

Hommage à Élie Cartan (1869-1951) à l'occasion du centenaire de sa naissance

Lucien Godeaux

Citer ce document / Cite this document :

Godeaux Lucien. Hommage à Élie Cartan (1869-1951) à l'occasion du centenaire de sa naissance . In: Bulletin de la Classe des sciences, tome 55, 1969. pp. 395-398;

[https://www.persee.fr/doc/barb_0001-4141_1969_num_55_1_63874;](https://www.persee.fr/doc/barb_0001-4141_1969_num_55_1_63874)

Fichier pdf généré le 22/02/2024

Hommage à Élie Cartan (1869-1951) à l'occasion du centenaire de sa naissance

Voici un siècle, le 9 avril 1869, naissait à Dolomieu ⁽¹⁾, dans une famille d'artisans, Élie Cartan, qui devait apporter une contribution de premier ordre à la Mathématique.

Au sortir de l'École primaire, une bourse d'études obtenue brillamment à la suite d'un concours, lui permit de suivre les cours du Collège de Vienne puis du Lycée de Grenoble. Après une seule année de Mathématiques spéciales au Lycée Janson-de-Sailly, il fut admis à l'École Normale Supérieure (1888-1891). Il devait, comme tant de mathématiciens français, y subir l'influence bienfaisante de Jules Tannery.

A cette époque, Sophus Lie, transportant en Géométrie les idées de Galois sur les équations algébriques, venait de créer la théorie des groupes continus finis de transformations. On sait que la structure de ces groupes repose sur l'existence de nombres à trois indices satisfaisant à certaines conditions. Killing avait apporté à cette théorie une contribution intéressante mais ses démonstrations manquaient de rigueur et ses résultats devaient être précisés. Ce fut la tâche à laquelle s'attaqua Élie Cartan et dès 1894, il présentait à la Sorbonne une thèse sur les groupes finis continus de transformations, où tout était rigoureusement établi. On jugera de l'importance de cette thèse en rapportant que, fait peut-être unique dans l'histoire des Mathématiques, elle fut réimprimée en 1953 ⁽²⁾.

La carrière universitaire d'Élie Cartan commençait. Il fut successivement Maître de conférences aux Facultés des Sciences de Montpellier (1894-1896), de Lyon (1896-1903), puis Professeur à la Faculté des Sciences de Nancy (1903-1909). En 1909 il est appelé comme Maître de conférences à la Sorbonne et nommé Professeur en 1912. De la mort de Guichard (1924) jusqu'à sa retraite en 1940, il fut titulaire de la chaire de Géométrie supé-

⁽¹⁾ Le géologue Déodat-Guy-Sylvain-Tancrède de Gratet de DOLOMIEU (1750-1802), qui a donné son nom aux Dolomies ou Dolomites, était également né dans ce village de l'Isère.

⁽²⁾ *Sur la structure des groupes de transformations finis et continus* (Paris, Vuibert, 1933).

rieure. Nombreux furent les élèves formés par Cartan, beaucoup occupent brillamment des chaires universitaires en France ou à l'étranger.

Comme il le dit dans la notice sur ses travaux scientifiques (1), la plupart de ceux-ci gravitent autour de la théorie des groupes. Il suffit de parcourir cette notice pour se rendre compte de l'ampleur de ces travaux. Ils vont de la théorie des équations différentielles et aux dérivées partielles à la Géométrie et à l'Analysis Situs, en passant par les groupes de transformations continus infinis. Ses œuvres complètes (2) comprennent six volumes auxquels il faut ajouter bon nombre d'ouvrages reproduisant ses cours de Géométrie supérieure. Ce n'est pas le lieu ici de faire un inventaire, même succinct, de l'œuvre de Cartan, empreinte de méthodes d'une incomparable originalité. Cet inventaire fera l'objet de la première séance du IV^e Congrès du Groupement des Mathématiciens d'expression latine, qui aura lieu à Bucarest en septembre prochain (3). Il sera confié à six mathématiciens chevronnés. Qu'il nous soit permis cependant d'attirer l'attention sur une des contributions qu'il a apportées à la Géométrie.

On sait que Félix Klein, dans son célèbre programme d'Erlangen (4), avait montré qu'une Géométrie est l'étude des propriétés invariantes par rapport aux transformations d'un certain groupe appelé groupe principal de la géométrie. Toutes les géométries connues rentraient dans ce cadre, sauf toutefois une géométrie que Riemann avait fondée sur la notion de distance entre deux points infiniment voisins. Il appartenait à Cartan d'imaginer une conception de la Géométrie qui contenait celle de Klein-Poincaré et celle de Riemann.

Considérons une variété continue V à n dimensions et un groupe continu fini de transformations G . A chaque point A de V attachons un espace α à n dimensions contenant le point A . Dans l'espace α , considérons la Géométrie de groupe principal G . De plus, donnons-nous une loi permettant de raccorder entre eux les espaces attachés à deux points infiniment voisins de V . Si l'on passe par une courbe l tracée sur V du point A à un point B , on pourra grâce à cette loi passer de la géométrie de l'espace α à celle de l'espace β attaché au point B par une sorte d'intégration le long de la courbe l . La géométrie de l'espace β dépend en général du chemin l mais a toujours

(1) *Notice sur les travaux scientifiques de M. Élie Cartan* (Paris, Gauthier-Villars, 1931).

(2) Paris, Gauthier-Villars, 1951 à 1955.

(3) Une notice sur les travaux d'Élie Cartan due à S.S. Chern et Claude Chevalley a paru dans le Bull. de l'Amer. Math. Society en mars 1952, pp. 217-250.

(4) *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen* (Gesammelte Mathematische Abhandlungen, Bd. I, pp. 460-467, Berlin, 1921).

pour groupe principal un groupe transformé de G . En particulier, si l'on considère les chemins fermés partant de A et y revenant, on parviendra à l'espace α avec des groupes G' et l'on pourra passer d'un groupe G' au groupe G par une transformation du groupe G . Eh bien, si l'on considère l'ensemble des chemins fermés tracés sur V d'origine A , on passera de tous les groupes G' obtenus au groupe G par des transformations de ce groupe formant un sous-groupe g de G . Cartan appelle ce groupe g le groupe d'holonomie et la Géométrie ainsi constituée est appelée géométrie non holonome. Il est clair que si le groupe g se réduit à l'identité, c'est-à-dire si l'on a une géométrie holonome on retrouve le concept de Klein-Poincaré.

Les théories d'Einstein avaient appelé l'attention des géomètres sur la géométrie des variétés à n dimensions (Levi-Civita, Weyl, etc.). Cartan a montré que les espaces qu'ils avaient considérés rentraient, de même que les espaces de Riemann, dans ses espaces généralisés. Cartan a d'ailleurs développé ses Géométries généralisées dans les cas où le Groupe G est un groupe projectif ou le groupe conforme. Ce serait rendre un hommage à Élie Cartan d'appeler cette géométrie, qu'il a créée de toutes pièces, la *Géométrie cartanienne*.

Il n'est pas possible d'honorer l'éminent mathématicien sans évoquer le « ménage Cartan », où régnait la religion du travail et qu'il était agréable de fréquenter. Madame Cartan avait donné quatre enfants à son mari et su entourer celui-ci d'une atmosphère de quiétude qui lui permit sa prodigieuse activité. Les douleurs ne furent cependant pas épargnées aux parents. Un des fils mourut jeune et lors de la manifestation d'hommage que l'on fit à Cartan à sa retraite, les organisateurs eurent la touchante pensée de faire exécuter par un orchestre dirigé par M. Charles Münch, l'« Hommage à Dante », œuvre de Jean Cartan. Ce fut très émouvant. Vint la guerre. Louis Cartan, Maître de conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers, milita dans la Résistance; déporté en Allemagne, il y fut décapité. Un jour de 1947, son père me montra un cours de Géométrie projective qu'il venait de recevoir en hommage d'un mathématicien allemand. « Voyez, me dit-il, il a été imprimé dans la ville où mon fils fut décapité ». La benjamine, Hélène, après de brillantes études à l'École Normale Supérieure, mourut aussi prématurément. Il leur restait un fils qui fut leur consolation. Henri Cartan, professeur à la Sorbonne, est l'auteur d'importants travaux mathématiques, notamment sur les fonctions de plusieurs variables complexes. Il est d'ailleurs venu nous exposer ses recherches sur cet objet en 1953, lors d'un Colloque sur ces questions organisé par le Centre Belge de Recherches Mathématiques.

Élie Cartan était un grand Ami de la Belgique et toujours les jeunes gens que nous envoyions étudier à Paris étaient l'objet de sa sollicitude. Élu

L. Godeaux. — Hommage à Élie Cartan (1869-1951)

Associé de notre Académie en 1937, il était en outre Correspondant de la Société royale des Sciences de Liège (1934), Docteur Honoris Causa de l'Université de Liège (1934), de l'Université de Bruxelles (1947) et de celle de Louvain (1947).

Cartan s'est éteint à Paris le 6 mai 1951.

LUCIEN GODEAUX