

Concours annuel 1952. Première question : Rapport des Commissaires

Florent Bureau, Lucien Godeaux, François Henri Antoine Van den Dungen

Citer ce document / Cite this document :

Bureau Florent, Godeaux Lucien, Van den Dungen François Henri Antoine. Concours annuel 1952. Première question : Rapport des Commissaires. In: Bulletin de la Classe des sciences, tome 38, 1952. pp. 1094-1095;

https://www.persee.fr/doc/barb_0001-4141_1952_num_38_1_69773;

Fichier pdf généré le 21/06/2023

CONCOURS ANNUEL 1952

PREMIÈRE QUESTION.

RAPPORT DU PREMIER COMMISSAIRE.

En réponse à la première question du Concours annuel de 1952, (on demande une contribution importante à l'étude globale des trajectoires des systèmes dynamiques. On attire l'attention sur l'intérêt de l'étude complète de cas particuliers), M. G. Reeb a remis plusieurs Mémoires imprimés et un travail manuscrit complétant et approfondissant les précédents sur de nombreux points. Parmi les travaux imprimés, nous retiendrons particulièrement une étude des « variétés de Riemann dont toutes les géodésiques sont fermées » (*Bull. Classe des Sc.; Acad. Roy. de Belgique*, 1950) et des recherches « Sur les solutions périodiques des systèmes différentiels perturbés » parues dans le *Canadian Journal of Mathematics* en 1951.

Depuis les célèbres travaux de H. Poincaré sur l'étude globale des courbes réelles définies par les équations différentielles, de nombreuses recherches ont été consacrées à cette question. Des progrès importants ont été réalisés par G. D. Birkhoff, en particulier dans l'étude des trajectoires des systèmes dynamiques à deux degrés de liberté. Enfin, il y a lieu de signaler l'étude faite par H. Poincaré, des géodésiques des surfaces convexes et un Mémoire de H. Seifert sur l'existence des trajectoires fermées de certains champs de vecteurs définis sur la sphère à trois dimensions. Dans ces derniers travaux, un rôle important est réservé aux systèmes dynamiques ayant toutes leurs trajectoires fermées, c'est-à-dire à des systèmes dynamiques fibrés.

Dans ses travaux, M. G. Reeb a précisément cherché à mettre en évidence le rôle des systèmes dynamiques fibrés et des systèmes dynamiques admettant l'invariant intégral de E. Cartan, dans l'étude de la distribution et de la nature des solutions périodiques

des systèmes dynamiques qui résultent des premiers par perturbation. A cet effet, il utilise la méthode des petits paramètres de H. Poincaré, particulièrement utile dans le cas des systèmes dynamiques fibrés admettant l'invariant intégral de E. Cartan ; au contraire, dans l'étude des perturbations finies, la méthode de Seifert fournit des résultats plus complets.

M. G. Reeb attire l'attention sur l'importance de la notion de stabilité des trajectoires. Il reprend l'étude du nombre des cycles limites et applique les résultats obtenus à l'étude de l'équation de Liénard-Van der Pol (oscillations de relaxation).

Observons enfin que M. G. Reeb fait un usage constant des méthodes de l'Algèbre différentielle extérieure et des notions usuelles d'homologie des variétés ; ces méthodes sont particulièrement bien adaptées à la question étudiée et permettent de grouper d'une manière avantageuse les propriétés des trajectoires des systèmes dynamiques.

En conclusion, nous estimons que M. G. Reeb a apporté une contribution importante et originale à la question proposée. Nous proposons que le Prix du Concours annuel soit attribué à M. G. Reeb et que son Mémoire soit publié dans les Mémoires in-8° de l'Académie.

Fl. BUREAU.

Je me rallie au rapport de mon savant confrère M. Fl. Bureau et à ses conclusions.

Lucien GODEAUX.

Je me rallie aux conclusions de mes confrères.

F. H. VAN DEN DUNGEN.