
GÉOMÉTRIE. — *Classification des involutions de genres 1 appartenant à une surface de genres 1.* Note de M. L. GODEAUX.

J'ai établi récemment (*Comptes rendus*, août 1912) qu'une involution de genres $p_a = P_4 = 1$, existant sur une surface F de genres $p_a = P_4 = 1$ également, a nécessairement l'ordre $2^\alpha \cdot 3^\beta$. J'ai pu achever la classification de ces involutions et démontrer ainsi que α est au plus égal à trois, β au plus égal à un. Précisément, on a les théorèmes suivants :

I. Les involutions de genres 1 existant sur une surface de genres 1 ont l'ordre 2, 3, 4, 6, 8 ou 12.

Une involution d'ordre 2 possède huit points de coïncidence.

Une involution d'ordre 3 est cyclique et possède six points de coïncidence.

Une involution d'ordre 4 est cyclique et possède quatre points de coïncidence quadruple et deux groupes de deux points de coïncidence double.

Une involution d'ordre 6 est cyclique et possède deux points de coïncidence sextuple, deux groupes de deux points de coïncidence triple et deux groupes de trois points de coïncidence double.

Une involution d'ordre 8 est engendrée par deux transformations birationnelles Θ_1, Θ_2 de période 4, telles que

$$\Theta_1^{-1} \Theta_2 \Theta_1 = \Theta_2^{-1}.$$

Une pareille involution possède soit quatre points de coïncidence octuple et un groupe de quatre points de coïncidence double, soit deux points de coïncidence octuple et trois groupes de deux points de coïncidence quadruple.

Une involution d'ordre 12 est engendrée par une transformation birationnelle Θ_1 de période 4 et par une transformation birationnelle Θ_2 de période 3, telles que

$$\Theta_1^{-1} \Theta_2 \Theta_1 = \Theta_2^2.$$

Une telle involution possède deux points de coïncidence 12-uple, deux

groupes de deux points de coïncidence sextuple et un groupe de quatre points de coïncidence triple.

II. Il faut, pour qu'une surface d'ordre $2\pi - 2$, à sections hyperplanes de genre π , située dans un espace linéaire à π dimensions, représente une involution d'ordre :

2, qu'elle possède huit points doubles coniques ;

3, qu'elle possède six points doubles biplanaires ordinaires ;

4, qu'elle possède deux points doubles coniques et quatre points doubles biplanaires dont chacun a, dans son domaine du premier ordre, un point double conique ;

6, qu'elle possède deux points doubles coniques, deux points doubles biplanaires ordinaires et deux points doubles biplanaires dont chacun a, dans son domaine du premier ordre, un point double biplanaire et, dans son domaine du second ordre, un point double conique ;

8, qu'elle possède soit quatre points doubles uniplanaires ordinaires et un point double conique, soit deux points doubles uniplanaires ordinaires et trois points doubles biplanaires dont chacun a, dans son domaine du premier ordre, un point double conique ;

12, qu'elle possède un point double biplanaire ordinaire, deux points doubles biplanaires dont chacun a, dans son domaine du premier ordre, un point double conique, et deux points doubles uniplanaires pour chacun desquels deux des trois tangentes singulières sont infiniment voisines.

Ces conditions ne sont en général pas suffisantes. Ainsi, dans le cas d'une surface du quatrième ordre représentant une involution d'ordre 2, les huit points doubles doivent être communs à une double infinité de quadriques (réseau). Or il existe des surfaces d'ordre 4 à huit points doubles ne satisfaisant pas à cette condition, ce sont les *surfaces asyzygétiques* de Cayley (voir ROHN, *Berichte der Gesell. zu Leipzig*, 1884).

(Comptes rendus, t. 156, p. 1737, séance du 9 juin 1913.)