

The Fluid Dynamics of Speleothem Growth

Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements
for the degree of Doctor of Philosophy (Phd) in Engineering Science

by

Justine PARMENTIER



Supervisor: Tristan GILET

Co-supervisor: Vincent E. TERRAPON

DOCTORAL COLLEGE IN AEROSPACE AND MECHANICS

JANUARY 2024

ABSTRACT

Beyond their outstanding beauty, stalagmites found in karstic caves may serve as proxies to help improve our understanding of palaeoclimatology. The study of stalagmite laminae completed with isotope datation may reveal particularly useful, just as dendrochronology or the analysis of sediment cores. While other proxies provide information on, e.g., past greenhouse gas concentration, stalagmite growth is in essence related to the past hydrology and soil coverage above the caves. Stalagmite growth stems from the precipitation and accumulation of calcium ions into calcite in the residual film of water left by the successive drops impacting the stalagmites, each incoming drop being responsible for the renewal of both these ions and of the liquid film. Nevertheless, in previous models of stalagmite growth, little attention has been given to the aerodynamics and hydrodynamics of drops falling from the cave ceiling onto the stalagmites, at the very origin of stalagmite growth. In this work combining field and lab experimentation, as well as physical and numerical modelling, we propose to analyse each part of the drop trajectory inside the cave, from the moment it leaves the stalactite tip until it reaches the stalagmite top. We can divide this trajectory into distinct main steps: first, the drop falls freely into the air. Second, the drop impacts the thin film covering the stalagmite, usually at velocities that have been shown sufficient to generate splash, accompanied with the formation of a crown and the ejection of secondary droplets. Simultaneously, the ion contents of both drop and film are mixed together and redistributed in the film. Finally, the film left by the series of drops is depleted through gravity-driven drainage while the ions in solution precipitate.

Our first focus is to model the free fall of drops in caves. In previous models of stalagmite growth, it was commonly accepted that drops fall along a straight vertical line from the stalactite, thereby feeding the film from one central point. Through high-speed imaging of drops impacting stalagmites from several caves, we however observe that the impact point position of the drops is scattered, sometimes over several centimetres. We demonstrate that this dispersal has no external cause and must, therefore, be self-induced. Through Langevin-like equations describing the position and velocity of the drop free fall in response to gravity and aerodynamic forces, we rationalize the observed dependence of the impact point dispersal on the falling height travelled by the drops. We finally show that the impact point dispersal of the drops sets some constraints on the average stalagmite width.

We then move onto lab experiments to study in detail the mixing occurring during the impact between a drop and a film of similar radius and thickness as in caves, respectively. The impact outcome, mostly dictated by the retraction phase following the crown developing during the impact, varies as a function of the film thickness and drop impact velocity. We investigate how the film thickness is affected by this impact dynamics, as well as how the ions would be redistributed in the film following the impact. We recorded high-speed top and side view movies of impacts on films of controlled thickness. By using two different colours for the drop and the film and applying a colorimetry technique based on Beer-Lambert law in the top view movies, we are able to assess the mixing between the drop and the film. We also measured the film thickness right after impact in all points from the impact position up to the unperturbed film free surface, and deduce how much

liquid would be added following one impact. We then further relate all these parameters to four regimes that we identified based on the crown geometry measured from the side movies.

Afterward, we perform an analysis of the residual film filling and drainage dynamics by directly measuring the time evolution of the film thickness on various stalagmites in actual caves. We complete these measurements with lab experiments conducted on an actual stalagmite. Three phases are considered: the filling of the film starting from a dry stalagmite surface, the stationary state of this film reached after a certain number of drop impacts, and the sole drainage of the film in response to an interruption of the drop inflow. The experimental measurements show that the drop dripping period and stalagmite shape are the most important parameters influencing the filling, stationary state and drainage dynamics of the film. Instead of only considering the average width of the stalagmites, in this third part we attempt to rationalise how the particular shape of the stalagmite affects the drainage of the film. A numerical resolution of Reynolds lubrication equation expressed in a curvilinear system of coordinates allows to model the filling of a thin film on a stalagmite of general shape, as well as the sole drainage following an interrupted inflow of drops. Using a set of parameters corresponding to the stalagmites studied in lab and in caves, we are able to faithfully reproduce the drainage on the stalagmites from our dataset. From this analysis, we also conclude that the drainage is either driven by the film thickness gradients on very flattened or even horizontal stalagmite surfaces, while it depends on the stalagmite inclination in the case of convex stalagmites. Both stalagmite shapes are commonly found in caves. The film drainage has been omitted in previous stalagmite growth models and the film thickness was considered constant over the entire stalagmite, at least over an average on many drop impacts. Nevertheless, the results from our analysis show that these hypotheses are not always valid.

Finally, we gather ingredients from the former studies in order to model the complete process of a drop addition into a thin film over a stalagmite of arbitrary shape, accompanied with the gravity-driven drainage of this film and the precipitation of the ions brought by the drop into the film. In addition to the drainage equation previously developed, we estimate the evolution over time and space of the ion concentration in the film by using an advection-reaction equation, in a limiting regime with no diffusion. An equation describing the stalagmite shape variation as a consequence of the ion precipitation completes the model. We are therefore able to simulate a diversity of stalagmite shapes in response to variable entry parameters such as, e.g., the amount of ions contained within the drops impacting the film. Our results emphasise how the dripping period of the drops, along with the drainage and precipitation timescales, interact with one another to produce different types of stalagmites. The addition of drop and thin film physics explored in this work to existing models of stalagmite growth should help improve the robustness and accuracy of palaeoclimate reconstruction.

RÉSUMÉ

Façonnées par les siècles, les stalagmites qui jonchent le sol des grottes karstiques ne sont pas juste d'époustouflantes créations de la Nature. Elles peuvent en effet aider à améliorer notre compréhension de la paléoclimatologie. L'étude des différentes lamines constituant les stalagmites, couplée à la datation isotopique, peut se révéler particulièrement utile. D'autres techniques de datation permettant de mieux appréhender les mystères de la paléoclimatologie incluent la dendrochronologie, l'analyse sédimentaire ou encore l'analyse de carottes glaciaires. Ces dernières, par exemple, fournissent d'importants renseignements sur l'historique des gaz à effet de serre dans une région donnée, tandis que les variations visibles entre les lamines des stalagmites sont par essence liées aux écoulements locaux passés et à la couverture naturellement présente au-dessus des grottes. Les modèles de croissance de stalagmite existants ne considèrent pas l'aérodynamique et l'hydrodynamique des gouttes tombant du plafond des grottes sur les stalagmites. Ces gouttes sont pourtant essentielles à la croissance des stalagmites, puisque ce sont elles qui apportent les ions calcium à l'origine du processus de croissance. Les ions en solution dans le film mince d'eau recouvrant les stalagmites précipitent progressivement pour former de la calcite qui s'accumule petit à petit, permettant à la stalagmite de grandir par ce biais. Chacune des centaines de milliers de gouttes tombant sur une même stalagmite est donc responsable du renouvellement des ions calcium en solution, ainsi que du film mince d'eau sur la stalagmite.

À travers ce travail qui combine des mesures expérimentales prises sur terrain et en laboratoire, complétées par de la modélisation physique et numérique, nous proposons d'analyser chacune des parties importantes de la trajectoire d'une goutte dans une grotte. Depuis son détachement au bout de la stalactite surplombant la stalagmite sur laquelle elle finit par atterrir, une goutte tombant dans une grotte n'a pas une vie que l'on pourrait qualifier de long fleuve tranquille. Cette goutte tombe librement dans l'air depuis des hauteurs sous plafond qui peuvent parfois atteindre 20 ou 30 m. Parcourir une telle distance permet à la goutte d'atteindre une vitesse suffisante pour générer du splash, ainsi que l'éjection de nombreuses gouttelettes, lors de son impact avec le film mince d'eau recouvrant la stalagmite sur laquelle elle s'écrase. Au cours de chaque impact, les ions en provenance de la goutte et du film se mélangent entre eux et sont redistribués dans le film. Parallèlement aux impacts de gouttes qui le remplissent progressivement, le film se déplete par drainage le long des parois de la stalagmite tandis que les ions en solution précipitent.

Nous commençons par nous pencher sur la chute libre des gouttes dans les grottes. Les modèles de croissance des stalagmites précédemment établis ont pour habitude de considérer que chaque goutte tombe en parfaite ligne droite depuis la stalactite, remplissant ainsi le film mince d'eau en un unique point central sur la stalagmite. Nous observons pourtant à travers de nombreuses vidéos à imagerie rapide enregistrées en grottes, que la position du point d'impact de la goutte est dispersée et s'étale parfois même sur plusieurs centimètres. Nous démontrons à l'aide de divers arguments que cette dispersion ne peut pas être expliquée par un facteur extérieur à la goutte, et doit dès lors être induite par la chute de la goutte elle-même. Plus particulièrement, c'est l'interaction entre la goutte et l'air au travers duquel elle tombe qui est responsable de la dispersion du point d'impact. À travers des équations de type Langevin décrivant la position et la vitesse d'une goutte en chute libre

soumise à la résistance aérodynamique de l'air, nous expliquons la dispersion du point d'impact observée en fonction de leur hauteur de chute. Finalement, nous relierons cette dispersion à la taille moyenne des stalagmites.

La deuxième partie de ce travail porte sur le mélange entre la goutte et le film au moment de l'impact. L'impact d'une goutte sur un film mince s'accompagne de la formation d'une couronne qui croît au cours du temps, et finit par se déchirer ou se rétracter vers son centre. L'issue finale de l'impact dépend fortement de cette phase de rétraction, elle-même tributaire des conditions d'impact, à savoir l'épaisseur initiale du film et la vitesse de chute de la goutte. Nous nous intéressons à la façon dont l'épaisseur du film est modifiée à la suite d'un impact, ainsi qu'à la redistribution des ions en solution, découlant des variations d'épaisseur du film. Pour ce faire, nous utilisons à nouveau l'imagerie rapide, cette fois afin d'enregistrer des vues de haut et de profil d'impacts de gouttes sur des films d'épaisseur semblable à celles observées en grottes. Grâce à une technique de colorimétrie basée sur la loi de Beer-Lambert, en colorant la goutte et le film de deux façons différentes nous sommes en mesure d'estimer le niveau de mélange entre ceux-ci sur les vues de haut. Nous parvenons également à mesurer l'épaisseur du film en tout point à la suite de l'impact, du centre de l'impact au bord du film. De là, nous pouvons déduire la quantité de liquide ajoutée au film à la suite d'un impact. Toutes les mesures effectuées peuvent finalement être reliées aux divers régimes d'impact que nous identifions à l'aide des vues de profil.

Nous nous attardons ensuite sur l'équilibre existant entre le remplissage et la déplétion par drainage du film d'eau résiduel recouvrant les stalagmites. Nous récoltons des données d'évolutions temporelles d'épaisseurs de films sur de vraies stalagmites, en grottes ainsi qu'en laboratoire. Nous considérons trois phases durant ces expériences : le remplissage progressif du film par des impacts de gouttes successifs, l'état stationnaire du film atteint après un certain nombre d'impacts et le drainage seul résultant de l'interruption des impacts de gouttes. Nos mesures révèlent que les paramètres affectant le plus l'épaisseur du film sont la fréquence de chute des gouttes et la forme de la stalagmite. C'est pourquoi, dans cette troisième partie, nous ne considérons plus seulement la taille moyenne des stalagmites, mais également leur aspect géométrique. Partant de l'équation de lubrification de Reynolds que nous exprimons dans un système curviligne, nous sommes en mesure de modéliser l'évolution d'un film mince sur une stalagmite de forme quelconque non seulement en réponse à un apport intermittent de gouttes, mais aussi lorsque le drainage seul opère. Nous pouvons résoudre les équations que nous obtenons par le biais d'outils numériques et reproduire fidèlement le drainage observé sur les stalagmites de notre jeu de données à l'aide de paramètres d'entrée adéquats. L'analyse menée nous permet de plus de conclure que le drainage dépend principalement des gradients d'épaisseur sur les stalagmites aux profils plans, voire horizontaux, tandis qu'il est conditionné par l'inclinaison de la stalagmite lorsque celle-ci présente un profil plutôt convexe. Ces deux types de stalagmites sont fréquemment rencontrés en grottes. Bien que le drainage ait été omis des modèles de croissance de stalagmite existants et que ces derniers considéraient le film d'épaisseur parfaitement constante sur toute la surface de la stalagmite, nous montrons à travers cette étude que ces hypothèses ne sont pas toujours valables.

Pour clôturer ce travail, nous ajoutons à notre modèle de drainage un ingrédient capital : la précipitation des ions calcium en calcite. Le but de cette dernière partie est de modéliser la croissance des stalagmites en incluant les différents impacts successifs des gouttes qui amènent des ions calcium en solution, le drainage du film opérant entre deux impacts ainsi que la façon dont la concentration en ions dans le film varie en réponse au drainage du film et à la précipitation des ions grâce à une équation d'advection-réaction négligeant la diffusion des ions. Nous complétons ce modèle à l'aide d'une dernière équation décrivant la nouvelle forme prise par la stalagmite à la suite de la précipitation des ions en solution. La croissance des stalagmites dans divers régimes peut ainsi être étudiée. Celle-ci est tantôt dominée par le drainage du film qui répartit les ions avant

que ceux-ci ne précipitent, tantôt uniquement présente là où la goutte a impacté la stalagmite. Un autre paramètre important qui influe la croissance de la stalagmite est la concentration des ions amenés dans chaque goutte qui impacte le film. À l'aide du modèle que nous avons développé, nous sommes en mesure de produire différentes formes de stalagmites en réponse aux derniers paramètres évoqués. Ce travail décrit comment la physique des gouttes et du film peut être prise en compte dans les modèles existants de croissance de stalagmite. Nous espérons que les éléments de réponse que nous amenons aideront à améliorer la reconstruction paléoclimatique basée sur les lamines de stalagmites en termes de précision et de robustesse.