

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 AOUT 1912.

PRÉSIDENTENCE DE M. A. GAUTIER.

CORRESPONDANCE.

M. le **SECRETÉAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Comptes rendus des séances de la quatrième Conférence de la Commission permanente et de la deuxième Assemblée générale de l'ASSOCIATION INTERNATIONALE DE SISMOLOGIE*, réunies à Manchester, du 18 au 21 juillet 1911, rédigés par le Secrétaire général, R. de KÖVESLIGETHY.

2° *Précis analytique des travaux de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Rouen, pendant l'année 1910-1911.*

3° *Étude bathylithologique des côtes du Golfe du Lion*; par M. J. THOULET.

4° Vingt-cinq feuilles de la *Carte du Ciel*, adressées par M. VALENTIN GAMA, Directeur de l'Observatoire de Tacubaya.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les transformations rationnelles entre deux surfaces de genres un.* Note de M. **LUCIEN GODEAUX**, transmise par M. Émile Picard.

Si entre deux surfaces algébriques Φ , F , dont les genres sont égaux à l'unité ($p_a = P_f = 1$), nous avons une transformation $(1, p)$ où p est premier, M. Enriques a démontré (*Rend. R. Accad. di Bologna*, 1910) qu'il existait sur F une transformation T , cyclique d'indice p , transformant en lui-même chaque groupe de p points de F correspondant à un même point de Φ . Partant de là, je démontre qu'on ne peut avoir $p > 3$.

Remarquons tout d'abord qu'on peut avoir $p = 2$ (SEVERI, *Atti Ist. Veneto*, 1907), et supposons $p > 2$.

Je pars d'un système $|c|$, de genre π et de degré $n = 2\pi - 2$, sur F, invariant pour T (ce qui est toujours possible). A une courbe C correspond sur Φ une courbe Γ , de genre effectif π , dotée de $(p - 1)(\pi - 1)$ points doubles, et par conséquent de genre virtuel $p(\pi - 1) + 1$. Le système $|\Gamma|$ peut être pris comme système des sections hyperplanes de Φ . Cette surface a alors le degré $2p(\pi - 1)$ et est située dans un espace à $p(\pi - 1) + 1$ dimensions. Au système $|\Gamma|$ correspond sur F un système (incomplet) $|D|$, de genre $\mathfrak{F} = p^2(\pi - 1) + 1$ et de degré $N = 2p^2(\pi - 1)$. On a $|D| = |p.C|$.

Sur Φ , il y a un certain nombre, fini, x , de points de diramation. Je démontre qu'en un de ces points Φ a certainement un point double. Soit h le nombre dont un pareil point double abaisse la classe de Φ , soit i l'abaissement produit sur le genre d'une courbe D assujettie à la seule condition de passer par un point de coïncidence sur F. Par la formule de Zeuthen, on voit qu'on a $\dot{\nu} = 1$ ou $i = \frac{1}{2}(p + 1)$.

La considération de l'invariant de Zeuthen-Segrè donne alors

$$x(ph - i) = 24(p - 1).$$

Si $i = 1$, on a nécessairement (k entier positif)

$$h = \frac{24 - k}{24 - kp}, \quad x = 24 - kp.$$

Si $i = \frac{1}{2}(p + 1)$, on a

$$h = \frac{96 - k(p + 1)}{96 - 2kp}, \quad x = 48 - kp.$$

Je démontre que la transformation T ne peut pas donner, dans le voisinage d'un point de coïncidence P sur F, la transformation identique ($p > 2$) (le contraire a lieu pour $p = 2$, d'après Severi). Je construis alors un système linéaire contenu dans $|D|$, dont la courbe générique possède en P un point p -uple ordinaire. J'en déduis, au moyen de la formule de Zeuthen, qu'on a $h \geq p$, et qu'en un point de diramation Φ a une singularité composée d'une succession de $\frac{1}{2}(p - 1)$ points doubles et d'un point simple infiniment voisins.

Si $i = \frac{1}{2}(p + 1)$, on peut avoir $p = 5$, $h = 7$ et $p = 3$, $h = 6$. Mais on rejette aisément ces cas par la comparaison des degrés des systèmes contenus dans $|\Gamma|$ et des systèmes correspondants sur F. Reste donc l'hypothèse $i = 1$, $h = p$.

On trouve que les courbes invariantes D, assujetties à la seule condition de passer par un point de coïncidence P de F, forment un système linéaire ayant en P un point-base double avec deux points-base simples infiniment voisins (et unis pour T). Chacun de ces points-base simples représente $p - 1$ coïncidences pour l'involution d'ordre p existant sur une de ces courbes D. Confrontant avec la formule de Zeuthen, on trouve $p = 3$.

La surface Φ possède ~~trois~~ points de diramation qui sont des points biplanaires ordinaires.

D'une manière générale, on peut dire que, si entre deux surfaces de genres un ($p_a = P_4 = 1$), on a une correspondance $(1, m)$, m ne peut avoir comme facteurs premiers que 2 et 3.

OPTIQUE. — *Propriétés des surfaces quasi-aplanétiques dans les systèmes de dioptrés sphériques centrés.* Note (1) de M. R. BOULOUCH.

Si l'on place, dans un système centré, un diaphragme présentant une petite ouverture circulaire centrée sur l'axe, pour tous les points un peu éloignés, le faisceau qui traversera le système aura une faible ouverture et le faisceau émergent présentera en général deux focales; il résulte des propriétés de la division homographique qu'en deux points (réels ou imaginaires), quasi-stigmatiques, les deux focales seront confondues; lorsque l'angle u , qui détermine la direction moyenne des rayons variera, les points quasi-stigmatiques décriront deux couples de surfaces quasi-aplanétiques conjuguées dont les sommets seront sur l'axe en (A, A') , (B, B') .

Dans la surface-objet A prenons deux points S, S₁ et deux points T, T₁ sur B, tels que, les droites SS₁, TT₁, étant très petites et situées dans une même section principale, les droites ST, S₁T₁, S₁T, ST₁ passent par le trou du diaphragme; les points quasi-stigmatiques fonctionnant comme focales sagittales, deux points tels que S, T et leurs conjugués S', T' devront

(1) Présentée dans la séance du 22 juillet 1912.