Bulletin de la Classe des sciences

Addition à la note Surfaces dont les réglées gauches asymptotiques d'un mode appartiennent à des complexes linéaires

Lucien Godeaux

Résumé
Précision d'un raisonnement.

COMMUNICATIONS DES MEMBRES

GÉOMÉTRIE PROJECTIVE DIFFÉRENTIELLE

Addition à la note Surfaces dont les réglées gauches asymptotiques d'un mode appartiennent à des complexes linéaires,

par LUCIEN GODEAUX,
Membre de l'Académie.

Résumé. — Précision d'un raisonnement.

Dans la note citée (¹), pour démontrer l'existence d'une surface dont les réglées gauches asymptotiques d'un mode appartiennent à des complexes linéaires (nº 5), nous avions construit un point $\overline{U}_1$ ne dépendant que de v puis, désignant par J le point de la droite UV situé dans l'hyperplan polaire du point $\overline{U}_1$ par rapport à l'hyperquadrique Q, admit que ce point décrivait un réseau conjugué u, v. Ce point nous avait paru évident. En voici la démonstration.

Désignons par ξ l'hyperplan polaire de $\overline{U}_1$ par rapport à Q.

Le point J appartenant à la droite UV qui engendre une développable de plan tangent UVV_1 lorsque u varie, la tangente à la courbe u en J appartient à ce plan et rencontre donc la droite VV_1. D'autre part, on a

$$\Omega(\overline{U}_1, J) = 0, \ \Omega(\overline{U}_1, J^{10}) = 0,$$

puisque $\overline{U}_1$ ne dépend pas de u. Il en résulte que la tangente à la courbe u en J se trouve dans l'hyperplan ξ et coupe VV_1 en un point J_{-1}.

(¹) BULLETIN DE L'ACADÉMIE, 1963, pp. 278-285.

Le point J_{-1} appartenant à la droite VV_1, est conjugué du point U_2. On vient de voir qu'il est conjugué du point $\bar{U}_1$, donc il est conjugué de tout point de la droite $U_2\bar{U}_1$, en particulier du point $\bar{U}^{01}$. On a

$$\Omega(\bar{U}^1, J_{-1}) = 0, \ \Omega(\bar{U}_1, J_{-1}) + \Omega(\bar{U}_1, J_{-1}) = 0, \ \Omega(\bar{U}_1, J_{-1}) = 0,$$

d'où

$$\Omega(\bar{U}_1, J_{-1}) = 0.$$

La tangente à la courbe v en J_{-1} appartient d'une part au plan V_1VU et d'autre part à l'hyperplan ξ, donc elle passe par J.

Les points J, J_{-1} sont donc transformés de Laplace l'un de l'autre et par conséquent le point J décrit un réseau conjugué à la congruence (UV). Le point J représente donc une droite j engendrant une congruence W dont (x) est une surface focale.

On peut alors aisément déterminer les points $\bar{U}$, $\bar{V}$. La droite UV forme, avec la droite $\bar{U}\bar{V}$ l'intersection de l'hyperquadrique Q avec un plan tangent à Q en J. Ce plan se détermine de la manière suivante.

Le point J_1 est l'intersection de la droite UU_1 avec la tangente à la courbe v en J. Le point J_{-2} est l'intersection de la droite V_1V_2 avec l'hyperplan ξ. Le pôle P du plan $U_2J_1JJ_{-1}J_{-2}$ est donc connu. Le plan PUV contient la droite $\bar{U}\bar{V}$ et est donc connu. Les droites PU, PV passent respectivement par $\bar{U}$, $\bar{V}$ qui sont donc déterminés.

On peut aussi déterminer le point $\bar{U}$ de la manière suivante : Le point J_1 étant connu, la droite $\bar{U}_1J_1$ touche Q en son point de rencontre $\bar{U}$ avec cette hyperquadrique ($\bar{U}$ appartient à l'hyperplan ξ). Le plan $\bar{U}_1\bar{U}J$ touche Q le long de la droite $\bar{U}J$, c'est-à-dire de la droite $\bar{U}\bar{V}$.

Liège, le 14 mai 1963.