

SUR LA POLARITÉ DANS LES COMPLEXES DU SECOND
DEGRÉ (ORDRE ET CLASSE)

Cette note est basée sur la propriété des droites d'un complexe du second degré (ordre et classe) appartenant à un plan π , d'envelopper une courbe de la seconde classe.

1. — Soit Φ un complexe de second degré donné. Un plan π passant par un point donné P rencontre le complexe Φ suivant une conique, la polaire de P par rapport à cette conique est une droite p . Lorsque le plan π décrit la gerbe de som-

met P , la droite p décrit une congruence. Cette congruence est linéaire, car dans chaque plan π il ne peut y avoir qu'une droite p .

2. — Soit d une droite fixe de l'espace. Le pôle de la droite d par rapport à la conique du complexe Φ située dans un plan π passant par d , est un point D . Lorsque le plan π décrit le faisceau d'axe d , le point D parcourt une courbe du 5^e ordre coupant 4 fois d .

3. — Soit c_n une courbe gauche d'ordre n . Un plan π de l'espace rencontre cette courbe en n points. Les polaires de ces n points par rapport à la conique du complexe du plan π sont n droites. Comme dans un plan π quelconque, il ne peut y avoir au maximum que n droites qui sont les polaires de points de c_n , le lieu de ces droites est une congruence de l'ordre et de la classe n .

A une droite donnée, on peut donc encore faire correspondre une congruence linéaire.

Ce paragraphe fait entrevoir une question intéressante : Trouver le lieu d'une cubique gauche telle que sa polaire soit formée par ses bisécantes.

4. — Soit S_n une surface du $n^{\text{ième}}$ ordre. Un plan π la rencontre suivant une courbe d'ordre n . Les droites polaires des points de cette courbe par rapport à la conique du complexe Φ du plan π enveloppent une courbe de $n^{\text{ième}}$ classe. On peut donc dire que la figure polaire d'une surface d'ordre n est un complexe de degré n .

5. — Inversement, à une complexe G_n d'ordre n , correspond une surface S_n d'ordre n . On peut aussi lui faire correspondre un autre complexe formé par les tangentes à la surface S_n . Ce complexe sera généralement d'un ordre supérieur à n .

Pour $n = 2$, on obtient une correspondance entre les complexes du second ordre.

Ces questions peuvent être étendues à des complexes d'ordre plus élevé.

L. GODEAUX (Mons).