La correspondance Z fait correspondre à l'ensemble E du domaine $(0 \leqq y \leqq 1)$ un ensemble bien déterminé G contenu dans l'ensemble K et ayant la puissance du continu.

C'est cet ensemble G *qui est de première catégorie dans tout ensemble parfait (dense ou non) situé dans l'intervalle* $(0 \leqq x \leqq 1)$. Nous omettons la démonstration de ce fait qui est un peu longue pour mettre ici. Remarquons seulement qu'on peut toujours supposer l'ensemble G *non mesurable* (B). En effet, l'ensemble de tous ensembles mesurables (B) a la puissance du continu. D'autre part la puissance de G étant celle du continu, l'ensemble de tous sous-ensembles de G a une puissance supérieure à celle du continu. Donc, il existe un sous-ensemble H de G non mesurable (B) ayant la puissance du continu. Cet ensemble H satisfait, évidemment, à l'énoncé du théorème proposé.

Théorème III. — *Si la puissance du continu est aleph-un, il existe une fonction possédant la propriété nécessaire de M. Baire et non représentable analytiquement.*

Prenons, en effet, dans $(0 \leqq x \leqq 1)$ l'ensemble G du théorème II. La fonction $f(x)$ égale à 1 dans G et égale à zéro en dehors de G, est une fonction non représentable analytiquement; car l'ensemble G est non mesurable (B). D'autre part, quel que soit un ensemble parfait P (dense ou non) dans $(0 \leqq x \leqq 1)$, la fonction $f(x)$ est égale à zéro partout dans P, sauf un ensemble de première catégorie dans P. Par conséquent $f(x)$ est ponctuellement discontinue (même uniformément continue) sur tout ensemble parfait quand on néglige les ensembles de première catégorie par rapport à cet ensemble parfait. (C. Q. F. D.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces algebriques doubles ayant un nombre fini de points de diramation.* Note de M. **Lucien Godeaux**, présentée par M. Émile Picard.

Soit Φ une surface algébrique de genre arithmétique $\pi_a \geqq -1$. Supposons que cette surface puisse être considérée comme une surface double ayant un nombre fini de points de diramation [1]. En d'autres termes, supposons qu'il existe, sur une certaine surface algébrique F, une involution I_2,

---

[1] Je traduis par *diramation* le mot italien *diramazione*.

d'ordre 2, ayant un nombre fini de points de coïncidence, dont la surface Φ soit une image. Proposons-nous de rechercher quelles sont les conditions pour que, étant donnée la surface Φ, la surface F existe.

On peut toujours trouver sur Φ un système linéaire $|\Gamma|$, régulier, dépourvu de points-base, simple, dont le genre π et le degré n satisfont à l'inégalité

$$n - \pi > \pi_a + 1.$$

La dimension de $|\Gamma|$ est, d'après le théorème de Riemann-Roch, $\rho = n - \pi + \pi_a + 1$. En rapportant projectivement les courbes Γ aux hyperplans d'un S_ρ, on transforme Φ en une surface (que nous désignerons toujours par Φ) simple, d'ordre n. On supposera $|\Gamma|$ choisi de telle manière qu'aux points de diramation de la surface dont on part correspondent des points de la nouvelle surface Φ.

Aux courbes Γ correspondent, sur F, des courbes C de degré $2n$ et de genre $2\pi - 1$, appartenant à un système linéaire $|C|$ de dimension r supérieure à ρ.

Ainsi que je l'ai montré précédemment ([1]), en chaque point de diramation, la surface Φ possède un point double conique, et le nombre de ces points est

$$\sigma = 4(2\pi_a - p_a + 1),$$

p_a désignant le genre arithmétique de F.

Dans le système linéaire $|C|$, I_2 engendre une homographie involutive. Il est facile de voir qu'il y a deux systèmes de courbes de $|C|$ invariantes pour I_2; l'un, de dimension ρ, contient les transformées des courbes Γ; l'autre, de dimension $r - \rho - 1$, contient les transformées des courbes Γ_0 d'un certain système linéaire $|\Gamma_0|$ de Φ.

Si nous désignons par $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_\sigma$ les courbes rationnelles de degré -2 équivalentes, au point de vue des transformations birationnelles, aux points de diramation, on a

$$2\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \ldots + \Gamma_\sigma = 2\Gamma.$$

Parmi les hypersurfaces découpant sur Φ les courbes du système $|2\Gamma|$,

---

([1]) *Sur les involutions n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface algébrique* (*Comptes rendus*, 23 mars 1914). Je dois rectifier un point de cette Note. Au n° 2, il peut arriver qu'il y ait ∞^{r-1} courbes C ayant un point p-uple en P. La surface Φ a alors un point p-uple conique en P'. Les courbes Γ passant par ce point ont le genre $\pi - p + 1$ et il peut donc exister des points unis parfaits pour des involutions d'ordre $p > 2$, contrairement à ce que j'avais dit.

il y a eu ∞^{r-p_i-1} passant par les points de ramification et touchant Φ le long des courbes Γ_0.

Soient $f(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$ l'équation d'une de ces hypersurfaces, $\varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$, $\varphi_2(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0, \ldots, \varphi_{\rho-2}(x_1, x_2, \ldots, x_\rho) = 0$ les équations de Φ. La surface F a pour équations

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad \ldots, \quad \varphi_{\rho-2} = 0, \quad x_{\rho+1}^2 = f.$$

Le système $|\Gamma_0|$ a le degré $n - 2(2\pi_a - p_a + 1)$, le genre $\pi - (2\pi_a - p_a + 1)$ et la dimension $r - \rho - 1$.

Pour que F existe, il faut et il suffit que le nombre des points de diramation soit multiple de 4 et que le système $|\Gamma_0|$ existe.

Toutefois, il peut arriver que l'existence de $|\Gamma_0|$ se déduise de celle des points de ramification. C'est le cas pour la surface de *Kummer* (qui représente une involution d'ordre 2 appartenant à une surface de *Jacobi*).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les quasi-ondes à trois dimensions*. Note de M. **Louis Roy**, présentée par M. Boussinesq.

Ainsi que nous l'avons fait pour une seule dimension [1], nous allons rechercher ce que devient, dans le cas de trois dimensions, l'intégrale de l'équation

$$\Lambda \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial t} + a^2 \Delta\varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

lorsque le coefficient de viscosité $\Lambda = 2a^2\lambda$ est très petit. D'après la formule (3) de notre Note du 27 avril, nous devons chercher les valeurs asymptotiques des fonctions $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y}$, $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}$ lorsque la variable $\tau = \frac{t}{\lambda}$ est très grande. L'étude des intégrales qui définissent ces fonctions montre qu'on a

$$-\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y} \sim \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty e^{-\theta\alpha^2} \alpha(\alpha \sin \alpha\tau + \cos \alpha\tau) \sin \alpha y \, d\alpha,$$

$$-\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} \sim \int_0^\infty e^{-\theta\alpha^2} \sin \alpha\tau \sin \alpha y \, d\alpha,$$

les signes $\sim$ indiquant des égalités asymptotiques où les termes négligés

---

(1) L. Roy, *Comptes rendus*, t. 156, 28 avril 1913, p. 1309.