Détermination des variétés de complexes bilinéaires de coniques (deuxième note) (*); par Lucien Godeaux, étudiant en mathématiques.

Dans une première note publiée sous le même titre (**), nous avions abordé le problème de la recherche des caractères essentiels des complexes bilinéaires de coniques; nous donnons maintenant un résultat définitif.

1. — Une conique de l'espace est représentée par les deux équations

$$u_x = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{6} k_i a i_x^2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Soit L un complexe bilinéaire de coniques. Dans un plan (1) se trouve une seule conique du complexe, donc à un de ces plans correspond une *seule* quadrique du système (2). Les quadriques de (2) correspondant aux plans de l'espace forment une variété à trois dimensions (au sens de Plücker) que nous désignerons par M.

Nous arrivons à un premier résultat, à savoir que *les paramètres* $k_1, \ldots, k_6$ *peuvent s'exprimer en fonctions monodromes des* u_1, u_2, u_3, u_4.

2. — *Les coniques du complexe* L *dont les plans passent par une droite fixe* d *engendrent une surface cubique contenant* d.

Un plan passant par *d* contient une seule conique de

(*) Extrait des *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), nos 9-10, pp. 812-813, 1908.

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1908, pp. 597-601.

la surface. Le complexe étant de première classe, par un point de d passe une seule conique de la surface, d'où le théorème énoncé.

3. — *Une quadrique de* M *ne contient généralement qu'une conique du complexe* L.

En effet, supposons qu'une quadrique en contienne deux et soient α, β les plans de ces deux coniques. Prenons pour d la droite commune à ces deux plans α, β. Alors les coniques du complexe dont les plans passent par d engendrent une surface cubique; mais les points communs à d et à la quadrique choisie sont doubles sur cette surface cubique et il en résulte que par un point de d ne passe pas toujours une conique du complexe dont le plan contient d, ce qui est contraire à l'hypothèse (la classe égale à l'unité).

On en conclut que la variété M et la variété constituée par les plans de l'espace sont en correspondance birationnelle et que, par conséquent, M est unicursale.

4. — Nous pouvons maintenant énoncer les théorèmes suivants :

Tout complexe bilinéaire de coniques est engendré par l'intersection des éléments de deux variétés en correspondance birationnelle; l'une de ces variétés est constituée par les plans de l'espace, l'autre par une triple infinité unicursale de quadriques appartenant à un ∞^5- *système linéaire.*

Tout complexe bilinéaire de coniques est birationnellement équivalent au complexe engendré par l'intersection des plans de l'espace et des quadriques du ∞^3- *système linéaire en correspondance birationnelle.*

Liége, août 1908.

Bruxelles. — Imprimerie Hayez, rue de Louvain, 112.