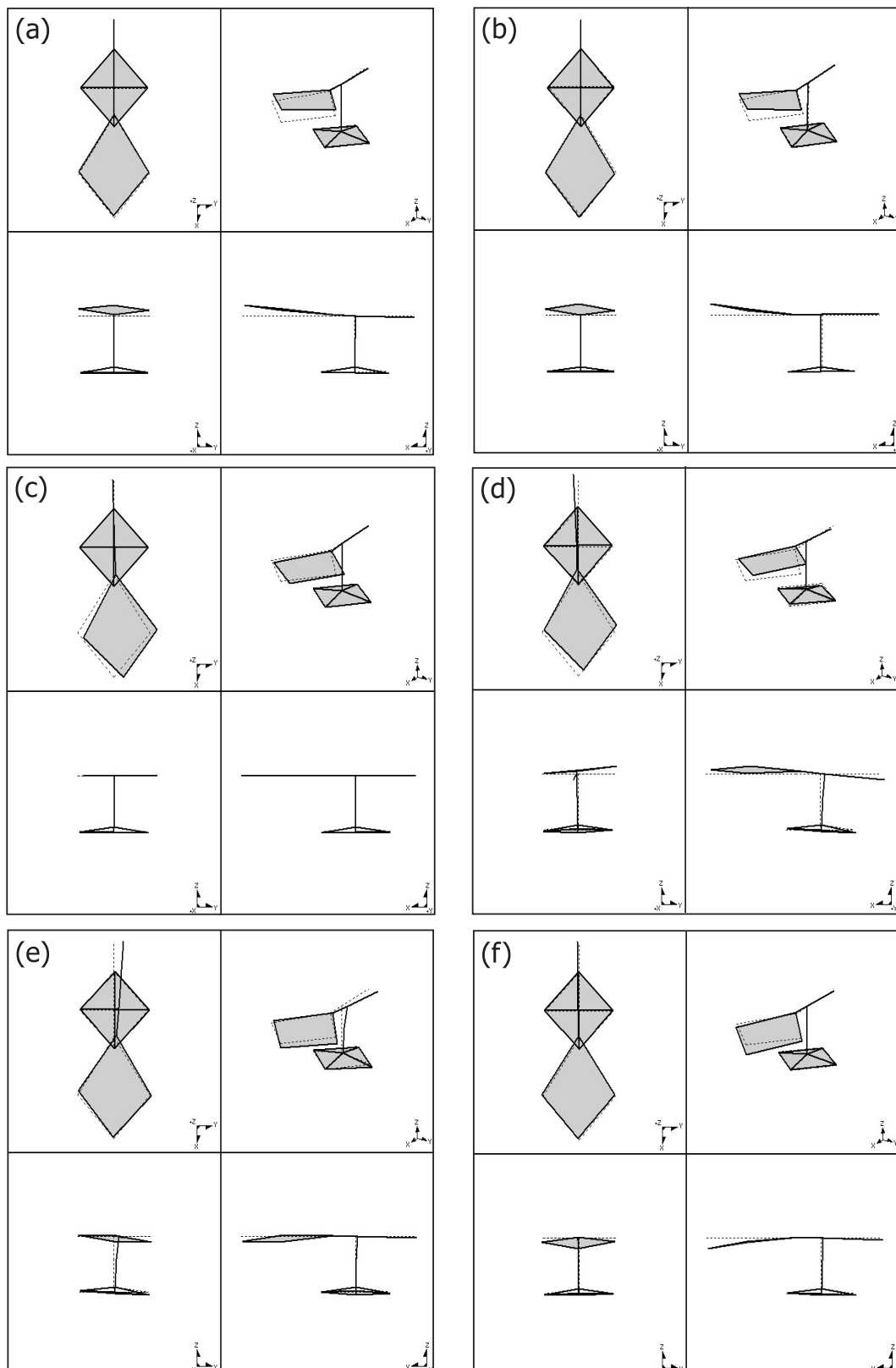


FIG. 5.21 – Modes de déformation du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » soumis à une excitation aléatoire de bas niveau sur table vibrante (axe vertical) : (a) Mode 1 - 12.6 Hz ; (b) Mode 2 - 14.9 Hz ; (c) Mode 3 - 16.3 Hz ; (d) Mode 4 - 21.2 Hz ; (e) Mode 5 - 22.6 Hz ; (f) Mode 6 - 24.4 Hz

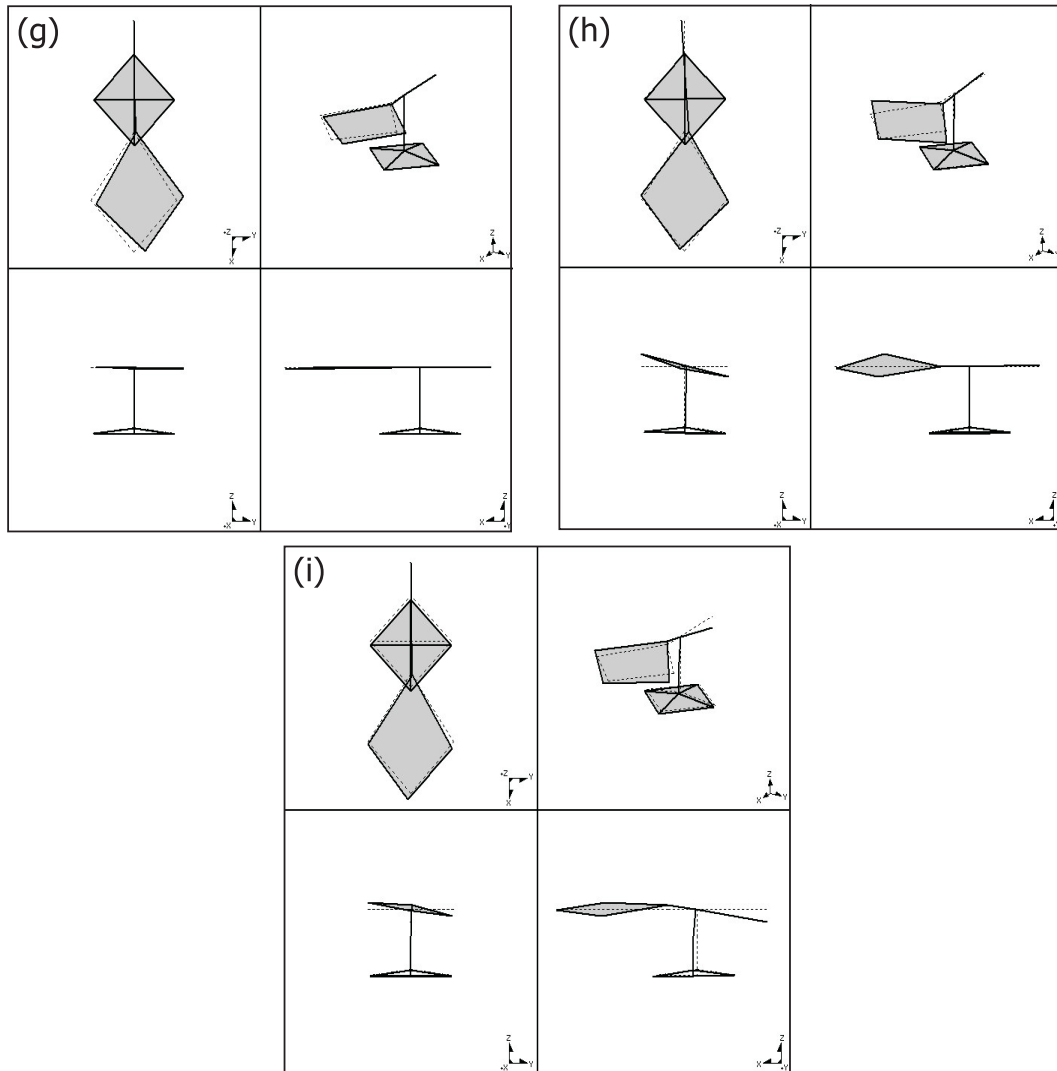


FIG. 5.21 – Modes de déformation du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » soumis à une excitation aléatoire de bas niveau sur table vibrante (axe vertical) : (g) Mode 7 - 35.8 Hz ; (h) Mode 8 - 47.3 Hz ; (i) Mode 9 - 55.6 Hz

- ▷ Suppression des détails de fixation du bloc optique (charnière et fermetures).
- ▷ Simplification des poches à écrou de la zone de fixation qui sont remplacées par des voiles en « H » d'épaisseur constante.

Ce travail préparatoire effectué, la couronne est ensuite importée au sein du logiciel *Samcef Field* [104] en vue d'y être maillée automatiquement au moyen d'éléments tétraédriques, Fig. 5.22 (a). La taille moyenne des mailles dans la couronne est d'environ 10 mm excepté au niveau de la fixation où elle atteint 3 mm. On peut constater que pour obtenir au minimum deux éléments sur l'épaisseur, comme il serait souhaitable afin de représenter correctement la raideur de la pièce, la taille des mailles devrait être de l'ordre de la demi-épaisseur des voiles formant la couronne. Or, étant donné que l'épaisseur moyenne de la raquette est d'environ 3 mm, cet objectif ne peut être atteint pratiquement sans que le nombre de degrés de liberté ne devienne excessif.

	Modèle volumique		Modèle surfacique	Expérimental
	Degré 1	Degré 2		
Degrés de liberté (ddl)	27291	159318	33954	
Analyse statique				
Energie potentielle	$2.576 \cdot 10^4$	$1.348 \cdot 10^5$	$1.695 \cdot 10^5$	
σ_{max} [MPa]	9.7	37.3	47.5	
Estimateur <i>ECR</i>				
$\tilde{\eta}_u$ [%]	52.70	17.25		
$\tilde{\eta}_\sigma$ [%]	72.60	41.52		
Analyse dynamique				
f_0 [Hz]	47.8	19.9	17.9	18.1
Masse [kg]	2.77	2.77	2.79	2.78

TAB. 5.6 – Qualité de la solution du modèle éléments finis de la couronne encastrée

Afin d'illustrer ces propos, un calcul d'erreur est réalisé sur la couronne sollicitée en flexion par une charge statique (accélération d'ensemble de 4 g). La première fréquence propre du système encastré est également calculée et les résultats sont présentés au tableau 5.6.

Bien que le passage au degré 2 améliore fondamentalement la qualité de la solution, l'erreur globale commise sur les déplacements et contraintes reste élevée. Comparée aux résultats d'une analyse modale au marteau, Fig. 5.22 (c), la première fréquence propre obtenue par simulation est malgré tout encore 10 % trop élevée. La masse de la couronne et les conditions aux limites étant représentées le plus fidèlement possible, l'erreur provient donc bien d'une surestimation de la raideur de la pièce, liée à un manque d'éléments sur l'épaisseur. Pour remédier à ce problème, une approche 3D surfacique est envisagée.

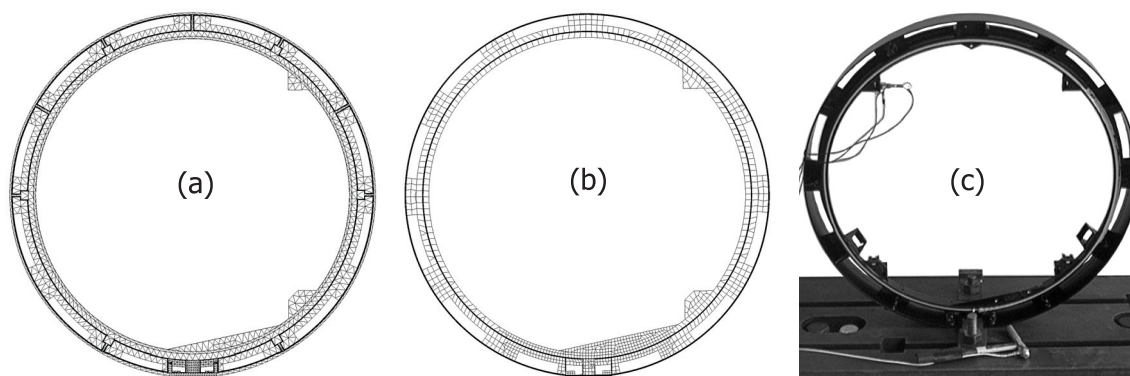


FIG. 5.22 – Couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* : (a) CAO 3D et maillage volumique ; (b) CAO 3D et maillage surfacique ; (c) Dispositif expérimental pour l'analyse modale au marteau d'impact de la couronne encastrée

Approche 3D surfacique

Modèle de la couronne encastrée

Comme pour l'approche volumique, la CAO surfacique de la couronne, Fig. 5.22 (b), est importée dans l'environnement du logiciel *Samcef Field* [104] et maillée automatiquement au moyen d'éléments triangulaires/quadrangulaires de type coque *Mindlin* [102]. La taille moyenne des mailles est également d'environ 10 mm et réduite de moitié au niveau de la fixation. L'intérêt du modèle surfacique est illustré au tableau 5.6 où l'on constate que, pour un nombre de degrés de liberté à peine plus élevé que celui du modèle volumique de degré 1, le comportement dynamique de la couronne encastrée est cette fois en accord avec les mesures effectuées (l'erreur sur la fréquence est ramenée à 1 %). On observe aussi que la diminution en fréquence du premier mode de flexion s'accompagne d'une augmentation de la contrainte au niveau de la fixation. Le calcul d'erreur n'étant pas disponible dans *Samcef* pour les éléments de coque *Mindlin* [102], la qualité de la solution en contrainte, traduite dans le cas volumique par l'estimateur *ECR*, n'a pas pu être établie.

Notons encore que, compte tenu des simplifications apportées aux modèles de la couronne, la masse indiquée par le modèle surfacique est légèrement surestimée (1 % dans le cas présent en comparaison du modèle volumique). Cet effet de masse est typique des modélisations surfaciques à la fibre neutre : par exemple, la longueur d'un carreau, se connectant à un second qui lui est perpendiculaire, est inévitablement majorée de la demi-épaisseur de ce dernier, contribuant ainsi à l'augmentation de la masse de la pièce.

Modèle du système « support/contre-poids/manchon » clamé

Tout comme la couronne, le support ainsi que le contre-poids et le manchon présentent une épaisseur relativement faible vis-à-vis de leurs autres dimensions et se prêtent donc bien à une modélisation 3D surfacique. Etant donné que la CAO du support est réalisée a posteriori, alors que celui-ci existe déjà, les épaisseurs de la poutre verticale et des renforts supérieurs ne peuvent plus être mesurées. Elles constituent de ce fait les inconnues du modèle et sont ajustées afin de le recalibrer sur l'analyse modale expérimentale réalisée au marteau d'impact (tableau 5.3 et Fig. 5.14). L'assemblage du manchon et du contre-poids sur le support clamé à sa base est réalisé au moyen de liaisons rigides. Finalement, la CAO surfacique et le maillage obtenu sont illustrés à la Fig. 5.23. Les résultats de l'analyse modale éléments finis sont présentés au tableau 5.7 et à la Fig. 5.24.

On observe une bonne corrélation entre résultats numériques et expérimentaux. Dans la suite de ce travail, afin de réduire la taille des modèles à manipuler, la contribution dynamique du support est prise en compte par un super élément.

Modèles du système « support/luminaire Super Saturne 400 W » sur table vibrante

Pour représenter le comportement du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » sur table vibrante, deux modèles sont nécessaires :

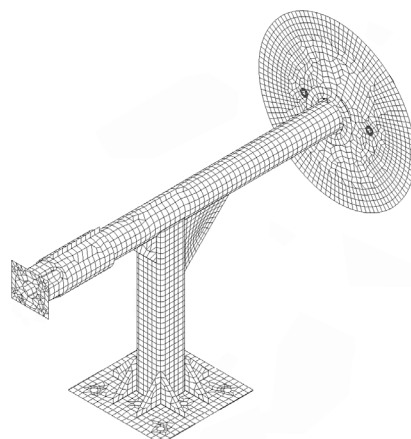


FIG. 5.23 – CAO 3D et maillage surfacique du système « support/contre-poids/manchon »

Mode	Eléments finis f_0 [Hz]	Expérimental f_0 [Hz]	Erreur Δ [%]
1	34.2	34.3	0.3
2	41.0	40.9	0.2
3	112.7	111.9	0.7
4	130.8	130.7	0.1
5	272.2	276.8	1.7
Masse [kg]	41.96	41.95	0.0
ddl	33684		

TAB. 5.7 – Modélisation éléments finis du système « support/contre-poids/manchon » clamé et confrontation expérimentale

- ▷ Le premier, constitué uniquement du support et du luminaire, est valable pour les axes longitudinal et transversal.
- ▷ Le second, qui reprend le modèle précédent en le complétant de l'influence de la table vibrante, est utilisé pour l'axe d'excitation vertical.

Les divers éléments du luminaire venant s'assembler sur la couronne, à savoir le capot, le tiroir et le bloc optique, présentent une épaisseur relativement faible permettant de les représenter par une CAO 3D surfacique et de les mailler au moyen d'éléments de coque *Mindlin* [102], Fig. 5.25 (a). Les assemblages « couronne/support », « capot/couronne » et « tiroir/couronne » sont réalisés par l'intermédiaire de liaisons rigides. Le ballast est représenté par une masse concentrée en son centre de gravité et connectée au tiroir également par des liaisons rigides. En ce qui concerne le bloc optique, une analyse modale au marteau d'impact est tout d'abord pratiquée, la pièce étant en configuration libre-libre, suspendue à des élastiques, Fig. 5.25 (b), afin d'identifier le mode de déformation en peau de tambour de la lunette. Ces résultats expérimentaux permettent ensuite de recaler, au niveau du modèle, l'épaisseur moyenne de la lunette ainsi que la masse concentrée simu-

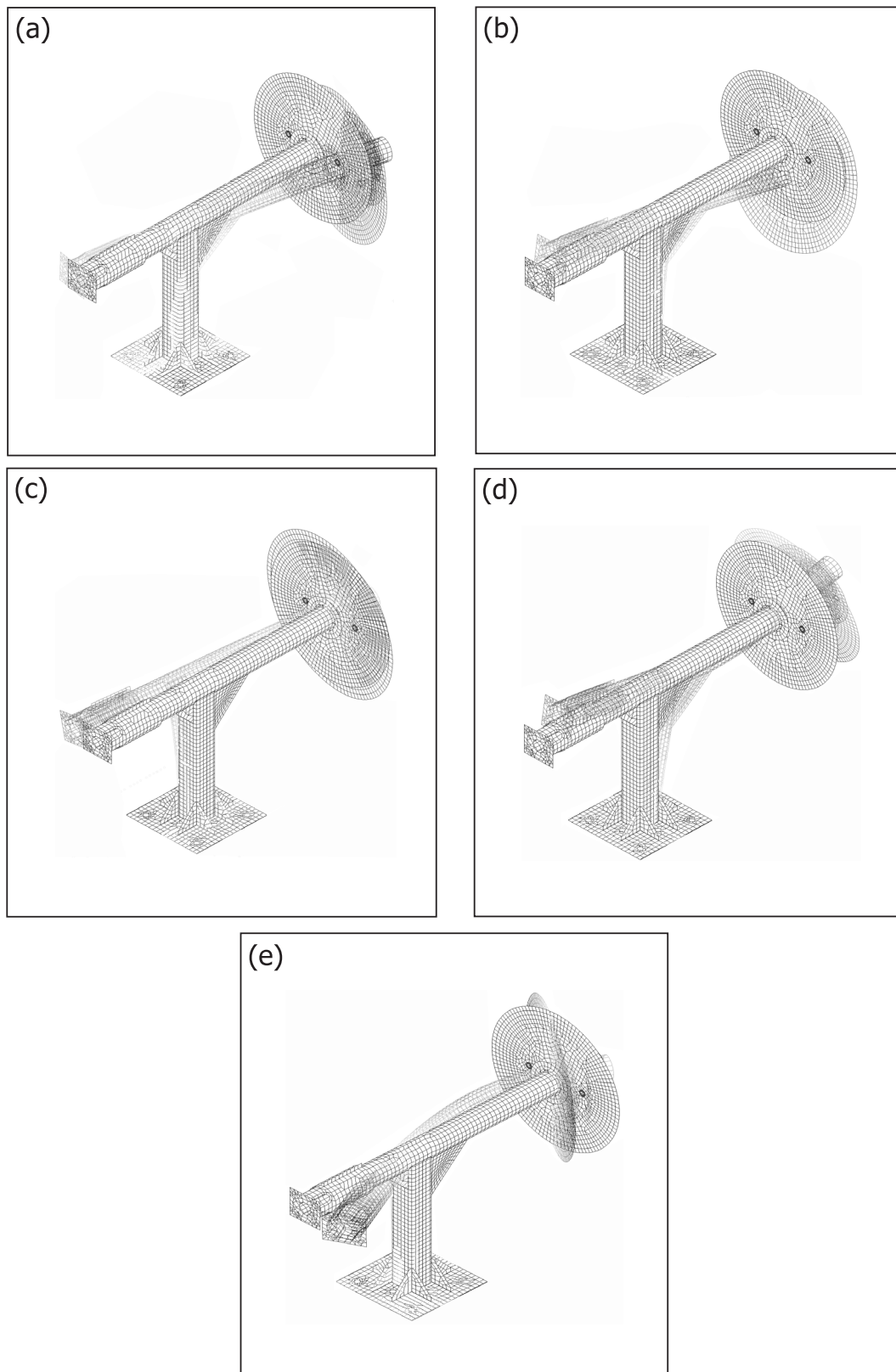


FIG. 5.24 – Modes éléments finis du système « support/contre-poids/manchon » clamé : (a) Mode 1 - 34.2 Hz; (b) Mode 2 - 41.0 Hz; (c) Mode 3 - 112.7 Hz; (d) Mode 4 - 130.8 Hz; (e) Mode 5 - 272.2 Hz

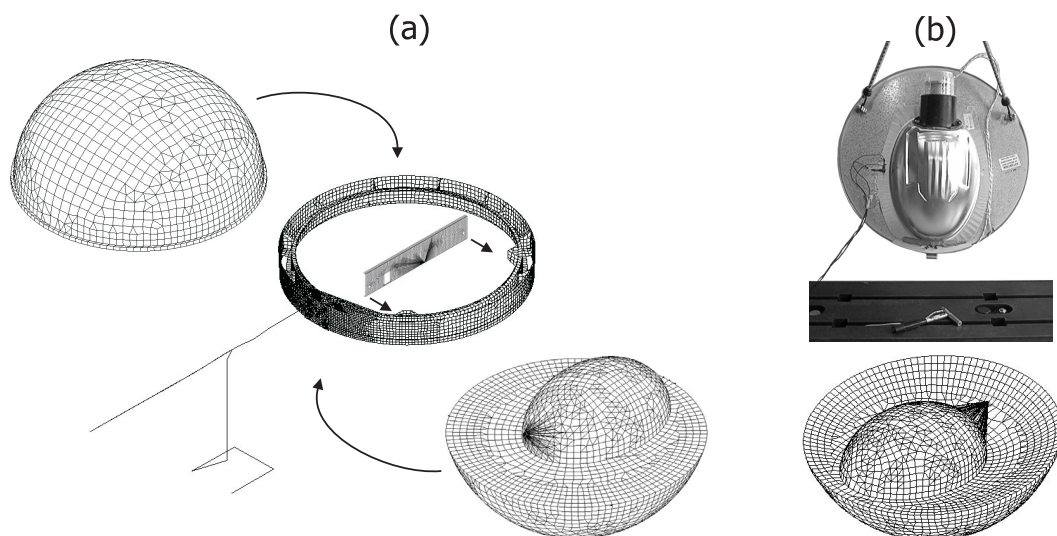


FIG. 5.25 – Modélisation éléments finis du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » : (a) CAO 3D et maillage surfacique (axes longitudinal et transversal sur table vibrante); (b) Dispositif expérimental pour l'analyse modale de la lunette (déformation en peau de tambour à une fréquence de 52.2 Hz) et mode éléments finis associé (51.7 Hz)

lant l'obturateur. L'assemblage « bloc optique/couronne » est par contre obtenu grâce à des raideurs localisées permettant de rendre compte de la souplesse de la charnière et des fermetures 1/4 de tour.

Lorsque le système « support/luminaire » est installé sur la table vibrante en configuration verticale, l'influence de celle-ci sur le comportement dynamique de l'ensemble doit être prise en compte, Fig. 5.26 (a). Les mouvements de basculement et de translation de la table sont modélisés par le système masse-ressorts illustré à la Fig. 5.26 (b). Le plan

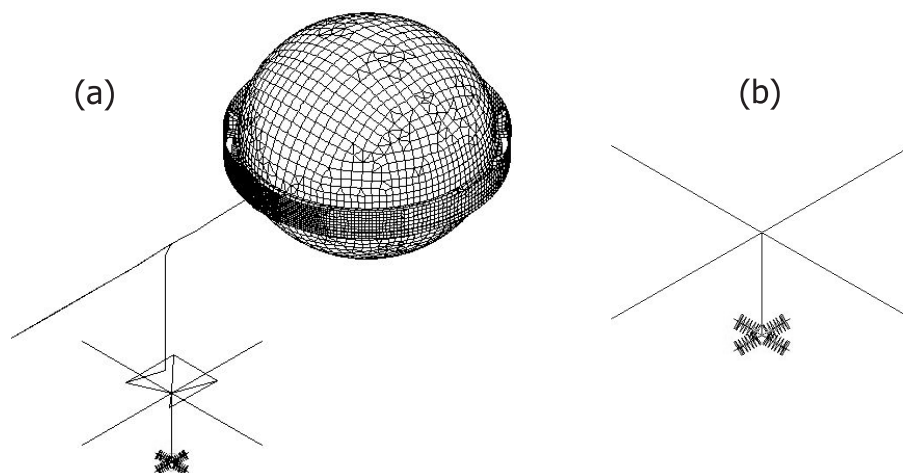


FIG. 5.26 – Modélisation éléments finis du système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (solicitation verticale) : (a) CAO 3D et maillage surfacique; (b) Modèle masse-ressorts de la table vibrante

de la table pouvant être considéré comme infiniment rigide dans la plage fréquentielle [5, 55] Hz, il est représenté par des corps rigides reliés au centre de gravité de la bobine mobile où est concentrée une masse de 68.1 kg. Le mouvement de celle-ci, dans le plan horizontal oxy , est régi par des ressorts en translation et en rotation dont les valeurs sont obtenues en recalant le modèle masse-ressorts sur les résultats de l'analyse modale de la table au marteau d'impact. Lors de cet essai, le champ magnétique engendré par la bobine fixe est appliqué de façon à représenter au mieux les conditions de fonctionnement de la table vibrante. La confrontation des résultats expérimentaux avec ceux fournis par le modèle masse-ressorts est réalisée à la Fig. 5.27. Le premier mode mesuré fait apparaître une translation couplée à un basculement latéral de la table alors que le second présente un mouvement identique mais orienté avant-arrière. Ces mouvements sont fidèlement reproduits par le modèle masse-ressorts de la table. Le modèle complet « table

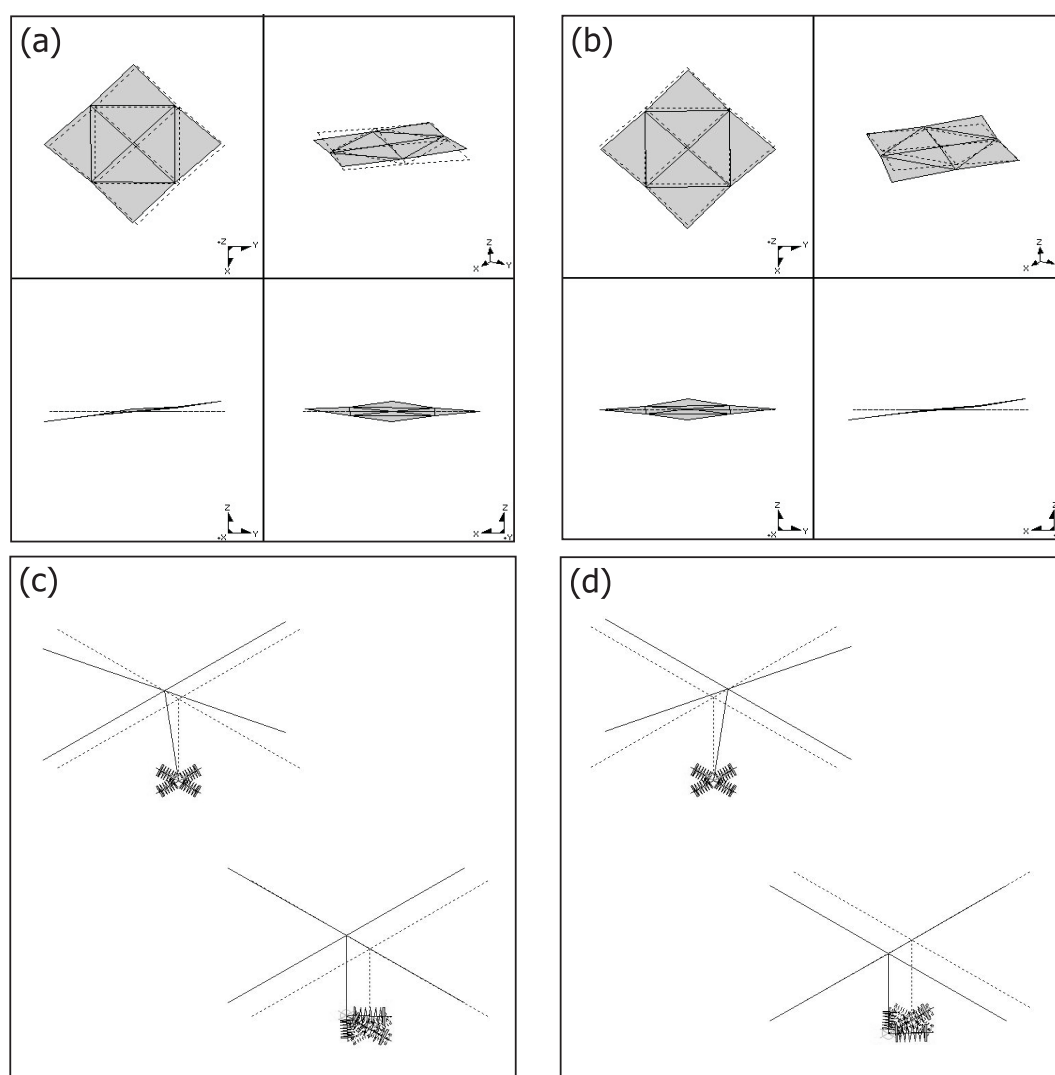


FIG. 5.27 – Analyse modale de la table vibrante en configuration verticale (le champ magnétique est appliqué) : (a) Mode 1 mesuré - 63.7 Hz ; (b) Mode 2 mesuré - 73.7 Hz ; (c) Modes 1-2 calculés - 63.7 Hz ; (d) Modes 3-4 calculés - 73.7 Hz

vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* » est finalement obtenu en fixant rigidement le support à la table.

Les résultats des analyses modales éléments finis sont présentés, en fonction du modèle considéré, aux tableaux 5.8 et 5.9 ainsi qu'aux Fig. 5.28 et 5.30. À côté d'une vue d'ensemble de chaque déformée modale, ces dernières illustrent également l'intérieur de l'appareil afin de mettre en évidence une éventuelle participation du tiroir et de la lunette.

Le premier modèle, associé au système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (axes longitudinal et transversal), présente une erreur en fréquence d'au plus 6.4 % et dont la moyenne est de 2.9 %. La corrélation (indicateur *MAC*, [46]) entre les modes simulés par le modèle éléments finis et ceux identifiés à partir des mesures réalisées sur table vibrante est illustrée à la Fig. 5.29. Celle-ci est satisfaisante pour la majorité des modes considérés. Elle se dégrade toutefois fortement pour le mode 7 (torsion de la couronne) mais sans occasionner de réelles conséquences pour la suite des simulations puisqu'il se situe au-delà de la plage fréquentielle d'intérêt [5, 55] Hz. On peut également noter que des corrélations élevées apparaissent entre termes hors diagonale. Ceci s'explique, notamment, par la ressemblance évidente entre certains modes associés à des fréquences différentes mais aussi par le fait que, lors de l'analyse modale expérimentale sur table vibrante, seuls la couronne, le support et la table ont été couverts par les mesures, négligeant de ce fait les déformations du tiroir et de la lunette.

Le second modèle, associé au système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* », fait apparaître une erreur en fréquence d'au plus 8.2 % et dont la moyenne est de 5.3 %. On constate que, malgré l'enrichissement du modèle précédent par l'ajout du système masse-ressorts représentant les effets dynamiques de la table vibrante, il ne permet toutefois pas de rendre compte du mode 2 expérimental, Fig. 5.21 (flexion de la couronne dans le plan oxz et déplacement avant-arrière de la table). La corrélation entre simulation et mesures est malgré tout satisfaisante pour les modes principaux, Fig. 5.31. Une dégradation importante est cependant observée pour les modes 5 et 9. Celle-ci peut être en partie liée à une identification expérimentale non optimale compte tenu du caractère bruité des fonctions de transmissibilité dans les plages fréquentielles concernées, à savoir [22, 23] Hz et, dans une moindre mesure, au-delà de 50 Hz, Fig. 5.18 (d).

5.4.4 Sévérité absolue des « normes lumineuses »

Recalage des coefficients d'amortissement modaux

Lorsque le comportement de la structure étudiée ne peut, comme au paragraphe 4.3, être approché par un système à un degré de liberté, la procédure simple d'identification de l'amortissement modal ε_i , équation (4.5), ne donne plus de résultats satisfaisants. Dans ce cas, les fonctions de transmissibilité simulées par le modèle éléments finis peuvent différer fortement de celles mesurées sur table vibrante lors d'un essai selon l'une des « normes lumineuses », notamment au niveau des amplifications associées à chaque fréquence propre.

Mode	Eléments finis f_0 [Hz]	Expérimental (a)/(b) f_0 [Hz]	Erreur (a)/(b) Δ [%]
1	13.6	13.8/14.0	1.4/2.8
2	16.1	17.2/16.9	6.4/4.7
3	22.2	22.9/22.7	3.0/2.2
4	35.3	34.2/33.5	3.2/5.4
5	38.9	-/39.6	-/1.8
6	40.0	39.9/-	0.3/-
7	57.9	59.4/60.2	2.5/3.8
Masse [kg]	55.28	55.26	0.0
ddl	77622		

TAB. 5.8 – Modélisation éléments finis du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » sur table vibrante et confrontation expérimentale : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal

Mode	Eléments finis f_0 [Hz]	Expérimental f_0 [Hz]	Erreur Δ [%]
1	12.4	12.6	1.6
2		14.9	
3	15.0	16.3	7.9
4	20.1	21.2	5.2
5	20.9	22.6	7.5
6	24.1	24.4	1.2
7	38.6	35.8	7.8
8	51.2	47.3	8.2
9	53.8	55.6	3.2
Masse [kg]	123.38	123.36	0.0
ddl	77734		

TAB. 5.9 – Modélisation éléments finis du système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* » et confrontation expérimentale (solicitation verticale)

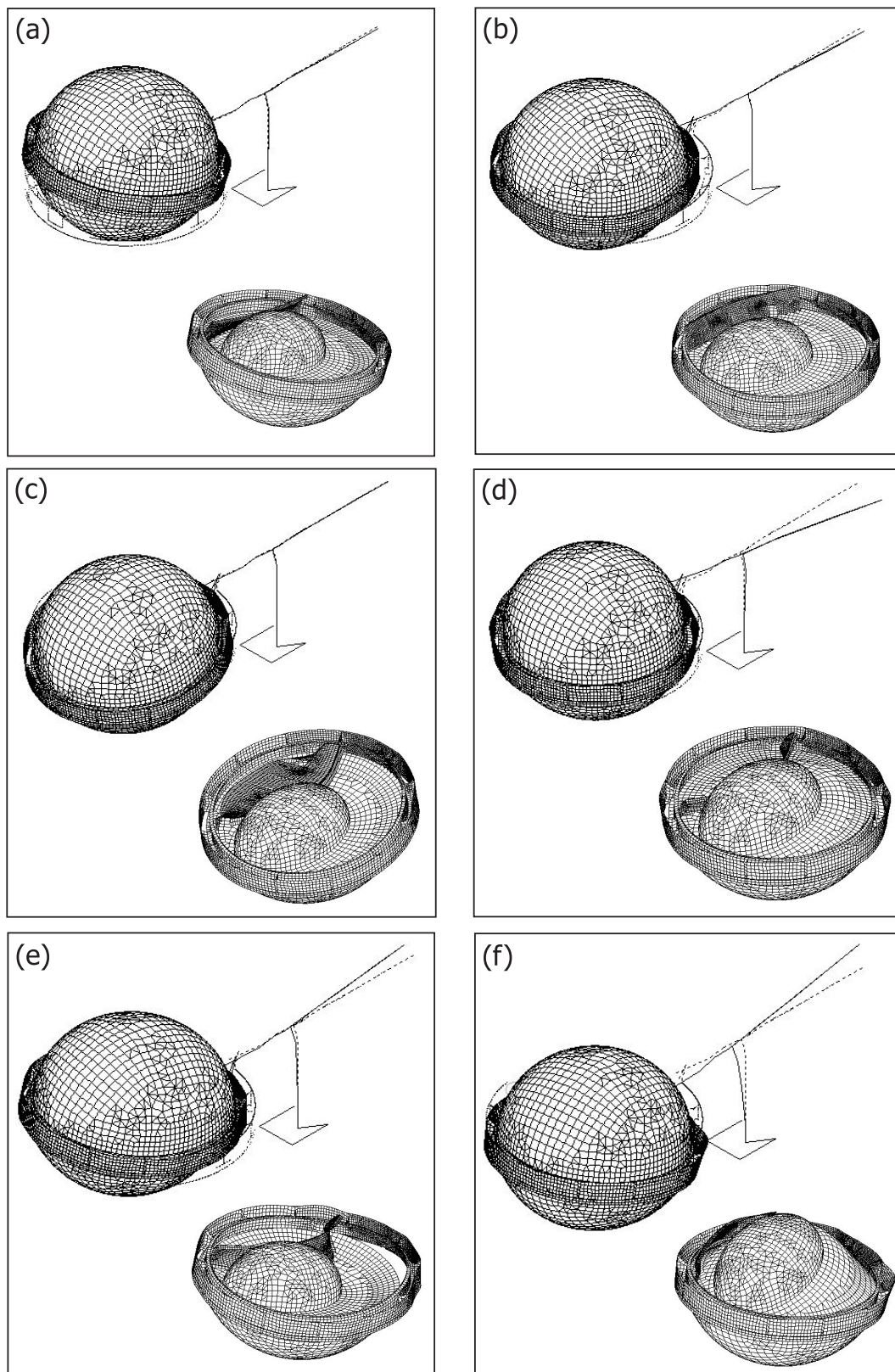


FIG. 5.28 – Modes de déformation éléments finis du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (axes longitudinal et transversal) : (a) Mode 1 - 13.6 Hz ; (b) Mode 2 - 16.1 Hz ; (c) Mode 3 - 22.2 Hz ; (d) Mode 4 - 35.3 Hz ; (e) Mode 5 - 38.9 Hz ; (f) Mode 6 - 40.0 Hz

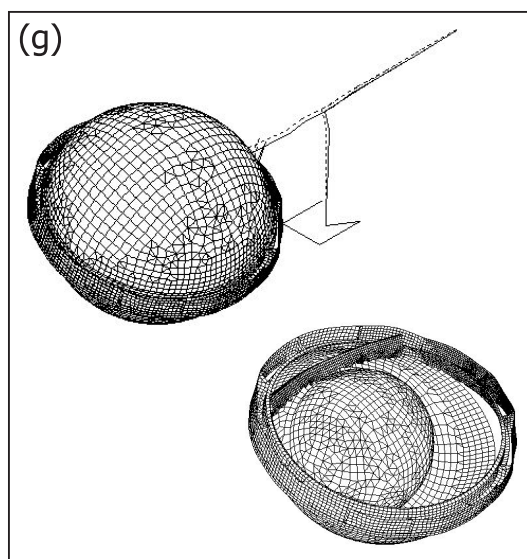


FIG. 5.28 – Modes de déformation éléments finis du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (axes longitudinal et transversal) : (g) Mode 7 - 57.9 Hz

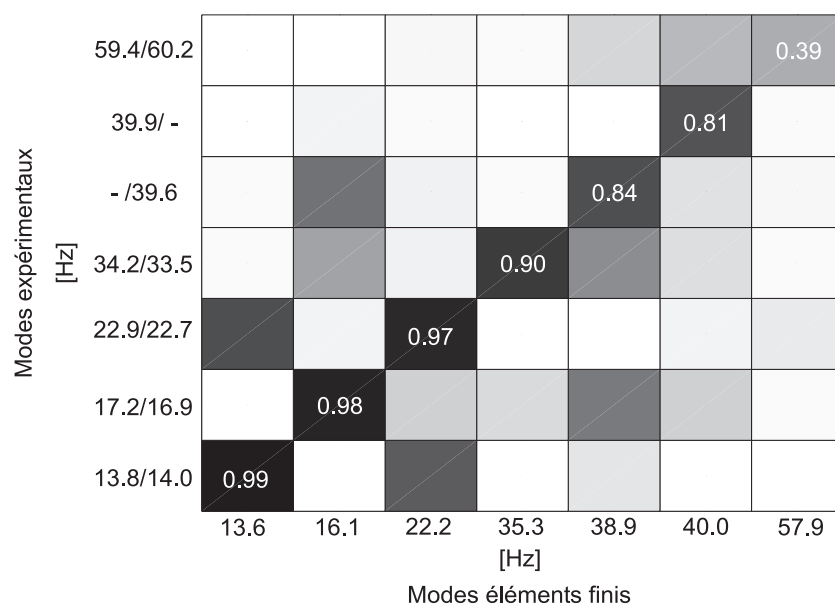


FIG. 5.29 – Corrélations entre modes éléments finis et expérimentaux (axes longitudinal et transversal)

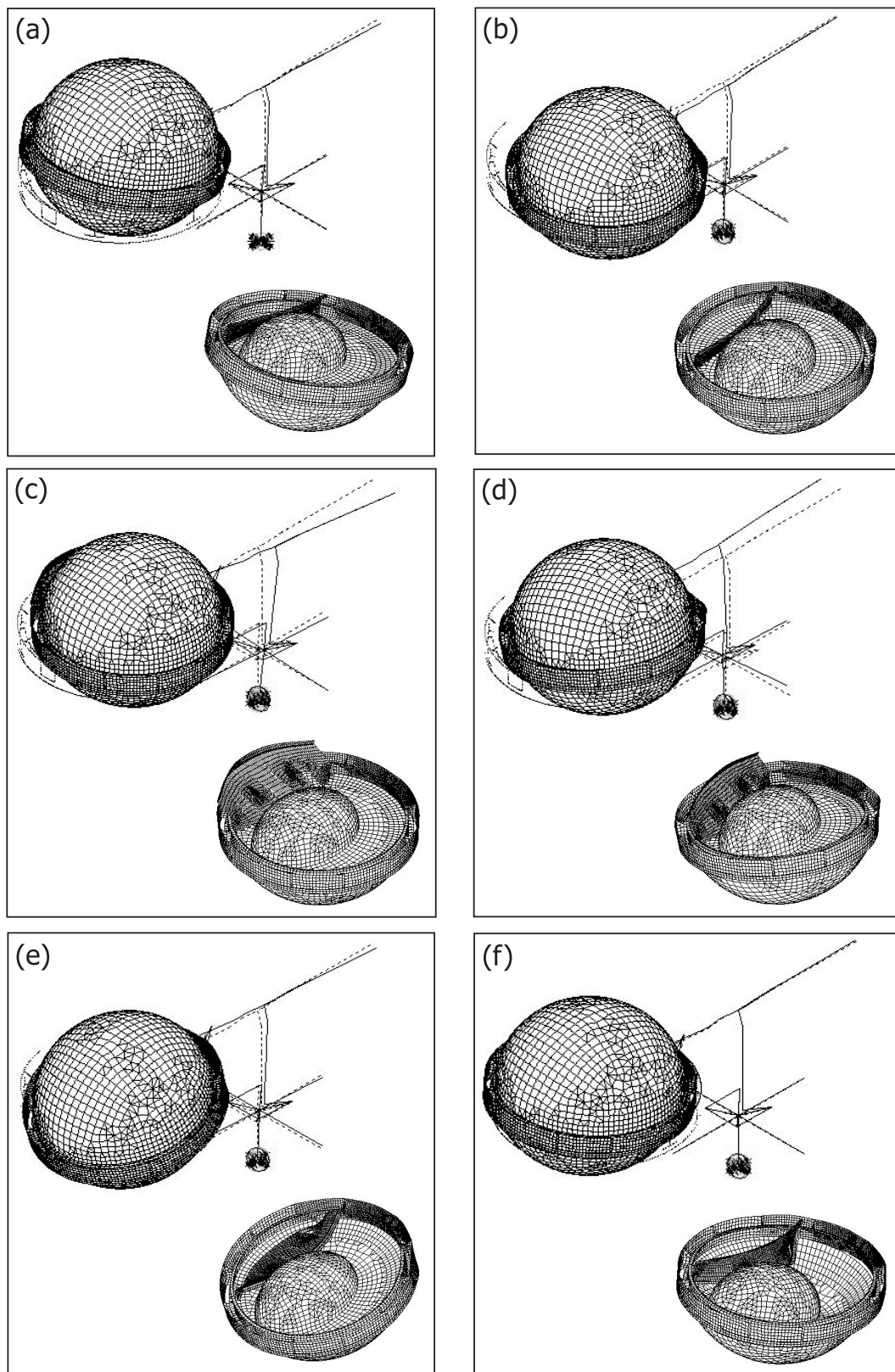


FIG. 5.30 – Modes de déformation éléments finis du système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (solicitation verticale) : (a) Mode 1 - 12.4 Hz ; (b) Mode 3 - 15.0 Hz ; (c) Mode 4 - 20.1 Hz ; (d) Mode 5 - 20.9 Hz ; (e) Mode 6 - 24.1 Hz ; (f) Mode 7 - 38.6 Hz

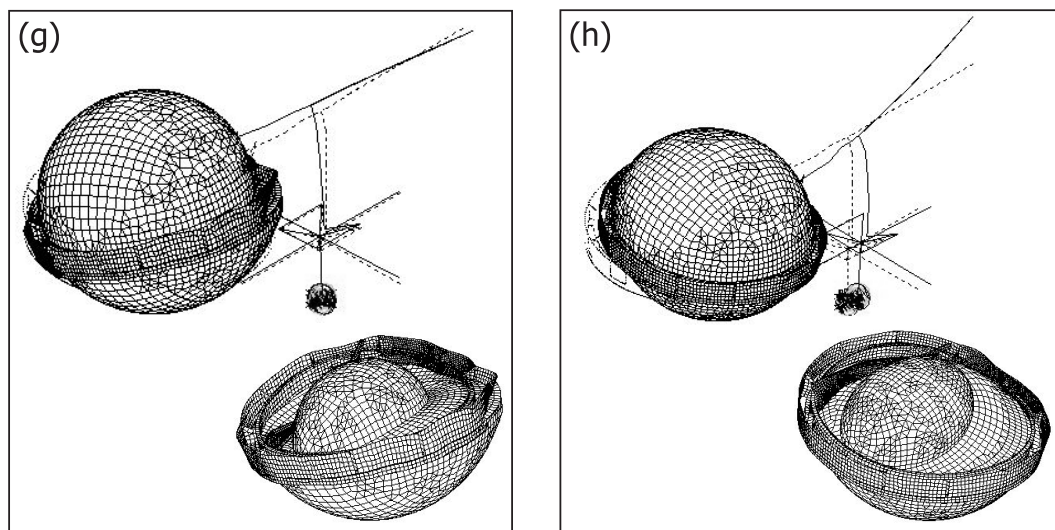


FIG. 5.30 – Modes de déformation éléments finis du système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* » (solicitation verticale) : (g) Mode 8 - 51.2 Hz; (h) Mode 9 - 53.8 Hz

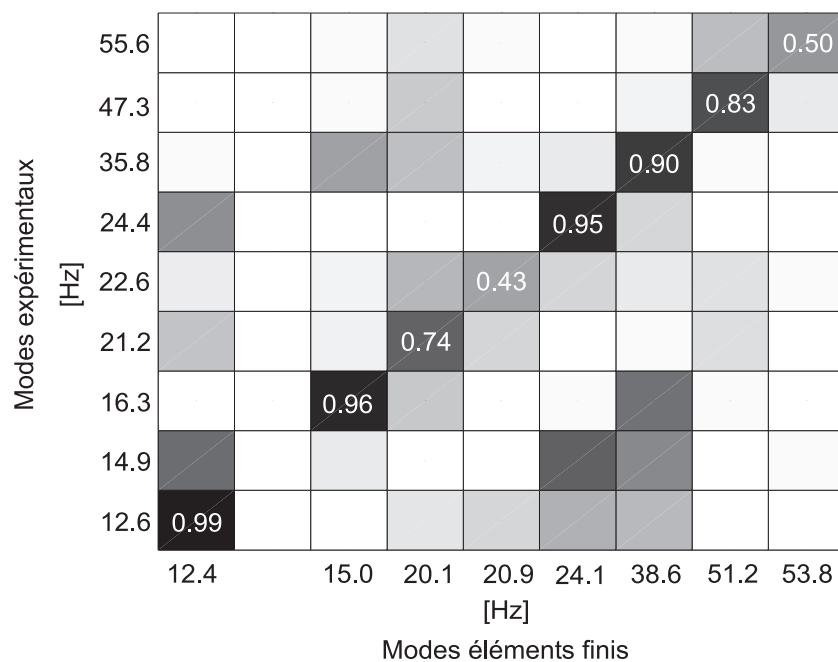


FIG. 5.31 – Corrélations entre modes éléments finis et expérimentaux (axe vertical)

La valeur de l'amortissement modal obtenue dans le cas de l'approximation « système à un degré de liberté » est néanmoins utilisée comme point de départ d'un processus d'optimisation visant à minimiser l'écart entre transmissibilités simulées et mesurées, Fig. 5.32. Dans le cas de la modélisation éléments finis, une accélération unitaire couvrant l'intervalle $[f_{1i}, f_{2i}]$ auquel appartient la fréquence propre f_{0i} est imposée au niveau de la table, selon la direction d'excitation considérée. En calquant la résolution fréquentielle appliquée lors de la simulation sur celle du test, les fonctions implémentées (fonction objectif et contrainte) permettant de poser correctement le problème d'optimisation s'écrivent sous les formes suivantes :

$$\text{fonction}(\|\mathbf{T}\|^R, \|\mathbf{T}\|^E) = \frac{|\|\mathbf{T}\|^R - \|\mathbf{T}\|^E|}{\|\mathbf{T}\|^R} \quad (5.44)$$

$$\text{fonction}(T_{max}^R, T_{max}^E) = \frac{|T_{max}^R - T_{max}^E|}{T_{max}^R} \quad (5.45)$$

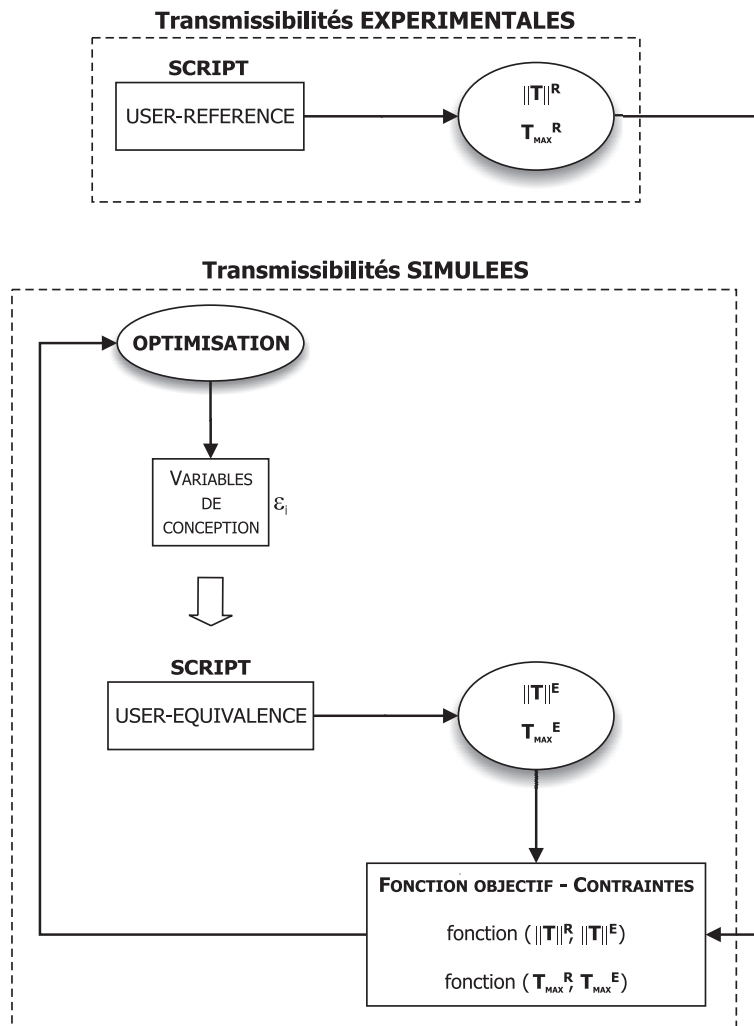


FIG. 5.32 – Procédure de recalage de l'amortissement modal dans l'environnement du gestionnaire de tâches et optimiseur *BOSS Quattro* [103]

où T_{max} est l'amplitude maximale de la fonction de transmissibilité $\mathbf{T}(f)$ dans l'intervalle $[f_{1_i}, f_{2_i}]$ et où $\|\mathbf{T}\|$ en représente la norme quadratique définie comme suit [23] :

$$\|\mathbf{T}\| = \int_{f_{1_i}}^{f_{2_i}} \mathbf{tr}(\mathbf{T}^*(f) \mathbf{T}(f)) df \quad (5.46)$$

Elle peut être interprétée comme étant la surface située sous la courbe décrivant $\mathbf{T}(f)$ dans l'intervalle $[f_{1_i}, f_{2_i}]$.

La procédure de recalage de l'amortissement modal ε_i est ensuite répétée pour chaque fréquence propre f_{0_i} du spécimen testé appartenant à l'intervalle d'excitation défini par la spécification d'essai. La Fig. 5.33 illustre la procédure décrite en l'appliquant au cas du premier mode du système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* » soumis à la spécification du projet belge. On constate que l'amortissement identifié au moyen de l'approche « système à un degré de liberté » conduit à une réponse simulée fortement surestimée. L'optimisation de cette valeur permet par contre d'obtenir une bonne équivalence entre amplitudes des transmissibilités mesurée et simulée.

La Fig. 5.33 permet aussi de mettre une fois de plus en évidence le comportement non-linéaire du système « table vibrante/support/luminaire *Super Saturne 400 W* ». En effet, la sollicitation imposée par le projet belge étant plus sévère que l'excitation aléatoire de bas niveau appliquée lors des analyses modales sur table vibrante, on observe une chute de la première fréquence propre identifiée (de 12.6 Hz, tableau 5.9, à 12.2 Hz) ainsi que du niveau d'amplification associé (de pratiquement 14, Fig. 5.19, à environ 10).

Les tableaux 5.10 à 5.12 résument finalement les valeurs initiales et optimisées prises par les divers coefficients d'amortissement modaux en fonction de la spécification d'essai

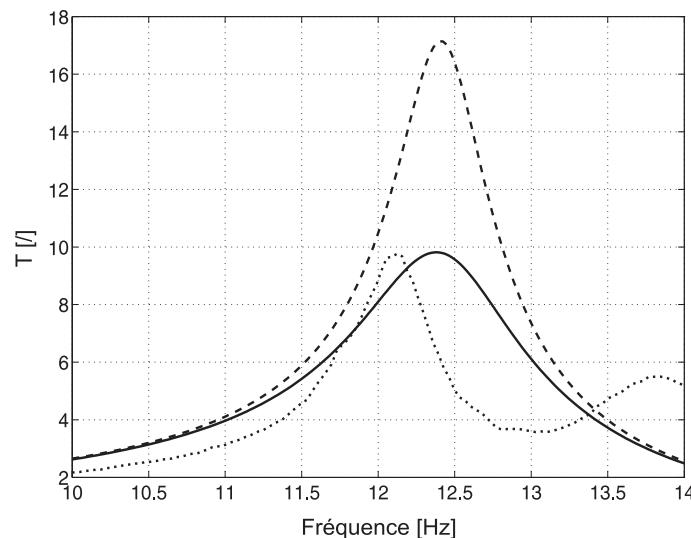


FIG. 5.33 – Recalage de l'amortissement modal lié au premier mode du système « table vibrante/support/luminaire » sollicité verticalement selon la spécification du projet belge (\cdots , Transmissibilité « couronne/table » mesurée selon la direction verticale oz ; $---$, Simulation avec $\varepsilon_i^{ini} = 2.43\%$; $—$, Simulation avec $\varepsilon_i^{opti} = 4.28\%$)

Mode	(a)		(b)		(c)	
	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]
1	1.95	1.90			2.43	4.28
2			2.08	3.28		

TAB. 5.10 – Recalage de l'amortissement modal sur base des transmissibilités « couronne/table » obtenues lors d'un essai selon la spécification du projet belge : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

Mode	(a)		(b)		(c)	
	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]
1	1.20	1.04	0.84	0.30	1.80	3.07
2	1.10	0.71	1.30	1.60	1.15	0.66
3	0.65	1.05	0.38	1.10	2.06	2.53
4	0.25	0.32	1.00	6.53	0.84	7.82
5	1.87	2.10	1.70	1.53	1.72	2.61
6	2.11	2.30	1.25	1.64	0.31	7.41
7	3.03	5.79	2.38	3.50	0.31	6.71
8					4.20	5.45
9					1.87	2.15

TAB. 5.11 – Recalage de l'amortissement modal sur base des transmissibilités « couronne/table » obtenues lors d'un essai selon la norme CEI 68-2-6 : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

Mode	(a)		(b)		(c)	
	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]	ε_i^{ini} [%]	ε_i^{opti} [%]
1*	1.20	2.56				
1**	1.20	2.49				

TAB. 5.12 – Recalage de l'amortissement modal sur base des transmissibilités « couronne/table » obtenues lors d'un essai selon la norme ANSI C 136-31 (*1.5 g au niveau du ballast, **1.5 g au niveau de la lunette) : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

envisagée. Dans le cas de la norme ANSI C 136-31 (1.5 g), seule l'excitation longitudinale a pu être menée à bien sur table vibrante en choisissant, comme point de contrôle représentatif du centre de gravité du luminaire, soit le ballast, soit la lunette. Pour les autres directions d'excitation, l'instabilité de la boucle de contrôle est telle que le test en est rendu impossible. Ce point met en évidence la difficulté de mise en œuvre pratique d'une telle norme :

- ▷ Le centre de gravité n'est pas forcément accessible, physiquement, pour y positionner l'accéléromètre de contrôle.
- ▷ Le choix d'un point se rapprochant au mieux de la position du centre de gravité ne garantit pas pour autant la faisabilité de l'essai (présence d'anti-résonances, de déformations importantes d'un composant interne, de chocs, ...).
- ▷ La position donnée à l'accéléromètre de contrôle étant laissée à l'appréciation de l'opérateur, elle peut dès lors conditionner la sévérité de l'essai ainsi que sa reproductibilité.

Calcul de l'excitation à la base du système « support/luminaire »

Les spécifications d'essais pour luminaires imposant le pilotage, soit au droit de la fixation de l'appareil (norme CEI 68-2-6 et projet belge), soit en son centre de gravité (norme ANSI C 136-31), la simulation de l'essai sur table vibrante au moyen du modèle éléments finis nécessite le calcul de l'excitation qui, une fois appliquée à la base du système « support/luminaire », fournit l'accélération prescrite au point de contrôle.

Pour cela, les coefficients d'amortissement modaux étant recalés, une accélération unitaire imposée à la base du système « support/luminaire » permet de calculer, dans un premier temps, la transmissibilité entre le point de contrôle et la table, Fig. 5.34 (a), de laquelle est ensuite déduit le spectre d'excitation devant être appliqué à la base du système étudié, Fig. 5.34 (b). Cette figure montre également que, soumis par exemple à une excitation verticale, le système « table vibrante/support », de par son comportement dynamique, induit inévitablement, au niveau de la fixation du luminaire, des accélérations non négligeables selon les directions longitudinale ox et transversale oy . L'utilisation d'un support rigide tel que celui présenté en annexe B peut contribuer à atténuer ce phénomène.

Finalement, on peut encore noter que la flexibilité du système « table vibrante/support » est responsable du décalage en fréquence observé, Fig. 5.35, entre d'une part, le pic de la transmissibilité « couronne/table » (12.4 Hz) et, d'autre part, le maximum de la *contrainte équivalente de Von Mises* dans la couronne (12.8 Hz). Ce dernier correspond en fait au pic de la transmissibilité « couronne/fixation » qui permet, en pratique, lors des essais d'endurance de type « Sine Dwell » (norme ANSI C 136-31 et projet belge), de suivre l'évolution de la fréquence propre du luminaire au cours du temps. Par conséquent, lors des simulations, le choix de la référence étant important pour le calcul de la transmissibilité, il est impératif de veiller à ce que l'excitation soit appliquée à la fréquence induisant la contrainte la plus élevée dans la couronne.

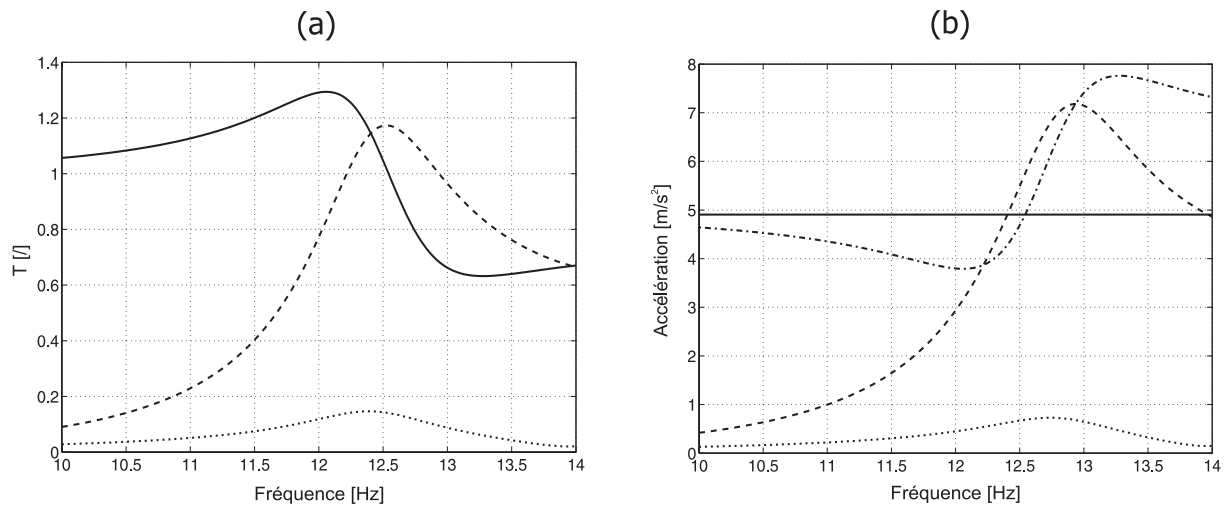


FIG. 5.34 – Calcul de l'excitation à appliquer à la base du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » afin de satisfaire à la spécification du projet belge : (a) Transmissibilités « fixation/table » (---, ox/oz ; ···, oy/oz ; —, oz/oz); (b) Spectre d'excitation de la table (---, oz) et réponses au droit de la fixation du luminaire (---, ox ; ···, oy ; —, oz)

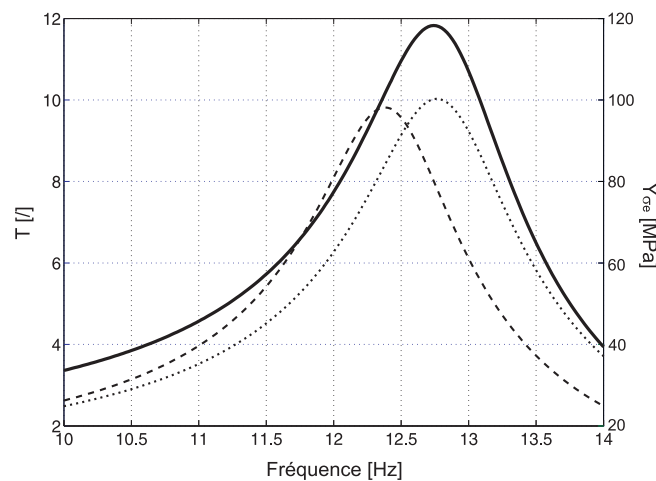


FIG. 5.35 – Effet du choix de la référence sur la transmissibilité obtenue, excitation verticale selon la spécification du projet belge (---, Transmissibilité « couronne/table » (oz/oz); ···, Transmissibilité « couronne/fixation » (oz/oz); —, *Contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} dans la couronne)

Validation du modèle sur base des contraintes mesurées

Une fois le modèle éléments finis du système « support/luminaire *Super Saturne 400 W* » recalé sur base des analyses modales réalisées sur table vibrante et, les coefficients d'amortissement modaux optimisés dans le but d'assurer l'équivalence entre transmissibilités simulées et mesurées, une vérification des contraintes prédites dans la pièce portante du luminaire permet de compléter la validation du modèle. Pour cela, une rosette est installée sur la face intérieure de la couronne, Fig. 5.36 (a), dans une zone relativement proche de la partie fixation mais toutefois suffisamment éloignée d'éventuelles concentrations de contraintes afin de minimiser le risque d'erreur entre simulation et mesure, Fig. 5.36 (b), celui-ci étant d'autant plus élevé que le gradient de contrainte est important.

La taille imposée aux mailles situées dans la zone correspondant à la position de la rosette est équivalente à la longueur des résistances qui la constituent (5 mm dans le cas présent) de sorte que la contrainte moyenne sur l'élément (moyenne des contraintes calculées aux points de Gauss) soit représentative de la contrainte expérimentale, elle-même moyennée par la surface qu'occupe la jauge tridirectionnelle.

Bien que le calcul d'erreur ne soit pas disponible dans *Samcef* pour les éléments de coque *Mindlin* [102], la qualité de la solution éléments finis peut toutefois être estimée

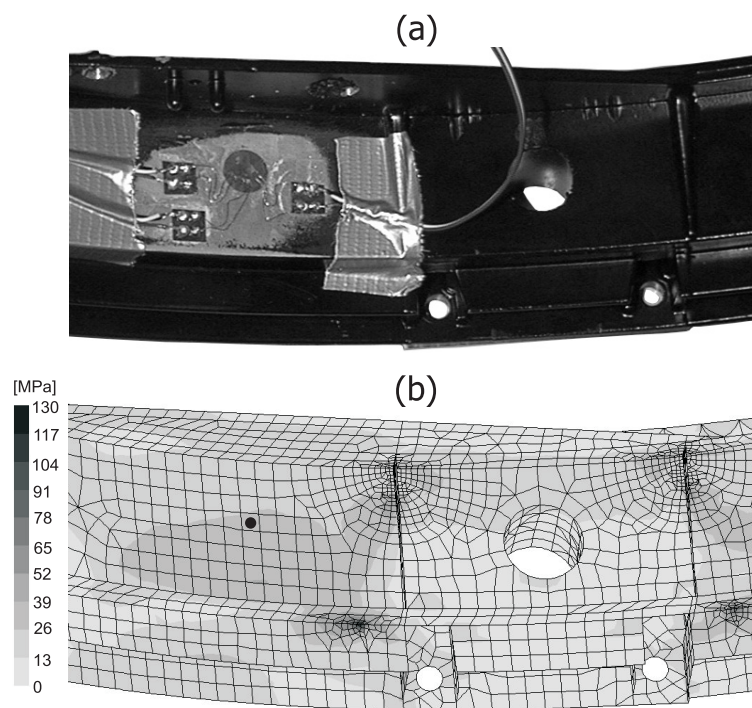


FIG. 5.36 – Validation du modèle éléments finis sur base de mesures de contraintes réalisées au moyen d'une rosette placée sur la face intérieure de la couronne : (a) Dispositif expérimental ; (b) Simulation éléments finis illustrant la position de la maille associée à la rosette (●) et le champ de *contraintes équivalentes de Von Mises* élastiques Y_{σ_e} dans le cas du projet belge (excitation verticale, $f = 12.8$ Hz)

en calculant les contraintes en un même noeud, extrapolées depuis les éléments adjacents à celui-ci (contrainte par noeud par élément). Une discontinuité faible est le signe que le maillage est suffisamment raffiné. Au droit de la rosette, l'erreur en contrainte étant de 4 %, la qualité de la solution éléments finis est dès lors garantie.

Les résultats de la confrontation entre contraintes mesurées et simulées dans la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W*, au droit de la rosette, sont présentés aux Fig. 5.37 à 5.39 et résumés aux tableaux 5.13 à 5.15 en fonction de la spécification d'essai et de la direction d'excitation appliquée. Dans chaque cas, trois mesures sont réalisées au moyen d'un même appareil afin de mettre en évidence une éventuelle dispersion sur la réponse en contrainte qui pourrait apparaître d'un essai à l'autre.

Selon l'essai réalisé, on observe en effet, pour un même luminaire, une variation de la contrainte maximale mesurée, soit à la résonance (cas du projet belge et de la norme ANSI C 136-31), soit lors d'un balayage (cas de la norme CEI 68-2-6), pouvant atteindre les valeurs extrêmes de 0.9 % et 19.2 %. Cela étant, la borne inférieure caractérisant le défaut de corrélation entre contraintes mesurées et simulées varie, quant à elle, entre 6.2 % et 17.7 %. Ces valeurs étant tout à fait acceptables, la validation du modèle éléments finis du luminaire *Super Saturne 400 W* peut être considérée comme complète.

Estimation de la durée de vie du luminaire

Le modèle éléments finis du luminaire étant validé, celui-ci peut dès lors être utilisé pour, dans un premier temps, repérer les zones jugées critiques de la pièce portante et, dans un second temps, en prédire la durée de vie.

Les champs de contraintes obtenus lors des différentes simulations réalisées permettent de mettre en évidence six points de la couronne particulièrement sollicités, Fig. 5.40. Les concentrations de contraintes sont situées dans la partie « fixation » de la couronne, au droit des voiles de renfort radiaux (points 1, 2 et 4), au coin des voiles horizontaux de liaison entre les « couronnes interne et externe » (point 3) ainsi que sur la partie supérieure de la « couronne externe », au niveau d'un changement de section (points 5 et 6).

L'estimation de l'endommagement subi par la couronne au niveau des six points critiques retenus nécessite tout d'abord, comme décrit au paragraphe 5.3.2, de connaître la contrainte moyenne équivalente σ_m associée à chacun de ces points et induite, dans le cas présent, par le chargement statique auquel est soumis le luminaire sous l'effet de son poids propre. Les valeurs de contraintes élastiques σ_{m_e} obtenues au moyen des trois formulations présentées sont reprises au tableau 5.16. On peut noter que la formulation basée sur la contrainte de *Von Mises* fournit systématiquement une contrainte moyenne positive. Or, afin de continuer à tenir compte de l'influence du signe de la contrainte moyenne sur la courbe de *Wöhler* du matériau, le signe du résultat de la somme des contraintes principales σ_{1m} et σ_{2m} est appliqué à la contrainte statique de *Von Mises*. Des six points retenus, on constate que seul le point 3 est caractérisé par une contrainte moyenne équivalente de compression ayant pour effet de retarder l'apparition d'une fissure en cet endroit. On

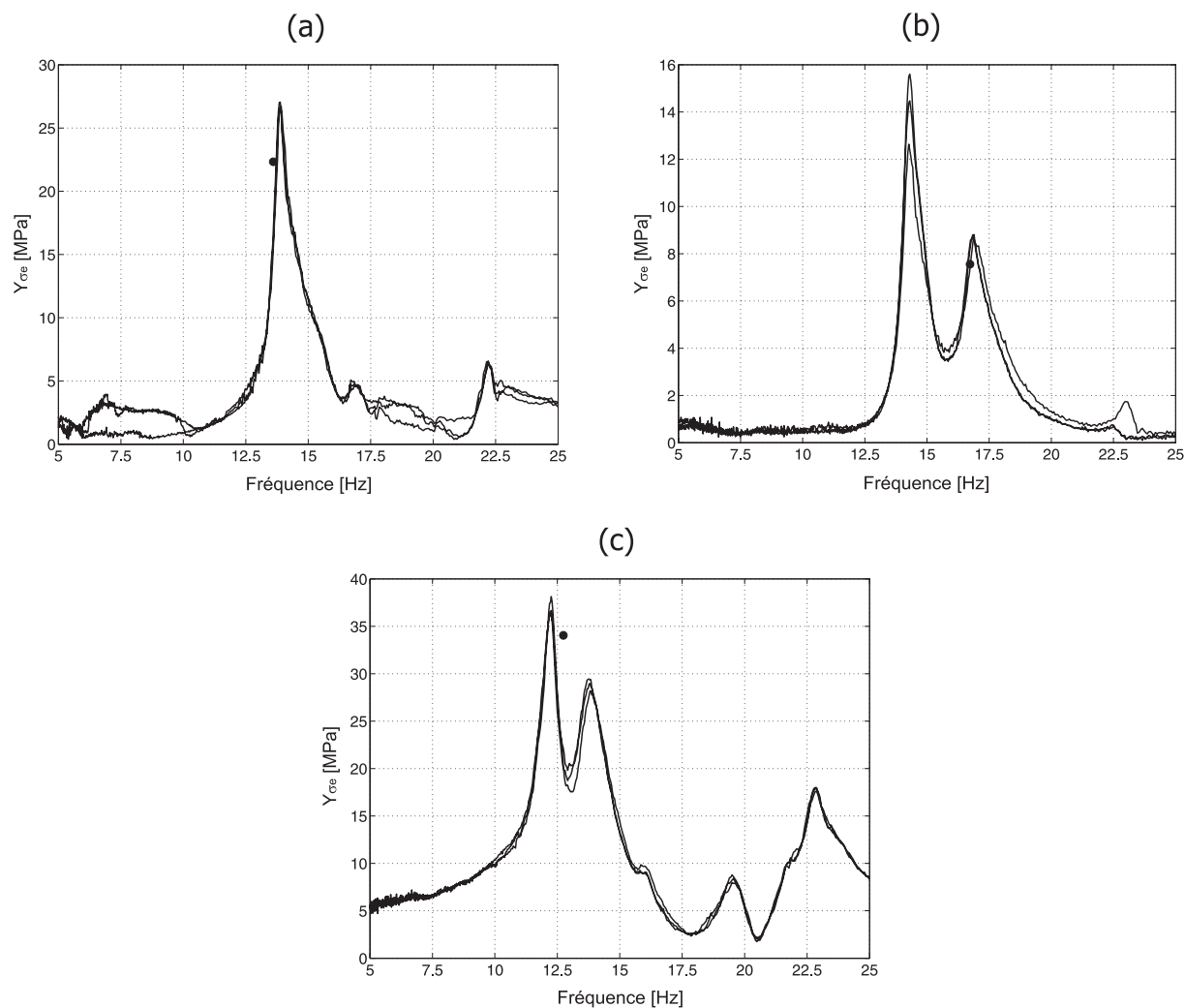


FIG. 5.37 – Spectres de la *contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} mesurés, au niveau de la rosette, lors de trois balayages réalisés sur un même appareil dans l'intervalle [5, 25] Hz selon la spécification du projet belge et comparaison avec les résultats de la simulation éléments finis (●) : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

	Y_{σ_e} [MPa]		
	(a)	(b)	(c)
Mesure 1	26.7 (13.9 Hz)	8.8 (16.9 Hz)	38.1 (12.3 Hz)
Mesure 2	26.6 (13.9 Hz)	8.8 (16.8 Hz)	36.7 (12.3 Hz)
Mesure 3	27.0 (13.9 Hz)	8.7 (16.8 Hz)	36.5 (12.3 Hz)
Simulation	22.3 (13.6 Hz)	7.6 (16.7 Hz)	34.0 (12.8 Hz)
Erreur [%]	[16.2, 17.4]	[13.3, 14.2]	[6.8, 10.8]

TAB. 5.13 – Comparaison entre *contraintes équivalentes de Von Mises* élastiques Y_{σ_e} mesurées et simulée, au niveau de la rosette, dans la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à la spécification du projet belge : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

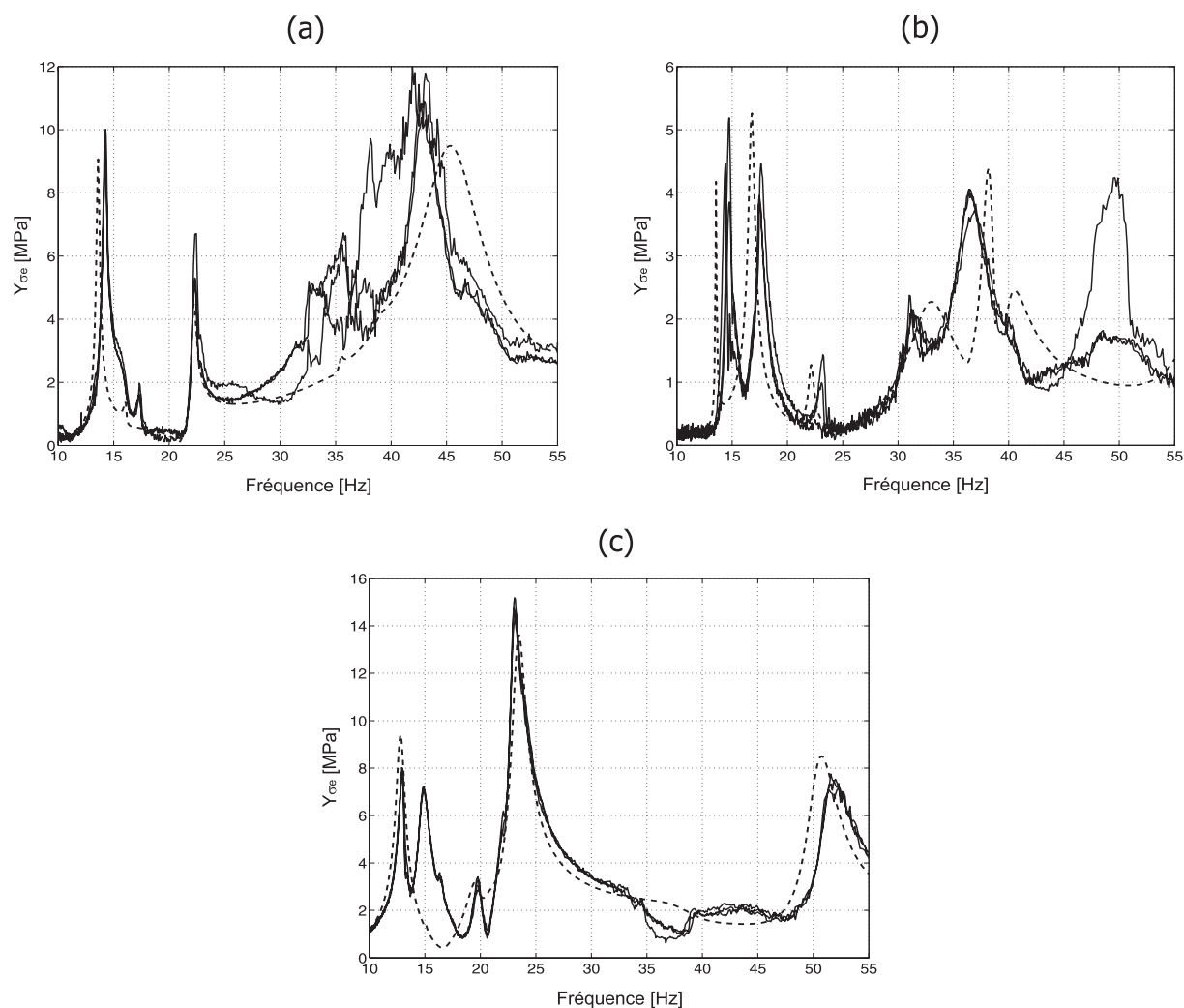


FIG. 5.38 – Spectres de la *contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} mesurés, au niveau de la rosette, lors de trois balayages réalisés sur un même appareil dans l'intervalle [10, 55] Hz selon la norme CEI 68-2-6 et comparaison avec les résultats de la simulation éléments finis (---) : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

	* Y_{σ_e} [MPa]		
	(a)	(b)	(c)
Mesure 1	12.0 (41.9 Hz)	4.5 (17.6 Hz)	14.8 (23.0 Hz)
Mesure 2	10.4 (42.7 Hz)	3.9 (17.5 Hz)	14.5 (23.2 Hz)
Mesure 3	10.9 (42.9 Hz)	3.8 (17.5 Hz)	15.2 (23.1 Hz)
Simulation	9.5 (45.3 Hz)	5.2 (16.8 Hz)	13.6 (23.5 Hz)
Erreur [%]	[8.7, 20.8]	[17.7, 36.9]	[6.2, 10.5]

TAB. 5.14 – Comparaison entre *contraintes équivalentes de Von Mises* élastiques Y_{σ_e} mesurées et simulée, au niveau de la rosette, dans la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à la norme CEI 68-2-6 : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical (*Les valeurs de contraintes sont les valeurs maximales observées sur un balayage)

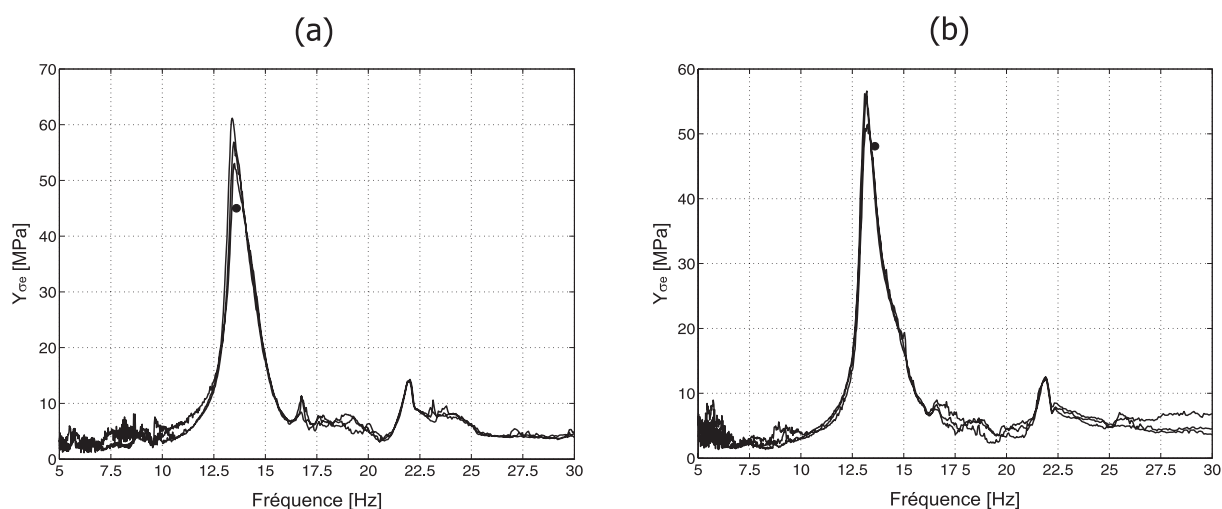


FIG. 5.39 – Spectres de la *contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} mesurés, au niveau de la rosette, lors de trois balayages réalisés sur un même appareil dans l'intervalle $[5, 30]$ Hz selon la norme ANSI C 136-31 (1.5 g) et comparaison avec les résultats de la simulation éléments finis (●) : (a) Axe longitudinal, contrôle sur le ballast ; (b) Axe longitudinal, contrôle sur la lunette

	Y_{σ_e} [MPa]	
	(a)	(b)
Mesure 1	53.0 (13.5 Hz)	51.5 (13.2 Hz)
Mesure 2	56.9 (13.5 Hz)	56.6 (13.2 Hz)
Mesure 3	61.2 (13.4 Hz)	56.2 (13.1 Hz)
Simulation	45.0 (13.6 Hz)	48.1 (13.6 Hz)
Erreur [%]	[15.1, 26.5]	[6.6, 15.0]

TAB. 5.15 – Comparaison entre *contraintes équivalentes de Von Mises* élastiques Y_{σ_e} mesurées et simulée, au niveau de la rosette, dans la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à la norme ANSI C 136-31 (1.5 g) : (a) Axe longitudinal, contrôle sur le ballast ; (b) Axe longitudinal, contrôle sur la lunette

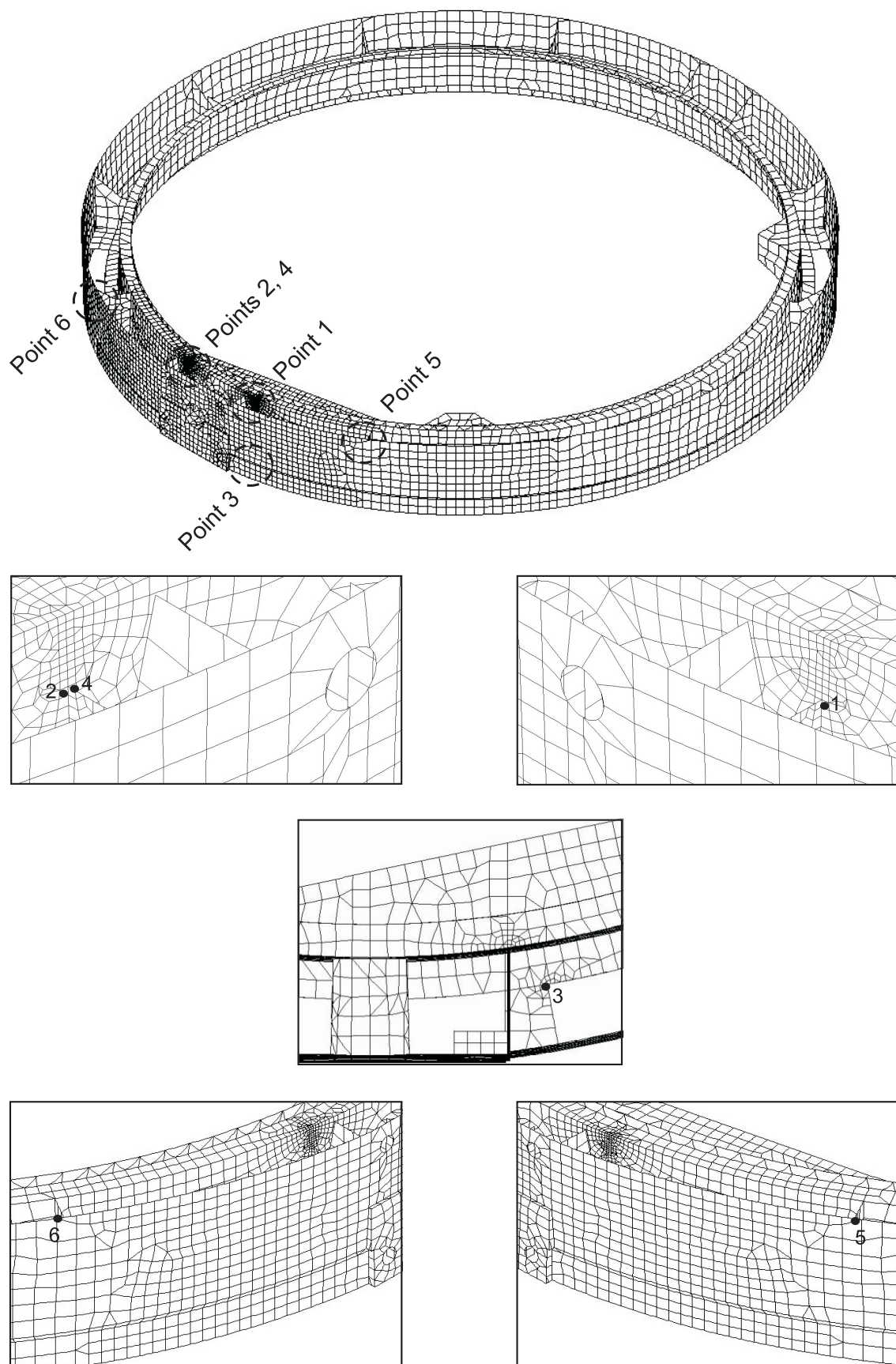


FIG. 5.40 – Position des six points critiques retenus dans la couronne pour l'estimation de la durée de vie du luminaire *Super Saturne 400 W*

Point	$\sigma_{m_e} = \sigma_{m_{Von Mises}}$	$\sigma_{m_e} = \max(\sigma_{1m}, \sigma_{2m})$	$\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$
1	31.3	36.1	56.1
2	32.7	37.8	56.3
3	-40.9	-44.6	-53.4
4	10.1	11.4	15.5
5	15.7	16.8	19.2
6	9.4	10.1	11.7

TAB. 5.16 – Calcul de la contrainte moyenne équivalente élastique, exprimée en [MPa], aux six points critiques retenus dans la pièce portante du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à l'effet de son poids propre

observe également que, selon la formulation choisie, le niveau atteint par la contrainte statique initialement présente dans la couronne varie sensiblement.

Ensuite, l'endommagement subi par le luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à son environnement vibratoire est calculé en appliquant la méthodologie décrite par l'organigramme de la Fig. 5.8, en se limitant toutefois à la durée d'essai précisée dans la norme. Les résultats présentés aux tableaux 5.17 à 5.19 reprennent, en chaque point critique de la couronne, la valeur maximale de la *contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} observée, selon la spécification, à la résonance ou lors d'un balayage, la contrainte plastique associée et l'endommagement obtenu en considérant que son évolution est non-linéaire. Rappelons que la contrainte plastique se différencie de la contrainte élastique par l'application à cette dernière de la méthode de calcul de *Neuber* (paragraphe 5.3.5) dès qu'elle atteint, dans le cas de l'alliage d'aluminium AS12U, une valeur de 50 MPa. On constate que les simulations réalisées prédisent une qualification du luminaire *Super Saturne 400 W* selon les spécifications du projet belge ($D_{max} = 1.9 \cdot 10^{-2}$), dont les états de contraintes dans la couronne sont illustrés aux Fig. 5.41 et 5.42, et de la norme CEI 68-2-6 ($D_{max} = 1.7 \cdot 10^{-3}$) mais pas selon celles de la norme ANSI C 136-31 ($D_{max} > 1$), et cela malgré l'application de la contrainte moyenne équivalente la moins sévère ($\sigma_{m_e} = \sigma_{m_{Von Mises}}$). Ces derniers résultats concernant la norme ANSI C 136-31 (1.5 g) semblent en désaccord avec ceux obtenus au moyen du système analytique de référence à un degré de liberté (paragraphe 3.7.3) ou du système « poutre/masse » (paragraphe 4.6.1) qui, tous deux, prédisent pour cette norme une sévérité inférieure à celle du projet belge. Cependant, dans le cas présent, l'excitation étant longitudinale, le niveau d'accélération délivré par la table afin d'imposer, dans cette direction, 1.5 g au droit du point de contrôle est de 1.32 g ou 1.38 g selon que la consigne s'applique au ballast ou à la lunette. Un tel niveau de sollicitation, couplé au fait que le luminaire réponde suivant son premier mode de flexion, induit un déplacement relatif vertical entre l'extrémité de la couronne et la fixation plus important que lorsque l'appareil est soumis, selon la direction verticale, à la spécification du projet belge (8.5 mm et 9.0 mm en comparaison de 6.9 mm).

Pt.	(a)			(b)			(c)		
	Y_{σ_e} [MPa]	Y_{σ_p} [MPa]	D [/]	Y_{σ_e} [MPa]	Y_{σ_p} [MPa]	D [/]	Y_{σ_e} [MPa]	Y_{σ_p} [MPa]	D [/]
1	74.2	69.0	$5.2 \cdot 10^{-4}$	33.7	33.7	$4.8 \cdot 10^{-7}$	117.9	98.3	$1.9 \cdot 10^{-2}$
2	77.1	71.3	$7.2 \cdot 10^{-4}$	30.9	30.9	$2.1 \cdot 10^{-7}$	118.2	98.4	$1.9 \cdot 10^{-2}$
3	98.0	86.1	$8.6 \cdot 10^{-5}$	29.6	29.6	$3.9 \cdot 10^{-9}$	143.4	111.7	$1.1 \cdot 10^{-3}$
4	23.1	23.1	$1.8 \cdot 10^{-9}$	76.0	70.5	$1.5 \cdot 10^{-4}$	34.3	34.3	$8.6 \cdot 10^{-8}$
5	39.3	39.3	$4.2 \cdot 10^{-7}$	53.8	52.6	$9.5 \cdot 10^{-6}$	58.6	56.6	$1.5 \cdot 10^{-5}$
6	18.3	18.3	$1.5 \cdot 10^{-10}$	68.2	64.1	$5.1 \cdot 10^{-5}$	31.3	31.3	$2.9 \cdot 10^{-8}$

TAB. 5.17 – Sévérité de l'essai selon la spécification du projet belge particularisé au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* ($\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$, $t_b = 30$ minutes, évolution non-linéaire de D , $dt = 0.25$ s) : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical

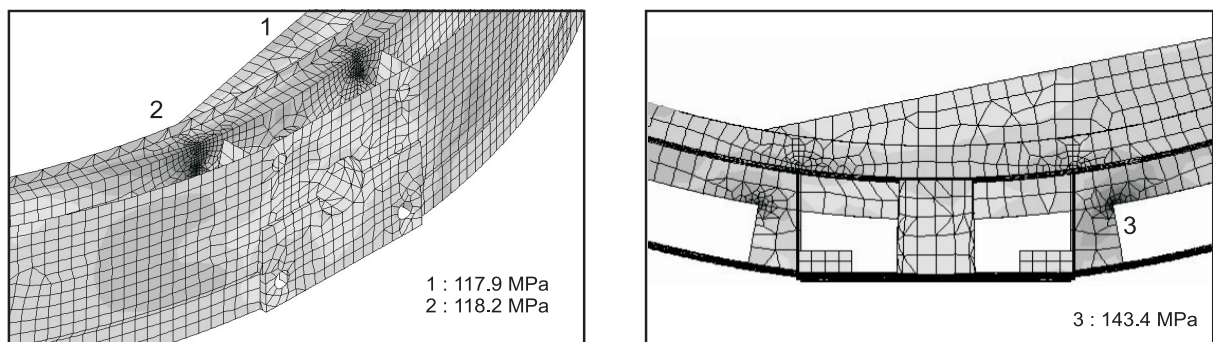


FIG. 5.41 – Contraintes équivalentes de Von Mises élastiques aux points 1, 2 et 3 de la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification du projet belge ($f = 12.8$ Hz)

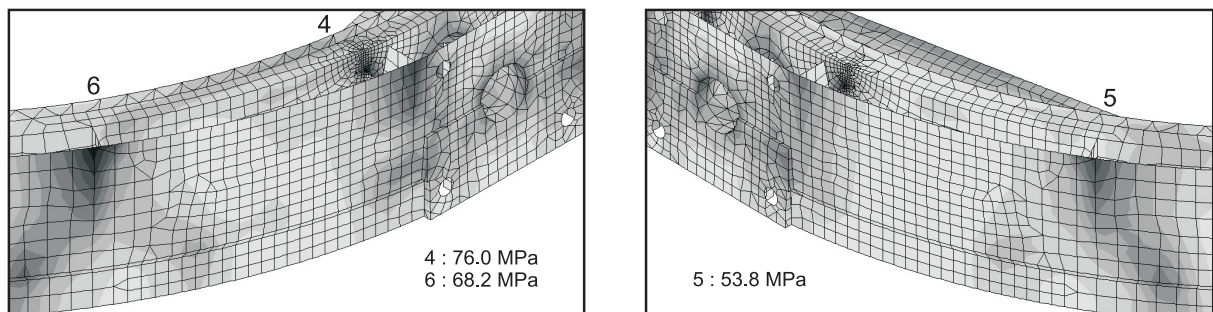


FIG. 5.42 – Contraintes équivalentes de Von Mises élastiques aux points 4, 5 et 6 de la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction transversale, à la spécification du projet belge ($f = 16.7$ Hz)

Pt.	(a)			(b)			(c)		
	$*Y_{\sigma_e}$ [MPa]	$*Y_{\sigma_p}$ [MPa]	D [/]	$*Y_{\sigma_e}$ [MPa]	$*Y_{\sigma_p}$ [MPa]	D [/]	$*Y_{\sigma_e}$ [MPa]	$*Y_{\sigma_p}$ [MPa]	D [/]
1	49.8	49.8	$3.9 \cdot 10^{-5}$	23.5	23.5	$2.1 \cdot 10^{-9}$	87.1	78.6	$1.7 \cdot 10^{-3}$
2	36.0	36.0	$1.4 \cdot 10^{-6}$	21.5	21.5	$8.5 \cdot 10^{-10}$	48.9	48.9	$7.6 \cdot 10^{-6}$
3	42.4	42.4	$6.4 \cdot 10^{-8}$	26.5	26.5	$4.2 \cdot 10^{-10}$	58.2	56.4	$7.3 \cdot 10^{-7}$
4	28.9	28.9	$7.7 \cdot 10^{-9}$	53.0	51.9	$1.1 \cdot 10^{-6}$	45.2	45.2	$1.1 \cdot 10^{-6}$
5	15.9	15.9	$2.7 \cdot 10^{-11}$	37.5	37.5	$1.0 \cdot 10^{-7}$	18.4	18.4	$2.5 \cdot 10^{-10}$
6	27.4	27.4	$3.7 \cdot 10^{-9}$	47.4	47.4	$6.1 \cdot 10^{-7}$	38.0	38.0	$1.5 \cdot 10^{-7}$

TAB. 5.18 – Sévérité de l'essai selon la norme CEI 68-2-6 particularisé au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* ($\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$, 100 balayages [10, 55, 10] Hz, évolution non-linéaire de D) : (a) Axe longitudinal ; (b) Axe transversal ; (c) Axe vertical (*Les valeurs de contraintes sont les valeurs maximales observées sur un balayage)

Pt.	(a)			(b)		
	Y_{σ_e} [MPa]	Y_{σ_p} [MPa]	D [/]	Y_{σ_e} [MPa]	Y_{σ_p} [MPa]	D [/]
1	149.8	114.8	$9.4 \cdot 10^{-3}$	160.1	119.5	$2.5 \cdot 10^{-3}$
2	155.3	117.4	> 1	165.9	122.2	> 1
3	197.6	134.9	$3.3 \cdot 10^{-3}$	211.1	139.9	$3.7 \cdot 10^{-4}$
4	46.6	46.6	$4.7 \cdot 10^{-7}$	49.8	49.8	$7.2 \cdot 10^{-8}$
5	79.2	73.0	$5.1 \cdot 10^{-5}$	84.7	76.9	$6.9 \cdot 10^{-6}$
6	36.9	36.9	$4.4 \cdot 10^{-8}$	39.4	39.4	$6.8 \cdot 10^{-9}$

TAB. 5.19 – Sévérité de l'essai selon la norme ANSI C 136-31 (1.5 g) particularisé au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* ($\sigma_{m_e} = \sigma_{m_{Von Mises}}$, évolution non-linéaire de D , $dt = 0.25$ s) : (a) Axe longitudinal, contrôle sur le ballast, $n_i = 7116 < 100000$ cycles ; (b) Axe longitudinal, contrôle sur la lunette, $n_i = 565 < 100000$ cycles

Les résultats présentés au tableau 5.19 permettent aussi de se rendre compte de l'influence du choix du point assimilé au centre de gravité sur la sévérité de la norme ANSI C 136-31.

En ce qui concerne la norme CEI 68-2-6, le détail des spectres de réponse représentant la *contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} calculée aux six points retenus de la couronne ainsi que les valeurs maximales observées et reprises au tableau 5.18 sont présentés à la Fig. 5.43. On constate que pour les directions d'excitation longitudinale et verticale, les contraintes les plus élevées apparaissent entre 40 Hz et 55 Hz, dans une plage fréquentielle où l'influence du support est importante, Fig. 5.44. Sa flexibilité impose à la table d'augmenter son niveau afin de garantir, au droit de la fixation, le déplacement imposé par la norme. Cela a pour conséquence de faire apparaître des sollicitations transversales importantes, qui n'auraient pas lieu d'être, et donc de surtester le luminaire.

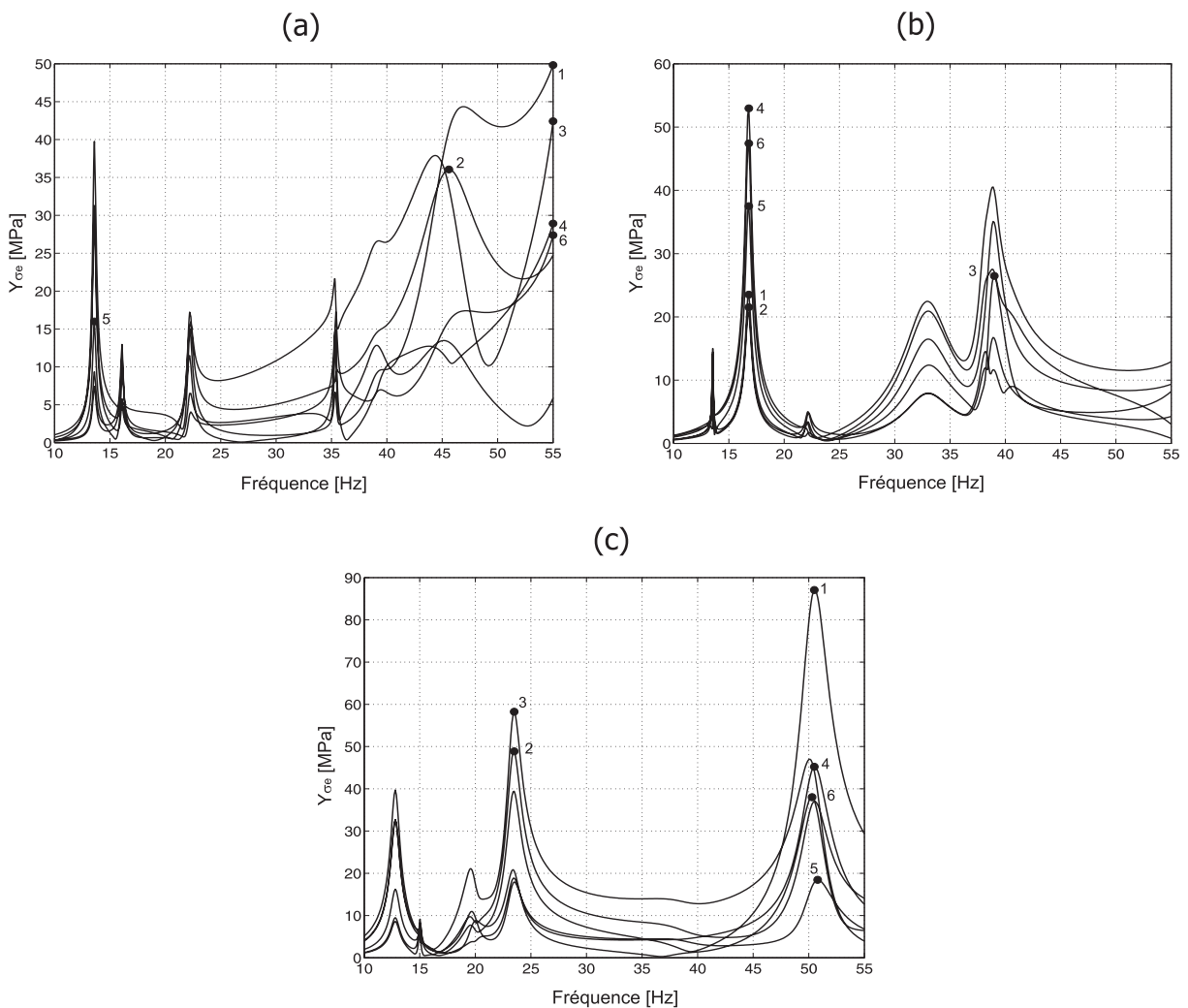


FIG. 5.43 – Spectres de la *contrainte équivalente de Von Mises* élastique Y_{σ_e} calculés aux six points critiques (●, valeur maximale par point) de la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à la norme CEI 68-2-6 : (a) Axe longitudinal; (b) Axe transversal; (c) Axe vertical

La procédure décrite par l'organigramme de la Fig. 5.8 permet finalement d'estimer la durée de vie du luminaire *Super Saturne 400 W*. L'environnement vibratoire retenu pour ce calcul est relatif à l'endurance pratiquée, selon la direction verticale, conformément aux prescriptions du projet belge. Dans ce cas, les évolutions non-linéaire et linéaire du dommage au court du temps sont représentées à la Fig. 5.45 en fonction de la formulation appliquée pour le calcul de la contrainte moyenne équivalente. La validation de cette simulation est obtenue en réalisant, sur cinq luminaires *Super Saturne 400 W* différents, l'essai d'endurance proprement dit et en le conduisant jusqu'à obtenir la rupture de la couronne. Les résultats expérimentaux, repris à la Fig. 5.46, représentent l'évolution au cours de l'essai de la fréquence associée au premier mode de flexion des cinq luminaires testés. La comparaison des résultats de calculs et expérimentaux démontre tout d'abord clairement l'intérêt d'une approche non-linéaire afin de simuler au mieux l'évolution de l'endommagement dans le cas du luminaire *Super Saturne 400 W*. On constate ensuite que

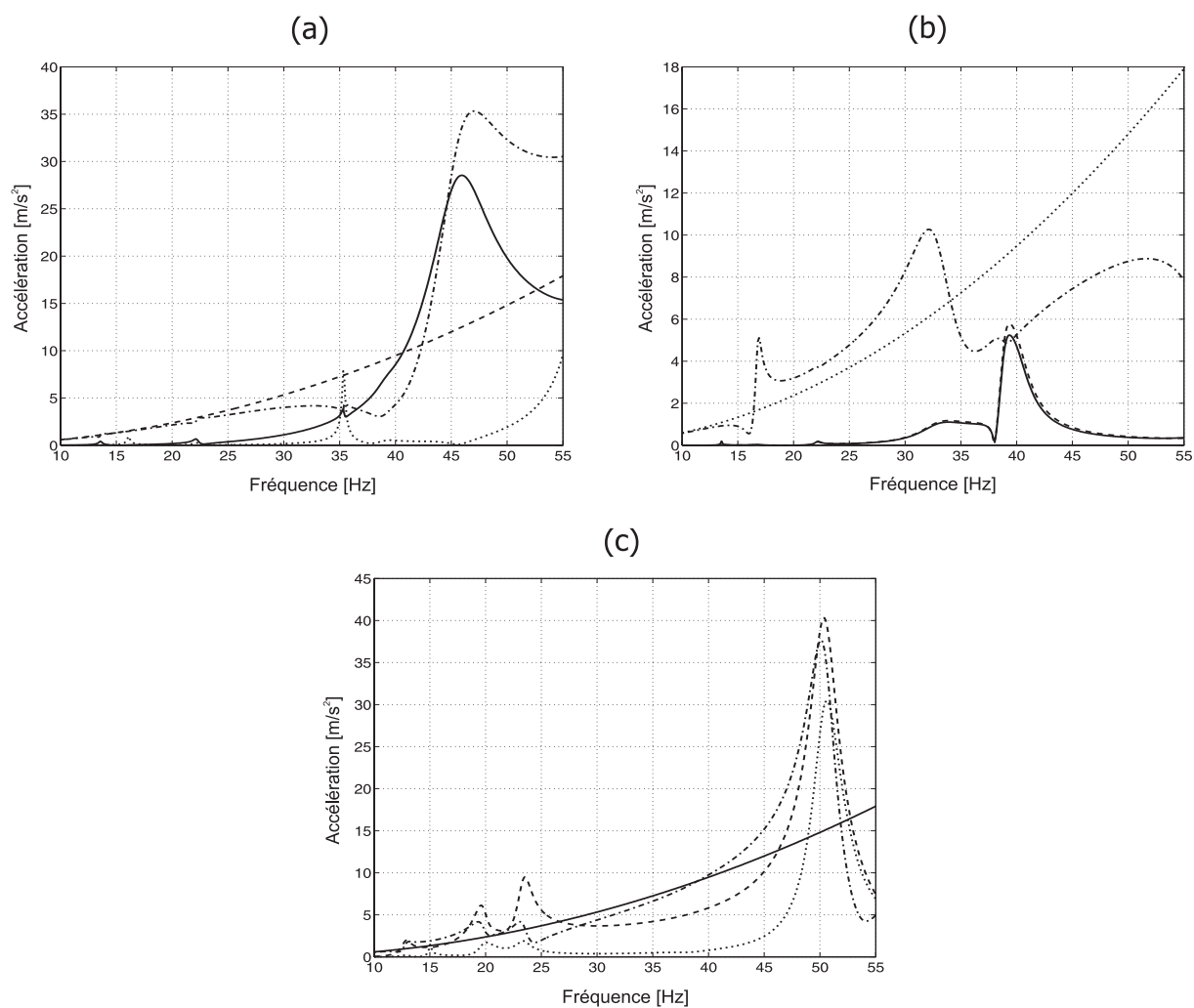


FIG. 5.44 – Spectres de réponse simulés au droit de la fixation du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à la norme CEI 68-2-6 (---, ox ; \cdots , oy ; —, oz) et spectre d'excitation de la table vibrante (- - -) : (a) Axe longitudinal; (b) Axe transversal; (c) Axe vertical

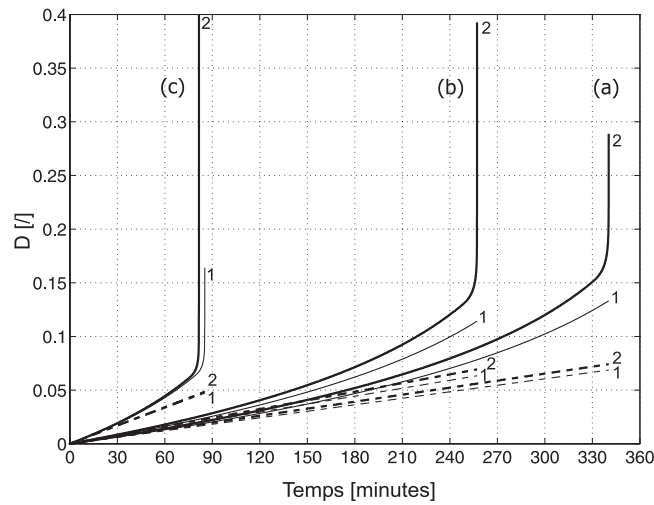


FIG. 5.45 – Estimation de la durée de vie du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification du projet belge (---, Evolution linéaire de D aux points 1 et 2; —, Evolution non-linéaire de D aux points 1 et 2, $dt = 0.25$ s) : (a) $\sigma_{m_e} = \sigma_{m \text{ Von Mises}}$ $\rightarrow T_{D=1} = 340$ minutes; (b) $\sigma_{m_e} = \max(\sigma_{1m}, \sigma_{2m})$ $\rightarrow T_{D=1} = 257$ minutes; (c) $\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$ $\rightarrow T_{D=1} = 85$ minutes

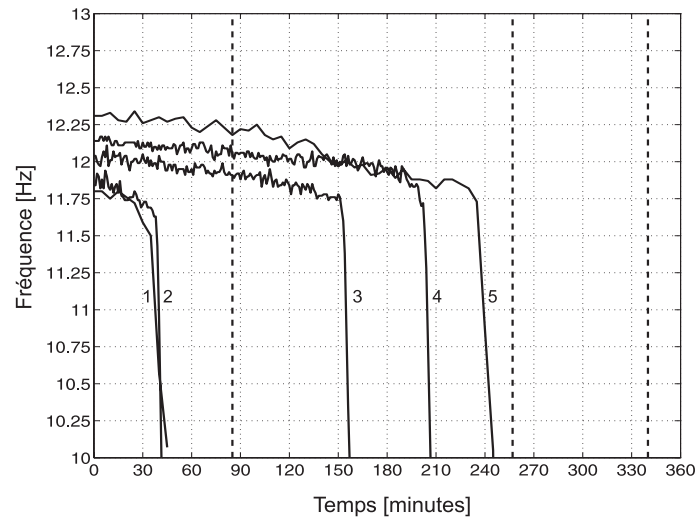


FIG. 5.46 – Résultats expérimentaux décrivant l'évolution temporelle de la fréquence associée au premier mode de flexion de cinq échantillons du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification du projet belge (---, durées de vie simulées en fonction de l'approche retenue pour le calcul de la contrainte moyenne)

sur les cinq appareils testés, trois présentent une durée de vie bornée par les simulations réalisées en considérant comme contrainte moyenne équivalente $\sigma_{m_e} = \max(\sigma_{1m}, \sigma_{2m})$ et $\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$. Le cas $\sigma_{m_e} = \sigma_{m_{Von Mises}}$ semble conduire à une simulation trop peu sévère en comparaison des résultats expérimentaux obtenus. Deux appareils affichent toutefois une durée de vie inférieure à celle prédite par la simulation la plus sévère. Différentes pistes peuvent être envisagées afin de trouver une explication à cette observation :

- ▷ La qualité de la fonderie est déterminée, notamment, par le degré de porosités présentes dans la pièce. Les endroits où ces porosités viennent se loger au moment de l'injection peuvent être déterminants pour la durée de vie de la pièce. En effet, la présence d'une bulle d'air emprisonnée dans la matière ayant pour effet d'en réduire la section efficace, son effet peut donc s'ajouter à celui d'une éventuelle concentration de contrainte présente au même endroit.
- ▷ La qualité de l'assemblage « capot/couronne » peut fortement influencer le niveau de contrainte dans la pièce portante du luminaire *Super Saturne 400 W*, comme l'indique la Fig. 5.47 (a). Selon que les vis maintenant le capot sur la couronne sont plus ou moins bien serrées, le niveau de contrainte mesuré dans la pièce portante peut s'accroître de 25 % voire, dans le pire des cas, de 100 % si les vis ne sont pas bloquées. On constate également, Fig. 5.47 (b), que la qualité de l'assemblage « capot/couronne » conditionne la première fréquence propre du luminaire. Parmi les appareils testés, on peut remarquer que ceux qui, en début d'essai, présentent une fréquence propre plus élevée, ont une durée de vie plus longue, Fig. 5.46.

Le mode de rupture du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification du projet belge est illustré à la Fig. 5.48. Celui-ci est en accord avec les zones de concentrations de contraintes identifiées sur les cartes de la Fig. 5.41.

En ce qui concerne les sollicitations longitudinale et transversale, un même luminaire *Super Saturne 400 W*, soumis durant 6 h par axe à la spécification du projet belge, présente, à la fin de chacune des durées, une diminution de sa fréquence propre initiale limitée à 2 %. Ces résultats confirment donc le faible niveau d'endommagement prédit par les simulations réalisées, pour ces axes, au tableau 5.17.

5.4.5 Sévérité absolue des sollicitations éoliennes

La méthode de calcul illustrée au paragraphe 2.5.3 et permettant de simuler la réponse d'un système « poteau/luminaire » soumis aux sollicitations éoliennes, l'appareil étant considéré comme infiniment rigide, est appliquée au cas du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* » en prenant en compte cette fois le comportement dynamique de l'appareil d'éclairage.

Le modèle éléments finis du système « poteau/luminaire » utilisé ici ne diffère du précédent, Fig. 2.19 (a), que par le remplacement de la masse concentrée représentant le luminaire *Super Saturne 400 W* par son modèle éléments finis, Fig. 5.49. Celui-ci est relié

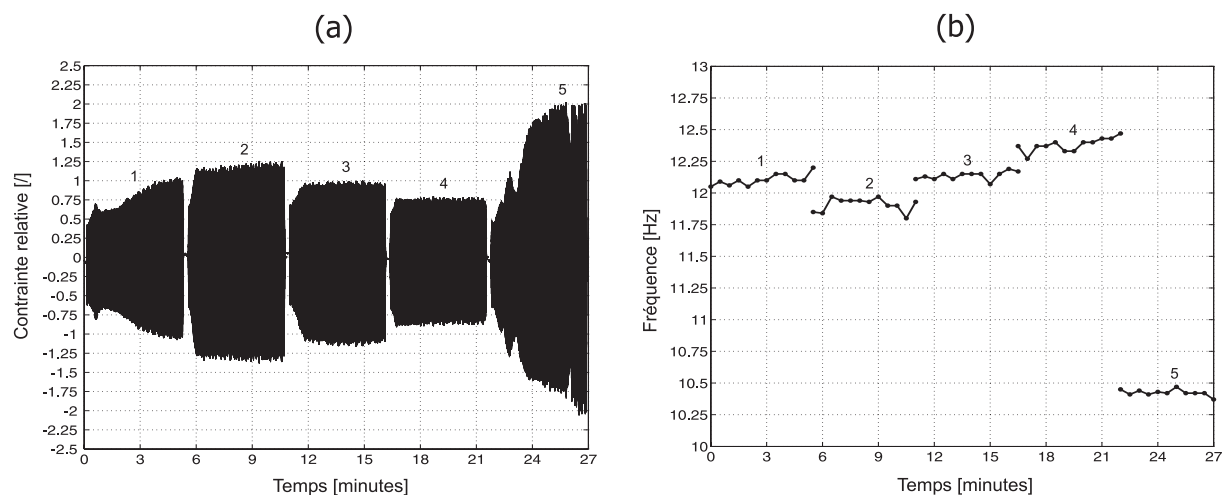


FIG. 5.47 – Effet de l'assemblage « capot/couronne » sur la durée de vie du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification du projet belge (1 - premier serrage des vis du capot ; 2 - second serrage des vis du capot ; 3 - serrage de référence des vis du capot ; 4 - remplacement du capot ; 5 - les vis du capot ne sont pas bloquées) : (a) Evolution temporelle de la contrainte relative ; (b) Evolution temporelle de la fréquence associée au premier mode de flexion

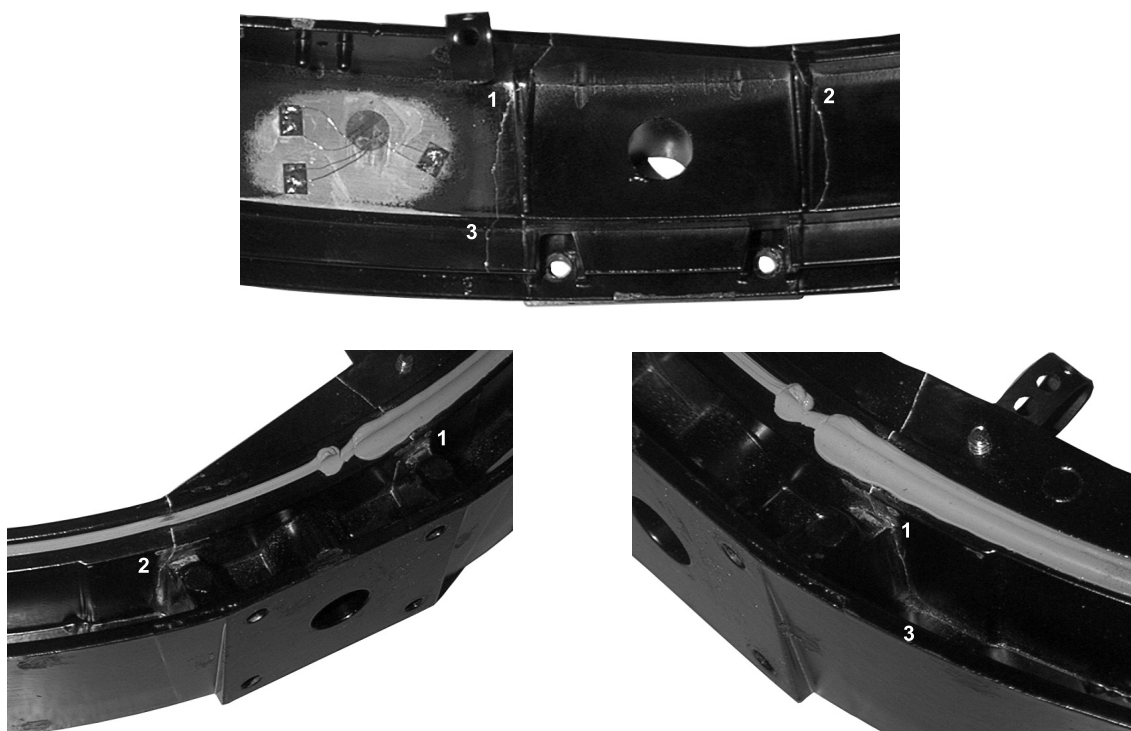


FIG. 5.48 – Rupture de la couronne du luminaire *Super Saturne 400 W* par propagation de fissures depuis les points 1, 2 et 3 durant l'essai d'endurance selon la spécification du projet belge (solicitation verticale)

à l'extrémité de l'avancée horizontale du poteau au moyen de corps rigides. D'un point de vue aérodynamique, compte tenu de sa taille vis-à-vis de celle du poteau, le luminaire est réduit en un unique noeud, appartenant à la couronne et dont la position varie en fonction de l'orientation de la sollicitation, auquel est appliquée la résultante des charges engendrées par le vent (points $v1$ à $v3$ illustrés à la Fig. 5.49).

Dans un premier temps, les sollicitations éoliennes considérées proviennent du modèle de vent à court terme incluant l'effet journalier d'un vent moyen ainsi que celui de tempêtes occasionnelles. Finalement, le modèle de vent à long terme de *Sneyers* est envisagé.

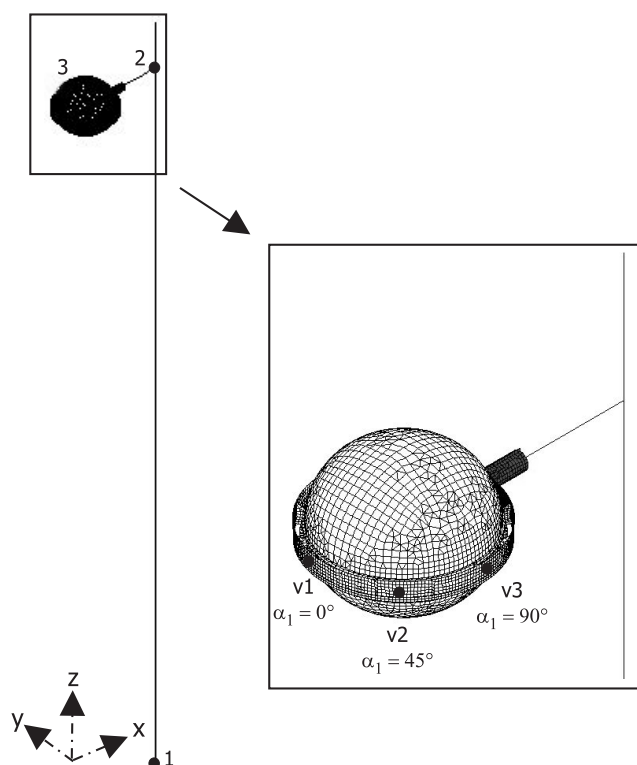


FIG. 5.49 – Modèle éléments finis du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* »

Modèle de vent à court terme

Les résultats de l'analyse statique pratiquée sur le système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* », résumés au tableau 5.20, sont en accord avec ceux présentés dans le cas où le luminaire est considéré comme rigide, tableau 2.8. Notons toutefois que, sous l'effet de la gravité, le déplacement du luminaire au point 3 (direction z) augmente compte tenu de la prise en compte de sa flexibilité. Les contraintes moyennes équivalentes calculées aux points les plus critiques de la couronne (points 1 et 2) sont peu influencées par les vitesses de vent considérées et sont, par conséquent, essentiellement dues à l'effet de la gravité. On retrouve ainsi les contraintes calculées lorsque le luminaire est installé sur table vibrante et soumis à l'effet de son poids propre, tableau 5.16.

Par contre, les analyses dynamiques réalisées ne montrent de coïncidence que pour

	g [m/s ²]	$g + u_{10}$ [m/s]					
	9.81	10.2			19.6		
		α_1 [deg.]			α_1 [deg.]		
		0	45	90	0	45	90
Déplacements [mm]							
point 3 x	-7.7	-2.1	-3.9	-7.8	12.9	6.3	-7.8
point 3 y	0.5	0.5	4.6	7.0	0.5	15.4	24.6
point 3 z	-6.7	-5.1	-5.6	-6.7	-1.0	-2.8	-6.6
Contraintes [MPa]							
Poteau							
point 1	1.9	1.9	2.7	4.1	11.8	9.6	14.7
point 2	16.8	16.8	16.8	16.8	16.8	16.8	16.9
*Luminaire							
point 1	56.4	55.8	55.8	55.7	54.0	54.2	54.0
point 2	56.6	56.7	56.7	56.6	56.7	56.7	56.7
point 3	-52.9	-53.6	-52.8	-52.2	-55.1	-52.1	-49.9
point 4	15.6	15.8	16.5	17.1	16.5	18.9	21.3
point 5	19.1	19.2	18.4	17.9	19.5	16.6	14.6
point 6	11.8	11.3	12.5	13.5	10.1	14.4	18.2

TAB. 5.20 – Analyse statique du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* »
(* $\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$)

les deux premières fréquences propres identifiées, tableaux 2.9 et 5.21. Les modes de déformation associés ne font en effet intervenir que le poteau, le luminaire pouvant être considéré comme rigide, Fig. 2.23 et 5.50. Pour les modes suivants, on retrouve malgré tout les modes de déformation du poteau identifiés précédemment mais, le luminaire étant désormais flexible, ceux-ci sont associés à une fréquence représentative du système « poteau/luminaire » dans son ensemble et non plus du poteau seul. On observe également que certains modes mettent essentiellement à contribution le tiroir et la lunette du luminaire. Comme déjà signalé au paragraphe 2.5.3, l'influence de la vitesse et de l'orientation du vent sur les fréquences simulées est négligeable, tableau 5.21.

Les coefficients d'amortissement aérodynamique, déterminés à partir de la base modale identifiée pour chaque vitesse et incidence du vent considérées, sont résumés au tableau 5.22. Les valeurs obtenues pour les deux premiers modes sont équivalentes à celles déjà calculées, tableau 2.10. Quant au régime de l'écoulement, calculé en chaque noeud du poteau ainsi qu'au niveau du luminaire afin de s'assurer que les conditions d'apparition des tourbillons de *Von Karman* sont bien respectées, les valeurs reprises au tableau 5.23 sont identiques à celles obtenues avec le premier modèle du système « poteau/luminaire », tableau 2.11.

Mode	g [m/s ²]	$g + u_{10}$ [m/s]	
	9.81	10.2	19.6
		α_1 [deg.]	α_1 [deg.]
		0, 45, 90	0, 45, 90
1	1.93	1.93	1.93
2	1.94	1.94	1.94
3	7.96	7.96	7.96
4	8.54	8.54	8.54
5	13.65	13.65	13.65
6	13.94	13.94	13.94
7	21.28	21.28	21.28
8	30.36	30.36	30.36
9	31.63	31.63	31.63
10	37.48	37.48	37.48
11	38.32	38.32	38.32
12	48.49	48.49	48.49
13	53.83	53.83	53.83
14	64.76	64.76	64.76
15	71.27	71.27	71.27

TAB. 5.21 – Fréquences de résonance du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* », exprimées en [Hz], en fonction de la précontrainte appliquée

Les analyses spectrales effectuées sont recensées au tableau 5.24, en différenciant le cas « rigide » (simulations 1 à 8 du tableau 2.14 et de la Fig. 2.25) du cas « flexible » (simulations 9 à 16). Les dispersions du pic d'accélération et de contrainte calculées, respectivement, au droit du luminaire et à la base du poteau sont présentées aux Fig. 5.51 (a) et (b). D'un point de vue accélérations, on constate que les niveaux associés au luminaire, considéré comme flexible, sont systématiquement supérieurs à ceux obtenus précédemment dans le cas « rigide ». Ils restent toutefois en accord avec l'enveloppe définie par *Van Dusen* (1 g) à condition que l'amortissement structural ε_i envisagé ne soit pas inférieur à 0.5%. Quant à la contrainte à la base du poteau, celle-ci n'est pratiquement pas influencée par le type de modélisation retenu pour le luminaire.

En l'absence d'un modèle éléments finis du luminaire, la sévérité relative de son environnement vibratoire est déterminée en appliquant, à la base du système analytique de référence à un degré de liberté, les *PSD* d'accélération simulées, dans le cas d'un vent moyen et de tempêtes, au droit de la fixation de l'appareil sur le poteau. Cette approche simplifiée suppose que les directions d'excitation structurales sont décorréliées, ce qui n'est pas le cas en réalité, mais est cependant en accord avec le mode de sollicitation des tables vibrantes électrodynamiques les plus courantes. Dans un premier temps, les *PSD*

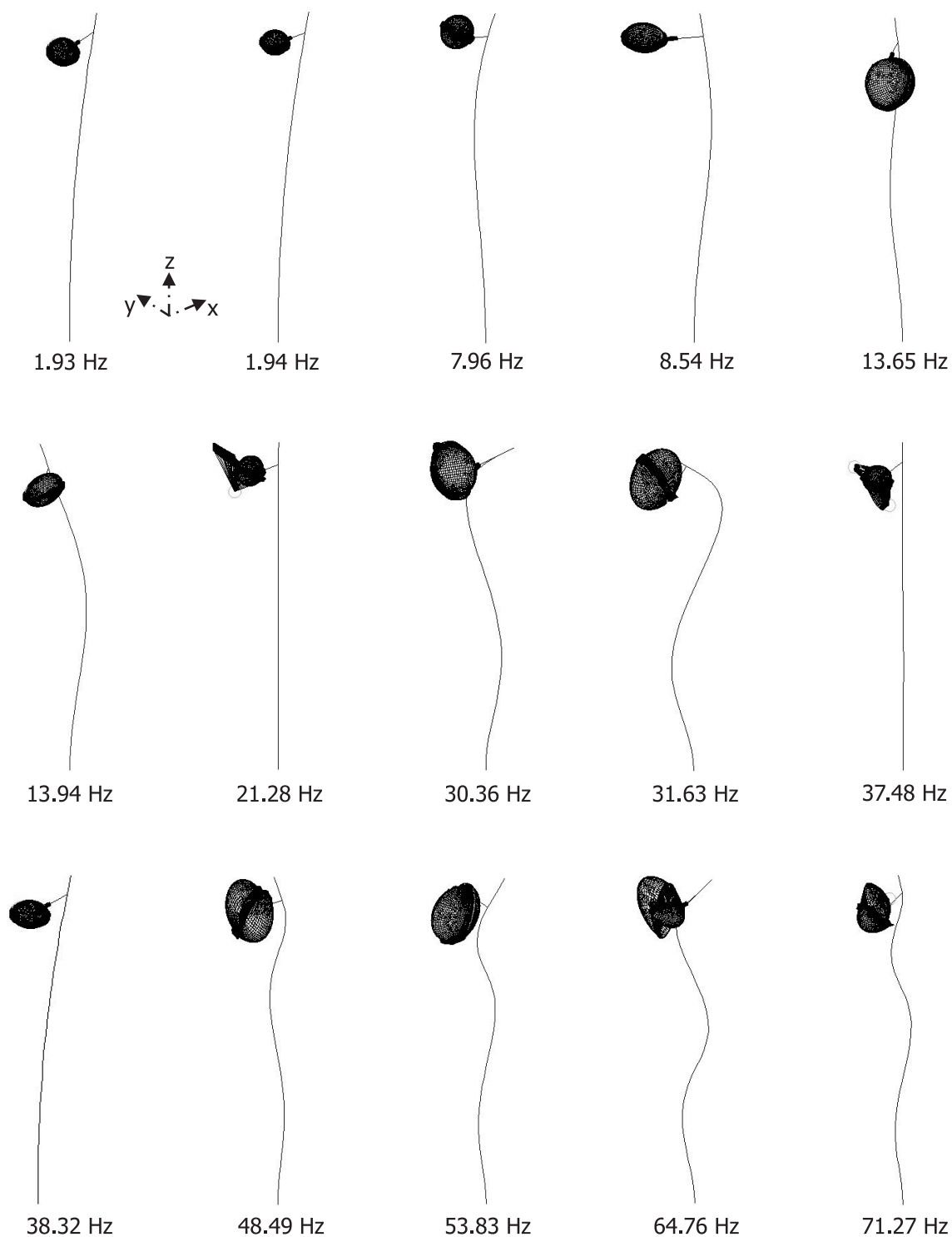


FIG. 5.50 – Modes et fréquences propres du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* »

Mode	u_{10} [m/s]					
	10.2			19.6		
	α_1 [deg.]			α_1 [deg.]		
	0	45	90	0	45	90
1	0.00	1.95	2.76	0.00	3.75	5.30
2	2.80	1.98	0.00	5.38	3.81	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.64	0.90	0.00	1.23	1.74
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.59	0.84	0.00	1.14	1.61
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.23	0.33	0.00	0.45	0.64
9	0.17	0.12	0.00	0.32	0.23	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.34	0.48	0.00	0.66	0.93
13	0.31	0.22	0.00	0.59	0.42	0.00
14	0.00	0.17	0.24	0.00	0.33	0.46
15	0.19	0.14	0.00	0.37	0.26	0.00

TAB. 5.22 – Amortissements aérodynamiques, exprimés en [%], associés à chaque mode de vibration en fonction de la vitesse et de l'orientation du vent dans le cas du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* »

	u_{10} [m/s]					
	10.2			19.6		
	α_1 [deg.]			α_1 [deg.]		
	0	45	90	0	45	90
Poteau						
$max R_e$	$6.83 \cdot 10^4$	$6.83 \cdot 10^4$	$6.83 \cdot 10^4$	$1.31 \cdot 10^5$	$1.31 \cdot 10^5$	$1.31 \cdot 10^5$
$max f_{s_i}$ [Hz]	36.09	36.09	36.09	69.35	69.35	69.35
Luminaire						
R_e	0.00	$2.32 \cdot 10^5$	$3.27 \cdot 10^5$	0.00	$4.45 \cdot 10^5$	$6.29 \cdot 10^5$
f_s [Hz]	–	3.00	–	–	–	–

TAB. 5.23 – Régimes de l'écoulement et fréquences de largage des tourbillons de *Von Karman* pour le système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* »

Simulation	Type de système	u_{10} [m/s]	α_1 [deg.]	ε_i [%]
1	<i>Super Saturne</i> rigide	10.2	0	0.5
2	<i>Super Saturne</i> rigide	10.2	45	0.5
3	<i>Super Saturne</i> rigide	10.2	90	0.5
4	<i>Super Saturne</i> rigide	10.2	45	0.05
5	<i>Super Saturne</i> rigide	19.6	0	0.5
6	<i>Super Saturne</i> rigide	19.6	45	0.5
7	<i>Super Saturne</i> rigide	19.6	90	0.5
8	<i>Super Saturne</i> rigide	19.6	90	0.05
9	<i>Super Saturne</i> flexible	10.2	0	0.5
10	<i>Super Saturne</i> flexible	10.2	45	0.5
11	<i>Super Saturne</i> flexible	10.2	90	0.5
12	<i>Super Saturne</i> flexible	10.2	45	0.05
13	<i>Super Saturne</i> flexible	19.6	0	0.5
14	<i>Super Saturne</i> flexible	19.6	45	0.5
15	<i>Super Saturne</i> flexible	19.6	90	0.5
16	<i>Super Saturne</i> flexible	19.6	90	0.05

TAB. 5.24 – Valeurs des paramètres utilisés dans les simulations de la Fig. 5.51 ($\varepsilon_i^{total} = \varepsilon_i + \varepsilon_i^{aéro}$)

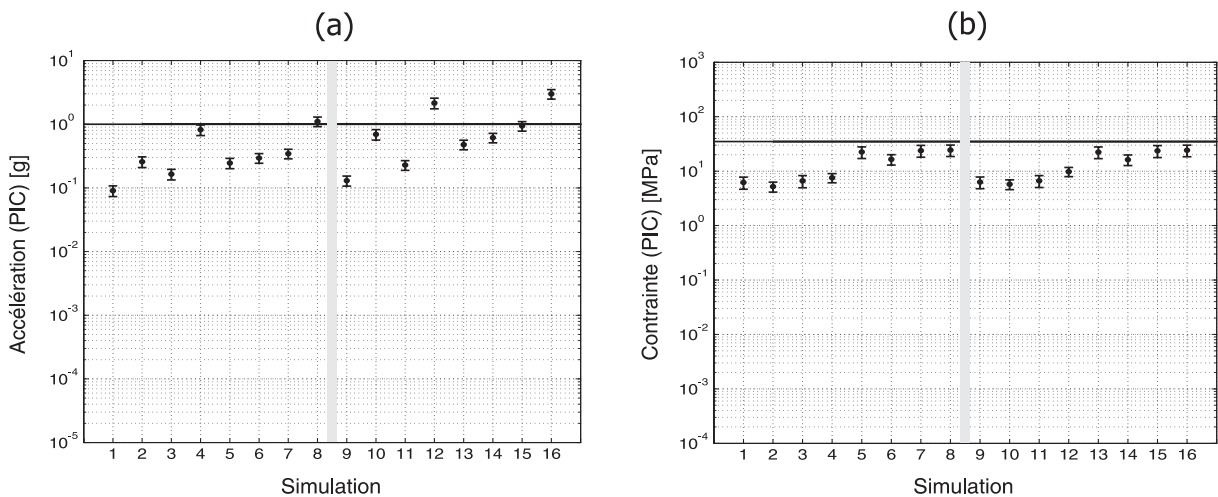


FIG. 5.51 – Réponse du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* » (luminaire rigide : simulations 1-8, luminaire flexible : simulations 9-16) soumis à son environnement vibratoire : (a) Dispersion du pic d'accélération calculée au centre de gravité du luminaire ; (b) Dispersion du pic de contrainte calculée à la base du poteau (—, enveloppe de *Van Dusen*)

d'accélération obtenues au niveau de la fixation lorsque la flexibilité du luminaire est prise en compte sont comparées, Fig. 5.52 (a) et (b), à celles simulées dans le cas où l'appareil est réduit à une masse concentrée. On y observe, aussi bien pour le vent moyen que pour les tempêtes, l'influence du comportement dynamique du luminaire, traduite par une modification de la position des pics de réponse ainsi que par l'apparition de nouveaux. Les accélérations *RMS* associées aux enveloppes des *PSD* définissant la réponse des systèmes « rigide » et « flexible » au droit de la fixation sont, respectivement, de $1.1/1.4 \text{ m/s}^2$ dans

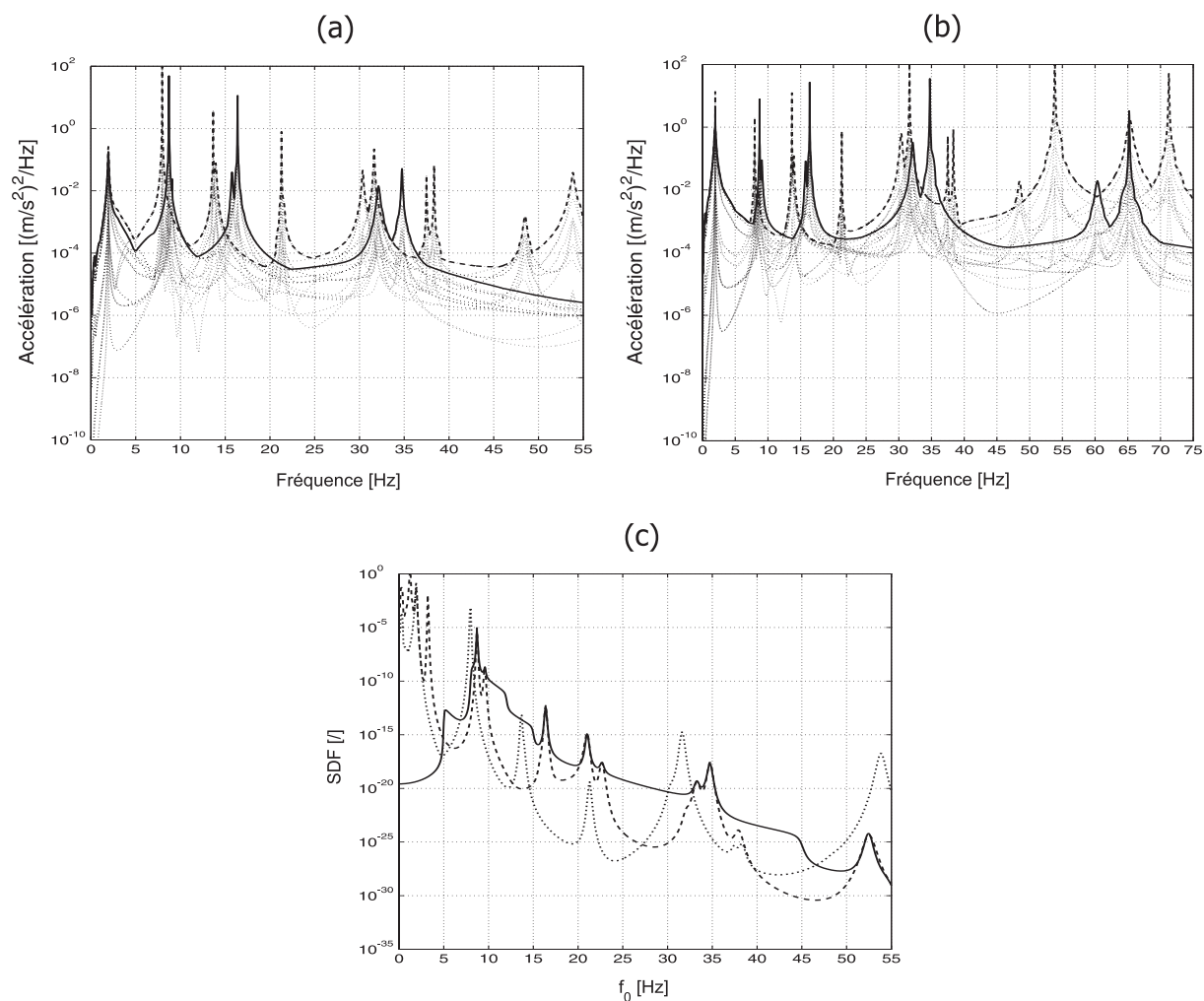


FIG. 5.52 - Comparaison de la sévérité relative de l'environnement vibratoire du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* » selon que l'appareil est rigide ou flexible : (a) Enveloppe des *PSD* de réponse au droit de la fixation dans le cas du vent moyen (—, Luminaire rigide; ---, Luminaire flexible); (b) Enveloppe des *PSD* de réponse au droit de la fixation dans le cas de tempêtes; (c) *SDF* du vent déterminés pour $\varepsilon = 1\%$, $b = 10$ et $A = K = 1$ (---, Environnement de référence - luminaires *Super Saturne*, *Rocade*, *Tortel* rigides; —, Test équivalent - luminaires *Super Saturne*, *Rocade*, *Tortel* rigides; \cdots , Environnement de référence - luminaire *Super Saturne* flexible)

le cas du vent moyen et de $2.0/5.6 \text{ m/s}^2$ dans le cas des tempêtes. Malgré l'importance du dernier écart, le *SDF* cumulé obtenu dans un second temps, Fig. 5.52 (c), est relativement proche de celui établi précédemment en considérant comme rigides les luminaires de types *Super Saturne*, *Rocade* et *Tortel*. Il est également enveloppé, sur une bonne partie de la plage fréquentielle d'intérêt, par le *SDF* associé à la spécification équivalente proposée, excepté toutefois dans les intervalles $[6.8, 8.3] \text{ Hz}$, $[30.1, 32.7] \text{ Hz}$ et $[46.6, 55.0] \text{ Hz}$. Cependant, la plupart des luminaires présentent généralement une première fréquence propre comprise entre 10 et 30 Hz de sorte que la spécification équivalente développée reste conservatrice et représentative de l'environnement vibratoire des luminaires de types *Super Saturne*, *Rocade* et *Tortel* « rigides » ainsi que *Super Saturne* « flexible ».

En présence d'un modèle éléments finis de l'appareil d'éclairage, la sévérité absolue de l'environnement vibratoire du vent particularisé au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* peut être estimée. Cette fois, le système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* » étant considéré dans sa globalité, les corrélations existant entre les sollicitations structurales au droit de la fixation sont bien prises en compte. Les endommagements obtenus au point le plus critique de la couronne (point 2), en fonction de la vitesse moyenne du vent, de son orientation et de l'amortissement structural envisagé, sont résumés au tableau 5.25. Ils résultent de l'application de la méthode du *single moment*, relation (3.73), sur une période de 10 minutes et d'un cumul linéaire afin d'atteindre la durée totale souhaitée. L'endommagement subi par le luminaire *Super Saturne 400 W* est dès lors maximal pour un vent moyen (10.2 m/s) présentant une orientation de 45° par rapport à la structure et appliqué pendant 20 ans (simulation 10 dans le cas $\varepsilon_i = 0.5\%$ et simulation 12 dans le cas $\varepsilon_i = 0.05\%$) mais reste toutefois inférieur à l'unité. La sévérité moindre observée dans le cas d'un vent de tempête (19.6 m/s) de même orientation s'explique par la disparition, pour un tel régime d'écoulement, de l'effet des tourbillons de *Von Karman* sur le luminaire (simulation 14). Notons que l'endommagement prédit par la simulation 12 est comparable à celui obtenu lorsque le luminaire *Super Saturne 400 W* est soumis, sur table vibrante, à la spécification du projet belge (sollicitation verticale). Les *PSD* de la *contrainte équivalente de Von Mises* calculées au point 2 de la couronne et associées aux simulations 12 et 16 sont illustrées à la Fig. 5.53.

Modèle de vent à long terme

Le modèle de vent à long terme de *Sneyers*, plus précis que le modèle à court terme, fournit les cas de charges aérodynamiques à partir de la répartition annuelle de la vitesse moyenne du vent en force et en direction pour le site d'Uccle (Bruxelles). Après simplification de celle-ci, on obtient les 27 configurations présentées au tableau 2.6 pour lesquelles les résultats de simulations sont résumés au tableau 5.26. On observe que sur une année type, l'endommagement causé au luminaire *Super Saturne 400 W* provient à 89% d'un vent moyen présentant une vitesse de 11.1 m/s et orienté à 45° par rapport à la structure. Sur 20 ans, la sévérité de l'environnement vibratoire associé au modèle de vent à long

Simulation	σ_{eRMS} [MPa]	σ_{ePIC} [MPa]	$E[D]$ [/]
9	0.6	3.3	$2.5 \cdot 10^{-15}$
10	4.5	23.6	$5.2 \cdot 10^{-7}$
11	1.0	5.3	$2.2 \cdot 10^{-13}$
12	12.5	64.2	$1.7 \cdot 10^{-2}$
13	2.3	12.4	$4.2 \cdot 10^{-13}$
14	2.1	11.7	$2.5 \cdot 10^{-13}$
15	2.3	12.9	$1.0 \cdot 10^{-12}$
16	7.0	38.6	$8.2 \cdot 10^{-8}$

TAB. 5.25 – Sévérité absolue de l'environnement vibratoire du vent (modèle à court terme) particularisé au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* ($\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$, $t_b = 20$ ans pour les simulations 9 à 12 et $t_b = 90$ h pour les simulations 13 à 16, méthode du « *single moment* » et évolution linéaire de D au point 2 de la couronne)

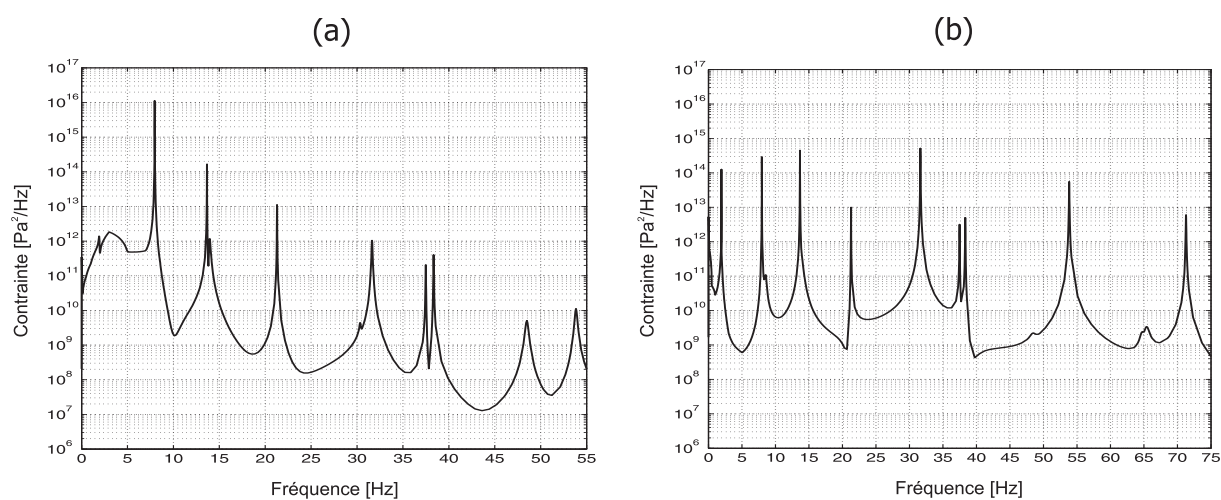


FIG. 5.53 – *PSD* de la *contrainte équivalente de Von Mises* calculée au point 2 de la couronne du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* » : (a) Simulation 12 ; (b) Simulation 16

terme de *Sneyers* est inférieure à celle déterminée pour le modèle de vent à court terme ($3.6 \cdot 10^{-3} < 1.7 \cdot 10^{-2} < 1$).

La Fig. 5.54 illustre finalement l'évolution de la contrainte *PIC* au point 2 de la couronne en fonction de la vitesse et de l'orientation du vent. Alors que pour un angle azimutal α_1 de 0° , la contrainte *PIC* croît de façon monotone dans l'intervalle de vitesses considérées, elle présente, pour les autres orientations, un maximum associé à la vitesse de vent ultime pour laquelle les tourbillons de *Von Karman* sont effectifs.

Spécification équivalente accélérée

La spécification d'essai accéléré développée aux paragraphes 3.7.3 et 4.6.2 en tant qu'enveloppe des effets cumulés d'un vent moyen et de tempêtes occasionnelles est appliquée au cas du luminaire *Super Saturne 400 W*.

Dans un premier temps, les résultats expérimentaux obtenus lorsque le luminaire est soumis à une excitation verticale, à savoir, l'accélération mesurée à l'extrémité de l'appareil et la *contrainte équivalente de Von Mises* déduite de la rosette installée sur la face interne de la couronne, permettent d'observer que, dans l'intervalle de fréquences $[5, 55]$ Hz, la réponse de l'appareil est largement dominée par son premier mode de flexion, Fig. 5.55.

Dans un second temps, les coefficients d'amortissement modaux sont déterminés afin de garantir l'équivalence des niveaux d'accélération simulés et mesurés à l'extrémité de la pièce portante du luminaire ($\varepsilon_i = 3.9\%$). Une vérification de la *contrainte équivalente de Von Mises* obtenue dans l'élément associé à la rosette permet finalement de valider le modèle, tableau 5.27. On constate que le niveau de contrainte particulièrement élevé prédit au point 2 de la couronne conduit à un endommagement du luminaire dès les premiers instants de l'essai. Bien qu'un comportement similaire soit observé lors de la première mesure (chute continue de la fréquence associée au premier mode de flexion), Fig. 5.56, les deux essais suivants conduisent à une durée de vie légèrement supérieure (6 et 19 minutes) mais qui reste toutefois inférieure à celle requise par l'essai aléatoire proposé afin de qualifier le luminaire au vent, à savoir une heure.

Ces résultats montrent que la spécification aléatoire considérée induit au sein du luminaire *Super Saturne 400 W* un état de contrainte qui, du fait de la prise en compte de l'enveloppe des *SDF* associés à l'environnement vibratoire des luminaires de types *Rocade*, *Tortel* et *Super Saturne*, conduit, non pas à un endommagement par fatigue mais plutôt à une rupture par dépassement de contrainte. Par conséquent, bien que les simulations réalisées dans le cadre des modèles de vent à court et long terme prédisent une tenue mécanique de la pièce portante du luminaire *Super Saturne 400 W*, celui-ci peut être jugé critique vis-à-vis de la spécification aléatoire conservatrice proposée.

De plus, le fait que des luminaires tels le *Saphir 2* et l'*Hélios*, Fig. 5.57, considérés comme « étalons » pour être installés sur site depuis de nombreuses années sans jamais avoir présenté le moindre problème, satisfassent pleinement à la spécification aléatoire développée en démontre la pertinence et la représentativité.

\mathbf{u}_{10}		$\alpha_1 = 0^\circ$	$\alpha_1 = 45^\circ$	$\alpha_1 = 90^\circ$
[km/h]	[m/s]			
10	2.8	$1.1 \cdot 10^{-25}$	$6.6 \cdot 10^{-21}$	$5.1 \cdot 10^{-19}$
20	5.6	$8.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-12}$	$2.5 \cdot 10^{-10}$
30	8.3	$3.3 \cdot 10^{-14}$	$4.5 \cdot 10^{-8}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$
40	11.1	$1.1 \cdot 10^{-12}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$3.8 \cdot 10^{-11}$
50	13.9	$1.0 \cdot 10^{-11}$	$1.5 \cdot 10^{-12}$	$2.7 \cdot 10^{-10}$
60	16.7	$1.4 \cdot 10^{-10}$	$1.8 \cdot 10^{-11}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$
70	19.4	$1.7 \cdot 10^{-9}$	$1.9 \cdot 10^{-10}$	$6.9 \cdot 10^{-9}$
80	22.2	$1.8 \cdot 10^{-8}$	$1.8 \cdot 10^{-9}$	$4.1 \cdot 10^{-8}$
90	25.0	$1.5 \cdot 10^{-7}$	$1.4 \cdot 10^{-8}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$
$E[D] (t_b = 1 \text{ an})$		$1.8 \cdot 10^{-4}$		
$E[D] (t_b = 20 \text{ ans})$		$3.6 \cdot 10^{-3}$		

TAB. 5.26 – Sévérité absolue de l'environnement vibratoire du vent (modèle à long terme de *Sneyers*) particularisé au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* ($\sigma_{me} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$, $\varepsilon_i = 0.05\%$, méthode du « *single moment* » et évolution linéaire de D au point 2 de la couronne)

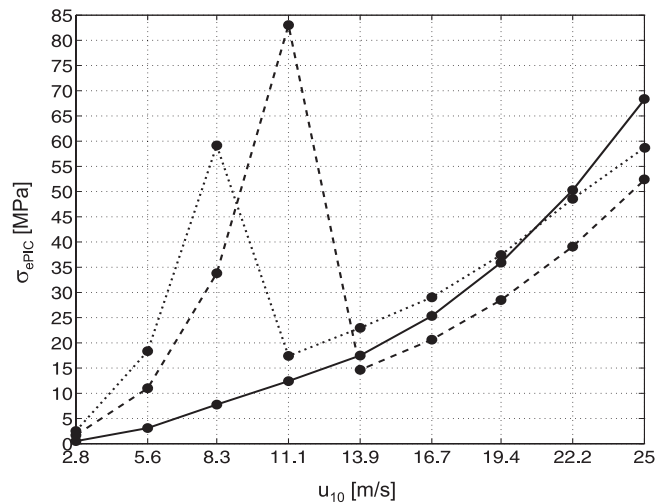


FIG. 5.54 – Evolution de la contrainte PIC au point 2 de la couronne du système « poteau/luminaire *Super Saturne 400 W* » en fonction de l'orientation et de la vitesse moyenne du vent définies par le modèle à long terme de *Sneyers* (—, $\alpha_1 = 0^\circ$; ---, $\alpha_1 = 45^\circ$; ···, $\alpha_1 = 90^\circ$)

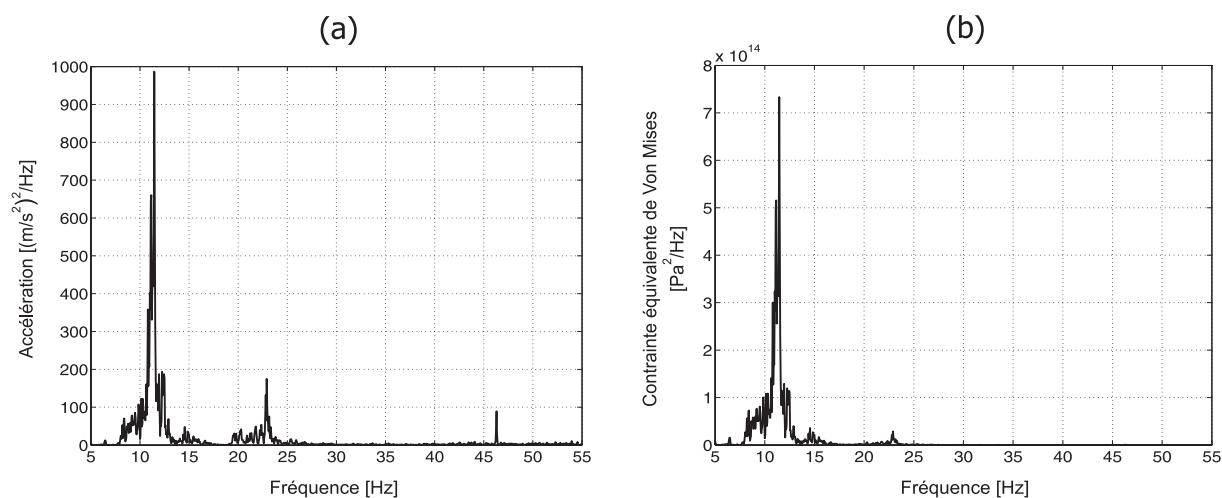


FIG. 5.55 – Réponses du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification aléatoire enveloppe des sollicitations éoliennes : (a) *PSD* de l'accélération verticale à l'extrémité de l'appareil ; (b) *PSD* de la *contrainte équivalente de Von Mises* extraite de la rosette

	* $a_{RMS/PIC}$ [m/s ²]	** $\sigma_{eRMS/PIC}$ [MPa]	*** $\sigma_{eRMS/PIC}$ [MPa]	Durée de vie [minutes]
Mesure 1	30.8/135.7			≈ 0
Mesure 2	31.7/140.6			≈ 6
Mesure 3	30.5/137.3	24.2/103.2		≈ 19
Simulation	30.5/141.3	21.6/98.1	72.3/252.9	≈ 0
Erreur [%]	[0, 3.9]/[0.5, 3.9]	10.7/4.9		

TAB. 5.27 – Confrontation entre résultats expérimentaux et simulés lorsque le luminaire *Super Saturne 400 W* est soumis, selon la direction verticale, à la spécification aléatoire, enveloppe des sollicitations du vent (*Accélération verticale à l'extrémité de la pièce portante ; ***Contrainte équivalente de Von Mises* élastique au niveau de la rosette ; ****Contrainte équivalente de Von Mises* élastique au point 2 de la couronne)

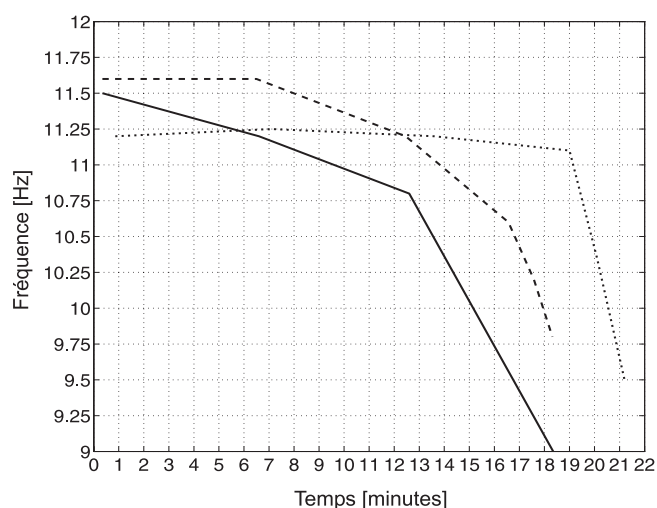


FIG. 5.56 – Résultats expérimentaux décrivant l'évolution temporelle de la fréquence associée au premier mode de flexion de trois échantillons du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis, selon la direction verticale, à la spécification aléatoire, enveloppe des effets cumulés du vent (—, Mesure 1 ; - - -, Mesure 2 ; · · ·, Mesure 3)



FIG. 5.57 – Application de la spécification aléatoire, enveloppe des effets du vent, au cas de deux luminaires dits « étalons » : (a) Luminaire *Saphir 2* ; (b) Luminaire *Hélios*

Effet de la décorrélation des directions d'excitation sur table vibrante

La réponse du système « poteau/luminaire » soumis aux effets du vent s'exprime, au droit de la fixation de l'appareil, par une matrice de *PSD* d'accélération dont les termes hors diagonaux représentent les corrélations existant entre directions d'excitation. Lorsqu'un modèle éléments finis du luminaire est disponible, il permet donc, une fois couplé à celui du poteau, d'estimer l'endommagement occasionné à la pièce portante dans les conditions réelles.

En laboratoire, le luminaire étant installé sur table vibrante, le mode de sollicitation est tel qu'une seule direction structurale ne peut être envisagée à la fois. Dès lors, la

	Excitations	Excitations décorréées		
	corrélées	<i>ox</i>	<i>oy</i>	<i>oz</i>
$\sigma_{e_{RMS}}$ [MPa]	12.5	1.4	3.5	12.8
$E[D]$ [/]	$1.7 \cdot 10^{-2}$	$6.4 \cdot 10^{-12}$	$9.9 \cdot 10^{-8}$	$3.0 \cdot 10^{-2}$

TAB. 5.28 – Effet de la décorrélation des directions d'excitation sur table vibrante dans le cas du luminaire *Super Saturne 400 W* soumis à un vent moyen de 10.2 m/s et d'orientation 45° ($\sigma_{m_e} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m}$, $t_b = 20$ ans sur site et par axe, méthode du « *single moment* » et évolution linéaire de D au point 2 de la couronne)

démarche suivie dans ce travail afin de transposer la sollicitation réelle à une spécification applicable sur table vibrante consiste à prendre, comme excitation de référence, l'enveloppe des termes diagonaux de la matrice de PSD . La sollicitation ainsi obtenue est ensuite reproduite, alternativement et pour une même durée, selon chaque axe structural de l'appareil à qualifier.

Afin d'illustrer l'effet de la décorrélation des directions d'excitation sur table vibrante, il est intéressant de comparer les résultats de la simulation 12, tableau 5.25, à ceux obtenus, dans le même cas, en considérant plutôt comme sollicitation l'enveloppe des PSD d'accélération simulées au droit de la fixation et en l'appliquant à un même luminaire selon chaque axe structural pendant 20 ans, tableau 5.28.

Les résultats de simulation démontrent que l'approche suivie pour passer de l'environnement vibratoire du vent, dont les directions d'excitation sont corrélées, à celui de la table vibrante, assure une sévérité d'essai qui reste conservative vis-à-vis de celle qui serait observée sur site.

5.5 Conclusions

Une fois les concepts de *contrainte équivalente de Von Mises*, approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler*, contrainte plastique de *Neuber* et évolution non-linéaire du dommage établis dans le cadre d'un chargement dynamique multiaxial de type harmonique ou aléatoire, la méthodologie générale pour le calcul de la durée de vie d'une pièce mécanique est appliquée au cas-test industriel du luminaire *Super Saturne 400 W* développé par *R-Tech/Schröder*.

La simulation du comportement dynamique du luminaire *Super Saturne 400 W* passe par une modélisation éléments finis détaillée de ses composants principaux que sont la pièce portante, le capot et le bloc optique. La prise en compte des divers assemblages existant entre eux accroît le niveau de complexité du modèle. La confrontation de celui-ci avec une série d'analyses modales expérimentales est dès lors nécessaire afin d'en garantir la représentativité.

Les analyses modales au marteau d'impact mettent en évidence les points suivants :

- ▷ L'incapacité du modèle 3D volumique à représenter correctement, avec un nombre raisonnable de degrés de liberté, le comportement dynamique de la couronne.
- ▷ L'importance de la prise en compte du support dont la participation dans la plage fréquentielle considérée [5, 55] Hz ne peut être négligée.
- ▷ L'intérêt d'initier l'étude avec un système simplifié, de type « support + couronne » et de n'y ajouter qu'un composant à la fois afin d'en comprendre le comportement et l'effet sur le modèle éléments finis global.
- ▷ Le manque de rigidité qui touche, d'une manière générale, les composants internes comme le tiroir et la lunette dont les déplacements peuvent entraîner chocs, non-linéarités et amplifications du niveau de contrainte.
- ▷ La dispersion en fréquence et en amortissement observée sur deux appareils *Super Saturne 400 W* distincts qui est de, respectivement, 5.4 % et 113.4 %.

Les analyses modales sur table vibrante conduisent aux remarques suivantes :

- ▷ De par le niveau d'excitation induit par la table vibrante, généralement plus élevé qu'au marteau d'impact, une diminution des fréquences de résonance et de leurs niveaux d'amplification est observée, preuve d'un comportement non-linéaire du luminaire *Super Saturne 400 W*.
- ▷ En configuration verticale, la souplesse de l'équipage mobile de l'excitateur induit au niveau de la table des modes d'ensemble (basculement et translation) qu'il est nécessaire de modéliser.

Sur base du modèle éléments finis recalé, la méthodologie proposée prévoit ensuite d'ajuster les coefficients d'amortissement modaux au moyen d'une procédure d'optimisation gérée par le logiciel *BOSS/Quattro* [103]. Celle-ci assure l'équivalence en amplitude entre transmissibilités mesurées et simulées. Dès lors, la spécification d'essai définie, soit au droit de la fixation du luminaire, soit en un point représentatif du centre de gravité, peut être ramenée en une excitation imposée à la base du système « support/luminaire ».

Une vérification des contraintes prédites dans la pièce portante du luminaire, au moyen d'une rosette placée à proximité de la fixation mais dans une zone où le gradient de contrainte est toutefois relativement faible, permet encore de compléter la validation du modèle. L'erreur relevée s'étend de 6.2 % à 17.7 %. De plus, pour un même luminaire et selon la spécification appliquée, une variation de 0.9 % à 19.2 % de la contrainte maximale mesurée est observée d'un essai à l'autre.

Le modèle éléments finis du luminaire *Super Saturne 400 W* est finalement utilisé pour mettre en évidence les zones les plus sollicitées de la couronne et pour prédire l'endommagement induit par chacune des principales normes recensées :

- ▷ ANSI C 136-31 (excitation longitudinale uniquement) $\longrightarrow D_{max} > 1$
- ▷ Projet belge $\longrightarrow D_{max} = 1.9 \cdot 10^{-2}$
- ▷ CEI 68-2-6 $\longrightarrow D_{max} = 1.7 \cdot 10^{-3}$

Dans le cas de la norme ANSI C 136-31, les essais ont montré qu'il pouvait être très difficile voire impossible d'obtenir un contrôle stable en un point représentatif du centre de

gravité comme le ballast ou la lunette. Le choix d'un tel point peut également conditionner la sévérité du test.

Dans le cas du projet belge, la conduite de l'essai jusqu'à rupture permet d'attirer l'attention sur :

- ▷ L'intérêt d'une approche non-linéaire afin de simuler au mieux l'évolution de l'endommagement dans la pièce portante du luminaire *Super Saturne 400 W*.
- ▷ L'effet de la contrainte moyenne équivalente sur la durée de vie de l'appareil.
- ▷ La dispersion des résultats expérimentaux liée, d'une part, à la qualité de la fonderie (présence probable de porosités) et, d'autre part, à la qualité de l'assemblage « capot/couronne ».

Le modèle éléments finis du luminaire *Super Saturne 400 W* étant disponible, il permet également de calculer la sévérité absolue des sollicitations éoliennes en venant se substituer à la masse concentrée, initialement considérée au sein du modèle « poteau/luminaire ».

Le modèle de vent à court terme montre que :

- ▷ Les accélérations pic obtenues au droit du luminaire « flexible » sont supérieures à celles calculées précédemment dans le cas « rigide ». Elles restent toutefois en accord avec l'enveloppe définie par *Van Dusen* pour une valeur d'amortissement structural ε_i de 0.5 %.
- ▷ Les contraintes à la base du poteau ne sont pratiquement pas influencées par le type de modélisation retenu pour le luminaire.
- ▷ Le *SDF* cumulé obtenu à partir des *PSD* d'accélération calculées au droit de la fixation du luminaire « flexible » sur le poteau est enveloppé, sur l'ensemble de la plage fréquentielle [10, 30] Hz (représentative du premier mode de déformation de la grande majorité des luminaires), par le *SDF* associé à la spécification équivalente proposée.
- ▷ L'endommagement subi par le luminaire *Super Saturne 400 W* est maximal pour un vent moyen de 10.2 m/s, présentant une orientation de 45° par rapport à la structure et appliqué durant 20 ans $\rightarrow E[D] = 1.7 \cdot 10^{-2}$ pour $\varepsilon_i = 0.05$ %.

Quant au modèle de vent à long terme, développé par *Sneyers* pour le site d'Uccle, il présente, sur 20 ans, une sévérité inférieure à celle du modèle de vent à court terme : $3.6 \cdot 10^{-3} < 1.7 \cdot 10^{-2} < 1$ pour $\varepsilon_i = 0.05$ %.

L'application de la spécification d'essai accéléré développée au cas du luminaire *Super Saturne 400 W* montre, tant par calcul qu'expérimentalement, un endommagement très rapide si pas immédiat de la pièce portante par dépassement de contrainte. Bien que le luminaire *Super Saturne 400 W* ne satisfasse pas à la spécification aléatoire conservative proposée, la sévérité de celle-ci n'est toutefois pas remise en cause étant donné que des luminaires dits « étalons », tels le *Saphir 2* et l'*Hélios*, la satisfont pleinement.

Conclusion

La définition de critères permettant d'estimer la sévérité d'un environnement vibratoire et dès lors de développer une méthodologie générale de tests de pièces mécaniques, en laboratoire sur table vibrante, en vue de la prévision d'une éventuelle détérioration en service constitue le fil conducteur de la recherche exposée tout au long de ce document. L'enjeu commercial que représente pour un fabricant la définition d'une spécification « équivalente », représentant au mieux l'environnement vibratoire réel de son produit, confirme l'intérêt de l'approche développée. Bien que générale, celle-ci a toutefois été appliquée aux systèmes « poteaux/luminaires » du partenaire industriel, *R-Tech/Schröder*.

Diverses campagnes de mesures réalisées, dans un premier temps, sur les moyens d'essais dont dispose le groupe *Schröder* (tables de secousses et table de vibrations) afin de s'assurer de la résistance mécanique de ses appareils ont rapidement mis en évidence leurs limitations : la représentativité des essais qui y sont pratiqués vis-à-vis de l'environnement vibratoire réel des luminaires, leur reproductibilité ainsi que l'incapacité de tels dispositifs à reproduire fidèlement les principales spécifications recensées dans le cas des appareils d'éclairage public (normes CEI 68-2-6, ANSI C 136-31 et le projet belge). Des mesures effectuées, dans un second temps, sur table vibrante électrodynamique ont démontré, d'une part, sa capacité à pallier les inconvénients des moyens d'essais précédemment cités et, d'autre part, la nécessité de définir des critères fiables permettant de comparer voire de quantifier la sévérité de divers environnements vibratoires.

Lorsque la pièce mécanique devant subir l'essai de vibrations n'est pas connue ou complètement définie, la méthodologie proposée se réfère à une approche analytique basée sur un système de référence à un degré de liberté et conduisant à la définition des critères de sévérité que sont les *Spectre de Réponse Extrême (SRE)*, *Spectre de Dommage par Fatigue (SDF)* ou *Spectre d'Énergie Dissipée (SED)*. Cette approche, indépendante du spécimen à tester et dès lors particulièrement indiquée dans le cas de l'élaboration d'une spécification, ne peut cependant fournir que des résultats qualitatifs. L'estimation précise de la contrainte maximale présente dans la pièce testée ainsi que celle de l'endommagement qu'elle génère au cours du temps n'est envisageable, au moyen d'une telle approche, que pour de rares applications relativement simples permettant d'établir la relation qui existe entre contrainte et déplacement relatif. Dans un cas contraire, le recours à un modèle éléments finis du spécimen est nécessaire.

Dans le cas particulier des appareils d'éclairage public, l'environnement vibratoire

auquel ils sont soumis est essentiellement dû aux sollicitations éoliennes. Des données météorologiques recueillies par l'*IRM* à Uccle ont permis d'alimenter un modèle de vent à court terme (effets cumulés d'un vent moyen de 10.2 m/s appliqué pendant 20 ans et de 90 heures de tempête présentant une vitesse moyenne de 19.6 m/s) ainsi qu'un modèle de vent à long terme, mis au point par *Sneyers* et qui rend compte de l'évolution de la vitesse du vent et de son orientation sur une année type. Les sollicitations, de nature aléatoire, simulent la contribution de la turbulence du vent ainsi que celle d'éventuels tourbillons de *Von Karman* et sont appliquées à un modèle éléments finis simplifié du système « poteau/luminaire ». En guise de validation, les réponses en accélérations obtenues au droit du centre de gravité du luminaire considéré comme rigide et en contraintes, relevées à la base du poteau, sont confrontées aux mesures expérimentales réalisées par *Van Dusen* sur un grand nombre de systèmes « poteaux/luminaire » différents. D'autres environnements vibratoires auxquels les luminaires peuvent être soumis au cours de leur vie, tels les sollicitations sismiques induites à la base d'un poteau installé sur pont ou viaduc et l'impact qui lui est appliqué lors de la collision avec un véhicule manoeuvrant sur un parking, ont également été envisagés dans ce travail.

Une fois l'environnement vibratoire réel de la pièce mécanique à tester déterminé, soit expérimentalement, soit analytiquement, la méthodologie proposée conduit à l'obtention d'une spécification équivalente au moyen d'un processus d'optimisation développé au sein du logiciel *Boss/QUATTRO*. Ce dernier minimise la fonction objectif représentant l'écart entre le critère de sévérité retenu pour caractériser les environnements de référence et équivalent. Le « test aléatoire équivalent au vent » ainsi que le « test d'impact sur poteau » font désormais partie intégrante de la procédure de qualification des luminaires *R-Tech/Schröder* respectivement, en substitution au projet belge lorsqu'aucune fréquence de résonance n'est observée dans la plage fréquentielle d'intérêt, et en complément de celui-ci lorsque le luminaire envisagé doit pouvoir être utilisé pour l'éclairage de parkings tout en garantissant la sécurité des piétons et automobilistes.

Lorsque la géométrie de la pièce mécanique à tester et la spécification d'essai à reproduire en laboratoire sur table vibrante sont fixées, une modélisation éléments finis du spécimen permet, si pas d'annuler complètement le risque de bris qui pourrait survenir lors de la phase de qualification expérimentale, de le réduire très fortement. Dans l'exemple d'un luminaire, la structure étant rendue complexe par le nombre de pièces qui la constituent et les assemblages qui existent entre elles, une confrontation des résultats de simulation et expérimentaux est nécessaire : analyses modales au marteau d'impact et sur table vibrante en ajoutant un composant à la fois afin de recalibrer le modèle, comparaison des niveaux d'accélération simulés et mesurés lors de l'essai en vue du recalage des coefficients d'amortissements modaux, validation du modèle sur base des contraintes mesurées au moyen de jauges et/ou rosettes. Une fois les zones jugées critiques repérées, le modèle peut dès lors être utilisé pour prédire la durée de vie du spécimen soumis à son environnement vibratoire. Celle-ci est obtenue en faisant appel aux concepts de *contrainte*

équivalente de Von Mises, approximation bilinéaire de la courbe de *Wöhler*, contrainte plastique de *Neuber* et évolution linéaire ou non-linéaire de l'endommagement.

Notons finalement que lorsqu'un désaccord « théorie/essai » survient, cela ne signifie pas nécessairement que l'équivalence « réalité/simulation » n'existe pas, mais rappelle simplement que les modèles utilisés sont parfois trop simplifiés et ne suffisent pas toujours à expliquer tous les types de dégradations qu'un matériel peut subir. D'autres mécanismes d'endommagement peuvent intervenir, séparément ou simultanément, en tant que facteur d'aggravation. En effet, on peut par exemple citer la corrosion, les phénomènes d'usure par frottement entre composants, les chocs entre éléments, une hétérogénéité des matériaux dans la structure testée, ...

Perspectives

Au cours du développement et de la phase de mise au point de la méthodologie d'essais de fatigue accélérée, telle qu'elle est proposée dans ce document, diverses hypothèses et simplifications ont été réalisées. Dès lors, malgré l'étape incontournable, avant toute utilisation, du recalage et de la validation du modèle numérique sur base de résultats expérimentaux, des discordances peuvent malgré tout subsister.

Parmi les améliorations possibles à apporter à la méthodologie, citons les pistes de recherche suivantes :

- ▷ Déterminer expérimentalement la courbe de *Wöhler* de l'alliage d'aluminium AS12U en lieu et place de son approximation bilinéaire théorique.
- ▷ Analyser le comportement non-linéaire du luminaire au travers des différents modes d'assemblage dont il fait l'objet.
- ▷ Etudier l'influence de diverses incertitudes sur la prédiction de la durée de vie du luminaire (approche probabiliste plutôt que déterministe) : la dispersion des données géométriques due aux tolérances de fabrication et au processus d'assemblage, la présence de porosités, générées par le procédé d'injection, au sein de l'aluminium AS12U.

D'une manière générale, les quelques points suivants mériteraient également d'être approfondis :

- ▷ Etendre le « test aléatoire équivalent au vent » à d'autres sites météorologiques ainsi qu'à d'autres systèmes « poteaux/luminaires ».
- ▷ Etendre le « test d'impact sur poteau » à d'autres systèmes « poteaux/luminaires ».
- ▷ Le largage des tourbillons de *Von Karman* étant un phénomène complexe, déterminer expérimentalement, en soufflerie, le coefficient de portance inhérent aux sollicitations du sillage, dans un premier temps, pour des luminaires de forme cylindrique comme le stipule la théorie présentée et, dans un second temps, pour des appareils de forme quelconque.

Annexe A

Essais de vibrations sur excitateur électrodynamique

A.1 Historique des essais de vibrations

Les essais de vibrations se sont développés essentiellement à partir de 1940 pour vérifier la tenue de pièces et d'équipements d'avion avant leur premier vol. Ces essais ont été rendus nécessaires par, d'une part, la complexité de plus en plus grande des équipements embarqués, plus sensibles aux vibrations, et d'autre part, l'accroissement des performances des avions et véhicules, de sorte que les sources vibratoires initialement localisées aux moteurs se sont étendues de manière très importante au milieu ambiant (écoulement aérodynamique). La chronologie des évolutions peut être résumée comme suit [55, 56, 57] :

▷ **1932**

Première publication sur le spectre de réponse au choc pour l'étude des séismes.

▷ **1940**

Recherche des fréquences de résonance.

Essais sinus à fréquence fixe, correspondant aux fréquences des moteurs tournant en régime permanent.

Essais combinés (température, humidité, altitude).

▷ **1945**

Etablissement des premières spécifications pour les équipements d'avion avec diverses conditions d'environnement.

▷ **1946**

Premier excitateur électrodynamique.

▷ **1950**

Essais en sinus balayé, pour simuler les variations de régime des moteurs.

▷ **1953**

Premières spécifications avec des vibrations aléatoires (apparition des moteurs à réaction, simulation des turbulences aérodynamiques à spectres continus). Recherche

d'une équivalence entre vibrations aléatoires et sinusoïdales. Ces essais ont été très controversés jusque vers 1960.

▷ **1955**

Premières publications sur les vibrations acoustiques (développement des fusées et moteurs à réaction, effet des vibrations acoustiques sur les structures et équipements). Utilisation des excitateurs pour la simulation des chocs de forme simple.

▷ **1957**

Premières chambres acoustiques.

▷ **1960**

Les spécifications de vibrations aléatoires s'imposent. Premiers essais en aléatoire sur excitateur électrodynamique.

▷ **1964**

Prise en compte des chocs d'origine pyrotechnique et constat de la difficulté de leur simulation sur les moyens classiques.

▷ **1970**

Installations d'essais tri-axiales.

Développement des baies de pilotage numériques.

▷ **1975**

Ecriture des spécifications à partir des spectres de réponse extrême et des spectres de dommage par fatigue.

Simulation des chocs sur excitateurs avec pilotage à partir d'un spectre de réponse au choc.

▷ **1984**

Prise en compte de la personnalisation des essais dans certains documents normatifs, comme la norme GAM-EG-13 [36] (élaboration des spécifications à partir de mesures d'environnement réel).

N.B. : une telle démarche avait déjà été proposée en 1965 par *Van Dusen* lors de son étude de l'effet du vent sur divers systèmes « poteau/luminaire ».

▷ **1995**

Personnalisation du produit à son environnement. Prise en compte de l'environnement dans toutes les phases du projet.

A.2 Vibrations sinusoïdales

Les vibrations sinusoïdales ont été les premières à être utilisées dans les essais en laboratoire pour vérifier l'aptitude des matériels à supporter sans inconvénient leur futur environnement vibratoire de service. Avec l'évolution des normes et des moyens d'essais, ces vibrations ne sont en général étudiées aujourd'hui que pour simuler des ambiances vibratoires de même nature, rencontrées par exemple sur des équipements placés près de machines tournantes (moteurs, arbres de transmission, ...). Leur intérêt réside toutefois

dans leur simplicité, qui permet de présenter le comportement d'un système mécanique sous sollicitation dynamique et d'introduire des définitions de base [55].

L'environnement réel étant en général plutôt de nature aléatoire, avec un spectre de fréquences continu dans un domaine assez large, on s'est rapidement orienté, pour pallier le manque de puissance des premiers moyens d'essais, vers des essais de type sinus à fréquence balayée, dans lesquels la vibration appliquée est une sinusoïde dont la fréquence varie avec le temps selon une loi linéaire ou exponentielle. Malgré l'évolution rapide des excitateurs et des vérins hydrauliques, devenus capables de générer des vibrations aléatoires à large bande, ces normes en sinus balayé ont perduré et sont encore utilisées, dans le domaine spatial ou aéronautique. Elle sont aussi très utilisées pour la mesure des caractéristiques dynamiques des structures (amplitude d'excitation relativement faible, de l'ordre de 5 m/s^2 , pour ne pas endommager le spécimen et vitesse de balayage lente, environ 1 octave/min, afin de faire ressortir les fréquences de résonance).

Dans le cas d'essais de fatigue, soit sur éprouvettes, soit directement sur matériel, la fréquence de la sinusoïde est souvent calée sur la fréquence de résonance du spécimen. L'essai est alors destiné à simuler les effets de fatigue d'un environnement réel plus complexe, aléatoire en général, en faisant l'hypothèse que la fatigue induite est prépondérante autour de la résonance. Les problèmes à résoudre sont alors les suivants :

- ▷ La détermination d'une équivalence entre, par exemple, vibration aléatoire et sinusoïdale [31, 36, 59].
- ▷ La détermination des fréquences de résonance du matériel par un essai préliminaire.
- ▷ Le choix, à partir de cet essai préliminaire, du nombre de fréquences d'essais. En général, celui-ci est inférieur au nombre de résonances afin de rester, à chaque fréquence, une fraction suffisante du temps total d'essai. Dans la mesure du possible, on retient les fréquences pour lesquelles la rupture par fatigue est la plus probable, soit celles pour lesquelles le facteur de qualité Q est supérieur à une valeur donnée (2 le plus souvent, cf. le *projet belge de spécification* dédié aux essais de vibrations des luminaires). Ce choix peut être critiquable, puisque, s'appuyant sur les fonctions de transfert préalablement mesurées, il dépend de l'emplacement des capteurs et peut donc conduire à des erreurs.
- ▷ La définition de la sévérité et de la durée de chaque sinusoïde pour chacune des fréquences de résonance retenues.
- ▷ Le pilotage et le suivi de la fréquence de résonance, qui varie au cours du test et plus particulièrement en fin de vie du matériel.

A.3 Chocs mécaniques

Les matériels transportés ou embarqués sont fréquemment soumis à des chocs mécaniques au cours de leur vie (manutentions, transports, ...). Cet environnement, bien que de très courte durée (fraction de milliseconde à quelques dizaines de millisecondes), est souvent

l'un des plus sévères et ne doit pas être négligé.

Les premiers travaux sur les chocs, réalisés dans les années 1930, ont conduit à la notion de *spectre de réponse au choc* dont l'utilité pour le pilotage des essais sur excitateur électrodynamique ou pour l'élaboration de spécifications n'est plus à démontrer [56] :

- ▷ Le spectre de réponse devrait être plus facilement exploitable pour le dimensionnement des structures que le signal $\ddot{x}(t)$ lui-même.
- ▷ Les formes des spectres spécifiés peuvent être très variées, à l'opposé de celles des spectres des chocs classiques (demi-sinusoïde, rectangle, dent de scie, ...) réalisés sur les excitateurs électrodynamiques modernes. La qualité de la simulation s'en trouve de ce fait améliorée.
- ▷ Le spectre peut se déduire directement des mesures d'environnement réel et ne nécessite pas, au stade de la conception, de procéder à une équivalence souvent délicate avec un signal de forme simple.

Les dispositifs pyrotechniques utilisés, par exemple, dans les lanceurs de satellites, induisent dans les structures des chocs d'une extrême sévérité (amplitude de l'ordre de 10^5 g sur une bande de fréquences pouvant dépasser 100 kHz). Les caractéristiques de ces chocs étant très particulières, ils nécessitent pour leur simulation en laboratoire des moyens tout à fait spécifiques [130] et sortent du cadre des excitations réalisées sur un système électrodynamique.

A.4 Vibrations aléatoires

L'environnement vibratoire relevé sur la plupart des véhicules (automobiles, avions, navires, ...) est essentiellement composé de vibrations aléatoires. Chaque enregistrement d'un même phénomène conduit à un signal différent des précédents. La caractérisation d'un environnement aléatoire nécessite donc a priori une infinité de mesures pour connaître toutes les possibilités. Ce type de vibrations ne peut faire l'objet que d'analyses à caractère statistique.

Les mouvements dits aléatoires ne sont pas pour autant erratiques, mais suivent une loi bien définie. Ils ont des propriétés spécifiques et peuvent être décrits par une loi de probabilité.

La caractéristique principale des vibrations aléatoires est d'exciter simultanément toutes les fréquences de la structure. Contrairement aux fonctions sinusoïdales, les vibrations aléatoires sont en effet composées d'un ensemble continu de fréquences, l'amplitude du signal et sa phase variant en fonction du temps de manière aléatoire. De ce fait, les vibrations aléatoires sont aussi appelées *bruit*.

Les essais aux vibrations aléatoires sont apparus dans les années 1955 devant l'inaptitude des essais sinus à exciter correctement les équipements présentant plusieurs résonances. La tendance dans les normes est donc de remplacer les anciennes spécifications qui excitent les résonances les unes après les autres par une vibration aléatoire dont les ef-

fets sont plus proches de ceux de l'environnement réel. Les essais aux vibrations aléatoires peuvent aussi être utilisés pour identifier les structures ou simuler les effets de chocs contenant de hautes fréquences et difficiles à remplacer par des chocs de forme simple.

Annexe B

Optimisation d'un support de tests en vibrations

B.1 Motivation

Lors de tout essai sur pot vibrant, un support est nécessaire afin de fixer le spécimen à tester sur la table mobile. Il est par conséquent très important que cette pièce d'interface ne modifie pas, ou en tout cas le moins possible, le comportement vibratoire du système étudié.

Comme indiqué au paragraphe 5.4.2, l'analyse modale réalisée au marteau d'impact sur le support d'essai pour luminaire a mis en évidence son insuffisante rigidité : les deux premières fréquences propres du système « support/contre-poids/manchon » apparaissent dans la plage fréquentielle d'intérêt, à savoir $[5, 55]$ Hz. Une interaction dynamique entre le support et le luminaire testé est dès lors à craindre.

Parallèlement au critère de rigidité, que l'on souhaite maximiser pour les raisons évoquées ci-dessus, le support idéal doit également répondre au critère de masse, pour lequel un minimum est recherché, afin de conserver, au niveau de la table vibrante, une accélération disponible suffisante pour garantir le bon déroulement de la spécification d'essai. Notons qu'à côté de ces deux objectifs antagonistes, d'autres contraintes doivent encore être prises en considération dans l'élaboration du support optimal, comme par exemple : la disposition des points de fixation sur la table vibrante, la position du centre de gravité du système « support/spécimen testé » afin d'éviter de soumettre la table à un couple prohibitif.

Il apparaît donc que la recherche du support idéal relève de la résolution d'un problème d'optimisation topologique [97].

B.2 Optimisation topologique

L'optimisation topologique est un outil puissant d'aide à l'élaboration d'une structure devant répondre à un certain nombre d'exigences mécaniques : son but est de fournir au concepteur la distribution optimale de matière, à partir de laquelle le dessin de la pièce peut être réalisé.

Les seules informations nécessaires à la procédure d'optimisation sont :

- ▷ L'espace de conception définissant le volume qui peut contenir de la matière. Le principe de l'optimisation topologique consiste à diviser l'espace de conception en éléments finis qui se voient attribués une densité relative comprise entre 0 et 1.
- ▷ Les conditions aux limites (chargement et fixations).
- ▷ Le modèle éléments finis des divers composants venant se rapporter sur la structure à optimiser.

Dans le cas d'une approche dynamique, la procédure d'optimisation est initiée avec le modèle éléments finis global de la structure comprenant le spécimen à tester et l'espace de conception du support. Ensuite, à chaque itération, le programme tente de maximiser la première fréquence propre du système « support/spécimen » en modifiant la densité des éléments constituant l'espace de conception.

B.3 Support d'essai optimisé pour luminaire

Appliquée à un luminaire type, représenté par une poutre en flexion dont la première fréquence est d'environ 15 Hz, la procédure d'optimisation débute avec, comme espace de conception, un cylindre plein en acier, encastré à la base, et dont le diamètre est équivalent à celui de la table vibrante (600 mm). Un manchon de fixation horizontal est imposé à une hauteur de 360 mm. La forme qui se dégage en fin de procédure d'optimisation est présentée à la Fig. B.1 (a). La solution nécessite malgré tout d'être adaptée afin d'éviter

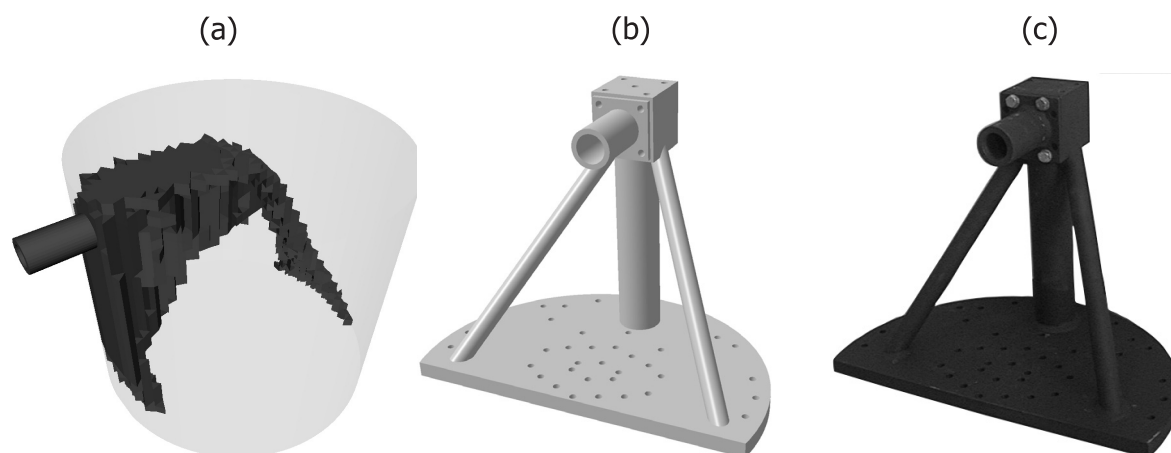


FIG. B.1 – Optimisation d'un support de test pour luminaire : (a) Résultat de l'optimisation topologique ; (b) Modèle CAO ; (c) Support réalisé

que le luminaire ne se retrouve totalement en dehors de la table et n'induit, une fois en vibration, un couple de basculement excessif sur la bobine. Pour cela, le manchon est retourné et placé au sommet d'un tube vertical massif surmonté d'une tête carrée (celle-ci permet le montage du manchon aussi bien en configuration horizontale que verticale). Ensuite, la base de la tête carrée est reliée par deux tubes de plus faible section au socle principal sur lequel est représenté le jeu de trous de fixation de la table vibrante, Fig. B.1 (b). Une fois les épaisseurs déterminées sur base de contraintes de soudage et de la disponibilité sur le marché des éléments d'acier nécessaires, le support peut être réalisé, Fig. B.1 (c).

Les résultats expérimentaux obtenus en sollicitant le support optimisé au marteau d'impact et en mesurant la réponse au moyen d'un accéléromètre tri-axial sont présentés et comparés à ceux du premier support à la Fig. B.2.

On observe clairement que la première fréquence du support optimisé se situe aux environs de 180 Hz (alors qu'elle est de 34.3 Hz pour le support initial), c'est-à-dire bien au-delà de la plage fréquentielle d'intérêt.

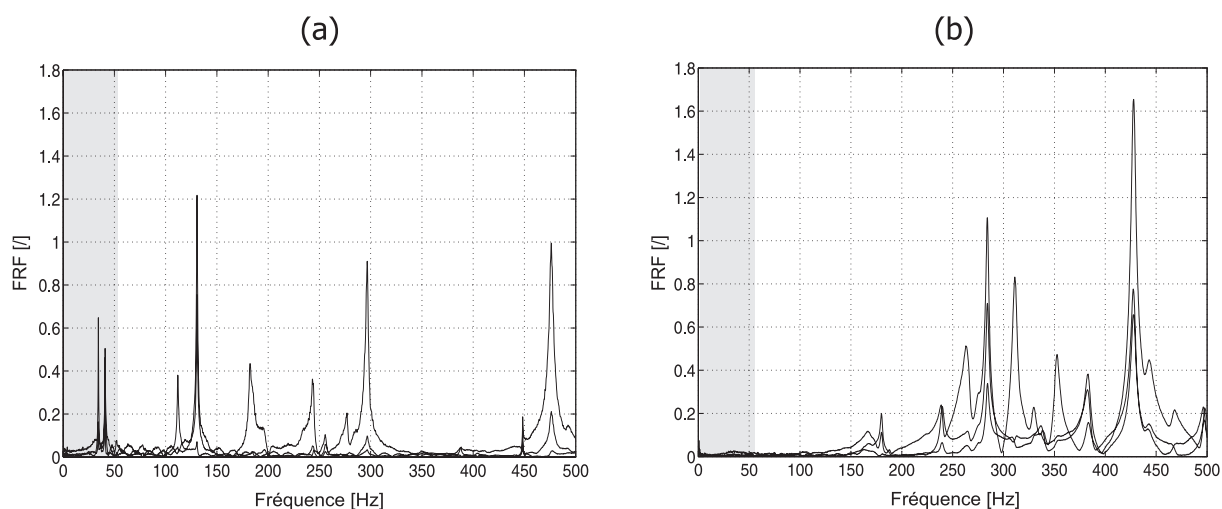


FIG. B.2 – Relevé fréquentiel au marteau d'impact : (a) Support initial ; (b) Support optimisé

Bibliographie

- [1] T. ALTAN, S. OH and H. GEGEL 1983 *Metal Forming, Fundamentals and Applications*. Metals Park, Ohio, U.S.A. : ASM INTERNATIONAL.
- [2] R.D. AMBROSINI, J.D. RIERA and R.F. DANESI 2002 *Probabilistic Engineering Mechanics* **Vol. 17**, 233-239. Analysis of Structures Subjected to Random Wind Loading by Simulation in the Frequency Domain.
- [3] C. AMZALLAG, J.P. GEREY, J.L. ROBERT and J. BAHUAUD 1994 *International Journal of Fatigue* **Vol. 16 No. 4**, 287-293. Standardization of the Rainflow Counting Method for Fatigue Analysis.
- [4] ANSI C136.31-2001 (AMERICAN STANDARD) 2001 *American National Standard for Roadway Lighting Equipment - Luminaire Vibration*. Institute of Electrical and Electronics Engineers/Institution of Electrical Engineers, IEEE/IEE.
- [5] P. AVITABILE 1999 *Sound and Vibration* **No. 3**, 20-26. Why You Can't Ignore Those Vibration Fixture Resonances.
- [6] J. AVRIL 1974 *Encyclopédie VISHAY d'analyse des contraintes*. Paris, France : SOCEDIT.
- [7] R.I. BASU and B.J. VICKERY 1983 *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **No. 12**, 75-97. Across-Wind Vibrations of Structures of Circular Cross-Section. Part II. Development of a Mathematical Model for Full-Scale Application.
- [8] P. BECKERS and M. KEMPENEERS 2005 *SAMTECH Users' Conference Proceedings, Paris, France*. Analyse duale et calcul d'erreur.
- [9] J. BIÉTRY, C. SACRÉ and E. SIMIU 1978 *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers* **Vol. 104 No. ST10**, 1585-1593. Mean Wind Profiles and Change of Terrain Roughness.
- [10] R.D. BLEVINS 1979 *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. New York, U.S.A. : Van Nostrand Reinhold Company, Second Edition.
- [11] R.D. BLEVINS 1979 *Progress in Nuclear Energy, Pergamon Press LTD* **Vol. 4**, 25-49. Flow-Induced Vibration in Nuclear Reactors : A Review.
- [12] A. BODEUX 1981 *Institut Royal Météorologique de Belgique Publications Série B*, **No. 42**. La vitesse et la direction du vent en Belgique.

-
- [13] Y. BONG-RYUL and L. SOON-BOK 1996 *International Journal of Fatigue* **Vol. 18 No. 4**, 235-244. A Critical Review on Multiaxial Fatigue Assessments of Metals.
- [14] H.E. BOYER 1997 *Atlas of Stress-Strain Curves*. Metals Park, Ohio, U.S.A. : ASM INTERNATIONAL, Third Printing.
- [15] F. CAMBIER, P. DEHOMBREUX, O. VERLINDEN and C. CONTI 1997 *European Journal of Mechanical Engineering* **Vol. 41 No. 4**, 219-226. Equivalence Criteria between Mechanical Environments.
- [16] J.C. CHABOD, N. PAILLÉ and L. VIVET 2003 *Proceedings of the Seventh International Testing Laboratories Exhibition, Paris, France*. Mechanical Damage and Test Tailoring : Toward a Fine-Tuned Characterization of the Life Cycle.
- [17] A.N.L. CHIU and G.T. TAOKA 1973 *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers* **Vol. 99 No. ST9**, 1911-1929. Tower Response to Actual and Simulated Wind Forces.
- [18] F. CUGNON 2000 *Thèse de Doctorat, Université de Liège*. Automatisation des calculs éléments finis dans le cadre de la méthode-p.
- [19] A.G. DAVENPORT 1961 *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* **Vol. 19**, 449-472. The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures.
- [20] A.G. DAVENPORT 1966 *Proceedings of the Symposium on Tall Buildings, Southampton, U.K.*, 3-45. The Treatment of Wind Loading on Tall Buildings.
- [21] A.G. DAVENPORT, B.J. VICKERY and J.A. HERTIG 1987 *The Application of Wind Engineering Principles to the Design of Structures*. Lausanne, Switzerland.
- [22] A.G. DAVENPORT 2002 *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **No. 90**, 1371-1380. Past, Present and Future of Wind Engineering.
- [23] P. DE BOE 2003 *Thèse de Doctorat, Université de Liège*. Les éléments piézo-laminés appliqués à la dynamique des structures.
- [24] F. DE CONINCK, W. DESMET and P. SAS 2003 *Proceedings of the Sixth National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Ghent, Belgium*. Installation and Performance Testing of a High Frequency 6-DOF Shaker Table.
- [25] N.E. DOWLING 1999 *Mechanical Behavior of Materials, Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*. Upper Saddle River, New Jersey, U.S.A. : Prentice Hall, Second Edition.
- [26] E. DUFEU 1997 *Thèse de Doctorat, Université de Liège*. Calcul d'erreur et adaptation de maillages en 3 dimensions.
- [27] D. DUPRAT, A. DAVY, R. BOETSCH and R. BOUDET 1996 *International Journal of Fatigue* **Vol. 18 No. 4**, 245-253. Fatigue Damage Calculation in Stress Concentration Fields under Variable Uniaxial Stress.

- [28] W. EL-RATAL, M. BENNEBACH, X. LIN and R. PLASKITT 2002 *Tenth International Spring Meeting on Fatigue Testing and Analysis under Variable Amplitude Loading Conditions, Tours, France*. Fatigue Life Modelling and Accelerated Tests for Components under Variable Amplitude Loads.
- [29] D.J. EWINS 1999 *Engineering Integrity* **Vol. 6**, 26-53. Modal Analysis as a Tool for Studying Structural Vibration.
- [30] D.J. EWINS 2000 *Modal Testing : Theory, Practice and Application*. Hertfordshire, U.K. : Research Studies Press LTD, Second Edition.
- [31] W.C. FACKLER 1972 *Equivalence Techniques for Vibration Testing*. Washington, U.S.A. : The Shock and Vibration Information Center, Naval Research Laboratory.
- [32] C.R. FARRAR, T.A. DUFFEY, P.J. CORNWELL and M.T. BEMENT 1999 *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, U.S.A.*, 608-614. A Review of Methods for Developing Accelerated Testing Criteria.
- [33] FATIGUE DESIGN SUBCOMMITTEE OF DIVISION 4 OF SAE IRON AND STEEL TECHNICAL COMMITTEE 1968 *Fatigue Design Handbook : A Guide for Product Design and Development Engineers*. Warrendale, U.S.A. : Society of Automotive Engineers, INC.
- [34] B. FOX, L.S. JENNINGS and A.Y. ZOMAYA 1999 *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* **Vol. 46 No. 10**, 1199-1206. Numerical Computation of Differential-Algebraic Equations for Nonlinear Dynamics of Multibody Android Systems in Automobile Crash Simulation.
- [35] M.I. FRISWELL and J.E. MOTTERSHEAD 1995 *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. London, U.K. : Kluwer Academic Publishers.
- [36] GAM-EG-13 (NORME FRANÇAISE) 1992 *Essais généraux en environnement des matériels*. Ministère de la Défense, Délégation Générale pour l'Armement.
- [37] M. GÉRADIN and D. RIXEN 1994 *Mechanical Vibrations, Theory and Application to Structural Dynamics*. Paris, France : Masson.
- [38] A. GIRARD *Note technique du CNES, Paris, France* **No. 115**. Réponse des structures à un environnement aléatoire.
- [39] A. GIRARD *Note technique du CNES, Paris, France* **No. 116**. Réponse des structures à un environnement basse fréquence.
- [40] L. GRAU and W. HOORPAH 1999 *La formation continue de l'Ecole des ponts, Paris, France*. Le calcul d'une structure souple soumise à l'action du vent avec Tornado.
- [41] R. GRÉGOIRE 1988 *Revue Française de Mécanique* **Bulletin S.F.M. No. 1988-1**, 29-41. La prévision de durée de vie en service des structures travaillant en fatigue.
- [42] M. GRIGORIU 1984 *Journal of Structural Engineering* **Vol. 110 No. 7**, 1467-1484. Estimates of Extreme Winds from Short Records.

- [43] R.T. HAFTKA and Z. GÜRDAL 1992 *Elements of Structural Optimization*. Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers.
- [44] K. HARRI, P. GUILLAUME, S. VANLANDUIT and Y. BAUDOIN 2008 *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering* **Vol. 2008-1**, 19-25. Development of robust, on-line, vibration-based damage detection techniques.
- [45] G.R. HENDERSON, A.G. PIERSOL 2003 *Sound and Vibration* **No. 4**, 18-21. Evaluating Vibration Environments Using the Shock Response Spectrum.
- [46] W. HEYLEN, S. LAMMENS and P. SAS 1997 *Modal Analysis Theory and Testing*. Leuven, Belgium : KUL Press.
- [47] S.F. HOERNER 1965 *Résistance à l'avancement dans les fluides*. Paris, France : Gauthier-Villars Editeur.
- [48] S.R. IBRAHIM and E. MIKULCIK 1977 *The Shock and Vibration Bulletin* **Vol. 47** **No. 4**, 183-198. A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Response.
- [49] IEC 68-2-6 (INTERNATIONAL STANDARD) 1995 *Environmental Testing - Part 2 : Tests - Test Fc : Vibration (sinusoidal)*. International Electrotechnical Commission, Sixth Edition.
- [50] IEC 60598-1 (INTERNATIONAL STANDARD) 1999 *Luminaires - General Requirements and Tests*. International Electrotechnical Commission, Fifth Edition.
- [51] J.F. IMBERT 1984 *Analyse des structures par éléments finis*. Toulouse, France : Cepadues Editions.
- [52] T. IRVINE 2000 *Vibrationdata Publications Revision C*. An Introduction to the Vibration Response Spectrum.
- [53] T. IRVINE 2002 *Vibrationdata Publications Revision P*. An Introduction to the Shock Response Spectrum.
- [54] G. KERSCHEN 2003 *Ph.D. Thesis, Université de Liège*. On the Model Validation in Non-Linear Structural Dynamics.
- [55] C. LALANNE 1999 *Vibrations et chocs mécaniques, Vibrations sinusoidales (Tome 1)*. Paris, France : HERMES Science Publications.
- [56] C. LALANNE 1999 *Vibrations et chocs mécaniques, Chocs mécaniques (Tome 2)*. Paris, France : HERMES Science Publications.
- [57] C. LALANNE 1999 *Vibrations et chocs mécaniques, Vibrations aléatoires (Tome 3)*. Paris, France : HERMES Science Publications.
- [58] C. LALANNE 1999 *Vibrations et chocs mécaniques, Dommage par fatigue (Tome 4)*. Paris, France : HERMES Science Publications.
- [59] C. LALANNE 1999 *Vibrations et chocs mécaniques, Elaboration des spécifications (Tome 5)*. Paris, France : HERMES Science Publications.

- [60] C. LALANNE, H. GRZESKOWIAK, M. BOZIO and B. COLIN 2004 *Proceedings of the Eighth International Testing Laboratories Exhibition, Marne La Vallée, France*. Discrepancies between Ideal Model and Real Behaviour in the Establishment of the Equivalence of Damage by Fatigue.
- [61] C. LALANNE 2004 *Proceedings of the Eighth International Testing Laboratories Exhibition, Marne La Vallée, France*. Comparison of ERS and FDS Calculated Starting from a Time History Acceleration and from its PSD.
- [62] J. LEMAITRE and J.L. CHABOCHE 2001 *Mécanique des matériaux solides*. Paris, France : Dunod, Second Edition.
- [63] V. LENAERTS 2003 *Thèse de Doctorat, Université de Liège*. Identification et recalage de modèles structuraux en dynamique non-linéaire.
- [64] J. LIENHARD 1966 *Washington State University, College of Engineering Bulletin No. 300*. Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders.
- [65] Y.K. LIN and W.F. WU 1983 *Proceedings of the Fourth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Università di Firenze, Italy*, 527-538. Along-Wind Response of Tall Buildings on Compliant Soil.
- [66] A. LINDER, M. AVERY, M. KRAFFT and A. KULLGREN 2003 *Proceedings of the Eighteenth International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles, Nagoya, Japan*. Change of Velocity and Pulse Characteristics in Real Impacts : Real World and Vehicle Tests Data.
- [67] LMS INTERNATIONAL 1994 *LMS CADA-X Vibco 3.3 Monitor Manual*. Leuven, Belgium.
- [68] LMS INTERNATIONAL 2004 *LMS Solutions Guide - LMS Test.Lab Overview*. Leuven, Belgium.
- [69] L.D. LUTES and C.E. LARSEN 1990 *Journal of Structural Division, ASCE Vol. 116*, 1149-1164. Improved Spectral Method for Variable Amplitude Fatigue Prediction.
- [70] L.D. LUTES and S. SARKANI 1997 *Stochastic Analysis of Structural and Mechanical Vibrations*. Upper Saddle River, New Jersey, U.S.A. : Prentice Hall.
- [71] N.M.M. MAIA and J.M.M. E SILVA 1997 *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Taunton, U.K. : Research Studies Press LTD.
- [72] F. MARIN, O. ADAM, J.A. ESSERS, J.C. GOLINVAL, O. LÉONARD and C. THONON 1998 *Revue Française de Mécanique, R.F.M. No. 4*, 247-253. Développement d'une méthodologie d'optimisation aérodynamique et mécanique d'aubes de compresseurs.

- [73] F. MARIN, O. ADAM, J.A. ESSERS, J.C. GOLINVAL, O. LÉONARD and C. THONON 1998 *SAMTECH Users' Conference Proceedings, Liège, Belgium*. Optimisation couplée aérodynamique et mécanique d'aubes de compresseurs.
- [74] F. MARIN, O. ADAM, J.A. ESSERS, J.C. GOLINVAL, O. LÉONARD and C. THONON 1999 *Third World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, University at Buffalo, Niagara Falls/Amherst, U.S.A.* Aerodynamic and Mechanical Design of Compressor Blades Including Static Analysis.
- [75] F. MARIN, J.C. GOLINVAL and C. MARVILLE 2002 *Proceedings of the Second International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering, Liège, Belgium*. Accelerated Fatigue Testing Methodology of Luminaires on Electro-Dynamic Shaker.
- [76] F. MARIN, J.C. GOLINVAL, C. MARVILLE and A. BLOCHOUSE 2003 *Proceedings of the Seventh International Testing Laboratories Exhibition, Paris, France*. Comparison of the Severity of Standards Used for the Vibration Testing of Luminaires.
- [77] F. MARIN, J.C. GOLINVAL, C. MARVILLE and A. BLOCHOUSE 2003 *Proceedings of the Sixth National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Ghent, Belgium*. Wind Excitation and Severity of Standards Used for the Vibration Testing of Luminaires.
- [78] C. MASSONNET and S. CESCOTTO 1994 *Mécanique des matériaux*. Bruxelles, Belgium : De Boeck.
- [79] M. MIMMO, V. PIEFORT, A. PREUMONT and N. KILL 1993 *Samtech S.A., Liège, Belgium* **Rapport 053**. Calcul de la résistance à la fatigue de structures sollicitées par des forces aléatoires.
- [80] A.M. MORTEZA, M. TORKAMANI and E. PRAMONO 1985 *Journal of Structural Engineering* **Vol. 111 No. 4**, 805-825. Dynamic Response of Tall Building to Wind Excitation.
- [81] MECHANICAL SYSTEMS AND SIGNAL PROCESSING 2003 *COST Action F3 'Structural Dynamics' (1997-2001) - An European Co-operation in the Field of Science and Technology*. Elsevier Science Ltd. : **Vol. 17 Issue 1**, 1-254.
- [82] F.P. MÜLLER and H. NIESER 1975 *Journal of Industrial Aerodynamics* **No. 1**, 239-247. Measurements of Wind-Induced Vibrations on a Concrete Chimney.
- [83] K. ORTIZ and N.K. CHEN 1987 *Proceedings of the Fifth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Vancouver, Canada*. Fatigue Damage Prediction for Stationary Wide Band Process.
- [84] N. PAILLÉ and G. DELAFOSSE LAPEYRE 2004 *Proceedings of the Eighth International Testing Laboratories Exhibition, Marne La Vallée, France*. Identification, Accurate Time-Stamping and Interpretation of Damaging Events in a Life Cycle with an Inverse Method.

- [85] T. PALIN-LUC, N. SAINTIER and J.F. VITTORI 2004 *Essais Industriels* (Edition aste) **No. 30**, 4-9. Une technique de réduction de la durée des essais de fatigue multiaxiale sous séquences de chargements enregistrés en service.
- [86] I.V. PAPADOPOULOS, P. DAVOLI, C. GORLA, M. FILIPPINI and A. BERNASCONI 1997 *International Journal of Fatigue* **Vol. 19 No. 3**, 219-235. A Comparative Study of Multiaxial High-Cycle Fatigue Criteria for Metals.
- [87] R. PASCUAL 1999 *Ph.D. Thesis, Université de Liège*. Model Based Structural Damage Assessment Using Vibration Measurements.
- [88] B. PEETERS 2000 *Ph.D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven*. System Identification and Damage Detection in Civil Engineering.
- [89] B. PEETERS, J. MAECK and G. DE ROECK 2001 *Smart Materials and Structures* **No. 10**, 518-527. Vibration-Based Damage Detection in Civil Engineering : Excitation Sources and Temperature Effects.
- [90] B. PEETERS and J. DEBILLE 2003 *Proceedings of the Seventh International Testing Laboratories Exhibition, Paris, France*. Multiple-Input Multiple-Output Random Vibration Control for a Six-Degree-of-Freedom Shaking Table.
- [91] T. PERCHERON 2003 *Proceedings of the Seventh International Testing Laboratories Exhibition, Paris, France*. Study of a Specimen Structural Strength to Repetitive Shocks.
- [92] L. PIERRAT 2004 *Essais Industriels* (Edition aste) **No. 30**, 14-18. Une approximation analytique nouvelle du dommage par fatigue subi par un système linéaire du second ordre soumis à une vibration aléatoire gaussienne.
- [93] X. PITOISET, A. KERNILIS, A. PREUMONT and V. PIEFORT 1998 *European Journal of Mechanical Engineering* **Vol. 44 No. 1**, 11-15. Some Tools for a Multiaxial Random Fatigue Analysis with Finite Elements.
- [94] X. PITOISET and A. PREUMONT 2000 *International Journal of Fatigue* **Vol. 22**, 541-550. Spectral Methods for Multiaxial Random Fatigue Analysis of Metallic Structures.
- [95] X. PITOISET, I. RYCHLIK and A. PREUMONT 2001 *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* **Vol. 24 No. 11**, 729-740. Spectral Methods to Estimate Local Multiaxial Fatigue Failure for Structures Undergoing Random Vibrations.
- [96] X. PITOISET 2001 *Thèse de Doctorat, Université Libre de Bruxelles*. Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargement aléatoires multiaxiaux.
- [97] F. PONCELET, F. MARIN, C. FLEURY and J.C. GOLINVAL 2005 *Twelfth International Congress on Sound and Vibration*, Instituto Superior Técnico, Lisbon, Portugal. Optimal Design of Fixtures for Vibration Testing of Structures on Electro-Dynamic Shaker.

- [98] A. PREUMONT 1984 *Un programme pour l'étude de la réponse stationnaire d'une structure linéaire discrétisée quelconque avec amortissement non classique, à une excitation stationnaire de moyenne nulle et de puissance spectrale et de cohérence spatiale arbitraire*. Bruxelles, Belgium : BELGONUCLEAIRE S.A.
- [99] A. PREUMONT 1994 *Random Vibration and Spectral Analysis*. Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers.
- [100] A. PREUMONT and V. PIEFORT 1994 *Journal of Vibration and Acoustics* **Vol. 116**, 245-248. Predicting Random High-Cycle Fatigue Life with Finite Elements.
- [101] D.M. ROONEY and R.D. PELTZER 1981 *Journal of Fluids Engineering* **Vol. 103**, 88-95. Pressure and Vortex Shedding Patterns Around a Low Aspect Ratio Cylinder in a Sheared Flow at Transitional Reynolds Numbers.
- [102] SAMTECH S.A. 2002 *SAMCEF 9.1 User's Guide*. Liège, Belgium.
- [103] SAMTECH S.A. 2003 *BOSS Quattro 4.3 User's Guide*. Liège, Belgium.
- [104] SAMTECH S.A. 2004 *SAMCEF Field 4.2 User's Guide*. Liège, Belgium.
- [105] P. SEDEVCIC 2003 *Proceedings of the Seventh International Testing Laboratories Exhibition, Paris, France*. SDF and SRE : Analytic and Numeric Methodology Comparison.
- [106] SERVICE DE CLIMATOLOGIE 2002 *Institut Royal Météorologique de Belgique Services Opérationnels et aux Usagers*. Vitesses moyennes du vent en Belgique sur la période 1985-1996.
- [107] SERVICE DE CLIMATOLOGIE 2002 *Institut Royal Météorologique de Belgique Services Opérationnels et aux Usagers*. Statistiques pour les vitesses moyennes du vent en Belgique sur la période 1985-1996.
- [108] SERVICE DE CLIMATOLOGIE 2002 *Institut Royal Météorologique de Belgique Services Opérationnels et aux Usagers*. Vitesses du vent mesurées en Belgique lors de la tempête du 27 octobre 2002.
- [109] SERVICE DE CLIMATOLOGIE 2002 *Institut Royal Météorologique de Belgique Services Opérationnels et aux Usagers*. Durée moyenne de retour des pointes maximales du vent en Belgique pour la période de référence 1985-1991.
- [110] E. SIMIU, E.M. HENDRICKSON, W.A. NOLAN, I. OLKIN and C.H. SPIEGELMAN 1985 *Journal of Structural Engineering* **Vol. 111 No. 4**, 939-943. Multivariate Distributions of Directional Wind Speeds.
- [111] E. SIMIU and R.H. SCANLAN 1996 *Wind Effects on Structures. Fundamentals and Applications to Design*. New York, U.S.A. : Wiley-Interscience Publication.
- [112] R. SNEYERS 1971 *Institut Royal Météorologique de Belgique Publications Série A, No. 73*. Les pointes maximales du vent en Belgique.

- [113] R. SNEYERS 1975 *Organisation Météorologique Mondiale, Genève, Suisse Note Technique No. 143*. Sur l'analyse statistique des séries d'observations.
- [114] R. SNEYERS 1977 *Institut Royal Météorologique de Belgique Publications Série B, No. 90*. Les méthodes statistiques en climatologie.
- [115] R. SNEYERS 1980 *Institut Royal Météorologique de Belgique Publications Série B, No. 107*. Un modèle statistique de la répartition des vents en force et en direction, Application aux données d'Uccle (Bruxelles) et validité du modèle pour la Belgique.
- [116] R. SNEYERS and M. VANDIEPENBEECK 1982 *Institut Royal Météorologique de Belgique Publications Série B, No. 114*. L'orientation des pointes maximales du vent en Belgique.
- [117] G. SOLARI 1985 *Journal of Engineering Mechanics Vol. 111 No. 2*, 254-275. Mathematical Model to Predict 3-D Wind Loading on Buildings.
- [118] H.A. VAN DUSEN, Jr. and D. WANDLER 1965 *Illuminating Engineering Vol. 60 No. 11*, 650-659. Street Lighting Pole Vibration Research.
- [119] H.A. VAN DUSEN, Jr. 1968 *Illuminating Engineering Vol. 63 No. 2*, 67-76. Street Lighting Luminaire Vibration.
- [120] H.A. VAN DUSEN 1980 *Journal of the Illuminating Engineering Society*, 115-121. Vibration Testing of Luminaires.
- [121] S. VANLANDUIT and P. GUILLAUME 2002 *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium*, 517-524. Load Cycle Design for Fatigue Testing.
- [122] S. VANLANDUIT, P. VERBOVEN, P. GUILLAUME, B. CAUBERGHE and G. VAN DER LINDEN 2003 *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering Vol. 48 No. 4*, 213-218. Strategies for Reducing the Test Time for Fatigue Crack Growth Tests of Safety Critical Airplane Components.
- [123] P.S. VAROTO and L.P.R. DE OLIVEIRA 2002 *Sound and Vibration No. 10*, 20-26. Interaction between a Vibration Exciter and the Structure under Test.
- [124] VIBRANT TECHNOLOGY, INC. 2003 *ME'scope VES 4.0, Volume I - Tutorial, Volume II - Reference*. Scotts Valley, U.S.A.
- [125] B.J. VICKERY and A.W. CLARK 1972 *Journal of the Structural Division Vol. 98 No. ST1*, 1-20. Lift or Across-Wind Response of Tapered Stacks.
- [126] B.J. VICKERY and R.I. BASU 1983 *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics No. 12*, 49-73. Across-Wind Vibrations of Structures of Circular Cross-Section. Part I. Development of a Mathematical Model for Two-Dimensional Conditions.
- [127] B.J. VICKERY and R.I. BASU 1983 *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics No. 14*, 153-166. Simplified Approaches to the Evaluation of the Across-Wind Response of Chimneys.

-
- [128] R. VINOKUR 2002 *Sound and Vibration* **No. 10**, 16-19. Helpful Guidelines for Single-Axis Shaker Testing.
- [129] VOORSCHRIFTEN 'WEGVERLICHTINGSTOESTELLEN' (BELGISCHE NORM VOORSTEL) 2001 *Trillingsproeven volgens IEC 68-2-6*. Ministerie van de Vlaamse Gemeenschap, Departement Leefmilieu en Infrastructuur, Administratie Ondersteunende Studies en Opdrachten, Afdeling Beleid Electriciteit en Mechanica.
- [130] D. WATTIAUX, R. HADJIT and C. CONTI 2003 *Proceedings of the Sixth National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Ghent, Belgium*. Shock Qualification Facilities of Spatial Electronic Devices Using Pyrotechnic Excitation.
- [131] P.H. WIRSCHING and M.C. LIGHT 1980 *Journal of Structural Division, ASCE* **Vol. 106 No. 7**. Fatigue under Wide Band Random Stresses.
- [132] J. WU, G. CHEN and M. BARKER 2000 *Proceedings of the 14th ASCE Engineering Mechanics Conference, Austin, U.S.A.*. Wind-Induced Stresses on Traffic Signal Mast Arms : Case Studies.
- [133] A.M. YAN, F. MARIN and J.C. GOLINVAL 2004 *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium*. Null-Subspace Analysis for Structural Damage Monitoring in Fatigue Testing of Luminaires.
- [134] A.M. YAN, F. MARIN and J.C. GOLINVAL 2005 *Proceedings of the 23rd International Modal Analysis Conference, Orlando, U.S.A.* Fault Detection Algorithm Based on Null-Space Analysis for On-Line Structural Health Monitoring.
- [135] J.N. YANG and Y.K. LIN 1981 *Journal of the Engineering Mechanics Division* **Vol. 107 No. EM6**, 1209-1225. Coupled Motion of Wind-Loaded Multi-Story Building.
- [136] O. ZIENKIEWICZ 1977 *The Finite Element Method*. London, U.K. : McGraw-Hill.

