SUR DEUX MODES DE GÉNÉRATION

DE LA

SURFACE CUBIQUE

PAR

LUCIEN GODEAUX

Étudiant en Mathématiques à l'Université de Liège.

Dans cette petite note, nous exposons deux procédés de génération de la surface cubique que nous croyons nouveaux.

I. — Soient dans l'espace deux plans α_1, α_2 ; une congruence linéaire G de directrices a_1, a_2 ; un point A et enfin un complexe linéaire φ.

Par un point P de l'espace, menons la droite passant par le point A. Soit Q_1 le point d'intersection de cette droite avec le plan α_1. Par P, menons la droite appartenant à la congruence G et désignons par Q_2 le point de rencontre de cette droite avec le plan α_2. Si nous imposons à la droite $Q_1 Q_2$ la condition d'appartenir au complexe φ, alors le point P sera assujetti à une condition et décrira par conséquent une surface. Recherchons l'ordre de cette surface.

Soit x une droite quelconque de l'espace qui est le support commun de deux ponctuelles (X_1), (X_2).

Entre ces ponctuelles, nous établissons la correspondance suivante. Par le point X_1, menons la droite passant par A. Le plan focal par rapport au complexe φ du point d'intersection de cette droite avec le plan α_1 marque sur le plan α_2 une droite. Les droites de la congruence G qui s'appuient sur x et sur cette droite marquent sur x deux points de la ponctuelle (X_2). Une coïncidence des points X_1, X_2 est visiblement un point de la surface. Or, il est aisé de constater que les points X_1, X_2, sont liés par une correspondance (1, 2). D'après le principe de Chasles, il y a trois coïncidences, donc :

Si un triangle se déforme de telle manière que deux de ses sommets décrivent les plans α_1, α_2, *tandis que les côtés opposés décrivent l'un la congruence* G, *l'autre la gerbe* (A), *le troisième côté décrivant le complexe* φ, *le troisième sommet décrira une surface cubique.*

Cette surface passe évidemment par les droites a_1, a_2 et (α_1, α_2), ainsi que par le point A.

II. — Soient encore deux plans α_1, α_2 ; une congruence linéaire G ; un complexe linéaire φ et un point A.

Par un point P de l'espace, menons la droite appartenant à la congruence G. Par le point Q_1 où cette droite rencontre le plan α_1, menons la droite passant par A et rencontrant le plan α_2 en Q_2. Si le point P appartient au plan focal du point Q_2 par rapport au complexe linéaire φ, ce point décrit une surface qui est du troisième ordre.

Soit x une droite. Prenons sur cette droite deux ponctuelles (X_1), (X_2). Par un point X_1 menons la droite x_1 appartenant à la congruence G. Par le point (α_1, x_1) menons la droite de la gerbe (A). Par le point de rencontre de cette droite avec le plan α_2, menons la droite du complexe φ s'appuyant sur x. Cette droite marque un point X_2. Inversement, à un point X_2 correspondent deux points X_1. Il y a, d'après Chasles, trois coïncidences, donc :

Si un triangle se déforme de telle manière que deux de ses sommets décrivent les plans α_1, α_2, tandis que l'un des côtés opposés décrit une congruence linéaire, l'autre un complexe linéaire, le troisième côté passant par un point fixe, le troisième sommet décrira une surface cubique.

Cette surface passe évidemment par les droites a_1, a_2 et (α_1, α_2), mais elle ne passe pas nécessairement par le point A.

16 décembre 1907.

Extrait des Mémoires et Publications de la Société des Sciences, des Arts et des Lettres du Hainaut, t. IX, 6e série, 1907.