

UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES

Paramétrisation et simulation des réservoirs souterrains

**Discrétisation du domaine, préparation statistique
des données, couplages et non linéarités des paramètres**

par

Alain DASSARGUES

Docteur en Sciences appliquées
de l'Université de Liège

1994

Collection des publications de la Faculté des Sciences Appliquées n° 134
Direction : A. Germain, Institut de Chimie, Bât. B6, Sart Tilman, B-4000 LIEGE, BELGIQUE

Thèse défendue, avec succès, le 13 décembre 1991, pour
l'obtention du grade de Docteur en Sciences Appliquées de l'Université de
Liège.

Jury : G. FONDER, Université de Liège, Président
A. MONJOIE, Université de Liège
A. LEJEUNE, Université de Liège
S. CESCOTTO, Université de Liège
F. DIMANCHE, Université de Liège
G. de MARSILY, Université de Paris VI, France
A. VERRUIJT, Technische Universiteit Delft, Pays-Bas
W. de BREUCK, Université de Gand

© Tout droit de reproduction réservé à la Collection des publications de la Faculté des
Sciences appliquées de l'Université de Liège.

Liège (Belgique) - Décembre 1994

Dépôt légal : D/1990/0480/8

ISSN 0075-9333

... pour qu'une simulation par ordinateur soit fiable, il est non seulement nécessaire que les méthodes numériques utilisées soient précises, mais surtout que la description physique, convertie en données mathématiques, soit correcte.

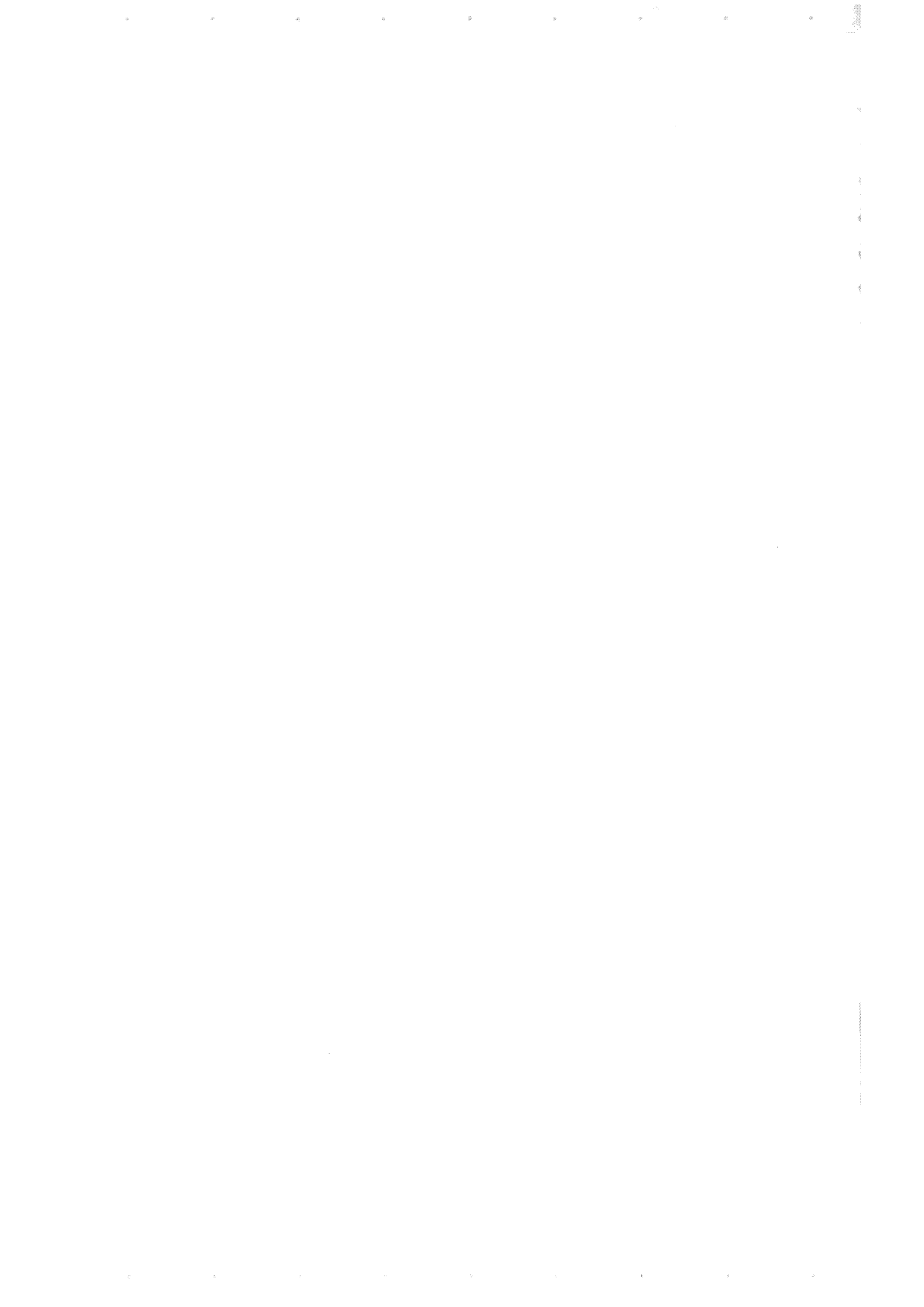


TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS

I. INTRODUCTION

II. PARAMETRES ET MODELES HYDROGEOLOGIQUES D'ECOULEMENT

II.1. INTRODUCTION - MILIEU POREUX

II.1.1. REPRESENTATION D'UN MILIEU POREUX ET ELEMENT DE VOLUME REPRESENTATIF

II.1.2. POROSITE

II.1.3. PRESSIONS ET HAUTEURS PIEZOMETRIQUES

II.1.4. VITESSES D'ECOULEMENT EN MILIEU POREUX

II.1.5. EQUATION DE CONTINUITE EN MILIEU POREUX SATURE

II.1.6. SIMPLIFICATION ET INTEGRATION DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES

II.1.7. LOI DE DARCY

II.2. ECOULEMENT EN MILIEU POREUX. NOTION DE PERMEABILITE

II.2.1. GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY

II.2.2. MILIEU POREUX ANISOTROPE ET TENSEUR DE PERMEABILITE

II.2.3. MILIEU POREUX FISSURE

II.2.4. LIMITATIONS ET VALIDITE DE LA LOI DE DARCY

II.2.5. EQUATION DE L'ECOULEMENT EN MILIEU POREUX, EN REGIME PERMANENT

II.2.6. TRANSMISSIVITE ET HYPOTHESE DE DUPUIT

II.2.7. MESURES DE LA PERMEABILITE

II.2.8. APPROCHE STATISTIQUE DE LA PERMEABILITE

II.3. STOCKAGE EN MILIEU POREUX. NOTION D'EMMAGASINEMENT

II.3.1. INTRODUCTION

II.3.2. PRINCIPE DES CONTRAINTES EFFECTIVES

II.3.3. COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT SPECIFIQUE EN NAPPE CAPTIVE

II.3.4. EQUATION GENERALE DE L'ECOULEMENT EN NAPPE CAPTIVE

II.3.5. COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT EN NAPPE CAPTIVE ET EN NAPPE LIBRE

II.3.6. EQUATION GENERALE DE L'ECOULEMENT EN NAPPE LIBRE

II.3.7. MESURES DU COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT SPECIFIQUE

II.3.8. APPROCHE STATISTIQUE DU COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT

II.4. METHODES NUMERIQUES UTILISEES DANS LES MODELES HYDROGEOLOGIQUES D'ECOULEMENT

II.4.1. INTRODUCTION

II.4.2. PRINCIPES DES DIFFERENTES METHODES

III. INTERACTIONS ENTRE PARAMETRES, NON LINEARITES ET COUPLAGES

III.1. PHENOMENES COUPLES AUX ECOULEMENTS, EN MILIEU POREUX SATURE

III.2. COUPLAGE ET NON LINEARITE DANS LES PROBLEMES ECOULEMENT - TASSEMENT

III.2.1. MECANISMES DE LA SUBSIDENCE DUE AUX POMPAGES

III.2.2. ELEMENTS DE RHEOLOGIE DES MILIEUX POREUX MEUBLES

III.2.3. SYNTHESE DES TRAVAUX ANTERIEURS

III.2.4. EQUATION COUPLEE ET HYPOTHESES

III.2.5. NON LINEARITE DES PARAMETRES

COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT SPECIFIQUE, S_s
COEFFICIENT DE PERMEABILITE, K

III.2.6. CONDITIONS INITIALES, CONDITIONS AUX LIMITES ET SCHEMAS NUMERIQUES

III.2.7. INFLUENCE DE LA PRISE EN COMPTE DES
COUPLAGES ET DES NON LINEARITES

IV. REPRESENTATION, IDEALISATION ET DISCRETISATION DES MILIEUX
POREUX NATURELS

IV.1. DOMAINE IDEALISE, MODELE CONCEPTUEL

IV.2. DISCRETISATION SPATIALE

IV.2.1. PRINCIPES GENERAUX

IV.2.2. DISCRETISATIONS EN CELLULES OU BLOCS POUR LA
METHODE DES DIFFERENCES FINIES

IV.2.3. DISCRETISATIONS EN ELEMENTS POUR LA METHODE DES
ELEMENTS FINIS

IV.2.4. DISCRETISATIONS EN REGIONS POUR LES METHODES
DES ELEMENTS FRONTIERES ET DES ELEMENTS
ANALYTIQUES

IV.3. DISCRETISATION TEMPORELLE

IV.4. CONDITIONS AUX LIMITES

IV.4.1. LIMITES DES MODELES ET LIMITES PHYSIQUES

IV.4.2. CONDITIONS DE PRESSION OU DE POTENTIEL IMPOSE

IV.4.3. CONDITIONS DE FLUX OU DE DEBIT IMPOSE

IV.4.4. CONDITIONS DE DEBIT DEPENDANT D'UN POTENTIEL

IV.4.5. CONDITIONS DE SURFACE DE SUINTEMENT

IV.4.6. LIMITE ENTRE DEUX MILIEUX POREUX HOMOGENES

IV.4.7. CONDITIONS DE SURFACE LIBRE

V. GEOSTATISTIQUE APPLIQUEE AU TRAITEMENT DES DONNEES DES
MODELES HYDROGEOLOGIQUES

V.1. INTRODUCTION

V.2. HYPOTHESES, DEFINITIONS ET EQUATIONS DU KRIGEAGE
ORDINAIRE

V.3. KRIGEAGE DES PERMEABILITES

V.4. COKRIGEAGE

V.5. METHODES DE KRIGEAGE EN CONDITIONS DE NON STATIONNARITE

V.6. KRIGEAGE DES HAUTEURS PIEZOMETRIQUES

VI. MODELISATION 3D D'UNE NAPPE LIBRE EN REGIME TRANSITOIRE :

ETUDE DE LA NAPPE DE HESBAYE (BELGIQUE)

VI.1. INTRODUCTION

VI.2. CADRE GEOLOGIQUE, GEOMORPHOLOGIQUE, HYDROLOGIQUE ET
HYDROGEOLOGIQUE

VI.3. MODELE "QUASI 3D" PAR LA METHODE DES DIFFERENCES
FINIES

VI.3.1. SPECIFICITES DU PROGRAMME NEWSAM

VI.3.2. IDEALISATION, DISCRETISATION ET CONDITIONS
AUX LIMITES

VI.3.3. CALIBRATION, RESULTATS ET ANALYSE

VI.4. MODELE 3D EN REGIME TRANSITOIRE PAR LA METHODE DES
ELEMENTS FINIS

VI.4.1. TESTS DE SIMULATION SUR UNE COUPE VERTICALE 2D

VI.4.2. MODELISATION 3D DE LA NAPPE

DESCRIPTION DU MODELE ET DE SES CONDITIONS
AUX LIMITES

CALIBRATION, RESULTATS ET ANALYSE

VII. MODELE ECOULEMENT-TASSEMENT COUPLE ET NON LINEAIRE :

ETUDE DE LA SUBSIDENCE DE SHANGHAI (RP. CHINE)

VII.1. INTRODUCTION

VII.2. CONDITIONS GEOLOGIQUES, HYDROGEOLOGIQUES ET
GEOTECHNIQUES

VII.2.1. GEOLOGIE, SEDIMENTOLOGIE

VII.2.2. HYDROGEOLOGIE

VII.2.3. CONDITIONS GEOTECHNIQUES

VII.3. MODELE ECOULEMENT 3D

VII.3.1. DISCRETISATIONS SPATIALE ET TEMPORELLE

VII.3.2. CONDITIONS INITIALES ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

VII.3.3. CALIBRATION ET RESULTATS

VII.4. MODELE ECOULEMENT-TASSEMENT 1D

VII.4.1. SCHEMA NUMERIQUE ET LOIS CONSTITUTIVES

VII.4.2. CHOIX DE LA NON LINEARITE DE K

VII.4.3. DISCRETISATION, ETAT INITIAL ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

VII.4.4. RESULTATS DE LA SIMULATION

VII.4.5. COMPARAISON AVEC UN MODELE LINEAIRE

VII.4.6. SIMULATION AVEC UNE AUTRE LOI DE NON LINEARITE DE K

VII.5. CONCLUSIONS

VIII. TRAITEMENT GEOSTATISTIQUE DES DONNEES ET INFLUENCE SUR LA CALIBRATION ET LES RESULTATS : ETUDE DE LA NAPPE ALLUVIALE DE LA MEUSE ENTRE LIEGE ET MAASTRICHT

VIII.1. INTRODUCTION

VIII.2. CADRE HYDROGEOLOGIQUE - SYNTHESE DES DONNEES

VIII.3. TRAITEMENT DES PERMEABILITES

VIII.3.1. INTRODUCTION

VIII.3.2. CORRELATION PERMEABILITE-RESISTIVITE (METHODE A)

VIII.3.3. KRIGEAGE DES PERMEABILITES MESUREES PAR POMPAGES (METHODE B)

VIII.3.4. APPLICATION DE LA CORRELATION SUIVIE DU KRIGEAGE (METHODE C)

VIII.3.5. COKRIGEAGE DES PERMEABILITES PAR LES RESISTIVITES (METHODES D ET D')

VIII.3.6. SYNTHESE DES RESULTATS DES TRAITEMENTS DE K

VIII.4. TRAITEMENT DES HAUTEURS PIEZOMETRIQUES

VIII.4.1. DERIVES ET VARIOGRAMMES DES RESIDUS

VIII.4.2. KRIGEAGE DES RESIDUS ET RESULTATS

VIII.4.3. CONCLUSIONS

VIII.5. SIMULATION PAR ELEMENTS FINIS

VIII.5.1. GEOMETRIE, CONDITIONS INITIALES ET CONDITIONS
AUX FRONTIERES

VIII.5.2. SIMULATIONS AVEC LES DONNEES NON TRAITEES

VIII.5.3. SIMULATIONS AVEC LES DONNEES TRAITEES

VIII.5.4. COMPARAISONS DES RESULTATS OBTENUS

VIII.5.5. CONCLUSIONS

ANNEXES

1 : EXPRESSION DE LA VARIATION DE POROSITE EN FONCTION DU
TEMPS

2 : VITESSES DE DARCY ET VITESSES MICROSCOPIQUES MOYENNES.
VITESSES RELATIVES ET VITESSES ABSOLUES.
EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE DE SOLIDE.

SIGNES, CONVENTIONS, NOTATIONS ET ABREVIATIONS

Le choix des notations et symboles est parfois rendu complexe par le grand nombre de lois et relations citées ou utilisées dans ce travail. Les significations sont souvent rappelées dans le texte. Dans la liste qui suit, sont repris de façon systématique, quasi tous les symboles utilisés. Le chapitre principal où ils interviennent ou le paragraphe de première apparition sont mentionnés.

A	, section de l'échantillon (loi de Darcy), (II.1.7.)
A	, constante de gonflement, (III.2.5.)
A	, facteur d'amplification, (IV.3.)
a	, ouverture moyenne de la fracture, (II.2.3.)
a	, portée d'un variogramme (V. et VIII.)
a	, constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)
a _T	, constante à déterminer expérimentalement pour la relation de Terzaghi généralisée, (VII.4.6.)
B	, section totale d'écoulement, (II.2.2.)
B _i	, sections d'écoulement, (II.2.2.)
b	, distance moyenne entre les fractures, (II.2.3.)
b'	, épaisseur du semi-perméable, (IV.4.4.)
b	, constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)
b _T	, constante à déterminer expérimentalement pour la relation de Terzaghi généralisée, (VII.4.6.)
C	, constante de compression, (III.2.5.)
C	, concentration, (II.3.3.)
C	, effet de pépite, (V. et VIII.)
C _C	, indice de gonflement, (III.2.5.)
C _S	, indice de compression, (III.2.5.)
C _V	, coefficient de consolidation, (III.2.4.)
C(d)	, covariance, (V.2.)
C _{K1}	, taux de variation de K, $\sigma' < \sigma'_{\text{préc}}$, (III.2.5.)
C _{K2}	, taux de variation de K, $\sigma' \geq \sigma'_{\text{préc}}$, (III.2.5.)
c	, constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)
c _T	, constante à déterminer expérimentalement pour la relation de Terzaghi généralisée, (VII.4.6.)
d	, distance entre les points, (V. et VIII.)
d	, constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)

- d_a , dimension moyenne des aspérités dans les fractures, (II.3.3.)
 D_h , diamètre hydraulique
 D , épaisseur d'un aquifère, (II.2.6.)
 d_{moyen} , moyenne géométrique de la taille du grains solides, (III.2.5., figure III.13.)
 $e(x,y)$, épaisseur d'un aquifère captif au point de coordonnées x,y , (II.2.6.)
 e , indice des vides
 EVR , Elément de Volume Représentatif.
 $E []$, espérance mathématique, (V.2.)
 F_m , force moyenne appliquée aux contacts grain à grain en excluant toute composante due à la pression de fluide, (II.3.2.)
 $F()$, terme de la solution analytique de Fourier, (III.2.4.)
 f , fonction
 g , gravité (attraction terrestre)
- $\underline{gradB} = \left(\frac{\partial B}{\partial x'}, \frac{\partial B}{\partial y'}, \frac{\partial B}{\partial z'} \right)$
- h , hauteur piézométrique.
 h_i , hauteur piézométrique initiale, (III.2.4.)
 h_s , hauteur piézométrique imposée brusquement à une extrémité, (III.2.4.)
 h_s , hauteur d'eau des eaux de surface ou d'un aquifère extérieur pour le calcul de l'infiltration, (IV.4.4.)
 I , volume d'eau ajouté par unité de temps et par unité de volume de milieu poreux (1.3.3.)
 I_p , indice de plasticité, (III.2.5.)
 IC , indice de continuité
 i, j , indices (notations indicielles)
 $i = \frac{\Delta h}{L}$, gradient hydraulique dans la loi de Darcy, (II.1.7.)
- J_f , projection dans le plan de la fracture du gradient piézométrique local, (II.2.3.)
 \underline{K}, K_{ij} , tenseur des perméabilités
 K , coefficient de perméabilité ou perméabilité
 $K(d)$, covariance généralisée, (V.4.)
 K_{eq} , perméabilité équivalente, (II.2.2.)
 K_f , perméabilité de fracture en régime laminaire (II.2.3.)
 K_m , perméabilité de la matrice, (II.2.3.)

K_z	perméabilité verticale, (III.2.4.)
K'	coefficient de perméabilité d'une couche semi-perméable pour le calcul d'une infiltration
k	perméabilité intrinsèque
L	longueur caractéristique du domaine poreux, (II.1.1.)
L	longueur de l'échantillon (loi de Darcy), (II.1.7.)
l	longueur caractéristique de l'E.V.R., (II.1.1.)
l_r	coefficient d'infiltration, (IV.2.2.)
l	longueur de l'élément fini 1D vertical, (III.2.)
LGIH,	Laboratoires de Géologie de l'Ingénieur, d'Hydrogéologie et de Prospection Géophysique, Université de Liège.
m	paramètre à déterminer expérimentalement (III.2.5., figure III.17.)
$m(x)$	valeur de la dérive au point de coordonnées généralisées x , (V.)
m_{pore}	paramètre caractéristique de la distribution des tailles des pores, (III.2.5.)
MSM,	département de Mécanique des matériaux, Stabilité des constructions et Mécanique des structures, Université de Liège.
N	nombre de contacts grain à grain/surface totale, (II.3.2.)
n	porosité
n_c	porosité cinématique
n_e	porosité efficace
n_r	capacité de rétention
p	pression d'eau, pression interstitielle
q	débits volumiques échangés avec l'extérieur, (II.1.5.)
q	débit
q_{exp}	quantité de fluide libéré par tassement, (III.2.5.)
q_i	idem mais décomposés suivants les 3 axes
Q_{xy}	débit ou flux dans le plan des axes de coordonnées x, y
R	résidus par rapport à une dérive, (V. et VIII.)
\hat{R}	résidus estimés
R_r	rugosité relative dans les fractures, (II.2.3.)
r_h	rayon hydraulique du pore, (II.1.1.)
S	coefficient d'emmagasinement
S	surface moyenne des contacts grain à grain, (II.3.2.)
S_r	degré de saturation résiduel d'un milieu poreux non-saturé en eau
S_s	coefficient d'emmagasinement spécifique, (II.3.3.)
S_{sp}	surface spécifique, (III.2.5.)

S_w , degré de saturation, (II.2.6.) figure 15, (III.2.5.)
 T , température, (II.3.3.)
 t , temps
 V_{em} , volume d'eau mobile
 V_p , volume des pores (annexe 1)
 V_s , volume de solide (annexe 1)
 V_v , volume des vides
 V_t , volume total
 V_{Lm} , vitesse sismique longitudinale mesurée, (II.1.2.)
 V_{Lc} , vitesse sismique longitudinale calculée, (II.1.2.)
 v , vitesse d'écoulement de Darcy, vitesse de filtration (absolue puis relative)
 v_I , flux traversant la surface libre, (IV.4.7.)
 v_s , vitesse équivalente du solide dans l'EVR (annexe 2)
 v_f , vitesse microscopique moyenne du fluide (annexe 2)
 v_s , vitesse microscopique moyenne du solide (annexe 2)
 $v_{f.r}$, vitesse relative microscopique du fluide (annexe 2)
 $v_{f.a}$, vitesse absolue microscopique du fluide (annexe 2)
 $v_{s.a}$, vitesse absolue microscopique du solide (annexe 2)
 $var[]$, variance, (V.)
 w , constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)
 W , constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)
 x_i ou x_j , 3 coordonnées généralisées
 Z , variable aléatoire, (V.2.)
 Z^* , variable estimée, (V. et VIII.)
 z , coordonnée verticale, altitude
 z , profondeur, (III.2.6.)
 z_o , profondeur à partir de laquelle les terrains sont saturés, (III.2.6.)
 z_{sat} , épaisseur saturée
 α , degré de non linéarité de l'écoulement dans une fracture, (II.2.2.)
 α , coefficient de compressibilité volumétrique du milieu poreux par diminution de porosité, (II.3.2.)
 α , coefficient de forme pour la fonction $S(p)$, (IV.4.7.)
 β , coefficient de compressibilité du fluide, (II.3.2.)
 β_s , coefficient de compressibilité des grains solides, (II.3.2.)
 γ , poids volumique apparent du milieu poreux (figure III.2.)

$\gamma(d)$, variogramme (fonction de la distance), (V. et VIII.)
γ_s	, poids volumique des grains solides du milieu poreux (tableau III.2.)
γ_{sat}	, poids volumique du milieu poreux saturé (figure III.2.)
γ_w	, poids volumique de l'eau (figure III.2.)
∂	, dérivée partielle
Δ	, différence finie
Δ	, écart moyen par rapport à la régression, (VIII.3.2.)
ε	, déformation relative, (III.)
ε	, seuil de convergence, (IV.3.)
ε_v	, déformations relatives volumiques, (II.3.2.)
ψ_w	, hauteur piézométrique de succion, (IV.4.7.)
κ	, constante à déterminer expérimentalement
λ	, constante à déterminer expérimentalement, (III.2.5.)
λ	, paramètre dépendant exclusivement des caractéristiques du système, (IV.3.)
λ_o	, facteurs de pondération utilisés en krigeage, (V.)
μ	, coefficient de viscosité dynamique
μ	, multiplicateur de Lagrange, (V.)
μ	, moyenne de résidus (V.5.D.)
ρ	, masse volumique de l'eau
ρ_A	, résistivité apparente des terrains mesurée par sondages électriques, (VIII.)
ρ_s	, masse volumique du solide (annexe 2)
σ	, contrainte totale
σ'	, contrainte effective
σ'_{prec}	, contrainte effective de préconsolidation
θ	, paramètre d'intégration temporelle des méthodes numériques, (II.4.2.)
ω	, paramètre de relaxation, utilisé par Nacul(1991), (IV.2.2.)
ω	, seuil d'un variogramme, (V. et VIII.)

I. INTRODUCTION

Quelque soit le but final, la meilleure façon de profiter au maximum de toutes les données disponibles, relatives à une nappe aquifère, est de combiner celles-ci aux lois physiques appropriées (exprimées sous forme d'équations) pour former un modèle mathématique (Peck et al., 1988).

Cependant, pour un problème donné, il ne suffit pas de prendre un programme existant, l'introduire sur l'ordinateur, pousser sur quelques touches et attendre la solution. La partie la plus importante de la procédure de simulation est la compréhension approfondie du système et des processus physiques en cours. Il s'agit d'identifier les caractéristiques faisant partie intégrante du comportement du système et celles qui peuvent être éventuellement négligées. Sur base de cette compréhension, synthétisée en un modèle conceptuel du problème réel, un modèle numérique peut alors être construit et un programme numérique est préparé.

Pour fournir des solutions simulées du système, ayant un sens physique le plus précis possible, il est nécessaire de tenir compte de la complexité des réservoirs aquifères. Les hétérogénéités, variations spatiales, anisotropies, que nous réservent les terrains géologiques sont autant de sources de complications, alourdissant la réalisation des modèles mathématiques en hydrogéologie.

L'échelle à laquelle sont représentés le domaine et les processus est également un facteur de précision qui déterminera les approximations qui sont permises ou non dans l'idéalisation du domaine et la conceptualisation du système.

Les développements informatiques de ces dernières années permettent désormais de réaliser des simulations très précises sur des domaines régionaux, en tenant compte d'hétérogénéités locales, de non linéarités de paramètres, de couplages entre processus simulés, etc.

La construction d'un modèle mathématique à des fins prévisionnelles requiert les principales étapes décrites ci-après (figure I.1.) .

- (a) La synthèse des données disponibles doit aboutir à un modèle conceptuel de l'aquifère étudié, à partir duquel seront choisies les dimensions spatiales, les conditions aux limites et la formulation en régime permanent ou transitoire.
- (b) La formulation en équations mathématiques des processus physiques est suivie de la recherche de l'expression numérique de celles-ci et de leur implémentation dans le programme.
- (c) Le programme est testé quant à sa convergence, sa stabilité et sa précision; des comparaisons avec des solutions analytiques connues, en utilisant de grands intervalles de variation des

paramètres, sont recommandées.

- (d) La calibration est menée en ajustant la répartition et la valeur des paramètres (et éventuellement des conditions aux frontières) de manière à ce que les résultats calculés soient similaires aux données mesurées pour une même sollicitation du système.

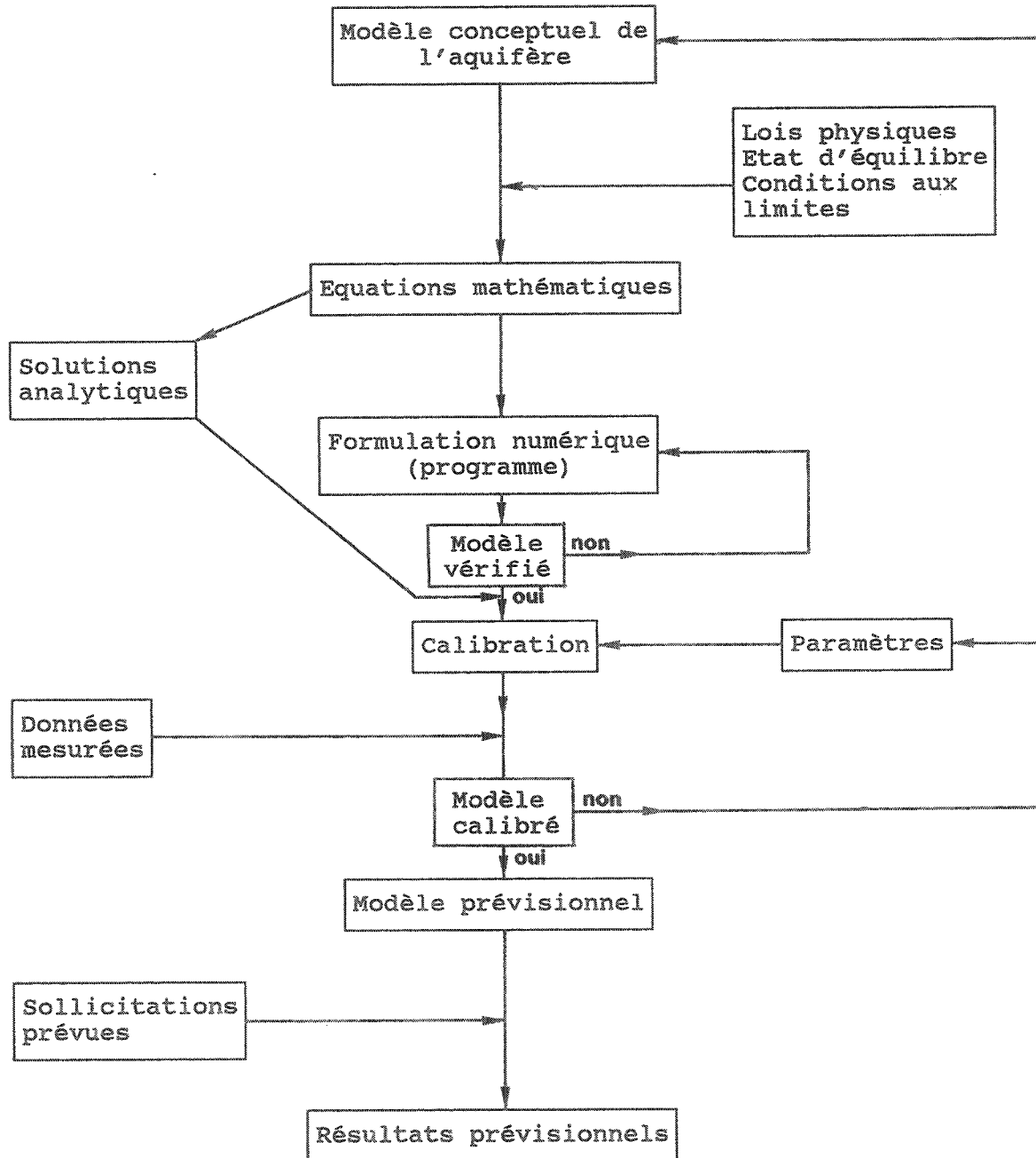


Figure I.1. : Développement d'un modèle numérique à des fins prévisionnelles (d'après Peck et. al., 1988)

Afin de traiter, dans la suite de ce travail, des problèmes spécifiques relatifs aux représentations et paramétrisations du domaine, ainsi qu'aux couplages et non linéarités des paramètres, le chapitre II reprend en synthèse, quelques notions fondamentales relatives aux écoulements d'eau en milieu poreux saturé. L'accent est mis sur la signification physique et la formulation mathématique des paramètres hydrogéologiques d'écoulement que sont la perméabilité et l'emmagasinement. Un bref "memento" reprenant les méthodes numériques les plus fréquemment utilisées en hydrogéologie mathématique clôture ce chapitre.

Après l'énoncé des couplages et interactions pouvant exister entre les processus physiques ayant lieu dans les milieux poreux saturés, le chapitre III est entièrement consacré aux couplages et non linéarités affectant les paramètres dans les problèmes de tassements liés aux écoulements.

Ce n'est que lorsque des tassements importants sont apparus comme des conséquences du pompage intensif d'eau, de gaz ou d'hydrocarbures, dans les terrains du sous-sol que la consolidation a été étudiée en relation avec les changements de l'équilibre hydraulique au sein du milieu poreux. Les cas les plus célèbres sont, sans conteste, la "San Joaquin Valley" en Californie, Galveston, Mexico City, Tokyo, Venise, Shanghai et Ekofisk; mais, ces problèmes régionaux se rencontrent dans de nombreux autres cas. Les non linéarités des paramètres (perméabilité et emmagasinement) sont évidentes à comprendre physiquement, puisqu'on imagine aisément que la consolidation, en réduisant l'indice des vides du terrain, va ainsi modifier également ces deux paramètres. L'équation d'écoulement est couplée à la consolidation par la variation du coefficient d'emmagasinement spécifique (proportionnel à la compressibilité) en fonction de la variation de pression interstitielle dans le milieu. Pour la variation de la perméabilité, de nombreuses lois existent selon les environnements géologiques et géotechniques, mais également selon les caractéristiques des tests réalisés mesurant l'évolution de ce paramètre.

Le chapitre IV est consacré aux modes de représentation et de discrétisation, permettant de concrétiser le modèle conceptuel sur un domaine idéalisé. Des discrétisations spatiales et temporelles va dépendre grandement la façon dont le modèle tient compte de la réalité et donc la précision de l'approximation réalisée. L'accent est mis tout particulièrement sur les différentes conditions aux limites que l'on peut imposer aux systèmes et sur leur adéquation avec les processus observés en réalité.

La précision dans la détermination des propriétés de l'aquifère est fondamentale. Dans le cas de petits modèles, il est assez aisé de déterminer l'influence d'une erreur connue pour un paramètre sur les résultats de la simulation. Quand les modèles sont régionaux ou plus complexes, cela devient impossible. Des erreurs viennent notamment de l'estimation des valeurs des paramètres aux endroits où aucune mesure n'est disponible.

Le choix du type de modèle pour représenter les variations spatiales et les hétérogénéités, et la méthode d'"homogénéisation" des paramètres mesurés sur une zone ou un domaine, sont des facteurs affectant la précision de la simulation, mais le facteur primordial reste bien sûr la densité (dans le temps et dans l'espace) des mesures disponibles.

Le chapitre V reprend les applications des géostatistiques pouvant servir à optimiser les données disponibles avant l'entrée de celles-ci dans un modèle déterministe. Les méthodes de krigeage, avec l'hypothèse intrinsèque et en non stationnarité, sont exposées en vue de leur application pour le traitement des perméabilités et des hauteurs piézométriques.

Les chapitres VI, VII et VIII reprennent des cas d'études pour lesquels l'originalité des approches proposées se situe dans la paramétrisation, la discrétisation, la préparation des données et la conceptualisation du problème, afin d'idéaliser de façon très précise les problèmes pratiques posés.

Au chapitre VI, la construction du modèle 3D de la nappe aquifère de la Hesbaye, au Nord-Ouest de Liège, illustre clairement l'importance d'une discrétisation fine des hétérogénéités du système, lorsque le modèle est régional et traité en régime transitoire. La comparaison entre un modèle "quasi 3D", utilisant la méthode des différences finies et le modèle 3D par éléments finis, est à ce sujet, très significative.

Les détails de la simulation de la subsidence de Shanghai sont repris au chapitre VII, illustrant notamment l'effet de la prise en compte des non linéarités et couplages des paramètres d'écoulement (perméabilité et emmagasinement). Les conditions initiales du problème sont recalculées; le choix de la relation de non linéarité de la perméabilité est discuté et toute la paramétrisation est détaillée, montrant la démarche choisie.

Le chapitre VIII tente d'illustrer sur le cas du modèle de la nappe alluviale de la Meuse (en aval de Liège), l'effet de la préparation des données par des méthodes géostatistiques adéquates. Le krigeage et le cokrigeage sont utilisés pour traiter les données relatives aux perméabilités, avant leur introduction dans le programme déterministe par éléments finis. Pour les hauteurs piézométriques, un krigeage en non stationnarité est réalisé par la méthode des résidus (Neuman & Jacobson, 1984) afin d'optimiser la piézométrie de référence (le problème est traité en régime permanent).

Enfin, de l'ensemble des considérations et résultats exposés dans cette thèse, on tirera quelques conclusions sur la paramétrisation des modèles en hydrogéologie et les problèmes qu'elle soulève, ainsi que les domaines de recherche appliquée qui se dégagent pour l'avenir.

II. PARAMETRES ET MODELES HYDROGEOLOGIQUES D'ECOULEMENT

Il ne nous appartient pas de reprendre en détail les fondements de l'hydraulique souterraine. Cependant, quelques lois fondamentales seront exposées brièvement car les développements des chapitres ultérieurs s'appuient sur celles-ci.

II.1. INTRODUCTION

Deux propriétés essentielles caractérisent, du point de vue hydraulique, les roches et sols constituant les réservoirs souterrains : la porosité et la perméabilité au sens général des termes. Quelques notions fondamentales doivent être rappelées sur ces 2 paramètres de l'écoulement en milieu poreux et en milieu fracturé. Ensuite, dans le chapitre III, les variations, interactions et sensibilités de ces paramètres à divers phénomènes seront exposées afin d'aborder la paramétrisation des modèles hydrogéologiques en pleine connaissance des phénomènes physiques en cours.

Les roches meubles ou indurées constituant le sol et le sous-sol peuvent toutes être considérées comme formant ce qu'on appelle un milieu poreux se caractérisant par la présence d'une matrice solide et d'espaces. Ces espaces correspondent aux pores de la roche ou aux chenaux, fissures, fractures, cavités que l'on peut rencontrer dans diverses formations géologiques. Des phases fluides (par exemple : l'air, l'eau, des hydrocarbures, ...) occupent ces espaces disséminés dans le milieu.

Dans ces réservoirs assimilés à des milieux poreux, l'écoulement d'un fluide (en hydrogéologie = l'eau) à travers ce réseau de pores, de chenaux et de fissures s'effectue moyennant des conditions aux frontières, correspondant aux interfaces microscopiques eau-solide. Immédiatement se pose le problème de l'échelle à laquelle les processus doivent être étudiés. A l'échelle microscopique, on se heurte très rapidement (Bear & Verruijt, 1987) à l'impossibilité de décrire in extenso la géométrie tortueuse et non-répétitive des frontières imposées à l'écoulement, ainsi qu'au manque de vérification par des mesures éventuelles. Le niveau de description à utiliser est donc l'échelle macroscopique avec, comme hypothèse indispensable et sous-jacente, la continuité des différentes phases composant le milieu. Les paramètres utilisés seront donc macroscopiques et représenteront certaines moyennes de propriétés microscopiques correspondantes.

II.1.1. REPRESENTATION D'UN MILIEU POREUX ET ELEMENT DE VOLUME REPRESENTATIF

Une intégration dans l'espace est réalisée pour obtenir macroscopiquement la porosité et la perméabilité d'un milieu poreux (à l'échelle microscopique, ces deux propriétés peuvent même n'avoir aucune signification (de Marsily, 1986)). Le volume sur lequel est effectuée cette intégration est qualifié d'Elément de Volume Représentatif (E.V.R.) du milieu poreux.

Cet élément permet d'utiliser la porosité et la perméabilité de la zone de l'E.V.R. (quelle que soit la taille de celui-ci) dans les équations mathématiques où ces grandeurs sont théoriquement ponctuelles.

La taille d'un E.V.R. doit donc être suffisamment grande par rapport à celle des pores, chenaux et fissures afin de définir des valeurs moyennes significatives, et suffisamment petites pour que d'un E.V.R. à l'autre, la variation des paramètres puisse être considérée comme continue au moyen de mesures macroscopiques usuelles. En milieu fissuré, le premier de ces impératifs peut mener à choisir un E.V.R. énorme ne satisfaisant alors plus à la deuxième contrainte. Nous verrons dans la suite (cfr. IV.2.) comment des aquifères en milieu fissuré, fracturé ou karstifié peuvent, dans certains cas, être modélisés avec une représentation explicite des discontinuités du milieu.

Dans un milieu poreux de porosité de pores, les deux conditions présidant à la définition d'un E.V.R. peuvent être exprimées comme suit (Bear & Bachmat, 1967) :

$$l \gg r_h$$

$$l \ll L$$

- où l est la longueur caractéristique de l'E.V.R.
- r_h est le rayon hydraulique = inverse de la surface spécifique du volume des vides.
- L est la longueur caractéristique du domaine poreux sur lequel un changement significatif de la valeur moyenne des paramètres peut se produire.

L'approche statistique n'est également pas étrangère à la notion d'EVR. Bachmat et Bear (1986) ont montré que, dans bien des cas, le volume d'un EVR devrait être choisi de manière à ce que les moyennes volumétriques puissent être considérées comme des estimations satisfaisantes, pour tous les paramètres considérés comme des fonctions aléatoires représentant la configuration des vides. Autrement dit, ces estimations doivent être indépendantes de la taille de l'échantillon. La porosité en un point est, par exemple, choisie égale à la moyenne statistique de toutes les réalisations possibles ponctuelles (0 sur un grain de solide et 1 dans un vide). L'approche statistique permet d'utiliser d'autres propriétés statistiques que la moyenne (espérance mathématique), mais à condition que des hypothèses d'homogénéité statistique (stationnarité) soient vérifiées (cfr. V.2.). Ces dernières conditions sont, par essence, similaires au concept d'EVR (Dagan, 1989).

Les fonctions "réservoir" et "conduite" d'un aquifère, caractérisées respectivement par la porosité et la perméabilité de la formation géologique, sont assurées par les dimensions et les interconnexions des vides. La porosité est la propriété du réservoir à stocker ou libérer de l'eau (ou plus généralement un fluide); la perméabilité est son aptitude à conduire son écoulement (Castany, 1967).

II.1.2. POROSITE

La figure II.1. montre différents types de répartition des vides dans les roches.

La porosité totale, notée n , est définie comme suit :

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad (\text{II.1.})$$

où V_v est le volume des vides et V_t le volume total.

Statistiquement, cette relation peut s'écrire :

$$n = \frac{1}{V} \int_V f(x) dV \quad (\text{II.2.})$$

où $f(x)$ est la fonction aléatoire telle que

$$f(x) = 1 \text{ si } x \in V_v$$

$$f(x) = 0 \text{ si } x \in V_s \text{ (volume de solide).}$$

Cette définition ne tient compte ni de la forme des vides, ni de la surface spécifique des grains alors que ces deux caractéristiques influencent les relations entre le(s) fluide(s) et le solide. En prenant désormais comme fluides l'eau et l'air, il nous faut rappeler qu'outre l'eau de constitution des minéraux composant la roche, l'eau contenue dans les formations géologiques peut être immobile ou mobile.

En milieu saturé, l'eau immobile, composée de l'eau de rétention (eau des colloïdes, eau hygroscopique et eau pelliculaire), de l'eau capillaire et de l'eau contenue dans des pores fermés ou en cul de sac, ne participe pas à l'écoulement et sa quantité dépend de la surface spécifique du solide car elle est retenue par diverses actions de surface (adsorptions, attractions moléculaires, ... (Monjoie, 1981)).

Seule, l'eau dite "mobile" participe à l'écoulement (lorsque le milieu est saturé) amenant à la définition d'une porosité cinématique :

$$n_c = \frac{V_{em}}{V_t} \quad (\text{II.3.})$$

où V_{em} = volume d'eau mobile.

Cette porosité peut être faible en comparaison de la porosité totale.

La capacité de rétention étant exprimée par :

$$n_r = \frac{V_{im}}{V_t} = n - n_c \quad (\text{II.4.})$$

où V_{im} = volume d'eau immobile

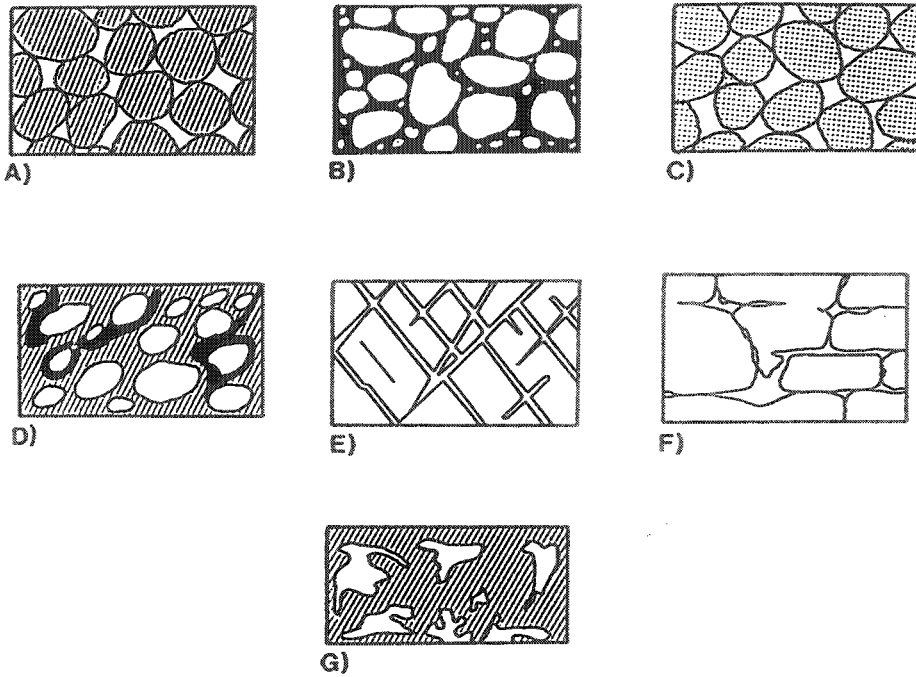


Figure II.1. : A) roche sédimentaire bien classée ayant une porosité importante

B) roche sédimentaire à granulométrie très hétérogène : porosité faible

C) roche sédimentaire bien classée et grains eux-mêmes poreux : porosité de l'ensemble très importante

D) roche sédimentaire bien classée mais des précipitations et dépôts occupent les espaces : porosité faible

E) roche rendue poreuse par fracturation : porosité dépendant de la densité des fractures (d'après Meinzer, 1942) (Bear and Verruijt, 1987)

F) roche rendue poreuse par fracturation et dissolution : porosité faible ou importante selon la densité des fractures élargies

G) roche relativement poreuse mais peu perméable (par manque d'interconnexions)

La porosité cinématique n_c n'est pas mesurable (Burger et al, 1985), c'est pourquoi on considère la porosité efficace n_e qui se rapporte à la quantité de fluide, libérée par drainage gravitaire total d'une roche saturée ... après un temps fini ... considéré comme suffisamment long. Certains auteurs parlent également de porosité de drainage.

Le tableau II.1 donne quelques valeurs de n et n_e pour différentes formations géologiques.

Néanmoins, il nous faut préciser que théoriquement, si la forme, le degré de classement et l'agencement des grains sont identiques, les dimensions des grains n'influent pas sur la porosité (Monjoie, 1981). En effet, pour le cas de la figure II.2., on a a^3/d^3 sphères comprises dans le volume $\frac{\pi a^3}{6}$

Le volume des vides V_v peut s'écrire :

$$V_v = a^3 \left(1 - \frac{\pi}{6} \right) \quad (\text{II.5.})$$

et la porosité totale :

$$n = \left(1 - \frac{\pi}{6} \right) = 0.4764.$$

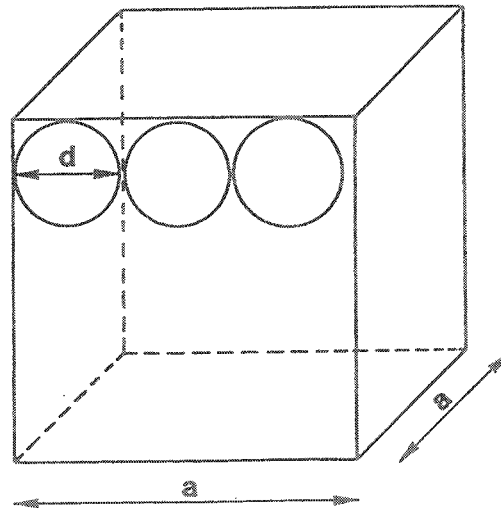


Figure II.2. : Calcul de la porosité dans un milieu composé de sphères identiques

	n (%)	n _e (%)
Granites et gneiss	0.02 - 2	0.1 - 2*
Quartzites	0.8	0 - 2*
Micaschistes, phyllades, ardoises et shales	0.5 - 7.5	0.1 - 1*
Schistes		0.1 - 2*
Calcaires et dolomies primaires	0.5 - 12.5	0.1 - 10*
Dolomies secondaires	10 - 30	5 - 10*
Craies	8 - 45	2 - 12*
Grès, psammites	3.5 - 38	3 - 35
Tuff volcaniques	30 - 40	5 - 15
Graviers	15 - 25	15 - 30
Sables	15 - 35	10 - 30
Silts	30 - 45	15 - 25
Argiles	40 - 70	1 - 10

(* Selon le degré de fissuration)

Tableau II.1. : Quelques valeurs de porosités totales et efficaces
(établi avec l'aide de Ph. MEUS, P. BIVER et A.
MONJOIE)

En pratique, c'est donc la forme des grains, leur agencement et leur classement qui modifient la porosité totale et bien plus encore la porosité efficace. La figure II.3. illustre les variations de n , n_e et n_r constatées dans la pratique et reportées en fonction du diamètre moyen des grains.

Les méthodes de détermination de la porosité sur échantillons sont basées sur la mesure du volume total (V_t) d'une part, et sur la mesure du volume des vides (V_v), par différentes méthodes : porosimètre à mercure, par extraction d'air ou expansion de gaz. La précision est en principe excellente mais, en pratique, les échantillons sont souvent quelque peu remaniés surtout dans les roches meubles.

Les méthodes pratiquées in situ peuvent consister en mesures de la résistivité apparente, de la densité par diagraphie $\gamma - \gamma$, de la teneur en ions H^+ par diagraphie neutron ou même de la vitesse des ondes soniques et sismiques. Une description détaillée de ces méthodes ne fait pas l'objet de ce travail; on peut cependant préciser qu'elles ont l'avantage de constituer, le plus souvent, des enregistrements continus des propriétés physiques mesurées et de façon non-destructive. Cependant, l'étalonnage précis de ces méthodes reste souvent très délicat à établir dans les terrains meubles à cause des problèmes d'échantillonnage. Un exemple est donné à la figure II.4. montrant les résultats des diagraphies γ -ray, γ - γ et neutron dans les terrains sablo-argileux du sous-sol de Shanghai, confrontés à la porosité mesurée sur des échantillons prélevés lors du forage.

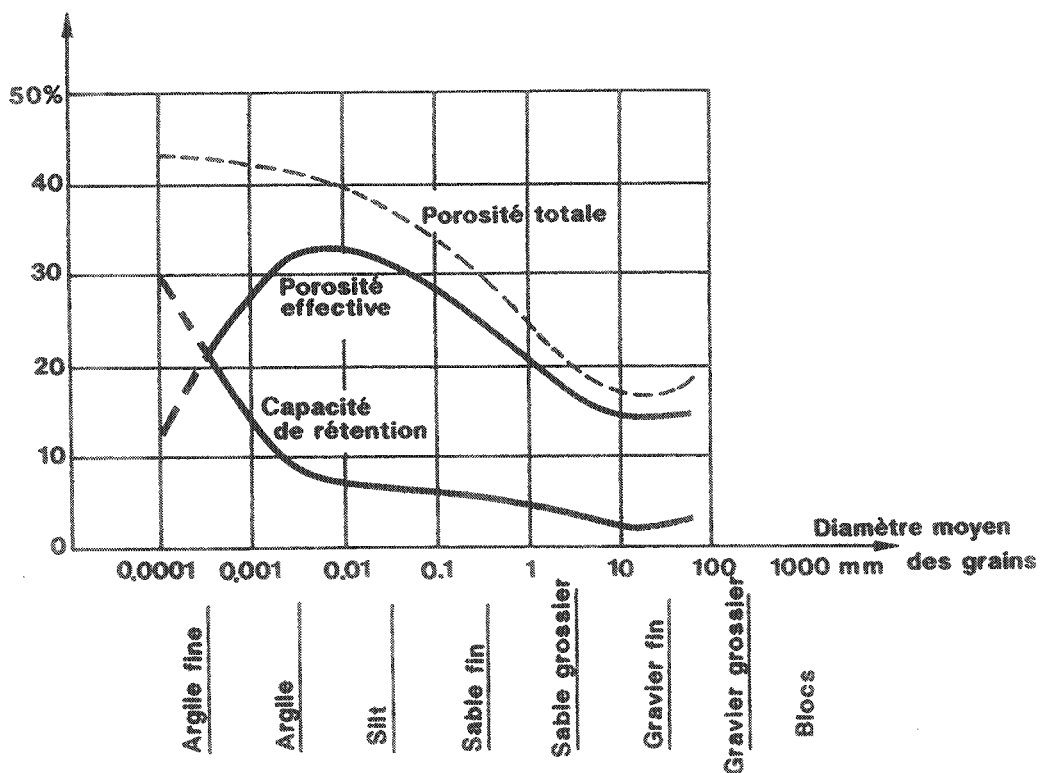


Figure II.3. : Influence des diamètres des grains sur les composantes de la porosité (diagramme d'Eckis d'après Castany, 1967 et Monjoie, 1981)

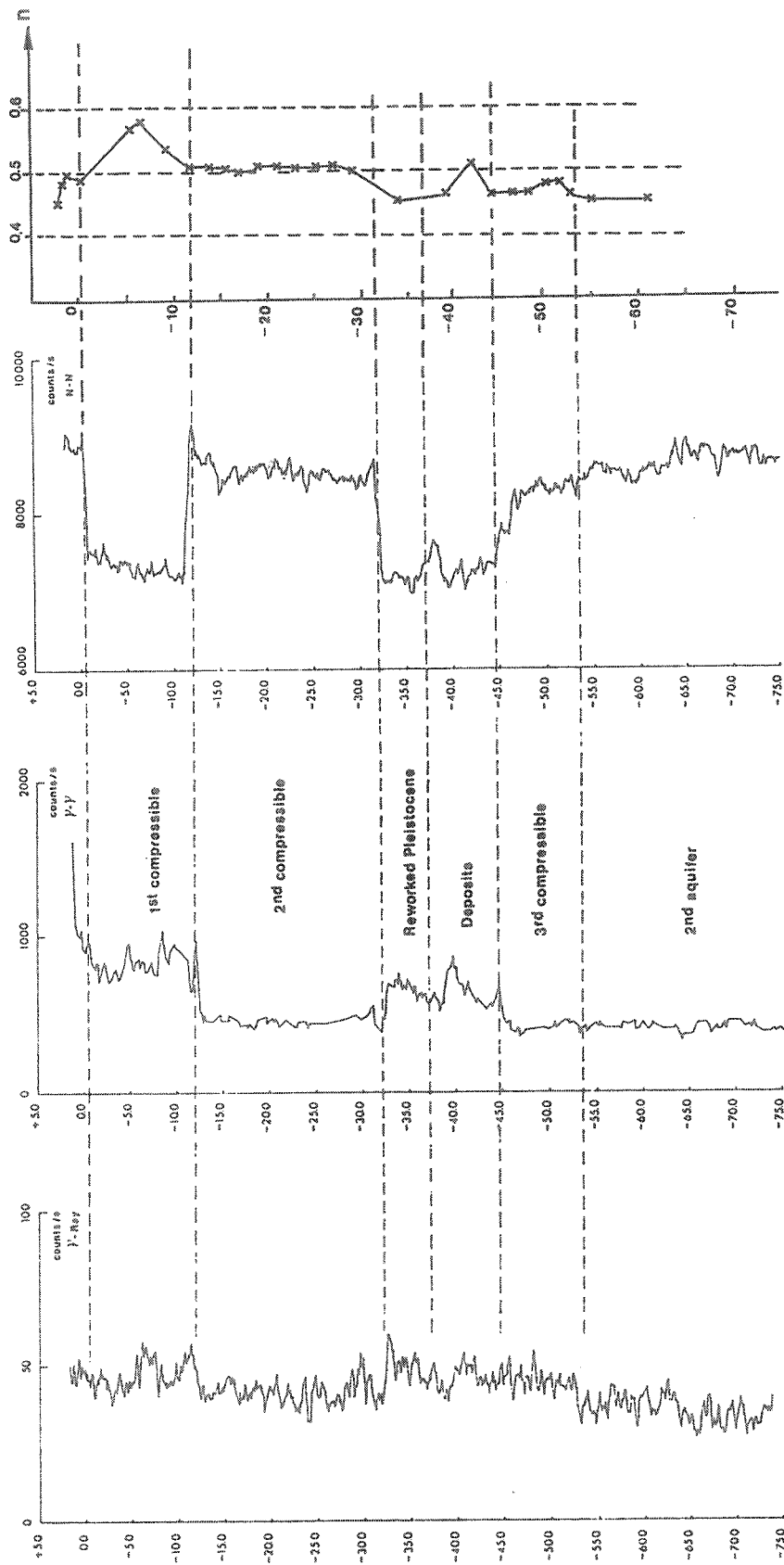


Figure II.4. : Résultats des diagraphies γ -ray, γ - γ , neutron au forage G22 à Shanghai, comparés aux mesures de porosité totale sur échantillons provenant du même forage.

La porosité efficace peut également être calculée par essais de pompages (cfr II.3.7.) et par comparaison de la fluctuation piézométrique pour une infiltration efficace donnée, pour un volume d'eau sorti à l'exutoire ou pour une variation des réserves d'eaux souterraines calculée à partir des courbes de tarissement (Monjoie, 1981).

Dans le cas de roches cohérentes, il est possible de distinguer la porosité de pores et la porosité de fissures (figure II.5.), en se basant sur la notion d'indice de continuité (Tourenq, 1978) :

$$IC = 100 \frac{V_{Lm}}{V_{Lc}}$$

où V_{Lm} est la vitesse sismique longitudinale mesurée
 V_{Lc} est la vitesse sismique longitudinale calculée sur base de la composition minéralogique.

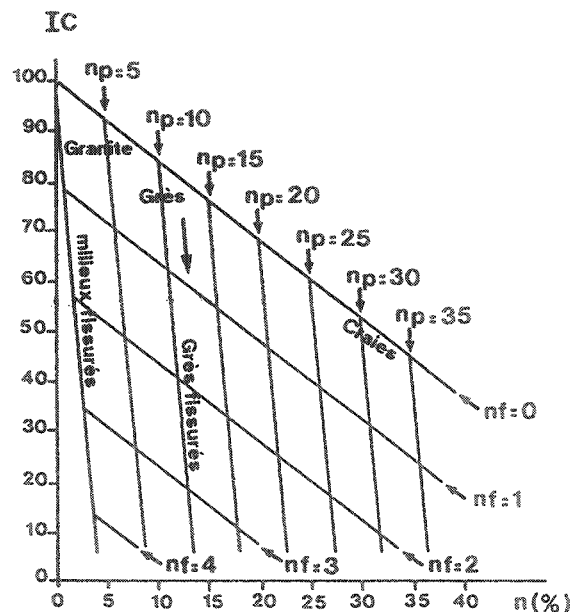


Figure II.5. : Distinction entre porosité "de pores" et "de fissures" à partir de l'indice de continuité et de la porosité totale (d'après Calembert et al, 1981).

Cette méthode a été appliquée avec succès pour la détermination de la porosité de pores et de la porosité de fissures des craies de Hesbaye (Muller, 1990, et Biver, 1990).

II.1.3. PRESSIONS ET HAUTEURS PIEZOMETRIQUES

L'hydraulique des nappes souterraines est un cas particulier de la mécanique générale des fluides pour lequel les écoulements sont presque toujours laminaires (Burger et al., 1985). Les seuls cas d'exception sont constitués par les essais Halliburton et les essais à la sonde de Prandtl pratiqués à haute pression dans des milieux rocheux fissurés. L'énergie d'une particule du fluide en mouvement est donc considérée comme uniquement potentielle (altitude de la particule et pression) car l'énergie cinétique est si réduite qu'elle est négligée. L'équation de Bernouilli s'écrit :

$$h = z + \int \frac{dp}{\rho \cdot g} \quad (\text{II.6.})$$

où h = potentiel ou hauteur piézométrique
 p = pression d'eau
 ρ = masse volumique de l'eau.

Si le fluide est incompressible,

$$\begin{aligned} h &= z + p/\rho \cdot g \\ \text{et} \\ p &= (h-z)\rho \cdot g \end{aligned} \quad (\text{II.7.})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \cdot g \frac{\partial h}{\partial t}$$

II.1.4. VITESSES D'ÉCOULEMENT EN MILIEU POREUX

Dans les milieux poreux, la vitesse des particules d'eau est très variable. La direction des vecteurs vitesse et les sections d'écoulement peuvent changer fortement d'un point à l'autre.

La vitesse réelle des particules d'eau dans chaque pore du milieu ne peut être, ni mesurée, ni utilisée dans les calculs, car elle constitue une grandeur microscopique.

Il faut se ramener à une grandeur macroscopique par moyenne spatiale sur l'E.V.R. ou par moyenne statistique : la vitesse de filtration (v) ou la vitesse de Darcy (cfr. II.1.7.).

Cette dernière se distingue de la vitesse effective qui est également une vitesse moyenne mais obtenue en ne considérant que le volume des pores où l'eau est mobile au lieu de l'E.V.R. entier.

II.1.5. EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE DE FLUIDE EN MILIEU POREUX SATURE

L'équation générale de continuité, exprimant la conservation de la masse de fluide, se ramène à :

$$\operatorname{div}(\rho \cdot v) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot n) + \rho \cdot q = 0 \quad (\text{II.8.})$$

où q = débits volumiques (par unité de volume) échangés par l'E.V.R. avec l'extérieur (positif si débit sortant).

II.1.6. SIMPLIFICATION ET INTEGRATION DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES (de Marsily, 1986)

De Marsily (1986) a montré qu'en simplifiant les équations dynamiques générales de Navier-Stokes pour le cas d'un écoulement laminaire et permanent entre deux plans parallèles et imperméables, on trouve une loi macroscopique qui pourra être comparée à la loi expérimentale de Darcy (cfr. II.1.7.). En particulierisant encore par l'introduction de la gravité et en plaçant le dispositif verticalement, il trouve :

$$v = - \frac{n \cdot e^2}{12 \cdot \mu} (\operatorname{grad} p + \rho \cdot g \operatorname{grad} z) \quad (\text{II.9.})$$

où $e = n/(1-n)$ = indice des vides

μ = coefficient de viscosité dynamique

$\operatorname{grad} z = (0, 0, 1)$, l'axe des z étant placé verticalement et orienté vers le dessus.

L'équation (II.9.) s'écrit également :

$$v = - \frac{n \cdot e^2 \cdot \rho \cdot g}{12 \mu} \operatorname{grad} h \quad (\text{II.10.})$$

avec h défini par l'équation (II.6.).

II.1.7. LOI DE DARCY

La vitesse de filtration est déterminée par l'expérience de Darcy (1856) qui consiste à faire passer, à travers un échantillon de milieu poreux de section constante A, un débit d'eau Q. La vitesse est exprimée par :

$$v = \frac{Q}{A} \quad (\text{II.11.})$$

Darcy a montré que le débit Q à travers une formation poreuse (figure II.6.) essentiellement sableuse, peut s'exprimer par :

$$Q = K.A. \frac{\Delta h}{L} \quad (\text{II.12.})$$

$$\text{et } v = K.i$$

où K est un coefficient dépendant du milieu poreux appelé conductivité hydraulique ou coefficient de perméabilité.

Δh est la différence des hauteurs piézométriques en amont et en aval de l'échantillon.

L est la longueur de l'échantillon.

$i = \Delta h/L$ est le gradient hydraulique.

Cette loi phénoménologique, exprimée en termes de hauteurs piézométriques (Δh) est valide pour un fluide incompressible (ou de densité constante à composition égale) et le flux se déplaçant vers les hauteurs piézométriques décroissantes.

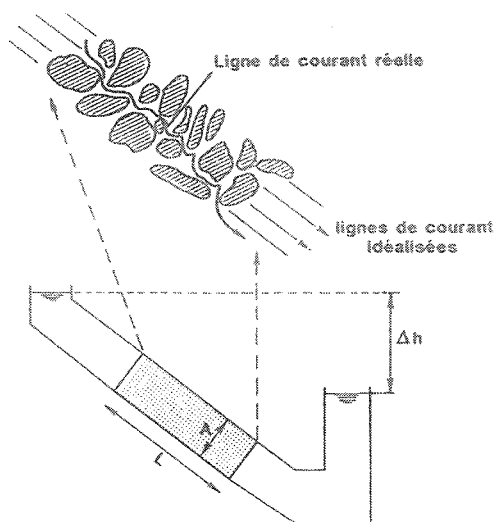


Figure II.6. : Ecoulement à travers un échantillon poreux

II.2. ECOULEMENT EN MILIEU POREUX NATUREL - NOTION DE PERMEABILITE

II.2.1. GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY

En milieu isotrope, le coefficient de perméabilité, apparaissant dans la loi de Darcy, est un scalaire exprimant, de façon globale, l'aisance qu'a le fluide à se déplacer à travers la tortuosité des vides (Bear and Verruijt, 1987). Il va donc dépendre des propriétés du fluide (densité et viscosité) et du milieu poreux (répartition des vides, forme des grains, tortuosité, surface spécifique, porosité). Par conséquent, K peut s'exprimer :

$$K = \frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu} \quad \begin{array}{l} [L] \\ [T] \end{array} \quad (\text{II.13.})$$

où k est la perméabilité intrinsèque du milieu poreux $[L]^2$

De nombreuses relations empiriques ont été émises liant K à différentes propriétés physiques du milieu. Il en sera question dans la suite de ce travail.

Dans l'expérience de Darcy, les causes réelles du déplacement de fluide sont le gradient de pression et la gravité; par conséquent, on peut écrire :

$$\underline{v} = - \frac{k}{\mu} (\underline{\text{grad}}p + \rho \cdot g \cdot \underline{\text{grad}}z) \quad (\text{II.14.})$$

et en tenant compte de l'équation (II.6.) :

$$\underline{v} = - \frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu} \underline{\text{grad}}h = - K \underline{\text{grad}}h \quad (\text{II.15.})$$

La loi de Darcy se généralise aux trois dimensions de l'espace, on écrit :

$$v_i = - K_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2 \text{ et } 3 \quad (\text{II.16.})$$

où K_{ij} = tenseur des perméabilités du milieu

x_j = coordonnée

II.2.2. MILIEU POREUX ANISOTROPE ET TENSEUR DE PERMEABILITE

Si la perméabilité en un point du milieu poreux est dépendante de la direction, le milieu poreux est anisotrope. Le cas le plus courant est l'anisotropie des formations géologiques sédimentaires où une direction préférentielle d'écoulement est constatée parallèlement au plan de sédimentation. Des cas particuliers d'anisotropie énorme sont constatés dans des massifs rocheux fissurés et karstifiés.

En considérant un écoulement parallèle au plan de stratification d'un milieu poreux composé de plusieurs couches, la somme des débits calculés par la loi de Darcy dans chaque couche prise individuellement donne :

$$\sum Q_i = \sum K_i \cdot B_i \cdot \frac{\Delta h}{L} \quad (\text{II.17.})$$

où B_i est la section d'écoulement de la i ème couche.

La perméabilité équivalente, parallèle aux couches, s'écrit par conséquent :

$$K_{eq} = \frac{1}{B} \sum K_i B_i \quad (\text{II.18.})$$

où B est la section totale = $\sum B_i$.

De même, pour un écoulement perpendiculaire aux couches, la perméabilité équivalente vaut :

$$K_{eq} = \frac{\sum B_i}{\left(\sum \frac{B_i}{K_i} \right)}$$

L'anisotropie de K est traitée en toute généralité lorsque les 9 composantes du tenseur de perméabilité, défini à l'équation (II.16.), sont non-nulles.

Le tenseur des perméabilités est un tenseur du second ordre et Matheron (1967) a prouvé sa symétrie par intégration des équations de Navier-Stokes en milieu continu. Macroscopiquement et intuitivement, dans la mesure où la perméabilité représente une grandeur moyenne sur au moins un EVR, cela paraît évident.

Dans un milieu poreux anisotrope, le vecteur flux et le gradient hydraulique ne sont pas colinéaires, excepté dans le cas où le gradient est parallèle à une direction principale d'anisotropie. Lorsque les directions principales d'anisotropies sont choisies comme système d'axe, le tenseur de perméabilité se réduit à une diagonale non nulle : $K_{ij} = 0, \forall i \neq j$ et $K_{ij} \neq 0, \forall i=j$

II.2.3. MILIEU POREUX FISSURE

Pour simuler les écoulements en milieu poreux fissuré, trois approches sont couramment pratiquées :

- a. la description détaillée des fractures, prises séparément, demandant la connaissance des caractéristiques propres de chacune d'entre elles;
- b. l'utilisation d'une "version étendue" de l'EVR, de manière à considérer le milieu poreux continu équivalent au milieu fissuré étudié;
- c. l'utilisation de paramètres assimilés à des fonctions aléatoires; des moyennes statistiques de ces fonctions sont alors utilisées dans les calculs moyennant l'hypothèse d'homogénéité statistique (fort proche de la définition d'un EVR).

L'étude de l'écoulement dans une fracture (approche a.) a amené Louis (1968) à écrire de façon générale :

$$\left. \begin{aligned} v &= K_f \cdot J_f \text{ en régime laminaire} \\ v &= K'_f \cdot J_f^\alpha \text{ en régime turbulent} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.19.})$$

où v est la vitesse moyenne de l'écoulement dans la fissure

K_f est la perméabilité de la fracture pour un écoulement laminaire

K'_f est la perméabilité de la fracture pour un écoulement turbulent

J_f est la projection du gradient piézométrique local dans le plan de la fracture

α est le degré de non linéarité de l'écoulement ($0.5 < \alpha < 1$) (de Marsily, 1986).

Ensuite, Louis (1974) distingue 5 types de régime d'écoulement (figure II.7.) en fonction de la rugosité relative (R_r) de la fracture et du nombre de Reynolds (Re).

Si des ponts de matière sont constatés dans la fissure, on peut multiplier la vitesse indiquée à la figure II.7 par un "coefficient de séparation de la fracture" (de Marsily, 1986). Pour un réseau de fractures parallèles (figure II.8.), la perméabilité équivalente en régime laminaire s'écrit :

$$K = \left(\frac{a}{a+b} \right) \cdot K_f + \left(\frac{b}{a+b} \right) \cdot K_m \quad (\text{II.20.})$$

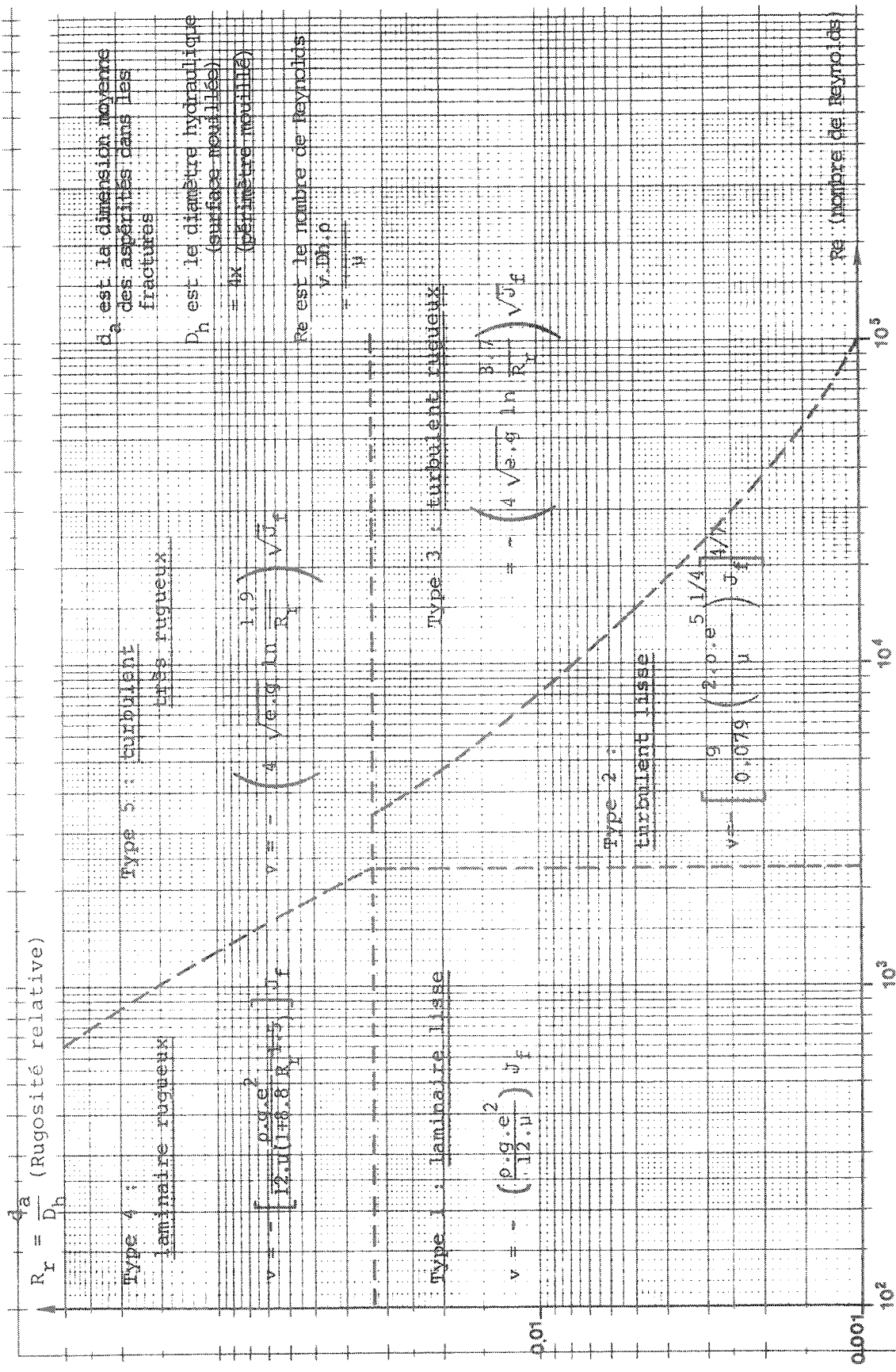


Figure II.7. : Différentes lois d'écoulement dans les fractures et leur domaine d'application (d'a près de Marsily, 1986 et Louis, 1974)

où K_m est la perméabilité de la matrice
 b est la distance entre les fractures
 a est l'ouverture moyenne de la fissure

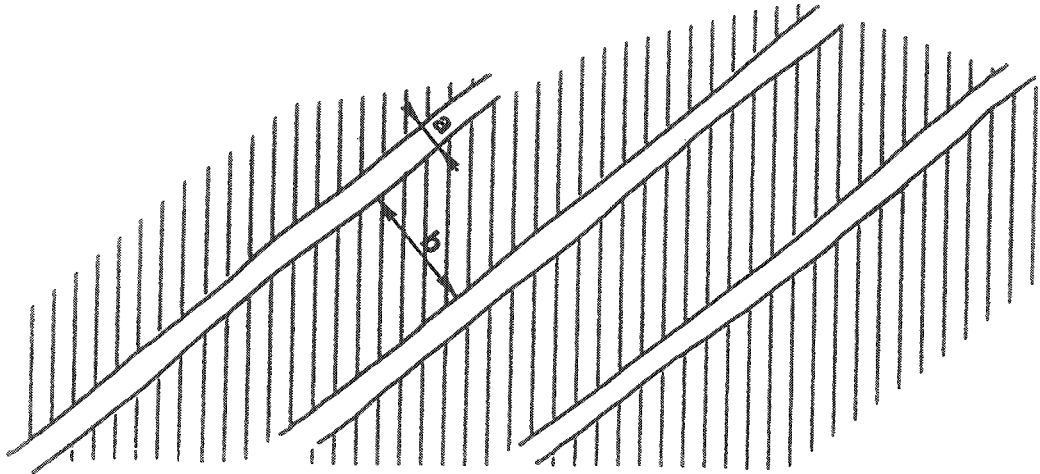


Figure II.8. : Réseau de fractures parallèles dans un milieu poreux rocheux.

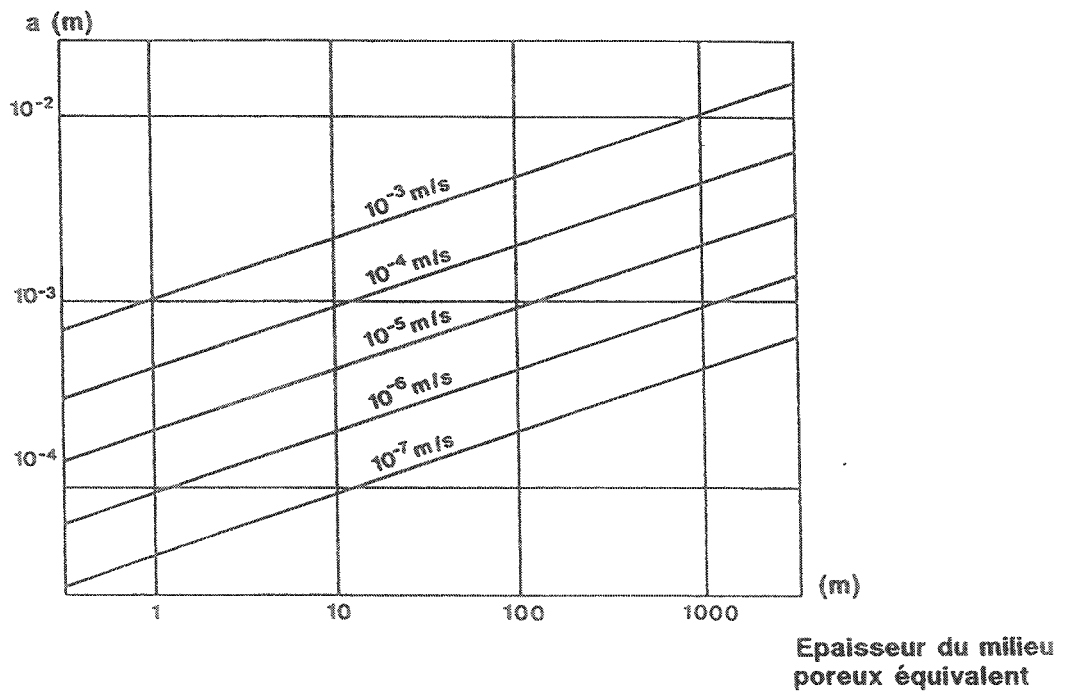


Figure II.9. : Epaisseur (en mètres) d'un milieu poreux continu, équivalent à une fracture, d'après de Marsily, 1986.

a est très petit par rapport à b; l'équation (II.20.) s'écrit donc :

$$K = \frac{a}{b} K_f + K_m \quad (\text{II.21.})$$

Par cette dernière équation, on arrive à la notion de perméabilité équivalente (approche b.). En résultat de leurs études, Maini et Hocking (1977) fournissent un graphique permettant de substituer un milieu poreux continu équivalent au milieu poreux fracturé (figure II.9.).

De cette manière, pour des milieux poreux affectés de 2 ou plusieurs familles de fissures, les perméabilités équivalentes parallèles à chaque famille de fissures sont déterminées et on peut en déduire les directions principales d'anisotropie comme illustré à la figure II.10. Dans ce type d'approche, on suppose cependant que les fissures sont infinies et ont des propriétés uniformes.

Rappelons néanmoins que la seule façon précise de déterminer K_f ou K'_f d'une fissure (approche a.) consiste à réaliser des tests de pression in situ (sonde de Prandtl et tests Halliburton).

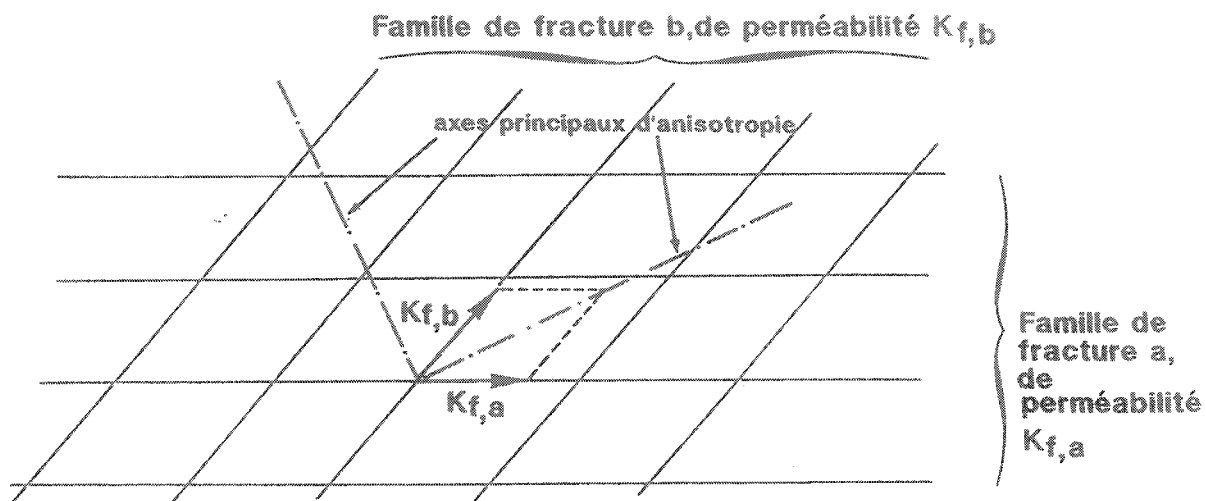


Figure II.10. : Axes principaux d'anisotropie d'un milieu poreux, fracturé par deux familles de fissures.

Dans la troisième approche (approche c.), l'effet des incertitudes quant à la géométrie réelle des fractures est analysé dans l'estimation de la perméabilité équivalente (Stam et al., 1990). Les mesures de terrains sont spécifiées avec leurs moyennes et variances si bien que la moyenne et la variance de la perméabilité équivalente sont calculées (figure II.11.).

De façon générale, avec un système fracturé dont la géométrie serait totalement quelconque, la matrice de perméabilité n'est pas un tenseur et n'est pas symétrique. Sagar et Runchal (1982) ont montré sous quelles conditions la symétrie est obtenue.

L'écoulement en milieu poreux fracturé est donc très complexe à étudier de façon précise et, si l'on considère des écoulements en régime transitoire, il faudra en plus tenir compte d'une porosité double.

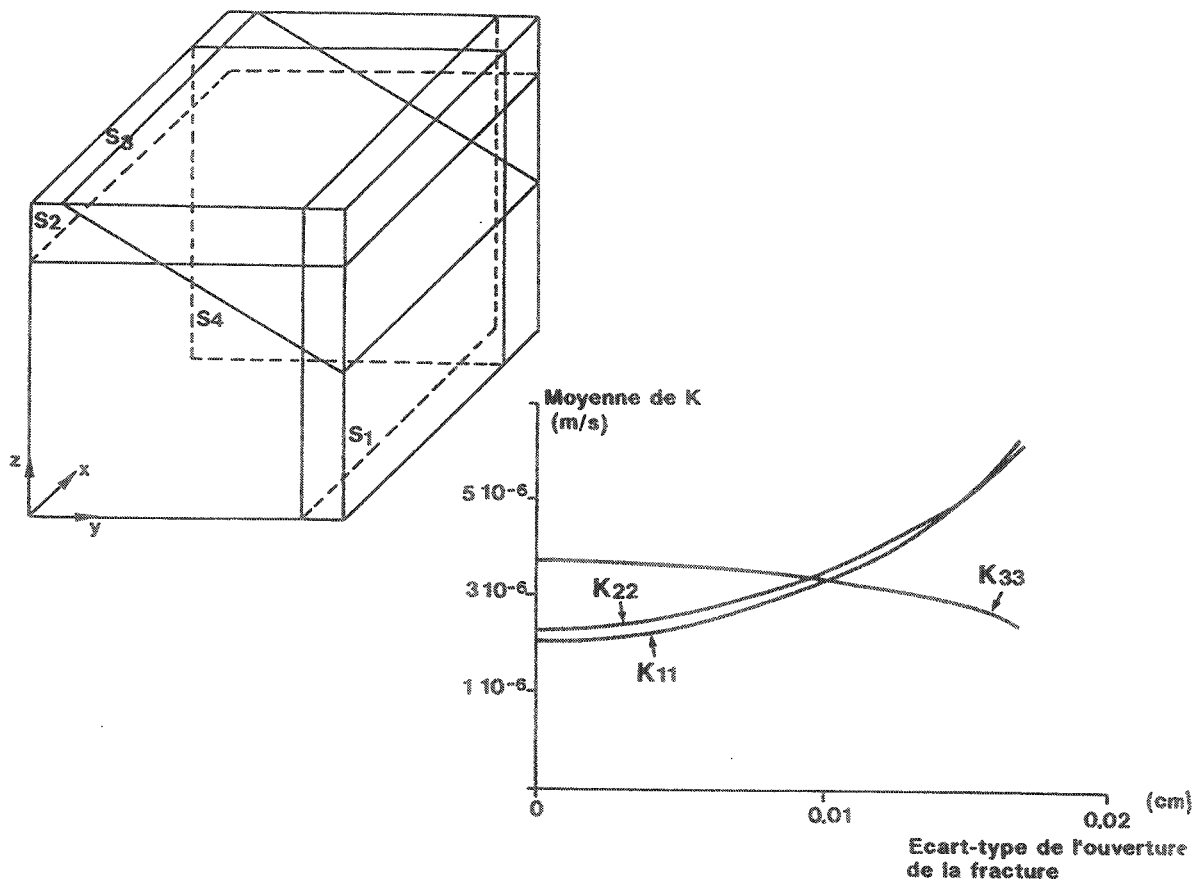


Figure II.11. : Exemple montrant la dépendance des perméabilités moyennes principales par rapport à l'écart-type des valeurs d'ouverture des fractures. Cet exemple a été calculé par Sagar et Runchal (1982) sur un bloc de 5 m X 5 m affecté de 4 systèmes de fractures, S1, S2, S3 et S4.

II.2.4. LIMITATIONS ET VALIDITE DE LA LOI DE DARCY

Au départ, la loi de Darcy a été établie sur base d'essais réalisés sur des milieux poreux dont la matrice est sableuse, sablo-silteuse ou même sablo-graveleuse. Il est nécessaire d'étudier sa validité pour des milieux poreux fracturés et pour des milieux poreux argileux. Cette discussion paraîtrait purement théorique et dénuée d'intérêt pratique si les problèmes de stockage de déchets (radioactifs, par exemple) dans des horizons indurés ou meubles de faible perméabilité n'avaient amené ce type de problème à notre attention. Il apparaît expérimentalement (Bear & Verruijt, 1987) que la relation entre la vitesse de filtration (v) et le gradient hydraulique (i) peut s'écarter de la relation linéaire exprimée par la loi de Darcy (équation II.12.) pour des (i) très petits ou très grands.

Par analogie avec l'hydraulique générale, on caractérise l'écoulement étudié par son nombre de Reynolds (figure II.7.) :

$$R_e = \frac{v \cdot D_h \cdot \rho}{\mu} \quad (\text{II.22.})$$

où D_h est le diamètre hydraulique.

Malgré des modes de détermination différents du D_h , selon les auteurs $D_h = d_{10}$ ou $D_h = \sqrt{k/n}$, il est reconnu généralement que la loi de Darcy est valide si le nombre de Reynolds est compris entre 1 et 10 (Bear & Verruijt, 1987), ce qui "couvre" la plupart des problèmes traités.

Des nombres de Reynolds supérieurs peuvent être rencontrés dans des milieux calcaires fracturés et karstifiés ou à proximité immédiate de pompages ou réinjections à forts débits. Les turbulences et les vitesses élevées, font en sorte qu'une augmentation supplémentaire du gradient provoque une augmentation de vitesse inférieure à ce que préconiserait la loi de Darcy (figure II.12, a).

A l'autre extrême, des nombres de Reynolds inférieurs à 1 sont trouvés dans des milieux très argileux où un gradient supérieur à celui préconisé par la loi de Darcy est nécessaire pour provoquer un écoulement. Dans ce dernier cas, la loi généralement considérée est celle de la figure II.12.b due initialement à Jacquin (1965) et reprise par de nombreux auteurs (de Marsily, 1986, ...) bien que difficilement confirmée par les expériences (figure II.13.).

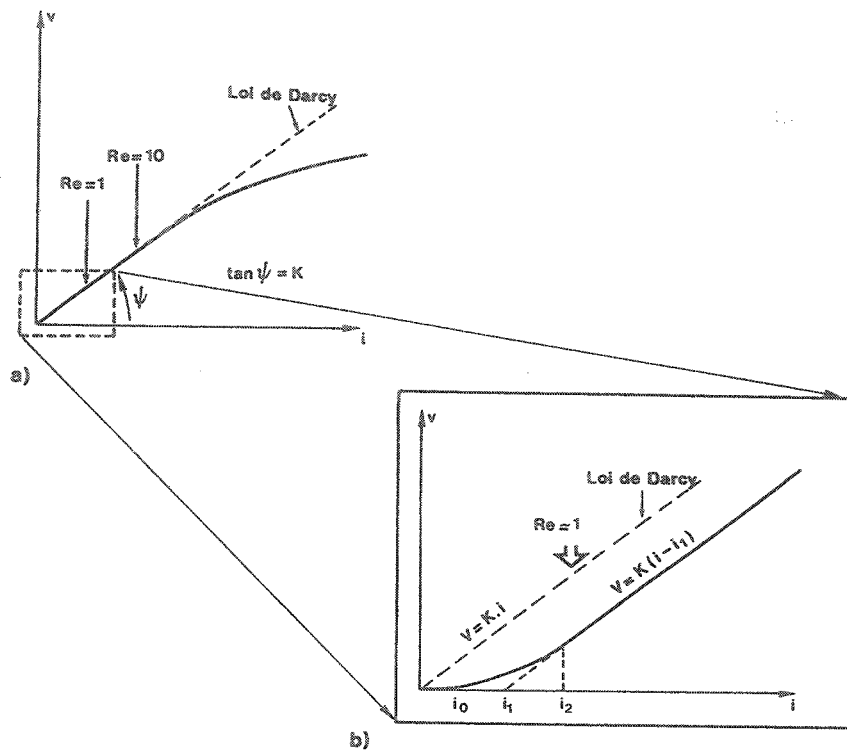


Figure II.12 : Déviations par rapport à la loi de Darcy pour les grands et petits gradients hydrauliques.

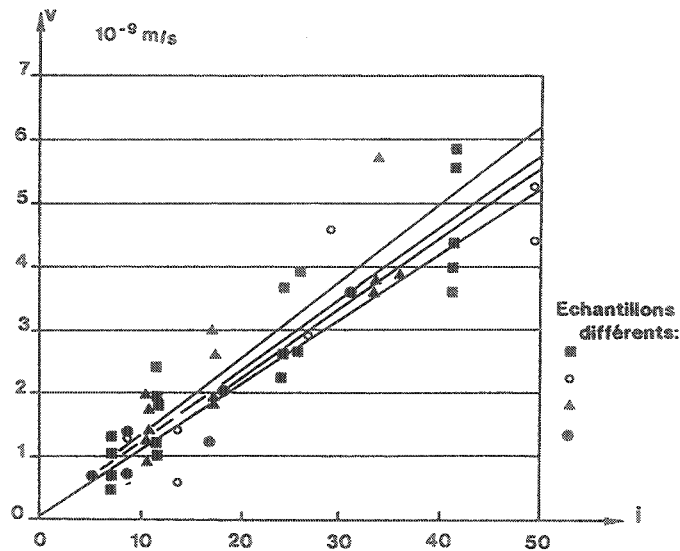


Figure II.13 : Vitesse de filtration en fonction du gradient hydraulique, à travers 4 échantillons d'argile à dominante kaolinite-illite, montrant la difficulté d'établir une loi avec précision, vu les imprécisions des mesures, les vitesses faibles et les temps d'expérience énormes. D'après Wagner & Egloffstein (1990).

Ce comportement est dû aux différentes interactions que subit l'eau dans les milieux argileux : polarités électriques, potentiel de courant d'eau, comportement non-Newtonien de l'eau dans les espaces capillaires, flux inverse d'électro-osmose, ... Pour autant qu'une loi puisse être déterminée, il est évident que les valeurs de i_0 , i_1 , i_2 (figure II.12.) dépendent de la nature exacte des argiles en présence. A partir de là, de nombreux auteurs ont proposé des lois empiriques satisfaisantes pour les milieux argileux qu'ils étudient, où la perméabilité devient en quelque sorte dépendante du gradient hydraulique.

II.2.5. EQUATION DE L'ÉCOULEMENT EN MILIEU POREUX EN RÉGIME PERMANENT

En régime permanent, l'équation (II.8.) exprimant la conservation de la masse du fluide s'écrit :

$$\operatorname{div}(\rho \cdot v) + \rho \cdot q = 0 \quad (\text{II.23.})$$

Si on remplace v par sa valeur dans l'équation (II.14.) de la loi de Darcy et en considérant le fluide incompressible ($\rho = \text{cste}$), on obtient :

$$\operatorname{div} \left[K (\operatorname{grad} p) \right] - \rho \cdot g \cdot q = 0 \quad (\text{II.24})$$

$$\text{ou} \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) - \rho \cdot g \cdot q = 0$$

$$\text{ou encore} \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) - q = 0$$

(en notations indicielles)

II.2.6. TRANSMISSIVITE ET HYPOTHESE DE DUPUIT

En toute généralité, les écoulements en milieu poreux sont tri-dimensionnels.

Nappes captives

Dans bien des cas de nappes captives, si la couche aquifère possède une épaisseur $e(x,y)$ (figure II.14.), le flux $Q(x,y)$ en un point de coordonnées (x,y) est considéré comme dirigé parallèlement aux épontes en ce point et ces épontes sont considérées imperméables. On trouve alors :

$$Q(x,y) = \int_0^{e(x,y)} v_{x,y} dz \quad (\text{II.25.})$$

où $v_{x,y}$ est la vitesse de filtration de Darcy dans le plan défini par les axes x et y .

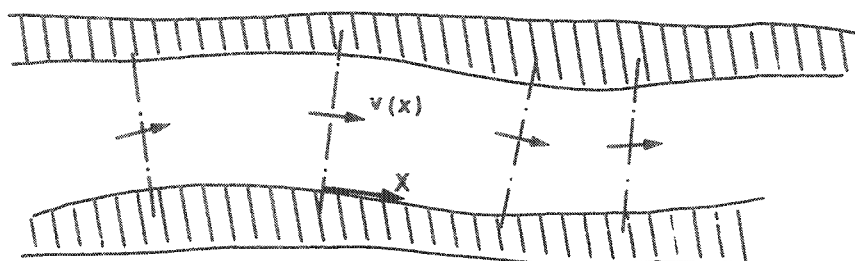
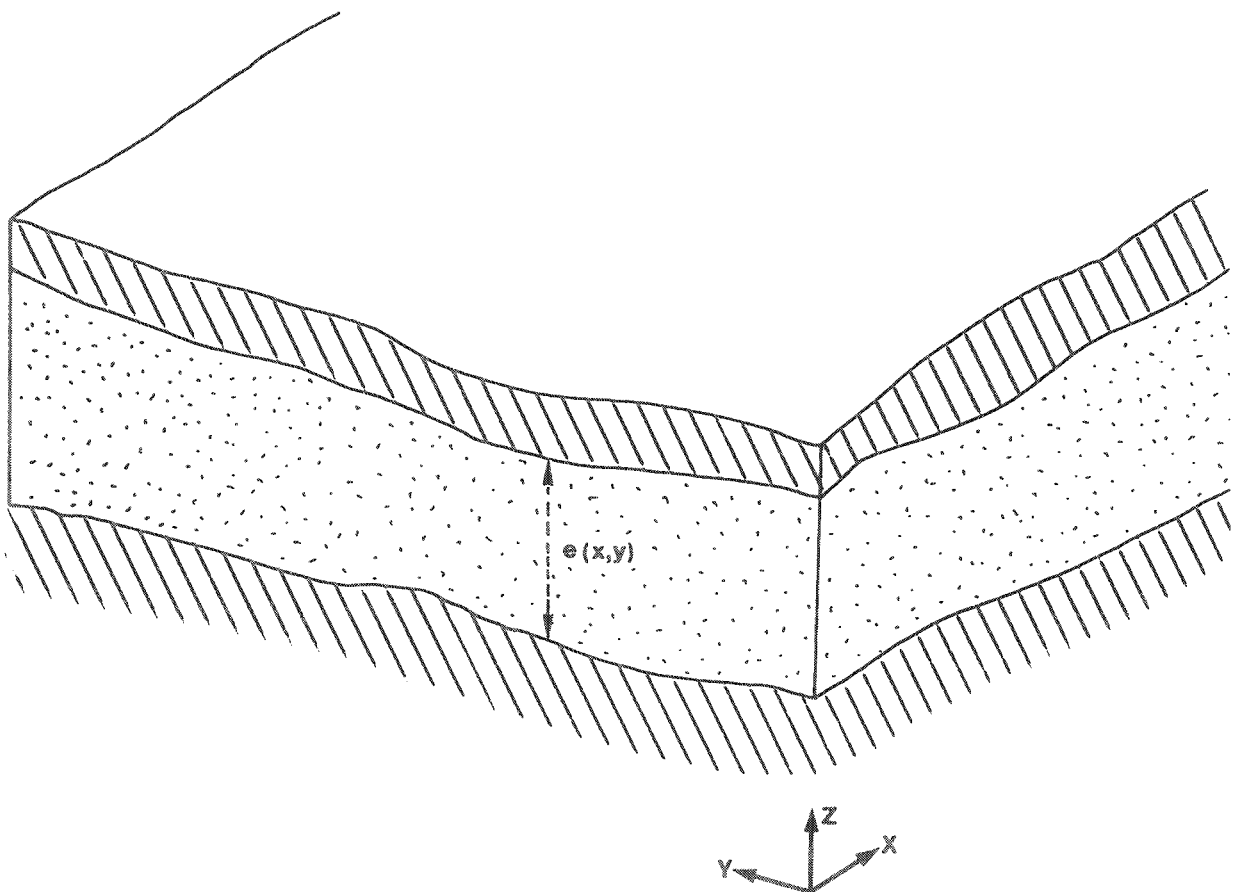


Figure II.14. : Ecoulement parallèle aux épontes en nappe captive

Les deux composantes de ce flux peuvent s'écrire :

$$\left. \begin{aligned} Q_x(x,y) &= \int_0^{e(x,y)} K(x,y,z) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot dz \\ Q_y(x,y) &= \int_0^{e(x,y)} K(x,y,z) \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dz \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.26})$$

On définit la transmissivité comme suit :

$$T(x,y) = \int_0^{e(x,y)} K(x,y,z) \cdot dz \quad (\text{II.27.})$$

Les équations (26) s'écrivent alors :

$$\left. \begin{aligned} Q_x(x,y) &= T(x,y) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \\ Q_y(x,y) &= T(x,y) \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.28.})$$

Si le milieu est isotrope et homogène sur l'épaisseur $e(x,y)$, on a :

$$T(x,y) = K(x,y) \cdot e(x,y) \quad (\text{II.29.})$$

ou en tout point, $T=K \cdot e$.

Nappes libres

Les nappes libres sont surmontées d'une frange capillaire située au dessus de la surface libre (figure II.15.). Le plus souvent, la hauteur de la frange capillaire est négligeable (bien que dépendante de la lithologie, de la texture et de la structure de la formation aquifère) par rapport à l'épaisseur saturée de la couche aquifère. On considère la surface libre confondue avec la surface appelée "water table" située au-dessus de la frange capillaire et elles peuvent être caractérisées par une pression nulle (voir aussi chapitre IV).

Dans les problèmes hydrogéologiques, la position de cette surface libre constitue bien souvent ce que l'on cherche.

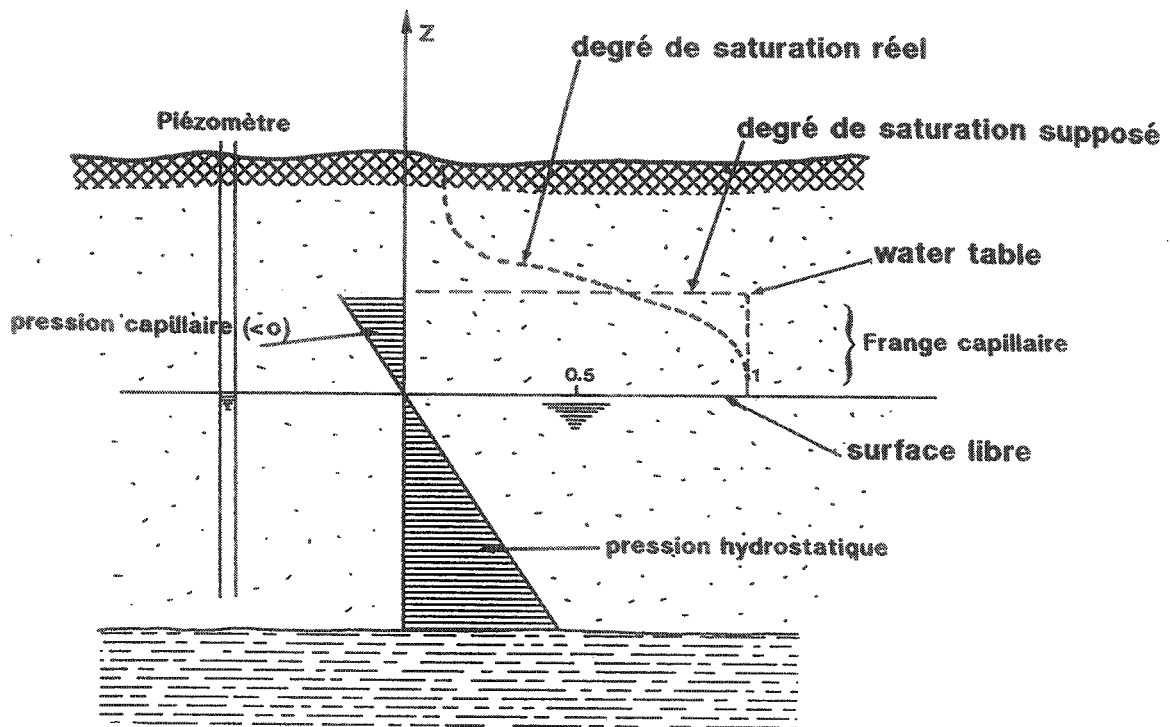


Figure II.15. : Nappe libre, frange capillaire et degré de saturation (d'après Bear, 1987).

Pour contourner ce problème, pouvoir utiliser la notion de transmissivité et réduire l'écoulement 3D à un problème bidimensionnel [$h(x,y,z,t) \rightarrow h(x,y,t)$], il faut utiliser l'hypothèse de Dupuit (1863) : lorsque la pente de la surface libre de l'aquifère étudié est très faible (1/1000 ou 1/10000), on la considère horizontale et le flux est également considéré strictement horizontal. Remarquons que cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse d'une "répartition hydrostatique" des pressions :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \rho \cdot g \quad (\text{II.30.})$$

II.2.7. MESURES DE LA PERMEABILITE

Détermination in situ

La détermination in situ de la perméabilité se fait le plus souvent par des essais de pompage, d'injection, de pressions ou de traçage dont les résultats sont interprétés en utilisant des solutions analytiques ou empiriques (et plus récemment des solutions numériques) pouvant simuler, de façon acceptable, le cas étudié.

De nombreux traités d'hydrogéologie (de Marsily, 1986, Castany, 1963 et 1967, Monjoie, 1981, etc.) reprennent de façon complète la plupart des cas rencontrés : nappes libres ou captives, en milieu poreux et/ou fracturé et fissuré, en mode permanent ou transitoire, nappes radiales infinies avec ou sans infiltration par les épontes.

Les différentes méthodes d'interprétation supposent un certain nombre d'hypothèses. L'écart entre le comportement théorique et celui observé permet de mettre en évidence certaines caractéristiques de l'aquifère telles l'hétérogénéité, l'anisotropie et l'apparition de pertes de charge.

Il n'entre pas dans le cadre de ce travail de rappeler ces différentes méthodes.

Détermination sur échantillons

Les perméamètres utilisés sont des dispositifs similaires à celui de Darcy. Si la perméabilité est grande, la différence de hauteur d'eau entre l'amont et l'aval est maintenue constante (perméamètre à niveau constant) et la mesure du débit est effectuée en aval de l'échantillon testé. Dans les autres cas, un perméamètre à niveau variable est utilisé et la mesure du volume de fluide infiltré est effectuée par repérage du niveau d'eau amont sur un tube gradué (piézomètre à niveau variable).

Les mesures réalisées à l'aide de ces perméamètres sont, en pratique, souvent mises en doute, de par le remaniement fréquent des échantillons testés et d'autre part, même si les échantillons peuvent être considérés comme non-remaniés, elles ne sont que rarement représentatives des valeurs moyennes de K sur l'E.V.R. utilisé dans les modèles (figure II.16.).

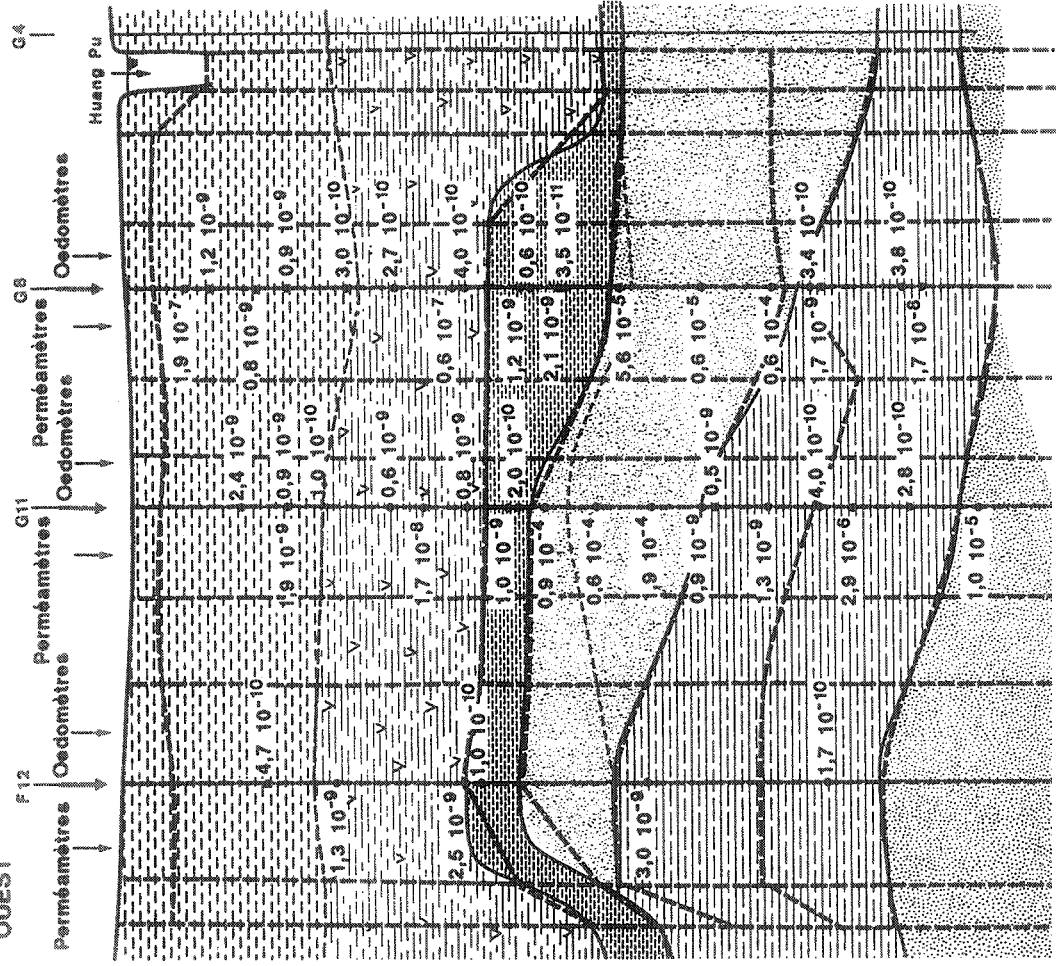
En "reservoir engineering", l'utilisation de gaz secs (air, He, N_2) comme fluide pour la mesure de la perméabilité est courante afin de minimiser les réactions fluide-matrice. A basse pression, ces essais fournissent des valeurs trop grandes de K car l'échantillon testé contient de l'air avant l'essai. La correction d'évacuation d'air de Klinkenberg (1941) permet alors de se ramener à des perméabilités équivalentes, relatives à des liquides. Cette correction est à appliquer avec précautions selon la nature chimique du fluide par rapport à celle de la formation poreuse (argiles sensibles par exemple).

Pour les formations silteuses et argileuses très peu perméables, la perméabilité est mesurée par des essais de consolidation (oedomètres ou triaxiaux). La perméabilité est obtenue à différents paliers de contrainte effective, ce qui revient à dire qu'une relation de type $K=f(e)$ est obtenue (cfr. III). Les valeurs obtenues de la sorte sont nettement inférieures à celles obtenues par des perméamètres pour les 3 raisons suivantes :

- la perméabilité des terrains argileux décroît sensiblement avec la diminution de l'indice des vides (et donc avec l'augmentation de la contrainte effective);

EST

OUEST



LEGENDE

- 1ère couche compressible : argile silteuse
- 2ème couche compressible : argile silteuse et loam
- Dark Green Stiff Clay : argile surconsolidée
- 1er aquifère : silt et sable fin
- 3ème couche compressible : argile silteuse
- 2ème aquifère : sable fin et silt

Maillage en éléments finis



Figure II.16. : valeurs des perméabilités en m/s mesurées par perméamètres et oedomètres sur des échantillons provenant des différentes couches argilo-silteuses du sous-sol de Shanghai. Dans le cas des oedomètres, la valeur mentionnée est relative à l'état de contrainte effective, restitué par rapport aux conditions in situ.

- l'eau utilisée dans les perméamètres n'est pas en équilibre chimique complet avec l'échantillon argileux, ce qui peut créer des interactions ioniques importantes influençant l'écoulement. Dans un essai de consolidation, il y a juste expulsion partielle de l'eau occupant les pores et pas passage d'eau dans tout l'échantillon;
- les zones proches des parois de l'échantillon sont souvent perturbées, pouvant produire des écoulements plus importants si aucune précaution particulière n'est prise dans les perméamètres. En consolidation, au contraire, les contraintes latérales tendent à réduire les perméabilités dans ces zones perturbées.

C'est essentiellement ces 3 raisons qui expliquent que les perméabilités des sédiments argileux du sous-sol de Shanghai (figure II.16.) diffèrent d'un facteur 10 et parfois 100 selon que les mesures ont été réalisées au perméamètre ou à l'oedomètre.

Les valeurs obtenues par consolidation sont plus fiables si les niveaux de contrainte, appliqués lors des essais correspondent aux contraintes réelles régnant à la profondeur de prélèvement. Autrement dit, la perméabilité doit être mesurée sur l'échantillon dans les mêmes conditions d'indice des vides (de porosité) et de contraintes effectives que celles qui existaient dans sa position in situ (Domenico et Mifflin, 1965).

II.2.8. APPROCHE STATISTIQUE DE LA PERMEABILITE

Au paragraphe II.1.1., il a été exposé comment la porosité ponctuelle d'un milieu poreux pouvait être considérée en tant que fonction aléatoire. La perméabilité introduite selon la loi de Darcy n'est pas une grandeur ponctuelle, et l'écoulement est régi en tout point du milieu poreux par les équations de Navier-Stokes (cfr. II.1.6.). C'est l'intégration spatiale de ces équations sur le milieu poreux (de géométrie très complexe) qui aboutit à la loi de Darcy (Matheron, 1967). On peut donc lier une perméabilité globale d'un volume de milieu poreux à la géométrie rencontrée dans ce volume. Cette caractérisation de la géométrie peut se faire de façon stochastique à partir de fonctions aléatoires d'autant plus nombreuses que la géométrie est complexe.

En pratique cependant, on constate que la variance de la variabilité spatiale de K est très élevée et que l'hypothèse de stationnarité (au sens statistique du terme, cfr chapitre V.) n'est pas applicable (Delhomme, 1976). D'autres hypothèses moins restrictives (hypothèse intrinsèque, cfr. chapitre V) peuvent néanmoins être utilisées permettant notamment le krigeage des valeurs de perméabilité (cfr. V). Hoeksema et Kitadinis (1985), dans un travail général de caractérisation de la perméabilité et de la transmissivité au sens statistique du terme, sont arrivés à la conclusion qu'elles étaient le plus souvent caractérisées par une distribution log normale.

II.3. STOCKAGE EN MILIEU POREUX - NOTION D'EMMAGASINEMENT

II.3.1. INTRODUCTION

L'équation de continuité (II.8.) ou de conservation de la masse de fluide dans un milieu saturé (cfr. II.1.5.) s'écrit comme suit :

$$\operatorname{div}(\rho.v) + \rho.q = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho.n) \quad (\text{II.31.})$$

Le deuxième membre de cette équation fait intervenir la variation temporelle de la masse de fluide stockée par unité de volume de milieu poreux. Il s'agit donc de caractériser la capacité de l'aquifère (milieu poreux) à stocker ou libérer un volume de fluide en fonction des pressions régnant dans la formation.

Dès à présent, il convient de remarquer les faits suivants :

- si la pression interstitielle est nulle (ou atmosphérique), on n'est pas en milieu poreux saturé mais à l'interface entre le milieu non-saturé et le milieu saturé : la surface libre. La capacité d'emménagement de l'aquifère libre dépendra principalement de la porosité efficace du milieu poreux (cfr. II.3.7.);
- s' il existe une pression interstitielle non nulle, cette capacité dépendra principalement des compressibilités du milieu poreux et du fluide (cfr. II.3.6.).

Avant de définir les coefficients d'emménagement des nappes aquifères, il nous faut donc rappeler brièvement la notion de contrainte effective.

II.3.2. PRINCIPE DES CONTRAINTES EFFECTIVES

De nombreux auteurs ont contribué à l'élaboration et à la discussion de ce principe; citons notamment Terzaghi (1943), Skempton (1954, 1960), Bishop (1959, 1963), Geertsma (1957) et Verruijt (1980, 1984).

Considérons une section plane dans un milieu poreux saturé et une force normale à cette section. La répartition des contraintes obtenues dans les parties solides et liquides du milieu poreux peut s'exprimer explicitement comme suit :

$$\frac{\text{Force normale}}{\text{Surface totale}} = \frac{\Sigma(\text{forces "grain à grain"})}{\text{Surface totale}} + \frac{\Sigma(\text{forces fluide-fluide})}{\text{Surface totale}} \quad (\text{II.32.})$$

(de la section)

Exprimons les proportions de la surface totale de la section qui sont relatives aux contacts "grain à grain" et aux contacts "fluide-fluide" :

- contact solide (ou grain à grain) : $N.S$
- contact fluide (ou fluide-fluide) : $(1-N.S)$

avec N = nombre de contacts grain à grain / Surface totale
 S = surface moyenne des contacts grain à grain.

On obtient alors :

$$\frac{\Sigma(\text{forces grain à grain})}{\text{Surface totale}} = (\text{proportion de contact solide}) \times (\text{contrainte moyenne aux contacts grain à grain}) \quad (\text{II.33.})$$

et

$$\frac{\Sigma(\text{forces fluide-fluide})}{\text{Surface totale}} = (\text{proportion de contact fluide}) \times (\text{contrainte moyenne dans le fluide}) \quad (\text{II.34.})$$

L'équation (II.32.) peut alors s'écrire (figure II.17) :

$$\sigma = N.S \left(\frac{F_m}{S} + p \right) + (1-N.S).p \quad (\text{II.35.})$$

avec F_m = force moyenne appliquée aux contacts grain à grain en excluant toute composante due à la pression de fluide
 σ = contrainte totale.
 p = pression de fluide

L'équation (II.35.) se ramène à :

$$\sigma = N.F_m + p \quad (\text{II.36.})$$

et $\sigma = \sigma' + p \quad (\text{II.37.})$

où $\sigma' = N.F_m$ est définie comme la contrainte effective.

Telle qu'exprimée par les équations (II.36.) et (II.37.), la contrainte effective σ' est inutilisable en pratique car elle nécessiterait la connaissance de N et de F_m . D'autre part, il faut signaler qu'en établissant les équations (II.35.) à II.37.), les deux hypothèses suivantes ont été implicitement prises en compte (Bishop and Blight, 1963) :

- l'incompressibilité des grains du sol
- la contrainte de consolidation (qui contrôle l'aire de contact) est indépendante de p .

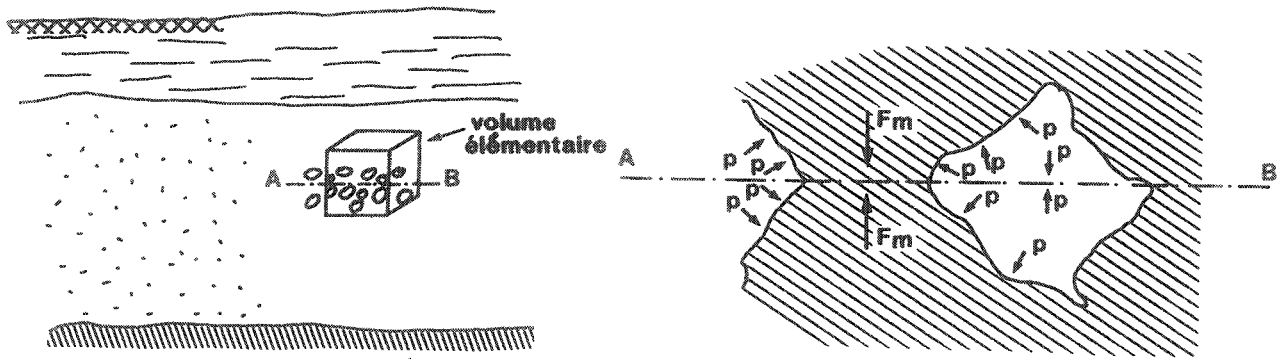


Figure II.17. : Volume élémentaire, coupe A-B et répartition des forces et de la pression dans un milieu poreux

Les géotechniciens (Terzaghi, 1943) attribuent à σ' une valeur telle que la variation des déformations volumiques d'un milieu poreux puisse être exprimée par :

$$d\epsilon_v = \alpha \cdot d\sigma' \quad (\text{II.38})$$

avec α = coefficient de compressibilité volumétrique du milieu poreux par diminution de porosité.

Il s'agit d'un postulat, qui permet d'attribuer à l'effet de la seule contrainte effective, l'ensemble des déformations mesurées. Cette convention suppose que le comportement géomécanique du milieu poreux puisse être représenté de façon acceptable par le coefficient α dont la valeur dépend des contraintes effectives : $\alpha(\sigma')$.

D'autre part, on sait qu'en réalité, les déformations volumiques mesurées ne sont pas seulement dues à la diminution de porosité mais également à la compressibilité des grains solides (β_s) et à la compressibilité du fluide saturant (β) :

$$d\epsilon_v = \alpha(d\sigma - dp) + \beta_s \cdot dp + \beta \cdot dp \quad (\text{II.39})$$

En combinant les équations (II.38.) et II.39.), on trouve l'expression conventionnelle de la contrainte effective :

$$d\sigma' = d\sigma - dp \left(1 - \frac{\beta_s}{\alpha} - \frac{\beta}{\alpha} \right) \quad (\text{II.40.})$$

Cela suppose que le comportement géomécanique des grains solides et du fluide puissent être décrits de façon acceptable par les coefficients de compressibilité β_s et β .

Si on prend l'hypothèse supplémentaire d'un milieu poreux saturé et drainé (cas le plus courant dans la nature), la variation de contrainte totale est nulle : $d\sigma = 0$.

L'équation (II.40.) s'écrit :

$$d\sigma' = - dp \cdot \left(1 - \frac{\beta_s}{\alpha} - \frac{\beta}{\alpha} \right) \quad (\text{II.41.})$$

Dans la plupart des cas traités, la compressibilité du fluide et des grains solides sont négligées par rapport à la compressibilité du milieu poreux et l'équation (II.41.) se ramène à une expression semblable à (II.37.) :

$$d\sigma' = - dp$$

et $\sigma = \sigma' + p \quad (\text{II.42.})$

Remarque : Dans ses travaux, Biot (1941, 1956) considère que le rapport $\frac{\beta_s}{\alpha}$ n'est pas négligeable. Les essais qu'il préconise

pour déterminer les paramètres dans ses théories élasto-plastiques et élastiques sont malheureusement non-conventionnels (Kingsburry, 1984). Considérant le problème 1D, ils peuvent cependant se ramener (Dassargues, 1989) à des essais oedométriques d'une part et à un essai déterminant la compressibilité du solide sans pore (grains) d'autre part. En négligeant la compressibilité de l'eau, il considère :

$$\sigma = \sigma' + \left(1 - \frac{\beta_s}{\alpha} \right) \cdot p \quad (\text{II.43.})$$

Le facteur $\left(1 - \frac{\beta_s}{\alpha} \right)$ est souvent appelé "coefficient de Biot" (Fatt, 1959).

II.3.3. COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT SPECIFIQUE EN NAPPE CAPTIVE

Il nous faut développer le deuxième membre de l'équation (II.31.) qui représente la variation de masse de fluide stockée dans un milieu poreux saturé :

$$\frac{\partial(n \cdot \rho)}{\partial t} = n \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \frac{\partial n}{\partial t} \quad (\text{II.44.})$$

L'équation d'état du fluide s'écrit $\rho = \rho(p, c, T)$. En prenant comme hypothèse des conditions isothermes et une composition chimique homogène du fluide, on se ramène à $\rho = \rho(p)$ et

$$n \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = n \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.45.})$$

En définissant β , coefficient de compressibilité du fluide tel que

$$\beta = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p} \text{ à } c \text{ et } T \text{ constantes,}$$

on peut écrire :

$$n \frac{\partial \rho}{\partial t} = n \cdot \rho \cdot \beta \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.46.})$$

En exprimant la variation de la porosité en fonction du temps (cfr. Annexe 1, équation a.6.) et en reprenant les mêmes hypothèses qu'au paragraphe II.3.2., le deuxième terme du deuxième membre de l'équation (II.44.) s'écrit :

$$\rho \cdot \frac{\partial n}{\partial t} = \rho \cdot \alpha \cdot (1-n) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.47.})$$

Remarquons une fois de plus qu'il nous a été nécessaire d'introduire des hypothèses sur le comportement géomécanique du milieu poreux par l'utilisation du coefficient α . Le chapitre III traitera en détails des différents aspects de ce couplage écoulement-tassement.

En additionnant les deux termes repris aux équations (II.46.) et (II.47.), la variation temporelle de la masse de fluide stockée dans le milieu poreux saturé s'écrit par :

$$\frac{\partial (n \cdot \rho)}{\partial t} = \rho (n \cdot \beta + \alpha \cdot (1-n)) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.48.})$$

L'équation (II.31.), exprimant la conservation de la masse du fluide en milieu poreux saturé, devient :

$$- \operatorname{div} (\rho \cdot v) - \rho \cdot q = \rho \left(n \cdot \beta + \alpha \cdot (1-n) \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.49.})$$

La vitesse v intervenant dans l'équation (II.49.) est une vitesse absolue de filtration du fluide (au sens de la loi de Darcy) qui, jusqu'ici, supposait que la matrice solide était immobile. Exprimons cette vitesse en fonction de la vitesse relative microscopique du fluide et de la vitesse absolue microscopique du solide (équation a.11. de l'Annexe 2) :

$$v = n \cdot \left(v_{f.r} + v_{s.a} \right) \quad (\text{II.50.})$$

où $v_{f.r}$ = vitesse relative microscopique du fluide

$v_{s.a}$ = vitesse absolue microscopique du solide

Par conséquent, l'équation (II.49.) peut s'écrire :

$$- \operatorname{div} (\rho \cdot n \cdot v_{f.r}) - \rho \cdot q = \rho \cdot (n \cdot \beta + \alpha (1-n)) \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \cdot n \cdot v_{s.a}) \quad (\text{II.51.})$$

En exprimant l'équation de conservation de la masse de solide (Annexe 2), en supposant que le fluide est homogène et que l'E.V.R. peut être caractérisé par une seule valeur de porosité, le dernier terme de l'équation (II.51.) peut s'écrire :

$$\operatorname{div} (\rho \cdot n \cdot v_{s.a}) = \frac{\rho \cdot n}{(1-n)} \frac{\partial n}{\partial t} \quad (\text{II.52.})$$

L'équation (II.51.) devient :

$$- \operatorname{div} (\rho \cdot n \cdot v_{f.r}) - \rho \cdot q = \rho \cdot (\alpha + n \cdot \beta) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.53.})$$

En l'écrivant par rapport aux hauteurs piézométriques, on obtient :

$$- \operatorname{div} (\rho \cdot n \cdot v_{f.r}) - \rho \cdot q = \rho^2 \cdot g \cdot (\alpha + n \cdot \beta) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.54.})$$

Pour quantifier l'emménagement de fluide dans le milieu poreux pour une variation unitaire de hauteur piézométrique, écrivons ce que devient l'équation (II.54.) en conditions non-drainées, pour lesquelles la vitesse relative microscopique du fluide par rapport au solide ($v_{f.r}$) s'annule.

On obtient :

$$I = -q = \rho \cdot g \cdot (\alpha + n \cdot \beta) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.55.})$$

avec $I = -q =$ volume d'eau ajouté par unité de temps et par unité de volume de milieu poreux (q est positif pour un débit sortant, cfr. II.1.5.).

Pour $\frac{\partial h}{\partial t} = 1 \frac{[L]}{[T]}$, on obtient l'expression du coefficient d'emménagement spécifique en milieu poreux saturé (nappes captives) :

$$S_s = \rho \cdot g \cdot (\alpha + n \cdot \beta) \quad [L^{-1}] \quad (\text{II.56.})$$

De nombreux auteurs (Cooper, 1966, De Wiest, 1966, Narasimhan & Kanehiro, 1980) ont discuté le fait de savoir si le coefficient d'emménagement spécifique en nappe captive était exprimé par sa forme sous-jacente à l'équation (II.49.), à savoir :

$$S_s = \rho \cdot g \cdot (\alpha \cdot (1-n) + n \cdot \beta) \quad (\text{II.57.})$$

ou par l'équation (II.56.). Il apparaît in fine, et comme démontré ci-dessus (Bredehoeft & Cooley, 1983, Bear & Corapcioglu, 1981) que ces expressions sont équivalentes, avec la même définition du coefficient α , si ce n'est que l'expression (II.57.) utilisée par De Wiest (1966) suppose que le volume élémentaire considéré ne se déforme pas.

Rappelons que les hypothèses suivantes se sont avérées nécessaires :

- contrainte totale constante
- comportement géomécanique du milieu poreux représenté par α , coefficient de compressibilité volumétrique du milieu poreux par diminution de porosité.
De nombreux auteurs limitent la signification de ce coefficient au cas où les déformations et les contraintes sont uniquement verticales (Jacob, 1940)
- les déformations peuvent être considérées comme petites. Si ce n'est pas le cas, dans le cas de grandes déformations, on doit remplacer les dérivées partielles par rapport au temps en dérivées totales (approche Lagrangienne). Cette approche a été suivie par Gambolati (1968) pour le cas de l'écoulement et du tassement unidimensionnel vertical. Elle peut s'avérer nécessaire dans les études de subsidences et tassements très importants, dus à la présence de formations très compressibles.

Il apparaît que la valeur de S_g dépend de la valeur de α ($\gg n.\beta$), de σ' et de la contrainte effective de préconsolidation (σ'_{prec}). Cette dépendance va fournir un des termes du couplage écoulement-tassement (cfr. chapitre III).

II.3.4. EQUATION GENERALE DE L'ECOULEMENT EN NAPPE CAPTIVE

En introduisant la définition du coefficient d'emménagement spécifique en milieu saturé (II.56.) dans l'équation (II.54.), on obtient :

$$-\text{div} \left(\rho.n.v_{f,r} \right) - \rho.q = \rho.S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.58.})$$

Considérons désormais comme vitesse de Darcy la vitesse de filtration (globale dans l'E.V.R.) relative par rapport au solide, c'est-à-dire :

$$v = n.v_{f,r} \quad (\text{II.59.})$$

Dès lors, si le fluide est supposé homogène dans l'espace malgré $(\rho = \rho(p))$, on écrit (II.58.) comme suit :

$$-\text{div } v - q = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.60.})$$

En y introduisant la valeur de v exprimée par les équations (II.14.), (II.15) et (II.16.), on trouve les expressions suivantes de l'équation générale de l'écoulement en nappe captive :

$$\text{div } \frac{k}{\mu} (\text{grad } p + \rho \cdot g \text{ grad } z) - q = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.61.})$$

$$\text{div } (K \cdot \text{grad } h) - q = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.62.})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \cdot \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) - q_i = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.63.})$$

II.3.5. COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT EN NAPPE CAPTIVE ET EN NAPPE LIBRE

Le coefficient d'emmagasinement spécifique d'une nappe captive a été défini par l'équation (II.56.). Cette grandeur est relative au volume unitaire du milieu poreux. Moyennant une intégration sur l'épaisseur de l'aquifère (cfr. II.2.6.), on peut la ramener à la surface unitaire de l'aquifère. On obtient la définition du coefficient d'emmagasinement d'une nappe captive :

$$S = \int_{z_1}^{z_2} S_s \cdot dz \quad (\text{II.64.})$$

où z_1 , z_2 sont les cotes de la base et du sommet de l'aquifère

S est le volume de fluide libéré ou stocké par unité de surface de l'aquifère et pour une variation unitaire de la hauteur piézométrique (figure II.18.).

Par définition, dans le cas d'une nappe libre (cfr. II.2.6. et figure II.15.), au-dessus de la zone saturée se trouve une zone de milieu poreux non saturé (avec ou sans frange capillaire). Les variations de hauteur piézométrique induisent un mouvement de la surface libre de la nappe, ce qui va augmenter ou diminuer la quantité de fluide emmagasiné par saturation ou drainage du milieu poreux.

Par conséquent, l'emménagement de fluide dans le milieu poreux, pour une variation unitaire de hauteur piézométrique, va dépendre essentiellement de la porosité efficace.

En effet, comme défini précédemment (cfr. II.1.3.), la valeur de la porosité efficace va déterminer la quantité de fluide libéré par drainage gravitaire ou inversément, stocké par remplissage des pores (figure II.18.). Donc, malgré une définition similaire, l'emménagement des nappes captives et libres correspond pour une large part à des processus très différents : le drainage en nappe libre et l'expulsion en nappe captive, pour un abaissement des hauteurs piézométriques (figure II.18.).

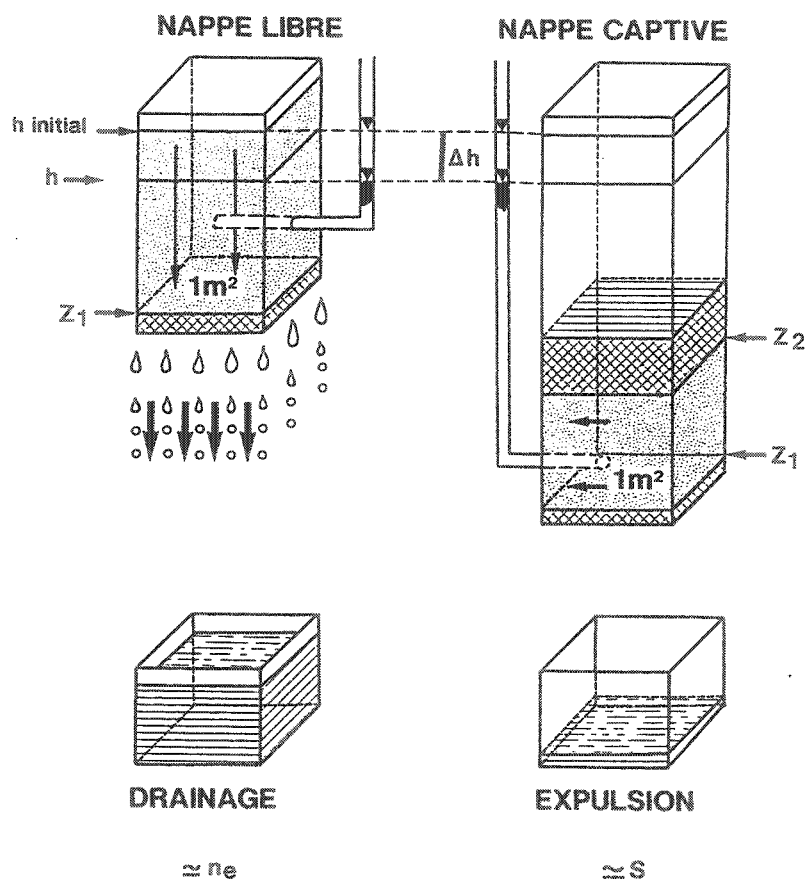


Figure II.18. : Volume d'eau libérée en nappe libre et en nappe captive (d'après Castany, 1967).

Pour être complet, il faut ajouter qu'à tout mouvement de la surface libre correspond des changements de pression dans l'aquifère. Ces changements de pressions, tout comme en conditions de nappe captive (excepté que la contrainte totale n'est pas constante), provoquent une libération ou un emmagasinement de fluide de par la compressibilité du milieu poreux.

La définition du coefficient d'emmagasinement en nappe libre est donc la suivante :

$$S = n_e + \int_{z_1}^h S_s \cdot dz \quad (\text{II.65.})$$

où S_s est le coefficient d'emmagasinement spécifique du milieu poreux saturé.

Le plus souvent, ce deuxième terme est négligé par rapport à n_e . Ce faisant, on néglige la compressibilité de l'eau, des grains solides et du milieu poreux dans son ensemble. Les valeurs courantes de n_e dans les terrains aquifères (reprises au tableau II.1., II.1.2.) sont comprises entre 0.03 et 0.35 alors que les valeurs du coefficient d'emmagasinement spécifique des nappes captives sont très rarement supérieures à $1.10^{-4} \text{ (m}^{-1}\text{)}$. Il faudrait donc des aquifères libres dont la hauteur saturée serait considérable pour que le deuxième terme de l'équation (II.65.) soit pris en compte.

II.3.6. EQUATION GENERALE DE L'ÉCOULEMENT EN NAPPE LIBRE

Vu la définition du coefficient d'emmagasinement, et en vue d'écrire l'équation de l'écoulement en milieu poreux pour des nappes libres, il est nécessaire de considérer l'intégration sur la hauteur saturée de l'aquifère (cfr. II.2.6.) et donc que les termes $\frac{\partial h}{\partial z}$ soient nuls. En fait, on ne néglige pas totalement toutes les composantes verticales de l'écoulement puisqu'au niveau de la surface libre, on considère le drainage vertical ou l'accrétion verticale du fluide dans les pores du milieu.

L'équation des écoulements en milieu poreux, dans le cas d'une nappe libre, peut s'écrire (de Marsily, 1986) :

$$\text{div} \left[\left(\int_{z_1}^h K \cdot dz \right) \cdot \underline{\text{grad}h} \right] - q = n_e \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.66.})$$

II.3.7. MESURES DU COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT

Détermination in situ

Comme pour la perméabilité, la détermination in situ du coefficient d'emmagasinement se fait le plus souvent par l'interprétation d'essais de pompages par des solutions analytiques. Des mesures du rabattement, en d'autres points qu'au puits de pompage, sont indispensables pour la détermination précise du coefficient d'emmagasinement. Les méthodes analytiques utilisées pour l'interprétation des essais et pour le calcul du coefficient d'emmagasinement sont celles de Theis (1935) et Jacob (1952).

Pour tenir compte de l'infiltration en provenance des épontes, les méthodes de Hantush (1966), de Boulton (1975), de Neuman et Witherspoon (1972) sont également proposées. Ces méthodes sont reprises dans les traités d'hydrogéologie (De Marsily, 1986, Castany, 1963 et 1967, Monjoie, 1981, ...). Un résumé du principe et du mode d'application de ces méthodes est exposé dans le cadre de l'étude hydrogéologique du sous-sol de Shanghai (Dassargues, 1989).

Dans le cas des nappes libres, le coefficient d'emmagasinement est approximé par la porosité efficace du milieu poreux. Comme signalé précédemment (cfr. II.1.2.), celle-ci peut être mesurée in situ par différents types de mesures diagraphiques.

Détermination sur échantillons

Pour les nappes libres, le coefficient d'emmagasinement est déterminé à partir des mesures de porosité efficace sur échantillons (cfr. II.1.2.).

Pour les nappes captives, le coefficient d'emmagasinement spécifique est déterminé par des essais de consolidation drainés. Sans entrer dans les détails du couplage écoulement-tassement évoqué précédemment (cfr. II.1.3.) et décrit en détail au chapitre III, il faut signaler que la valeur de S_s est trouvée par la détermination de α . En pratique, le plus souvent, il s'agit d'essais oedométriques où on travaille avec les hypothèses suivantes :

- contrainte totale constante (essai drainé)
- déformations latérales empêchées et négligées
- état uniaxial de contraintes et de déformations.

De plus, les compressibilités du fluide et des grains solides sont supposées négligeables par rapport à α . Par conséquent, l'équation (II.56.) se réduit à :

$$S_s = \rho \cdot g \cdot \alpha \quad (II.67.)$$

D'une façon générale, on remarque que les valeurs obtenues à partir d'essais de pompages sont supérieures à celles obtenues sur échantillons par des essais de consolidation (Domenico & Mifflin, 1965).

Dans le cas de sédiments meubles, ce type de comparaison est néanmoins difficilement réalisable dans la pratique, car la prise d'échantillons non-remaniés dans des couches sablo-silteuses aquifères est très malaisé et, d'autre part, la mesure précise de hauteurs piézométriques dans les couches argileuses lors d'essais de pompage est également très difficile.

II.3.8. APPROCHE STATISTIQUE DU COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT

Le coefficient d'emmagasinement peut également être considéré comme une variable aléatoire du milieu poreux étudié. En pratique cependant, beaucoup moins de données et d'informations relatives au coefficient d'emmagasinement sont disponibles. L'étude de Hoeksema et Kitadinis (1985) a montré que, tout comme pour les perméabilités et transmissivités, la distribution des coefficients d'emmagasinement serait log-normale. De plus, elle montrerait, dans la plupart des cas, un pur effet de pépite (variogramme horizontal à la valeur de l'effet de pépite). Le coefficient d'emmagasinement pourrait donc être assimilé à une variable purement aléatoire sans aucune structure spatiale (Dagan, 1989).

II.4. METHODES NUMERIQUES UTILISEES DANS LES MODELES HYDROGEOLOGIQUES D'ECOULEMENT

II.4.1. INTRODUCTION

Les équations différentielles aux dérivées partielles, décrivant l'écoulement de fluide en milieu poreux, sont établies. Pour résoudre ces équations, appliquées à des cas concrets, il est presque toujours nécessaire de recourir à des méthodes numériques plutôt que d'utiliser des solutions analytiques. Les principales raisons de cet usage sont (de Marsily, 1986, Bear & Verruijt, 1989) :

- . les conditions aux frontières peuvent être variables dans le temps, inégales, de géométrie complexe et irrégulière, alors que pour les solutions analytiques le milieu doit être considéré comme infini ou semi-infini, la "méthode des images" ne pouvant être utilisée de façon intensive sur des cas concrets;
- . les paramètres intervenant dans l'équation peuvent être sources de non linéarités, les solutions analytiques ne permettant généralement pas d'en tenir compte;
- . les propriétés des différentes formations formant le milieu poreux peuvent varier fortement dans l'espace, une hétérogénéité très marquée peut être constatée et être prise en compte, alors que les solutions analytiques supposent le milieu homogène et de géométrie très simple;
- . les sollicitations externes du système (infiltrations, puits, sources, venues d'eau, ...) doivent pouvoir être représentées le plus exactement possible et éventuellement par d'autres moyens que des points, des lignes où une intégrale sur un intervalle;
- . parfois, des solutions analytiques peuvent être trouvées mais leurs expressions sont très complexes et leur programmation demande alors beaucoup plus d'efforts numériques et de temps ingénieur et CPU.

Devant un problème concret à résoudre, l'utilisateur se trouve donc devant les choix suivants :

- quelle méthode numérique utiliser afin de décrire le plus précisément possible (en rapport avec le degré de précision demandé) et à moindre coût, le système d'écoulement dans le réservoir souterrain à étudier ?
- une fois la méthode choisie sur base de ces caractéristiques s'adaptant de façon adéquate au problème à traiter, se pose un deuxième choix concernant le code à utiliser. Idéalement, ce dernier choix devrait être réalisé en toute rigueur, selon la précision des résultats à obtenir plutôt qu'en fonction des disponibilités locales.

La présentation et la description détaillée des différentes méthodes numériques utilisées n'est pas l'objet de ce travail. Un résumé succinct de chaque méthode est repris ci-après.

Le tableau II.2. reprend schématiquement des appréciations généralement admises par les utilisateurs dans les domaines de l'hydrogéologie et du "reservoir engineering", concernant les différents aspects d'utilisation des méthodes numériques le plus souvent mises en oeuvre. Il ne s'agit là nullement d'un tableau de référence. Bien que forcément très subjectif, il reflète néanmoins l'opinion des utilisateurs de ces méthodes.

Méthode numérique	Accessibilité de la théorie	Puissance, Généralité	Facilité d'utilisation	Elégance mathématique
Différences finies	++	+	++	0
Éléments Finis	-	++	++	+
Éléments frontières	--	0	-	++
Éléments analytiques	-	+	+	++

Tableau II.2. : Comparaison des différentes méthodes numériques d'après Verruijt (communication orale en 1990)
 (++, très aisée, très bonne)
 (+, aisée, bonne)
 (0, moyenne)
 (-, difficile, mauvaise)
 (--, très difficile, très mauvaise)

II.4.2. PRINCIPES DES DIFFERENTES METHODES

Méthode des différences finies

Une grille ou un assemblage de cellules est ajusté au mieux à l'ensemble du domaine. En hydrogéologie, les cellules sont le plus souvent rectangulaires (ou parallépipèdes rectangles). En "reservoir engineering" par contre de nombreuses autres formes ont été développées permettant de tenir compte de géométries plus complexes (cfr chapitre IV). Ces derniers développements pourraient être aisément introduits en hydrogéologie. La dimension des cellules est choisie en fonction de la précision voulue. La valeur numérique de la hauteur piézométrique en chaque point central des cellules est considérée comme représentant la moyenne des valeurs dans chaque cellule. De même, les paramètres sont introduits par valeur moyenne, équivalente, représentative de chaque cellule. A partir de là,

l'approximation par différences finies de l'équation différentielle consiste à remplacer les dérivées spatiales et temporelles par des différences finies. Concernant la différenciation du temps, les principaux schémas utilisés sont les schémas explicite, implicite et de Crank-Nicholson correspondant à des valeurs du paramètre d'intégration temporelle respectivement de $\theta = 0$, $\theta = 1$ et $\theta = 1/2$.

De nombreux auteurs décrivent avec soin la méthode des différences finies avec, comme application, la modélisation des aquifères souterrains : de Marsily (1986), Prickett (1975), Remson et al. (1971), Wang & Anderson (1982).

La méthode est facile à comprendre et à programmer. En général, on considère qu'elle est suffisante pour traiter des problèmes régionaux 1D, 2D ou quasi 3D multicouches pour lesquels des degrés de précision moyens sont demandés.

Pour les problèmes plus précis, totalement 3D ou locaux, les restrictions géométriques sur la forme et la disposition des cellules (parfois gigognes dans certains codes) empêchent son utilisation. L'anisotropie ne peut être prise en compte que parallèlement aux côtés des cellules et aux axes principaux. Les méthodes traditionnelles des différences finies ne conviennent pas pour traiter les problèmes de transport, car une dispersion numérique importante est créée, due au fait du centrage des points d'intégrations (Biver, 1990).

Méthode des éléments finis

Le domaine est décomposé en "éléments" 2D ou 3D de formes diverses : triangles, quadrilatères ou autres. Les paramètres sont introduits par valeur moyenne, équivalente, représentative pour tout l'élément.

Dans chaque élément, la variable inconnue $h(x, y, z, t)$ peut être exprimée à partir de fonctions d'interpolations linéaires ou paraboliques, lesquelles s'expriment à partir des coordonnées des noeuds. Le champ complet est substitué par un nombre fini de champs partiels, liés par des conditions de continuité, exprimées aux noeuds. La solution approchée $h(x, y, z, t)$ est construite à partir d'une combinaison linéaire de toutes les fonctions élémentaires. Pratiquement, elle est obtenue en exprimant de façon approchée (résidus pondérés, minimalisation d'une fonctionnelle) que les $h(x, y, z, t)$ satisfont l'équation différentielle de l'écoulement (en y incluant les conditions aux frontières). Les schémas d'intégration temporelle les plus utilisés sont ceux de Crank-Nicholson ($\theta = 1/2$) et de Galerkin ($\theta = 2/3$). Pour plus de détails sur l'application de la méthode des éléments finis en hydrogéologie, on peut consulter : Remson et al. (1971), Pinder & Gray (1977), Wang et Anderson (1982), Bear & Verruijt (1987), de Marsily (1986), ...

Nettement moins facile à comprendre et à programmer, la méthode des éléments finis est beaucoup plus flexible géométriquement en raison de l'utilisation d'éléments finis de toutes formes et de toutes tailles (Charlier, 1987).

Les formes des frontières, les hétérogénéités et les sollicitations extérieures sont ainsi représentées de façon plus précise. La méthode permet également de traiter le problème des frontières mobiles (surface libre d'un aquifère), toutes les directions d'anisotropie et les hétérogénéités très marquées.

La méthode des éléments finis est donc très bien adaptée pour traiter aussi bien les problèmes régionaux que locaux (hydrogéologie du génie civil) où les formes des frontières et des hétérogénéités prennent une grande importance.

Elle est plus souple que les différences finies pour traiter les problèmes de transport, car elle permet d'appliquer, plus facilement, des techniques de décentrage des points d'intégration, réduisant de la sorte la dispersion numérique des résultats (Biver, 1990).

Méthode des éléments frontières

Le domaine est divisé en régions de mêmes caractéristiques hydrodynamiques, les frontières entre régions passent par tous les points où des valeurs sont imposées. Dans les régions, des solutions continues ou analytiques simples (appliquées à des cas de sollicitations simples) sont exprimées pour transformer les équations différentielles en équations intégrales équivalentes. Ces dernières contiennent les valeurs des variables aux extrêmes de la zone d'intégration (frontières de la région). Chacune de ces équations exprime la contribution de la région sur ses frontières. Le système d'équation est obtenu en réalisant l'assemblage de ces contributions sur les frontières, tout en satisfaisant les conditions imposées aux limites (sur les parties concernées de la frontière), au moins en moyenne.

La méthode est de plus grande complexité mathématique et, du point de vue de l'utilisation, ce n'est que très récemment que des codes complets et d'emploi relativement aisé sont apparus pour des études relatives aux réservoirs souterrains. La méthode est très efficace en terme de temps CPU consommé et la précision des calculs n'est pas influencée par la grandeur des zones discrétisées, ces dernières peuvent être de toutes tailles, y compris semi-infinies.

Si l'hétérogénéité du domaine est grande, l'obligation de définir de nombreuses régions de petites dimensions lui supprime tout avantage par rapport aux éléments finis. Bien souvent, le manque de préprocesseurs permettant l'introduction aisée des données rend la méthode d'une lourdeur rédhibitoire. En théorie, la combinaison des méthodes des éléments finis et des éléments frontières dans un même code devrait permettre de bénéficier d'encore plus de souplesse : distinction d'éléments de toutes formes et de toutes tailles et grandes régions pouvant être semi-infinies. Les codes de ce type, disponibles actuellement, sont encore très expérimentaux et désservis par le manque de préprocesseurs adaptés. Pour une description détaillée de la méthode des éléments frontières, on consultera : Brebbia (1978), Lin & Liggett (1979), Banerjee & Butterfield (1981).

Méthode des éléments analytiques

Développée par Strack (1987), elle consiste à résoudre tout d'abord l'équation différentielle analytiquement dans des régions considérées homogènes. Cependant, dans ce cas ci, le principe de superposition est appliqué pour trouver la solution d'un problème exprimé comme la somme de solutions de base, chacune avec un certain nombre de paramètres pouvant être inconnus. Ces paramètres sont ensuite déterminés par les conditions aux frontières. Cela mène à un système d'équations algébriques. L'avantage majeur réside dans l'expression de la solution sous forme analytique avec la possibilité d'obtenir aussi bien une réponse globale qu'une réponse détaillée à certains endroits, et cela à différentes échelles.

Par contre, vu son principe combinant des solutions analytiques parfois déjà très sophistiquées, la programmation de cette méthode demande une sérieuse expérience dans la recherche de ces solutions analytiques. De même que pour les éléments frontières, l'hétérogénéité très importante du domaine, assortie à l'irrégularité des frontières et leurs éventuelles variations dans le temps retire à cette méthode ses principaux avantages par rapport à la méthode des éléments finis.

Néanmoins, il apparaît qu'elle est promise à un bel avenir en hydrogéologie si des codes bien adaptés aux besoins de l'utilisateur sont créés.

III. INTERACTIONS ENTRE PARAMETRES, NON LINEARITES ET COUPLAGES

III.1. PHENOMENES COUPLES AUX ECOULEMENTS, EN MILIEU POREUX SATURE

La recherche de nouvelles lois à introduire dans les modèles, afin de représenter au mieux les processus réels que l'on veut simuler, ne peut s'envisager sans tenir compte des interactions existant entre les différents phénomènes physiques et physico-chimiques s'opérant dans le milieu poreux. Ces derniers peuvent être classés en 4 grandes catégories de processus (Dassargues & al., 1989) :

- les écoulements en milieu poreux,
- la géomécanique des terrains meubles et rocheux,
- les phénomènes physico-chimiques dans l'ensemble matrice-fluide,
- le transport en milieu poreux.

Les interactions entre ces 4 types de processus vont s'exprimer en termes de couplages et de non linéarités des paramètres. Selon les circonstances et le degré de précision désiré, certains couplages sont considérés comme indispensables et d'autres peuvent être négligés sans affecter, de manière significative, la précision du modèle.

En résumé, les différentes interactions possibles sont illustrées par le schéma de la figure III.1. :

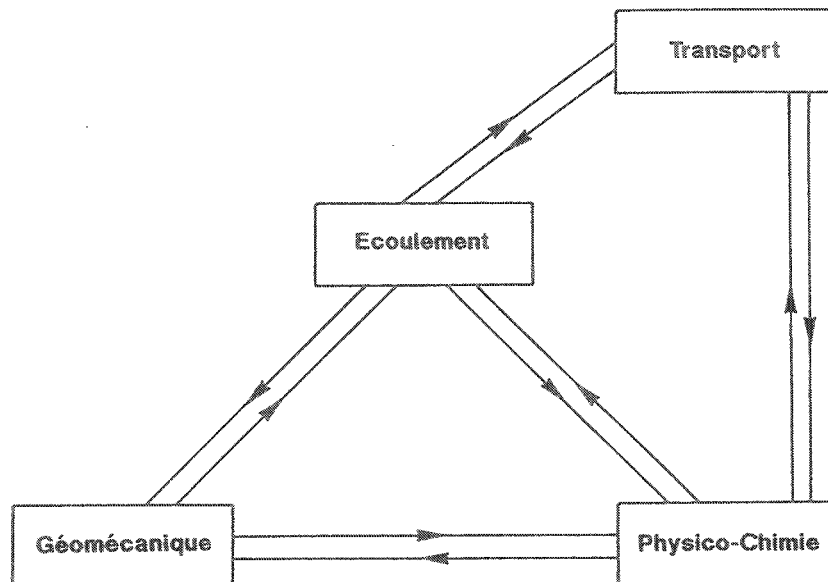


Figure III.1. : Différents processus et interactions réciproques entre ceux-ci.

- Interactions géomécanique ↔ écoulements : les déformations d'un milieu poreux, par diminution du volume des pores ou par fermeture/ouverture des fissures, vont provoquer des variations des paramètres de l'écoulement; ce dernier, modifié, va à son tour influencer l'état de contrainte règnant dans le milieu.
- Interactions physico-chimie ↔ écoulements : les phénomènes de coalescence, de recristallisation, de dissolutions, d'adsorption/désorption... provoqués par les conditions physico-chimiques de l'ensemble fluide saturant plus matrice, vont changer les valeurs de la porosité et de la perméabilité du milieu poreux, ce faisant les écoulements sont modifiés, provoquant d'autres conditions physico-chimiques (i.e. réduction ou augmentation du flux de fluide saturant).
- Interactions physico-chimie ↔ géomécanique : les phénomènes physico-chimiques (décrits ci-avant) sont responsables du fluage de réservoirs souterrains en terrains meubles et de modifications de résistances aux contraintes dans les terrains rocheux. Après déformation, les conditions physico-chimiques sont modifiées (i.e. par augmentation de la pression dans les pores).
- Interactions transport ↔ écoulements : les conditions de transport d'une substance polluante au sein de la phase fluide sont directement influencées par l'écoulement de cette phase fluide dans le milieu poreux et à l'inverse, le transport d'une substance peut affecter les conditions d'écoulement (i.e. modification de l'écoulement en nappe salée par l'influence de la masse volumique du fluide).
- Interactions transport ↔ physico-chimie : les paramètres intervenant dans les différents processus du transport (dispersion, diffusion, adsorption/désorption...) sont étroitement liés aux conditions physico-chimiques règnant dans le milieu poreux. D'autre part, l'apport d'une substance transportée par la phase fluide peut modifier considérablement les conditions physico-chimiques prévalant dans le milieu.

Ce bref aperçu des multiples interactions pouvant entrer en ligne de compte, montre que pour rendre possible la réalisation de modèles mathématiques intégrant plusieurs processus et quelques-unes des interactions entre ceux-ci, d'importantes recherches expérimentales et numériques sont et seront encore nécessaires, touchant à des domaines très interdisciplinaires.

Plus modestement, dans le cadre de ce travail, nous nous limiterons à aborder les interactions et couplages concernant les écoulements en milieu poreux et la géomécanique des terrains meubles. Le cas d'étude de la subsidence de Shanghai illustrera (chapitre VII) l'application des théories exposées ci-après.

III.2. COUPLAGE ET NON LINEARITE DANS LES PROBLEMES ECOULEMENT-TASSEMENT

III.2.1. MECANISMES DE LA SUBSIDENCE DUE AUX POMPAGES

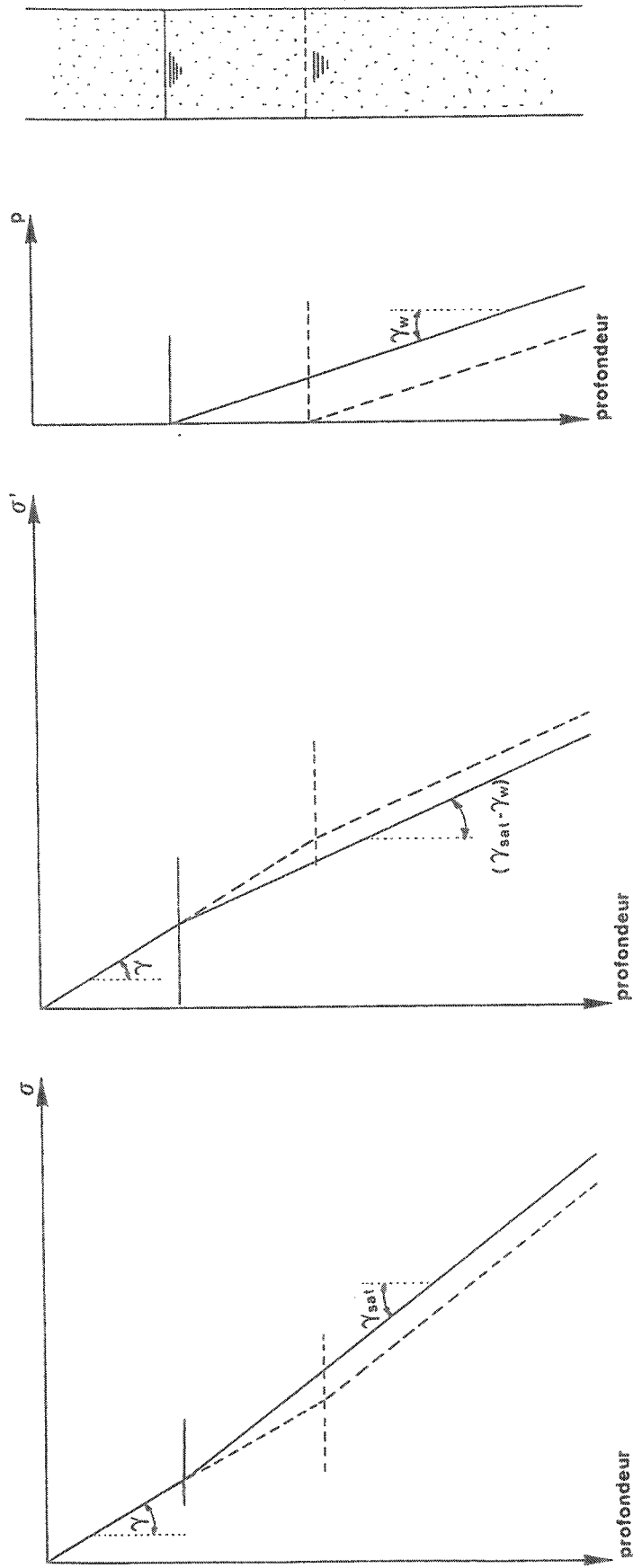
La nécessité d'étudier de façon détaillée les interactions entre les écoulements et les tassements en milieu poreux, vient principalement des phénomènes de subsidence artificielle qui sont dus à l'extraction d'un liquide du sous-sol. Quel que soit le fluide pompé (huiles, gaz naturel, eau, vapeur), les principes de la subsidence induite restent identiques (Dassargues, 1989). Seules les caractéristiques et les dimensions des réservoirs changent : roches indurées ou sédiments meubles, perméabilités et porosités réduites ou importantes, grande ou petite profondeur d'enfouissement (contraintes et contraintes de préconsolidation), pressions de fluide élevées ou faibles.

En appliquant le principe de Terzaghi, on peut exprimer simplement les contraintes créées par l'abaissement de la surface piézométrique d'une nappe libre et d'une nappe captive.

Dans le cas de la nappe libre (figure III.2.), la baisse du niveau piézométrique crée une baisse de pression d'eau dans le milieu poreux saturé, provoquant une augmentation de la contrainte effective et une diminution de la contrainte totale.

Dans le cas d'une nappe captive, dans un premier temps la dépression provoquée dans l'aquifère ne s'est pas encore propagée à travers le semi-perméable (figure III.3.) et les dépressions sont compensées totalement par l'augmentation correspondante de la contrainte effective. La contrainte totale reste inchangée. Après un temps suffisamment long pour que la dépression (ou qu'une partie de celle-ci) ait eu le temps de traverser le semi-perméable (figure III.4.), cette dépression est alors compensée par une diminution croissante de la contrainte totale et une augmentation de la contrainte effective. A l'équilibre (après un temps qui peut être infiniment long), la situation serait similaire à celle obtenue en nappe libre. On peut remarquer, que l'hypothèse (très souvent admise) d'une contrainte totale constante n'est acceptable que s'il y a réalimentation par le dessus ou que si le temps de propagation de la dépression d'eau à travers le semi-perméable est très grand par rapport à la durée de prise en considération dans l'étude. Le caractère transitoire des phénomènes a ici une grande importance puisque sans même parler de tassements secondaires, la consolidation primaire du milieu poreux est activée par la baisse de pression interstielle jusqu'à ce que l'équilibre hydrostatique soit atteint.

Physiquement, l'évolution de la structure des argiles pendant la consolidation fait en sorte que les dimensions des pores se réduisent et que la porosité d'ensemble diminue. On remarque (Delage & Lefebvre (1984), Rieke & Chilingarian (1974), Schroeder (1989)) le développement d'une certaine anisotropie structurale, les feuillets des minéraux argileux s'orientant perpendiculairement à la contrainte appliquée (figure III.5.).



——— t_0 (initialement)
 - - - - - t_1 (finalement)

Figure III.2. : Evolution de la contrainte totale et de la contrainte effective en fonction de la profondeur, lors de la baisse du niveau piézométrique en nappe libre.
 γ_{sat} = poids volumique du milieu poreux saturé
 γ_w = poids volumique de l'eau
 γ = poids volumique apparent du milieu poreux

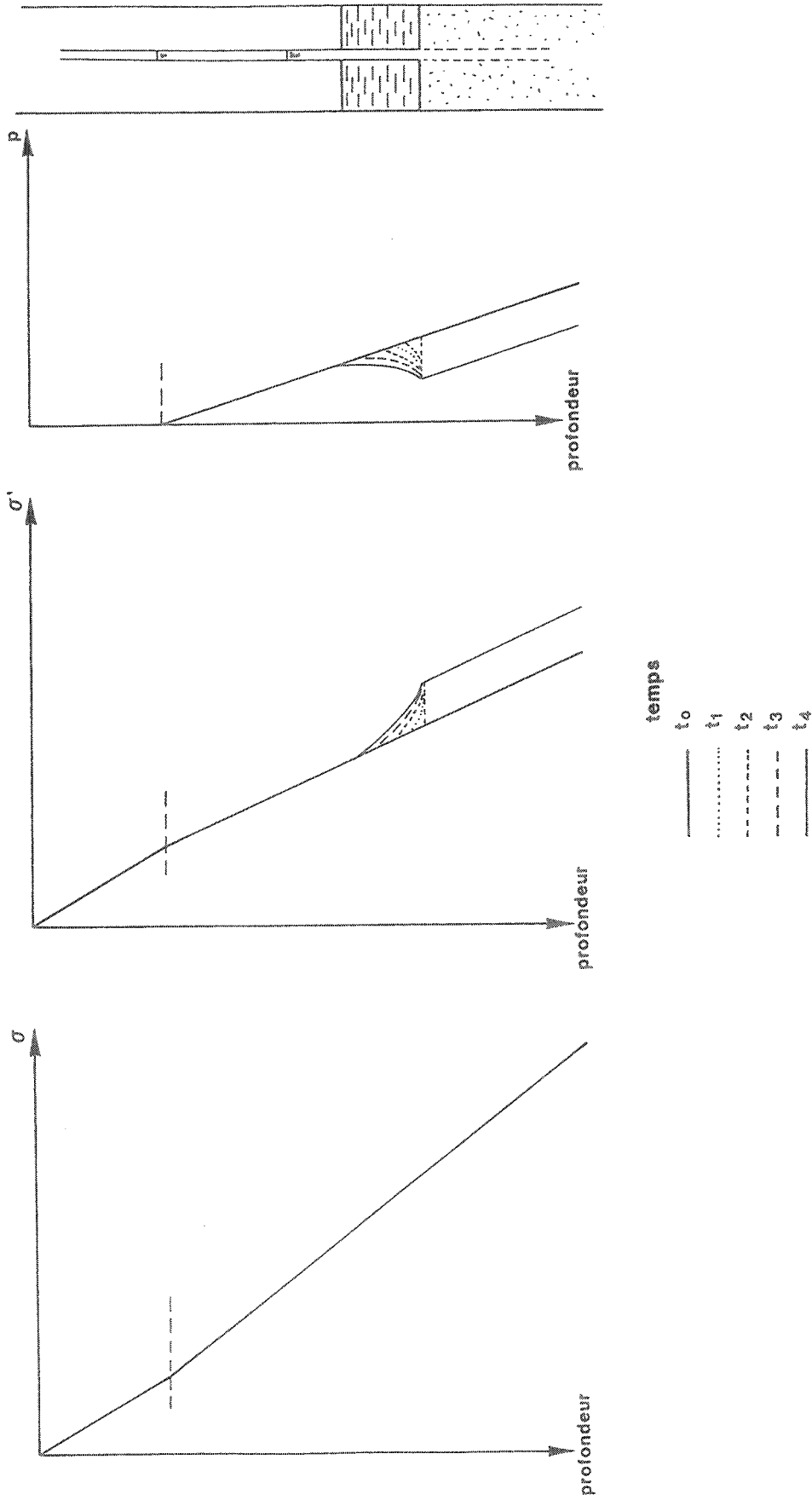
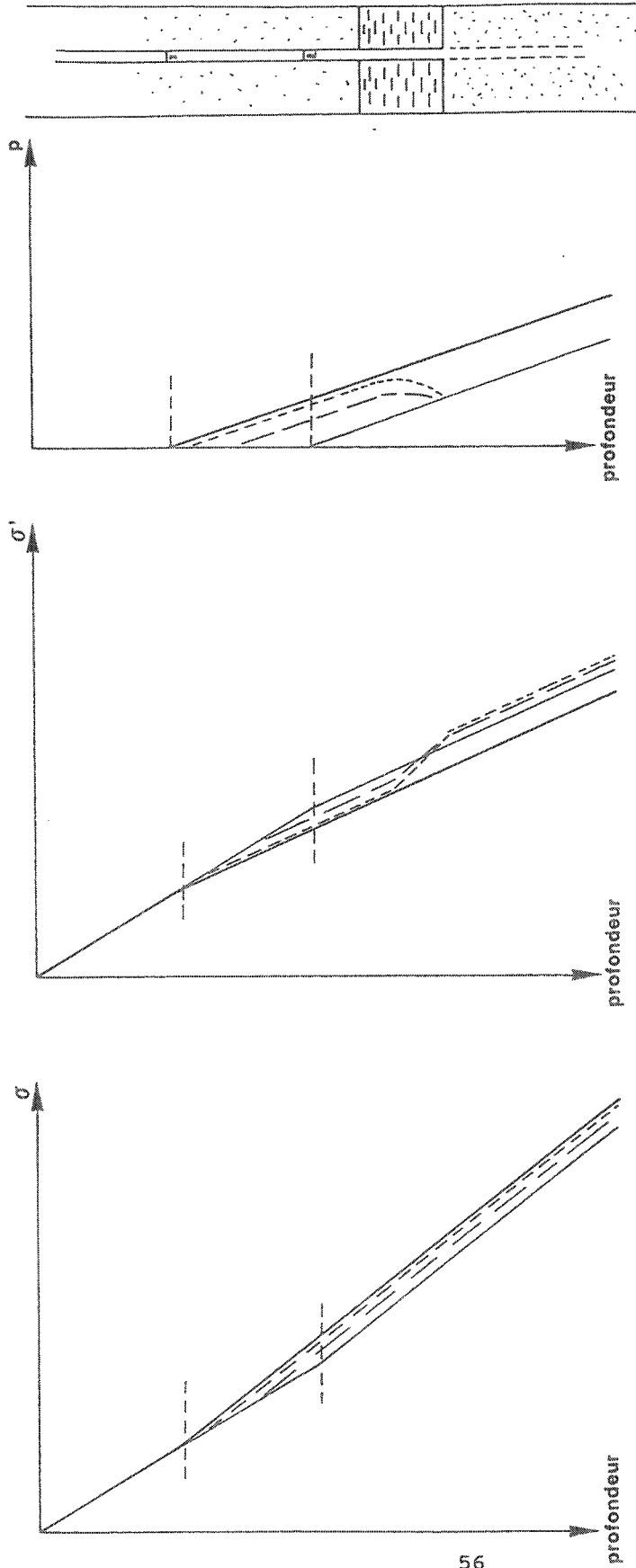


Figure III.3. : Evolution de la contrainte totale et de la contrainte effective en fonction de la profondeur, lors de la baisse du niveau piézométrique en nappe captive (la dépression n'a pas encore traversé totalement le semi-perméable).



temps

- t_0 ———
- t_5 - - - - -
- t_6 - · - · -
- t_7 - - - - -

Figure III.4. : Evolution de la contrainte totale et de la contrainte effective en fonction de la profondeur, lors de la baisse du niveau piézométrique en nappe captive (la dépression a eu le temps de traverser le semi-perméable).

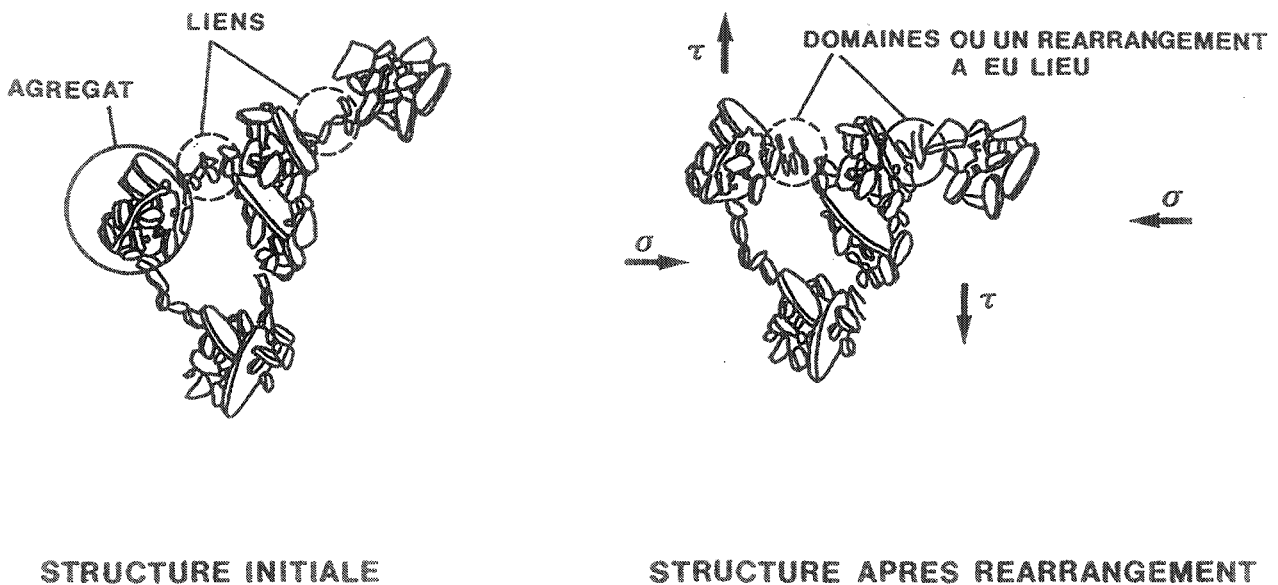


Figure III.5. : Orientation de feuillets argileux perpendiculairement à la contrainte subie (d'après Schroeder, 1989).

III.2.2. ELEMENTS DE RHEOLOGIE DES MILIEUX POREUX MEUBLES

Dans les études de subsidence, le comportement mécanique des terrains doit être idéalisé en terme de modèles mécaniques existants. Les hypothèses simplificatrices que l'on prend, amènent inévitablement à des résultats approchés. En pratique, ces approximations peuvent être acceptées, selon la précision désirée et le plus souvent selon le degré de confiance que l'on peut accorder aux données.

De façon générale, la déformation du milieu poreux saturé peut être considérée comme une combinaison des effets de la déformation des grains solides, du réarrangement de ceux-ci et de la compressibilité éventuelle du fluide. Comme signalé précédemment (cfr. II.3.), la compressibilité du fluide et celle des grains solides seront négligées par rapport à la compressibilité du squelette du milieu poreux dans son ensemble (par réarrangement des grains). Il est supposé, en général, que la déformation de ce squelette suit des lois élastiques, plastiques, viscoélastiques ou des combinaisons de celles-ci. En élasticité, linéaire (loi de Hooke) ou non, la déformation est toujours réversible.

Le plus souvent, on considère que la plasticité n'intervient qu'après un "point critique" à partir duquel des déformations irréversibles sont constatées.

Les tassements secondaires ou tassements différés dans le temps doivent dans certains cas être pris en compte; on les introduit souvent par de la viscosité.

Les modèles élastiques, plastiques et visqueux peuvent être combinés en série ou en parallèle, de façon multiple de manière à reproduire le comportement géomécanique complexe du milieu poreux.

A ce choix d'un modèle rhéologique, s'ajoute le problème de la description 1D ou 3D des phénomènes. La décision sera prise en fonction des essais dont on dispose (oedomètres ou triaxiaux) et de la précision des résultats à obtenir.

III.2.3. SYNTHESE DES TRAVAUX ANTERIEURS

Depuis de nombreuses années, les hydrogéologues et les géotechniciens ont étudié les tassements induits par la diminution des pressions d'eau dans les formations poreuses du sous-sol. Le principe des contraintes effectives (cfr. II.3.2.) ainsi que les travaux de Biot ont permis l'étude détaillée de l'influence des variations de pression d'eau sur la consolidation d'un milieu poreux compressible. L'expression exacte du coefficient d'emménagement spécifique en fonction de la compressibilité du milieu poreux, de l'eau et des grains solides (cfr. II.3.3.) permet également de déduire le lien étroit entre les écoulements et les tassements provoqués, ce qui conduit à mieux comprendre la problématique des subsidences dues au pompage intensif d'eau souterraine.

Au départ, le coefficient de perméabilité (K) et le coefficient de compressibilité (α) du milieu poreux étaient considérés constants durant la consolidation. Les solutions analytiques de Hantush (1960) et de Neuman & Witherspoon (1969), calculant les flux et la propagation des variations de pressions dans des systèmes de nappes captives séparées par des aquitards peu perméables, sont basées sur la non-variation des K et S_s des couches aquifères et des aquitards. Objectivement, ces paramètres ne peuvent être considérés comme constants dans des horizons semi-perméables et compressibles, car ils sont dépendants de la porosité ou de la compressibilité du milieu poreux et ces dernières varient avec l'indice des vides. Lambe & Whitman (1969) ont montré que la perméabilité pouvait varier de façon non négligeable et non linéaire durant la consolidation.

Donc, outre le choix de la loi géomécanique 1D ou 3D représentant au mieux le comportement rhéologique des milieux poreux, de nombreux auteurs ont comparé les répartitions de contraintes effectives et degrés de consolidation, variations de perméabilité et de compressibilité, aux résultats obtenus classiquement par la théorie de Terzaghi (1943).

Les principaux types de modèles existants sont les suivants (Corapcioglu, 1981) :

- les modèles empiriques,
- les modèles utilisant la notion de demi-espace de terrain élastique,
- les modèles basés sur des lois constitutives élastiques,
- les modèles visco-élastiques,
- les modèles intégrant les déformations plastiques,
- les modèles calculant les déformations horizontales,
- les modèles basés sur des lois expérimentales.

Vu le comportement d'élasticité non linéaire et de mise en plasticité progressive des argiles, et dans une moindre mesure, des sables, cette catégorie de modèles basés sur des lois expérimentales, est une des plus fiables. Des lois élasto-visco-plastiques 1D ou 3D peuvent être établies à partir de données expérimentales provenant de divers essais géomécaniques. En fonction du type de loi constitutive que l'on veut définir (paramétriser), des chemins de contrainte plus ou moins élaborés seront appliqués durant les essais.

III.2.4. EQUATION COUPLEE ET HYPOTHESES

Traditionnellement, pour établir les équations différentielles décrivant les écoulements dans un contexte géologique composé de couches aquifères séparées par des couches semi-perméables (appelées aquitards), on suppose que l'écoulement est strictement vertical dans les aquitards et horizontal dans les aquifères (Rudolph & Frind, 1991). Cette double hypothèse est d'habitude considérée comme acceptable au vu des contrastes importants en perméabilité caractérisant les couches aquifères et les aquitards (Neuman & Witherspoon, 1969). La propagation d'une variation de pression interstielle dans les couches semi-perméables (aquitards) et perméables (aquifères) peut être calculée par analogie complète avec la conduction thermique en régime variable. En l'absence d'autres sollicitations, la propagation d'une baisse de niveau piézométrique suivant une direction en milieu semi-infini obéit à la relation :

$$h = h_s + (h_i - h_s) \cdot F\left(\frac{x}{2\sqrt{c_v \cdot t}}\right) \quad (\text{III.1.})$$

qui est une solution analytique de l'équation de Fourier

$$c_v \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.2.})$$

avec $C_v = \frac{K}{S_s}$ = coefficient de consolidation

x = coordonnée dans la direction étudiée

h_s = hauteur piézométrique imposée brusquement à une extrémité (analogie au choc thermique)

h_i = hauteur piézométrique initiale

$F\left(\frac{x}{2\sqrt{C_v \cdot t}}\right)$ = fonction intégrale d'erreur de Gauss (figure III.6.)

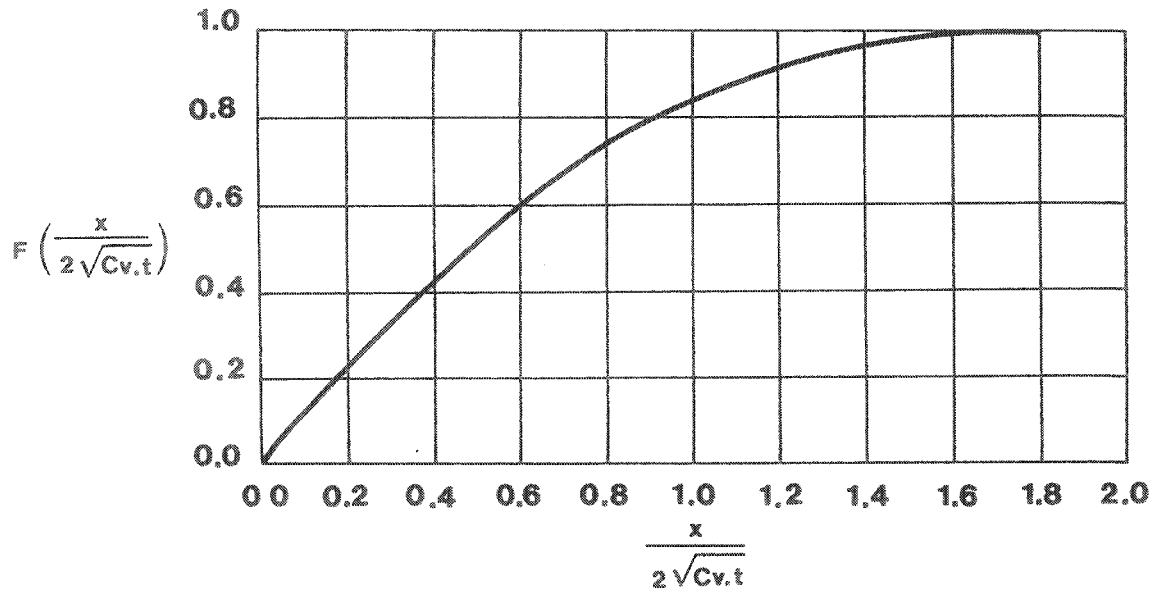


Figure III.6. : Courbe de la fonction intégrale d'erreur de Gauss

Les temps de propagation d'une variation piézométrique, obtenus au tableau III.1. pour des aquitards et des aquifères (caractérisés par des perméabilités de $1 \cdot 10^{-9}$ m/s et $1 \cdot 10^{-4}$ m/s et des coefficients d'emmagasinement spécifiques respectivement de $4 \cdot 10^{-3}$ m⁻¹ et $1 \cdot 10^{-4}$ m⁻¹) confirment que la propagation est presque instantanée dans les aquifères par rapport à la migration dans les couches argileuses.

Tableau III.1. - Temps de propagation d'une variation piézométrique

AQUITARDS			AQUIFERES		
		$K = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}$ $S_s = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ $C_v = 2.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$			$K = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ $S_s = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ $C_v = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
1 m	90 %	1952 jours	100 m	90 %	4,9 jours
	80 %	400 jours		80 %	1 jours
	70 %	159 jours		70 %	9,5 heures
	60 %	84,5 jours		60 %	5 heures
	50 %	52,4 jours		50 %	3,1 heures
5 m	90 %	133,7 ans	500 m	90 %	122 jours
	80 %	27,4 ans		80 %	25 jours
	70 %	10,9 ans		70 %	9,9 jours
	60 %	5,8 ans		60 %	5,3 jours
	50 %	3,6 ans		50 %	3,3 jours
10 m	90 %	534,8 ans	1000 m	90 %	488 jours
	80 %	109,7 ans		80 %	100 jours
	70 %	43,5 ans		70 %	39,7 jours
	60 %	23,2 ans		60 %	21,1 jours
	50 %	14,3 ans		50 %	13 jours
20 m	90 %	2139 ans	2000 m	90 %	1952 jours
	80 %	439 ans		80 %	400,5 jours
	70 %	174 ans		70 %	159 jours
	60 %	92,6 ans		60 %	84,5 jours
	50 %	57,4 ans		50 %	52,4 jours

Cependant, l'hypothèse de l'écoulement strictement horizontal dans les aquifères nous paraît trop restrictive car dans le cas d'une succession de couches aquifères, séparées par des couches semi-perméables, chaque couche aquifère doit alors être considérée séparément, en utilisant des coefficients d'infiltration pour simuler implicitement la présence des aquitards au sommet et à la base de l'aquifère étudié.

De plus, dans le cas d'irrégularités géologiques plus marquées (mais fréquentes) : biseaux, lentilles d'argiles, connexions entre différents niveaux aquifères..., la stricte horizontalité des écoulements dans les aquifères est illusoire. Par conséquent, il est nécessaire de traiter le problème d'écoulement en trois dimensions afin d'obtenir, avec le maximum de précision, la répartition des pressions interstitielles dans les couches aquifères.

L'équation 3D d'écoulement dans les aquifères captifs (équation II.63.) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \cdot \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) - q_i = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.3.})$$

Dans les semi-perméables ou aquitards, l'équation de l'écoulement vertical s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.4.})$$

Les équations (III.3.) et (III.4.) sont couplées par les conditions aux frontières correspondant aux limites des couches semi-perméables. En pratique, les pressions ou les hauteurs piézométriques calculées par le modèle d'écoulement 3D seront introduites après chaque pas de temps dans le modèle d'écoulement 1D comme des conditions aux limites variables avec le temps.

Le schéma de calcul obtenu est repris à la figure III.7..

On considère la compressibilité des couches aquifères suffisamment petite par rapport à celle des couches semi-perméables pour pouvoir négliger les effets du tassement des couches aquifères sur l'écoulement dans celles-ci. L'analyse de l'écoulement 3D dans les aquifères est réalisée avec des paramètres hydrodynamiques constants, alors que le modèle écoulement-tassement 1D est basé sur des paramètres variant avec l'indice des vides et la contrainte effective.

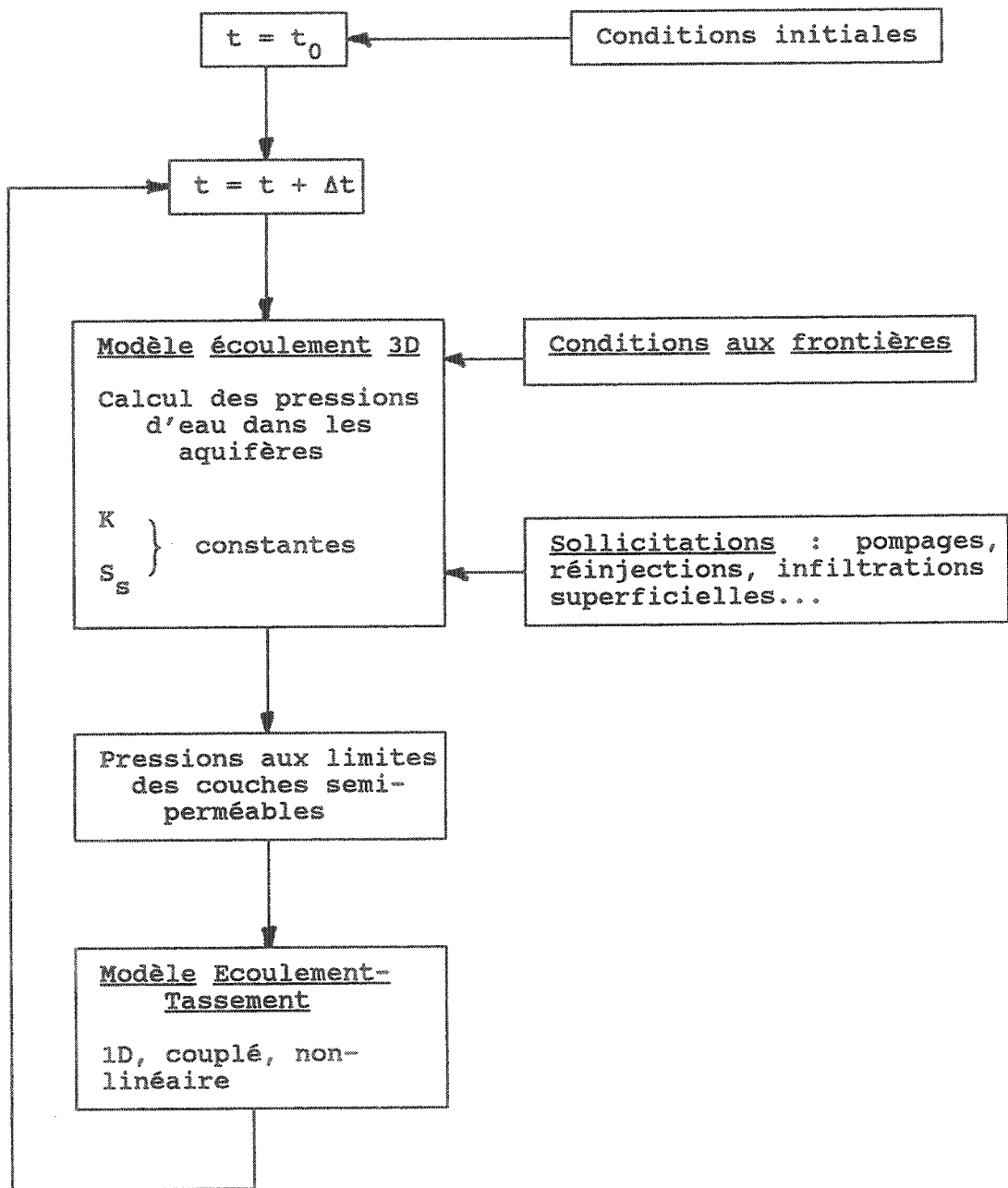


Figure III.7. : Modèle de calcul de la subsidence composé d'un modèle écoulement 3D et d'un modèle écoulement-tassement couplé 1D

III.2.5. NON LINEARITE DES PARAMETRES

Coefficient d'emménagement spécifique S_s

La définition du coefficient d'emménagement spécifique, telle que rappelée au chapitre II est le volume d'eau qu'un volume unitaire de milieu poreux saturé peut libérer/emmagasiner pour une variation unitaire de hauteur piézométrique.

Moyennant l'hypothèse d'une contrainte totale constante, il s'écrit (équation II.56.) :

$$S_s = \rho \cdot g (\alpha + n \cdot \beta) \quad (\text{III.5.})$$

Comme l'ont signalé Domenico & Mifflin (1965), la compressibilité de l'eau (β) est négligeable par rapport à celle d'un milieu poreux compressible. Le coefficient d'emménagement spécifique d'une couche semi-perméable (compressible) peut donc s'écrire :

$$S_s = \rho \cdot g \cdot \alpha \quad (\text{III.6.})$$

Par l'équation (II.38.), le coefficient α de compressibilité volumétrique, est exprimé en fonction de la variation des déformations volumétriques :

$$\alpha = - \frac{dc_v}{d\sigma'} \quad (\text{III.7.})$$

Cette dernière équation peut s'écrire :

$$\alpha = - \frac{dv}{v \cdot d\sigma'} \quad (\text{III.8.})$$

$$\alpha = - \frac{dn}{(1-n) \cdot d\sigma'} \quad (\text{III.9.})$$

où n est la porosité au début de la variation $d\sigma'$

et enfin,

$$\alpha = - \frac{de}{(1+e) \cdot d\sigma'} \quad (\text{III.10.})$$

où e est l'indice des vides au début de la variation $d\sigma'$.

La relation entre e et σ' peut être déterminée pour tous les types de matériaux poreux par des essais de consolidation. C'est ici que dans la plupart des cas, l'hypothèse d'une relation seulement basée sur les déformations verticales est choisie, et ceci pour des raisons très pratiques (Bonnechère, (1985), Josseaume, (1981), Leroueil et al., (1985), Terzaghi & Peck, (1948), Verdeyen et al., (1968), Rudolph & Frind, (1991)...).

Les essais de consolidation les plus courants sont des oedomètres, où un échantillon est soumis à une contrainte axiale, toute déformation latérale étant empêchée. L'essai est drainé et la variation d'indice des vides ou la variation de déformation verticale sont obtenues en fonction de la variation de contrainte effective. Les résultats (figure III.8.) permettent de déterminer α pour chaque niveau de contrainte effective. Les courbes oedométriques obtenues pour des matériaux sableux et argileux (figure III.9.) montrent que la consolidation primaire (consolidation avec évacuation d'eau) n'est pas linéaire et est en partie non-réversible. Le coefficient de compressibilité que l'on voudrait calculer sur base de ces courbes (σ' , ϵ) n'est pas constant; il dépend de la valeur de la contrainte effective et de la plus forte contrainte que le terrain a subi avant sa consolidation lors de l'essai: σ'_{prec} (contrainte de préconsolidation).

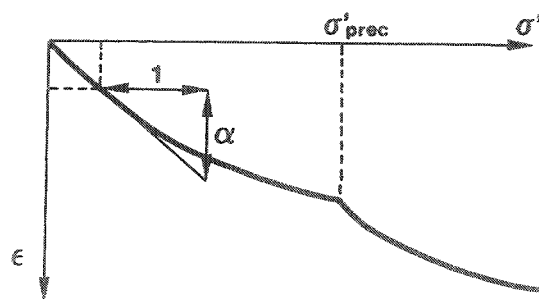


Figure III.8. : Résultats d'un essai oedométrique.

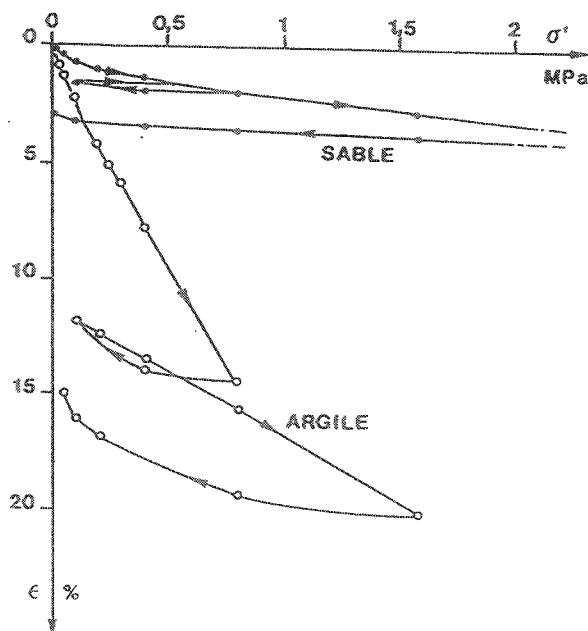


Figure III.9. : Courbes oedométriques d'un sable et d'une argile (d'après Bonnechère, 1985).

Par conséquent, pour pouvoir caractériser le matériau avec des coefficients constants, on se réfère aux diagrammes $(\ln \sigma', \epsilon)$ et $(\ln \sigma', e)$ (figure III.10.). A partir de ceux-ci, on définit habituellement :

A : constante de gonflement
 C : constante de compression

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= 1/A \cdot \ln \sigma' + \text{Cste} & \sigma' < \sigma'_{\text{prec}} \\ \epsilon &= 1/C \cdot \ln \sigma' + \text{Cste} & \sigma' \geq \sigma'_{\text{prec}} \end{aligned} \right\} \text{(III.11.)}$$

C_s : indice de gonflement
 C_c : indice de compression

$$\left. \begin{aligned} e &= C_s \cdot \log \sigma' + \text{Cste} & \sigma' < \sigma'_{\text{prec}} \\ e &= C_c \cdot \log \sigma' + \text{Cste} & \sigma' \geq \sigma'_{\text{prec}} \end{aligned} \right\} \text{(III.12.)}$$

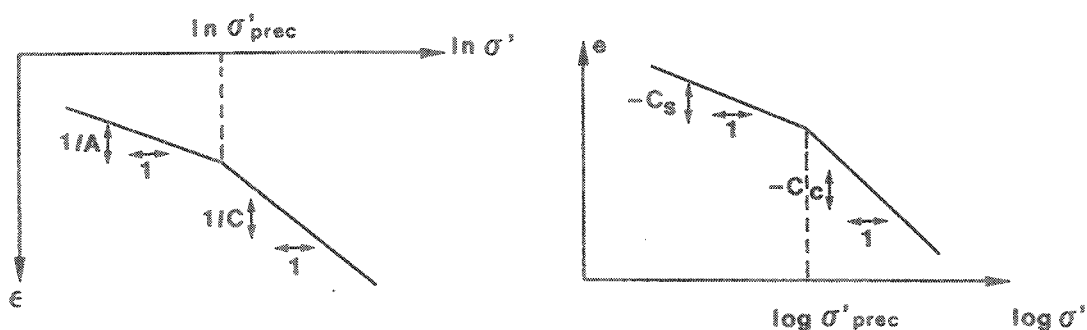


Figure III.10. : Diagrammes semi-log reprenant les résultats de consolidations oedométriques.

En pratique les équations (III.11.) et (III.12.) sont utilisées sous la forme :

$$\begin{cases} d\varepsilon = d\sigma' / (A.\sigma') & \sigma' < \sigma'_{\text{prec}} \\ d\varepsilon = d\sigma' / (C.\sigma') & \sigma' \geq \sigma'_{\text{prec}} \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

$$\begin{cases} d\varepsilon = - \frac{C_s}{2.3} \cdot \frac{d\sigma'}{\sigma'} & \sigma' < \sigma'_{\text{prec}} \\ d\varepsilon = - \frac{C_c}{2.3} \cdot \frac{d\sigma'}{\sigma'} & \sigma' \geq \sigma'_{\text{prec}} \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Le coefficient de compressibilité exprimé par l'équation (III.10.) peut alors s'écrire en fonction de la contrainte effective et de l'indice de vides (pris au début de la variation de contrainte effective) :

$$\begin{cases} \alpha(\sigma', e) = \frac{C_s}{2.3} \cdot \frac{1}{(1+e).\sigma'} & \sigma' < \sigma'_{\text{prec}} \\ \alpha(\sigma', e) = \frac{C_c}{2.3} \cdot \frac{1}{(1+e).\sigma'} & \sigma' \geq \sigma'_{\text{prec}} \end{cases} \quad (\text{III.15.})$$

En fonction uniquement des contraintes effectives, on peut écrire :

$$\begin{cases} \alpha(\sigma') = 1 / (A.\sigma') & \sigma' < \sigma'_{\text{prec}} \\ \alpha(\sigma') = 1 / (C.\sigma') & \sigma' \geq \sigma'_{\text{prec}} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

La variation du coefficient de compressibilité et par conséquent du coefficient d'emménagement (équation III.6.) est illustrée à la figure III.11.

Le couplage et la non linéarité de S_g sont aisément introduits dans le code de calcul en exprimant que la quantité de fluide expulsé (q_{exp}) du milieu poreux par décompression correspond à la variation de la déformation et donc au volume perdu par réarrangement des grains.

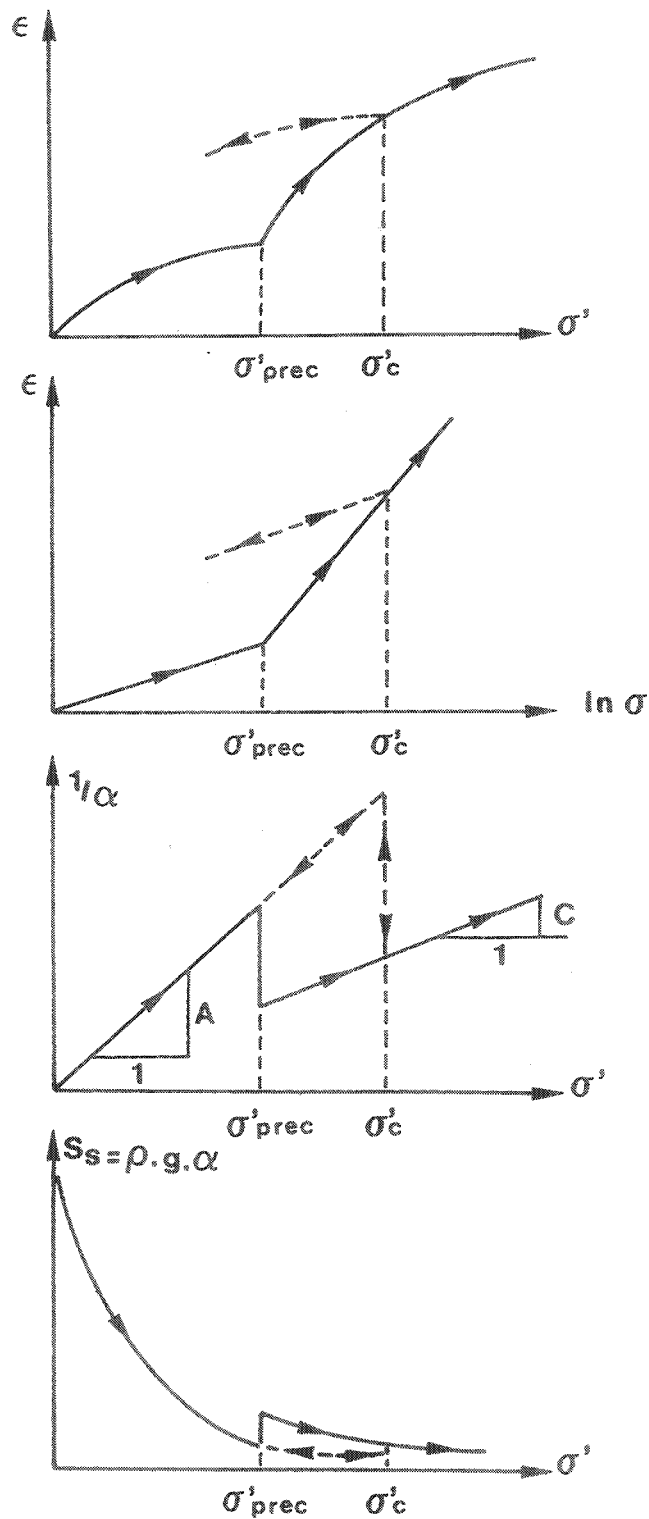


Figure III.11. : Variation de S_s en fonction de la contrainte effective

On obtient :

$$q_{\text{exp}} = s_s \cdot \frac{d\sigma'}{\rho \cdot g} \quad (\text{III.17.})$$

Certains auteurs, dont Feldkamp (1989), proposent de façon plus générale (sans lier leur théorie à la réalisation d'essais particuliers comme les oedomètres), des relations liant l'indice des vides à la contrainte effective :

$$e = a/\sigma'^b \quad (\text{III.18.})$$

où a et b sont des constantes à déterminer expérimentalement pour chaque milieu poreux.

Le coefficient de compressibilité peut alors s'exprimer en fonction de e uniquement. Par (III.10.) on trouve :

$$\alpha(e) = \frac{c \cdot e^d}{(1+e)} \quad (\text{III.19.})$$

où c et d sont des constantes à déterminer expérimentalement.

Coefficient de perméabilité K

Les relations liant le coefficient de perméabilité K à l'indice des vides ou à la porosité ont été proposées par de nombreux auteurs. La diminution de l'indice des vides (ou de la porosité) pendant la consolidation, entraîne la diminution de la perméabilité du milieu poreux saturé.

Un première catégorie de relations empiriques liant la perméabilité intrinsèque du milieu à la porosité totale vient des développements dans l'interprétation de logs diagraphiques de porosité en "reservoir engineering". Les principales sont reprises ci-après.

- La perméabilité intrinsèque est exprimée en fonction de la porosité totale (n), du degré de saturation en eau (S_w) et d'une constante (c) dépendant du milieu (déterminée par d'autres mesures diagraphiques) :

$$k = (c \cdot n^3 / S_w)^2 \quad (\text{III.20.})$$

(Wyllie & Rose, 1950, et d'après Archer & Wall, 1987)

- Une autre relation utilisée par des sociétés d'interprétation de diagraphies demande en plus, la connaissance du degré de saturation résiduel des milieux poreux non-saturé en eau (S_r).

$$k = \left\{ \frac{c}{W^4} \left(\frac{n}{S_r} \right)^w \right\}^2 \quad (\text{III.21.})$$

où c , W et w sont des constantes caractéristiques de chaque couche géologique, déterminées sur base des résultats de diagraphies de résistivité. (Timur, 1968, Coates & Dumanoir, 1973, et d'après Archer & Wall, 1987).

Ces relations sont peu applicables dans le calcul des subsidences par consolidation et d'autre part, elles ne sont valables que pour des roches indurées crayeuses, calcaires, dolomitiques ou gréseuses.

En hydrogéologie, une première dépendance du coefficient de perméabilité à la pression interstitielle, via le poids spécifique de l'eau a été démontrée par De Wiest (1966). Dans le cas de la consolidation 1D couplée à l'écoulement vertical, Gambolati (1973) a montré que les effets induits par cette dépendance sont négligeables, sauf si la couche compressible a une épaisseur supérieure à 10000 m et que des pressions interstitielles supérieures à $5 \cdot 10^5$ MPa sont considérées.

D'autre part, la variation du coefficient de perméabilité des terrains meubles en fonction de l'indice des vides ou de la porosité a été investiguée par de nombreux chercheurs. Ils se sont attachés essentiellement à la détermination de relations empiriques, valables dans des milieux poreux saturés, argileux, semi-perméables et compressibles.

Ces relations sont construites à partir d'essais in situ et le plus souvent d'essais en laboratoire. Comme signalé précédemment (II.2.7.) ces derniers mènent à une sous-estimation systématique par rapport aux valeurs de K obtenues par des essais in situ. Ceux-ci sollicitent un plus grand volume de milieu poreux mais ne peuvent donner la perméabilité, qu'à l'état de contrainte régnant dans le milieu au moment de l'essai.

Les difficultés rencontrées lors de l'établissement de telles relations sont dues également aux nombreux paramètres influençant K dans ces terrains meubles. Citons notamment :

- la nature lithologique (figure III.12.);
- la dimension des grains et des particules solides composant le squelette du milieu (figures III.13. et III.14.);
- les formes, orientations et surfaces spécifiques des grains;
- la répartition spatiale des pores (figure III.15.)

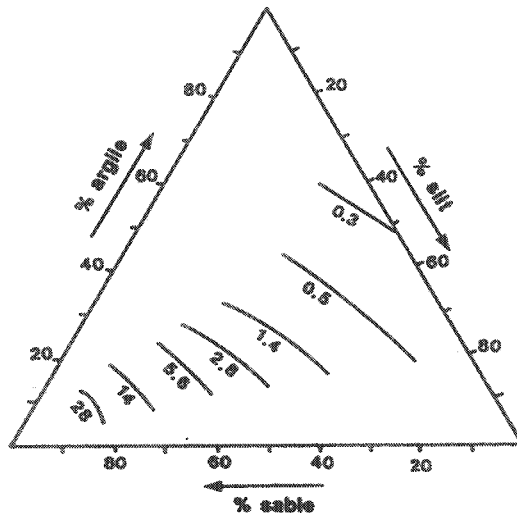
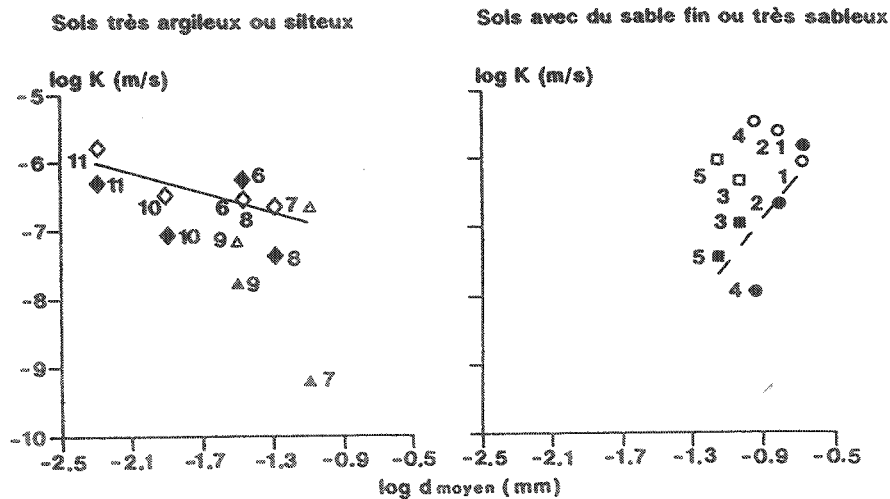


Figure III.12. : Le coefficient de perméabilité ($\times 10^{-6}$ m/s) des terrains meubles saturés (d'après Milner, 1989 sur des données de Delver, 1962).



	Composition			Fraction argileuse
	sable %	silt %	argile %	
1	80	10	10	Kaolinite Très sableux ●● Sable fin ■■ Très silteux ▲▲ Très argileux ◆◆
2	70	20	10	
3	70	20	10 (sable fin)	
4	70	10	20	
5	70	10	20 (sable fin)	m.s.k. (mélange 1:1:1, muscovite-smectite-kaolinite)
6	50	10	40	
7	50	40	10	Très sableux ○○ Sable fin □□ Très silteux ▲▲ Très argileux ◆◆
8	50	25	25	
9	20	70	10	
10	20	40	40	
11	20	10	70	

Figure III.13. : Valeur moyenne de log K pour des sols saturés d'eau en fonction de la moyenne géométrique de la taille des grains solides (d'après Milner, 1989).

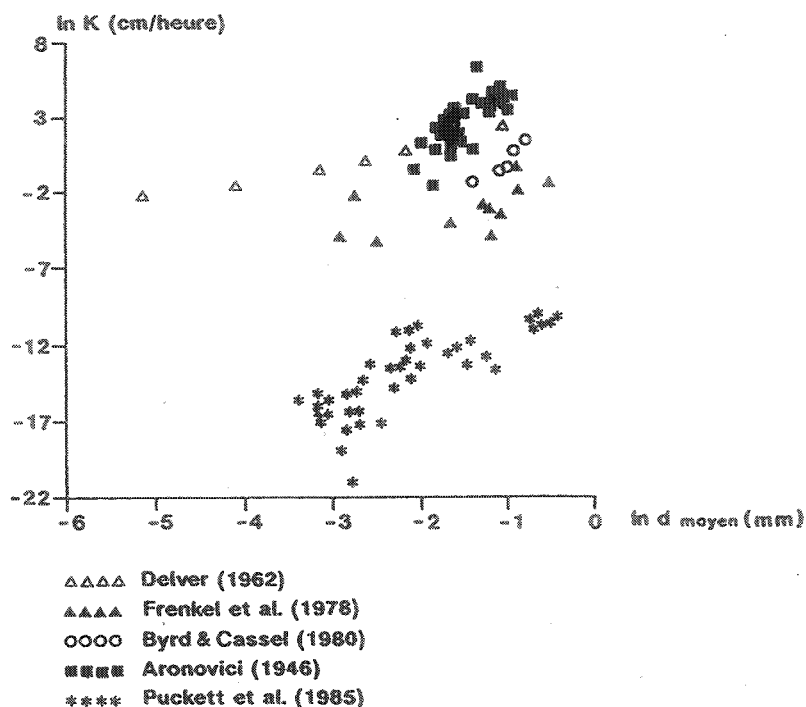


Figure III.14. : Variation de $\ln K$ (en cm/heure) en fonction du $\ln \bar{d}_{\text{moyen}}$, pour des sols saturés à l'eau. Les données proviennent de 5 auteurs. (d'après Milner, 1989).

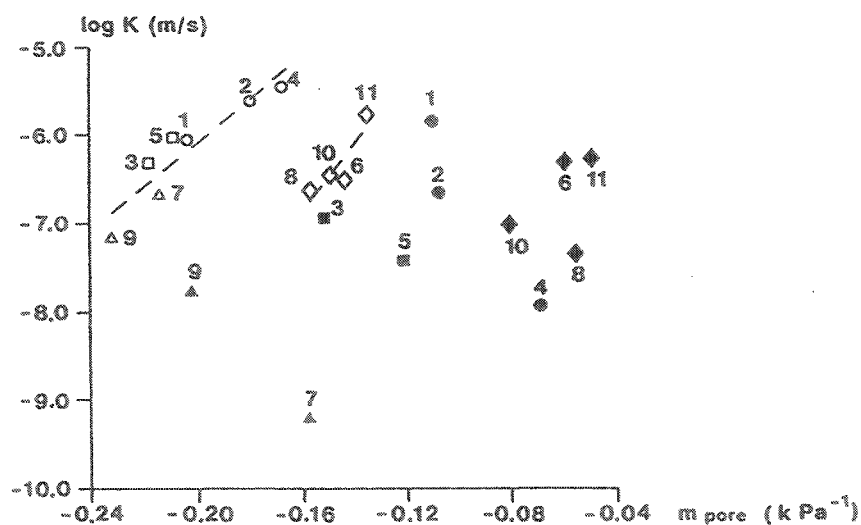


Figure III.15. : Variation de la moyenne de $\log K$ en fonction d'un paramètre caractéristique de la distribution des tailles des pores. Le paramètre m_{pore} est la pente de la relation ($\log[\text{teneur en eau}] - \log[\text{pression capillaire}]$). Les échantillons testés ont les caractéristiques décrites à la figure III.13. (d'après Milner, 1989).

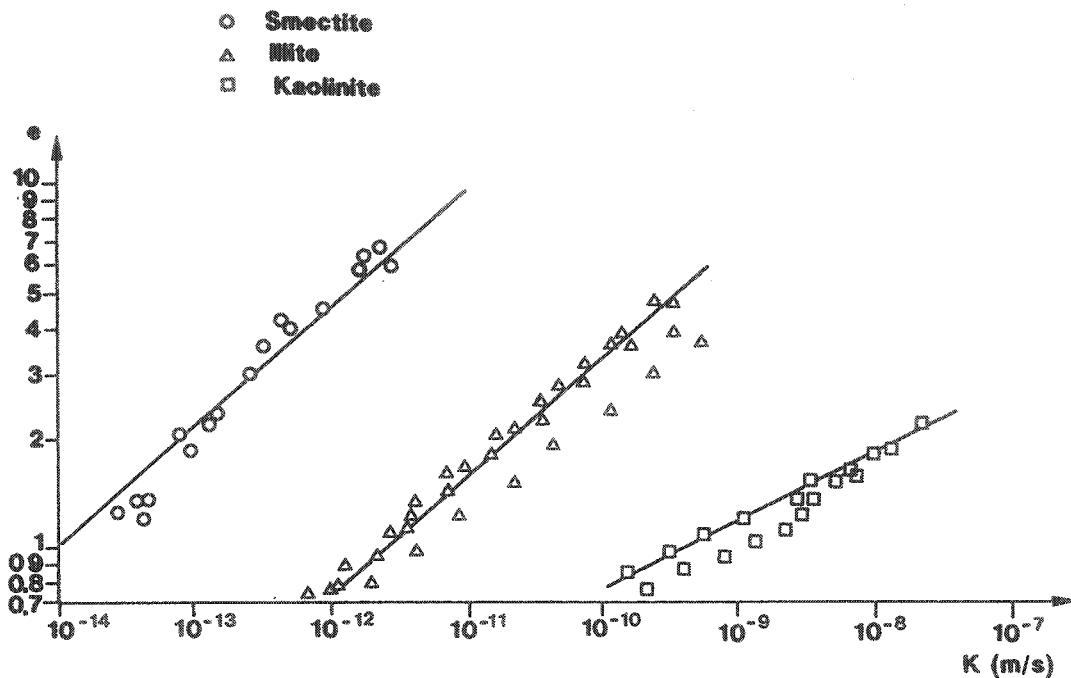


Figure III.16. : Variation du coefficient de perméabilité en fonction de l'indice des vides pour 3 argiles sodiques dans l'eau (d'après Mesri & Olson, 1971)

Sur base de diagrammes expérimentaux (figure III.16.) montrant l'évolution de $\log K$ en fonction de $\log e$, pour la smectite, l'illite, le kaolinite, Mesri et Olson (1971) déduisent que l'évolution de K est surtout influencée (dans ces argiles), par la taille et la tortuosité des "conduits". La nature des argiles intervient dans la mesure où le rapport diamètre/épaisseur des feuillets solides, augmente de la kaolinite à l'illite et de l'illite à la smectite, expliquant les perméabilités plus élevées des kaolinites. Comme précisé précédemment (figure III.5.), la consolidation a tendance à orienter les feuillets argileux de façon normale par rapport à l'axe des contraintes principales, augmentant de façon importante la tortuosité des conduits empruntés par l'eau dans son écoulement qui, lui, est parallèle à l'axe des contraintes effectives. Cette constatation n'exclut toutefois pas la diminution de K simplement par diminution de l'espace total occupé par les vides.

Parmi les plus connues, les relations et théories suivantes peuvent être citées :

- Terzaghi (1925) a proposé une relation entre la perméabilité intrinsèque k et l'indice des vides :

$$k = \lambda (e - 0,15)^3 \cdot (1+e) \quad (\text{III.22.})$$

où λ est une constante à déterminer expérimentalement.

Les résultats expérimentaux ont montré que pour des milieux poreux de porosité comprise entre 0,20 et 0,80, l'équation III.22. peut se généraliser sous la forme (Rieke & Chiligarian, 1974) :

$$k = \lambda \cdot n^a \quad (\text{III.23.})$$

où λ et a sont des constantes expérimentales (a prend une valeur proche de 5 dans la plupart des cas)

Récemment, Feldkamp (1989) a repris cette équation sous une forme similaire à celle obtenue pour la variation de compressibilité (équation III.19.) :

$$k = a \cdot \frac{e^b}{(1+e)}$$

où a et b sont des constantes à déterminer expérimentalement

- L'équation de Kozeny-Carman (1937) s'écrit comme suit:

$$k = \lambda \frac{n}{S_{sp}^2} \quad (\text{III.24.})$$

où λ est une constante à déterminer expérimentalement

S_{sp} = surface se rapportant à une unité de volume de pores (ou surface spécifique)

Très peu utilisée en pratique, elle a été modifiée pour obtenir :

$$k = \lambda \frac{n^3}{(1-n)^2 \cdot S_{sp}^2} \quad (\text{III.25.})$$

où λ est une constante à déterminer expérimentalement.

- Barends (1990) propose une loi liant empiriquement k aux déformations relatives (ε) et à la porosité (n) :

$$k = k_0 e^{(\kappa \cdot \varepsilon / n)} \quad (\text{III.26.})$$

où k_0 est la perméabilité intrinsèque initiale (avant déformation)

κ est un paramètre empirique, calculé expérimentalement

- Safai et Pinder (1980) ont proposé :

$$K = \left[1 + \left(a \cdot \left| \frac{p}{\rho \cdot g} \right| \right)^b \right]^{-c} \quad (\text{III.27.})$$

où a , b , c sont des paramètres empiriques, déterminés expérimentalement.

- Lambe & Whitman (1969) présentent des données expérimentales obéissant à une loi (citée également par Rudolph & Frind, 1991), du type :

$$dK = K_0 \cdot \left(10^{de/m} - 1 \right) \quad (\text{III.28.})$$

où K_0 est le coefficient de perméabilité au début de l'incrément de contrainte effective $d\sigma'$

m est déterminé expérimentalement (figure III.17.)

- Sur base de nombreux résultats d'essais, Nishida & Nakagawa (1969) ont développé une équation liant K à l'indice des vides (e) et à l'indice de plasticité (I_p) pour des argiles :

$$\log K = \left[\frac{e}{(0,01 \cdot I_p + 0,05)} \right] - 12 \quad (\text{III.29.})$$

Cette loi est valable dans les sols généralement très argileux et a été appliquée avec succès pour calculer les phénomènes de subsidence, dus à la compaction des sédiments meubles du Quaternaire dans les zones côtières du Japon.

De façon plus générale, cette équation III.29. peut s'écrire :

$$K = e^{a \cdot e + b} \quad (\text{III.30.})$$

$$\text{où } a = \frac{2.3}{c \cdot I_p + d}$$

b, c, d sont des constantes à déterminer expérimentalement

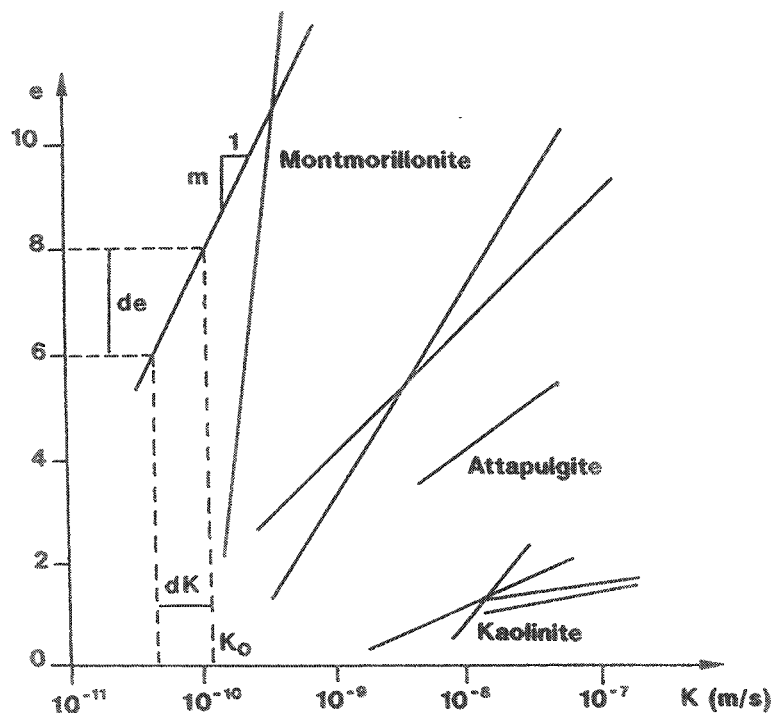


Figure III.17. : Relation entre K et l'indice des vides (e) pour différents types d'argile (d'après Lambe & Whitman, 1969).

- Monte & Kritzen (1976), cités par Lewis & Schrefler (1987) ont trouvé expérimentalement une relation bilinéaire entre $\ln K$ et l'indice des vides (e) pour des consolidations unidimensionnelles (figure III.18.). Sur base de ces résultats et en se calquant sur le type de relation trouvée entre $\log \sigma'$ et e pour la consolidation 1D (équations III.12. et figure III.10.), on peut construire un diagramme ($\log K, e$) illustré à la figure III.19.

Sur ce diagramme, on peut définir les coefficients angulaires C_{K1} et C_{K2} comme les taux de variation de K en fonction de e , durant la consolidation, respectivement avant et après avoir atteint la valeur du coefficient de perméabilité (noté K_{prec}) correspondant à la contrainte effective de préconsolidation.

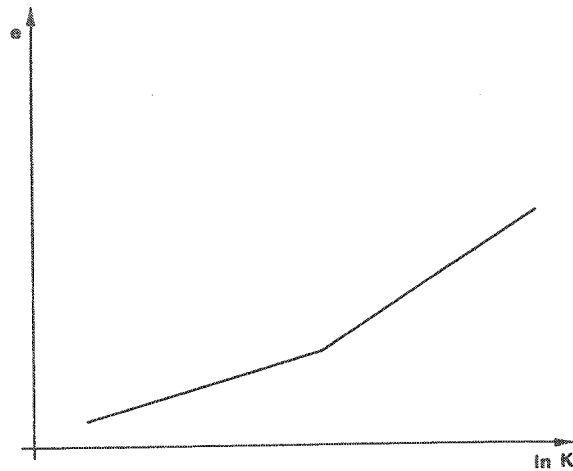


Figure III.18. : Relation entre l'indice des vides e et $\ln K$ (d'après Lewis & Schrefler, 1987).

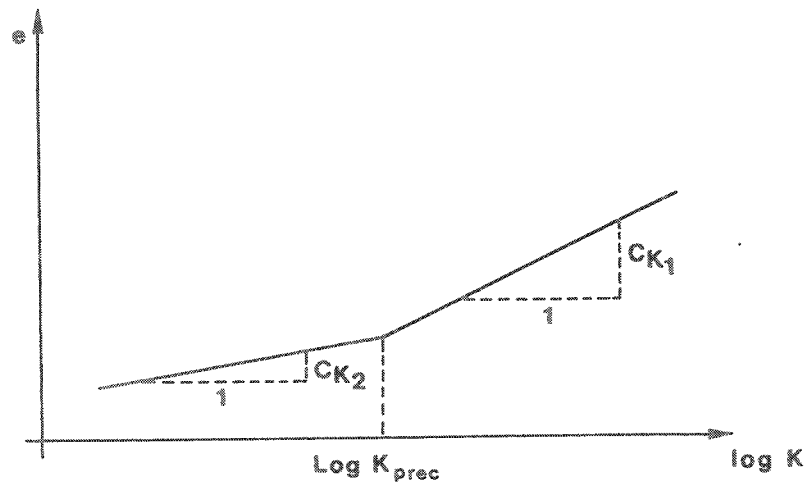


Figure III.19. : Diagramme ($\log K$, e)

A partir de là, de façon similaire aux équations (III.14.), il est aisé de trouver :

$$\left\{ \begin{array}{l} de = \frac{C_{K1}}{2.3} \cdot \frac{dK}{K} \quad K > K_{prec} \\ de = \frac{C_{K2}}{2.3} \cdot \frac{dK}{K} \quad K \leq K_{prec} \end{array} \right. \quad (III.31.)$$

En associant les équations (III.14.) et (III.31.) on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{C_s}{C_{K1}} \cdot \frac{d\sigma'}{\sigma'} = \frac{dK}{K} \quad K > K_{prec} \\ - \frac{C_c}{C_{K2}} \cdot \frac{d\sigma'}{\sigma'} = \frac{dK}{K} \quad K \leq K_{prec} \end{array} \right. \quad (III.33.)$$

Ce qui mène à une équation du type :

$$K = C/\sigma'^a \quad (III.33.)$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} a = C_s/C_{K1} \quad K > K_{prec} \\ a = C_c/C_{K2} \quad K \leq K_{prec} \end{array} \right.$$

$$C = K_{prec} \cdot (\sigma'_{prec})^a$$

Helm (1976) avait postulé une relation du même type que l'équation (III.33.) mais moins précise :

$$K = C/\sigma' \quad (III.34.)$$

où C est une constante à déterminer expérimentalement.

Cependant, sur base de travaux de Haghgou (1983), cités par Magnan (1986), il serait très malaisé de déterminer le rapport $a = C_c/C_{K2}$ sur bien des argiles en consolidation (figure III.20.).

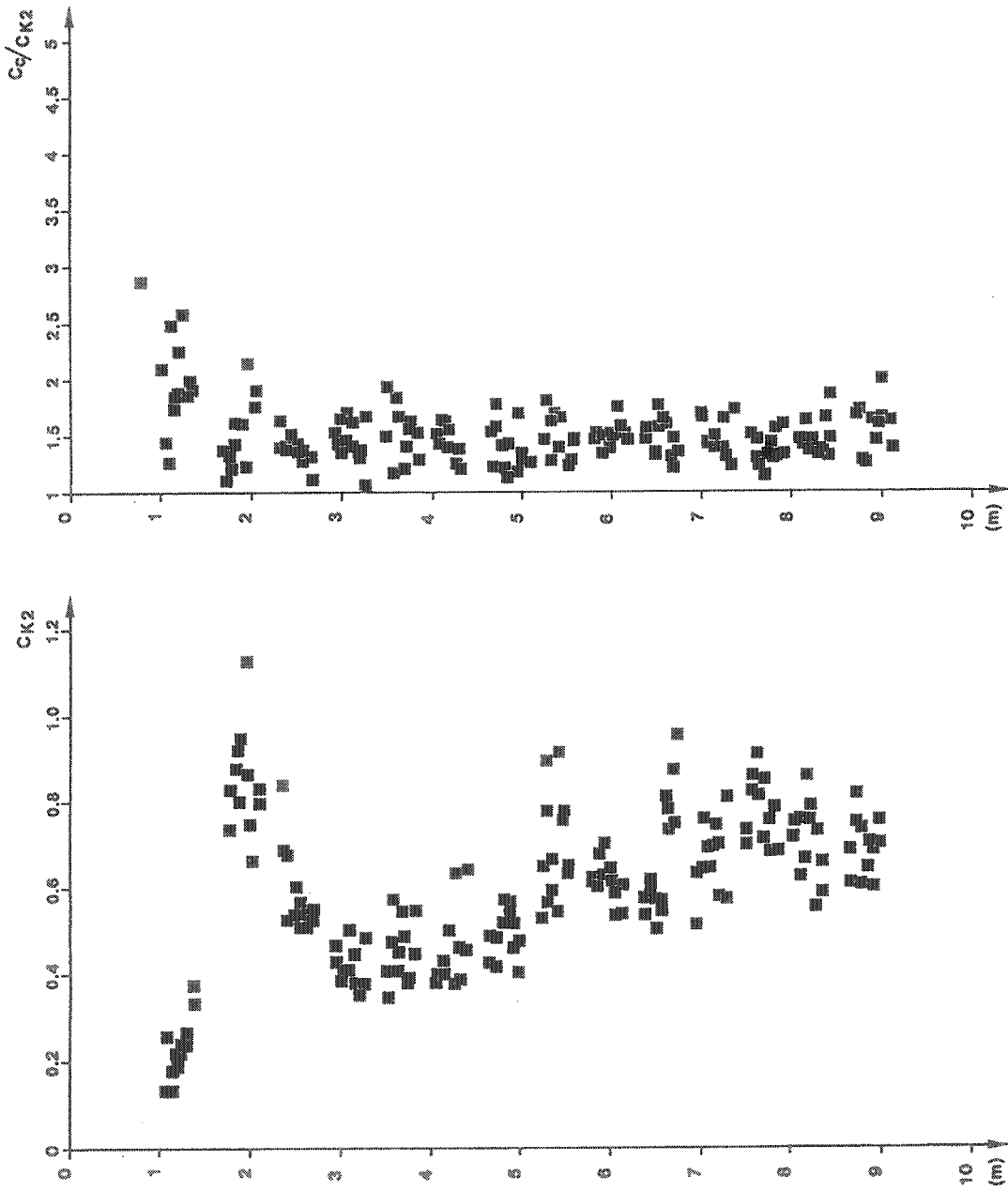


Figure III.20. : Variations de C_{K2} et du rapport $\frac{C_C}{C_{K2}}$
 (d'après Magnan, 1986 et Haghgou, 1983, argile
 de Cubzac, remblai D).

De nombreuses relations sont donc connues, adaptées plus ou moins bien à chaque cas étudié. L'essentiel consiste à disposer d'un maximum de données géologiques et sédimentologiques, de manière à pouvoir orienter le choix hydrogéotechnique (e , n , K en fonction de σ'), afin de choisir et adapter les coefficients, paramètres et exposants de la relation proposée.

III.2.6. CONDITIONS INITIALES, CONDITIONS AUX LIMITES ET SCHEMAS NUMERIQUES

L'équation (III.4.) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(e(\sigma')) \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s(e(\sigma')) \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.34.})$$

Les non linéarités en K_z et en S_s peuvent être traitées assez aisément dans les schémas numériques itératifs. Les conditions aux frontières, les lois de variation de K_z et S_s et les conditions initiales doivent être déterminées afin de permettre la résolution du problème en régime transitoire. Comme précisé précédemment (III.2.4.), les conditions aux frontières des couches semi-perméables compressibles sont fournies à chaque pas de temps par le modèle d'écoulement 3D.

Les valeurs initiales de K_z et de S_s doivent être déduites de l'état de contrainte initial régnant dans le milieu poreux saturé, donc de la répartition initiale de σ' et e .

(a) La contrainte effective initiale, en tout point de profondeur z , s'écrit (figure III.2.)

$$\sigma'(z) = \gamma \cdot z_0 + (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w) \cdot (z - z_0)$$

où z_0 est la profondeur à partir de laquelle les terrains sont saturés

Cependant, durant la consolidation, la valeur de γ_{sat} peut augmenter puisque le milieu poreux devient plus dense par diminution de l'indice des vides. De plus, la longueur de la colonne 1D considérée se raccourcit durant le processus de consolidation.

Si, par exemple, une colonne de 10 m de terrain argileux compressible caractérisé par $\gamma_{\text{sat}} = 16.93 \text{ kN/m}^3$ passe durant la consolidation d'un indice des vides moyen $e = 1.27$ à $e = 1.0$, le poids volumique saturé moyen γ_{sat} devient égal à 17.9 kN/m^3 .

La variation de la longueur de la colonne peut s'exprimer comme suit :

$$\Delta l = l \cdot \frac{\Delta e}{1+e} \quad (\text{III.35.})$$

On obtient, pour l'exemple, une diminution de 0.38m. La contrainte effective en un point situé à la base de la colonne augmente de 9 % quand on tient compte de la variation de γ_{sat} , en partie contrebalancée par la variation de l et en supposant la saturation du milieu inchangée (les détails du calcul sont repris au tableau III.2.). Ce taux de variation est maximum en 1 point de profondeur z égal à la longueur de la colonne (l) (tableau III.2.).

En général, la variation de la contrainte effective résultant de l'évolution de la valeur de γ_{sat} est considérée comme négligeable par rapport aux fortes variations de σ' dues aux diminutions des pressions interstitielles. D'autre part, l'ajout d'une non linéarité supplémentaire sous la forme d'une relation :

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{1}{(1+e)} \cdot (\gamma_s + e \cdot \gamma_w) \quad (\text{III.36.})$$

ne pose pas de grands problèmes et est souvent implicitement prise en compte dans le calcul.

$$e_0 = 1.27 \quad n_0 = 0.56 \quad \gamma_s = 26 \text{ kN/m}^3$$

$$e = 1.0 \quad n = 0.5 \quad \gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{sat}0} = \gamma_s(1 - n_0) + \gamma_w \cdot n_0 = 16.93 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{sat}} = \gamma_s(1 - n) + \gamma_w \cdot n = 17.9 \text{ kN/m}^3$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta e}{(1+e)} = 0.038 \quad \text{si } l = 10 \text{ m} \rightarrow \Delta l = 0.38 \text{ m}$$

$$\sigma'_0 = \gamma \cdot z_0 + (\gamma_{\text{sat}0} - \gamma_w) \cdot (z - z_0)$$

$$\sigma' = \gamma \cdot z_0 + (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w) \cdot (z - z_0 - \Delta l)$$

$$\text{si } z_0 = 0 \text{ m et } z = 10 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \sigma' - \sigma'_0 &= (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w) \cdot (z - \Delta l) - (\gamma_{\text{sat}0} - \gamma_w) \cdot (z) \\ &= \gamma_{\text{sat}} \cdot z - \gamma_{\text{sat}0} \cdot z - \gamma_{\text{sat}} \cdot \Delta l + \gamma_w \cdot \Delta l \\ &= 6.6 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma' / \sigma'_0 = 1.09 \rightarrow 9 \% \text{ d'augmentation de } \sigma'$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma'_0} = \frac{(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)}{(\gamma_{\text{sat}0} - \gamma_w)} \cdot \frac{(z - \Delta l)}{(z)} \quad \text{est maximum si } z = l$$

$$\text{avec } \Delta l = l \cdot \frac{\Delta e}{1+e} \quad \text{et } z \leq l$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma'}{\sigma'_0} &= (1.136) \cdot \frac{z - l \cdot (0.038)}{z} \\ &= 1.136 (1 - 0.38) = 1.09 \end{aligned}$$

Tableau III.2. : Variation de σ' due aux variations de γ_{sat} et de la longueur de la colonne en consolidation

(b) La répartition initiale des valeurs d'indice des vides $e(z)$ dans la colonne doit être fournie au modèle. Les valeurs fournies par les essais sont caractéristiques de l'état de contrainte, régnant dans les terrains lors du prélèvement de l'échantillon. Or la simulation du comportement du réservoir doit bien souvent débiter à une époque antérieure à la date de prélèvement. Si les contraintes effectives peuvent être retrouvées par les mesures de la dépression d'eau et application de la loi de Terzaghi, l'indice des vides initial peut être calculé (figure III.21.) :

- . si initialement le milieu poreux était normalement consolidé

$$e_{\text{initial}} = e_{\text{essais}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{\text{essais}}}{\sigma'_{\text{initial}}} \quad (\text{III.37.})$$

- . si initialement le milieu poreux était surconsolidé à une contrainte effective : σ'_{prec}

$$e_{\text{initial}} = e_{\text{essais}} + C_s \cdot \log \frac{\sigma'_{\text{prec}}}{\sigma'_{\text{initial}}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{\text{essais}}}{\sigma'_{\text{prec}}} \quad (\text{III.38.})$$

(c) A partir de la connaissance de la distribution initiale des contraintes effectives et des indices des vides, la compressibilité initiale et le coefficient de perméabilité initial peuvent être calculés rétroactivement. Ensuite, au cours de la consolidation les valeurs de S_s et de K_z sont actualisées en utilisant les relations les liant à e ou σ' .

(d) Comme signalé précédemment, lors de la consolidation la hauteur de la colonne 1D est modifiée. On peut en tenir compte dans la procédure numérique, dans chaque élément 1D par l'application de l'équation (III.35.) où l est alors la longueur de l'élément. Cette modification de la géométrie de l'élément au cours de la consolidation constitue une non linéarité supplémentaire dans l'équation (III.34.).

La résolution de l'équation (III.34.) en mode transitoire demande donc l'actualisation de K_z , S_s et l durant chaque pas de temps en réponse aux variations de pressions interstitielles ce qui amène à l'élaboration d'un organigramme du type de celui illustré à la figure III.22.

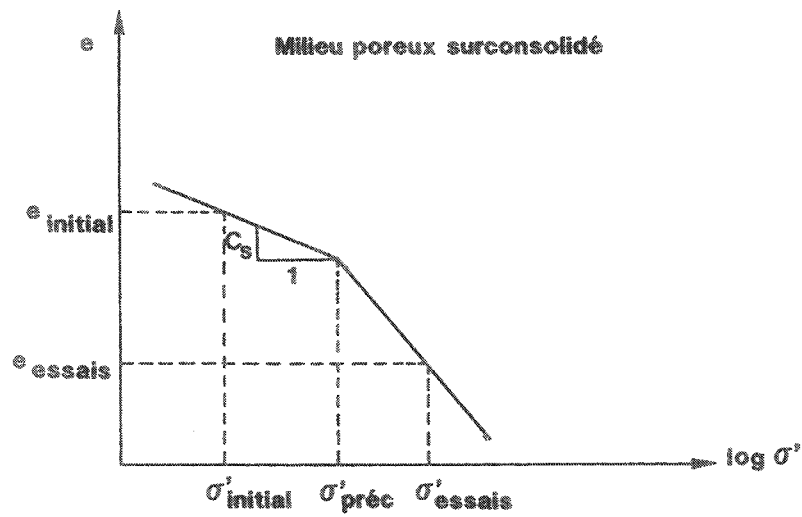
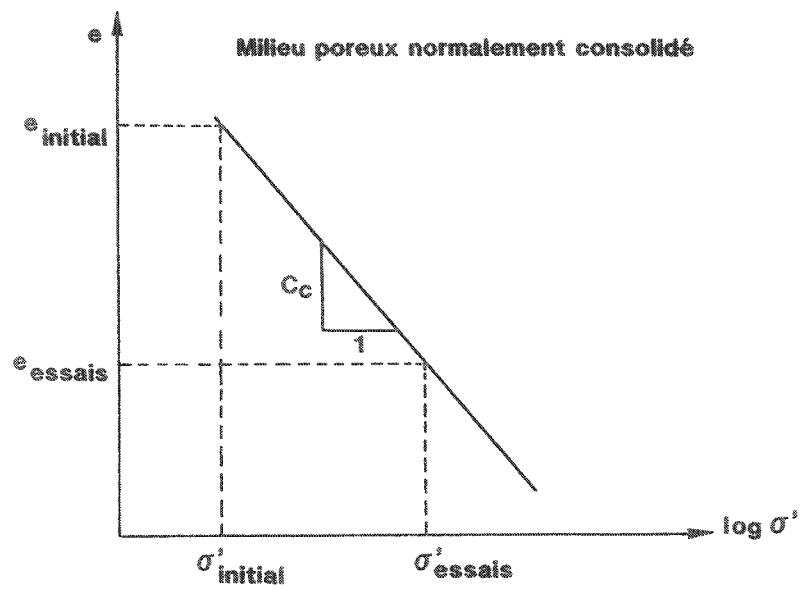


Figure III.21. : Calcul de l'indice des vides initial.

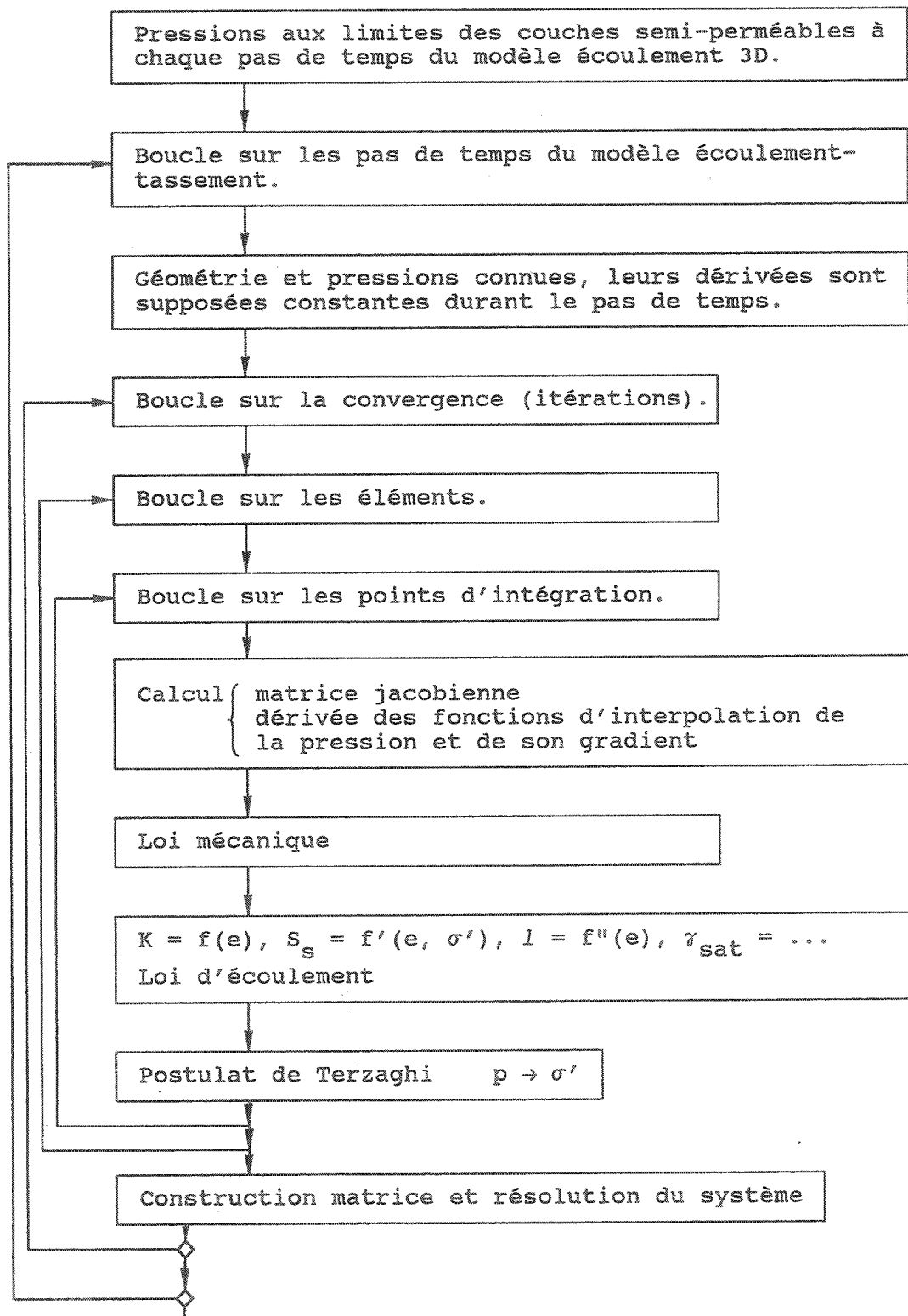


Figure III.22. : Schéma décrivant les opérations successives réalisées dans un modèle écoulement-tassement couplé et non-linéaire.

III.2.7. INFLUENCE DE LA PRISE EN COMPTE DU COUPLAGE ET DES NON LINEARITES

Les résultats d'un modèle écoulement-tassement où les paramètres (K_z et S_s) varient en fonction des contraintes effectives ne seront en rien semblables aux résultats d'un modèle non couplé à paramètres constants.

Les baisses de pression vont se propager différemment, le coefficient de consolidation ($C_v = K_z/S_s$) n'étant pas constant. En effet, K_z et S_s varient, mais pas dans le même rapport.

Rudolph & Frind (1991) montrent que pour un changement de pression à la base d'une colonne d'argile, il faut plus de temps pour rétablir un régime permanent d'écoulement en simulation non linéaire qu'en simulation linéaire (figure III.23.). Remarquons que cette constatation n'est vraie dans tous les cas que lorsque les valeurs de K_z et S_s de la simulation à paramètres constants, sont identiques aux valeurs initiales de la simulation non linéaire. De plus, il faut que les variations (à la baisse) de K_z soient plus importantes que celles de S_s pour provoquer une diminution de C_v .

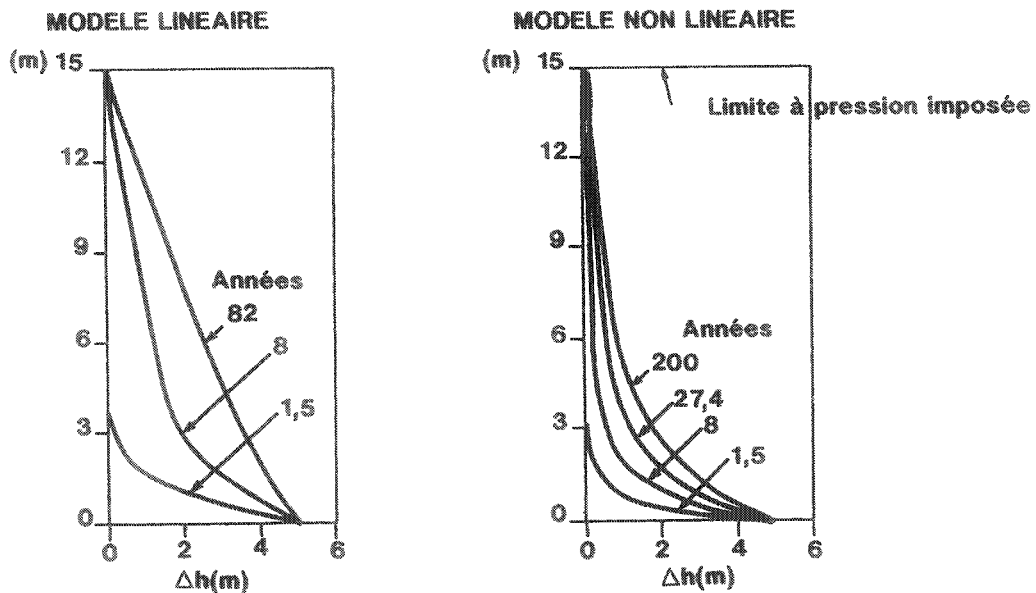


Figure III.23. : Propagation d'une dépression de 5 m d'eau dans une couche d'argile de 15 m d'épaisseur. Comparaison entre les simulations linéaire et non linéaire. (d'après Rudolph & Frind, 1991).

Précédemment Helm (1976) avait déjà étudié ce type de comparaisons dans lesquelles (figure III.24.) :

- la variation à la baisse de S_s est moins importante que celle de K_z ;
- les paramètres constants pour la simulation linéaire ne sont pas égaux aux valeurs initiales des K_z et S_s de la simulation non linéaire.

Les profils montrant la propagation de la contrainte effective maximum, jusqu'à la demi-épaisseur d'une couche argileuse compressible, illustrent, pour deux dates, que les variations de pressions d'eau se sont moins vite propagées dans le cas non linéaire (figure III.24.).

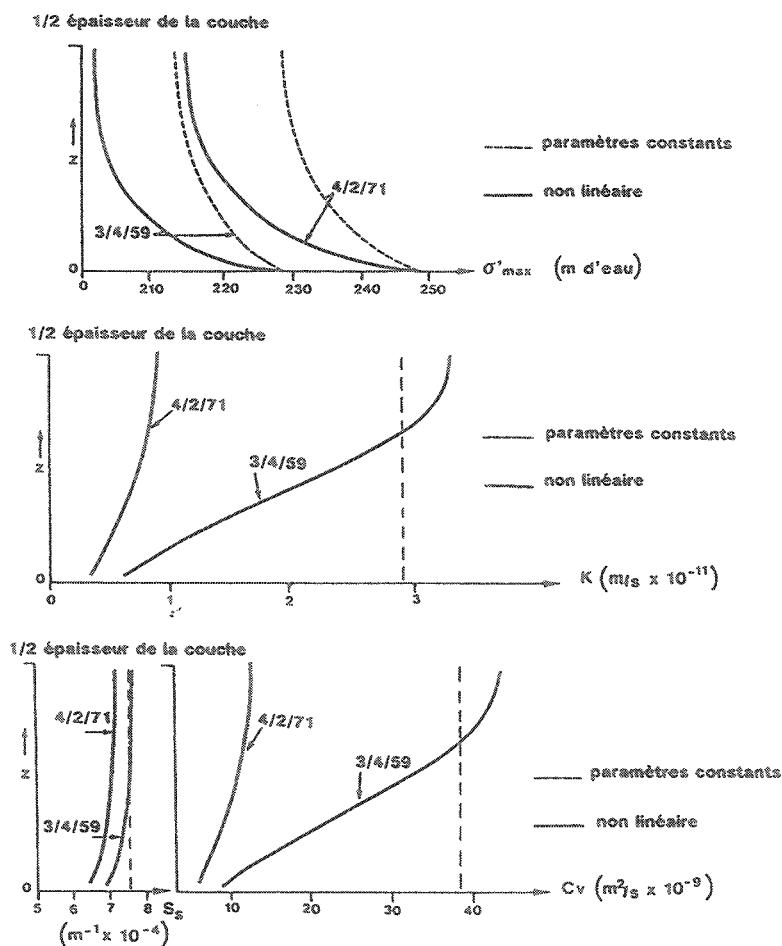


Figure III.24. : Résultats publiés par Helm (1976) montrant la distribution des paramètres et de σ'_{max} en 1959 et 1971 dans une demi-couche compressible du site de Pixley (Californie), présumée homogène initialement.

Le même type de constatation sera faite dans la suite (VII.4.5.), pour les colonnes 1D situées dans la zone de Shanghai en comparant les simulations :

- linéaire (modèle non-couplé ou linéaire),
- couplée (non linéaire en S_s) et linéaire en K_z ,
- non linéaire en K_z et S_s .

Les différences dans la répartition des pressions d'eau et donc dans celle des contraintes effectives, induisent l'essentiel de la différence des tassements calculés avec l'une ou l'autre des simulations.

Néanmoins, à variation de pression égale, il est également possible de démontrer que les tassements calculés par la simulation linéaire seront supérieurs aux tassements calculés par le programme non linéaire si les paramètres constants sont identiques aux valeurs initiales des paramètres pour la simulation non linéaire.

Exprimons la déformation du milieu poreux compressible, sur un pas de temps par (III.6.) et (III.7.) :

$$\int_{\varepsilon(t)}^{\varepsilon(t+\Delta t)} d\varepsilon = \int_{\sigma'(t)}^{\sigma'(t+\Delta t)} \frac{S_s}{\rho \cdot g} d\sigma' \quad (\text{III.39.})$$

Dans le cas du modèle non-couplé linéaire, S_s est constant, on peut donc écrire :

$$\int_{\varepsilon(t)}^{\varepsilon(t+\Delta t)} d\varepsilon = \frac{S_s}{\rho \cdot g} \int_{\sigma'(t)}^{\sigma'(t+\Delta t)} d\sigma' \quad (\text{III.40.})$$

En intégrant,

$$\varepsilon(t+\Delta t) - \varepsilon(t) = \frac{S_s}{\rho \cdot g} \left(\sigma'(t+\Delta t) - \sigma'(t) \right) \quad (\text{III.41.})$$

En utilisant (III.6.) et (III.16.), on peut remplacer S_s et l'exprimer en fonction d'une constante ayant les dimensions d'une contrainte effective (σ'_{imp}). En considérant la plasticité, on a :

$$\varepsilon(t+\Delta t) - \varepsilon(t) = \frac{1}{C \cdot \sigma'_{imp}} \left(\sigma'(t+\Delta t) - \sigma'(t) \right) \quad (\text{III.42.})$$

où C est remplacé par A en zone élastique

σ'_{imp} est une constante, choisie implicitement lors du choix de la valeur constante de S_s (dans chaque couche).

Dans le cas du modèle couplé et non linéaire, l'équation III.39. devient :

$$\int_{\varepsilon(t)}^{\varepsilon(t+\Delta t)} d\varepsilon = \frac{1}{\rho \cdot g} \int_{\sigma'(t)}^{\sigma'(t+\Delta t)} S_s \cdot d\sigma' \quad (\text{III.43.})$$

car seulement $\rho \cdot g$ peut être considéré constant.

En remplaçant S_s par sa valeur dans (III.6.) et (III.16.), on obtient :

$$\int_{\varepsilon(t)}^{\varepsilon(t+\Delta t)} d\varepsilon = \frac{1}{C} \cdot \int_{\sigma'(t)}^{\sigma'(t+\Delta t)} \frac{d\sigma'}{\sigma'} \quad (\text{III.44.})$$

Par intégration, on trouve :

$$\varepsilon(t+\Delta t) - \varepsilon(t) = \frac{1}{C} \cdot \ln \left(\frac{\sigma'(t+\Delta t)}{\sigma'(t)} \right) \quad (\text{III.45.})$$

Comparer les équations (III.42.) et (III.45.) revient à comparer les termes :

$$\frac{1}{\sigma'_{imp}} \left(\sigma'(t+\Delta t) - \sigma'(t) \right) \quad \text{et} \quad \ln \left(\frac{\sigma'(t+\Delta t)}{\sigma'(t)} \right)$$

Au premier pas de temps de la simulation, on a :

$$\frac{1}{\sigma'_1(t)} \left(\sigma'(t+\Delta t) - \sigma'_1(t) \right) \quad \text{et} \quad \ln \left(\frac{\sigma'(t+\Delta t)}{\sigma'_1(t)} \right)$$

car $S_s = \frac{1}{C \cdot \sigma'_1(t)}$ valeur initiale de S_s pour le modèle non linéaire.

Dans ce cas, on obtient l'inégalité :

$$\frac{\sigma'(t+\Delta t)}{\sigma'_1(t)} - 1 \geq \ln \left(\frac{\sigma'(t+\Delta t)}{\sigma'_1(t)} \right) \quad (\text{III.46.})$$

$$\text{avec } \sigma'(t+\Delta t) \geq \sigma'_1(t)$$

$$\text{car, en toute généralité, } e^{\frac{a-c}{c}} \geq \frac{a}{c}$$

si $a \geq c$ (figure III.25.)

Aux pas de temps suivants, on a :

$$\frac{1}{\sigma'_1(t)} \left(\sigma'(t+\Delta t) - \sigma'(t) \right) \geq \ln \left(\frac{\sigma'(t+\Delta t)}{\sigma'(t)} \right) \quad (\text{III.47.})$$

$$\text{avec } \sigma'(t+\Delta t) \geq \sigma'(t) \geq \sigma'_1(t)$$

$$\text{car, en toute généralité, } e^{\frac{a-b}{c}} \geq \frac{a}{b}$$

si $a \geq b \geq c$ (figure III.26.)

Donc, même si les contraintes effectives induites étaient rigoureusement semblables dans les simulations linéaire et couplée non linéaire, les déformations calculées sont toujours plus importantes dans le cas linéaire, si la valeur constante de S_g correspond à la valeur initiale du modèle non linéaire.

La non linéarité de K_z n'influencera les déformations que par l'entremise de son effet sur la répartition des pressions d'eau.

En conclusion, le principal facteur provoquant des différences de tassement est la répartition différente dans l'un et l'autre cas des pressions d'eau et donc des contraintes effectives. De plus, comme signalé ci-dessus, la variation de S_g en fonction des contraintes effectives induit des différences dans les déformations calculées, même si on considère la contrainte effective inchangée.

Si les valeurs des paramètres initiaux du modèle non linéaire sont égales aux valeurs constantes de la simulation linéaire, les tassements calculés en mode non linéaire sont systématiquement inférieurs à ceux calculés en simulation linéaire.

Pour un cas d'étude donné, il est parfois utile de pouvoir comparer les résultats calculés avec différents types de relation prenant en compte la non linéarité de K_z .

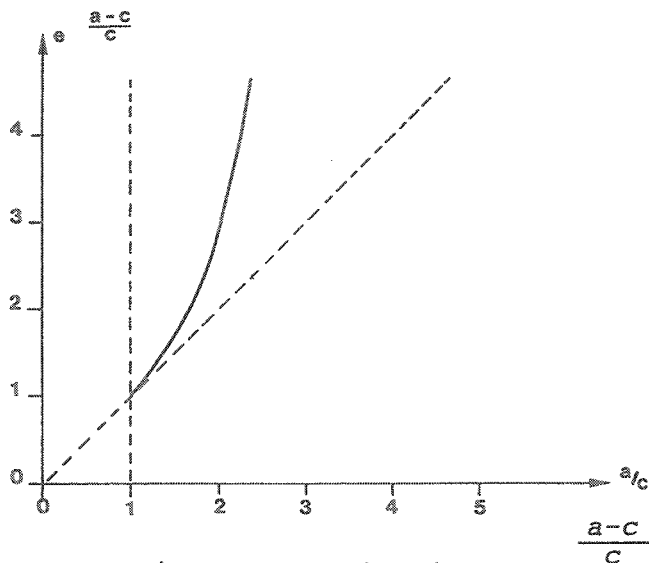


Figure III.25. : Diagramme montrant que $e \frac{a-c}{c} \geq \frac{a}{c}$ pour $a \geq c$

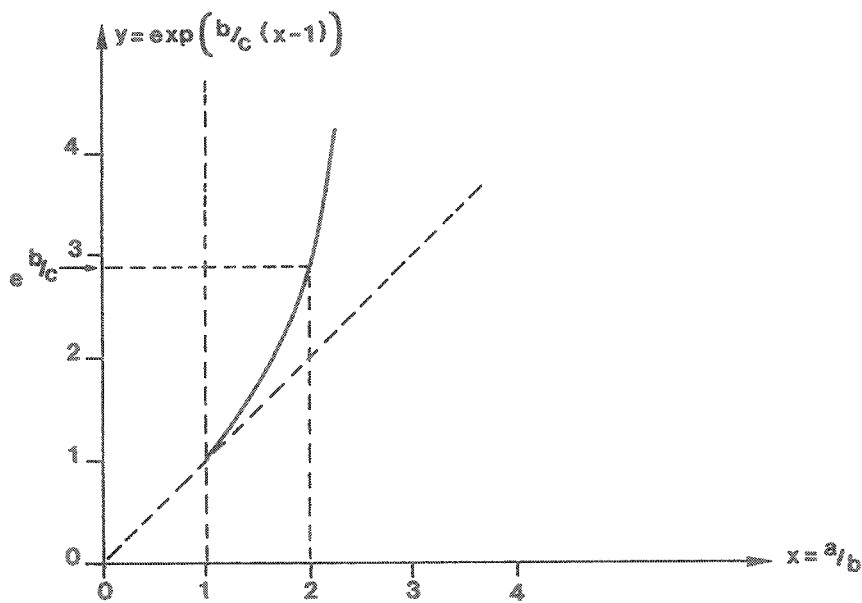


Figure III.26. : Diagramme montrant que $e \frac{a-b}{c} \geq \frac{a}{b}$
pour $a \geq b \geq c$

on pose $x = \frac{a}{b}$
 $y = e^{\frac{b}{c}(x-1)}$

$$b/c \geq 1 \longrightarrow e^{b/c} \geq 2.7183$$

IV. REPRESENTATION, IDEALISATION ET DISCRETISATION DES MILIEUX POREUX NATURELS

IV.1. DOMAINE IDEALISE, MODELE CONCEPTUEL

Résoudre un problème d'écoulement en milieu poreux saturé par une modélisation mathématique consiste à trouver la répartition dans le temps et dans l'espace des valeurs des variables concernées. Celles-ci doivent satisfaire les équations différentielles décrivant l'écoulement en tout point du domaine, ainsi que les spécifications imposées en terme de valeurs initiales et de valeurs aux frontières.

Afin d'effectuer l'intégration de l'équation de l'écoulement (II.60) et (II.66) sur le domaine à étudier, par une méthode numérique, il faut au préalable définir le système avec ses paramètres, sa géométrie et ses sollicitations, variables dans l'espace et parfois dans le temps.

Il s'agit donc d'établir le modèle conceptuel des processus à simuler sur un domaine idéalisé. Ce modèle conceptuel est en fait constitué de notre perception, simplifiée par l'entremise d'une série d'hypothèses, du système réel à étudier.

Notons que la définition du système, assortie des hypothèses pouvant s'appliquer au cas traité, mène bien souvent à un choix relativement restreint quant à la méthode numérique et au code à choisir.

La géométrie doit être définie en 3 dimensions, à moins que le cas traité puisse être étudié de façon satisfaisante en réduisant les dimensions du problème. C'est la géométrie des différentes formations géologiques et la répartition des valeurs des paramètres hydrodynamiques qui déterminent le degré d'hétérogénéité à prendre en compte, le type de comportement de l'aquifère (captif ou libre), ainsi que les conditions d'infiltrations éventuelles. La discrétisation dans l'espace doit donc être réalisée en tenant compte des hypothèses prises concernant ce degré d'hétérogénéité et/ou d'anisotropie.

De la même façon, selon le caractère relativement permanent ou transitoire des sollicitations imposées au système, la modélisation est menée en ramenant le problème à un régime strictement permanent ou à un régime transitoire, où le choix des pas de temps constitue la discrétisation temporelle du problème.

Ensuite, il faut identifier le comportement de la zone externe mais contiguë au domaine discrétisé afin de discerner le type d'interaction s'opérant aux limites du modèle.

L'étude de ces conditions aux frontières comprend l'identification de toutes les quantités d'eau entrant ou sortant du domaine idéalisé. Certaines hypothèses doivent parfois être prises quant à l'idéalisation de ces conditions aux limites pour simplifier leur prise en compte dans le modèle numérique.

IV.2. DISCRETISATION SPATIALE

IV.2.1. PRINCIPES GENERAUX

La discrétisation géométrique doit tenir compte de nombreux impératifs, le maillage final obtenu étant le résultat de la prise en compte de l'ensemble de ceux-ci. La discrétisation spatiale, en cellules, éléments, régions, dépend étroitement du schéma d'intégration spatial utilisé. Par exemple, pour des éléments finis, la variation spatiale de la pression ou de hauteur piézométrique est représentée à l'aide de fonctions d'interpolation et les inconnues nodales sont les inconnues du problème discrétisé. Plus le maillage sera serré, plus la précision du calcul sera grande.

Le maillage est la représentation du domaine étudié par l'assemblage de cellules (différences finies), d'éléments (éléments finis) ou de régions (éléments frontières et éléments analytiques). Leur taille est choisie en fonction de l'hétérogénéité du milieu, de la complexité des frontières, de la densité des mesures disponibles et des points de sollicitation, de la précision désirée des résultats, mais aussi des contingences informatiques (taille du système, temps C.P.U.). L'étude géologique et hydrogéologique préalable à la modélisation du système étudié, fournit la plupart de ces informations.

Comme signalé précédemment, les différentes méthodes numériques amènent à des approximations très diverses de la géométrie.

La méthode des différences finies est souvent limitée à des cellules ou blocs rectangulaires (2D) ou parallélépipédiques (3D) éventuellement gigognes (emboîtés); cependant un seul type de cellules peut être utilisé à la fois dans un modèle.

Les méthodes des éléments frontières et des éléments analytiques supposent que l'hétérogénéité du domaine est relativement restreinte puisque des solutions continues et analytiques sont imposées dans les différentes régions discrétisées, par contre ces dernières peuvent être de formes complexes.

La méthode des éléments finis est la plus adaptée à représenter un domaine de grande hétérogénéité dans les 3 dimensions tout en possédant des frontières aux contours complexes; en effet les éléments proposés sont de formes diverses et ils peuvent se déformer et s'agencer de manière très souple.

Dans le cas où le système à étudier consiste en une succession verticale de couches aquifères et de couches semi-perméables (aquitards), une simulation réellement tri-dimensionnelle des écoulements en régime transitoire, implique la distinction de plusieurs couches d'éléments ou de cellules dans les aquitards, afin de calculer une variation verticale des pressions d'eau autre que linéaire ou parabolique.

atif doit être pris en compte en fonction de la
que dans les résultats. Il sera rediscuté de cet
la présentation du modèle d'écoulement du sous-sol
(r. VII.).

sollicitations imposées aux nappes aquifères doivent
en compte de la façon la plus précise possible.
moi, dans les problèmes d'hydrogéologie appliquée au
l (tunnels, terrassements, drains, captages, tapis
des éléments de formes diverses doivent parfois être
En effet, la répartition des pressions interstitielles
a trouvée avec précision sur un domaine local très
ne et contenant des zones de géométries complexes pour
es les paramètres hydrodynamiques sont très contrastés
reste du domaine.

Des galeries de pompage, situées dans une nappe aquifère
nale, constituent un autre cas, où il est souhaitable de
ésenter correctement et explicitement (éléments finis) ou
licitement, une géométrie particulière à laquelle est
juguée la sollicitation la plus importante du système. Aux
its de pompage ou de réinjection, on fait coïncider des noeuds
des points centraux de cellules.

D'autre part, il est nécessaire de pouvoir simuler en
régime transitoire des aquifères à nappe libre sans modification
du maillage. Certaines techniques exposées dans la suite
(IV.4.7.) permettent ce type d'analyse en utilisant les méthodes
des différences finies et des éléments finis. Ces techniques
sont indispensables lorsque le domaine à étudier est régional,
comportant plusieurs centaines, milliers ou millions d'éléments
(ou cellules), car elles évitent un réajustement du maillage en
fonction de la nouvelle position de la surface libre après chaque
pas de temps.

Sans entrer dans beaucoup de détails, il est évident que
du raffinement du maillage, dépendent la stabilité et la
précision des résultats. La taille et la forme des cellules ou
éléments peuvent influencer le résultat trouvé.

La figure IV.1. reprend comme exemple, un essai de
pompage pour lequel sont calculés la solution analytique de
Theis, la droite d'approximation logarithmique de Jacob, des
solutions numériques calculées par différences finies avec des
maillages de plus en plus fins (FD1, FD2, FD3, FD4) et une
solution numérique calculée par la méthode des éléments finis
(FE1).

On constate, dans le cas illustré ici, qu'un maillage
très fin, à proximité immédiate du pompage (distance < 10 m)
génère des résultats plus précis; par contre un maillage très
dense au-delà de 10 m (comme pour FE1 entre 10 et 100 m)
n'apporte pas beaucoup d'informations supplémentaires.

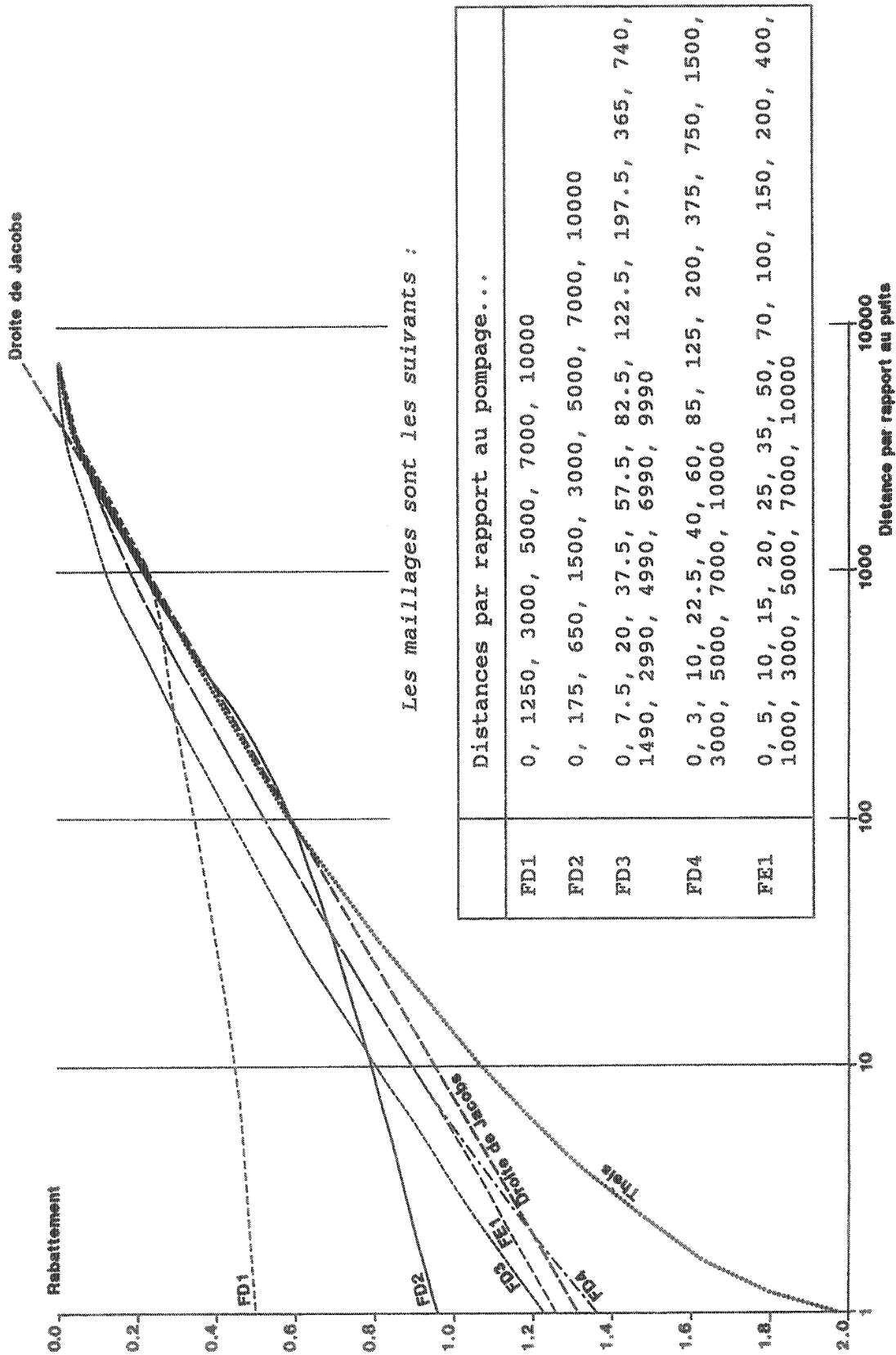


Figure IV.1. : Influence de la densité du maillage sur les rabattements₂ calculés autour d'un puits de pompage (T = 0.116 m/s, Q = 0.116 m³/s, nappe captive, S = 0.001, t = 64800 s).

La précision de la solution calculée peut être mise en rapport avec la dimension des cellules ou éléments ainsi qu'avec la taille des pas de temps utilisés (cfr. IV.3.) . Un processus physique, caractérisé par de fortes variations spatiales sur une petite distance, sera difficilement simulé avec précision si le maillage est composé de grandes cellules (ou éléments). Pour un problème 1D, en régime permanent d'écoulement, traité par la méthode des différences finies, Bear & Veruijt (1987) ont démontré (en développant $d^2f/dx^2 = 0$ en série de Taylor) que par l'expression numérique approximant la dérivée seconde, on commet une erreur qui est proportionnelle au carré de la taille de la maille (en prenant l'hypothèse d'une maille régulière).

La dépendance des résultats calculés par rapport à la densité du maillage, laisse deviner que certains effets d'anisotropie obtenus dans les résultats peuvent être induits uniquement par une anisotropie dans la densité du maillage ou par le choix de formes d'éléments (cellules) favorisant l'une ou l'autre direction. Lors de la discrétisation d'un problème, il faut veiller à éviter ces effets, qui dans certains cas extrêmes peuvent modifier totalement les résultats.

IV.2.2. DISCRETISATIONS EN CELLULES OU BLOCS POUR LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES

Traditionnellement en hydrogéologie, la méthode des différences finies est limitée à l'utilisation de cellules rectangulaires (2D) ou parallélipédiques (3D) avec éventuellement l'emboîtement gigogne de celles-ci.

Pour représenter des problèmes à la géométrie simple et régulière, comme à la figure IV.2., aucun problème majeur n'est rencontré. Cependant, pour tenir compte de l'infiltration due à la rivière (figure IV.2.), on calcule le coefficient d'infiltration (l_r) comme suit :

$$l_r = \frac{K_z}{d_r} \cdot \frac{A_r}{\Delta x \cdot \Delta y} \quad (IV.1.)$$

où K_z est la perméabilité du fond de la rivière
 d_r est l'épaisseur du fond de la rivière
 A_r est la surface réelle où l'infiltration a lieu (surface couverte par la rivière)
 $\Delta x \cdot \Delta y$ est la surface de la cellule à laquelle sera affecté le coefficient d'infiltration.

On affecte à l'ensemble de la cellule, une infiltration qui n'est effective en réalité que sur une zone plus restreinte; on étale cette infiltration. Ce type d'approximation (faisant partie de l'idéalisation du système à représenter) peut être la cause de grosses imprécisions. Dans le cas du modèle de la Hesbaye, nous verrons (cfr. VI.) comment la discrétisation inadéquate des galeries de pompage peut être pénalisante pour les résultats du modèle.

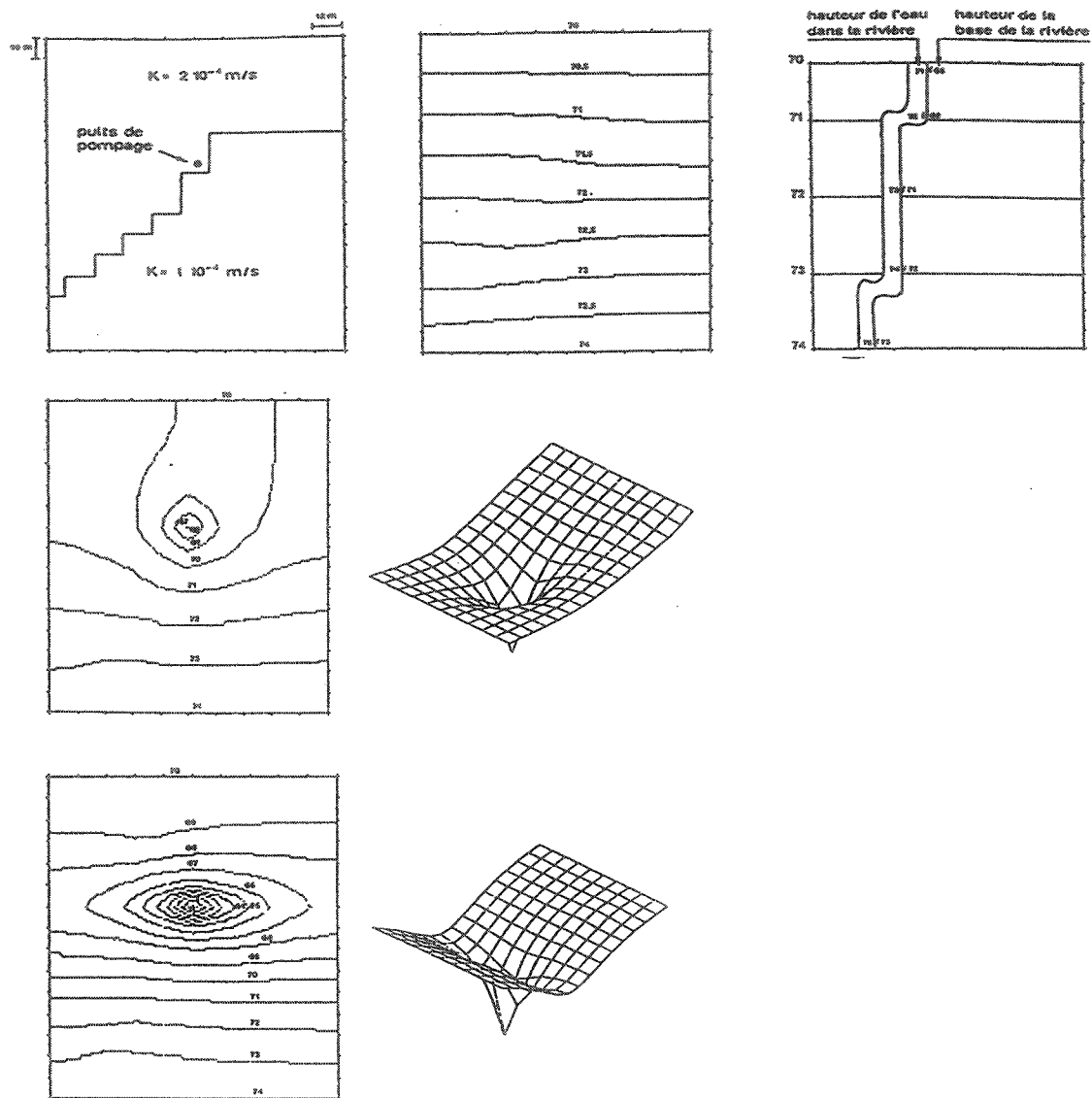


Figure IV.2. : Simulation par la méthode des différences finies, d'une nappe cylindrique, avec deux zones de perméabilité, un pompage ($Q = -0.1 \text{ m}^3/\text{s}$), une rivière à partir de laquelle des infiltrations ont lieu et une infiltration uniforme de $1.59 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s par m}^2$. Les potentiels sont imposés au Nord et au Sud; les frontières latérales sont imperméables. Les résultats de la simulation sont montrés pour le cas isotrope et pour une anisotropie $K_{yy} = 0.2 K_{xx}$

Pour les problèmes de très grandes dimensions et peu affectés par des hétérogénéités locales, la méthode des différences finies est très souvent appliquée avec succès. Elle constitue de ce fait (et de par sa simplicité numérique et sa faible consommation en C.P.U.) la méthode quasi exclusivement utilisée en réservoir pétrolier (figure IV.3.).

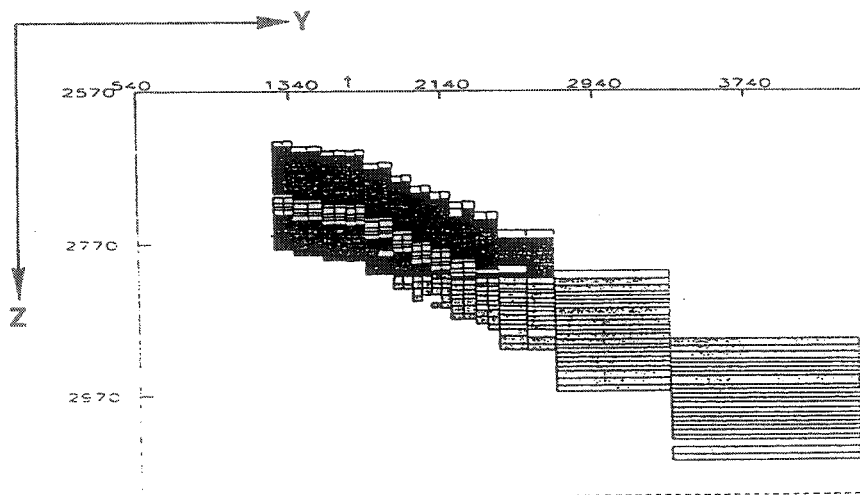
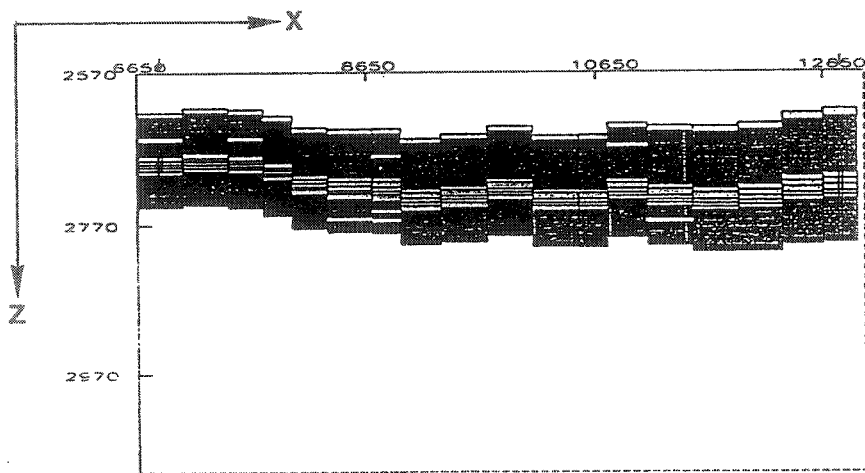
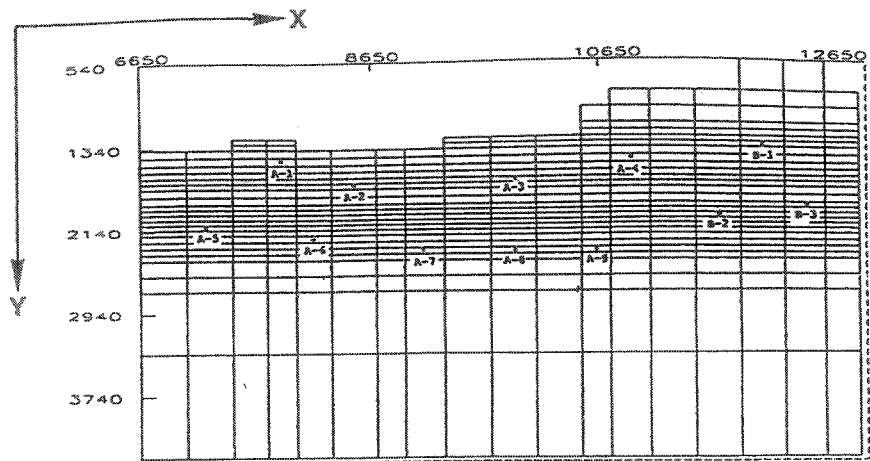


Figure IV.3. : Discrétisation en blocs d'un réservoir pétrolier de la Mer du Nord pour la simulation par différences finies (d'après Qi, 1991).

De nouvelles techniques ont été développées (en reservoir engineering) afin de permettre la discrétisation d'un maillage localement plus détaillé (Local Grid Refinement (L.G.R.)). De nouvelles formes de blocs sont testées (Aziz & Palagi, 1991) et des techniques de décomposition du domaine sont étudiées avec tous les problèmes liés aux choix des conditions aux limites (Nacul, 1991).

Les maillages utilisés d'habitude sont alignés sur des systèmes de coordonnées orthogonaux, cartésiens, cylindriques ou curviliéniens entraînant les inconvénients suivants :

- il est difficile de discrétiser finement une zone sans générer une multitude d'autres blocs dans des zones où cela n'est pas nécessaire;
- il n'est pas aisé de combiner des maillages de différents types (i.e. cartésien et cylindrique près des puits);
- la simulation des zones proches des puits est peu précise;
- il est difficile de choisir un maillage dont l'orientation ne provoque pas un effet d'anisotropie.

Basée sur des travaux de Heinemann et al. (1983 et 1989), Aziz et Palagi (1991) proposent une des premières grilles utilisée en différences finies par Tyson et Weber (1964) composée de polygones de Voronoï (1908), similaires à ceux de la méthode de Theissen (utilisés en hydrogéologie pour le calcul des précipitations). Ils généralisent cette approche pour utiliser des polygones de formes diverses (figure IV.4.). Ces auteurs étudient actuellement de façon approfondie toutes les influences provoquées sur les résultats, par l'emploi de telle ou telle grille dans la simulation de situations classiques d'exploitation de réservoir pétrolier.

D'autre part, pour tenir compte d'hétérogénéités locales dans la simulation des réservoirs, les techniques statistiques sont de plus en plus utilisées, en simulant différentes réalisations équiprobables de la géométrie du réservoir, respectant toutes les données géologiques existantes (Matheron et al. (1987), Eschard et al. (1991)). Cependant, ce type de techniques, appliquées à des réservoirs régionaux de grande taille, demandent de nombreux passages sur ordinateur, consommant un temps C.P.U. très important pour des résultats souvent décevants dans la pratique (Henriquez, 1991).

Par conséquent, les techniques de "Local Grid Refinement" (L.G.R.) gardent toute leur importance et elles sont développées en parallèle à celles opérant la décomposition du domaine.

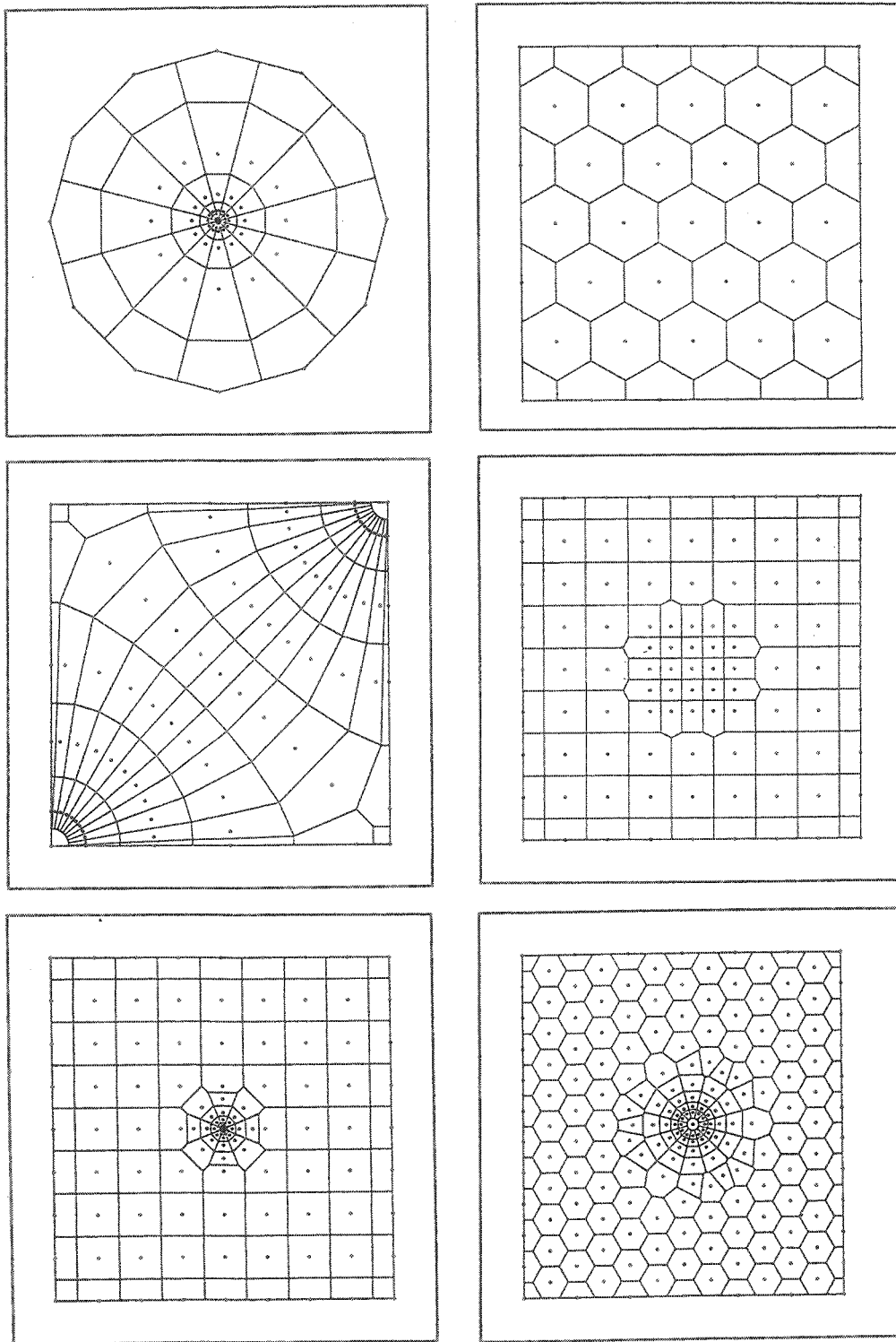


Figure IV.4. : Maillages utilisant des polygones de Voronoi de différents types: cylindriques, hexagonaux, curvilinéaires, avec raffinement local, cartésiens "hybrides" et hexagonaux hybrides (d'après Aziz & Palagi, 1991).

En effet, durant la calibration ou le calcul prévisionnel d'un réservoir, il est courant qu'il soit nécessaire d'étudier plus en détail le comportement d'une partie de celui-ci.

Ce type de situation peut se manifester pour différentes raisons :

- une séparation géologique;
- des configurations de pompages faisant en sorte que la densité de ceux-ci est très variable;
- des déphasages dans le temps concernant le début des pompages.

Pour prendre en compte correctement les interactions avec le reste du réservoir, des simulations de l'ensemble du réservoir sont généralement réalisées, mais elles sont coûteuses.

Il est donc souhaitable de pouvoir effectuer le calcul dans des parties du domaine avec des conditions aux limites fournies par le comportement du reste du réservoir. La combinaison de possibilités de discrétisation détaillée localement (L.G.R.) et de décomposition du domaine (figure IV.5.), permet de travailler de cette façon.

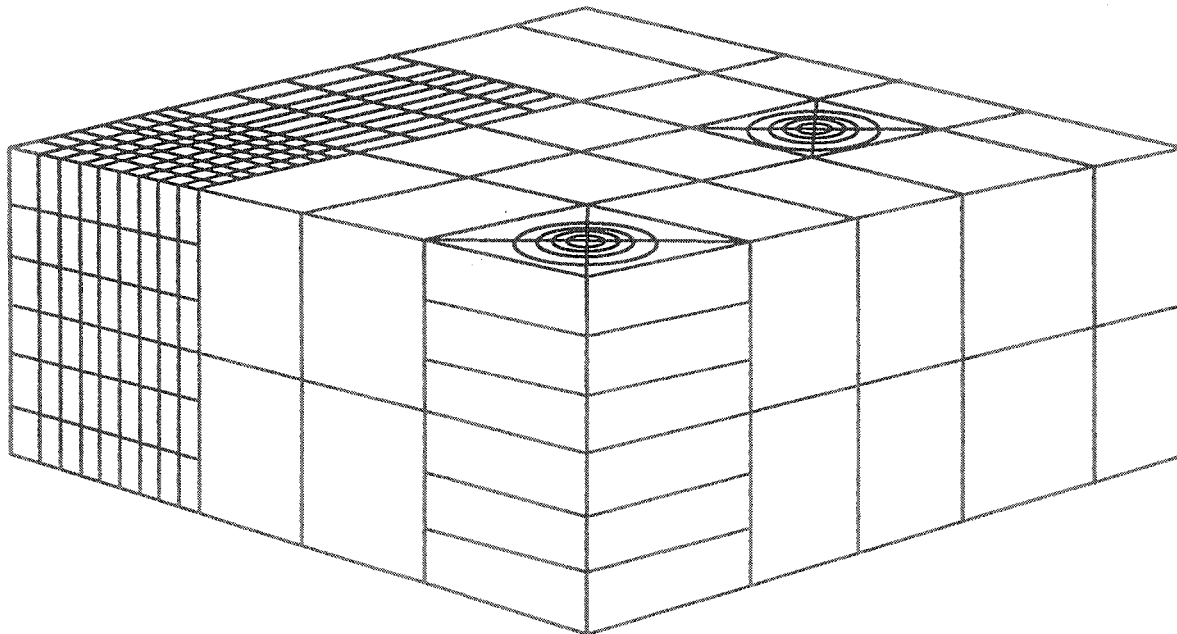


Figure IV.5. : Techniques de discrétisation détaillée locale (Local Grid Refinement) et de décomposition du domaine (d'après Bratvold, 1991).

La procédure suivie dans ce genre d'approche est décrite par Bratvold (1991) :

- (1) simulation de l'ensemble du problème, en utilisant un maillage grossier.
- (2) utilisation des valeurs calculées en (1) pour estimer les conditions aux frontières des zones qui seront détaillées.
- (3) simulation éventuellement en parallèle (parallel processing) des différentes zones où le maillage a été détaillé.
→ haute résolution obtenue dans chacune de ces régions (petits pas de temps, pas de temps différents dans chaque région, etc...)
- (4) actualisation des données pour la simulation globale, en utilisant les résultats calculés en provenance des zones détaillées.

Un des problèmes majeurs consiste donc à attribuer aux différentes régions résultant de la décomposition du domaine, des conditions aux limites pas trop éloignées de la réalité (figure IV.6.).

Nacul (1991) propose des procédures itératives pour le calcul de ces conditions aux frontières en constatant l'influence de la décomposition du domaine sur la matrice de résolution du système. Des procédures de résolution des différentes zones, en série ou en parallèle sont présentées à la figure IV.7.. La convergence de ces procédures peut être accélérée par des techniques :

- (a) de préconditionnement des conditions aux frontières où des premières approximations de celles-ci sont issues de la résolution du système global;
- (b) de recouvrement des frontières, où toute une zone comprenant la frontière est couverte par au moins deux régions issues de la décomposition du domaine
- (c) de relaxation, via l'utilisation d'un paramètre

$$\omega = \Delta p / \Delta p_1$$

où Δp est la variation de pression après convergence dans la région concernée
 Δp_1 est la variation de pression après la 1ère itération dans la région concernée

Tous ces développements ne sont pas utilisés actuellement en hydrogéologie car ils n'ont jusqu'à présent pas encore été jugés nécessaires vu l'emploi généralisé de la méthode des éléments finis lorsque le réservoir est hétérogène et de forme complexe. Ils méritent d'être signalés car ils contribueront certainement à améliorer les programmes utilisés dans le futur en permettant notamment le "parallel processing".

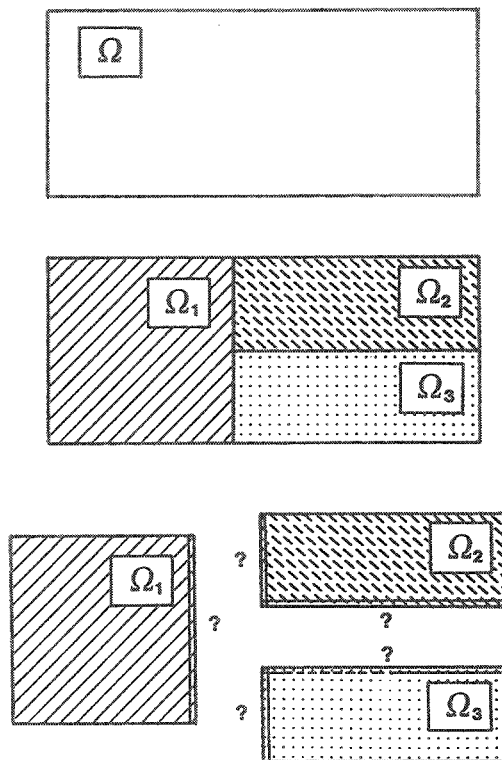


Figure IV.6. : Décomposition du domaine et problème des conditions aux limites internes.

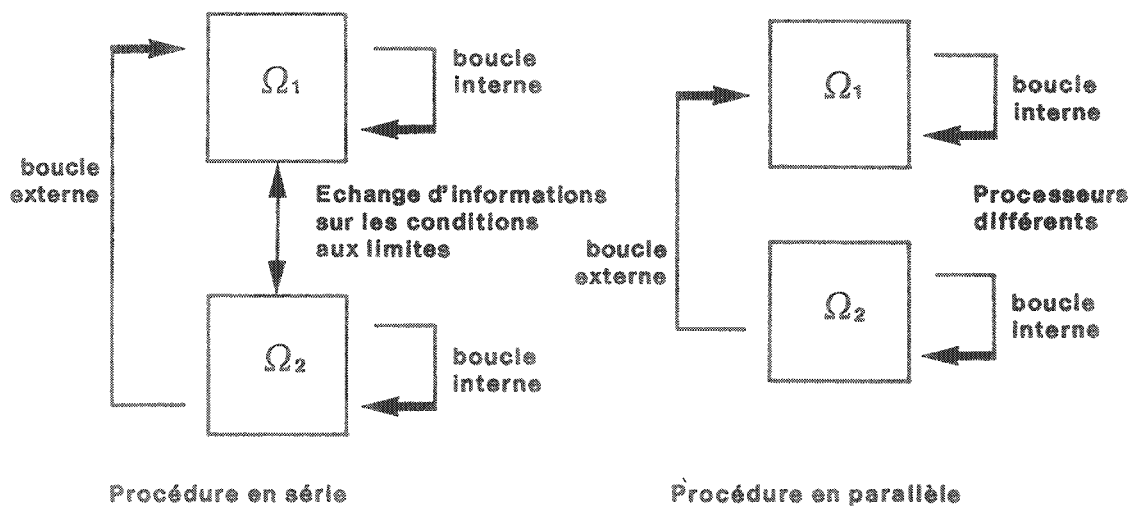


Figure IV.7. : Procédures de résolution en série et en parallèle. La boucle externe de la procédure en parallèle demandera plus d'itérations car il n'y a pas d'échange d'information entre les 2 processeurs (d'après Nacul, 1991).

Comme signalé précédemment (II.4.), pour les problèmes étudiant la dispersion de polluants, les grilles traditionnelles de la méthode des différences finies ne conviennent pas, car elles introduisent une dispersion numérique importante.

Des recherches ont été menées, non seulement pour utiliser des techniques de décentrage et des schémas d'ordre supérieur de différenciations "upwind" (Patel & Markatos, 1986), mais également afin de permettre des techniques de discrétisation détaillée localement (L.G.R.) se déplaçant avec les zones à forts gradients de la variable calculée (Thompson & Ferziger, 1989 et Dannenhoffer, 1988). Il s'agit d'une approche Lagrangienne en utilisant des maillages gigognes, générés automatiquement et se déplaçant avec les zones de forts gradients (figure IV.8.) (Gaspar et al., 1991). A chaque pas de temps, une méthode de "particle tracking" repère, à l'aide de la génération d'un maillage gigogne, les points Lagrangiens (se mouvant avec l'écoulement). La dispersion est ensuite résolue en utilisant ce maillage gigogne, qui est structuré de manière à ce que le système puisse être résolu par le même code quelque soit le maillage obtenu à chaque pas de temps.

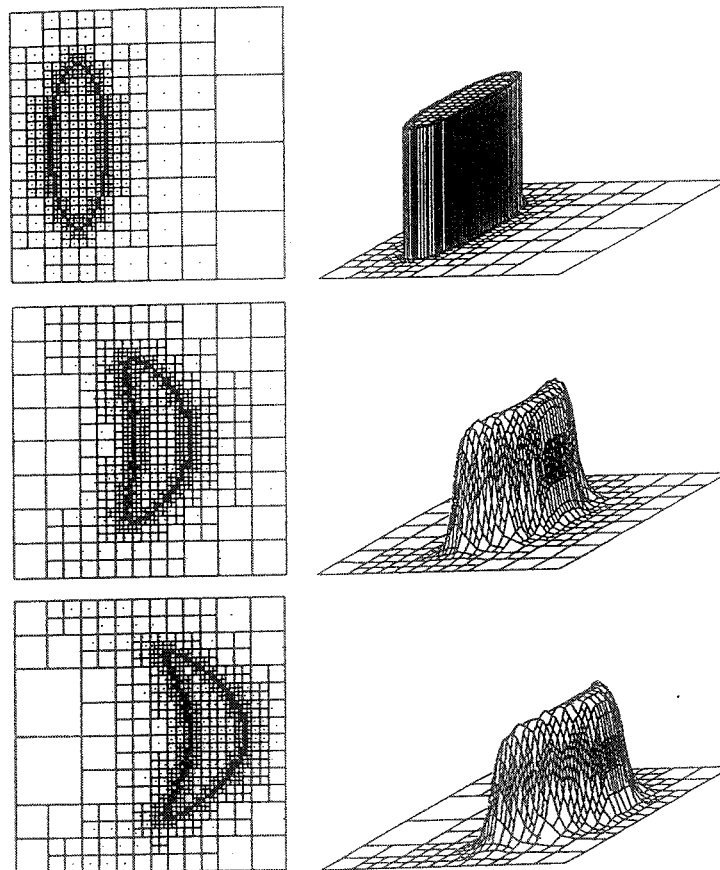


Figure IV.8. : Simulation de la dispersion d'un polluant, dans des conditions d'écoulement parallèle, en utilisant des maillages gigognes mobiles (d'après Gaspar et al., 1991).

Il n'est pas dans les objectifs de ce travail de décrire plus en détail ce type de techniques, remarquons cependant qu'elles ne sont appliquées, jusqu'ici, que sur des domaines dont les caractéristiques (perméabilité, coefficient d'emménagement spécifique, dispersivités...) sont homogènes. La prise en compte d'hétérogénéités entraînerait sans doute des contraintes supplémentaires sur ces maillages, difficiles à introduire dans ces techniques se servant de référentiels de Lagrange.

IV.2.3. DISCRETISATIONS EN ELEMENTS POUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis se caractérise par des bibliothèques d'éléments bien fournies (figure IV.9.) permettant de considérer un grand nombre de situations particulières, pouvant être rencontrées lors de la simulation des réservoirs souterrains. Cette grande flexibilité dans la forme et la taille des éléments a fait en sorte que les techniques (IV.2.2.) de discrétisation locale détaillée et de décomposition du domaine, bien qu'existantes (Ewing & Lazarov, 1989), n'ont été que peu ou pas utilisées en hydrogéologie jusqu'à présent. Comme signalé précédemment (II.4.2.), la méthode des éléments finis est tout particulièrement bien adaptée à la discrétisation de problèmes locaux d'hydrogéologie appliquée au Génie Civil, où des hétérogénéités aux contrastes très marqués (dans les valeurs des paramètres) et des frontières à la géométrie complexe peuvent être représentés avec un maximum de précision par des éléments "tuyaux" 1D, des éléments "coques" 2D, etc...

D'un point de vue pratique, lors d'un maillage tri-dimensionnel régional utilisant, par exemple, des éléments isoparamétriques à 8 noeuds (briques dans le cas le plus courant), on considère des couches successives de noeuds, la répartition de ceux-ci étant constante dans leur représentation horizontale (figure IV.10.). D'une couche de noeuds à une autre, seule la coordonnée verticale change. Les numéros des noeuds et des éléments sont calculés d'une couche à l'autre par incrémentation.

Ces couches successives de noeuds épousent les limites des différentes entités géologiques distinguées et elles ne sont donc pas forcément horizontales. Si un biseau intervient dans la géométrie du réservoir, des éléments sans épaisseur (et n'intervenant pas dans le calcul) peuvent être introduits afin de conserver une incrémentation régulière de couche à couche (figure IV.10.).

Cette technique permet au maillage, vu dans le plan horizontal, de tenir compte de toutes les discontinuités et changements géologiques intervenant dans le volume discrétisé (figure IV.11.).

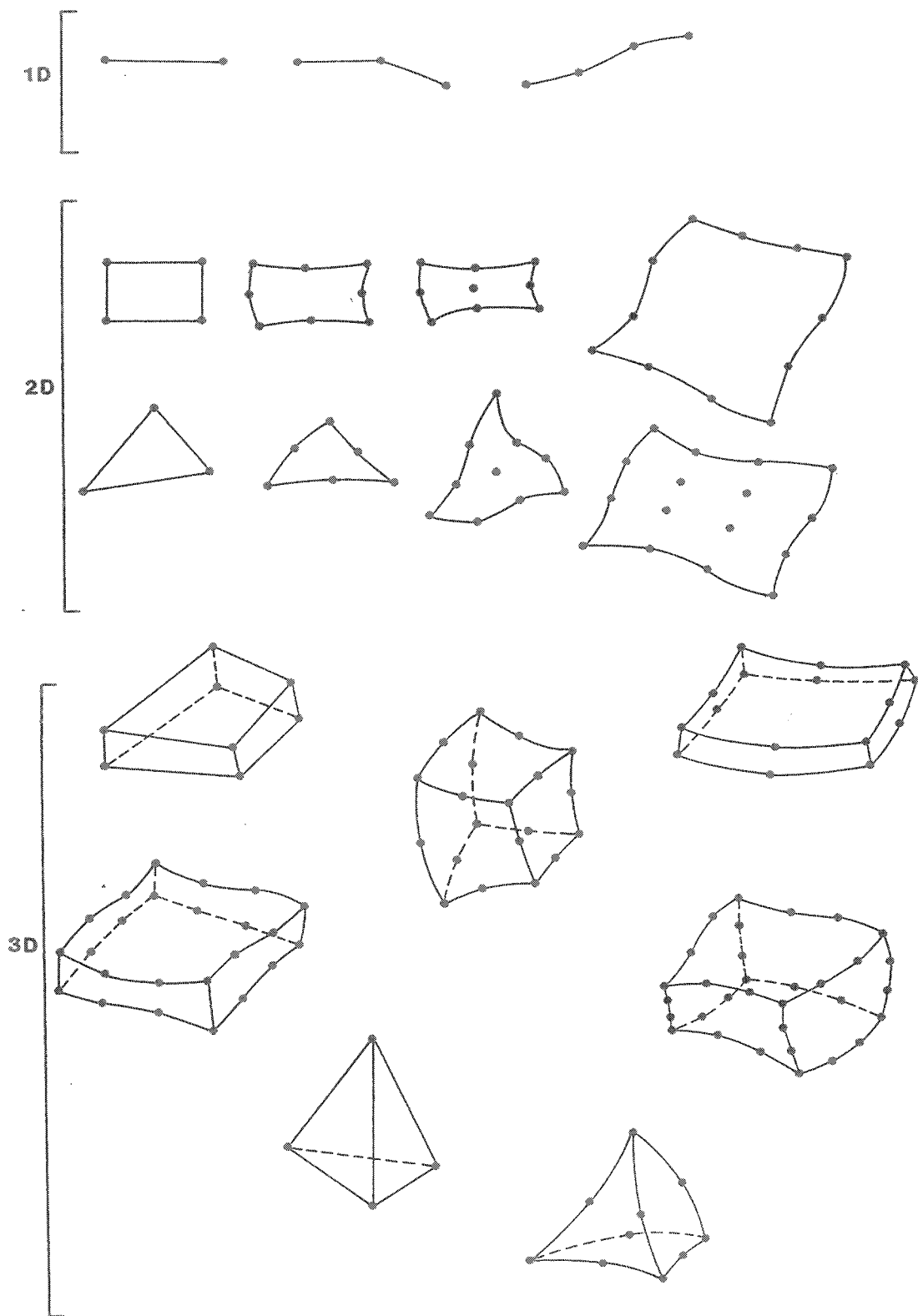


Figure IV.9. : Divers éléments finis à 1, 2 ou 3 dimensions.

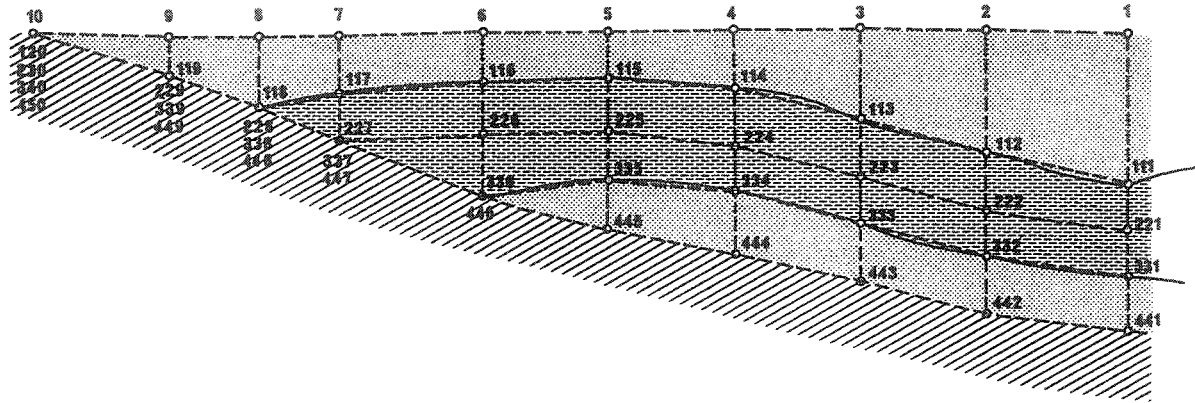


Figure IV.10. : Coupe verticale dans un maillage tridimensionnel avec lignes verticales de noeuds et incrémentation.

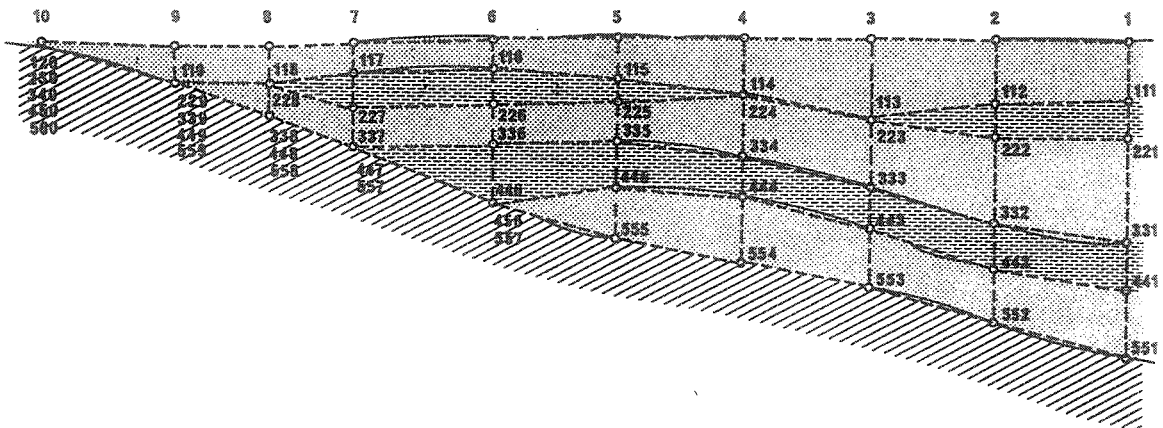


Figure IV.11. : Coupe verticale dans un maillage tridimensionnel avec lignes verticales de noeuds : le maillage tient compte de tous les changements géologiques intervenant dans le volume discrétisé.

Pour un modèle d'écoulement, la répartition de la perméabilité et du coefficient d'emmagasinement spécifique peut se faire de manière très souple; à la limite, on pourrait définir autant de couples de paramètres qu'il y a d'éléments dans la structure. En pratique, pour faciliter cette répartition, on définit souvent des "matériaux" différents, en regroupant sous le même matériau les éléments affectés des mêmes paramètres (figure IV.12.). Un exemple très complet de discrétisation 3D d'un aquifère régional sera illustré dans le cadre de la simulation de la nappe de Hesbaye (chapitre VI).

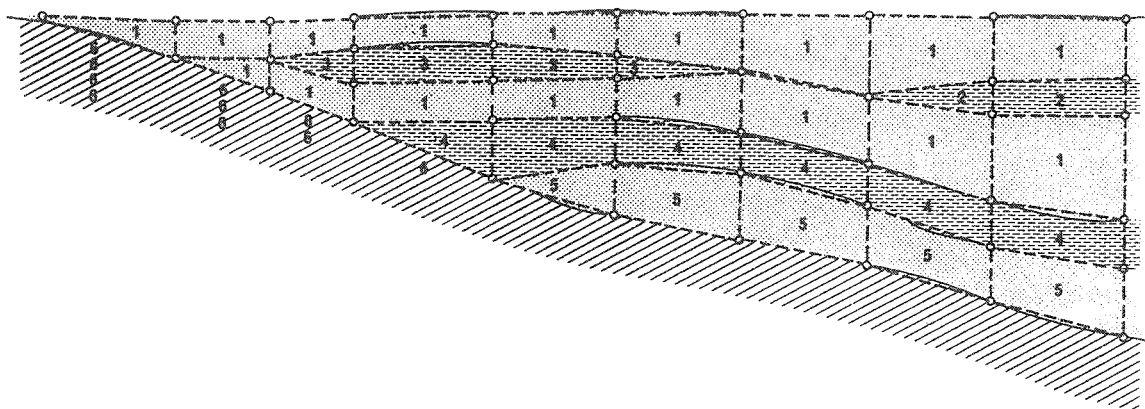


Figure IV.12. : Coupe verticale dans un maillage tridimensionnel : matériaux différents
 matériau 1 : aquifère
 matériau 2 : semi-perméable
 matériau 3 : autre semi-perméable
 matériau 4 : autre semi-perméable
 matériau 5 : autre aquifère
 matériau 6 : matériau inexistant faisant en sorte que ces éléments sans épaisseur ne soient pas pris en compte

IV.2.4. DISCRETISATIONS EN REGIONS POUR LES METHODES DES ELEMENTS FRONTIERES ET DES ELEMENTS ANALYTIQUES

De par son principe, la méthode des éléments frontières requiert la discrétisation des frontières du domaine à modéliser. On discrétise des surfaces lorsqu'il s'agit d'une simulation 3D et des courbes lorsque le problème se ramène à 2 dimensions. Les valeurs calculées de la variable varient de façon continue à l'intérieur des régions et toutes les approximations de géométrie, d'hétérogénéité... doivent intervenir sur les frontières de ces régions. Chaque région doit être homogène et donc si l'hétérogénéité du domaine est grande, les petites régions discrétisées s'apparentent virtuellement à un maillage d'éléments finis. Cependant, la méthode des éléments frontières permet de discrétiser très élégamment des domaines tendant vers l'infini pour les cas suivants :

- problèmes comportant des conditions aux limites devant être reportées à l'infini par rapport à la zone de la sollicitation (ce type de problème peut être rencontré assez fréquemment dans les modélisations d'aquifères régionaux);
- problèmes comportant des régions semi-infinies, homogènes et non sollicitées (ce type de problème peut être rencontré en hydrogéologie appliquée au Génie Civil).

Il faut souligner néanmoins l'exceptionnelle rareté dans la littérature, d'exemples présentant des simulations d'écoulements en milieu poreux saturé, à une échelle régionale par la méthode des éléments frontières.

La méthode des éléments analytiques, utilise des solutions analytiques valables dans chaque région, pour les superposer. Ces régions doivent donc être homogènes et les formes des limites doivent être régulières. La discrétisation consiste à délimiter les zones susceptibles de remplir ces conditions.

Une hétérogénéité importante du domaine ou même son irrégularité sont difficiles à discrétiser et rendent inapplicable cette méthode. Par contre, elle peut être utilisée pour des calculs de dégrossissement, en simulant des aquifères régionaux ou supra-régionaux de caractère très homogène (figure IV.13.). Il reste aux auteurs de telles études à rester prudent dans l'interprétation des résultats. Tout comme la méthode des éléments frontières, la méthode des éléments analytiques s'accommode particulièrement bien d'un domaine semi-infini ou aux frontières repoussées à l'infini.

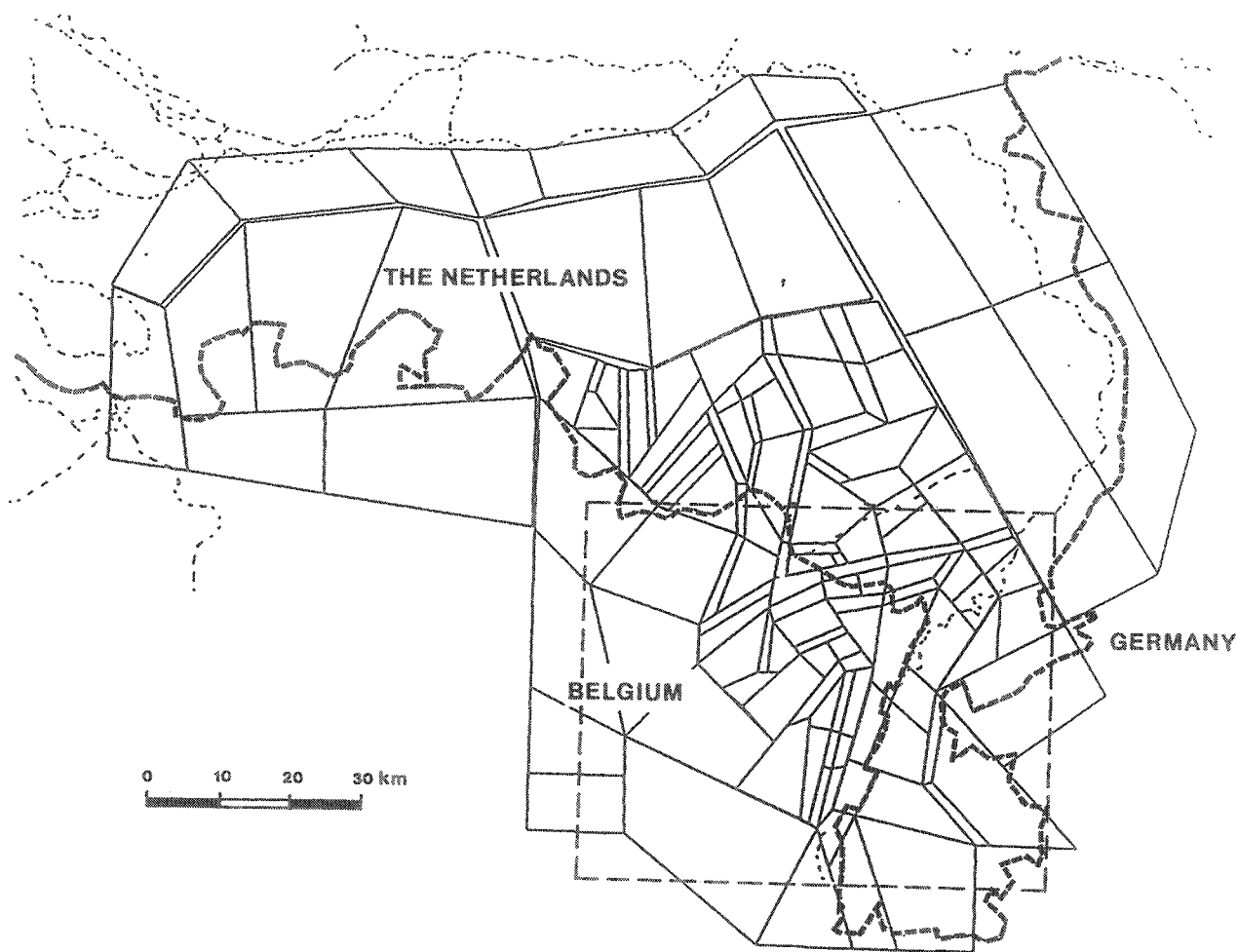


Figure IV.13. : Discretisation en éléments analytiques du modèle régional du plateau de Campine (d'après Stoepker et al., 1989).

IV.3. DISCRETISATION TEMPORELLE

Pour résoudre un problème transitoire dans le temps, il faut réaliser une discrétisation temporelle, de manière à ce que la solution du problème soit calculée en un nombre fini d'instants choisis par l'utilisateur. Les intervalles entre ces instants sont définis comme les pas de temps de la simulation.

Le choix des pas de temps est soumis aux impératifs suivants :

- les pas de temps doivent être choisis en respectant des critères numériques garantissant la précision, la stabilité et la convergence de la solution.
- la précision dans le temps des données relatives aux sollicitations; il est inutile de calculer des résultats tous les mois si des valeurs moyennes annuelles de pompage/réinjection sont introduites comme sollicitation.
- durant la calibration, les instants où la solution est calculée doivent si possible coïncider avec ceux pour lesquels des mesures existent. Si les mesures sont peu fréquentes, il est inutile d'avoir des pas de temps très courts.
- pour les calculs prévisionnels, les pas de temps à choisir dépendent de la précision dans le temps, désirée pour ces prévisions.
- les pas de temps ne doivent pas être trop courts afin de ne pas multiplier leur nombre, augmentant ainsi la place mémoire occupée par les fichiers de sortie, et majorant généralement le nombre total de résolutions du système d'équation.

Ce dernier impératif s'exprime en termes de critères à respecter. Ces critères varient d'une méthode numérique à une autre et surtout d'un schéma d'intégration temporelle à un autre.

Le schéma d'intégration linéaire, qui est le plus utilisé dans nos problèmes, s'exprime par :

$$h_{i,j}(t_1) = h_{i,j}(t+\Delta t) \cdot \theta + h_{i,j}(t) \cdot (1-\theta) \quad (\text{IV.2.})$$

où θ est le paramètre d'intégration temporelle compris entre 0 et 1
 $h_{i,j}$ est la hauteur piézométrique en un noeud (ou point central) repéré par les indices i et j
 t est l'instant de début du pas de temps
 $(t+\Delta t)$ est l'instant de fin du pas de temps
 $t \leq t_1 < t+\Delta t$

Pour les autres schémas d'intégration, on peut consulter Forsythe & Wasow (1960), Fox (1962) et d'autres.

Pour la méthode des éléments finis, les travaux en analyse modale de Hogge & Nyssen (1977) de l'Université de Liège, ont débouché sur l'établissement d'un critère de stabilité en considérant l'équation à 1 dimension en milieu homogène :

- inconditionnellement stable si $\theta \geq 1/2$
- $\Delta t < \frac{2}{(1 - 2\theta)\lambda}$ pour $\theta < 1/2$ (IV.4.)

où λ (toujours positif) dépend exclusivement des caractéristiques du système.

Pour ce type de problème, les schémas de Crank-Nicholson ($\theta = 1/2$), de Galerkin ($\theta = 2/3$) et implicite ($\theta = 1$) sont donc inconditionnellement stables pour tout pas de temps.

Toujours pour le même problème, Hogge (1989) illustre les phénomènes d'oscillations dans la réponse que l'on obtient en fonction de (λ) et du pas de temps (Δt). La figure IV.15. montre que seul le schéma implicite est inconditionnellement non oscillant. On constate également, que plus le schéma a un caractère implicite, moins le pas de temps est limité pour l'élimination des oscillations. On verra ci-après que l'emploi de grands pas de temps est également préjudiciable dans la précision obtenue.

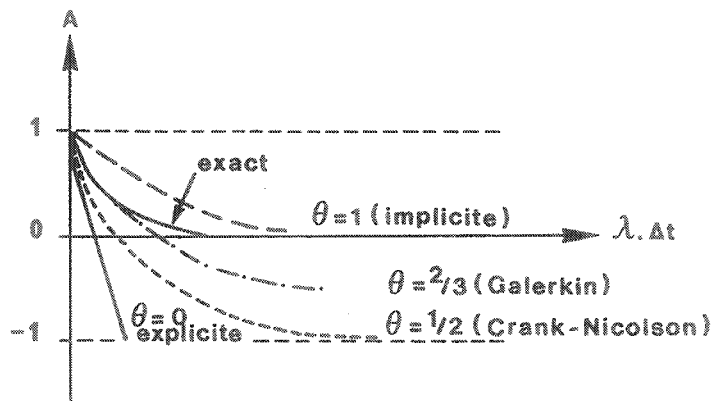


Figure IV.15. : Facteur d'amplification (A) en fonction de ($\lambda \cdot \Delta t$). Ce diagramme montre que les grands pas de temps risquent d'induire des oscillations importantes de la solution sauf dans le schéma totalement implicite.

$$A = \frac{h_{i,j}(t+\Delta t)}{h_{i,j}(t)} \quad (\text{d'après Hogge, 1981})$$

La précision des solutions calculées doit également être mise en rapport avec la taille des pas de temps utilisés. Intuitivement, on peut s'attendre que, pour un phénomène montrant de fortes variations sur un court laps de temps, il sera difficile d'atteindre une bonne précision si les pas de temps de la simulation sont grands.

Pour la méthode des éléments finis, les facteurs d'amplification exact et numérique, développés en séries de Taylor sont comparés pour chaque schéma d'intégration (Hogge, 1977). Tous les schémas sont précis au 1er ordre et seul le schéma de Crank-Nicholson ($\theta = 1/2$) est précis à l'ordre 2.

Hogge (1980) obtient une représentation graphique de l'erreur sur la solution (ou sur le taux de décroissance) par un

diagramme reprenant : $\left(\lambda \cdot \Delta t, \frac{1}{\lambda \cdot \Delta t} \cdot \ln \frac{1 + \theta \cdot \lambda \cdot \Delta t}{1 - (1 - \theta) \cdot \lambda \cdot \Delta t} \right)$,

figure IV.16..

$$\frac{1}{\lambda \cdot \Delta t} \ln \left(\frac{1 + \theta \cdot \lambda \cdot \Delta t}{1 - (1 - \theta) \cdot \lambda \cdot \Delta t} \right)$$

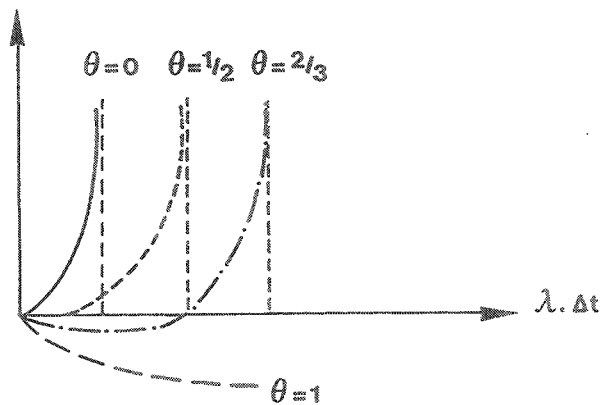


Figure IV.16. : Représentation graphique d'une image de l'erreur sur la solution (erreur sur le taux de décroissance) (d'après Hogge, 1980).

Il en déduit que :

- . pour $\theta = 0$, la surestimation est systématique,
- . pour $\theta = 1/2$, la précision est bonne si les Δt sont petits,
- . pour $\theta = 2/3$, bon compromis sur la précision,
- . pour $\theta = 1$, la sous estimation est systématique.

Signalons pour terminer que la "consistence" de la solution est vérifiée si l'erreur commise dans la solution numérique s'annule lorsque les pas de temps tendent vers zéro.

IV.4. CONDITIONS AUX LIMITES

IV.4.1. LIMITES DES MODELES ET LIMITES PHYSIQUES

Il est important de distinguer clairement, les limites physiques du domaine, où le processus a lieu, et les limites du modèle construit pour le simuler. Malheureusement, elles sont souvent distinctes et il faut s'assurer que les frontières imposées au modèle créent le même effet que les limites naturelles. Après identification de ces frontières, il faut que les différences éventuelles puissent être justifiées conceptuellement, pour affirmer que les limites idéalisées du modèle n'influencent pas ou très peu la solution.

Dans les études d'hydrogéologie appliquée au Génie Civil notamment, les calculs de simulation (en 2D verticales) des écoulements sous un ouvrage d'art, ont souvent des frontières latérales totalement "artificielles". Il est généralement admis pour ce type de problème qu'en repoussant les frontières à une distance égale à 3 fois l'épaisseur de la zone d'écoulement (Franke et al., 1984), l'influence sera faible sur les résultats. Ce genre d'affirmation est cependant arbitraire car l'influence dépend également de l'intensité de la sollicitation imposée à la zone modélisée et du type de conditions aux frontières choisies. Une analyse de la sensibilité du modèle par rapport à la position et au type de conditions aux frontières n'est donc pas inutile dans ce cas..

Du point de vue mathématique, chaque équation de l'écoulement résolue, donne lieu à une infinité de solutions possibles. La solution correspondant au problème étudié est celle qui vérifie les conditions aux limites liées à ce problème. Ces conditions sont donc exprimées en fonction de la variable principale: pour les écoulements en milieu saturé, la hauteur piézométrique ou la pression interstitielle.

Si on considère le procédé de "moyennisation" sur les E.V.R. (II.1.1.) pour déterminer, par exemple, la porosité du réservoir, la variation de celle-ci sera graduelle (figure IV.17.). En pratique cependant, les frontières idéalisées du modèle correspondront souvent à des surfaces délimitant un changement abrupt de la valeur du paramètre, car on les fait coïncider au maximum avec les discontinuités du système réel.

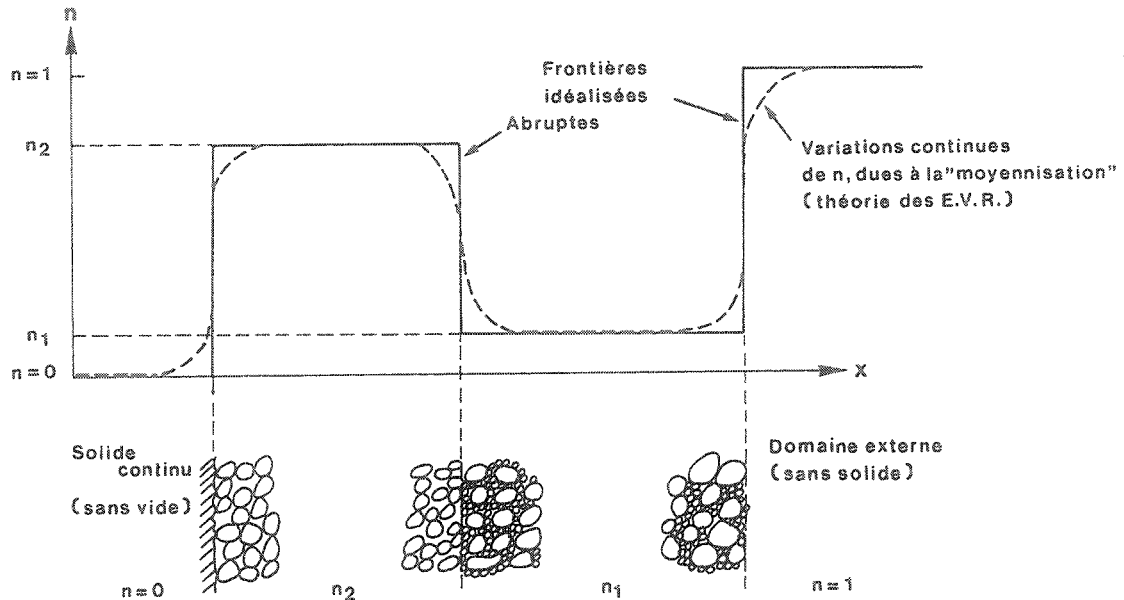


Figure IV.17. : Frontières idéalisées abruptes ne correspondant pas avec l'approche continue d'homogénéisation à l'échelle macroscopique (d'après Bear & Veruijt, 1987).

En toute généralité, les conditions aux frontières sont tirées du principe de compatibilité des flux, correspondant en mécanique du solide, à la compatibilité des déplacements. Nous distinguons différents types de conditions imposables aux frontières d'un modèle :

- les conditions de pression ou de potentiel imposé,
- les conditions de flux ou de débit imposé,
- les conditions de débit dépendant d'un potentiel,
- les conditions de surface de suintement,
- les conditions de limite entre 2 milieux poreux différents,
- les conditions de surface libre.

Le choix adéquat des conditions aux frontières exprimant mathématiquement, le mieux possible, les limites physiques du problème, influence grandement la qualité d'un modèle. C'est pourquoi, le manque d'informations relatives à la zone externe mais contiguë au domaine modélisé est parfois très préjudiciable.

Pour toute simulation en régime transitoire, il faut également définir des conditions initiales. Celles-ci sont composées des valeurs initiales de la (ou des) variable(s) principale(s) et des valeurs initiales de tous les paramètres intervenant dans les lois constitutives du modèle (parmi lesquels certains seront actualisés au cours de la simulation non linéaire).

A nouveau, le choix adéquat de ces valeurs, basé sur des données mesurées (in situ ou en labo) est très important pour la qualité de la procédure de calibration du modèle.

IV.4.2. CONDITIONS DE PRESSION OU DE POTENTIEL IMPOSE

Connues sous le nom de conditions de Dirichlet, elles reviennent à spécifier le potentiel (ou la pression) sur les limites où celui-ci est indépendant des flux échangés. En termes de hauteur piézométrique, ce type de condition s'exprime par :

$$h = f(x, y, z, t) \quad (\text{IV.5.})$$

où f est une fonction connue

Selon l'expression (IV.5.), cette hauteur piézométrique imposée peut varier dans l'espace et dans le temps. La spécification de ces éventuelles variations est soumise aux discrétisations spatiale et temporelle.

En pratique, ces conditions aux limites peuvent être choisies dans les cas suivants (figure IV.18.) :

- (1) au contact entre un aquifère et des eaux libres de surface (rivière, lac,...);
- (2) lorsque des lignes équipotentiellles peuvent être distinguées (barrages, assèchement de fouille...);
- (3) lorsqu'une zone restreinte comprise dans un aquifère très vaste doit être modélisée, et que les flux aux limites de cette zone sont inconnus, elles doivent alors être reportées assez loin de la zone de sollicitation afin de ne pas trop influencer la solution.

Remarquons que, via ce type de limites, des flux énormes (et peut-être disproportionnés) peuvent entrer ou sortir du modèle. Quelque soit le débit pompé en un puits du modèle, les conditions de potentiel imposé, spécifiées aux limites, feront en sorte de réalimenter latéralement le système, même au-delà de ce qui est physiquement raisonnable.

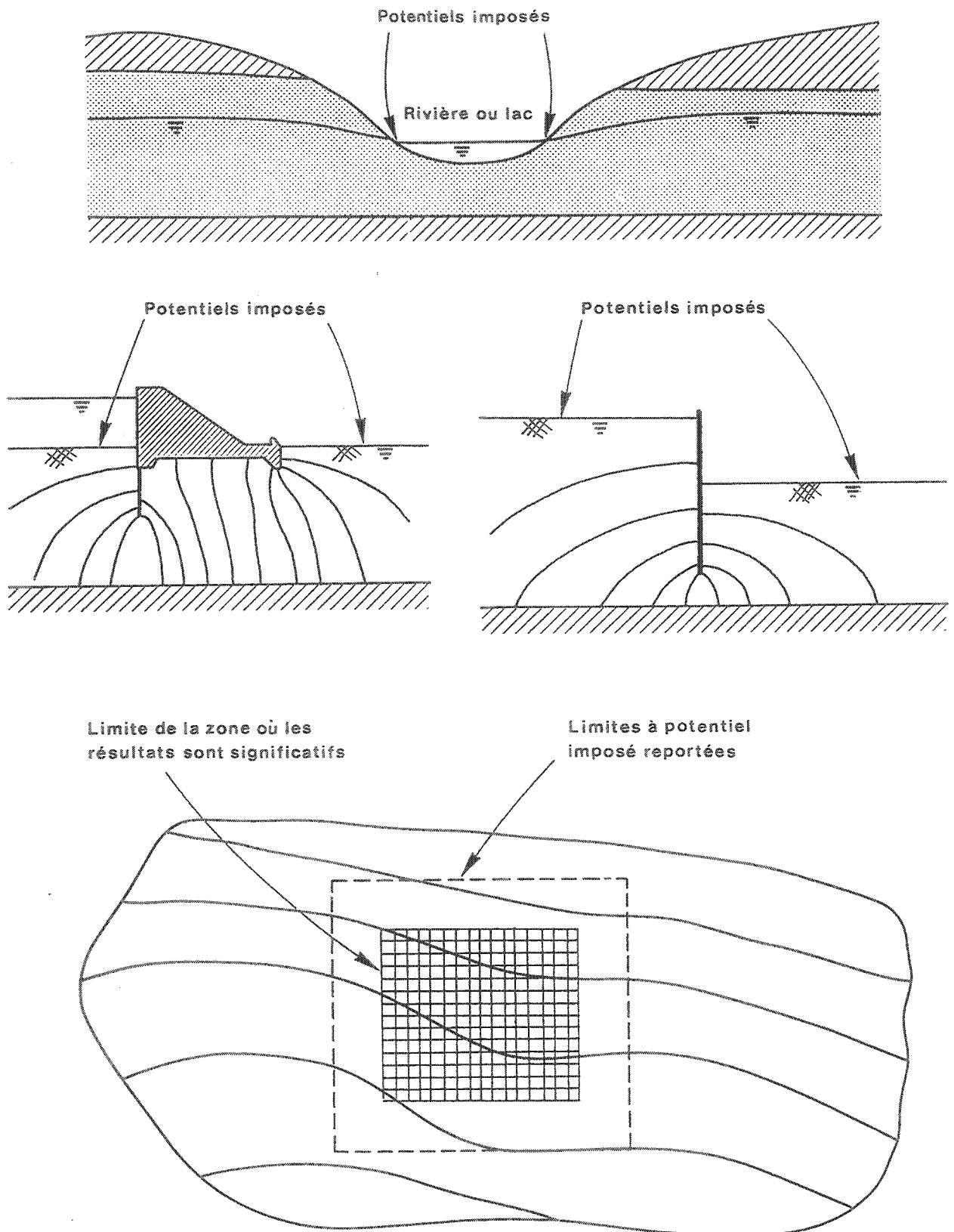


Figure IV.18. : Limites à potentiel imposé.

IV.4.3. CONDITIONS DE FLUX OU DE DEBIT IMPOSE

Connues sous le nom de conditions de Neumann, elles reviennent à spécifier le débit sur les limites du modèle, indépendamment des hauteurs piézométriques (ou pressions) trouvées sur celles-ci. En utilisant la loi de Darcy, c'est donc le gradient normal à la frontière qui est imposé :

$$K \frac{\partial h}{\partial n}$$

Si la limite correspond à une ligne de courant, aucun flux n'est toléré perpendiculairement, le flux spécifié est nul (condition de frontière imperméable) :

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad (\text{IV.6.})$$

Si un flux non nul est à spécifier, la condition sur le débit peut s'écrire :

$$\int_S K \cdot \frac{\partial h}{\partial n} dS = q(x, y, z, t) \quad (\text{IV.7.})$$

Les frontières imperméables peuvent, souvent être utilisées lorsque des contrastes supérieurs à 10^5 sont constatés dans les valeurs de perméabilité et que la propagation des variations de pressions interstitielles dans les couches peu perméables n'est pas l'objet de la simulation. Un milieu poreux naturel n'est jamais totalement imperméable au sens strict du terme.

Une frontière imperméable peut également être utilisée à la limite du bassin hydrogéologique de la nappe étudiée (figure IV.19.) puisqu'aucun écoulement n'a lieu perpendiculairement à cette limite, même si le milieu poreux est de même caractéristique que dans l'aquifère.

Des frontières à débit imposé sont généralement distinguées au sommet du modèle pour tenir compte d'une réalimentation de la nappe (figure IV.19.) par infiltration efficace (sauf si la réalimentation est stoppée par le "trop plein" de l'aquifère provoquant le ruissellement en surface et des conditions de potentiel imposé); il s'agit alors de conditions de débit réparti uniformément sur la surface du toit de l'aquifère.

Les principales sollicitations des aquifères, imposées par les puits et galeries de pompage (et/ou de réinjection), les tranchées drainantes etc... dont les débits sont connus, sont généralement introduites par des conditions aux débits imposés (figure IV.19.).

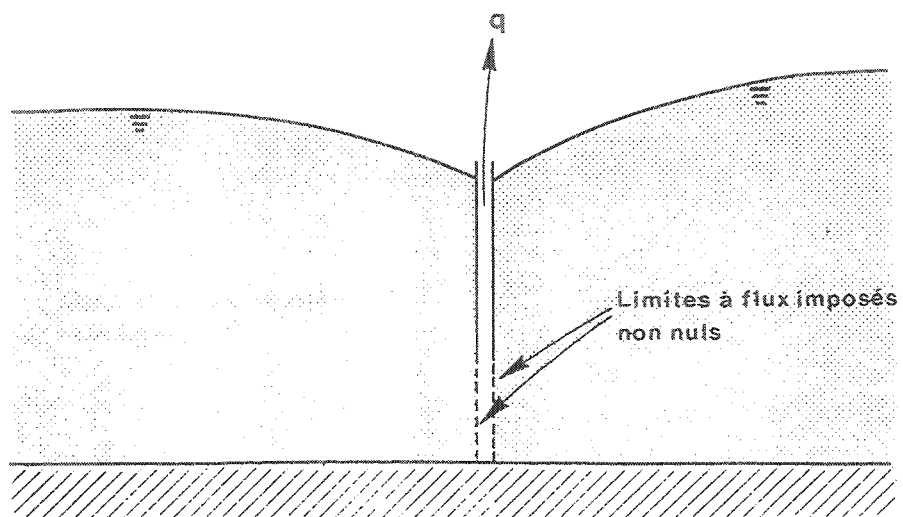
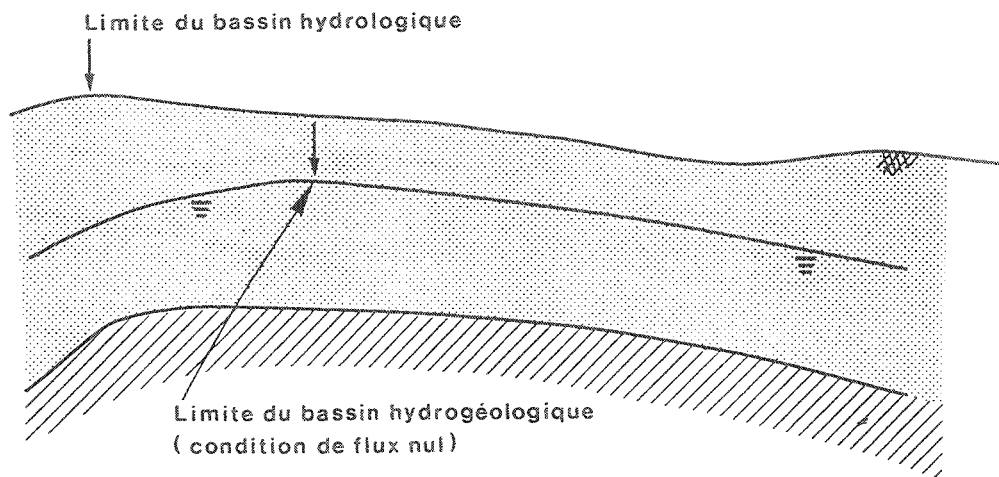
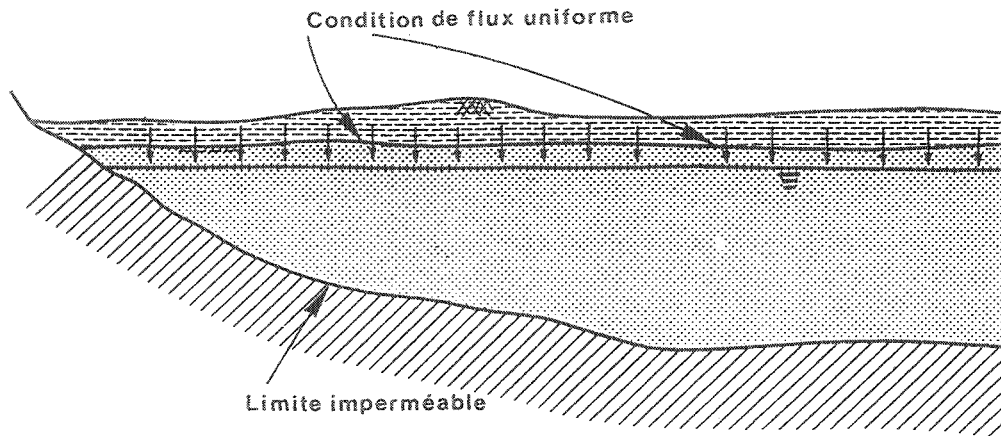


Figure IV.19. : Limites à flux imposés.

IV.4.4. CONDITIONS DE DEBIT DEPENDANT D'UN POTENTIEL

Dans certaines situations, il faut pouvoir représenter un flux (à travers la frontière) qui varie en fonction des changements de hauteur piézométrique à cet endroit.

L'exemple type est le flux à travers une couche semi-perméable en provenance soit d'un aquifère supérieur (non simulé), soit d'eaux de surface (figure IV.20.). La différence des potentiels ($h_s - h$) induit le flux et par la loi de Darcy, on obtient :

$$q = K' \frac{(h_s - h)}{b'} \quad (\text{IV.8.})$$

où K' et b' sont les coefficients de perméabilité et l'épaisseur de la couche semi-perméable.

Pour l'aquifère simulé, on obtient :

$$-K \frac{\partial h}{\partial n} = K' \frac{(h_s - h)}{b'}$$

et donc,

$$-K \frac{\partial h}{\partial n} + \frac{K'}{b'} h = \frac{K'}{b'} \cdot h_s \quad (\text{IV.9.})$$

On obtient une condition "mixte" (exprimée en fonction de $\frac{\partial h}{\partial n}$ et h), appelée condition de Fourier ou encore condition de Cauchy.

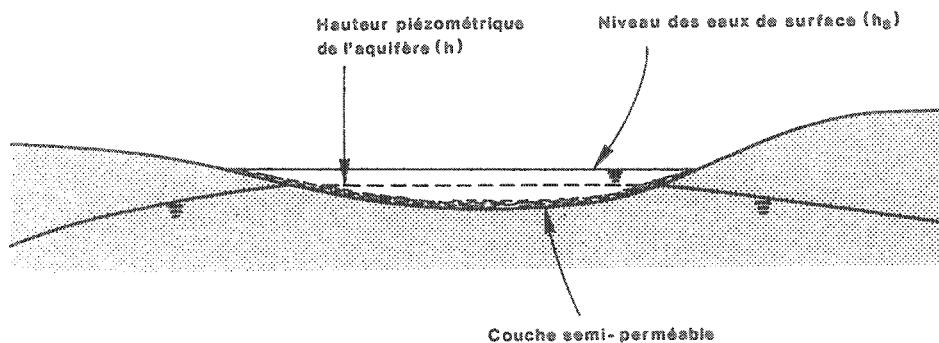


Figure IV.20. : Condition "mixte" où le débit dépend d'un potentiel.

IV.4.5. CONDITIONS DE SURFACE DE SUINTEMENT

Une limite entre le milieu poreux saturé et l'atmosphère, le long de laquelle un écoulement de suintement (ou parfois de l'évaporation) a lieu, est appelée une surface de suintement. Pour la simulation de ce type de limite, deux cas peuvent se produire :

- (a) La géométrie de cette surface est totalement connue et fixée. Dans cette hypothèse, on impose une condition similaire à celle d'une surface libre (cfr. IV.7.) : $h = z$, dictée par la géométrie du problème (figure IV.21.). Le résultat de la simulation fournira un débit de suintement.
- (b) La géométrie est variable dans le temps et dans l'espace en fonction des écoulements. Souvent, la longueur (ou la surface dans le cas 3D) de la limite de suintement n'est connue que par détermination du point (ou de la ligne) d'intersection entre une surface libre et la limite de suintement (figure IV.21.). Cette intersection n'est pas connue et fait partie de la solution à chercher. On peut résoudre ce problème par un procédé itératif où la condition exprimant le suintement consiste à alterner à chaque itération, un potentiel imposé de surface libre ($h = z$) et une condition de flux imposé correspondant au débit de suintement. Ce procédé converge d'habitude si la première estimation, soit du débit de suintement, soit de la géométrie (où on impose $h = z$), n'est pas trop irréaliste.

Des conditions de surfaces de suintement sont utilisées le plus souvent pour simuler le suintement à travers des murs de quai et dans un puits de pompage (figure IV.21.). Le suintement à travers un barrage en terre ou en béton est peu étudié, si ce n'est pour en déduire la manière de l'éviter. Parfois, la condition de surface de suintement est utilisée pour simuler une zone de sources (figure IV.21.)

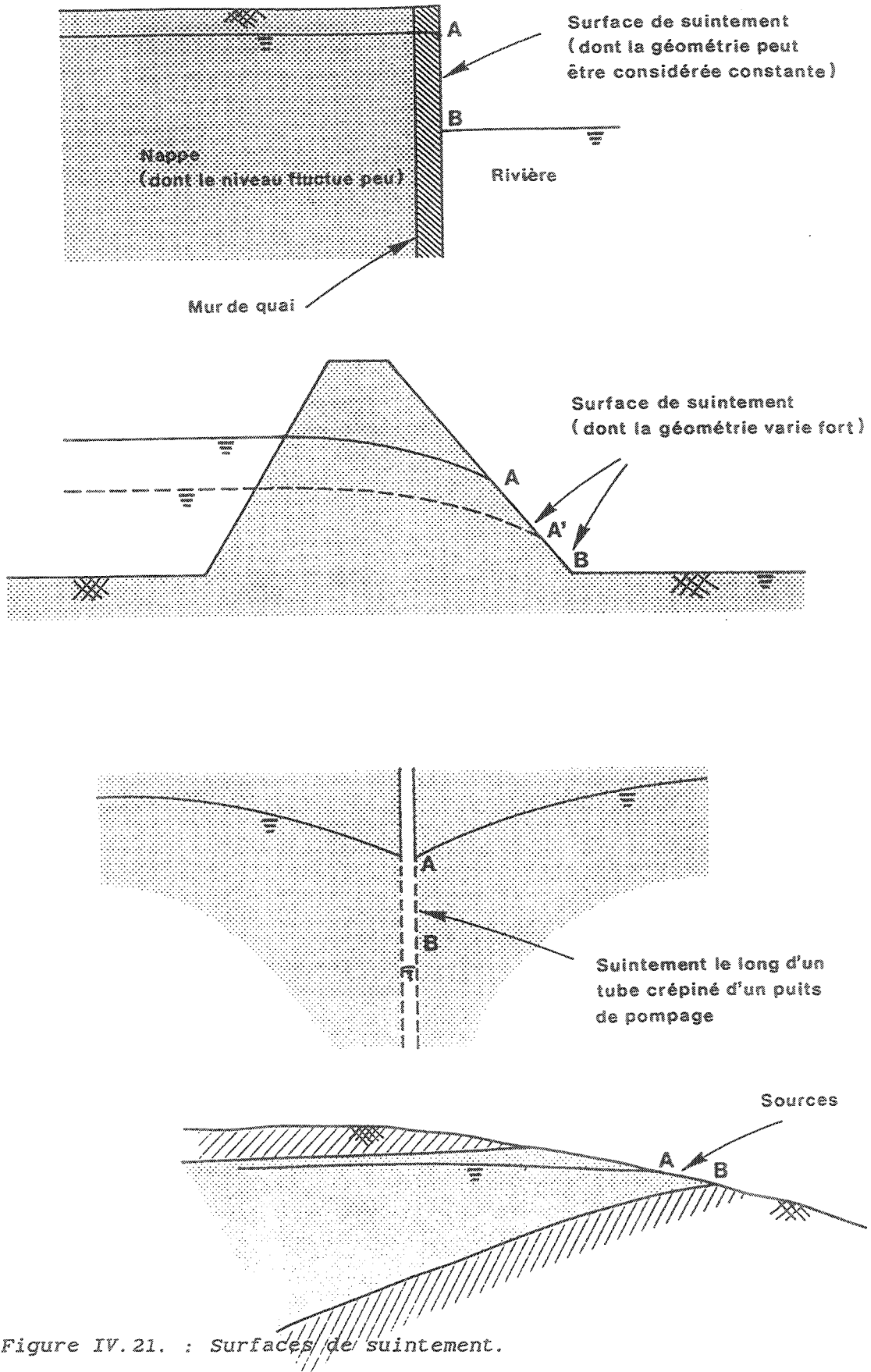


Figure IV. 21. : Surfaces de suintement.

IV.4.6. LIMITE ENTRE DEUX MILIEUX POREUX HOMOGENES

Comme signalé précédemment, le changement abrupt de la valeur des paramètres correspondant à une limite entre deux milieux poreux (supposés homogènes) est en contradiction avec le procédé des homogénéisations à l'échelle macroscopique via la théorie des E.V.R. (IV.4.1. et II.1.1.). Néanmoins, pour que la simulation soit la plus précise possible, les discontinuités repérées (sur lesquelles on a des données) sont prises en compte par ces changements abrupts de type de milieu poreux. Ces limites ne constituent pas des frontières externes du modèle et elles sont prises en compte, d'habitude, lors de la discrétisation géométrique du modèle (IV.2.).

Il est, cependant, bon de rappeler les conditions de continuité (ou de compatibilité) qu'elles amènent. Ces conditions étant automatiquement prises en compte par les méthodes d'intégration numérique puisqu'elles interviennent dans les fondements de celles-ci.

Pour assurer la continuité ou la compatibilité des débits à travers ce type de limite, on a :

$$K_1 \frac{\partial h_1}{\partial n} = K_2 \frac{\partial h_2}{\partial n} \quad (\text{IV.10.})$$

où n est la direction normale à la frontière si les milieux poreux sont isotropes

Pour la continuité des hauteurs piézométriques, on a :

$$h_1 = h_2$$

Comme signalé précédemment, si les contrastes en perméabilité sont supérieurs à 10^5 , on se ramène à une limite imperméable (éventuellement interne au domaine modélisé).

IV.4.7. CONDITIONS DE SURFACE LIBRE

Pour établir les conditions correspondant à une surface libre, il faut étudier l'interface eau-air dans le milieu poreux. La surface pour laquelle la pression d'eau macroscopique est égale à zéro (pression atmosphérique) est qualifiée de surface libre (ou surface phréatique) de l'aquifère (cfr. II.2.6. et figure II.15.).

On distingue au-dessus de cette surface, une zone capillaire où le degré de saturation (S_w) du milieu poreux reste égal à 1. L'épaisseur de cette frange capillaire est variable selon la nature et la granulométrie du milieu poreux (figure IV.22.) et sa surface supérieure constitue ce qu'on appelle dans la littérature anglaise "the water table". Le plus souvent, l'épaisseur de la frange capillaire est supposée négligeable et la surface libre est caractérisée alors par une pression interstitielle nulle. Au-dessus, le degré de saturation diminue progressivement jusqu'à atteindre le degré de saturation résiduel à une hauteur appelée hauteur de succion (ψ_w). L'eau n'occupe qu'une partie des vides et les autres sont remplis d'air à la pression atmosphérique. L'eau est le fluide mouillant, son angle de mouillabilité avec le solide étant positif (proche de zéro), et l'air constitue la phase non mouillante. C'est la zone non saturée; l'eau y est à une pression négative appelée pression capillaire (p_c) (figure II.15.) qui correspond physiquement à la pression qu'il faudrait appliquer au milieu poreux partiellement saturé pour le désaturer jusqu'à la valeur de S_r . On a :

$$p_c = - \gamma_w \cdot \psi_w \quad (\text{IV.11.})$$

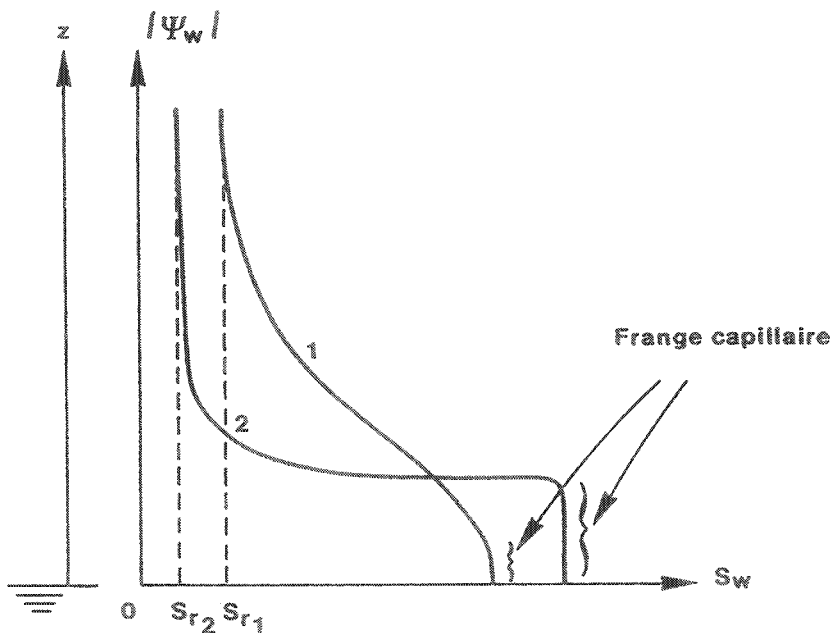


Figure IV.22. : Courbes de rétention pour différents milieux poreux (d'après Bear, 1987)

- (1) milieu poreux granulométriquement bien homogène
- (2) milieu poreux granulométriquement mal trié.

Le diagramme $(S_w, \psi(S_w))$, connu sous le nom de courbe de rétention est affecté par un hystéresis marquant la saturation du milieu en phase de mouillage par rapport à la phase de séchage (figure IV.23.). Cet hystéresis influence également les courbes de rétention lorsque le processus de mouillage est repris avant la désaturation complète du milieu; on obtient alors des "courbes intermédiaires" (figure IV.23.).

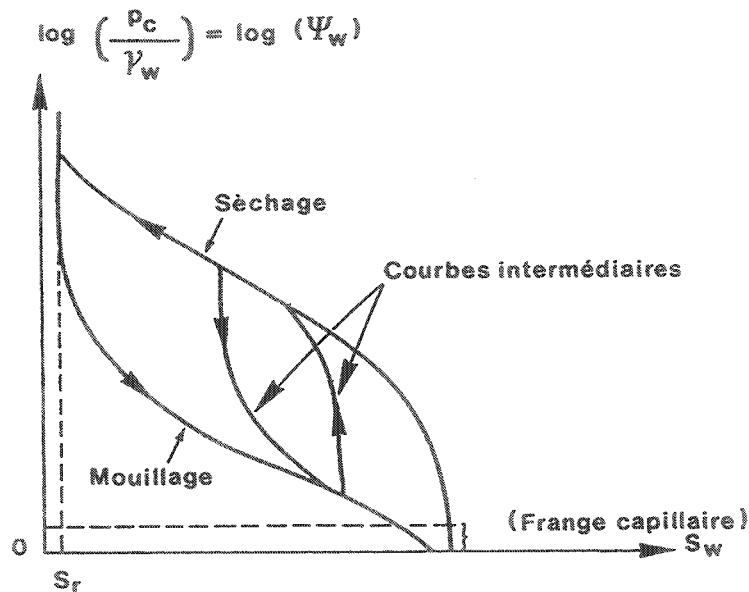


Figure IV.23. : Hystéresis dans les courbes de rétention.

En négligeant la frange capillaire, deux conditions caractérisent les surfaces libres :

- (a) la pression interstitielle est nulle (atmosphérique), correspondant à une hauteur piézométrique imposée :

$$h = z \quad (\text{IV.12.})$$

- (b) aucun flux ne traverse ces limites, sauf si il y a infiltration/évaporation, on écrit (si le milieu est isotrope) :

$$\frac{\partial h}{\partial n} = v_I \quad (\text{IV.13.})$$

où $v_I > 0$ est l'infiltration

$v_I < 0$ est l'évaporation

Le problème majeur posé par ce type de surface réside dans le fait qu'on ne connaît pas, à priori, sa position exacte. En fait, la détermination de sa position est souvent l'inconnue du problème à simuler.

Pour traiter ce problème, différentes approches sont utilisées dans les simulations .

- a) Ajustement de sa position par annulation des flux calculés. La discrétisation spatiale est fixe, la position initiale de la surface libre est estimée et on y impose la condition de potentiel imposé $h = z$. En résultat de la simulation, des flux sont calculés à travers cette frontière. La position de la surface libre est alors ajustée de manière à rendre ces flux compatibles avec l'équation (IV.13.). Très lourde à appliquer en pratique, cette procédure ne convient pas du tout en régime transitoire.
- b) Non prise en compte des éléments ou cellules se situant au-dessus. La discrétisation est fixe, la position de la surface libre est estimée au départ. A chaque itération, un test est réalisé pour connaître la position de chaque élément (cellule) par rapport à la surface libre caractérisée par $h = z$. Les perméabilités relatives aux éléments (cellules) situés au-dessus de cette limite sont annulées faisant en sorte qu'aucun écoulement n'est calculé à travers et au-dessus de la surface libre (Bathe & Khoshgoftaar, 1979). Cette technique est assez simple à mettre en oeuvre dans un programme linéaire (Piette (1976), Cescotto & Piette (1983)), mais ne fonctionne pas en régime transitoire, ni si la surface libre est très inclinée sur la verticale.
- c) Maillage adapté. La discrétisation géométrique est adaptée après chaque pas de temps à la nouvelle position de la surface libre. Ce procédé, utilisé uniquement avec la méthode des éléments finis est automatisé par l'emploi de mailleurs automatiques qui, en gardant le même nombre d'éléments, déforment ceux-ci pour s'adapter à la nouvelle limite (Taylor & Brown, (1967), Desai (1976 et 1983)). Outre sa lourdeur d'implémentation, cette procédure est très coûteuse en temps CPU (pas en résolution du système, mais en maillage automatique etc...) et crée très souvent des éléments fort distordus dans le maillage, accroissant de ce fait, les risques de non-convergence ou d'instabilité numérique. De plus, si l'hétérogénéité du domaine est grande, la gestion du maillage automatique peut devenir très difficile.

Pour la simulation 3D de réservoirs régionaux et hétérogènes, les techniques classiques décrites jusqu'ici ne conviennent pas. D'autres méthodes basées sur l'introduction de lois de variation des coefficients de perméabilité et d'emménagement permettent la simulation détaillée d'aquifères libres régionaux en mode transitoire.

urbe de
tion du
échage
ourbes
avant
ourbes

d) Variation de K. La surface libre n'est pas considérée réellement comme une frontière mais comme une zone où l'on passe continument de la saturation complète à la zone désaturée. Cette zone est supposée se déplacer par simple translation verticale et instantanée selon les déplacements de la surface libre (Dagan, 1989). Cette hypothèse est d'autant plus vraie que le rapport $\frac{\psi_w}{z_{sat}}$ est important

(Vachaud, 1968), z_{sat} = épaisseur saturée .

Si l'on désire simuler cette zone, il faut étudier les écoulements en milieu poreux non saturé, avec une perméabilité de celui-ci qui varie en fonction du degré de saturation ou de la teneur en eau (figure IV.24.) (Aubry & Ozanam (1988), de Marsily (1986)...). Un coefficient de perméabilité variant avec la pression (figure IV.25.) est introduit dans le code. De nombreuses relations empiriques, décrivant plus ou moins bien les variations de K effectivement mesurées dans différents types de terrains (figure IV.26.), sont décrites dans la littérature relative aux écoulements en milieu poreux non saturé.

Ce type d'approche permet donc de simuler non seulement la partie totalement saturée du milieu poreux, mais également la zone partiellement désaturée par une loi continue de variation de K en fonction de la pression capillaire. Numériquement, il est plus aisé d'introduire une loi continue (de type B, figure IV.25.) qu'une loi fort discontinue (de type A, figure IV.25.) imposant une brusque mise à zéro de la perméabilité dans la zone non saturée. Encore faut-il, disposer de mesures de K en fonction de la pression capillaire, pour caractériser au mieux le comportement du milieu poreux dans ce domaine (figure IV.26.).

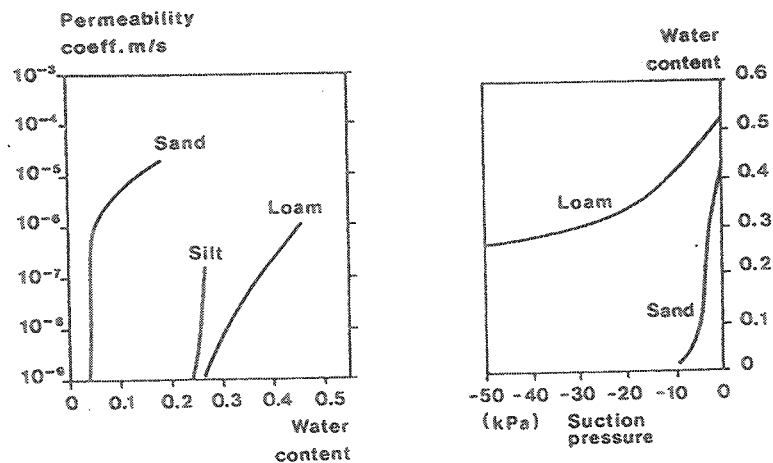


Figure IV.24. : Evolution de K en fonction de la teneur en eau et évolution de celle-ci en fonction de la pression capillaire (d'après Dassargues, 1991).

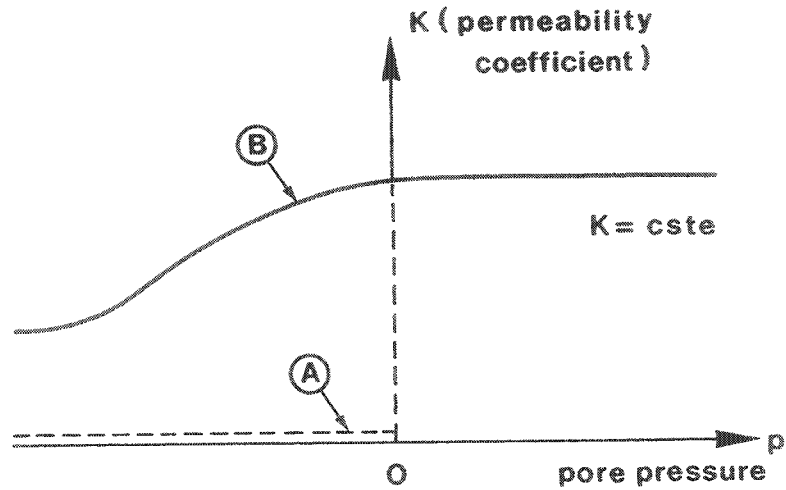


Figure IV. 25. : Lois de variation du coefficient de perméabilité en fonction de la pression d'eau :

- A) loi utilisée dans la plupart des programmes FEM avec ou sans ajustement du maillage (méthodes (b) et (c)) (Bathe & Khoshgoftaar, 1979).
- B) loi utilisée dans les programmes non linéaires (méthode (d)) (d'après Dysli & Rybisar, 1988).

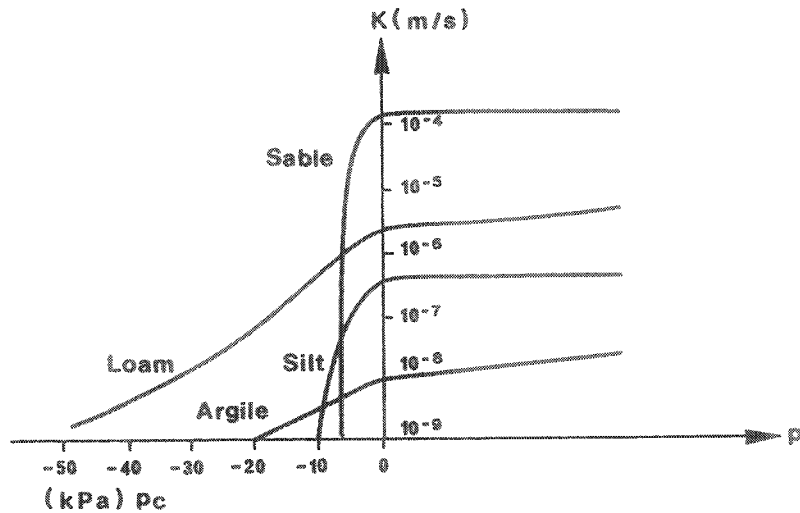


Figure IV. 26. : Variations de K en fonction de la pression interstitielle et de la pression capillaire.

- e) Variation de S. Le coefficient d'emmagasinement peut être introduit dans le code non linéaire comme étant une fonction de la pression (Dassargues & al., 1988). La méthode, mise au point par Charlier & Radu (1988), s'inspire de la simulation des changements de phase par une technique enthalpique (Comini et al., 1974), où les changements de phase s'effectuent à température constante mais avec emmagasinement d'une quantité de chaleur.

Dans notre cas, le milieu poreux passe de l'état non saturé à l'état saturé, à une pression constante nulle, en emmagasinant une quantité d'eau. Cette quantité d'eau correspond principalement à la porosité efficace du milieu poreux. La variation de cet emmagasinement en fonction de la pression d'eau est reprise à la figure IV.27. pour un aquifère sableux.

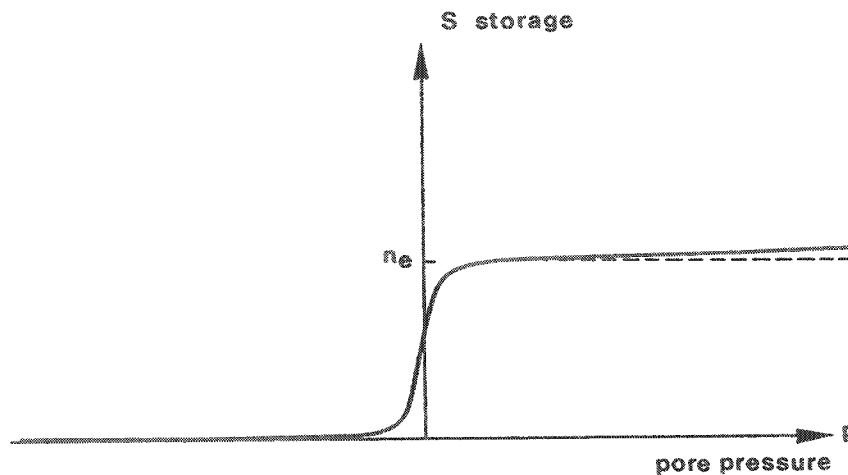


Figure IV.27. : Variation de l'emmagasinement en fonction de la pression.

Dans le code (éléments finis) non linéaire LAGAMINE développé au MSM, Charlier (1987) a introduit une loi d'emmagasinement en arctangente, qui approxime au mieux la variation réelle (figure IV.28.) :

$$S = n_e \left[\frac{1}{\pi} \arctg \left(\frac{p}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \right] + \frac{S_s}{\rho \cdot g} \cdot \langle p \rangle \quad (\text{IV.16.})$$

où $\langle p \rangle = p$ si $p > 0$

$\langle p \rangle = 0$ si $p \leq 0$

α est un coefficient de relaxation influençant la forme de la fonction (figure IV.28.)

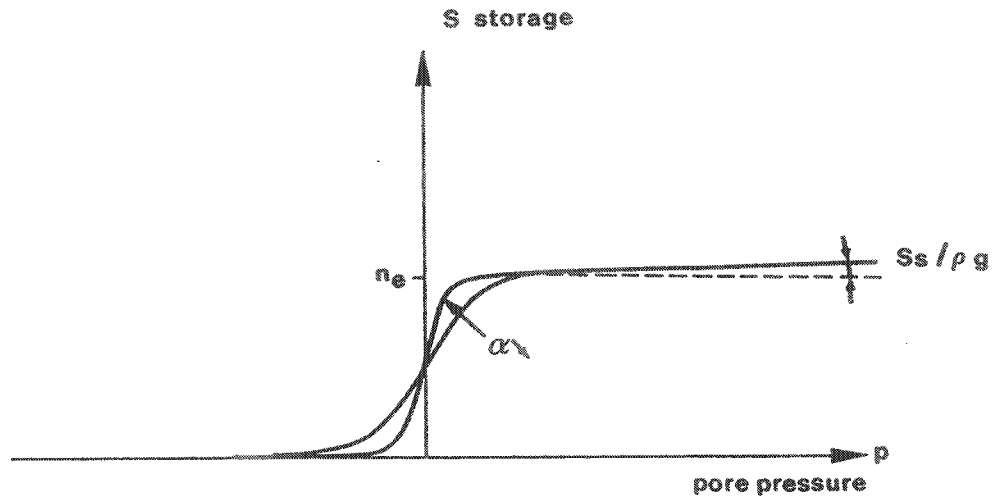


Figure IV.28. : Loi d'emménagement introduite par Charlier (1987), dans le code non linéaire LAGAMINE.

Pour des pressions négatives, une certaine quantité d'eau est présente dans le milieu poreux, ce qui peut correspondre à la réalité. Cette quantité d'eau dépend de la valeur du paramètre α de la relation. L'idéal serait que ce coefficient de relaxation corresponde au phénomène physique de variation de l'emménagement en fonction de la pression (pression capillaire quand $p < 0$). Il devrait alors être adapté d'un cas à l'autre en fonction des caractéristiques du milieu poreux.

Néanmoins, il se peut que les impératifs numériques fassent en sorte qu'une valeur de α non compatible avec les processus physiques de la zone partiellement saturée soit choisie (sables ...). Dans ce cas, si on veut exclure toute simulation de la zone non saturée, la loi de Darcy peut être adaptée de manière à réduire ses effets dans cette zone, en la multipliant par un facteur S/n_e :

$$v = - \frac{S}{n_e} \left[\frac{K}{\rho \cdot g} \text{grad } p + K \text{ grad } z \right] \quad (\text{IV.17.})$$

Cette méthode a été utilisée avec succès pour la modélisation en régime transitoire de la nappe de Hesbaye (cfr. VI).

Par contre, si la simulation de la zone non saturée est décidée, la loi de Darcy non modifiée est conservée mais en y intégrant la non linéarité de K (cfr. d).

Dans la partie saturée, c'est le coefficient d'emménagement spécifique, exprimé en unités de pressions

($\frac{S_s}{\rho \cdot g}$) en Pa^{-1}) qui est la pente de la courbe.

Dans le cas particulier où la simulation a pour but de calculer les tassements induits par des pompages dans une nappe à surface libre, la non linéarité de S ($S = S(p)$) pour simuler la surface libre peut s'ajouter sans gros problème à la non linéarité de S_s ($S_s = S_s(p)$) et à la non linéarité de K ($K = K(e)$).



V. GEOSTATISTIQUE APPLIQUEE AU TRAITEMENT DES DONNEES DES MODELES HYDROGEOLOGIQUES

V.1. INTRODUCTION

Quelle que soit l'échelle à laquelle on les étudie, les milieux poreux naturels ne sont pas homogènes. Des valeurs moyennes des paramètres et des variables, doivent être calculées (figure V.1.).

Dans la plupart des cas d'études relatifs à l'hydrogéologie et au "reservoir engineering", on ne dispose que de très peu de données directes. Celles-ci sont souvent ponctuelles et sont complétées par la connaissance des structures géologiques, par des prospections géophysiques et par des études sédimentologiques. De larges interpolations et extrapolations des mesures (obtenues sur quelques points ou échantillons) doivent être utilisées, en fonction de tendances connues ou supposées. Dans un souci d'objectivité, il est donc souhaitable d'estimer l'intervalle de confiance relatif à chaque valeur de paramètre ou variable que l'on introduit dans un modèle. Des méthodes statistiques telles le krigeage peuvent être utilisées à cet effet. Les paramètres caractérisant un réservoir dans les études hydrogéologiques sont les transmissivités/perméabilités et les coefficients d'emmagasinement. A ceux-ci s'ajoutent des données indispensables concernant les hauteurs piézométriques ou les pressions, les éventuelles infiltrations, les pompages, etc. Le krigeage est donc utilisé afin de préparer les données au mieux, avant de les introduire dans des modèles mathématiques déterministes. Il devrait permettre une calibration plus rapide du modèle car la répartition et les valeurs initiales des paramètres et des informations krigées sont alors en principe optimales pour le jeu de données dont on dispose.

La préparation des données en utilisant des méthodes géostatistiques permet au moins d'obtenir les écarts-types des grandeurs étudiées, imposant dès lors une contrainte supplémentaire lors de la calibration.

Dans les modèles numériques ainsi que dans les approches analytiques, on utilise ces variables et ces paramètres sous forme de moyennes dans toute la zone (méthodes analytiques) et dans chaque cellule, élément ou région (méthodes numériques). On prend l'hypothèse de travail que la représentation du système réel est satisfaisante, en considérant ces grandeurs par des valeurs moyennes "équivalentes" (de Marsily, 1984) (cfr. II.1.1.).

Lorsqu'il s'agit de hauteurs piézométriques ou de pressions, elles sont en général synthétisées sous forme de cartes. S'il est réalisé à la main, le tracé est subjectif, ce qui ne peut être considéré comme positif que dans la mesure où l'hydrogéologue peut y faire intervenir son expérience, sa perception des phénomènes et surtout son interprétation personnelle.

Afin de réduire la subjectivité du tracé, de nombreuses techniques automatiques ont été développées en utilisant des maillages, des pondérations fonction de la distance, des interpolations polynomiales, la méthode des moindres carrés, la méthode de Thiessen (estimation de valeurs moyennes sur des surfaces). Cependant, dans toutes ces méthodes, la pondération est réalisée sans tenir compte de la signification physique du problème (Delhomme, 1978) et sans donner d'indication sur la précision des résultats.

Les valeurs prises par ces grandeurs n'étant pas totalement quelconques, il devrait exister certaines relations ou corrélations concernant leur répartition dans l'espace. Il s'agit de "variables régionalisées" au sens défini par Matheron (1970, 1971).

Le problème consiste à déterminer, sur tout le domaine à étudier et donc à estimer dans certaines zones, la valeur de cette variable régionalisée, à partir d'un certain nombre de données (le plus souvent très ponctuelles) : perméabilités mesurées dans des puits, hauteurs de nappe mesurées dans des piézomètres, etc.

La variable régionalisée notée $Z(x)$ est traitée comme la réalisation d'une fonction aléatoire $Z(x, \xi)$ mais l'inférence statistique exige des hypothèses complémentaires afin d'utiliser la fonction aléatoire pour représenter la distribution de la grandeur étudiée.

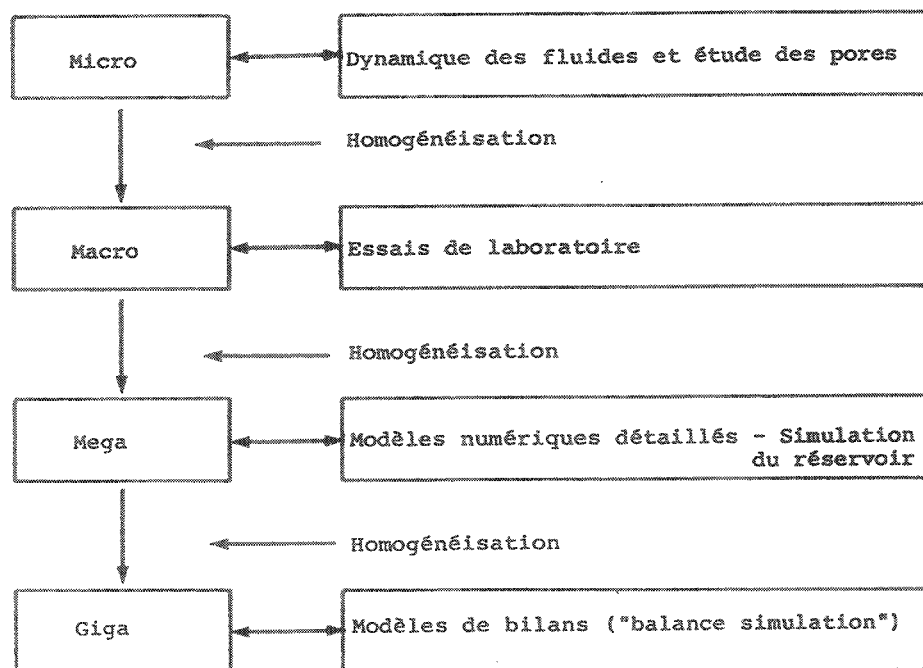


Figure V.1. : Processus de "moyennisation" ou d'"homogénéisation" à différentes échelles.

V.2. HYPOTHESES, DEFINITIONS ET EQUATIONS DU KRIGEAGE

Le détail de la théorie résumée ci-après ne fait pas l'objet de ce travail. Cependant, il est nécessaire de mentionner les notions principales qui seront utilisées par la suite.

Les valeurs locales du paramètre étudié $Z(x)$ (avec x pouvant représenter 1, 2 ou 3 coordonnées) sont connues en n endroits $Z_i = Z(x_i)$, pour $i = 1, \dots, n$.

Au lieu d'appliquer une méthode classique d'interpolation spatiale entre ces valeurs, le krigeage va utiliser au mieux les n valeurs dont on dispose pour estimer des valeurs aux autres endroits.

On considère que Z résulte de la réalisation d'une fonction aléatoire $Z(x, \xi)$, où ξ est une variable d'état dans l'espace des réalisations. Des hypothèses sont imposées à la fonction aléatoire :

- a) soit Z est stationnaire, c'est-à-dire que les lois de probabilités de Z dans l'espace de réalisation sont totalement indépendantes de x et donc que l'espérance mathématique est égale à une valeur constante :

$$\forall x, E [Z(x, \xi)] = m = \text{moyenne constante (stationnarité du 1er moment, } Z \text{ est stationnaire du 1er ordre).}$$

La réalisation de $Z(x, \xi)$ fluctue dans l'espace autour d'une valeur moyenne m sans aucune tendance réelle dans une direction ou une autre.

Si la covariance ne dépend que de la distance d entre les points et non de la position des points, elle peut s'exprimer par :

$$C(d) = E \left[\left(Z(x+d) - m \right) \cdot \left(Z(x) - m \right) \right]$$

La stationnarité du 2ème moment s'écrit :

$$\forall x, E \left[\left(Z(x, \xi) - m \right)^2 \right] = \sigma^2 = \text{variance constante}$$

(Z est stationnaire du 2ème ordre).

$$\text{et donc } C(d) = E [Z(x+d) \cdot Z(x)] - m^2 \quad (\text{V.1.})$$

La stationnarité du 2ème ordre est une hypothèse difficilement applicable à l'estimation des hauteurs piézométriques mais localement applicable aux perméabilités ou aux coefficients d'emmagasinement. Elle est nécessaire pour appliquer le krigeage simple (de Marsily, 1986).

b) soit Z est intrinsèque (hypothèse moins restrictive). Dans ce cas, même si la variance de Z n'est pas une valeur finie (comme cela aurait été le cas dans l'hypothèse de stationnarité), la variance des incréments de 1er ordre de Z est finie et ces incréments sont stationnaires du 2nd ordre.

Dans ce cas, on satisfait aux 2 relations suivantes :

$$E [Z(x+d) - Z(x)] = m(d) \quad (V.2.)$$

$$\text{var} [Z(x+d) - Z(x)] = 2.\gamma(d) \quad (V.3.)$$

où $m(d)$ et $\gamma(d)$ sont des fonctions de d (distance entre les 2 points) et non de x .

Le plus souvent, on suppose que $m(d) = 0$, et la variance de l'incrément définit alors le semi-variogramme $\gamma(d)$ (le terme "variogramme" bien qu'inexact sera utilisé dans la suite par souci d'uniformité avec l'usage courant) :

$$E [Z(x+d) - Z(x)] = 0$$

$$\gamma(d) = \frac{1}{2} \text{var} [Z(x+d) - Z(x)] \quad (V.4.)$$

$$d'où \quad \gamma(d) = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x+d) - Z(x) \right)^2 \right] \quad (V.5.)$$

Les équations (V.2.) et (V.3.) sont moins restrictives que l'équation (V.1.) et suffisent à définir le variogramme et donc permettent d'appliquer la méthode du krigeage ordinaire.

Si les 2 hypothèses sont acceptables (dans le cas de la stationnarité), on peut écrire :

$$\gamma(d) = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x+d) \right)^2 \right] - E \left[Z(x+d) \cdot Z(x) \right] + \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x) \right)^2 \right]$$

L'équation (V.1.) écrite pour $d = 0$ donne

$$C(0) = E \left[Z(x)^2 \right] - m^2$$

et on obtient :

$$\gamma(d) = C(0) - C(d) \quad (V.6.)$$

Le variogramme est alors le symétrique de la covariance à une translation près (figure V.2.)

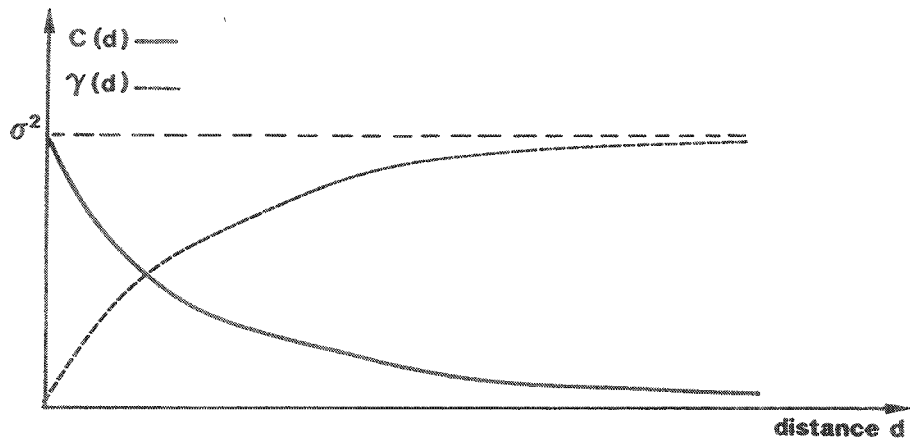


Figure V.2. : Covariance et variogramme dans le cas de l'hypothèse de stationnarité

Il croît rapidement ou non, caractérisant ainsi d'une manière statistique, la façon dont l'information donnée par un point de mesure se détériore quand on s'éloigne du point (Delhomme, 1978).

Souvent, le variogramme se stabilise à une valeur qu'on appelle le seuil ("sill"). La distance pour laquelle ce seuil est atteint s'appelle la portée ("range"). Cette dernière donne l'extension de la zone d'influence d'un point expérimental.

Si le variogramme n'atteint pas un seuil, cela signifie que la variance devient infinie et qu'il n'y a pas de fonction de covariance : l'hypothèse intrinsèque est la seule acceptable dans ce cas. Le variogramme peut être connu sans qu'il soit nécessaire de connaître la moyenne.

Pour de très petites distances, théoriquement $\gamma(d) = 0$ pour $d = 0$. Cependant, souvent, ce n'est pas le cas et on a un "effet de pépite" ("nugget effect"), dû au comportement erratique de la propriété. Deux points distincts, même très proches l'un de l'autre, montrent une différence de mesure dont la variance est au moins égale à l'"effet de pépite".

C'est très fréquent lors des estimations des transmissivités et perméabilités.

Pour prendre en compte cet effet, on écrit $\gamma(d)$ de la façon suivante :

$$\gamma(d) = C \left[1 - \delta(d) \right] + \gamma'(d) \quad (V.7.)$$

$$\delta(d) = \text{fonction de palier} \quad \begin{cases} \delta(d)=0 & \text{si } d \neq 0 \\ \delta(d)=1 & \text{si } d=0 \end{cases}$$

$\gamma'(d)$ = variogramme correspondant aux données mais avec C comme origine.

En fait, cet effet de pépité peut souvent être attribué au fait que les mesures ne sont pas effectuées avec une maille suffisamment petite pour montrer la continuité du comportement du paramètre.

A l'extrême, un variogramme purement horizontal

$\gamma(d) = C \quad \forall d > 0$ est relatif à un phénomène purement aléatoire sans aucune structure spatiale.

Lors de l'utilisation d'une méthode de krigeage, le premier pas consiste à déterminer le variogramme expérimental du paramètre Z à partir des mesures Z_i . Il faut une hypothèse supplémentaire d'ergodicité qui établit que l'inférence statistique des propriétés stochastiques de la fonction aléatoire Z est obtenue à partir de la réalisation unique et disponible de Z en faisant des moyennes spatiales de Z plutôt que des moyennes d'ensemble dans l'espace des réalisations.

L'"ergodicité" sur les incréments (les moyennes spatiales peuvent être utilisées pour estimer les moyennes dans tout l'espace des réalisations) permet d'utiliser les Z_i pour estimer le variogramme.

Si on dispose de n mesures valables de Z_i , il est possible de construire $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ paires de mesures, d'emplacement x_i, x_j ; on distingue des classes en fonction de la distance (d) et ensuite on calcule $\gamma(d)$ dans chaque classe.

Equations du krigeage ordinaire

L'estimateur Z_o^* d'une valeur réelle Z_o est, par définition du krigeage, une combinaison linéaire des mesures :

$$Z_o^* = \sum_{i=1}^n \lambda_o^i Z_i \quad (V.8.)$$

n = nombre total de mesures, ou dans certains cas (très étendus) nombre de mesures situées dans une certaine zone (fenêtre) autour du point Z_o .

λ_0^i = facteur de pondération, qui est l'inconnue du problème, dépendant de l'emplacement du point x_0 et des mesures par rapport aux autres x_i . A chaque point x_0 , où Z_0 est estimé par Z_0^* , il y aura un jeu de λ et l'indice i est relatif à la mesure faite en x_i .

Deux conditions permettent de déterminer ces facteurs de pondération λ_0^i :

- a) on impose que l'espérance mathématique de la valeur estimée est égale à l'espérance mathématique de la valeur réelle (estimateur non biaisé)

$$E(Z_0^* - Z_0) = 0 \quad E(Z_0^*) = E(Z_0) \quad (V.9.)$$

Si m est la valeur inconnue de cette espérance mathématique

$$E(Z_0^*) = E(Z_0) = E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_0^i Z_i\right) = m \quad (V.10.)$$

ou encore $\sum_{i=1}^n \lambda_0^i \cdot E(Z_i) = m$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_0^i = 1 \quad (V.11.)$$

- b) d'autre part, on impose que l'estimateur soit optimal, c'est-à-dire que

$$E\left[(Z_0^* - Z_0)^2\right] \text{ doit être minimum.}$$

On peut démontrer facilement (de Marsily, 1984) que ces 2 conditions assorties à la définition du variogramme amènent aux 2 équations suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_0^i = 1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_0^i \cdot \gamma(x_i - x_j) + \mu = \gamma(x_i - x_0) \end{cases} \quad (V.12.)$$

où μ , multiplicateur de Lagrange est une inconnue supplémentaire ajoutée aux n inconnues λ_0^i .

On obtient un système de $n+1$ équations à $n+1$ inconnues, dont la matrice est définie positive.

Par la résolution de ce système, on obtient l'estimateur de la valeur réelle et cet estimateur est donc non-biaisé et optimum.

De plus, le krigeage est un interpolateur exact car, aux points de mesures, on a $Z_k^* = Z_k$ et $\text{var}(Z_k^* - Z_k) = 0$.

Les valeurs λ^i calculées ne dépendent que des x_i (coordonnées des points où l'on veut une valeur). Un krigeage peut donc être appliqué à plusieurs situations différentes (exemple : piézométries à différents moments).

En pratique, le krigeage est appliqué avec un voisinage mouvant (figure V.3.), plutôt que de prendre en compte tous les points disponibles. Cette méthode est appliquée pour les raisons suivantes :

- (a) le variogramme est bien connu pour des petites valeurs de d et devient de moins en moins certain pour les grandes valeurs
- (b) il y a moins d'équations dans le système relatif aux λ_0^i
- (c) l'hypothèse de stationnarité est assouplie car appliquée dans chaque fenêtre.

La détermination du variogramme se fait en choisissant une fonction analytique acceptable et en "fittant" les paramètres de cette fonction en se basant sur le variogramme expérimental calculé et tracé à partir des points de mesure. Les principaux types de variogrammes utilisés sont linéaires, sphériques, exponentiels, gaussiens, cubiques et en puissance (d^λ , $\lambda < 2$) (tableau V.1.).

Bien que chaque fluctuation du variogramme expérimental peut être expliquée par des phénomènes de périodicité, de structure gigogne (variations superposées à différentes échelles), d'effets de blanc ("hole effect", présence de zones très pauvres en mesures jouxtant des zones très riches), il n'est généralement pas utile d'essayer d'adapter d'autres fonctions plus sophistiquées afin d'épouser au maximum le variogramme expérimental. Sauf cas particulier, le gain en précision est très limité et parfois purement illusoire.

Fonction	Formule
"Effet de pépité"	$\gamma(d) = C(1-\delta)$
Linéaire/Puissance	$\gamma(d) = \omega \cdot d^\lambda$
Sphérique	$\gamma(d) = \begin{cases} \omega \cdot \left[\frac{3}{2} \frac{d}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{a} \right)^3 \right] & \text{pour } d \leq a \\ \omega & \text{pour } d > a \end{cases}$
Exponentielle	$\gamma(d) = \omega [1 - \exp(-d/a)]$
Gaussienne	$\gamma(d) = \omega [1 - \exp(-(d/a)^2)]$

Tableau V.1. : Fonctions simples utilisées comme variogrammes (d'après Delhomme, 1978)

- C = valeur de l'effet de pépité
- ω = valeur du seuil (sauf pour les variogrammes linéaire/puissance)
- a = valeur de la portée pour le variogramme sphérique
- 3a = valeur de la portée pour le variogramme exponentiel
- $a\sqrt{3}$ = valeur de la portée pour le variogramme gaussien

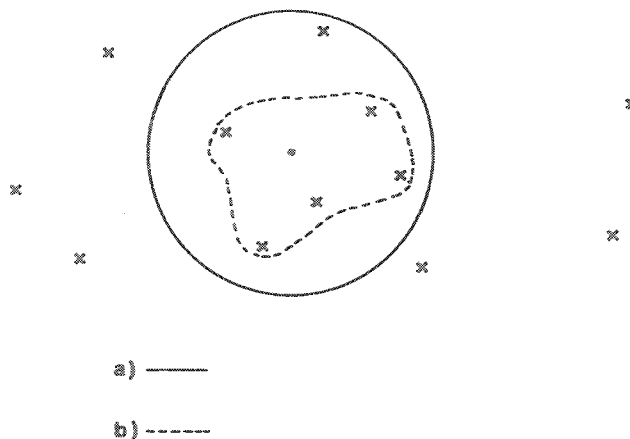


Figure V.3. : Seuls sont utilisés :

- a) les points de mesure situés à l'intérieur de la fenêtre définie
- b) un nombre défini de points, les plus proches de x_0 .

V.3. KRIGEAGE DES PERMEABILITES

En hydrogéologie, le krigeage est appliqué aux valeurs de perméabilité (K) et de transmissivité (T). En pratique, il est souvent préférable de travailler sur les $\ln K$ ou $\ln T$. En effet, la transformée logarithmique permet souvent d'obtenir des variogrammes montrant une meilleure structure spatiale de la propriété (cfr. II.2.8.).

En appliquant le krigeage aux $\ln K$ (ou $\ln T$), on obtient un estimateur optimum et non-biaisé pour les valeurs $\ln K$ et il est dès lors impossible que celui-ci reste non-biaisé pour les valeurs de K. Lorsque le krigeage consiste à préparer des valeurs moyennes sur des zones (éléments, cellules ou régions) pour la paramétrisation de modèles numériques (éléments finis, différences finies, éléments frontières), cette méthode est quand même appliquée car les valeurs moyennes sur des zones du domaine, calculées par les moyennes arithmétiques des logarithmes, fournissent des moyennes géométriques des K (ou T), ce qui est davantage cohérent par rapport à la notion de perméabilité équivalente d'une zone (cfr. II).

Dans le cas particulier où la propriété étudiée est discontinue (à cause d'une faille avec rejet ou d'un changement brusque de lithologie du milieu poreux), un point de mesure ne peut fournir aucune information concernant un point situé au delà de la discontinuité. Dans le traitement par krigeage, on peut la considérer comme un écran entre les points de mesures. Ce procédé amène à diviser le domaine en plusieurs sous-domaines de krigeage afin de mieux tenir compte des discontinuités et hétérogénéités majeures.

Le krigeage tient compte des distances entre les points de mesures, des distances entre les mesures et le point où l'estimation est réalisée, et de la structure spatiale de la propriété (par le variogramme). De ce fait, la pondération (λ^1) est calculée à l'image de la variabilité du phénomène :

- si la valeur de la perméabilité est régulière, les mesures situées à proximité du point d'estimation ont des poids importants (la continuité exige que des points proches l'un de l'autre aient des valeurs similaires);
- si la valeur de la perméabilité est irrégulière, les poids affectés aux mesures les plus proches sont diminués.

Un effet de filtrage est donc réalisé tout en conservant les valeurs mesurées (interpolateur exact). La seule difficulté restante peut provenir de l'effet de pépite (si ce dernier est présent). La prise en compte de celui-ci entraîne des discontinuités dans les résultats (figure V.4.). Cependant, si une maille régulière (figure V.5.) est superposée afin de tracer la carte des valeurs krigées, les discontinuités obtenues par krigeage avec effet de pépite seront quand même lissées.

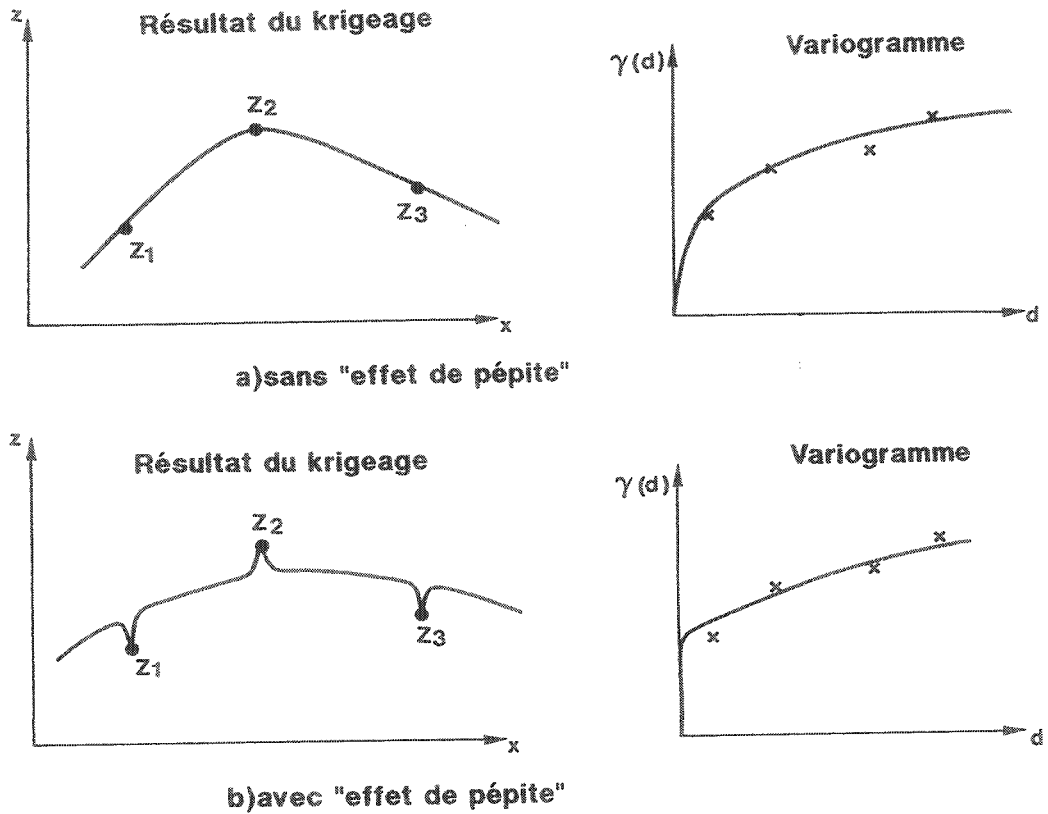


Figure V.4. : Prise en compte de l'"effet de pépité" et influence sur les résultats du krigeage.

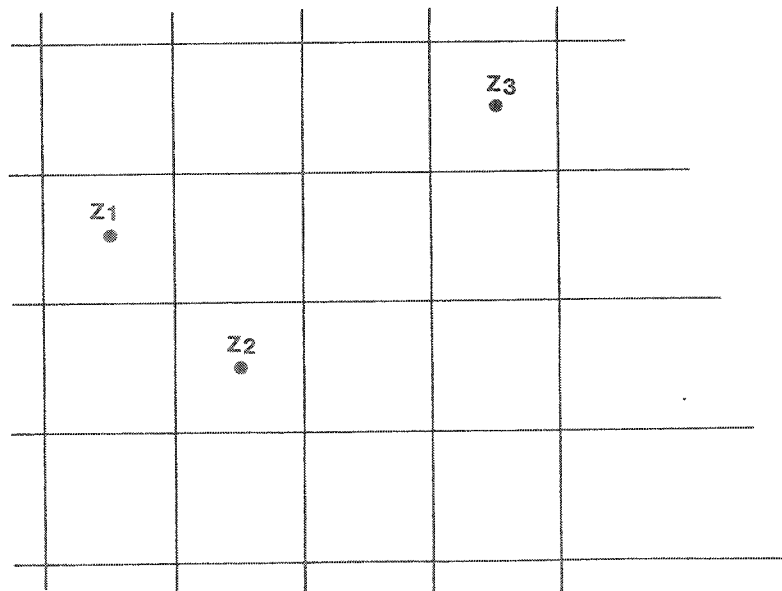


Figure V.5. : Maille régulière appliquée pour le tracé des iso-contours.

Le krigeage des $\ln K$ mesurés, fournit comme résultat les $\ln K$ krigés et l'écart-type ("standard deviation") des valeurs krigées. Ces écarts-types notés σ ne dépendent que de la configuration géométrique des points de mesure et des points à estimer. Ils sont totalement indépendants des valeurs de K (ou T) mesurées. Cette propriété est utilisée pour l'optimisation des réseaux de mesure dans l'espace.

Si un intervalle de confiance de 95 % est choisi, la relation suivante est obtenue :

$$\ln K = (\ln K)^* \pm 2 \sigma.$$

et donc l'intervalle

$$\frac{K^*}{e^{2\sigma}} \leq K \leq K^* \cdot e^{2\sigma} \quad (V.13)$$

Dans le cas où les mesures dont on dispose sont elles-mêmes incertaines et qu'on peut leur affecter une variance pas trop importante, il est possible d'introduire cette incertitude supplémentaire dans le calcul.

La validation à posteriori, ou "cross-validation", du krigeage consiste à réaliser des krigeages successifs en ignorant à chaque fois un des points de mesures. La valeur estimée à chaque point de mesure ignoré, indique si une surestimation ou une sous-estimation systématique est commise; pour que l'estimateur soit non-biaisé, on vérifie que :

$$E(Z_i^* - Z_i) \approx 0 \quad (V.14)$$

De plus, une analyse statistique peut être réalisée sur les erreurs d'estimation pour juger si elles sont bien évaluées. La fonction choisie comme variogramme peut être modifiée afin d'obtenir des erreurs d'estimations aussi proches que possible, en moyenne, des erreurs réelles ; on vérifie que

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{Z_i^* - Z_i}{\sigma} \right]^2 \approx 1 \quad (V.15)$$

V.4. COKRIGEAGE

Le cokrigeage est une méthode d'estimation très utile dans le cas où deux (ou plusieurs) variables régionalisées ont des variations spatiales similaires. Grâce à cette corégionalisation, il est possible d'estimer une de ces variables (à des endroits où il n'y a pas de mesure), en utilisant non seulement les mesures de cette variable mais également les mesures des autres variables. Cette méthode est efficace afin de tirer le meilleur parti d'un jeu "secondaire" de données (moins précis mais peut-être plus abondant) correspondant peut-être à des mesures aisées, pour estimer au mieux une variable principale associée à un jeu insuffisant de données, car correspondant peut-être à des mesures difficiles et coûteuses. Cette technique a été développée en estimation de gisements de minerais, où 2 ou 3 métaux sont présents dans un minerai et examinés de près (Journal & Huijbregts, 1978). Appliqué récemment pour l'estimation des sols (Vauclin et al., 1983) et ensuite en géologie (Ahmed & de Marsily, 1987), le cokrigeage est en fait plus précis que la démarche consistant à rechercher une estimation avec le 2ème jeu de données et puis de kriger avec une certaine latitude.

→ d
et influence

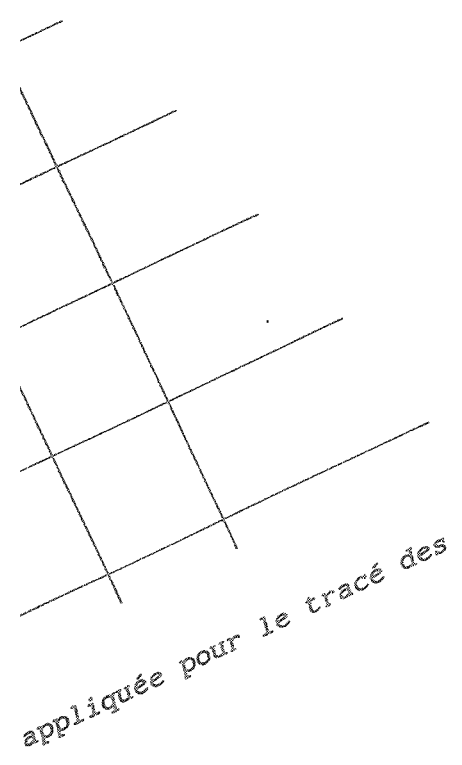
Si les variables Z_1 et Z_2 respectent l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2 (cfr. V.2.), on écrit les covariances :

$$\left. \begin{aligned} &= E \left[\left(Z_1(x+d) - m_1 \right) \left(Z_1(x) - m_1 \right) \right] \\ &E \left[\left(Z_2(x+d) - m_2 \right) \left(Z_2(x) - m_2 \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (V.16.)$$

$$\begin{bmatrix} E \left[Z_1(x) \right] \\ E \left[Z_2(x) \right] \end{bmatrix}$$

La covariance croisée est définie

$$E \left[\left(Z_1(x+d) - m_1 \right) \left(Z_2(x) - m_2 \right) \right] \quad (V.17.)$$



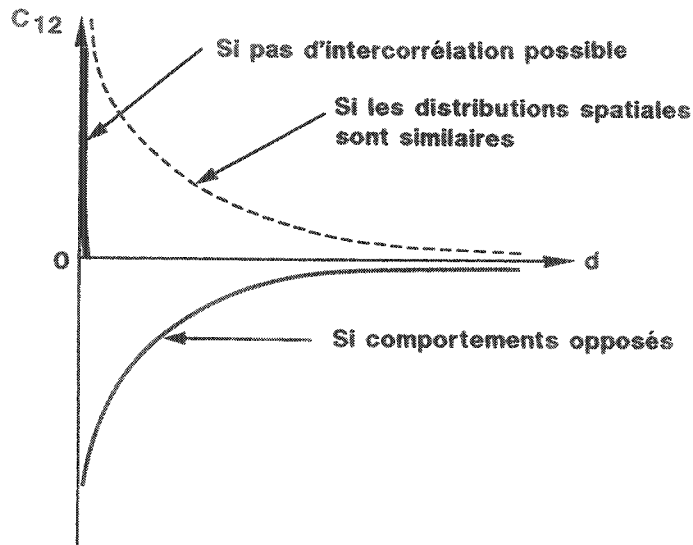


Figure V.6. : Allures de la courbe de covariance croisée en fonction des comportements respectifs des variables Z_1 et Z_2 .

Si il n'y a pas de décalage dans la structure spatiale des deux variables, on a :

$$C_{12}(d) = C_{12}(-d)$$

et $C_{12}(d) = C_{21}(-d)$ entraîne que $C_{12}(d) = C_{21}(d)$

La matrice des covariances croisées s'écrit :

$$\begin{pmatrix} C_1 & C_{12} \\ C_{21} & C_2 \end{pmatrix} \quad (\text{V.18.})$$

Dans le cas de l'hypothèse intrinsèque (cfr. V.2.), on parle en terme de variogrammes. Le variogramme croisé s'écrit :

$$\gamma_{12}(d) = \frac{1}{2} E \left[\left(Z_1(x+d) - Z_1(x) \right) \left(Z_2(x+d) - Z_2(x) \right) \right] \quad (\text{V.19.})$$

La matrice des variogrammes croisés s'écrit de même :

$$\begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (\text{V.20.})$$

Les variogrammes croisés expérimentaux se déterminent de la même façon que les variogrammes ordinaires (cfr. V.2.); il est généralement conseillé d'utiliser les mêmes classes de distance pour déterminer γ_1 , γ_2 , γ_{12} et γ_{21} . Les fonctions à ajuster pour pouvoir être utilisées ensuite dans le cokrigage sont soumises à des conditions bien précises. Sans entrer dans le détail des techniques permettant de choisir ces fonctions variogrammes en vérifiant ces conditions (De Smedt, 1991 et de Marsily, 1986), signalons que la méthode la plus couramment utilisée est celle de Myers (1983) résumée ci-dessous.

On définit :

$$\left. \begin{aligned} Z_+(x) &= Z_1(x) + Z_2(x) && \text{(somme)} \\ Z_-(x) &= Z_1(x) - Z_2(x) && \text{(différence)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.21.})$$

Les variogrammes de ces nouvelles variables peuvent être calculés comme suit :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_+(d) &= \gamma_1(d) + \gamma_2(d) + 2 \gamma_{12}(d) \\ \gamma_-(d) &= \gamma_1(d) + \gamma_2(d) - 2 \gamma_{12}(d) \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.22.})$$

et donc :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{12} &= \frac{1}{2} [\gamma_+ - \gamma_1 - \gamma_2] \\ \gamma_{12} &= - \frac{1}{2} [\gamma_- - \gamma_1 - \gamma_2] \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.23.})$$

Myers a prouvé que γ_{12} possède les mêmes propriétés que γ_1 et γ_2 , si les deux façons de calculer γ_{12} (équation V.23.) aboutissent au même résultat.

Le cokrigage proprement dit aboutit à l'estimation de Z_1 . On cherche :

$$Z_1^*(x_0) = \sum_{j=1}^n \lambda_1^j Z_1(x_j) + \sum_{k=1}^m \lambda_2^k Z_2(x_k) \quad (\text{V.24.})$$

avec 2 jeux de données de tailles différentes et sans qu'il soit nécessaire que les mesures de Z_1 et de Z_2 soient situées aux mêmes points.

La condition de non-biais (de Marsily, 1986) (cfr équations V.9., V.10. et V.11.) peut s'exprimer dans ce cas par :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_1^j = 1 \\ \sum_{k=1}^m \lambda_2^k = 0 \end{cases} \quad (V.25.)$$

On constate que, par cette condition (V.25.), le 2ème jeu de données intervient sans changer la moyenne dans la pondération.

Le système d'équation du cokrigeage est obtenu par la condition d'optimalité (minimisation de la variance de l'erreur d'estimation) :

$$E \left[\left(z_1(x_0) - z_1^*(x_0) \right)^2 \right] \quad \text{minimum} \quad (V.26.)$$

Par la méthode des multiplicateurs de Lagrange, on peut démontrer facilement (de Marsily, 1986) que le système d'équations suivant est obtenu :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_1^j \gamma_1(x_i - x_j) + \sum_{k=1}^m \lambda_2^k \gamma_{12}(x_i - x_k) + \mu_1 = \gamma_1(x_i - x_0) \quad (\text{pour } i = 1, \dots, n)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_1^j \gamma_{21}(x_i - x_j) + \sum_{k=1}^m \lambda_2^k \gamma_2(x_i - x_k) + \mu_2 = \gamma_2(x_i - x_0) \quad (\text{pour } i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_1^j = 1$$

$$\sum_{k=1}^m \lambda_2^k = 0$$

(V.27.)

Ces équations montrent, de par leur similarité à celles décrites précédemment (équations V.12), que le cokrigeage est très proche du krigeage ordinaire d'un point de vue théorique. L'efficacité du cokrigeage par rapport à un krigeage ordinaire (n'utilisant que le jeu de la donnée principale) peut être étudiée dans des cas simples (De Smedt, 1981) mais, dans les cas pratiques, elle est assez difficile à prévoir.

Avant d'effectuer le cokrigeage, la procédure de cross-validation peut également être réalisée (cfr équations V.14. et V.15.) afin de valider le choix des variogrammes et cross-variogrammes.

V.5. METHODES DE KRIGEAGE EN CONDITIONS DE NON STATIONNARITE

Si l'hypothèse de stationnarité n'est pas respectée, l'espérance mathématique de la fonction aléatoire étudiée n'est plus une constante dans l'espace

$$E [Z(x)] = m(x) \quad (V.28.)$$

où $m(x)$ n'est pas connue.

On peut considérer alors que le champ des valeurs est affecté d'une dérive apparente.

C'est le cas notamment des hauteurs piézométriques mesurées dans les nappes aquifères.

En calculant malgré tout un variogramme expérimental à partir des mesures, on obtient un "variogramme brut" intégrant la dérive et les variations de part et d'autre de la valeur de celle-ci. En pratique, on obtient une fonction qui croît très rapidement aux grandes distances. On exprime la fonction aléatoire comme suit :

$$Z(x) = m(x) + R(x) \quad (V.29.)$$

où $m(x)$ = la valeur de la dérive au point de coordonnées généralisées x

$R(x)$ = le résidu au point de coordonnées généralisées x .

On a alors :

$$E[R(x)] = 0 \text{ et } E[Z(x)] = m(x)$$

ensuite,

$$\begin{aligned} 2.\gamma(d) &= \text{var}[Z(x+d) - Z(x)] \\ &= E\left[\left(Z(x+d) - Z(x)\right)^2\right] - \left(E[Z(x+d) - Z(x)]\right)^2 \end{aligned}$$

et dans le cas actuel, le deuxième terme de cette dernière expression n'est pas nul. Le "variogramme brut" s'exprime donc :

$$\gamma(d) = \underset{\text{brut}}{\gamma(d)} + \frac{1}{2} \left[m(x+d) - m(x) \right]^2 \quad (V.30.)$$

réel

On constate, par exemple, qu'une dérive linéaire ajoutée au variogramme réel un terme quadratique pour trouver le variogramme brut (figure V.7).

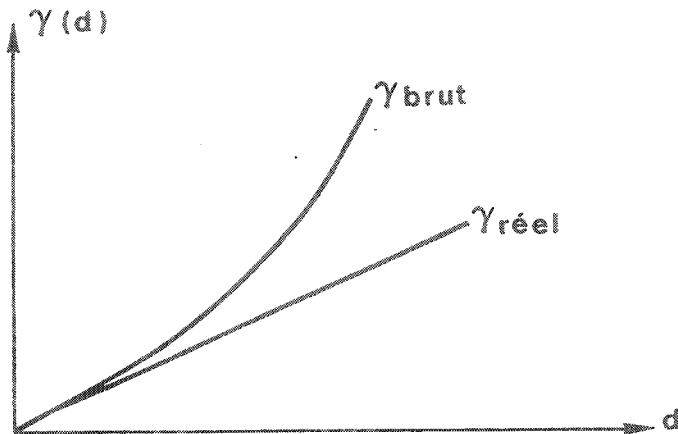


Figure V.7. : Variogramme brut et variogramme réel dans le cas d'une dérive

Les méthodes qui permettent de kriger en non stationnarité, avec des degrés divers de précision, sont les suivantes :

A. Variogrammes directionnels

Sur base des variogrammes bruts, on sélectionne une direction privilégiée pour laquelle la dérive ne serait pas (ou peu) apparente. Le krigeage classique est appliqué pour les points situés dans cette direction. Cette méthode est peu fiable et souvent difficile à mettre en pratique par manque d'un nombre suffisant de mesures.

B. Krigeage Universel sur les résidus

Une estimation $m^*(x)$ de la dérive $m(x)$ est calculée aux points expérimentaux et les résidus estimés $R^*(x)$ sont calculés :

$$R^*(x) = Z(x) - m^*(x) \quad (V.31.)$$

Le krigeage est alors appliqué aux résidus estimés, en procédant avec une fenêtre mouvante.

Si l'erreur n'est pas minimisée par itérations successives (voir méthode D), cette méthode introduit un biais parfois important. Celui-ci est dû aux hypothèses sur la forme du variogramme réel qui sont implicitement prises lors de l'estimation de la dérive, menant à un variogramme des résidus estimés qui constitue une estimation profondément biaisée du variogramme réel.

Le choix de la valeur de la dérive ainsi que de la taille des zones considérées doit être validé à posteriori. Comme pour (A), le nombre important de mesures dont on doit disposer pour assurer la validité dans chaque zone constitue souvent un handicap majeur.

C. Covariances généralisées

On part de la définition du variogramme qui est une variance d'accroissement (différence première). Les différences premières filtrent les constantes, ... Pour les phénomènes où on ne peut appliquer l'hypothèse intrinsèque, on fait intervenir les différences secondes, tierces, ... qui filtrent les polynômes de degré 1, 2, ...

Pour des données réparties dans le plan, la notion généralisée d'accroissement est la suivante :

$\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$ est un accroissement d'ordre k de la fonction aléatoire $Z(x)$ si $\sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i) = 0$ où les fonctions $f(x_i)$ sont des monômes de type $x^p \cdot y^q$ avec $0 \leq p + q \leq k$.

Si $k = 0$, on retombe sur l'hypothèse intrinsèque et le krigeage normal.

Si $\sum_i \lambda_i Z(x_i)$ et $\sum_i \lambda_i Z(x_i + d)$ ont même moyenne et même variance, on peut dire qu'on a la stationnarité des accroissements d'ordre k . Il s'agit donc d'une généralisation de l'hypothèse intrinsèque usuelle où seuls étaient concernés les accroissements d'ordre 0.

Le terme de "fonction aléatoire intrinsèque généralisée d'ordre k " est utilisé pour désigner une fonction aléatoire (Z) satisfaisant à cette nouvelle hypothèse (Delhomme, 1976).

On appelle covariance généralisée d'ordre k la fonction $K(d)$ qui est la variance d'accroissements d'ordre k , tout à fait similaire à $\gamma_m(d)$.

Cependant, le nombre de données nécessaires pour estimer cette covariance généralisée augmente rapidement avec k (Neuman, 1984). C'est pourquoi k , en pratique, est rarement pris supérieur à 2.

La covariance généralisée doit également satisfaire certaines conditions de cohérence mathématique assurant que les variances d'accroissements sont toujours positives. En pratique, on utilise les polynômes de degré inférieur à $2k+2$. Pour le plan (2D), on a :

- $K(d) = C.\delta + A_1 \cdot |d|$ (variogramme) pour une fonction aléatoire d'ordre 0 et une dérive constante;
- $K(d) = C.\delta + A_1 \cdot |d| + A_3 |d|^3$ pour une fonction aléatoire d'ordre 1 et une dérive linéaire;
- $K(d) = C.\delta + A_1 |d| + A_3 |d|^3 + A_5 |d|^5$ pour une fonction aléatoire d'ordre 2 et une dérive quadratique

où $C.\delta$ est l'effet de pépité s'il y a lieu.

$$\begin{cases} A_1 \leq 0 \\ A_3 \geq -\frac{10}{3} \sqrt{A_1 \cdot A_5} \\ A_5 \leq 0 \end{cases}$$

Les coefficients C , A_1 , A_3 et A_5 sont évalués en fittant les incréments théoriques d'ordre k à leurs valeurs expérimentales par moindres carrés (Bluepack, 1975, 1978). Il a été montré (Delhomme, 1976) que ces modèles sont suffisamment riches que pour être adaptés à beaucoup d'applications.

Cependant, la dérive est approximée par, au maximum, une fonction quadratique, ce qui restreint l'application à des petites zones où le problème du nombre suffisant de mesures se pose à nouveau.

Pour les mêmes raisons que dans la méthode précédente (cfr. B.), la méthode doit également être validée à posteriori.

D. Krigeage des résidus estimés par la méthode des moindres carrés généralisés (Neuman et Jacobson, 1984)

La dérive est représentée dans l'ensemble du domaine par une loi générale calculée par un processus itératif de régression fournissant des estimations simultanées de la dérive et du variogramme des résidus.

L'estimation de la dérive s'écrit comme suit :

$$m_p(x) = \sum_{j=1}^n b_j X_j(x) \quad (V.32.)$$

où, en pratique : p est compris entre 1 et 4, permettant d'estimer des dérivées linéaires, quadratiques, cubiques ou polynomiales du 4ème ordre

$X_j(x)$ sont les fonctions monomes en x et y :
1, x, y, xy, x^2 , y^2 ...

b_j sont les coefficients à déterminer

n est égal à 3, 6, 10 et 15 pour p égal à 1, 2, 3 et 4.

Les coefficients b_j sont ajustés à plusieurs reprises par la méthode des moindres carrés généralisés faisant intervenir la matrice actualisée de covariance des résidus.

Il est possible de montrer la relation existant entre la régression par moindres carrés et les matrices de covariance.

Dans le processus des moindres carrés, la minimisation se fait sur l'expression :

$$S = \sum_{i=1}^m \left(z_i - \sum_{j=1}^n b_j X_{ij} \right)^2 \quad (V.33.)$$

où m = nombre de mesures
 X_{ij} sont les valeurs que prennent les j fonctions monomes aux i points de mesures.

Sous forme matricielle, on écrit :

$$\left(\underline{z} - \underline{X} \cdot \underline{b} \right)^2 = \text{minimum}$$

où \underline{z} = vecteur de m composantes = nombre de mesures

\underline{b} = vecteur de n composantes = nombre de coefficients

et \underline{X} = matrice ($m \times n$) composée des X_{ij} .

Les n coefficients optima (\hat{b}_j) sont trouvés pour minimiser S et

$$\sum_{i=1}^m X_{ik} \left(z_i - \sum_{j=1}^n \hat{b}_j \cdot X_{ij} \right) = 0 \quad (V.34.)$$

$k = 1 \dots n$

ce qui peut s'écrire :

$$\sum_{i=1}^m X_{ik} Z_i = \sum_{j=1}^n \hat{b}_j \sum_{i=1}^m X_{ik} \cdot X_{ij}$$

ou sous forme matricielle :

$$\underline{X}^t \cdot \underline{Z} = \underline{X}^t \cdot \underline{X} \cdot \hat{\underline{b}}$$

qui a comme solution (à la première estimation) :

$$\hat{\underline{b}} = \left(\underline{X}^t \cdot \underline{X} \right)^{-1} \cdot \underline{X}^t \cdot \underline{Z} \quad (\text{V.35.})$$

Mais, $\hat{\underline{b}}$ peut s'écrire également (Neuman & Jacobson, 1984) :

$$\hat{\underline{b}} = \underline{V}_b \underline{X}^t \underline{V}^{-1} \cdot \underline{Z} \quad (\text{V.36.})$$

où \underline{V} est la matrice (mxm) de covariance des résidus

et \underline{V}_b est la matrice (nxn) de covariance des coefficients de régression.

Neuman & Jacobson (1984) écrivent la relation suivante entre cette matrice et la matrice de covariance des coefficients :

$$\underline{V}_b = \left(\underline{X}^t \cdot \underline{V}^{-1} \cdot \underline{X} \right)^{-1} \quad (\text{V.37.})$$

et donc on obtient :

$$\hat{\underline{b}} = \left(\underline{X}^t \cdot \underline{V}^{-1} \cdot \underline{X} \right)^{-1} \cdot \underline{X}^t \cdot \underline{V}^{-1} \cdot \underline{Z}$$

Donc, en pratique, une nouvelle estimation des b_j peut se faire en introduisant la matrice de covariance des résidus V_{ij}

En résumé, à la première itération, on a l'équation (V.35.) :

$$\hat{\underline{b}} = \left(\underline{X}^t \cdot \underline{X} \right)^{-1} \cdot \underline{X}^t \cdot \underline{Z}$$

équivalente à

$$\hat{\underline{b}} = \left(\underline{X}^t \cdot \underline{I} \cdot \underline{X} \right)^{-1} \cdot \underline{X}^t \cdot \underline{I} \cdot \underline{Z} \quad (\text{V.38.})$$

où \underline{I} est la matrice identité.

A partir de la deuxième itération :

$$\hat{\underline{b}} = \left(\underline{X}^t \cdot \underline{V}^{-1} \cdot \underline{X} \right)^{-1} \cdot \underline{X}^t \cdot \underline{V}^{-1} \cdot \underline{Z} \quad (\text{V.39.})$$

où la matrice identité a été remplacée par l'inverse de la matrice de covariance des résidus.

Avec la nouvelle estimation de $\hat{\underline{b}}$, de nouveaux résidus sont calculés et ensuite une nouvelle matrice \underline{V} . Ce processus itératif est arrêté lorsque le variogramme des résidus se stabilise suffisamment. La convergence de ce processus a été démontrée par Galeati & Gambolati (1987).

Notons que la matrice de covariance des résidus s'écrit:

$$V_{ij} = \text{cov} \left(R_i, R_j \right)$$

et donc
$$V_{ij} = E \left[\left(R_i - E [R_i] \right) \left(R_j - E [R_j] \right) \right]$$

$$V_{ij} = E \left[R_i \cdot R_j \right] - \mu^2 \quad (\text{V.40.})$$

où μ est la moyenne des résidus.

Une amélioration de cette méthode consiste à considérer que les résidus sont des résidus estimés et que l'on a (en notation vectorielle) :

$$\hat{\underline{R}} = \underline{Z} - \hat{\underline{m}} = \underline{Z} - \hat{\underline{Z}}$$

où $\hat{\underline{R}}$ est le vecteur des résidus estimés

$\hat{\underline{Z}} = \hat{\underline{m}}$ est le vecteur des valeurs estimées (avec la dérive calculée) aux points de mesure.

Dans ce cas, Neuman et Jacobson (1984) constatent que la matrice de covariance des résidus estimés peut s'écrire :

$$\hat{\underline{V}} = \underline{V} - \underline{X} \cdot \hat{\underline{V}}_b \cdot \underline{X}^t$$

$$\hat{\underline{V}} = \underline{V} - \underline{X} \left(\underline{X}^t \cdot \underline{V}^{-1} \cdot \underline{X} \right)^{-1} \cdot \underline{X}^t \quad (\text{V.41.})$$

L'équation (V.36.) s'écrit :

$$\hat{\underline{b}} = \underline{V}_b \cdot \underline{X}^t \cdot \left(\hat{\underline{V}} \right)^{-1} \cdot \underline{Z}$$

Par l'équation (V.37.) et en remplaçant \underline{v} par $\hat{\underline{v}}$ (calculé à l'équation (V.41.)) dans l'équation (V.39.), on obtient :

$$\hat{\underline{b}} = \left(\underline{x}^t \cdot \left[\underline{v} - \underline{x} \left(\underline{x}^t \cdot \underline{v}^{-1} \underline{x} \right)^{-1} \cdot \underline{x}^t \right] \underline{x} \right)^{-1} \cdot \underline{x}^t \left[\underline{v} - \underline{x} \left(\underline{x}^t \cdot \underline{v}^{-1} \underline{x} \right)^{-1} \cdot \underline{x}^t \right]^{-1} \cdot \underline{z}$$

(V.42.)

qui remplace avantageusement l'équation (V.39.).

Cependant, la méthode n'est pas idéale car l'incertitude sur les coefficients intervenant dans la dérive polynomiale n'est pas prise en compte entraînant de ce fait une sous-estimation de l'erreur d'estimation.

De plus, les polynômes de degrés supérieurs induisent des variations locales "artificielles" dans la forme de la dérive (la dérive est moins lissée même lorsque cela n'est pas nécessaire). Ces variations introduites artificiellement sont bien souvent lissées par le simple tracé des contours en utilisant les méthodes habituelles d'interpolation.

V.6. KRIGEAGE DES HAUTEURS PIEZOMETRIQUES

Il n'entre pas dans le cadre de ce travail de comparer et apprécier les mérites respectifs de chacune des méthodes exposées au paragraphe précédent. La méthode (D) a été appliquée pour les raisons suivantes (par ordre d'importance) :

- la non-disponibilité de programmes appliquant la méthode des covariances généralisées (méthode C);

- la relative simplicité de l'écriture d'un programme utilisant la méthode D;

- le nombre de points de mesure généralement disponibles pour approximer la piézométrie ne permet pas d'utiliser les méthodes A et B (ce problème aurait pu également se présenter pour la méthode C, si un programme avait été disponible).

Un programme utilisable pour le krigeage de nos données piézométriques a été écrit par l'auteur, en FORTRAN, calculant la dérive idéale (Méthode D, Neuman & Jacobson (1984)), en tenant compte de la matrice de covariance des résidus estimés.

Le flow-sheet général de ce programme, appelé RESDRIFT car il permettra le krigeage des résidus par rapport à la dérive ("drift"), est repris au tableau V.2..

Le processus itératif n'est pas inclus dans le programme car, après chaque itération, la visualisation du nouveau variogramme des résidus estimés (γ_R) doit permettre de décider de relancer le programme ou non.

Ce processus étant nécessairement interactif et le programme résidu opérant en "batch" (vu sa consommation importante en temps CPU sur les ordinateurs du Service Général d'Informatique (SEGI)), nous avons préféré conserver ce "découplage" complet.

Les inversions de matrices posent, dans certains cas, quelques problèmes de singularité (le rang de la matrice inférieur à sa dimension entraînant un surdimensionnement du système). Ces problèmes sont surmontés en adoptant une solution linéaire minimisée par moindres carrés.

PROGRAMME RESDRIFT

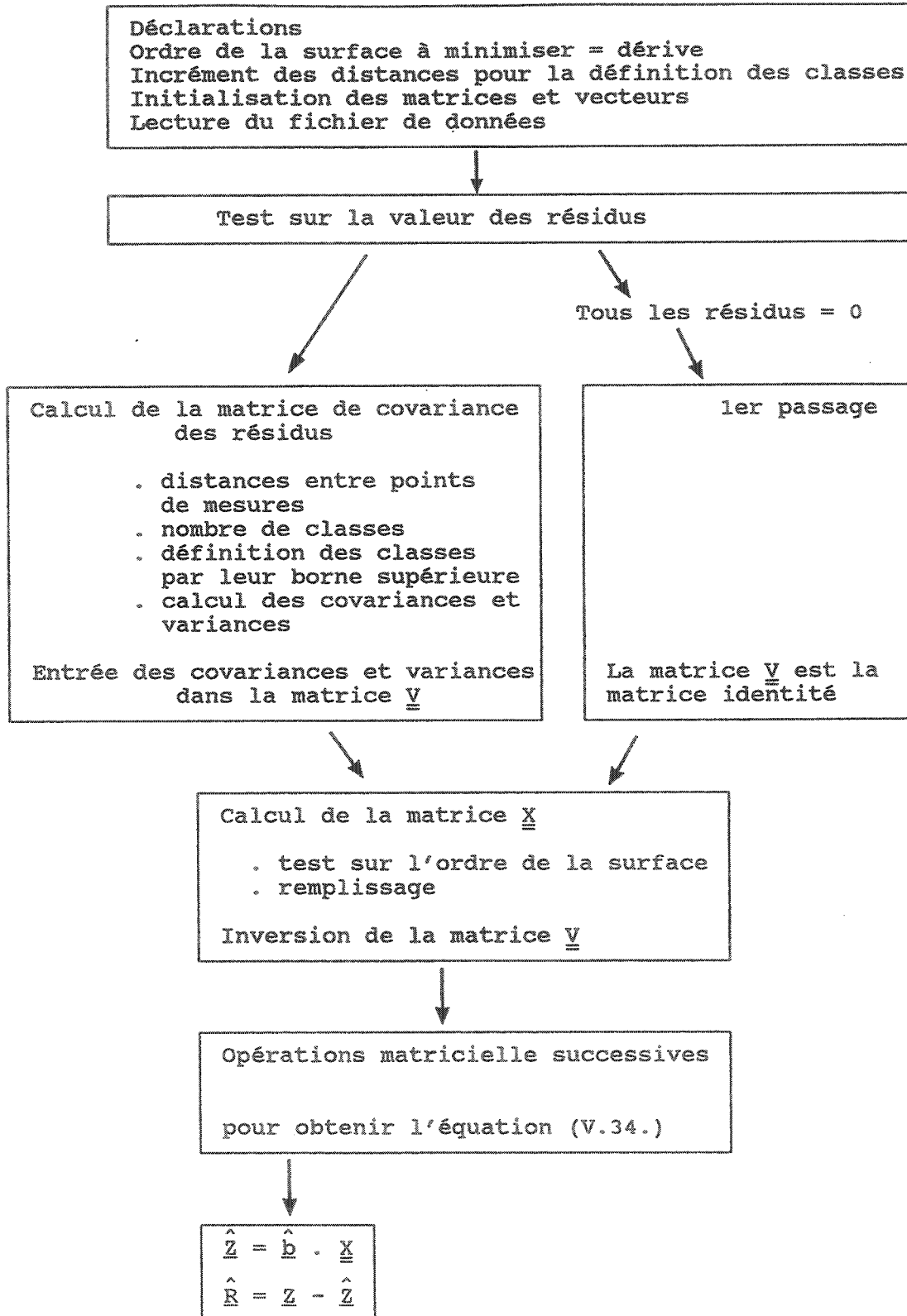


Tableau V.2. : Flow-sheet du programme RESDRIF

VI. MODELISATION 3D D'UNE NAPPE LIBRE EN REGIME TRANSITOIRE :

ETUDE DE LA NAPPE DE HESBAYE (BELGIQUE)

VI.1. INTRODUCTION

Située au Nord-Ouest de la Meuse près de Liège (Belgique, figure VI.1.), la zone étudiée s'étend sur 350 km² et correspond à la partie méridionale du bassin hydrographique du Geer. Limitée au Sud et à l'Est par le bassin versant de la vallée de la Meuse, sa bordure Sud-Ouest est constituée par la crête de partage avec le bassin versant de la Méhaigne. Le Geer est sa frontière Nord et la Yerne est l'affluent principal du Geer dans cette zone.

La nappe aquifère de Hesbaye est contenue dans les craies du Crétacé et assure l'alimentation en eau de la région de Liège, à partir de 45 km de galeries captantes et de nombreux puits. Le prélèvement moyen est de 60.000 m³/jour (Brixko, 1980).

En vue de pouvoir réaliser une "gestion dynamique" de l'aquifère du point de vue quantitatif, un modèle mathématique a été réalisé pour la Région Wallonne de Belgique (Ministère pour l'Eau, l'Environnement et la Vie Rurale). Un modèle par différences finies, utilisant le programme Newsam a été réalisé (Dassargues & al., 1987). Ensuite, un modèle par éléments finis a été établi en utilisant les derniers développements du code LAGAMINE (M.S.M.), exposés précédemment (IV.4.7.).

VI.2. CADRE GEOLOGIQUE, GEOMORPHOLOGIQUE, HYDROLOGIQUE ET HYDROGEOLOGIQUE

De bas en haut, les différentes unités géologiques sont les suivantes (Calembert, 1956) :

- les formations primaires du socle, affectées de failles. La principale, faille de Horion-Hozémont, met en contact les calcaires du Viséen (compartiment SE) et les schistes et grès du Silurien (compartiment NW). Elle a rejoué après les dépôts du Secondaire provoquant un rejet de plusieurs mètres de la base de l'aquifère ainsi qu'une fracturation plus intense au sein de celui-ci.
- les formations secondaires datant du Crétacé et constituées des horizons suivants (figure VI.2.) :
 - . la "smectite de Herve", couche d'argile calcaireuse indurée, formant le mur imperméable de l'aquifère;
 - . les craies blanches, d'une épaisseur moyenne de 20 m et dans lesquelles la circulation des eaux se fait par les réseaux de diaclases et fissures associées le plus souvent aux vallées sèches, failles et bombements du socle (Calembert, 1956).

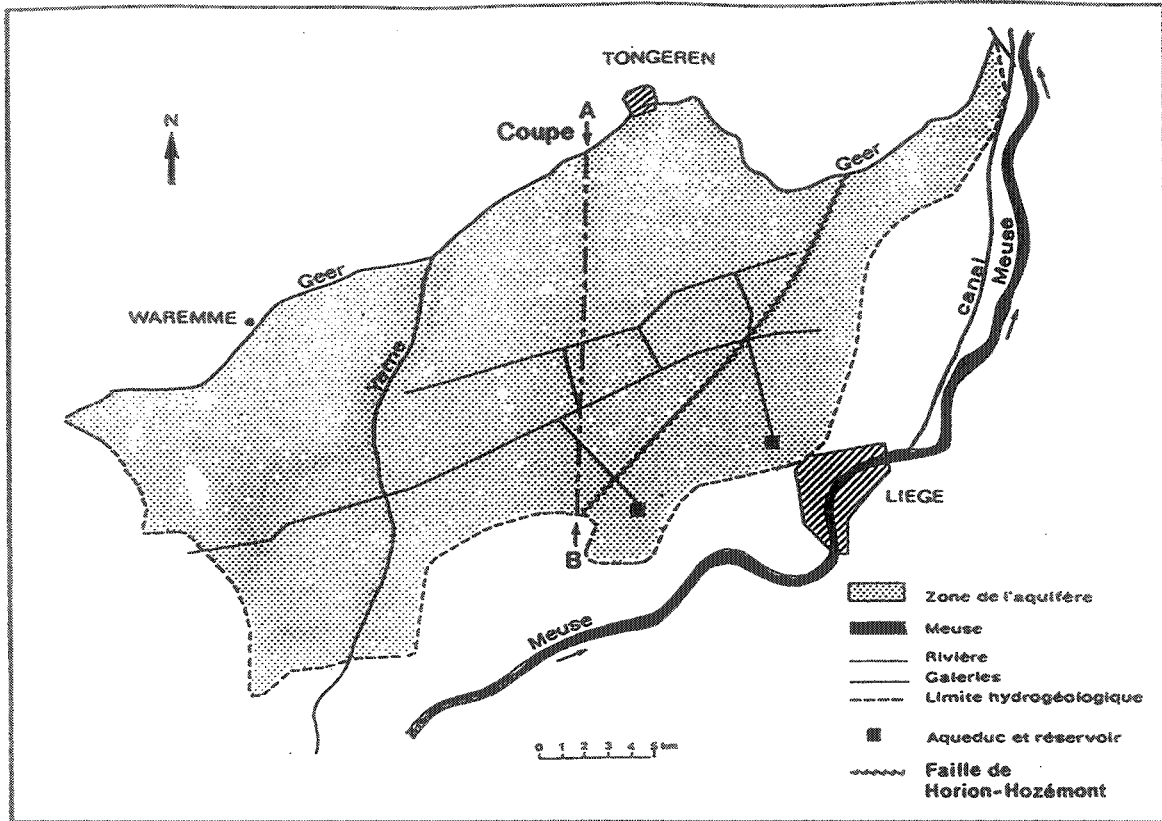


Figure VI.1. : Plan de situation

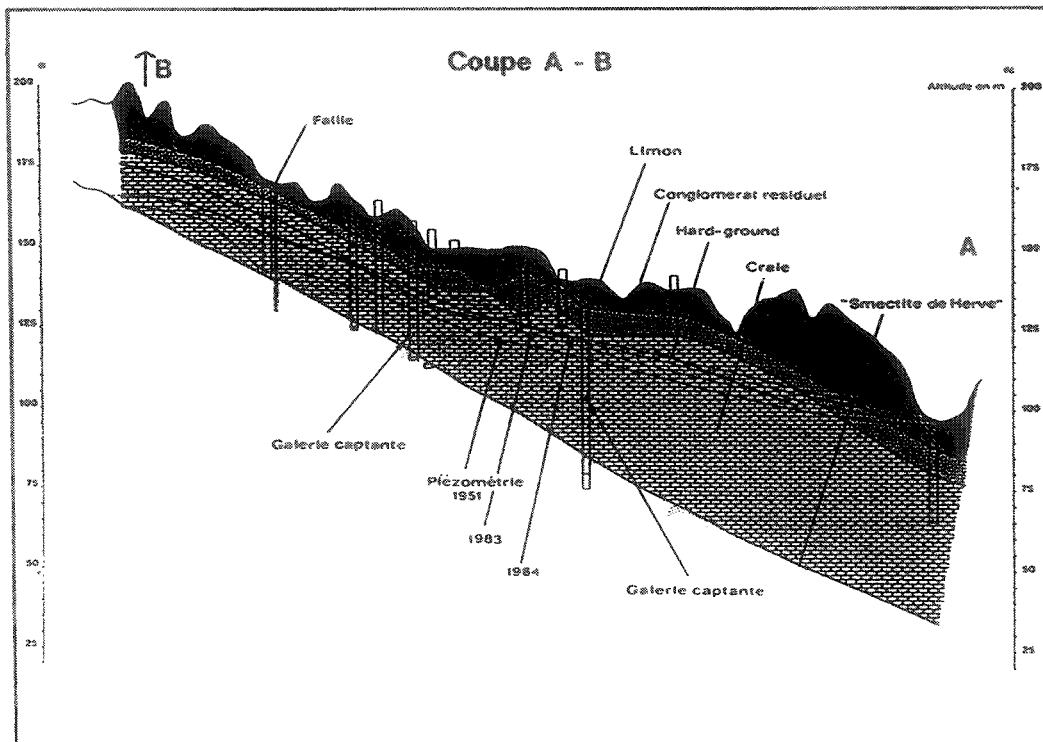


Figure VI.2. : Coupe géologique de la nappe de Hesbaye (coupe A-B)

- . le "hard-ground", un banc de craie indurée d'épaisseur souvent inférieure à 1 mètre.
 - . les craies grises et tigrées, regroupées sous le terme de "craie supérieure" totalisant de 10 à 15 m d'épaisseur. Leur perméabilité est supérieure à celle de la craie blanche suite aux phénomènes superficiels de détente et d'altération (Calembert, 1956 et Ghijsel, 1985).
 - . des tuffeaux et calcarénites à gros bancs de silex ayant subi d'intenses phénomènes d'altération conduisant à une surface supérieure du Crétacé fort irrégulière et à la formation d'un conglomérat résiduel à silex.
- les formations tertiaires et quaternaires représentées principalement par des lentilles sableuses, par les loess du Quaternaire épais de 2 à 20 mètres, et par les colluvions et alluvions récentes dans la vallée du Geer.

De nombreuses coupes géologiques ont été tracées ainsi que des cartes des isohypses des différentes couches.

Du point de vue géomorphologique, la surface topographique de la Hesbaye est en pente douce vers le N.NW. Le réseau hydrographique actif est peu dense mais de nombreuses vallées sèches de direction générale S-N définissent un réseau hydrographique fossile d'origine périglaciaire (gélifraction). L'assèchement de certains vallons résulte de la dissolution des craies au droit d'axes fracturés (figure VI.3.) induisant des augmentations de perméabilité.

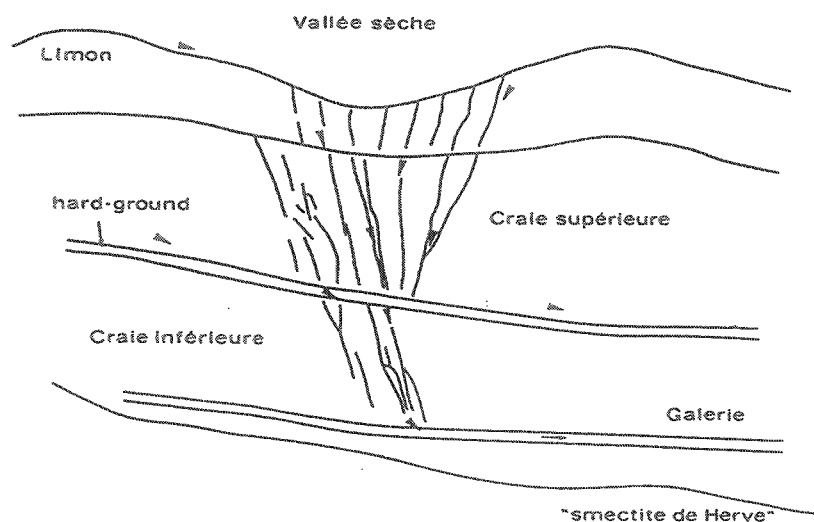


Figure VI.3. : "Vallées sèches"

Le bilan hydrologique de la nappe, pour la période entre 1951 et 1966, s'établit de la façon suivante (Monjoie, 1967) :

- pluviosité annuelle moyenne : P = 740 mm
- évapotranspiration réelle moyenne : ET = 525 mm
- infiltration annuelle moyenne : 175 - 275 mm
- débit annuel moyen du Geer : $52 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
soit
 $Q_{\text{Geer}} = 120 \text{ mm}$
- débit total des captages : 60 000 m^3 /
jour soit
 $Q_{\text{Capt}} = 65 \text{ mm}$
- emmagasinement annuel moyen : E = 15 mm
(durant la période étudiée)

$$\text{d'où } P = ET + Q_{\text{Geer}} + Q_{\text{Capt}} + E + \text{"pertes"}$$

$$740 = 525 + 120 + 65 + 15 + 15.$$

L'interprétation des résultats de près de 150 essais de pompage fournit les intervalles de valeurs suivantes pour les perméabilités (Dassargues et al., 1987) :

- pour les limons : $1 \cdot 10^{-9} < K < 2 \cdot 10^{-7} \text{ m/sec}$
- pour le conglomérat résiduel : $1 \cdot 10^{-5} < K < 8 \cdot 10^{-3} \text{ m/sec}$
- pour les craies supérieures (fracturées) : $2 \cdot 10^{-4} < K < 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/sec}$
- pour les craies inférieures (compactes) : $1 \cdot 10^{-5} < K < 5 \cdot 10^{-4} \text{ m/sec.}$

La porosité efficace (Castany, 1982) ou de drainage (de Marsily, 1986), déterminée par les essais de pompage et par observation des fluctuations de la surface piézométrique en fonction de l'infiltration efficace, serait de l'ordre de 5 %; elle dépasserait toutefois 10 % dans de nombreuses zones où la craie est plus fracturée et altérée.

Des retards importants sont constatés dans l'alimentation de la nappe par l'infiltration efficace.

Les données disponibles permettent une simulation en régime transitoire qui tiendrait compte de cet apport différé ainsi que de la forte hétérogénéité du réservoir en ce qui concerne les valeurs de porosité efficace.

VI.3. MODELE "QUASI 3D" PAR LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES

VI.3.1. SPECIFICITES DU PROGRAMME NEWSAM

Le programme Newsam a été développé par le Centre d'Informatique Géologique de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, afin de simuler numériquement des transferts de pression et de masse dans des aquifères multicouches.

Les principales spécificités du programme sont :

- la discrétisation du domaine d'intégration à l'aide d'un réseau de mailles carrées emboîtées, de quatre tailles différentes;
- l'idéalisation tridimensionnelle approchée ("quasi 3D") au moyen de couches aquifères superposées et communiquant par drainance verticale, via des semi-perméables représentés implicitement;
- l'imposition éventuelle de conditions aux limites de type Dirichlet, Neumann ou Fourier;
- la possibilité d'intégrer l'équation d'écoulement des nappes à surface libre par un processus itératif en régime permanent ou transitoire.

VI.3.2. IDEALISATION, DISCRETISATION ET CONDITIONS AUX LIMITES

La nappe a été initialement discrétisée à l'aide de mailles de 800 m de côté, ramenées à 400 m au voisinage des galeries et des principaux axes drainants.

On a obtenu ainsi à 1212 mailles, sensiblement orientées suivant les deux directions principales d'anisotropie de l'aquifère crayeux. Ce réseau de base a été utilisé :

- pour la modélisation, en aquifère monocouche et en régime permanent, des années 1951 et 1984 (années de basses eaux et de hautes eaux, permettant de caractériser la craie inférieure peu altérée et la craie supérieure altérée et fissurée);
- pour la modélisation, en aquifère bicouche (2424 mailles) de ces deux années .

Ensuite, la discrétisation a été considérablement modifiée, une représentation jusqu'ici implicite des galeries ne permettant pas de rendre compte correctement de l'influence et des caractéristiques de celles-ci, à savoir :

- elles induisent une direction principale d'anisotropie;
- les débits de captage sont très variables dans le temps et dans l'espace;
- les débits globaux de captage, relatifs à plusieurs tronçons de galerie sont les seules valeurs connues;
- des phénomènes de mise en charge et de réalimentation peuvent apparaître localement.

Une représentation explicite du réseau des galeries captantes a conduit à un modèle tricouche "quasi 3D" totalisant 4647 mailles réparties (du haut vers le bas) comme suit :

- une première couche de 1653 mailles (de 800 à 200 m de côté), idéalisant la craie supérieure altérée et fissurée (figure VI.4);
- une deuxième couche de 2576 mailles (de 800 à 100 m de côté, idéalisant la craie inférieure peu perméable (figure VI.5). Cette couche communique par drainance verticale via le hard-ground (quand celui-ci est présent) avec la couche supérieure;
- une troisième couche de 418 mailles (de 100 m de côté), simulant le réseau des galeries. Cette couche communique par drainance verticale avec la couche sus-jacente. Une telle configuration revient à considérer que le captage de l'eau a lieu par des galeries situées sous le réservoir crayeux. Des conditions de potentiel imposé (Dirichlet) sont imposées sur les limites de la nappe et sur la partie amont drainante de la Yerne.

VI.3.3. CALIBRATION, RESULTATS ET ANALYSE

Les principales étapes de la calibration et les résultats associés peuvent être résumés comme suit :

- calage approximatif d'un modèle monocouche sur la piézométrie de l'année 1951 (figure VI.6). Il requiert l'introduction de nombreux axes drainants. Ceux-ci correspondent pour la plupart à des "vallées sèches";
- calage approximatif d'un modèle monocouche sur la piézométrie de l'année 1984 (figure VI.7). Il nécessite une augmentation des transmissivités de la majeure partie de l'aquifère; ceci s'explique tant par la plus grande épaisseur d'aquifère saturé (+ 7 m en moyenne) que par l'augmentation de perméabilité correspondant au fait que la zone de battement de la surface libre de la nappe est maintenant dans la craie fracturée.

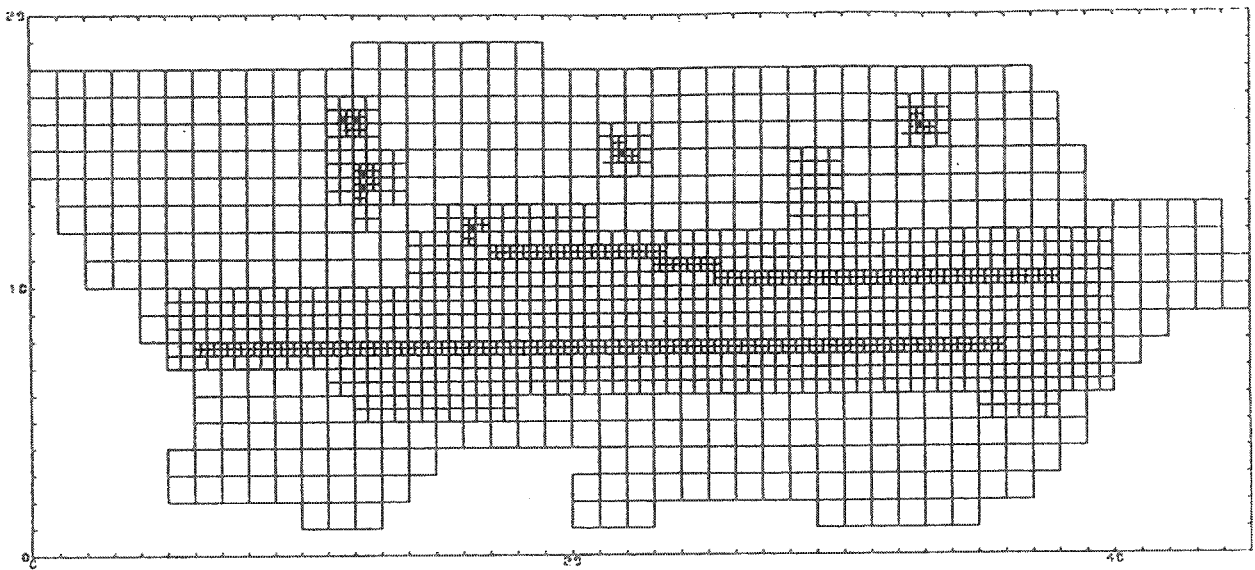


Figure VI.4. : Discrétisation pour le modèle utilisant la méthode des différences finies : couche supérieure, craie supérieure.

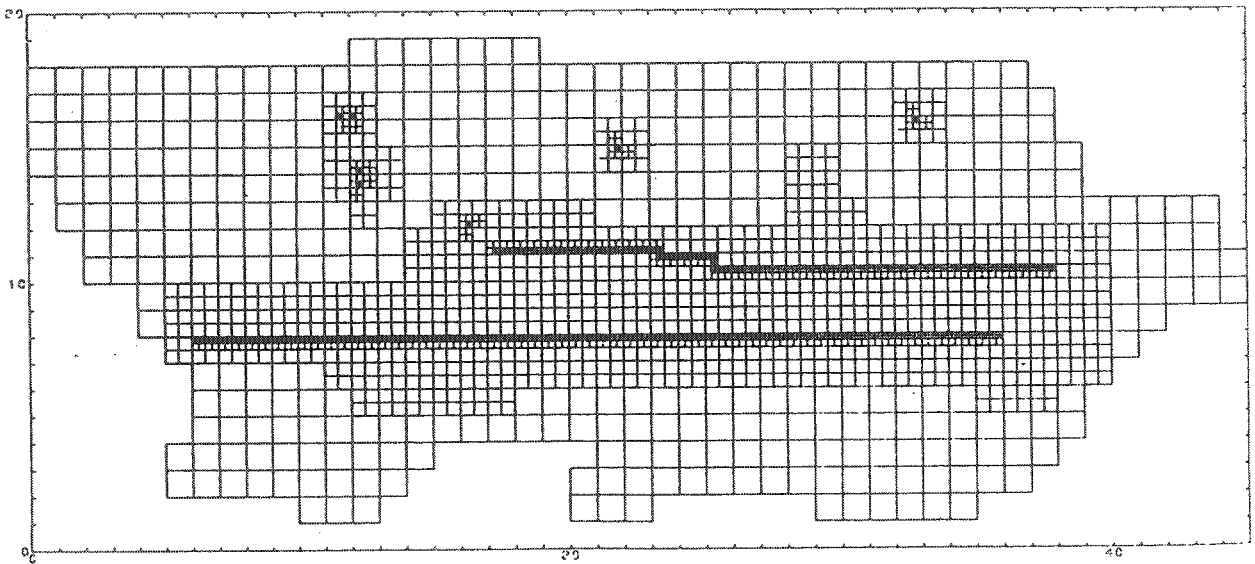


Figure VI.5. : Discrétisation pour le modèle utilisant la méthode des différences finies : couche inférieure de craie compacte.

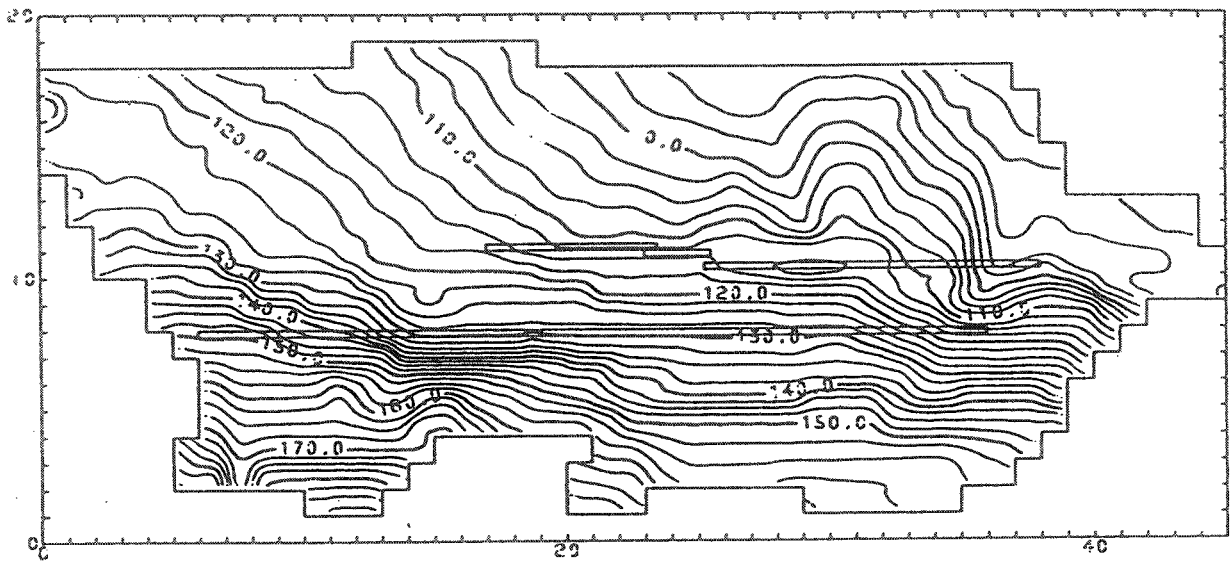


Figure VI.6. : Calibration du modèle monocouche sur la piezométrie de 1951.

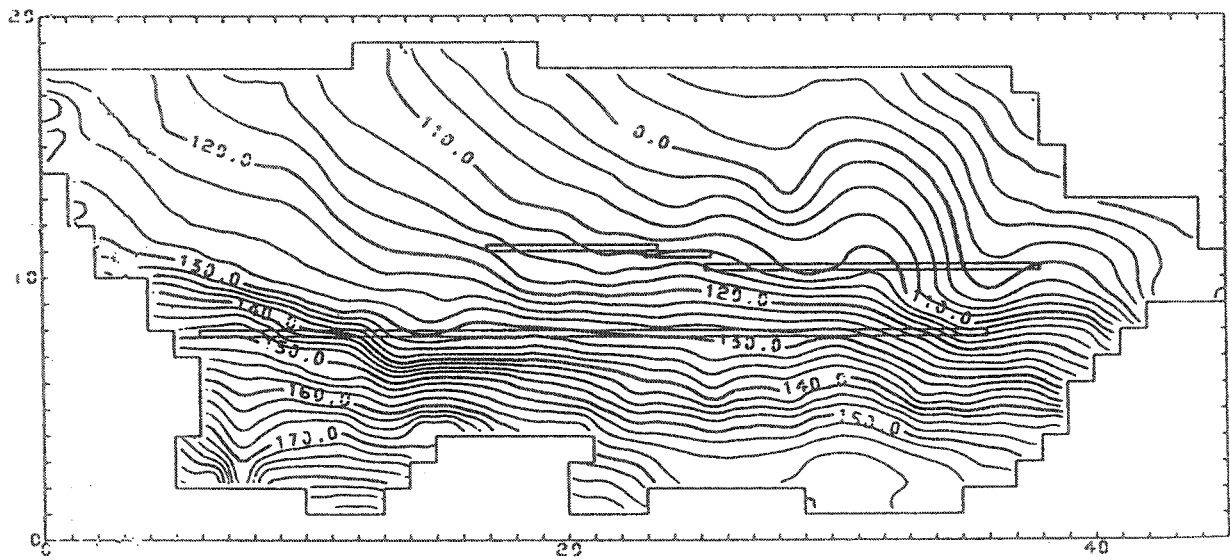


Figure VI.7. : Calibration du modèle monocouche sur la piezométrie de 1984.

Dans la partie orientale de l'aquifère, les transmissivités choisies sont incompatibles avec la réalité hydrogéologique.

Ensuite, la calibration du modèle tricouche, a été entreprise, discrétisant distinctement les craies supérieures, les craies inférieures et les galeries de captage, par rapport aux piézométries extrêmes de 1951 et 1984.

Cette calibration s'est avérée très délicate à cause notamment du rôle prépondérant joué par les coefficients de drainance verticale. Rappelons à ce sujet qu'entre les deux couches de craie, ces coefficients de drainance représentent implicitement le rôle joué par le hard-ground :

- lorsqu'il est présent, une perméabilité verticale 1000 fois inférieure à celle de la craie supérieure est utilisée dans le calcul du coefficient de drainance;
- lorsqu'il est absent, une perméabilité égale à celle des craies supérieures est utilisée;
- lorsqu'il est absent et qu'on se situe au droit d'une "vallée sèche", une perméabilité égale à celle des axes drainants est utilisée.

De plus, la représentation des galeries par des cellules de 100 m de côté, d'épaisseur unitaire et avec des perméabilités comprises entre 1 et 20 m/s reste peu satisfaisante.

Aucune calibration satisfaisante n'a donc pu être obtenue par cette méthode.

Les causes principales de cet échec sont liées aux hypothèses, restrictions et limitations imposées par l'emploi d'un code inapproprié au problème traité. Ces limitations affectent les résultats empêchant :

- la représentation précise (d'un point de vue géométrique) des axes drainants;
- la représentation explicite du hard-ground (sa délimitation exacte et sa prise en compte par une discrétisation précise réellement 3D);
- la représentation explicite et précise des galeries captantes (problème signalé précédemment);
- la représentation explicite et précise de la zone de la faille de Horion-Hozémont.

De plus, la simulation devrait être menée en régime transitoire.

Le manque de souplesse de la méthode traditionnelle, des différences finies (mailles rectangulaires) pour tenir compte de l'hétérogénéité d'un réservoir est illustrée : de nombreux contrastes de perméabilité de l'aquifère sont omis; les axes drainants sont définis par une succession de mailles progressant en gradins peu représentatifs de la réalité ... (Bolly, 1987)

VI.4. MODELE 3D EN REGIME TRANSITOIRE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La complexité des conditions géologiques et hydrogéologiques due à leurs hétérogénéités et leur géométrie, fait en sorte que pour la simulation de cette nappe libre et régionale, une discrétisation 3D souple et détaillée est nécessaire. La méthode des éléments finis convient tout particulièrement. Le code utilisé est le LAGAMINE développé au MSM, sur lequel la simulation des nappes libres en régime transitoire a été rendue possible par l'adoption d'une non linéarité affectant le coefficient d'emmagasinement (cfr (e), IV.4.7.).

VI.4.1. TESTS DE SIMULATION SUR UNE COUPE VERTICALE 2D

La coupe géologique verticale (coupe A-B, figure VI.1.) représentée à la figure VI.2. a été discrétisée avec un maillage fin et en distinguant 5 types de terrains (figure VI.8.). Un début de calage est réalisé avec les valeurs suivantes :

- craie inférieure	$K_{xx} = 2.10^{-4}$ m/sec	$S = 0.12$
	$K_{zz} = 2.10^{-5}$ m/sec	
- craie supérieure	$K_{xx} = 2.10^{-3}$ m/sec	$S = 0.12$
	$K_{zz} = 2.10^{-4}$ m/sec	
- hard-ground	$K = 2.10^{-7}$ m/sec	$S = 0.12$
- conglomérat	$K = 2.10^{-6}$ m/sec	$S = 0.12$
- limon	$K = 2.10^{-8}$ m/sec	$S = 0.12$

Les débits de captage et de réalimentation sont ramenés à des valeurs relatives à une tranche d'un mètre d'épaisseur. Les résultats trouvés ont montré une montée trop rapide de la nappe par rapport aux valeurs mesurées (de 1951 à 1984), malgré un choix de perméabilités horizontales 10 fois plus élevées que les perméabilités verticales dans les couches de craies.

Une discrétisation plus grossière (figure VI.9.) a été testée en utilisant comme précédemment des éléments isoparamétriques à 8 noeuds. L'évolution de la piézométrie mesurée en un point (d'abscisse X sur les coupes des figures VI.8. et VI.9.) pour les 2 discrétisations utilisées montre (figure VI.10.) que l'écart est très faible et que la perte de précision est peu significative en comparaison d'autres approximations réalisées dans la paramétrisation.

L'analyse bidimensionnelle de la coupe n'a pas été poursuivie car les difficultés de calibration sont sans doute dues à la non prise en compte des écoulements latéraux.

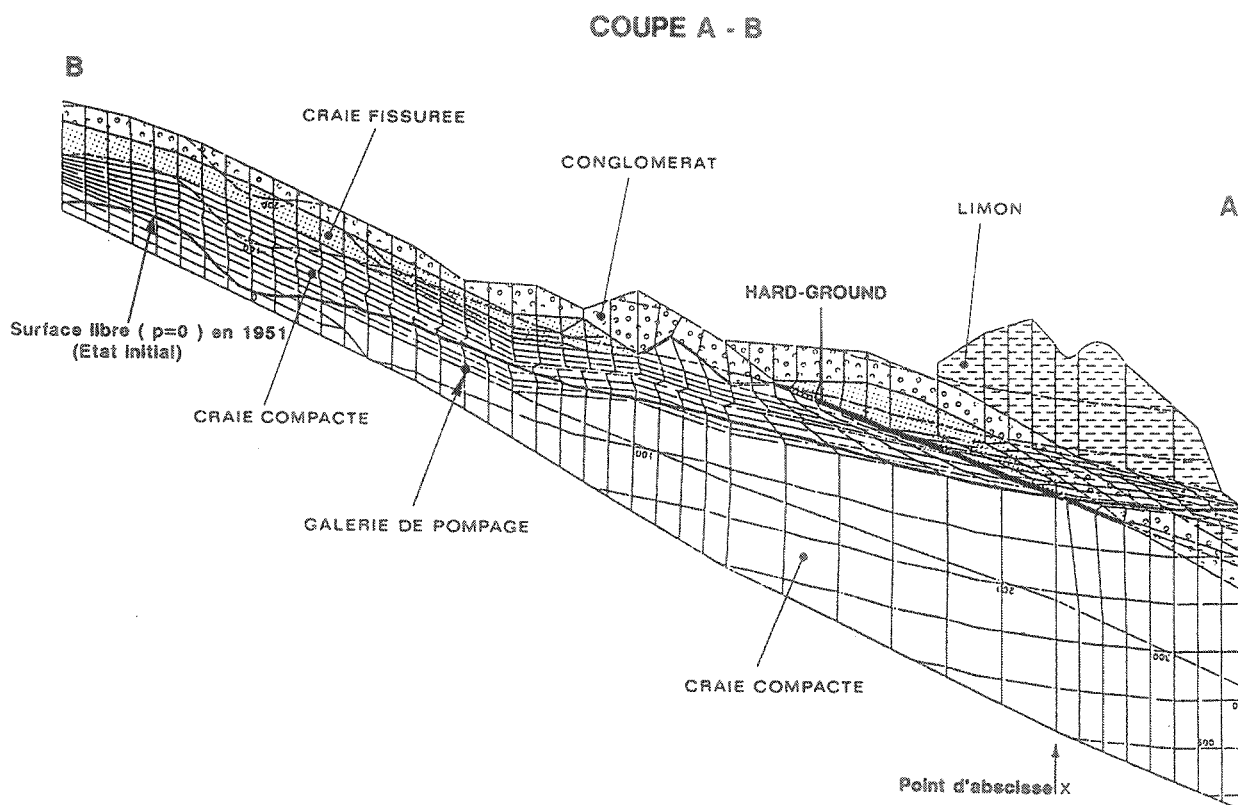


Figure VI.8. : Discrétisation d'une coupe verticale avec un maillage fin.

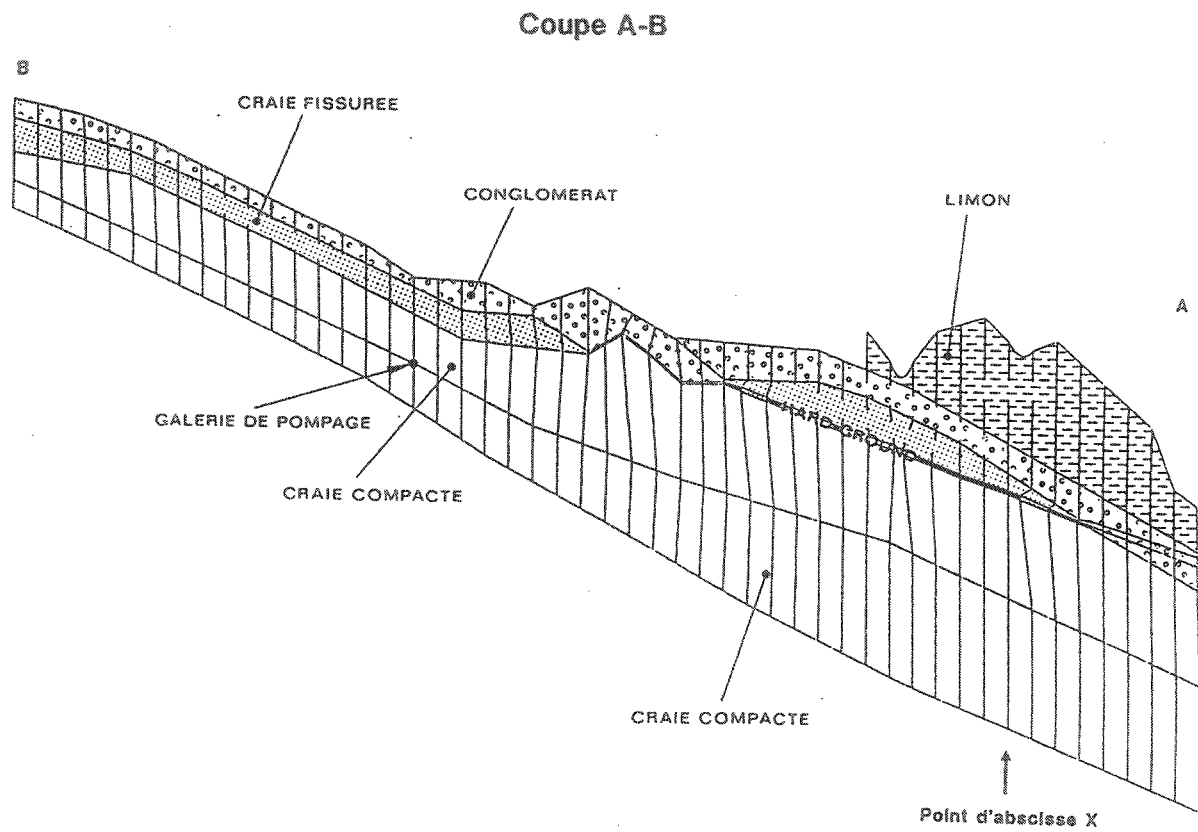


Figure VI.9. : Discretisation de la coupe A-B avec un maillage plus large.

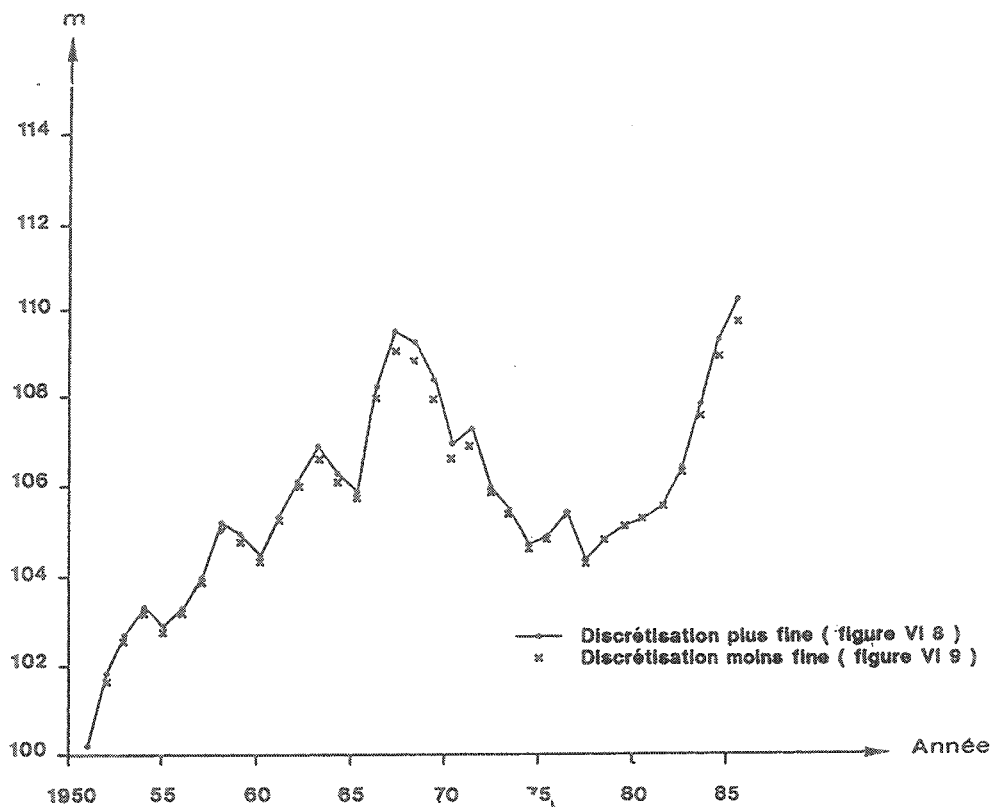


Figure VI.10. : Evolution de la piézométrie en un point d'abscisse X pour les deux discrétisations utilisées de la coupe A-B.

VI.4.2. MODELISATION 3D DE LA NAPPE

Description du modèle et de ses conditions aux limites

Les éléments utilisés dans le modèle 3D sont isoparamétriques à 3 dimensions et à 8 noeuds. Leurs arêtes sont des segments de droite. Les fonctions d'interpolation sont linéaires et satisfont la compatibilité des flux ainsi que la compatibilité géométrique entre les éléments.

La discrétisation 3D tient compte de nombreuses contraintes géométriques : emplacement des galeries et des puits de pompage, limites des différents horizons géologiques, failles importantes et limites hydrogéologiques du bassin.

Cinq couches de 534 éléments ont été distinguées, et donc 6 couches de noeuds. D'une couche de noeuds à la suivante, seule la coordonnée z change, ce qui permet une manipulation aisée des fichiers par l'emploi d'incrémentes. La figure VI.11. montrant la couche 4 du modèle, illustre la complexité du maillage utilisé.

La modélisation des galeries captantes est réalisé par l'utilisation d'"éléments tuyaux" à une dimension (figure VI.12.), affectés d'une perméabilité de 1000 et 10000 fois plus élevée que dans les éléments voisins. Un resserrement des mailles de la structure a été effectué à proximité des galeries en vue d'obtenir une bonne précision dans ces zones où la soustraction d'eau est importante.

Des conditions de potentiel imposé (condition de Dirichlet) ont été placées au Geer, à la limite Nord de la nappe, simulant le contact entre la nappe et la rivière (se traduisant par un niveau d'eau relativement constant égal au niveau de l'eau dans le Geer), correspondant à des flux d'infiltration de la nappe vers la rivière. Les simulations fourniront des flux calculés, la somme de ceux-ci sera comparée aux débits du Geer (débits corrigés, pour lesquels on a retiré la partie due au ruissellement) lors de la phase de calibration du modèle.

Sur les autres côtés, vu les échanges très faibles qui ont pu être estimés grâce aux simulations par différences finies (VI.3.), des conditions de flux nul (condition de Neumann) ont été choisies. En amont, ces conditions sont tout à fait justifiées car convenant bien à une limite du bassin hydrogéologique.

Des débits globaux sont imposés à la sortie des galeries de captage. De cette manière on laisse les flux entrer ou sortir en chaque noeud des éléments tuyaux (représentant ces galeries) en fonction des conditions hydrauliques locales.

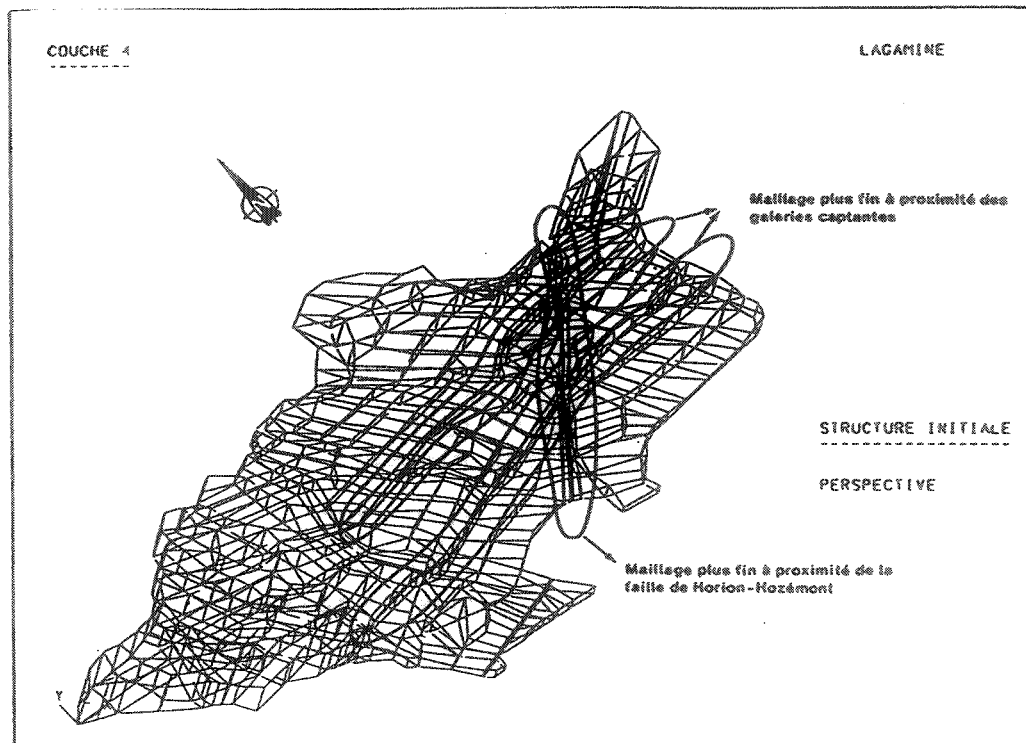


Figure VI.11. : La quatrième couche de la structure discrétisée.

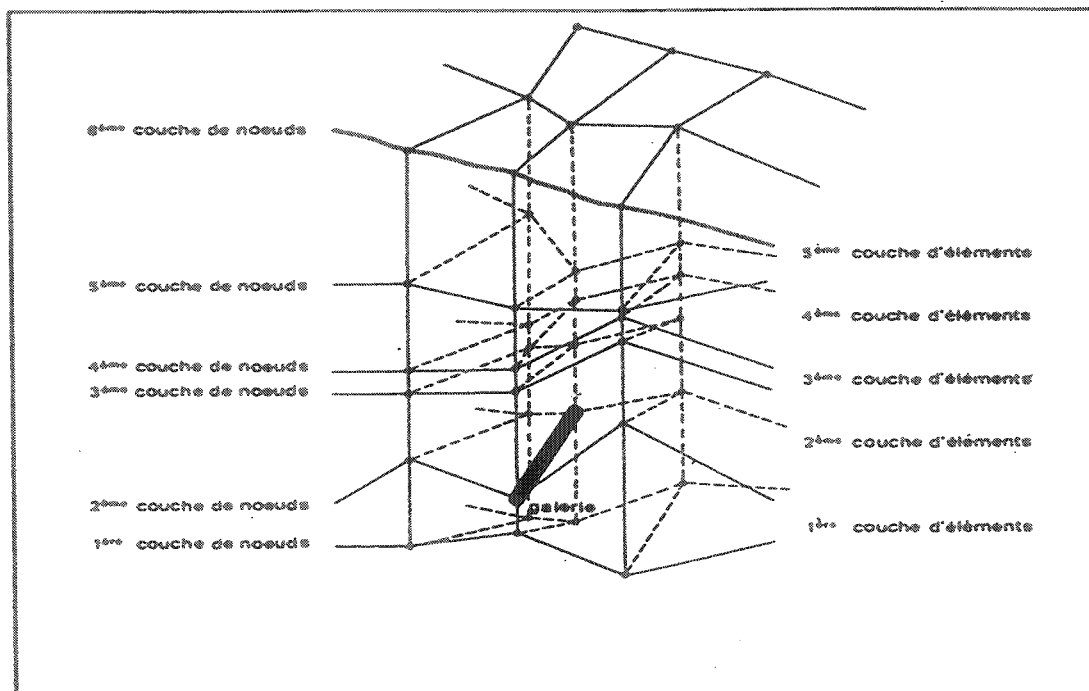


Figure VI.12. : "Eléments tuyaux" représentant les galeries.

Les paramètres hydrogéologiques sont définis via des matériaux (cfr IV.2.3.-).

Au départ du calage, on a distingué les différents matériaux sur base des résultats des essais de pompage. Leur répartition dans les différentes couches respecte au maximum les conditions géologiques et hydrogéologiques.

Le pas de temps a été fixé à un an compte tenu de la fréquence, le plus souvent annuelle, des mesures, et en particulier de la piézométrie. D'autre part, la dimension du problème permettrait difficilement d'utiliser des pas plus courts sur une durée de 33 ans (1951 à 1984).

La simulation en mode transitoire a débuté en 1951, avec comme condition initiale, la piézométrie de cette année.

Les débits captés chaque année dans les galeries et dans les puits durant la période 1951-1984 sont introduits ainsi que les valeurs de l'infiltration efficace, calculées sur base des données hydrométéorologiques.

Calibration, résultats et analyse

La calage est effectué en comparant les piézométries obtenues par le calcul, aux piézométries mesurées, avec coupes et points de contrôle choisis afin d'y comparer les niveaux calculés et mesurés (figure VI.13.).

Lors de cette calibration, les principales difficultés numériques rencontrées ont été les suivantes :

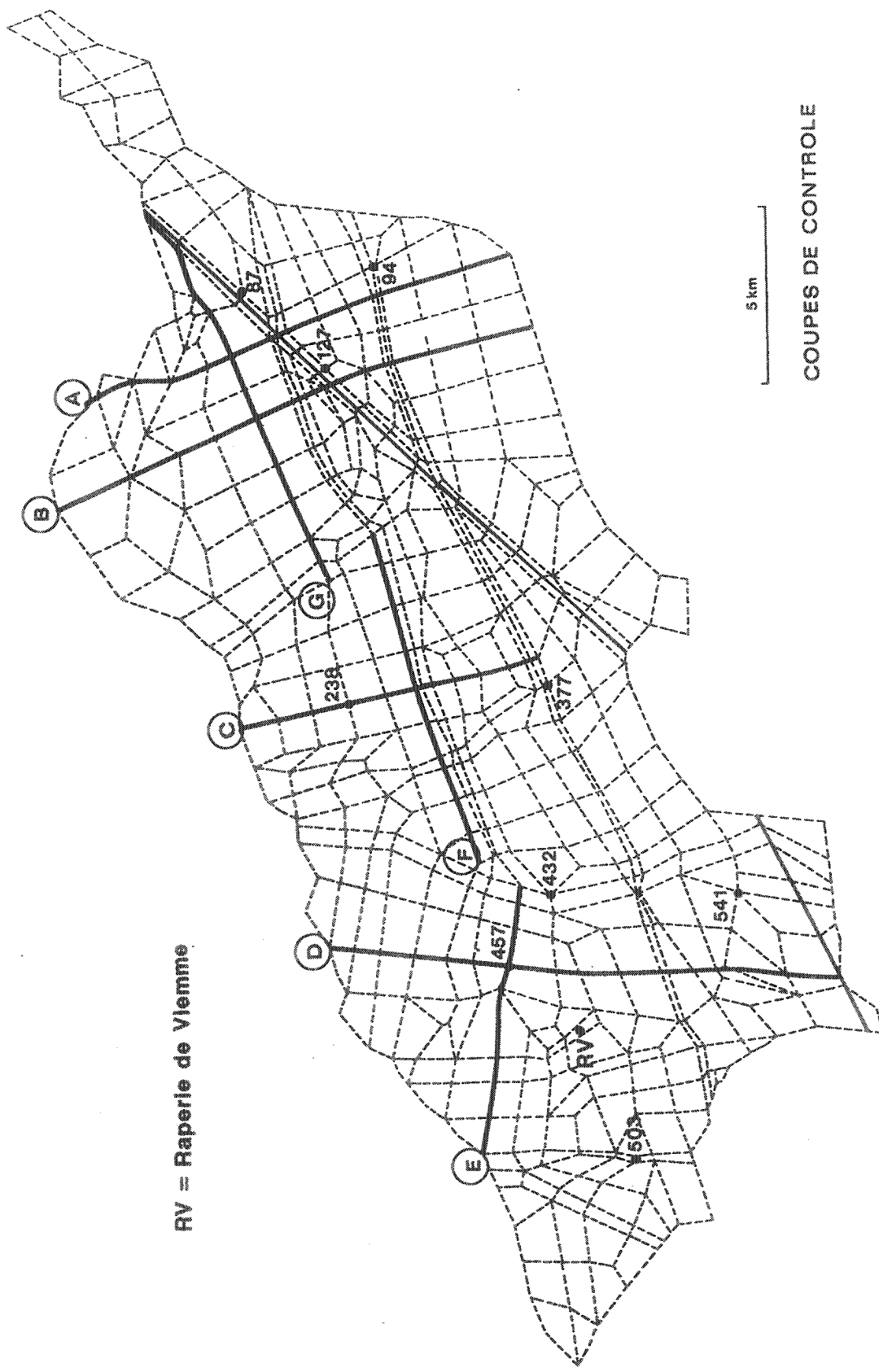
- l'introduction des débits d'infiltration, de manière compatible numériquement avec la façon de modéliser la surface libre; elle a été réalisée par l'addition d'éléments finis surfaciques spéciaux, induisant une infiltration uniforme.
- des contrastes de perméabilité très importants, entre le milieu poreux et les galeries, sont nécessaires afin de simuler réellement les écoulements dans ces galeries. Ces contrastes ont dû être limités à 10^3 alors qu'on aurait souhaité les imposer à 10^4 . Il s'en est suivi l'observation de rabattements calculés artificiels, localisés au droit des noeuds où ont été imposés les débits sortant des galeries.

Par la suite, la calibration du modèle a consisté principalement en la détermination des valeurs des paramètres hydrodynamiques de chaque matériau, la définition de matériaux supplémentaires, des changements de matériau pour certains éléments, etc., afin que les valeurs des piézométries et des gradients calculés par le modèle soient proches des valeurs mesurées pour la période comprise entre 1951 et 1984.

Les modifications suivantes ont été apportées :

- les valeurs de la perméabilité et du coefficient d'emménagement de tous les matériaux ont été adaptées,
- une valeur de perméabilité différente a été affectée dans une zone de craie fracturée située à l'amont-Ouest de la zone étudiée,
- l'effet d'une vallée sèche a été diminué et une nouvelle vallée sèche a été introduite dans la zone Nord-Est.

La figure VI.14. présente les variations des débits entrant (infiltration efficace moyenne) comparées aux débits de sortie calculés par le modèle. La figure VI.15. reprend les "entrées" et "sorties" en valeurs cumulées.



RV = Raperie de Viemme

COUPES DE CONTROLE

5 km

Figure VI.13. : Coupes et points de contrôle dans la structure.

INFILTRATION --DEBIT DU GEER -- POMPAGE

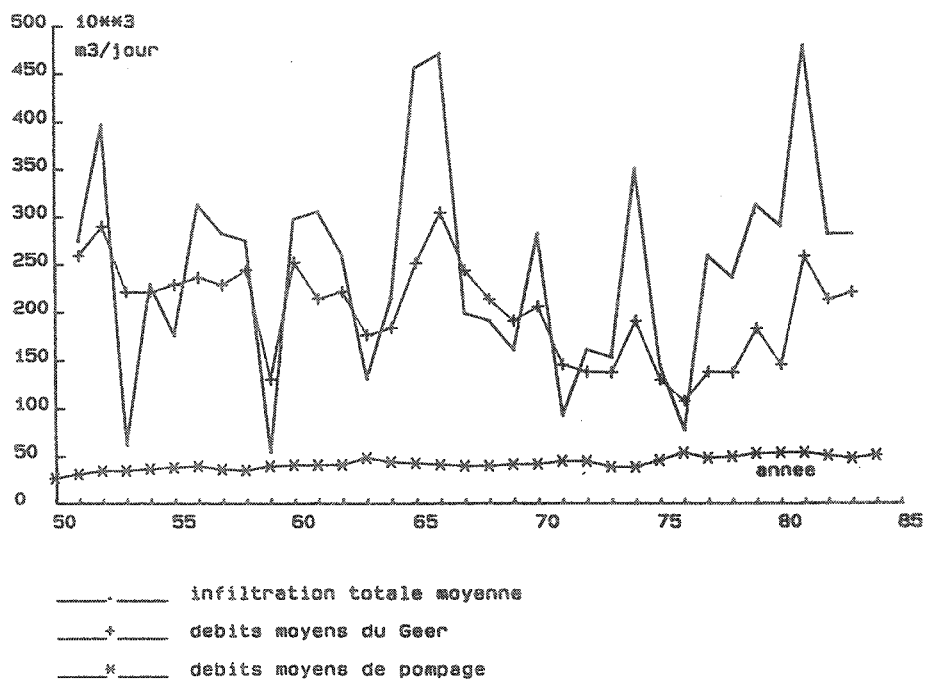


Figure VI.14. : Débits entrant et sortant, en valeurs moyennes annuelles.

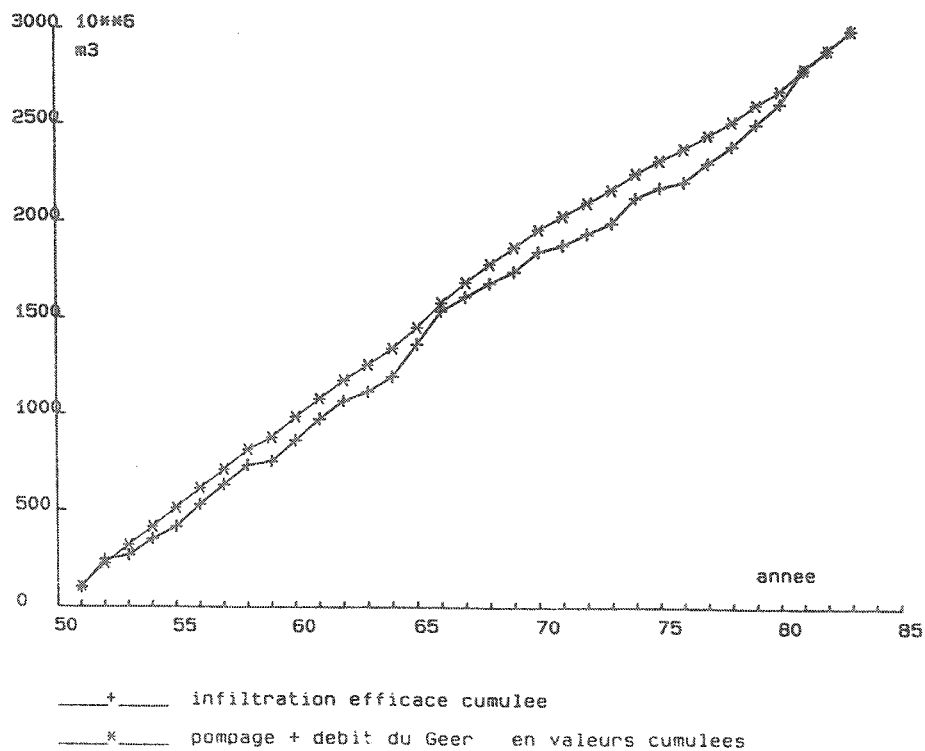


Figure VI.15. : Débits entrant et sortant en valeurs cumulées.

Après modifications, les caractéristiques hydrodynamiques de fin de calage sont :

- matériau 1 : craie compacte $K = 2.10^{-4}$ m/s et $S = 0.10$
- matériau 2 : vallées sèches $K = 4.10^{-3}$ m/s et $S = 0.12$
- matériau 3 : hard-ground $K = 8.10^{-5}$ m/s et $S = 0.08$
- matériau 4 : craie fracturée $K = 5.10^{-4}$ m/s et $S = 0.12$
- matériau 5 : alluvions et conglomérat résiduel $K = 1.10^{-5}$ m/s et $S = 0.15$
- matériau 6 : conglomérat et limon $K = 1.10^{-6}$ m/s et $S = 0.075$
- matériau 7 : remplissage de la faille $K = 2.10^{-3}$ m/s et $S = 0.10$
- matériau 1 : craie fracturée, zone amont-ouest $K = 2.7 \cdot 10^{-3}$ m/s et $S = 0.12$
- matériau 9 : nouvelle vallée sèche au N-E à proximité de la faille $K = 2.10^{-3}$ m/s et $S = 0.12$

Les figures VI.16., VI.17. et VI.18. présentent la répartition (de bas en haut) de ces matériaux dans les différentes couches du modèle .

La calibration est satisfaisante mais dans certaines zones, des différences entre niveaux piézométriques calculés et mesurés de plus de 5 m sont constatées. Les grandes tendances piézométriques sont bien représentées et une précision acceptable est atteinte en comparaison des imprécisions inhérentes au réseau de piézomètres de mesure.

La figure VI.19. montre les piézométries calculées de 1966 et 1984. Des cartes de flux pour toutes les couches et à toutes les années, permettent une bonne visualisation des écoulements principaux et des axes de drainance (figure VI.20.).

Le modèle peut être utilisé à des fins prévisionnelles pour permettre le calcul des flux et de la piézométrie correspondant à tout nouveau schéma de pompage et d'infiltration.

Des mesures piézométriques plus nombreuses dans le temps et dans l'espace permettraient d'affiner la calibration du modèle. Malheureusement ces mesures sont au contraire devenues beaucoup plus rares, voire inexistantes depuis 1986, car les relevés piézométriques réguliers ne sont plus effectués.

D'autre part, comme les gradients piézométriques sont mieux représentés que les valeurs absolues des niveaux, le modèle constituera la trame convective 3D de toute simulation ultérieure de la dispersion de polluants (thèse en cours de P. Biver, L.G.I.H.-M.S.M.).

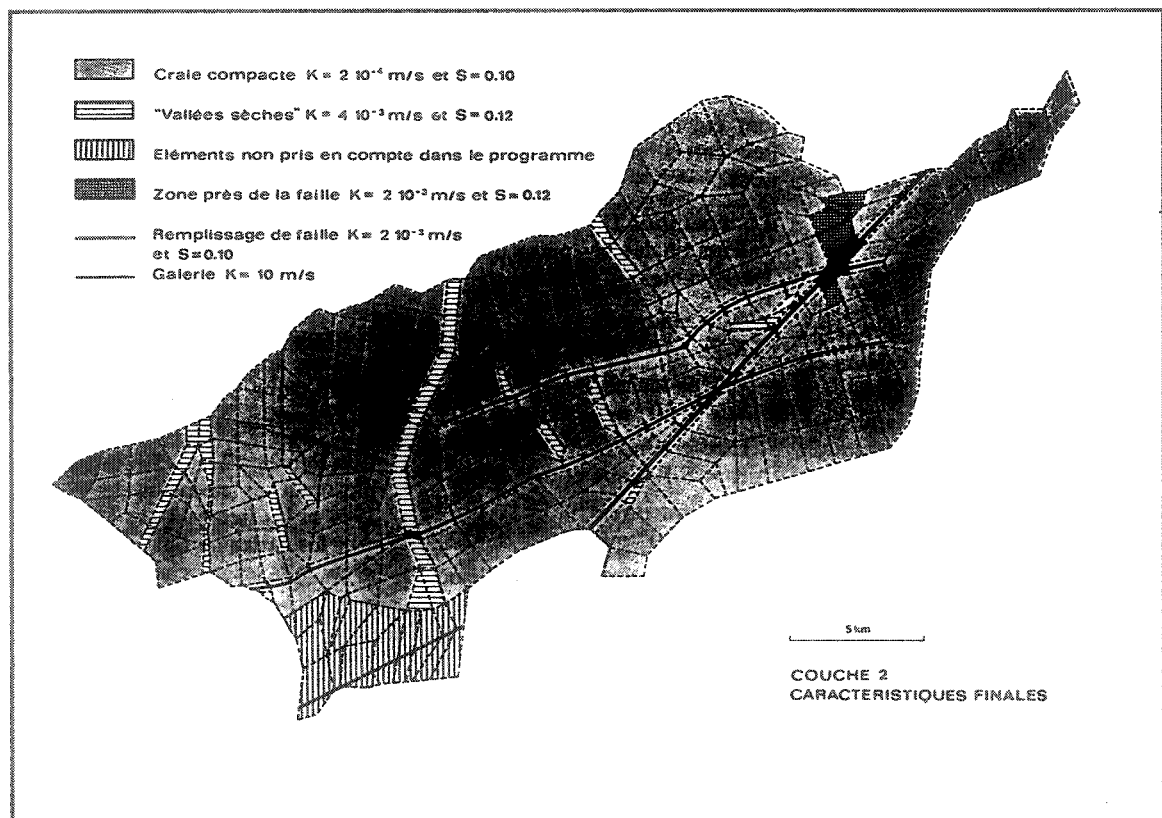
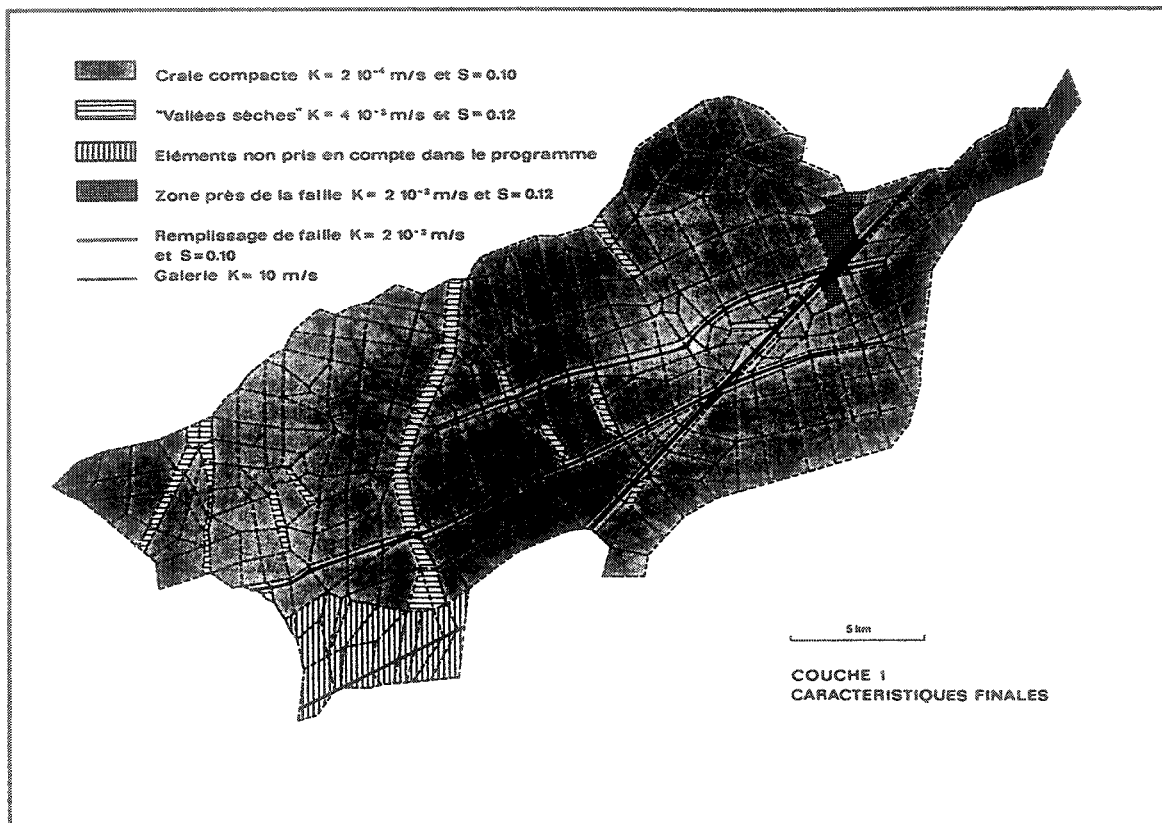


Figure VI.16. : Caractéristiques finales dans les couches 1 et 2, composées essentiellement de craie compacte.

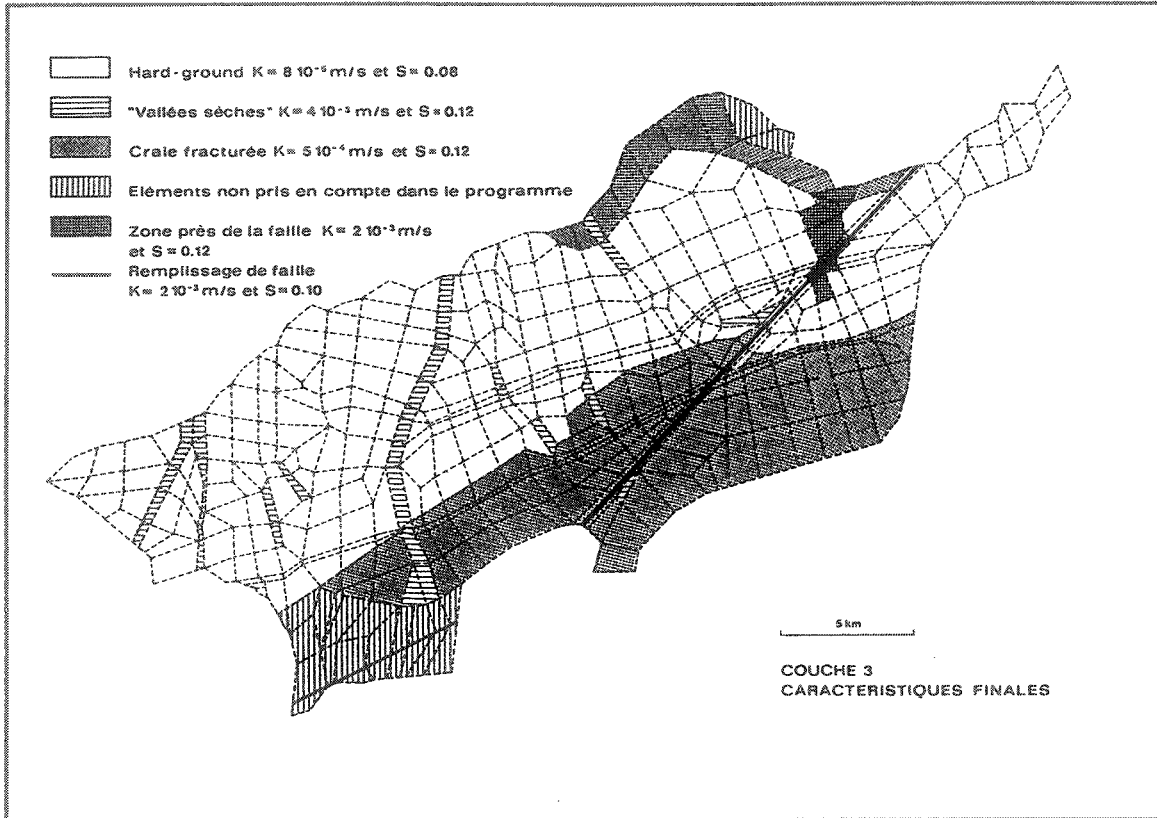


Figure VI.17. : Caractéristiques finales dans la couche 3, composée essentiellement du "hard-ground".

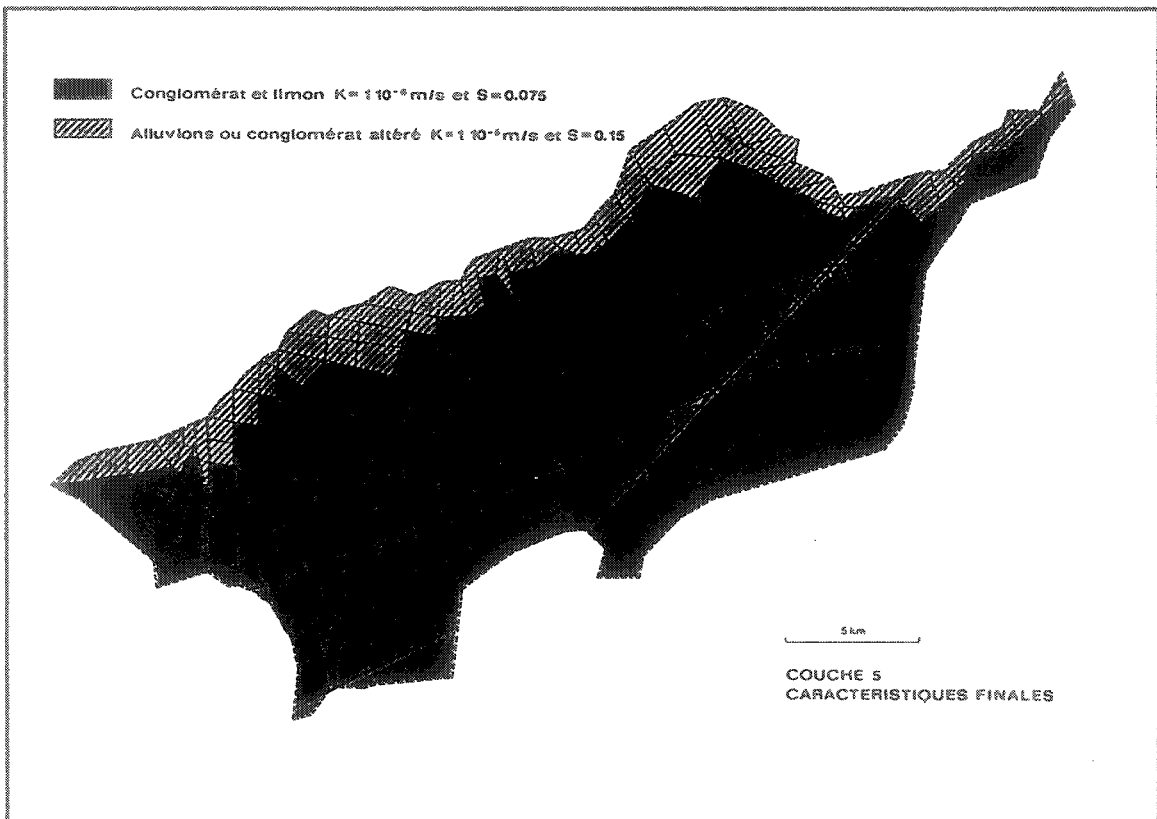
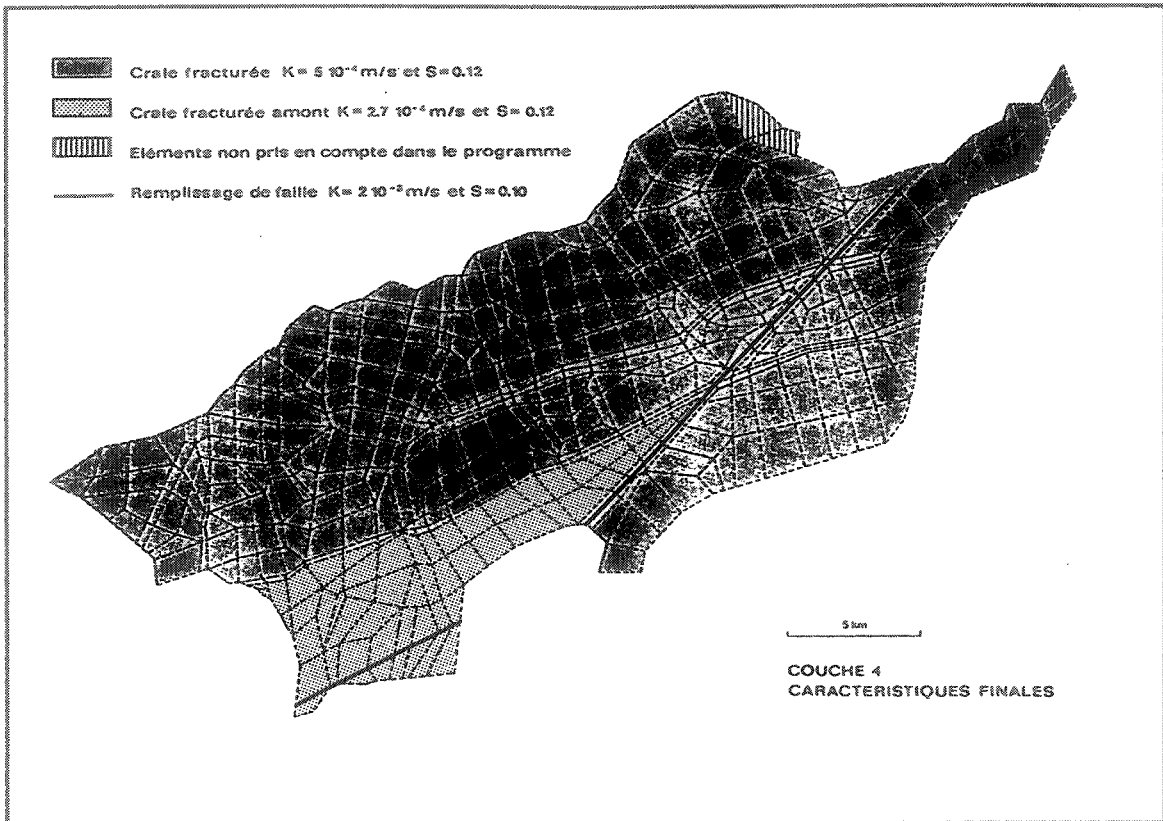


Figure VI.18. : Caractéristiques finales dans les couches 4 et 5, essentiellement composées respectivement de craies fracturées, et de conglomérat et limon.

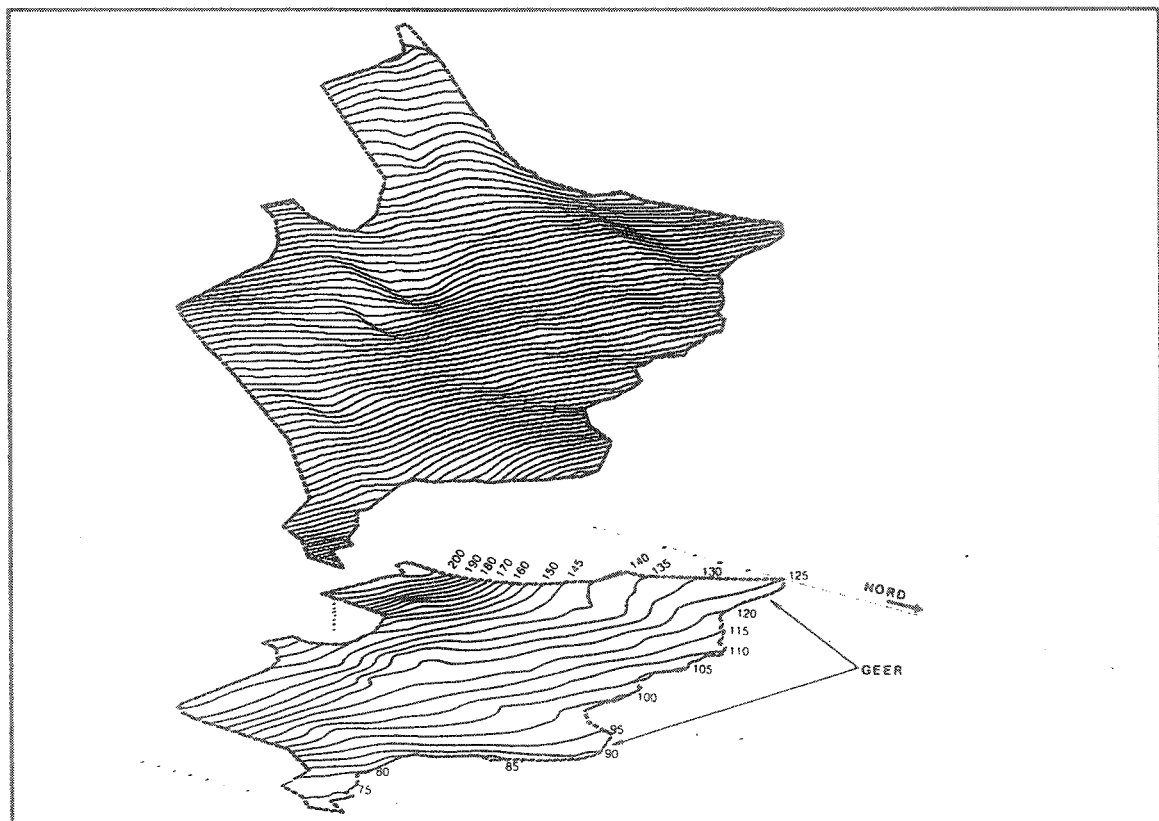


Figure VI.19. : Piezométries calculées pour les années 1966 et 1984.

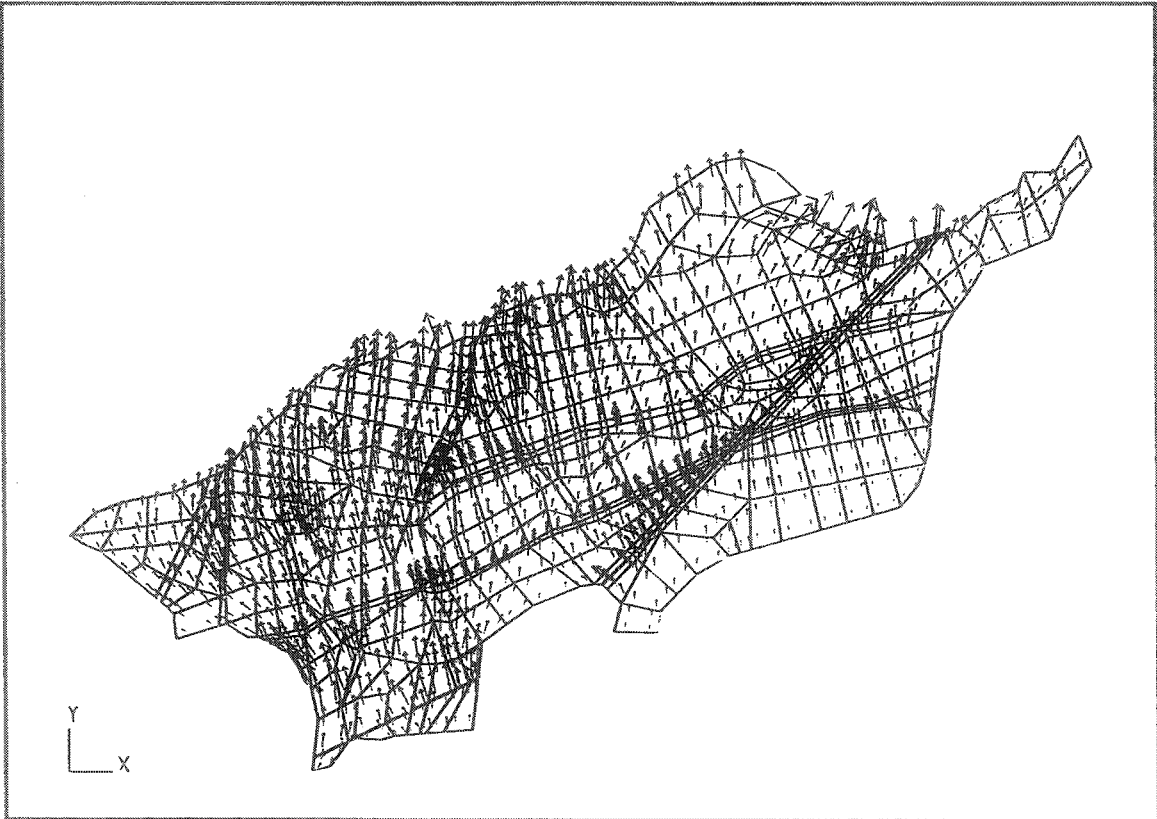
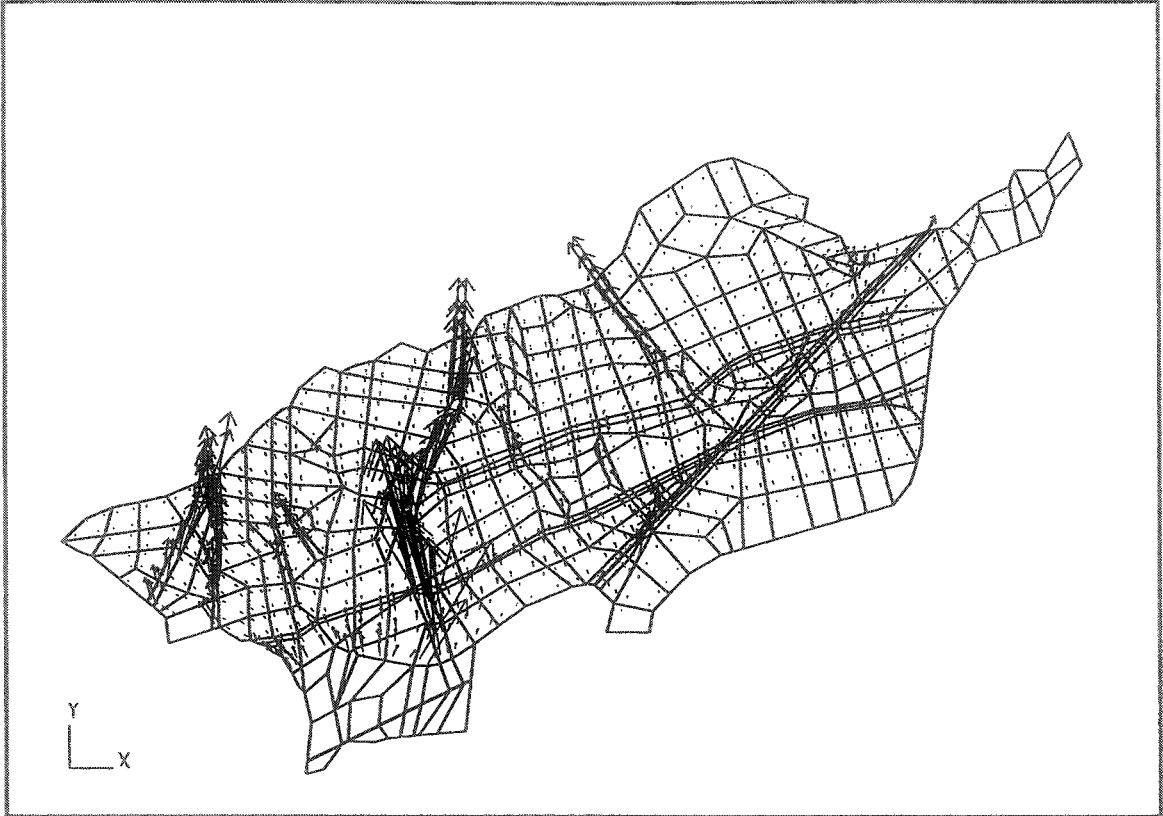


Figure VI.20. : Cartes des flux calculés dans la couche 2 et la couche 4 en 1966.

VI.5. CONCLUSIONS

En conclusion, l'étude de la nappe de la Hesbaye, permet de tirer les enseignements suivants :

- a) Du choix de la méthode numérique et du degré de souplesse de celle-ci, ainsi que du code utilisé, dépendent les principales options ramenant le système réel à un système idéalisé reproduisant plus ou moins bien le comportement réel. Dans le cas de la simulation de la nappe de Hesbaye, l'hétérogénéité du domaine à modéliser ainsi que le rôle prépondérant joué par des axes drainants préférentiels, des galeries de pompage et la faille de Horion-Hozémont, justifient pleinement l'utilisation de la méthode des éléments finis qui possède la souplesse nécessaire pour simuler des domaines aussi complexes. Par contre, la méthode des différences finies, dans sa forme classiquement utilisée en hydrogéologie (cellules rectangulaires éventuellement emboîtées), n'offre pas assez de souplesse géométrique pour simuler correctement le problème.
- b) La calibration d'un modèle régional, sur une longue période est une procédure fastidieuse, longue et forcément toujours imparfaite. Dans le cas de la modélisation de la nappe de Hesbaye, la calibration par la technique classique de "trial and error" a été arrêtée lorsque les résultats sont jugés suffisamment précis par rapport à la précision et la densité des mesures. Cette calibration a été réalisée sur une période de 34 ans. Néanmoins, si nécessaire, une calibration plus détaillée pourrait être poursuivie dans certaines zones.
- c) Les conditions aux frontières doivent être choisies de telle manière qu'elles n'influencent pas ou peu les résultats de la simulation, tout en étant en accord avec les processus physiques représentés. Dans notre cas, le choix des conditions aux limites extérieures du modèle est évident : potentiel imposé au contact de la rivière (le Geer) en aval; flux nul aux limites du bassin hydrogéologique en amont et flux nul latéralement, les écoulements étant quasi parallèles à ces frontières. Pour les galeries de captage, l'imposition d'un potentiel est inadéquat pour représenter leur rôle, par contre l'imposition des débits totaux relatifs à chacun des tronçons de galerie est plus conforme à ce qui se passe en réalité, si leur représentation géométrique correspond elle aussi à la réalité. Par l'emploi d'éléments "tuyaux" et l'imposition des débits totaux de sortie, les processus sont simulés de façon très précise.
- d) La comparaison d'une approche "quasi 3D" par empilement de couches aquifères séparées par des horizons représentés implicitement par des coefficients de drainance et d'une approche réellement 3D, a clairement démontré les limitations de la première approche. Celle-ci est même totalement inadéquate lorsque le problème est caractérisé par quelques hétérogénéités et irrégularités géométriques.

VII. MODELE ECOULEMENT-TASSEMENT COUPLE ET NON-LINEAIRE : ETUDE DE LA SUBSIDENCE DE SHANGHAI (R.P. CHINE)

VII.1. INTRODUCTION

La ville de Shanghai est située à 70 km environ de la côte, dans la vaste plaine côtière limitée par la Mer de Chine orientale et le Yangtsé.

Elle est traversée du Sud au Nord-Est, par le fleuve Huang-Pu de 300 à 500 mètres de large, et de l'Ouest jusqu'à celui-ci par son affluent le Suzhou Creek de 40 à 60 mètres de large. Le Huang-Pu se jette dans le Yangtsé 15 km plus au Nord.

Cette région est constituée de dépôts sédimentaires récents, montrant différentes caractéristiques dépendantes du système estuarien qui prévaut à l'embouchure du Yangtsé en Mer de Chine. Le sous-sol est composé de terrains meubles sablo-silto-argileux, peu consolidés sur des épaisseurs d'environ 300 m, reposant sur un bed-rock induré.

Depuis 1920, les couches sableuses peu profondes sont exploitées par des pompages d'eau souterraine. Le principal aquifère sollicité est une formation de sables fins située entre 60 et 80 m de profondeur, sous des terrains semi-perméables argileux, peu consolidés et au contenu important en matières organiques. Ces derniers sont donc compressibles et les baisses de pression interstitielle ont provoqué, depuis 1920, des tassements totaux mesurés en surface de l'ordre de 1.5 à 3.0 m. Le taux annuel maximum de subsidence a été atteint entre 1956 et 1959 avec environ 98 mm/an. Depuis 1962, des réinjections d'eau en hiver, utilisant les mêmes puits que pour le pompage de l'été, ont contribué à freiner l'évolution des tassements mais une subsidence annuelle d'environ 3 mm/an est encore enregistrée actuellement. Bien que depuis quelques années, des pompages ont également été effectués dans d'autres aquifères situés plus profondément, il est généralement considéré que l'essentiel des tassements est dû à la consolidation des couches comprises entre l'aquifère principal et la surface.

Une étude scientifique menée conjointement par le Bureau de Géologie de Shanghai, le Service Géologique de Belgique et les L.G.I.H. de l'Université de Liège, financée par le S.P.P.S. (Service de Programmation et de la Politique Scientifique) en Belgique et le Ministère de la Géologie en Chine, a permis d'aborder les aspects sédimentologiques, hydrogéologiques et géotechniques. A la suite de quoi, un modèle écoulement-tassement couplé et non linéaire, de la subsidence de Shanghai a été réalisé à l'Université de Liège par les L.G.I.H., associés au M.S.M..

VII.2. CONDITIONS GEOLOGIQUES, HYDROGEOLOGIQUES ET GEOTECHNIQUES

VII.2.1. GEOLOGIE, SEDIMENTOLOGIE (Baeteman, 1989)

La plaine côtière du Yangtsé est une zone où les processus de sédimentation, dominés par l'influence des courants marins côtiers, ont prévalu durant tout le Quaternaire. Le déplacement, au cours du temps, de l'emplacement de l'estuaire du fleuve a contribué au dépôt de séquences de diverses couches argilo-sableuses intercalées.

Le même type de conditions estuariennes de sédimentation est rencontré au même endroit durant diverses transgressions marines, déposant par conséquent le même type de sédiments.

Toutes les corrélations et interprétations géologiques qui suivent, sont basées sur des observations provenant de forages carottés, de diagraphies (γ -ray, γ - γ et neutron-neutron) ou de C.P.T (Cone Penetration Test). Des coupes lithologiques telles que celles reprises aux figures VII.1. et II.16 ont été tracées. Il y apparaît que les dépôts du Pléistocène supérieur des Shanghai sont caractéristiques d'une transition d'un environnement estuarien à un environnement sédimentologique fluvial.

Le sommet de la couche sableuse appelée 2ème aquifère (aquifère principal d'exploitation), est situé à environ 70 m de profondeur; cette couche a été déposée en conditions estuariennes. Elle est surmontée par une couche argileuse compressible, montrant des caractéristiques de conditions sédimentologiques subtidales ou intertidales; elle est appelée 3ème couche compressible. La dernière entité déposée en environnement estuarien est à nouveau composée de sables graduellement remplacés par des silts et des sables fluviaux; cette couche est appelée 1er aquifère. Dans la partie Sud de la zone étudiée, les 1er et 2ème aquifères sont en connexion vu l'absence de la 3ème couche compressible à cet endroit. La fin de la séquence fluviale est marquée par l'apparition d'un bassin d'inondation argileux conjugué à un niveau marin bas. Ce niveau argileux, connu sous le nom de "Dark Green Stiff Clay" (D.G.S.C.) se différencie des autres couches par de bonnes caractéristiques géotechniques associées à la surconsolidation qu'il a subi notamment par désaturation complète. A certains endroits, ce niveau est absent; deux raisons peuvent l'expliquer :

- lors du dernier déplacement latéral du Yangtsé, un dernier bassin d'inondation n'a pas eu le temps d'être formé à l'endroit occupé précédemment par le fleuve ;
- au début de l'ère post-glaciaire (Holocène) qui a suivi, les nouvelles conditions climatiques ont provoqué l'érosion par le fleuve de sa plaine inondable.

Durant l'Holocène, un environnement à nouveau estuarien a provoqué le dépôt d'argiles silteuses :

- dépôts supratidaux correspondant à la 2ème couche compressible;
- dépôts de slikke correspondant à la 1ère couche compressible. Ces dépôts sont très compressibles et boueux ;
- à certains endroits, des lentilles silto-sableuses complètement incluses dans la 1ère couche compressible correspondant à ce que l'on appelle l'aquifère phréatique, en liaison directe avec le Huang-Pu.

La séquence lithologique typique est reprise à la figure VII.2.

sedimentary environment		lithological unit	
fluvial	estuarine & coastal		H O L O C E N E
	intertidal and subtidal	1C unit	
	salt marsh (supra tidal)	2C unit	
flood basin and backswamp		DGSC unit	U P P E R
natural levee and channel		1A upper unit	
	channel and sand bars	1A lower unit	P L E I S T O C E N E
	intertidal and subtidal	3C unit	
	channel and sand bars	2A unit	

Figure VII.2. : Séquence lithologique du sommet du Pleistocène et de l'Holocène à Shanghai (d'après Baeteman & Schroeder, 1990).

VII.2.2. HYDROGEOLOGIE

Depuis 1920 jusqu'en 1962, la quantité d'eau pompée dans les aquifères captifs n'a cessé d'augmenter. Les débits totaux annuels, répartis entre les différents puits de pompage, constitueront la principale sollicitation du modèle de simulation. A partir de 1962, de fortes restrictions ont été imposées aux consommateurs d'eau et des réinjections sont effectuées en hiver. Les quantités réinjectées et pompées sont connues sur une base semestrielle de 1962 à 1975 et mensuelle après 1975. A partir de 1971, la réalimentation est supérieure à la quantité pompée.

La situation initiale peut être supposée en équilibre (Su, 1984) avec des niveaux piézométriques correspondant à la surface du sol (l'ensemble des terrains sont saturés et la répartition des pressions interstitielles est hydrostatique). L'aquifère phréatique n'est pas exploité; il est en connexion avec le Huang Pu mais pas avec les 1er et 2èmes aquifères. On peut donc en déduire que le pompage intensif dans le 2ème aquifère, provoque les effets suivants :

(1) des baisses de pressions interstitielles quasi immédiates dans le 1er aquifère puisque celui-ci est à certains endroits en connexion avec le 2ème aquifère (ceci a été confirmé par les mesures piézométriques);

(2) des baisses de pressions différées dans les 1ère, 2ème et 3ème couches compressibles et le D.G.S.C.;

(3) une infiltration, relativement faible, en provenance de l'aquifère phréatique et du Huang Pu, maintenant de ce fait la saturation de l'ensemble des terrains.

Les deux premiers effets peuvent être déduits de l'application de la solution analytique de Fourier à la propagation d'une variation de pression en milieu poreux saturé (cfr. III.2.4., équations III.1. et III.2., tableau III.1.).

De plus, la situation initiale et la saturation permanente des terrains par l'infiltration permettent de travailler en utilisant l'hypothèse d'une contrainte totale constante (cfr. III.2.1.) et en appliquant le principe de Terzaghi, on a :

$$dp = - d\sigma' \quad \text{(VII.1.)}$$

Des cartes piézométriques relatives au 2ème aquifère donnent l'ampleur des variations de pression. Elles seront utilisées comme base de comparaison pour la calibration du modèle d'écoulement.

Les paramètres hydrodynamiques du 2ème aquifère ont été déterminés par des essais de pompage :

$$1.0 \cdot 10^{-4} \leq K \leq 8.7 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$1.0 \cdot 10^{-6} \leq S_s \leq 2.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$$

Les paramètres K et S_s des couches compressibles et du D.G.S.C. ont été déterminées essentiellement à partir d'essais géotechniques.

VII.2.3. CONDITIONS GEOTECHNIQUES

Les résultats des essais géotechniques in situ tels que les C.P.T. ont été intégrés aux autres données (diagraphies (figure II.4.), carottes etc ...) afin de repérer au mieux la géométrie 3D des différentes couches.

De très nombreux essais de laboratoire, comprenant environ 450 essais d'identification standards, ont fourni : teneurs en eau naturelle, limites d'Atterberg, poids spécifiques, granulométries, porosités, indices des vides. Les diagrammes de plasticité repris à la figure VII.3. montrent que la 1ère couche compressible est l'horizon le plus "plastique".

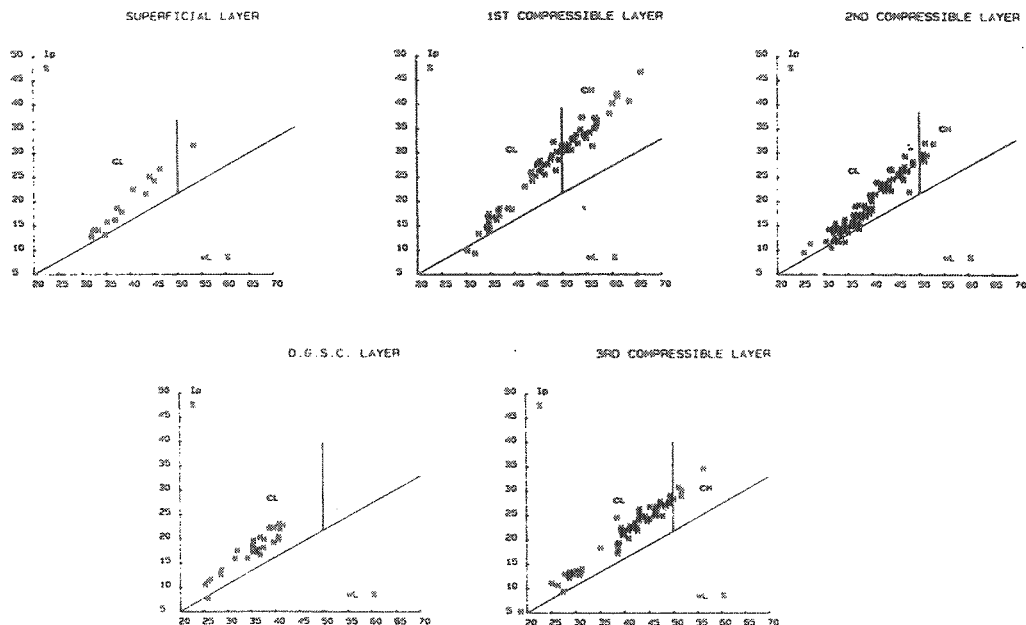


Figure VII.3. : Diagrammes de plasticité
 CL = argile peu plastique (Clay of Low plasticity)
 CH = argile très plastique (Clay of High plasticity).

Des essais de compression triaxiaux (consolidés, non-drainés) et des essais de cisaillement ont été réalisés sur des échantillons non remaniés provenant des différents horizons semi-perméables. Des diagrammes reprenant les courbes enveloppes des points de rupture de Mohr-Coulomb et de résistance au cisaillement en ont été déduits.

De nombreux essais oedométriques, à basse et haute pression, ont permis la détermination des valeurs de l'indice de compression (C_c) pour les différents horizons :

	(Pa ⁻¹)
aquifère phréatique	0.04 ≤ C_c ≤ 0.09
1ère couche compressible	0.4 ≤ C_c ≤ 1.2
2ème couche compressible	0.3 ≤ C_c ≤ 1.2
D.G.S.C.	0.2 ≤ C_c ≤ 0.4
1er aquifère	0.2 ≤ C_c ≤ 0.3
3ème couche compressible	0.3 ≤ C_c ≤ 0.5
2ème aquifère	0.15 ≤ C_c ≤ 0.2

Les contraintes effectives de préconsolidation (σ'_{prec}) ont été déterminées, montrant que les 1ère et 2ème couches compressibles sont normalement consolidées, la 3ème couche compressible est légèrement surconsolidée et le D.G.S.C. est surconsolidé avec une contrainte effective de préconsolidation de 40 % supérieure à celle des terrains normalement consolidés.

Les essais oedométriques, associés avec des déterminations de l'indice des vides à certains paliers de chargement, permettent de tracer des diagrammes (K_z , e) à partir desquels on s'oriente dans le choix de la loi de non linéarité de K_z (figure VII.4.).

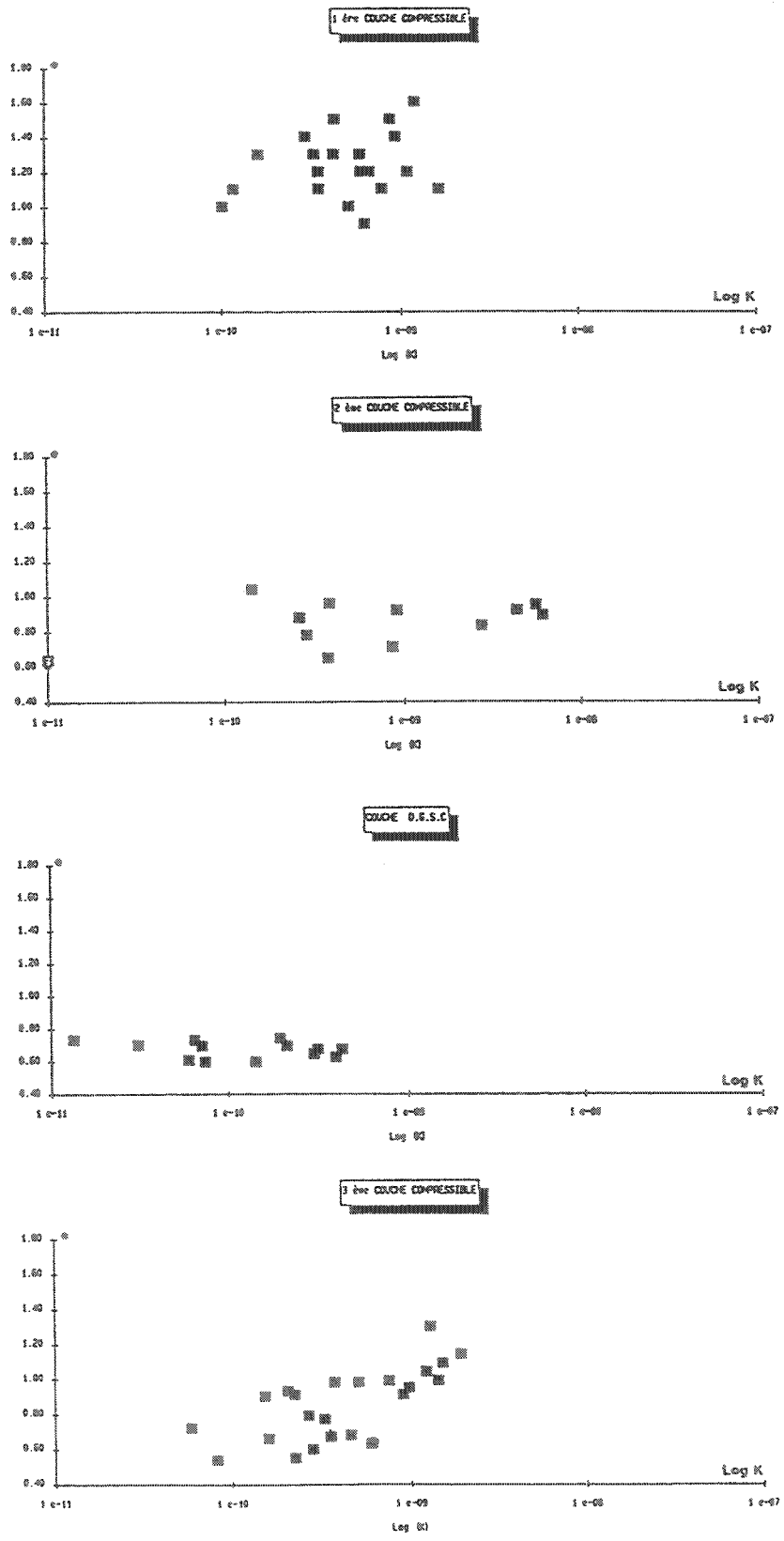


Figure VII.4. : Diagrammes ($\log K_z$, e) pour chaque couche argileuse, Shanghai.

VII.3. MODELE ECOULEMENT 3D

Le modèle de la subsidence de Shanghai comprend un modèle d'écoulement 3D et un modèle non linéaire et couplé écoulement-tassement 1D. Les résultats calculés du modèle écoulement constituent les conditions aux frontières, variant avec le temps, pour le modèle écoulement-tassement. Les raisons de ce choix ont été exposées au paragraphe III.2.4.. Rappelons les hypothèses de travail et les buts poursuivis (figure III.7.) :

- le modèle écoulement 3D doit décrire le champ des pressions interstitielles de façon très précise dans les aquifères ;
- après chaque pas de temps, les pressions interstitielles calculées aux limites des aquitards (compressibles) sont transmises comme conditions aux limites pour le modèle écoulement-tassement 1D, assurant ainsi un couplage;
- le modèle écoulement 3D considère des K et S_s constants et isotropes;
- les principales sollicitations sont les pompages et réinjections;
- le modèle est implémenté sur le code LAGAMINE développé par le M.S.M., utilisant la méthode des éléments finis;
- contrairement au modèle de la Hesbaye (chapitre VI), vu le problème posé, le modèle va fournir des pressions d'eau plutôt que des hauteurs piézométriques; le problème est linéaire car les K et S_s sont constants et les nappes sont captives.

Les éléments finis utilisés sont des éléments briques à 8 noeuds dont les arêtes sont des segments de droite. Les fonctions d'interpolation étant linéaires, le champ de pression dans une couche peu perméable sera mal représenté si la couche est discrétisée par un ou quelques éléments. En effet, on trouvera une évolution linéaire de la pression du noeud inférieur au noeud supérieur, ne tenant pas compte des effets transitoires induits par la perméabilité faible.

Pour la zone de Shanghai, le contraste de perméabilité entre les couches aquifères ($K = 5$ à $9 \cdot 10^{-4}$ m/s) et les couches semi-perméables ($K = 1 \cdot 10^{-8}$ à $1 \cdot 10^{-9}$ m/s) est tel que le modèle d'écoulement se résume essentiellement à calculer l'évolution des pressions dans les couches aquifères en fonction des sollicitations (pompages-réinjections). Le modèle fournit l'évolution spatio-temporelle des pressions dans la zone modélisée. Mais les valeurs trouvées dans les horizons semi-perméables seront d'autant moins réalistes que la perméabilité est faible et que le

pas de temps est petit. Pour un pas de temps de 5 ans (cfr. tableau III.1.), presque la totalité de la dépression s'est déjà propagée surtout si la perméabilité est supérieure à $1 \cdot 10^{-9}$ m/s (avec par exemple $S_s < 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$) et que la demi-épaisseur de la couche semi-perméable est inférieure à 5 mètres.

VII.3.1. DISCRETISATION SPATIALE ET TEMPORELLE

La technique utilisée pour la maillage 3D est similaire à celle décrite pour le modèle Hesbaye (chapitre VI).

Le maillage tient compte des données disponibles pour le modèle. Autant que possible, des noeuds ont été placés à l'endroit de forages donnant des informations sur la lithologie, l'hydrogéologie, les conditions géotechniques ou encore, à l'endroit où on dispose de mesures de tassements, compactations ou piézométrie en fonction du temps.

Les limites géologiques se situent à différents niveaux de profondeur dans la structure tridimensionnelle alors que la représentation plan du maillage reste constante pour toutes les couches. Ceci implique que ce maillage doit tenir compte de toutes les discontinuités géologiques présentes dans le volume discrétisé.

Par exemple, la figure VII.5. illustre la présence ou l'absence de la couche *Dark Green Stiff Clay* et la figure VII.6. met en évidence la limite au Sud de laquelle il y a connexion entre le 1er et le 2ème aquifère.

Le maillage complet compte 10 couches de 205 éléments pour une zone étudiée de 129 km^2 sur 70 m de profondeur.

La répartition spatiale des valeurs de K et S_s est réalisée par la définition de matériaux. Quatorze matériaux différents sont utilisés :

	K (m/s)	S_s (m^{-1})
	(valeurs initiales avant calibration)	
- mat. 1 : sol argileux de surface	$1 \cdot 10^{-9}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$
- mat. 2 : partie supérieure : limons argileux		
partie inférieure : argile mélangée à du sable silteux	$1 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$
- mat. 3 : limons argileux mêlé à du sable silteux	$1 \cdot 10^{-5}$	$0.2 \cdot 10^{-3}$
- mat. 4 : argile tourbeuse	$1 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$

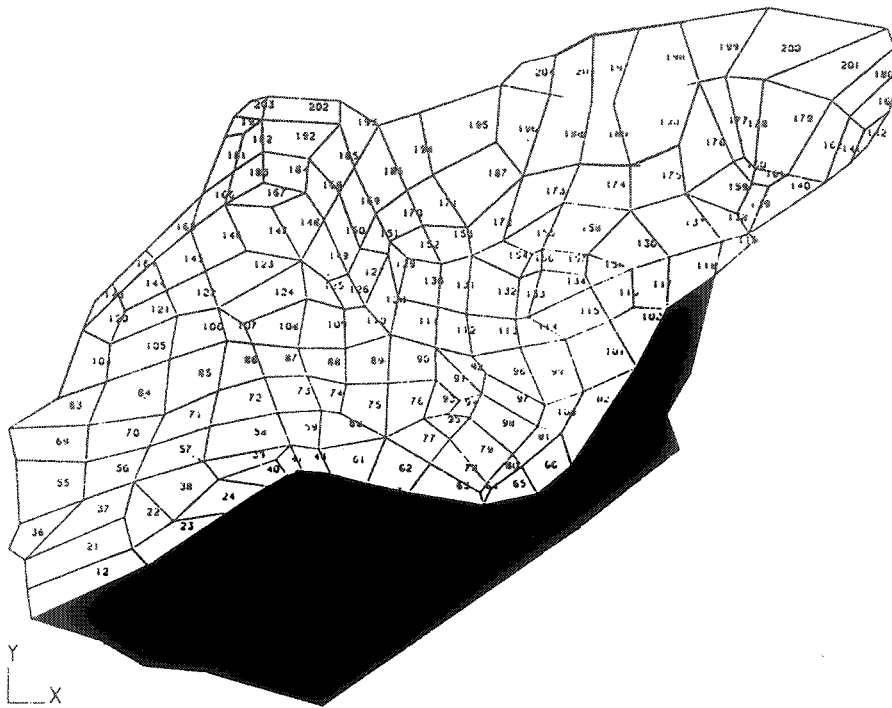
- mat. 5 : limons argileux et tourbeux	$1 \cdot 10^{-8}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$
- mat. 6 : argile	$1 \cdot 10^{-8}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$
- mat. 7 : limons argileux	$1 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$
- mat. 8 : limons sableux	$1 \cdot 10^{-7}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$
- mat. 9 : limons argileux mêlés à des sables silteux	$1 \cdot 10^{-7}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$
- mat. 10 : sables silteux	$1 \cdot 10^{-5}$	$0.2 \cdot 10^{-3}$
- mat. 11 : <i>Dark Green Stiff Clay</i>	$1 \cdot 10^{-9}$	$0.1 \cdot 10^{-3}$
- mat. 12 : sables fins silteux	$1 \cdot 10^{-5}$	$0.2 \cdot 10^{-3}$
- mat. 13 : limons argileux avec interca- lations de sables silteux	$1 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$
- mat. 14 : sables fins	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-5}$

La structure 3D est relativement complexe et les différents matériaux sont répartis dans les 10 couches d'éléments.

La figure VII.7. illustre la répartition de ces matériaux pour le profil vertical de la figure VII.1.




Figure VII.5. : Vue dans le plan horizontal montrant la présence ou l'absence de la couche D.G.S.C. ; le maillage en éléments finis tient compte de ces limites de façon très précise.



STRUCTURE INITIALE

VUE EN PLAN

 Zone où il y a connexion entre le 1^{er} et le 2^{ème} aquifère

NO ELEMENTS

Figure VII.6. : Vue dans le plan horizontal montrant la zone où il y a connexion entre le 1^{er} et le 2^{ème} aquifère : le maillage en éléments finis tient rigoureusement compte de ces limites.

W

E

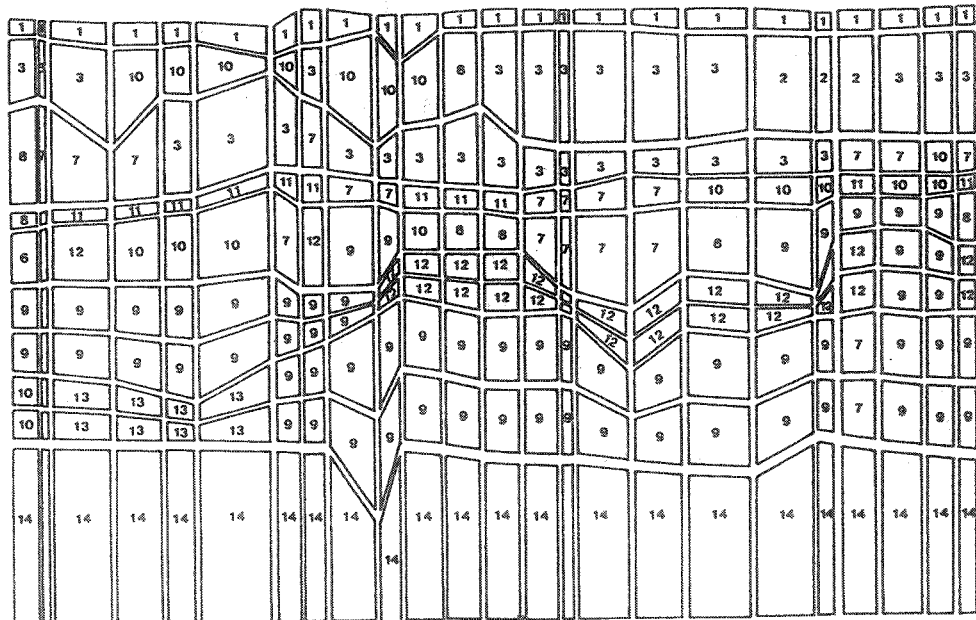


Figure VII.7. : Répartition des différents matériaux dans la structure maillée du modèle 3D : profil vertical Ouest-Est correspondant à la coupe de la figure VII.1.

La discrétisation temporelle est la suivante :

- de 1870 à 1920.75* : quelques pas de temps en progression géométrique afin d'initialiser le problème.
- de 1920.75 à 1965.75 : 9 pas de 5 ans chacun.
- de 1965.75 à 1975.75 : 20 pas de 6 mois chacun.
- de 1975.75 à 1988.75 : 156 pas d'1 mois chacun.
- de 1988.75 à 2000.75 : 144 pas d'1 mois chacun.

(* Les décimales sont comptées par rapport à une année entière; 1920.75 correspond au 1er octobre 1920.)

VII.3.2. CONDITIONS INITIALES ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

Les hauteurs piézométriques des différents aquifères et notamment du 2ème aquifère ne sont connues avec précision que depuis 1965. Avant cette date, il faut faire des hypothèses sur la situation existante.

Il est postulé un état initial hydrostatique pur correspondant à la saturation de toutes les couches avec un niveau d'eau affleurant, égal à la cote absolue du sol (VII.2.2.).

L'importance exacte des pompages n'est connue avec précision que depuis 1960. Néanmoins, une courbe d'évolution a pu être obtenue par extrapolation et déductions à partir de certaines informations orales. Le pompage en 1920 devait être de l'ordre de 300000 à 400000 m³ par an pour culminer à 56.5 10⁶ m³ par an en 1960. A partir de cette année, les données sont fournies en moyennes annuelles de pompage et de réinjection jusqu'en 1975. Après 1975, le lieu et la valeur de tout pompage ou réinjection sont connus en chiffres mensuels. Cette précision croissante a permis le choix d'un pas de temps de plus en plus court.

Les conditions aux limites latérales du modèle sont des pressions imposées fluctuant avec le temps. Il a été décidé de les faire varier en fonction des piézométries effectivement mesurées dans les environs et également en fonction du taux global de pompage dans la zone modélisée. A partir de la piézométrie de fin septembre 1960, qui correspond à un coefficient 1 en rapport avec le pompage maximum, on a reconstruit l'évolution de la piézométrie imposée aux limites, en fonction du taux de pompage. Durant les oscillations saisonnières dues aux pompages (globalement de mars à septembre) et aux réinjections (globalement d'octobre à février), ce coefficient multiplicateur passe de + 0.04 à - 0.04.

Objectivement, dans le cas présent, les sollicitations du système (pompages et réinjections) sont situées trop près des limites du modèle. La transmissivité importante du 2ème aquifère, de l'ordre de $2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{sec}$, fait en sorte que les échanges latéraux sont influencés de manière non négligeable par ces sollicitations.

Il aurait été plus élégant d'imposer les pressions sur un pourtour plus éloigné de la zone de sollicitation. L'éloignement de ces pressions imposées aurait permis d'obtenir une moindre influence sur les résultats calculés dans la zone sollicitée.

Malheureusement, vu la limitation spatiale imposée contractuellement et l'absence de toute donnée se rapportant à la zone située directement à proximité de la zone modélisée (où des pompages et peut-être des réinjections sont réalisés depuis 1965), il a été impossible, au stade actuel, de prendre en compte cette solution.

Actuellement, l'influence de ces conditions aux frontières restreint un peu la valeur des calculs prévisionnels qui seront réalisés.

Au sommet du modèle, on impose la hauteur piézométrique égale à la cote absolue du sol, ce qui revient à dire que le niveau de la nappe phréatique se trouve à la surface du sol, condition correspondant au cas d'un sol marécageux en surface et qui présente l'avantage de permettre un débit d'infiltration (VII.22.).

La base du modèle est située au sein du 2ème aquifère.

VII.3.3. CALIBRATION ET RESULTATS

Après de multiples adaptations des valeurs de K et S_s dans les 14 matériaux, la calibration est considérée comme terminée lorsque les pressions calculées sont très similaires aux pressions mesurées (figure VII.8.). Les paramètres des 14 matériaux sont alors :

	K (m/s)	S_s (m^{-1})
mat. 1 :	1 10^{-8}	1.7 10^{-3}
mat. 2 :	1 10^{-8}	4 10^{-3}
mat. 3 :	2 10^{-8}	4 10^{-3}
mat. 4 :	5 10^{-9}	4 10^{-3}
mat. 5 :	5 10^{-9}	4 10^{-3}
mat. 6 :	3 10^{-9}	4.1 10^{-3}
mat. 7 :	5 10^{-9}	4.1 10^{-3}
mat. 8 :	5 10^{-6}	0.2 10^{-3}
mat. 9 :	1 10^{-8}	3.2 10^{-3}
mat. 10 :	2 10^{-5}	0.2 10^{-3}
mat. 11 :	1 10^{-9}	0.1 10^{-3}
mat. 12 :	5 10^{-5}	0.2 10^{-5}
mat. 13 :	2 10^{-8}	3.2 10^{-3}
mat. 14 :	7.5 10^{-4}	0.2 10^{-5}

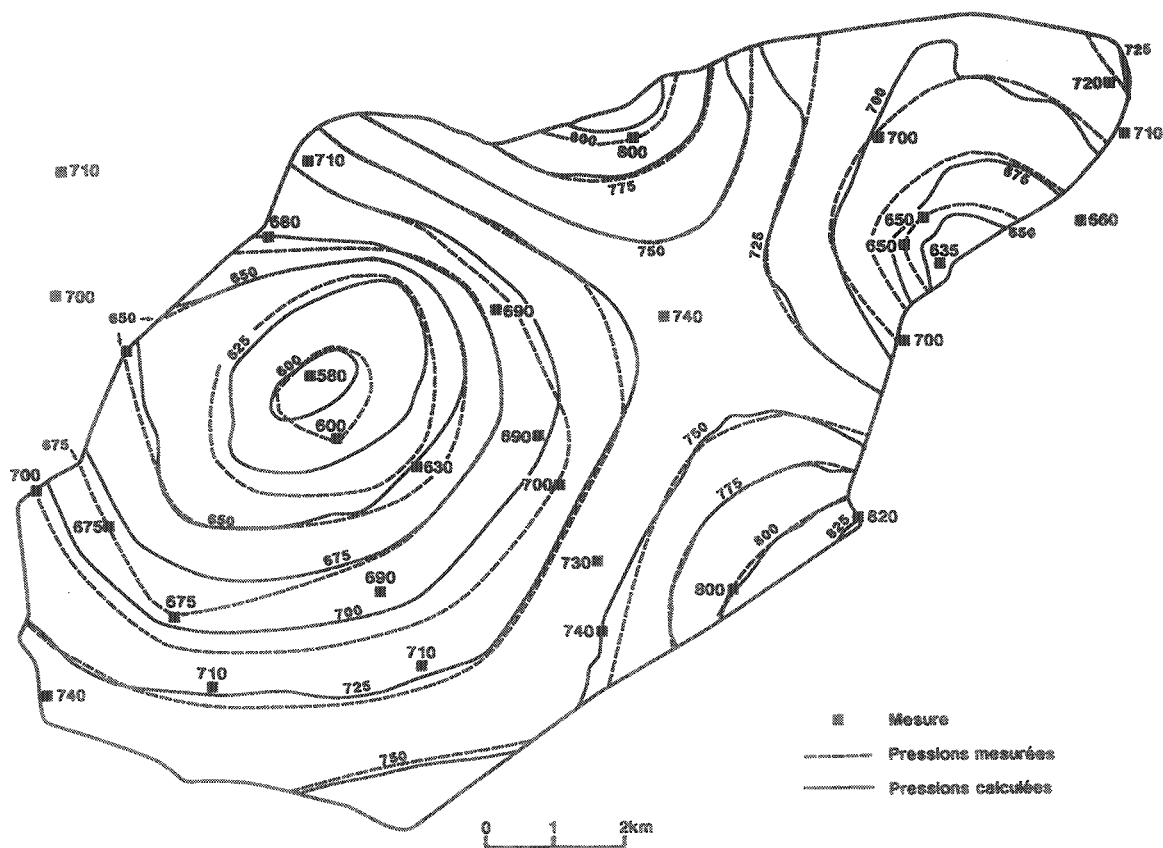


Figure VII.8. : Pressions calculées comparées aux pressions mesurées dans le 2ème aquifère, situation du 30 septembre 1960. (Pressions en kPa).

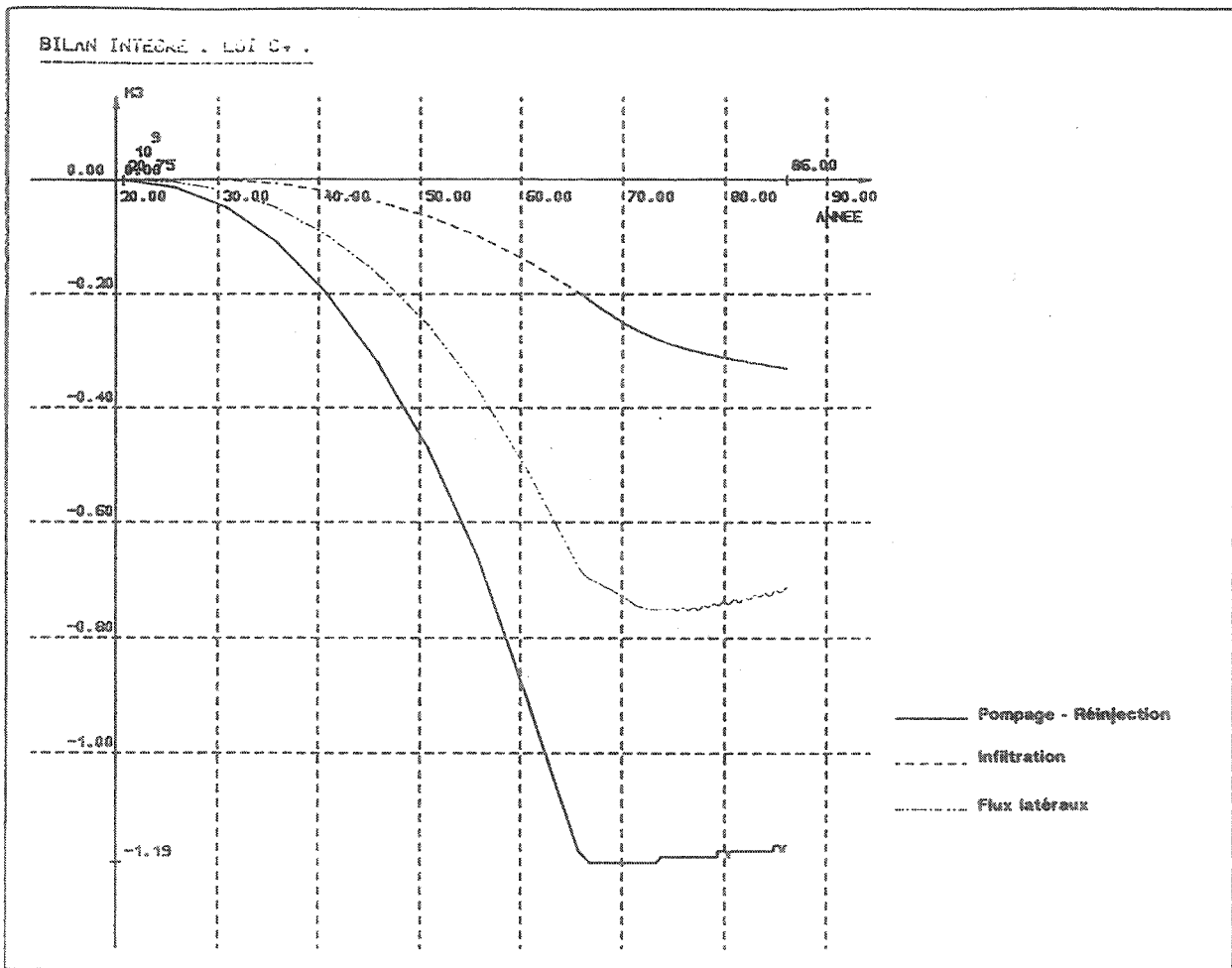


Figure VII.9. : Volumes d'eau cumulés depuis 1920 jusqu'en 1985.

Valeurs cumulées depuis 1920		1950	1965	1985
Volume pompé	pompages-réinjections	$0.45 \cdot 10^9$ m^3	$1.12 \cdot 10^9$ m^3	$1.17 \cdot 10^9$ m^3
=				
Quantité libérée par le tassement	subsidence cumulée moyenne X surface	$\frac{1.05 \text{ m}}{129 \cdot 10^6} m^2$	$\frac{2.2 \text{ m}}{129 \cdot 10^6} m^2$	$\frac{1.1 \text{ m}}{129 \cdot 10^6} m^2$
+				
Volume entré par infiltration	limite supérieure du modèle	$0.064 \cdot 10^9$ m^3	$0.19 \cdot 10^9$ m^3	$0.32 \cdot 10^9$ m^3
+				
Volume entré latéralement	via les pressions imposées	$0.25 \cdot 10^9$ m^3	$0.65 \cdot 10^9$ m^3	$0.71 \cdot 10^9$ m^3

Tableau VII.1. : Bilans en valeurs cumulées pour les années 1950, 1965 et 1985, d'où peut être estimée une valeur moyenne de la subsidence.

La calibration détaillée effectuée sur la période 1920-1965, pendant laquelle les variations de pressions étaient les plus importantes, reste valable quand le programme aborde les années suivantes.

En tant que vérification globale, les termes du bilan sont repris en volumes cumulés depuis 1920 (figure VII.9.). Le bilan en valeurs cumulées est exprimé pour 1950, 1965 et 1985 au tableau VII.1. On constate que les valeurs de subsidence moyenne sur toute la zone, calculées à partir du volume d'eau libéré par diminution du volume des pores lors du tassement, sont logiques pour les années 1950 et 1965. En 1985, la subsidence moyenne calculée de la sorte est très nettement inférieure à la valeur réelle car il n'est pas tenu compte dans ce raisonnement de l'irréversibilité partielle des tassements du milieu poreux.

Les variations saisonnières des pressions d'eau dans les 1er et 2ème aquifères sont bien rendues par le modèle bien que certaines valeurs calculées soient imprécises durant la période de forte réinjection entre 1964 et 1969 (figure VII.10.).

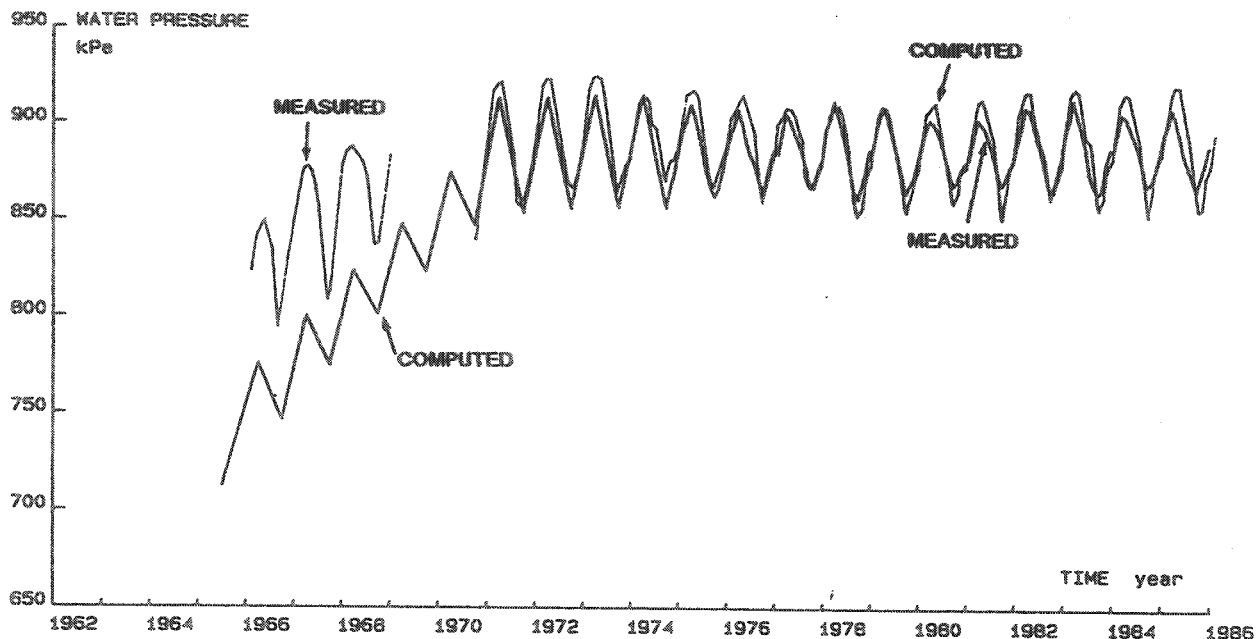


Figure VII.10. : Pressions d'eau calculées et mesurées en fonction du temps dans le 2ème aquifère (noeud 97 de la structure FEM).

Les diagrammes des pressions en fonction de la profondeur, pour différentes époques, sont tracés pour 32 colonnes situées dans la structure d'éléments finis du modèle 3D. Malgré la discrétisation sommaire des couches semi-perméables, ces diagrammes (figure VII.11.) montrent bien les effets transitoires affectant la propagation des pressions à travers celles-ci.

Dans ce modèle d'écoulement 3D, la valeur de la perméabilité du 2ème aquifère joue un rôle prépondérant sur les résultats. La sensibilité du modèle à ce paramètre est illustrée à la figure VII.12., où sont reprises les pressions calculées en fonction de la valeur de la perméabilité choisie. La plus grande sensibilité du noeud 156 est attribuée à son plus grand éloignement par rapport aux frontières à potentiels imposés et par rapport à la zone de forte sollicitation.

Les hypothèses de calcul pour les simulations prévisionnelles sont celles souhaitées par les ingénieurs du Bureau Géologique de Shanghai, à savoir :

- à partir de 1985.75 et jusqu'en 1990.75, un schéma de pompage "neutre" en se basant sur des données de 1978 où le volume réinjecté est supérieur au volume pompé;
- à partir de 1990.75 et jusqu'en 2000.75, un pompage supérieur à la réinjection de 30 %.

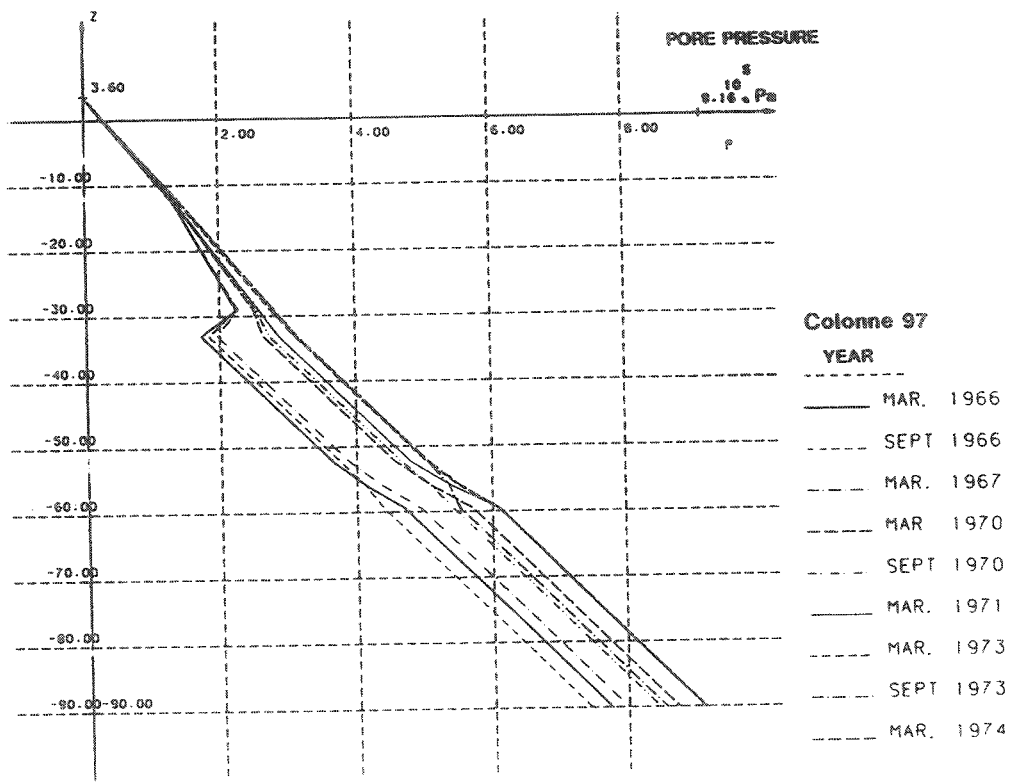
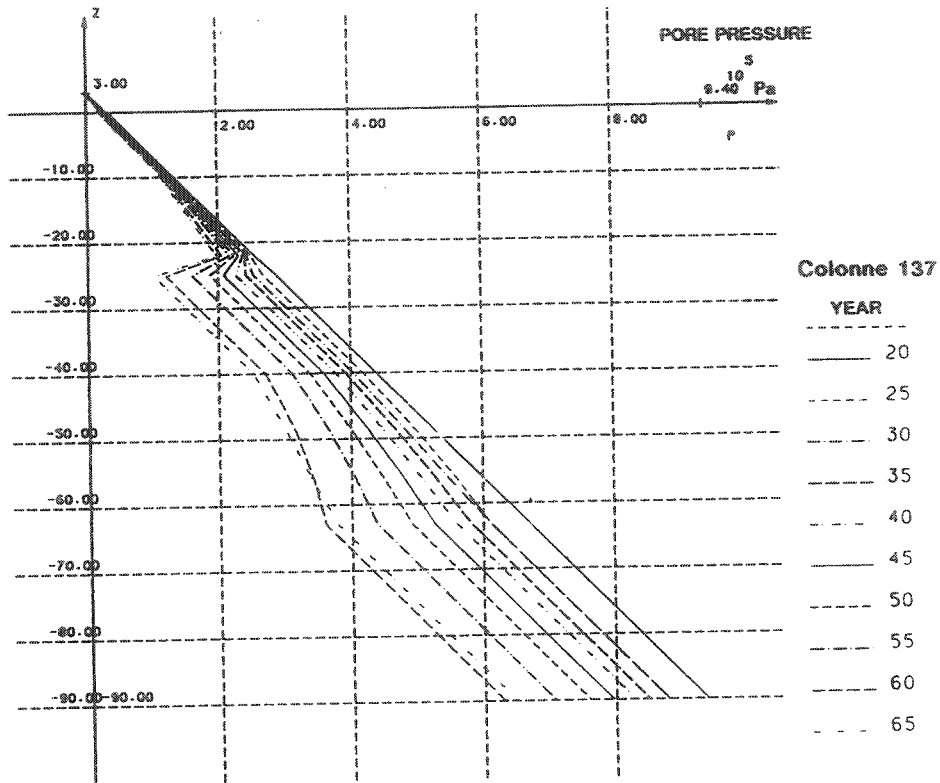


Figure VII.11. : Pressions d'eau calculées en fonction de la profondeur, à différentes époques (colonnes au droit des noeuds 137 et 97 de la structure FEM).

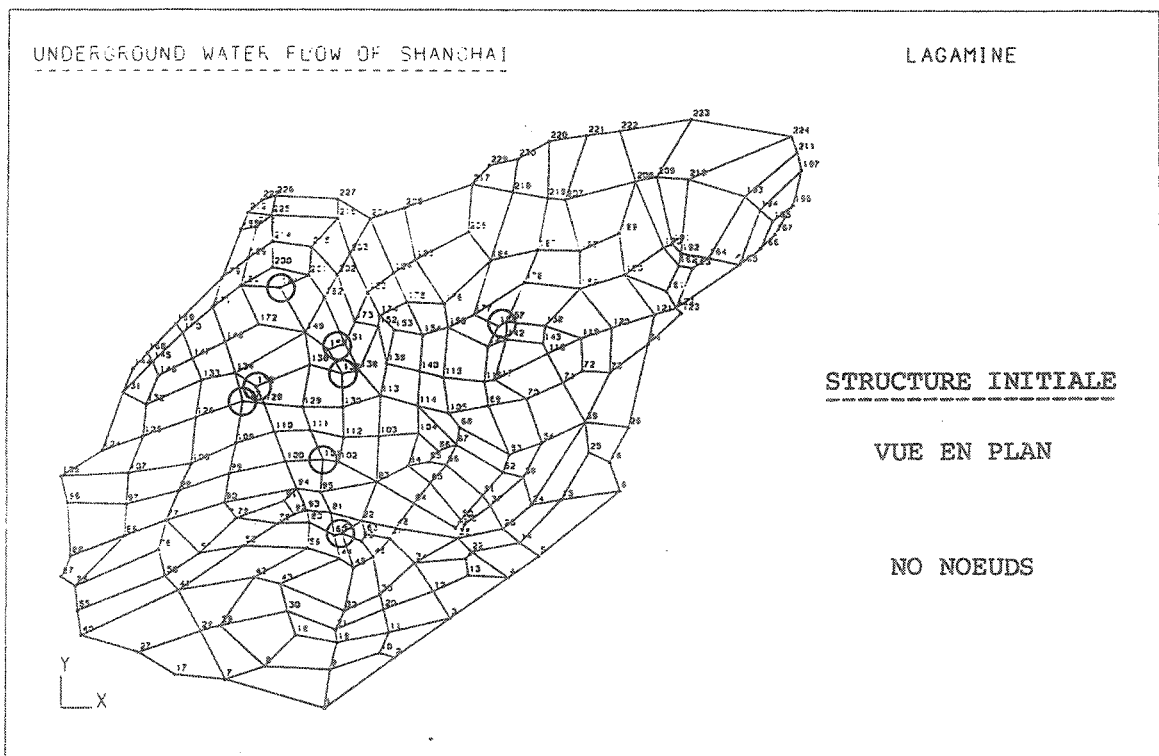
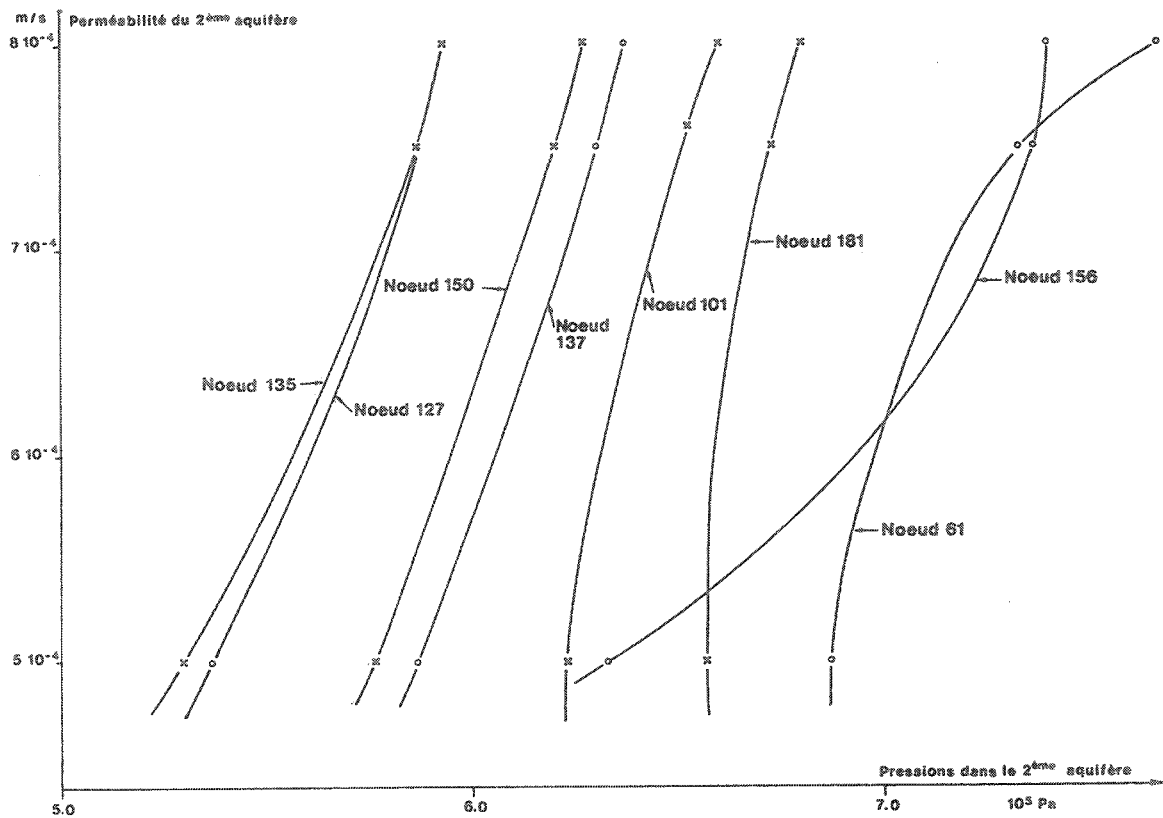


Figure VII.12. : Pressions calculées dans le 2ème aquifère en fonction de la perméabilité de celui-ci. Localisation des noeuds concernés dans la structure FEM 3D.

VII.4. MODELE ECOULEMENT-TASSEMENT 1D

VII.4.1. SCHEMA NUMERIQUE ET LOIS CONSTITUTIVES

Le schéma numérique est similaire à celui exposé à la figure III.22..

Au vu des données dont on dispose et pour toutes les raisons exposées précédemment (III.2.4., VII.2.2. et VII.2.3.), la loi constitutive mécanique sera de type oedométrique, c'est-à-dire élastoplastique logarithmique. Les paramètres de la loi sont les constantes A et C (de gonflement et de compression) décrites au chapitre III.2.5..

Le modèle est uniaxial vertical; les éléments finis sont droits (du type "barre de treillis") à deux noeuds dont les connecteurs sont les deux déplacements en plan selon x et y et la pression interstitielle (Charlier & Radu, 1989). La non linéarité géométrique n'est pas prise en compte à l'intérieur du pas de temps, mais au départ de chaque nouveau pas de temps, la nouvelle géométrie est considérée. La non linéarité de γ_{sat} est prise en compte implicitement.

Les lois constitutives sont donc les suivantes :

- la relation de Terzaghi (II.42.) :

$$\sigma = \sigma' + p \quad (\text{VII.1.})$$

- la loi oedométrique exprimée en $(\ln \sigma', \varepsilon)$ de façon incrémentale (III.13.) en $(d\sigma', d\varepsilon)$:

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon &= d\sigma' / (A \cdot \sigma') & \text{si } \sigma' < \sigma'_{prec} \\ d\varepsilon &= d\sigma' / (C \cdot \sigma') & \text{si } \sigma' = \sigma'_{prec} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII.2.})$$

où σ'_{prec} est actualisée au cours de la consolidation,

$\sigma' > \sigma'_{prec}$ étant impossible.

- le couplage emmagasinement-compressibilité (III.16.) et (III.17.) :

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon &= q_{exp} = \frac{d\sigma'}{A \cdot \sigma'} & \text{si } \sigma' < \sigma'_{prec} \\ d\varepsilon &= q_{exp} = \frac{d\sigma'}{C \cdot \sigma'} & \text{si } \sigma' = \sigma'_{prec} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII.3.})$$

- une loi de Darcy 1D, exprimée en terme de pressions :

$$v = - \frac{K_z}{\rho \cdot g} (\text{grad } p + \rho \cdot g \text{ grad } z) \quad (\text{VII.4.})$$

- une loi de non linéarité de K_z à choisir en fonction des terrains :

$$K_z = f(e) \quad (\text{VII.5.})$$

- une loi liant l'indice des vides e à la déformation (en supposant l'incompressibilité du fluide et des grains solides) (II.38 et III.10.) :

$$\frac{de}{(1+e)} = dc \quad (\text{VII.6.})$$

Ces relations permettent de relier σ , σ' , v , q_{exp} , e et σ'_{prec} aux variables de base c et p .

Les paramètres sont les constantes A et C , les poids spécifiques γ_w et γ_s ainsi que deux paramètres intervenant dans la loi de non linéarité de K_z .

Le problème étant posé en conditions transitoires, il est nécessaire de connaître l'état initial de σ , σ' , p , e et σ'_{prec} .

VII.4.2. CHOIX DE LA NON LINEARITE DE K

Sur base des essais géotechniques réalisés à Shanghai et à Liège, fournissant les valeurs de I_p , e et K_z , il est apparu que la relation de Nishida & Nakagawa (1969) (III.30.) est la plus adaptée pour représenter la variation de K en fonction de la variation de l'indice des vides. De plus, cette relation a été établie sur base d'essais réalisés sur le même type de sédiments que ceux de Shanghai. Cependant, les valeurs des coefficients intervenant dans cette relation ont été adaptées de façon très précise en fonction des caractéristiques des différents terrains présents dans le sous-sol de la zone étudiée.

Au départ, la relation s'écrit (III.29.) :

$$\log K_z = \left[\frac{e}{(0.01 \cdot I_p + 0.05)} \right] - 12 \quad (\text{VII.7})$$

En la généralisant, de manière à pouvoir ensuite caractériser au mieux cette équation au type de sédiments étudiés à Shanghai, on peut écrire :

$$K_z = e^{a \cdot e + b}$$

$$\text{où } a = \frac{2.3}{c \cdot I_p + d} \quad (\text{VII.8.})$$

$$b = - 27.6$$

c, d sont des constantes à déterminer expérimentalement

En reprenant les résultats des essais de laboratoire pour appliquer l'équation VII.8.; connaissant K_z et e , on en déduit les valeurs de $(c \cdot I_p + d)$. Pour les différentes couches compressibles, on obtient (figure VII.13.) :

- 1ère couche compressible : $0.0083 \cdot I_p + 0.213$
- 2ème couche compressible : $0.0174 \cdot I_p + 0.0167$
- couche DGSC : $0.0127 \cdot I_p + 0.0885$
- 3ème couche compressible : $0.0079 \cdot I_p + 0.176$

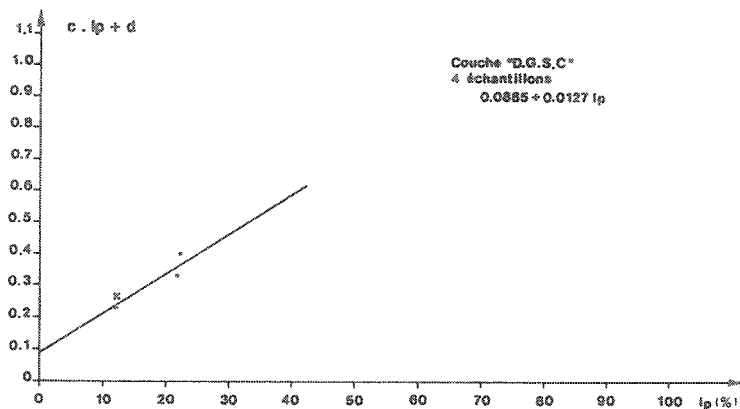
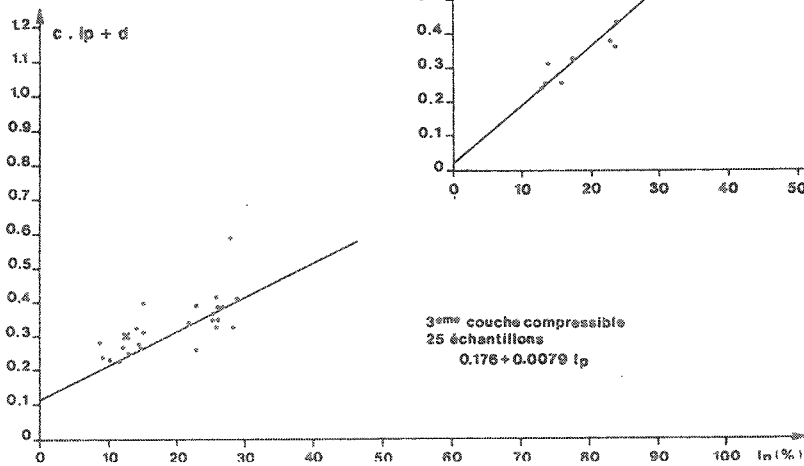
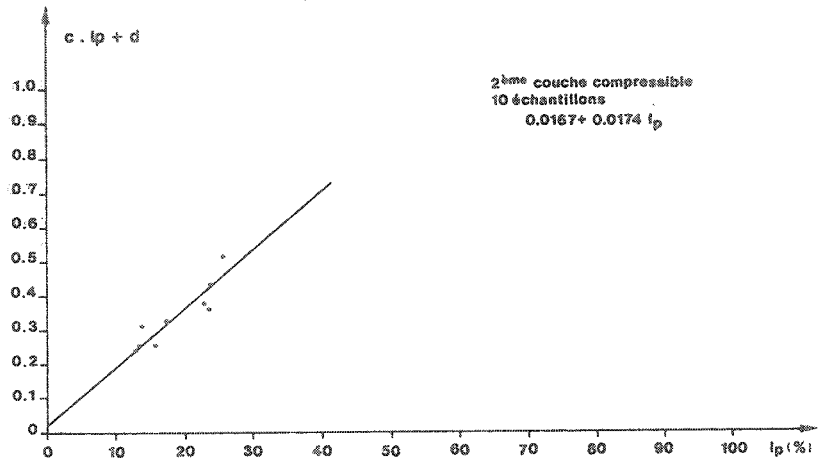
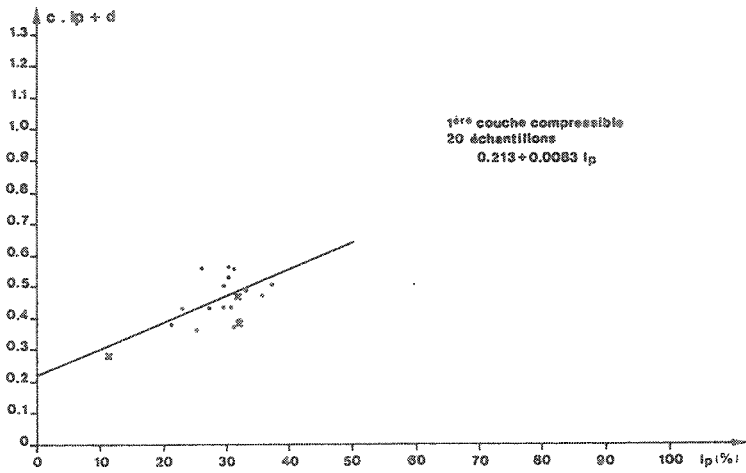


Figure VII.13. : Diagrammes (I_p , $c.I_p + d$), permettant de déduire les valeurs de c et d pour chaque horizon compressible et de calculer a .

A partir de ces diagrammes, les valeurs des paramètres c et d sont obtenues pour chaque horizon compressible, permettant de calculer des valeurs de a , pouvant être différentes à l'intérieur d'un horizon (car dépendantes de I_p).

Les paramètres a et b sont donc les deux paramètres intervenant dans la loi de non linéarité de K_z : ils sont fournis au modèle pour chacune des couches (ou sous-couches) qui composent la colonne 1D.

Cette relation (VII.8.) n'est valable en principe que pour les couches argileuses compressibles. Nous la généralisons pour toutes les couches en posant $a = 0$ et $b =$ constante telle que $\ln K_z = b$ dans les couches aquifères plus sableuses ou silteuses. La variation de perméabilité dans ces dernières est donc négligée.

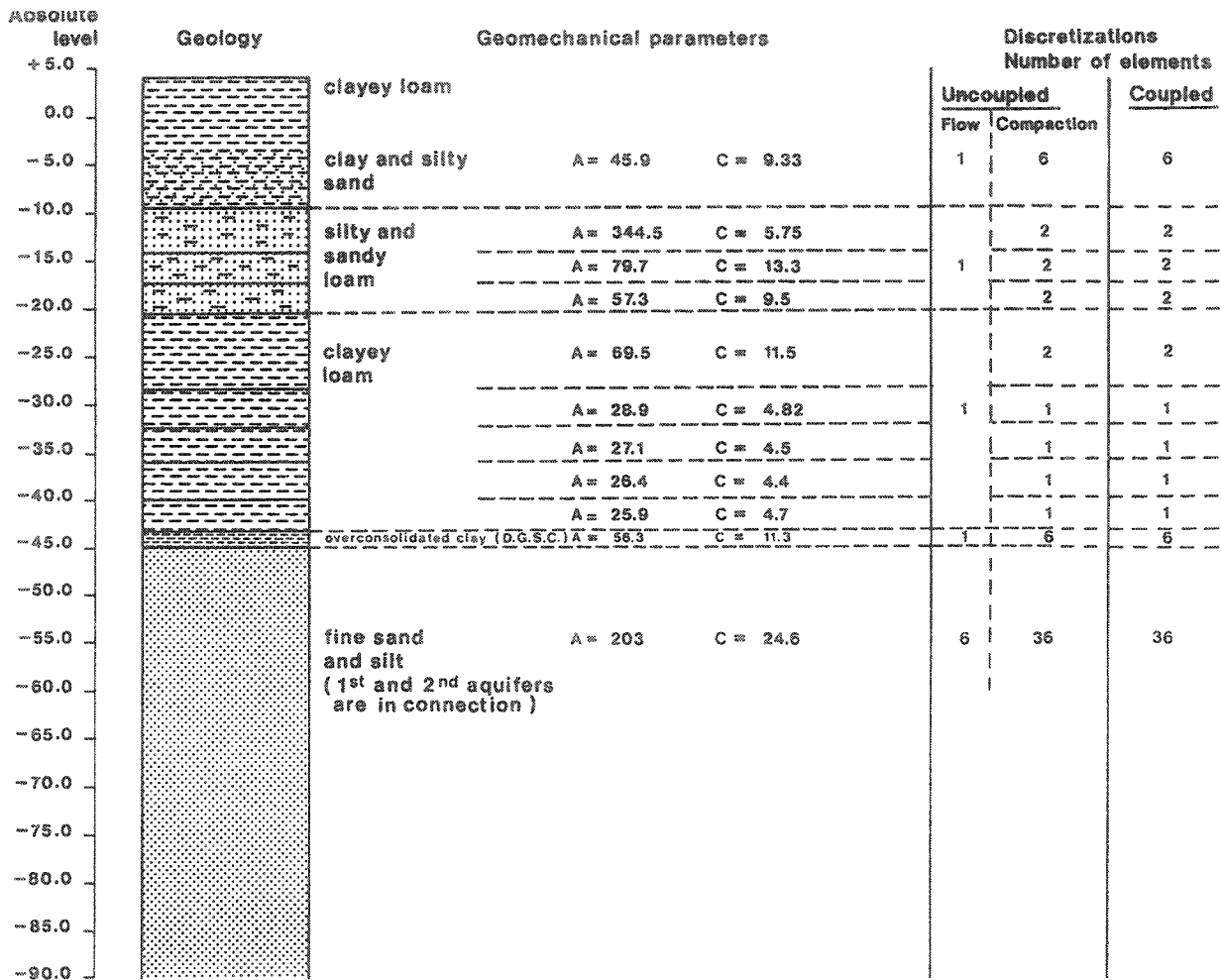
La possibilité d'utiliser d'autres relations $K = f(e)$ et leur influence sur les résultats obtenus seront discutées ultérieurement (VII.4.6.).

VII.4.3. DISCRETISATION, ETAT INITIAL ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

32 colonnes verticales ont été choisies dans la structure 3D du modèle écoulement. Le plus souvent elles sont situées au droit de forages, où des prélèvements d'échantillons non-remaniés ont permis la détermination des paramètres. Chaque colonne est divisée en 60 éléments afin d'obtenir une grande précision, particulièrement dans les couches compressibles. La figure VII.14. décrit la discrétisation pour la colonne située au droit du noeud 8 du maillage 3D.

La contrainte totale est constante et sa répartition représente l'état initial en équilibre hydrostatique; les contraintes effectives initiales correspondent également à cet état (VII.2.2.). La répartition initiale de l'indice des vides (en 1920) a été recalculée comme indiqué au chapitre III.2.6.. Les contraintes effectives de préconsolidation initiales sont prises, en considérant les couches normalement consolidées sauf pour le DGSC où un coefficient 1.4 est appliqué (VII.2.3.).

Comme précisé précédemment (VII.3.), les pressions interstitielles sont imposées aux limites des couches compressibles à chaque pas de temps.



COLONNE 8

Cotes	Eléments	Matériau	A	C	e_0	a	b
+4.5 à -9.5m	6 de	2.33m	1	4.592D+01	9.330D+00	1.60	5.7 -27.6
-9.5 à -13.04m	2 de	1.77m	2	3.445D+02	5.750D+00	1.50	5.2 -27.6
-13.04 à -16.60m	2 de	1.77m	3	7.971D+01	1.328D+01	1.02	5.5 -27.6
-16.60 à -20.1m	2 de	1.77m	4	5.734D+01	9.520D+00	1.07	10.7 -27.6
-20.1 à -27.96m	2 de	3.93m	5	6.949D+01	1.153D+01	1.01	7.8 -27.6
-27.96 à -31.89m	1 de	3.93m	6	2.891D+01	4.820D+00	0.95	7.5 -27.6
-31.89 à -35.82m	1 de	3.93m	7	2.705D+01	4.500D+00	1.15	5.2 -27.6
-35.82 à -39.75m	1 de	3.93m	8	2.636D+01	4.380D+00	1.10	6.7 -27.6
-39.75 à -43.7m	1 de	3.93m	9	2.585D+01	4.650D+00	1.02	5.3 -27.6
-43.7 à -44.6m	6 de	0.15m	10	5.625D+01	1.125D+01	1.00	9.9 -27.6
-44.6 à -55.0m	6 de	1.73m	11	2.030D+02	2.458D+01	0.80	0.0 -7.2
-55.0 à -59.0m	6 de	0.67m	11				
-59.0 à -63.0m	6 de	0.67m	11				
-63.0 à -66.5m	6 de	0.58m	11				
-66.5 à -70.0m	6 de	0.58m	11				
-70.0 à -90.0m	6 de	3.33m	11				

Figure VII.14. : Discrétisation verticale de la colonne 8 et paramétrisation.

VII.4.4. RESULTATS DE LA SIMULATION

Les points où la subsidence totale est mesurée depuis 1920 sont peu nombreux et tous localisés dans une zone restreinte. De plus, les mesures effectuées en ces points sont relatives aux 300 mètres de sédiments meubles. La partie du tassement total, correspondant uniquement aux 70 mètres supérieurs, est mal connue. Pour ces raisons, la calibration du modèle écoulement-tassement a été réduite, privilégiant les valeurs des paramètres géomécaniques, trouvées par les essais réalisés en laboratoires (oedomètres principalement). En quelques colonnes, où des valeurs de tassement calculé extrêmes ou surprenantes sont trouvées, un changement des paramètres mécaniques a été réalisé tout en restant dans un intervalle de valeurs acceptables du point de vue géomécanique et en tenant compte de la répartition des dépressions d'eau calculées par le modèle 3D écoulement.

La figure VII.15. illustre certains résultats du modèle couplé et non linéaire. Les tassements cumulés sont compris entre 1 et 3 m. On constate un "rebond" élastique, plus ou moins différé selon les colonnes en fonction de la proximité des puits de réinjection et surtout des valeurs de K_z et S_s qui influencent le temps nécessaire pour qu'une remise en pression se propage dans les couches compressibles. Souvent le "rebond" élastique est d'autant plus important que le tassement l'avait été. Ceci paraît logique puisqu'il a été reconnu certaines relations (empiriques) entre les valeurs de A (constante de gonflement) et C (constante de compression) (Bonnechère, 1985).

En "conditions neutres", les tassements sont totalement stabilisés car les sollicitations saisonnières restent dans le domaine élastique et le tassement secondaire n'est pas pris en compte. Les variations saisonnières de subsidence sont d'amplitudes variables entre 5 mm et 5 cm, dépendant directement des valeurs de A.

Si la quantité d'eau réinjectée est supérieure au pompage, le rebond élastique n'est pas pour autant plus important car le reste de la subsidence correspond à une partie non récupérable de la déformation (régime plastique).

Comme signalé précédemment, la simulation de 1990 à 2000 prend en compte des pompages de 30 % supérieurs aux réinjections. Une reprise du tassement est constatée avec des valeurs comprises entre 1.4 et 7.9 cm.

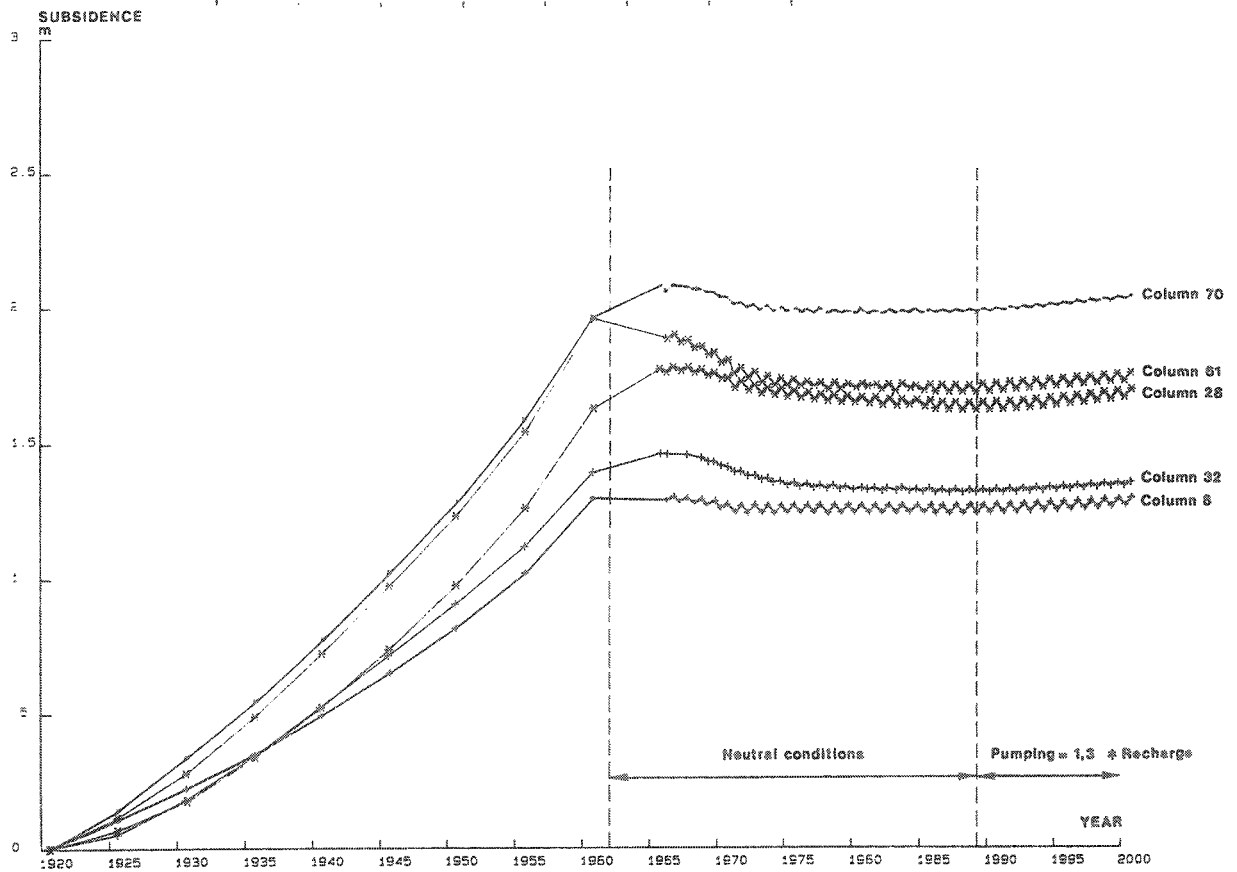
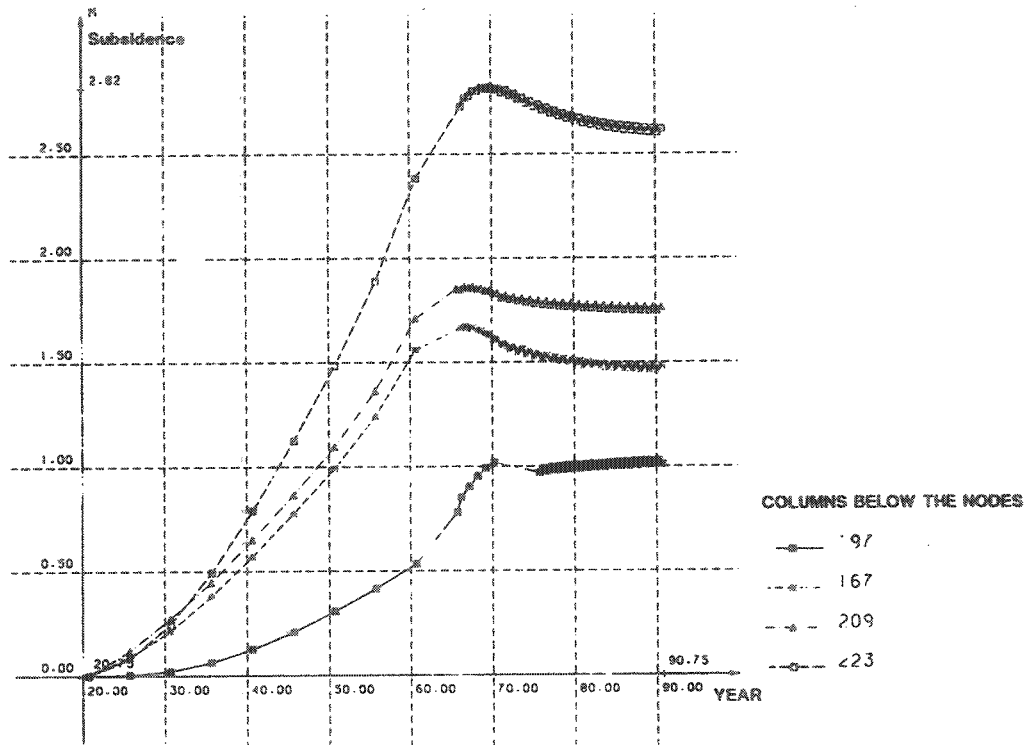


Figure VII.15. : Subsidence calculée en fonction du temps pour différentes colonnes.

VII.4.5. COMPARAISON AVEC UN MODELE LINEAIRE

Pour comparer les résultats obtenus avec le modèle non linéaire et ceux qu'on aurait trouvé en utilisant soit un modèle complètement linéaire (paramètres constants), ou un modèle couplé (S_s variable) avec K_z constant, on a utilisé les données de la colonne située au droit du noeud 8 (figure VII.14.). La figure VII.16. reprend les valeurs de K_z et S_s , dans le cas du modèle linéaire non couplé et dans le cas des non linéarités de K_z et S_s . Remarquons cependant que, dans le cas du modèle couplé et non linéaire, les couches compressibles sont mieux décrites, du point de vue des paramètres hydrogéologiques, que pour le modèle non couplé car ce dernier emprunte la discrétisation 3D.

Comme signalé précédemment (III.2.7.), le couplage et les non linéarités font en sorte que les dépressions se propagent moins vite dans les semi-perméables. La figure VII.17. montre la répartition des pressions d'eau dans la colonne 8, en fonction de la profondeur, la pression d'eau initiale de 1920 étant supposée en équilibre hydrostatique. Pour 1960, on constate une différence des pressions d'eau qui peut atteindre 75 kN/m^2 , entre 20 et 42 m de profondeur, entre l'approche couplée et non couplée. La non linéarité de K_z provoque, par contre, peu de changements. Le diagramme de la figure VII.18. reprend pour la colonne 8, les déformations en fonction de la profondeur dans les cas de simulations :

- "non couplée" (paramètres constants et discrétisation grossière des couches compressibles);
- "couplée" (S_s non linéaire et K_z constant);
- "couplée non linéaire" (S_s et K_z non linéaires).

En illustration des théories exposées au chapitre III.2.7., il est possible d'analyser les principales différences constatées sur ce diagramme.

- Dans la partie sablo-silteuse, de - 90 à - 45 m, correspondant aux 1er et 2ème aquifères en connexion, les pressions d'eau calculées par le modèle non couplé (résultats du modèle écoulement 3D tels quels) sont légèrement supérieures à celles calculées par les modèles couplés (qui en fonction des pressions imposées aux frontières, au début du pas de temps, recalculent l'écoulement vertical avec K_z constant et S_s variable), entraînant des tassements calculés moindres.

De plus, à pressions considérées comme semblables, il faudrait choisir une valeur constante de S_s de l'ordre de $3.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ (au lieu de $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$) pour que les déformations calculées par le modèle non couplé, soient égales à celles des simulations couplées.

COTES ABSOLUES	LITHOLOGIE	$S_s \text{ m}^{-1}$			K m/s		
		NON COUPLE LINEAIRE	COUPLE 1920	COUPLE 1960	NON COUPLE LINEAIRE	COUPLE NON LINEAIRE 1920	COUPLE NON LINEAIRE 1960
+5	Clayey loam	$4 \cdot 10^{-3}$			$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$0.9 \cdot 10^{-8}$
0							
-5	Clay and silty sand		$9.7 \cdot 10^{-3}$	$9.5 \cdot 10^{-3}$			
-10							
-15	Silty and sandy loam	$0.2 \cdot 10^{-3}$	$1.57 \cdot 10^{-2}$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-9}$	$2.4 \cdot 10^{-9}$
-20			$1.19 \cdot 10^{-2}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$			
-25			$5.2 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$			
-30			$4.2 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$			
-35			$5.9 \cdot 10^{-3}$	$5.5 \cdot 10^{-3}$			
-40	Clayey loam	$4.1 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$2.7 \cdot 10^{-9}$	$2.3 \cdot 10^{-9}$
-45			$3.4 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$			
-50			$8.0 \cdot 10^{-3}$	$7.7 \cdot 10^{-3}$			
-55			$7.2 \cdot 10^{-3}$	$6.8 \cdot 10^{-3}$			
-60			$7.7 \cdot 10^{-3}$	$7.3 \cdot 10^{-3}$			
-65			$2.0 \cdot 10^{-3}$	$6.4 \cdot 10^{-3}$			
-70			$7.2 \cdot 10^{-3}$	$6.5 \cdot 10^{-3}$			
-75			$6.5 \cdot 10^{-3}$	$5.75 \cdot 10^{-3}$			
-80			$6.1 \cdot 10^{-3}$	$5.4 \cdot 10^{-3}$			
-85			$5.7 \cdot 10^{-3}$	$3.7 \cdot 10^{-3}$			
-90	PGSC	$0.1 \cdot 10^{-3}$	$4.7 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$	$1.0 \cdot 10^{-9}$
-95			$4.6 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-4}$			
-100	Fine sand and silt	$0.2 \cdot 10^{-5}$	$10.5 \cdot 10^{-4}$	$6.9 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$7.5 \cdot 10^{-4}$	$7.5 \cdot 10^{-4}$
-105							
-110			$8.7 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-4}$			
-115							
-120			$0.2 \cdot 10^{-5}$				
-125		$7.4 \cdot 10^{-4}$	$5.5 \cdot 10^{-4}$				
-130		$0.2 \cdot 10^{-5}$	$7.0 \cdot 10^{-4}$	$5.1 \cdot 10^{-4}$	$7.5 \cdot 10^{-4}$		
-135							
-140		$0.2 \cdot 10^{-5}$			$7.5 \cdot 10^{-4}$		
-145							
-150			$5.5 \cdot 10^{-5}$	$4.2 \cdot 10^{-4}$			

Figure VII.16. : Paramètres K_z et S_s de la colonne 8, dans le cas du modèle linéaire et du modèle non linéaire.

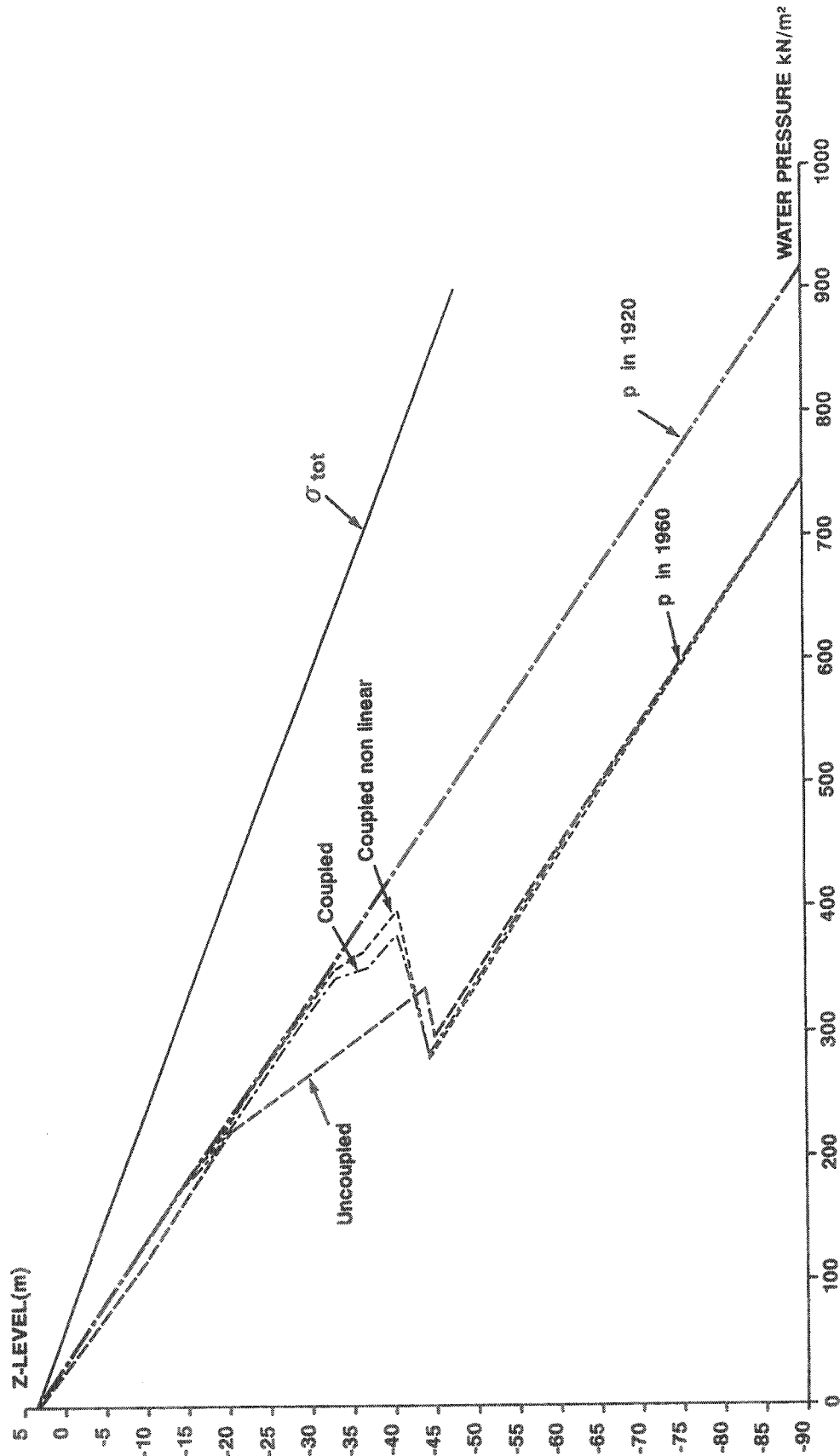
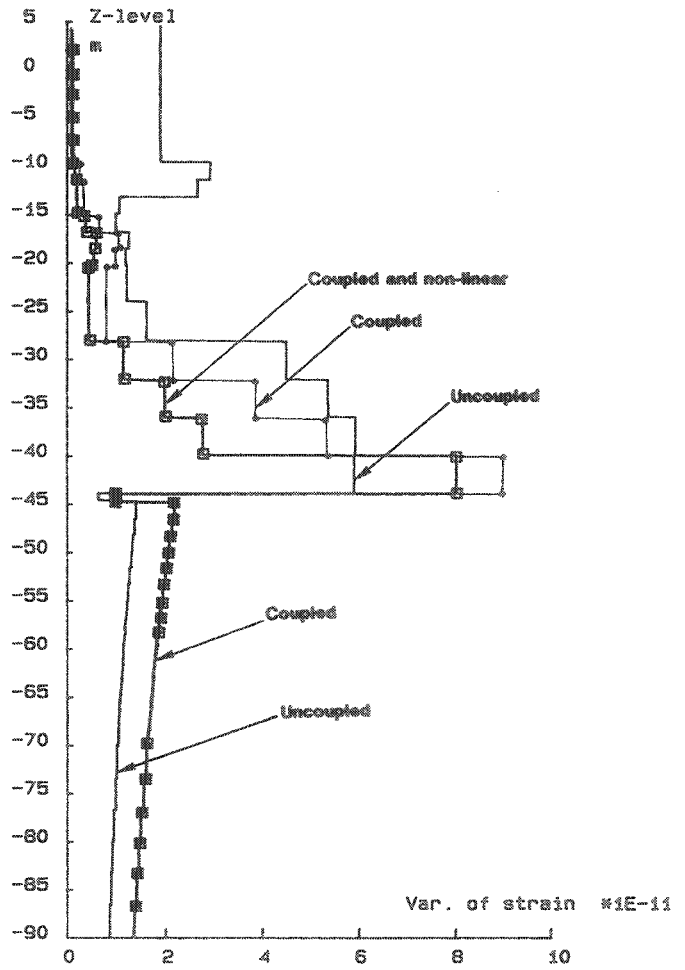
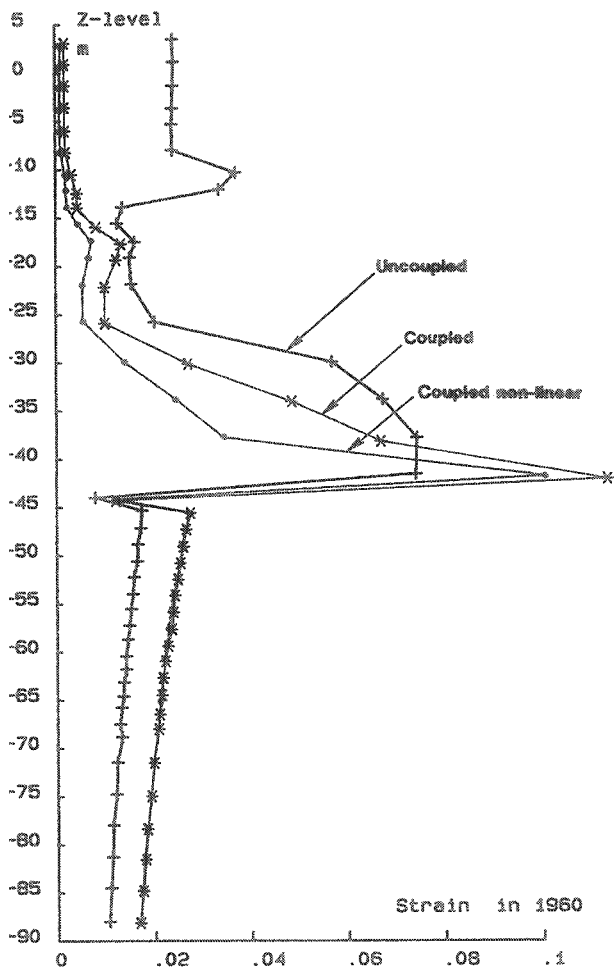


Figure VII.17. : Répartition des pressions d'eau en fonction de la profondeur en 1960, colonne 8.



+ Uncoupled code
 * Coupled Linear code
 x Coupled Non-Linear code

— Uncoupled code
 — Coupled code
 — Coupled and Non-Linear code

Figure VII.18. : Variation de la déformation ($\dot{\epsilon}$) et déformation relative (ϵ) en fonction de la profondeur en utilisant les 3 types de simulation (situation en 1960).

- Dans la couche D.G.S.C., de - 45 à - 43 m, les déformations sont nettement moins importantes à cause de la surconsolidation de cette couche. Les pressions d'eau calculées par le modèle non couplé sont supérieures, expliquant les moindres tassements calculés par ce modèle au niveau de cette couche.

- Dans la couche de - 43 à - 40 m faisant partie du 2ème compressible, on constate toujours des déformations moindres pour la simulation non couplée. De plus, la non linéarité de K_z provoque des déformations moins importantes que celles calculées par le modèle couplé mais à K_z constant. C'est à partir de cette couche compressible que les pressions d'eau calculées par le modèle non couplé deviennent logiquement inférieures à celles calculées par les autres modèles. Du même coup, les déformations calculées par le modèle non couplé sont supérieures, à partir de cette couche, à celles calculées par les simulations couplées.

- Entre - 40 et 0 m, dans les 2ème et 1ère couches compressibles, les différences de déformations calculées sont à attribuer principalement aux différences de pressions calculées. Dans ces couches compressibles, les variations à la baisse de K_z et S_s freinent la propagation des dépressions d'eau. Il est donc logique que le tassement calculé soit minimum pour la simulation tenant compte des variations de K_z et S_s .

En confirmation des développements cités en (III.2.7.), on constate que c'est bien la répartition des pressions d'eau et donc celle des contraintes effectives qui induit l'essentiel de la différence des tassements. En résultat final, on peut apercevoir à la figure VII.19. l'ampleur que peut prendre l'erreur commise en calculant les tassements par un modèle non couplé à paramètres constants.

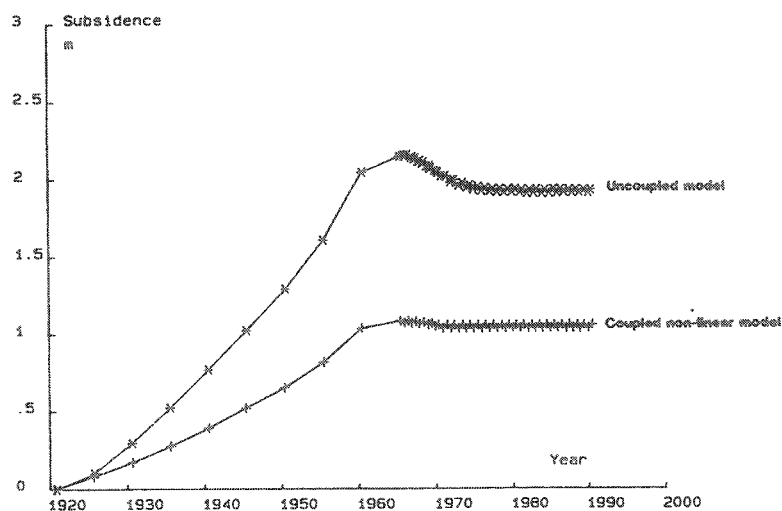


Figure VII.19. : Tassements calculés pour la colonne 8 par un modèle non couplé à paramètres constants et un modèle où K_z et S_s varient en fonction de e et/ou σ' .

VII.4.6. SIMULATION AVEC UNE AUTRE LOI DE NON LINEARITE DE K

Bien que la relation de Nishida & Nakagawa présentait dans notre cas des avantages indéniables (VII.4.2.), il n'est pas interdit de penser que d'autres relations pourrait convenir tout aussi bien, si pas mieux. Dans cet ordre d'idée, la relation de Terzaghi (III.22.) a été généralisée pour prendre la forme :

$$K_z = a_T (e - b_T)^{c_T} \cdot (1+e)$$

où a_T , b_T , c_T sont des constantes à déterminer expérimentalement.

Ces paramètres a_T , b_T et c_T ont été ajustés aux mesures par moindres carrés sur des diagrammes (e, K_z) , pour les différentes couches compressibles composant les colonnes de tassement à Shanghai (Velz, 1989).

Les résultats sont les suivants (figure VII.20.) :

1ère couche compressible	$K = 5.44 \cdot 10^{-10} (e-0.5)^{1.916} (1+e)$
2ème couche compressible	$K_1 = 3.1 \cdot 10^{-10} (e-0.5)^{0.3983} (1+e)$
	$K_2 = 70.0 \cdot 10^{-10} (e-0.6)^{0.916} (1+e)$
couche D.G.S.C.	$K = 7.0 \cdot 10^{-10} (e-0.5)^{1.059} (1+e)$
3ème couche compressible	$K = 12.0 \cdot 10^{-10} (e-0.4)^{1.5} (1+e)$

Lorsque la couche étudiée est fortement hétérogène, comme la 2ème couche compressible, on est obligé de distinguer 2 lois de non linéarité et ensuite de choisir pour la simulation celle qui convient le mieux dans chaque cas. La loi de Nishida & Nakagawa permettait, grâce à l'intervention de I_p , de sauter d'une loi à l'autre (caractérisées par des valeurs du paramètres a différentes) en fonction des I_p trouvés à différentes profondeurs au sein des entités compressibles.

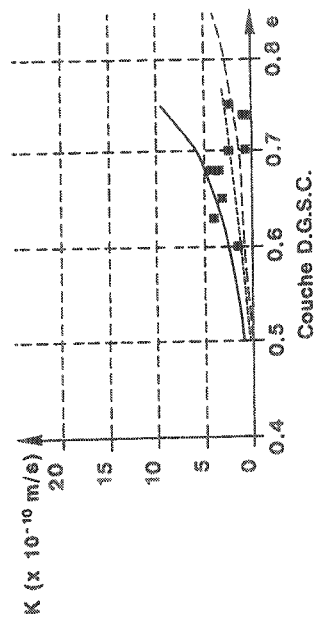
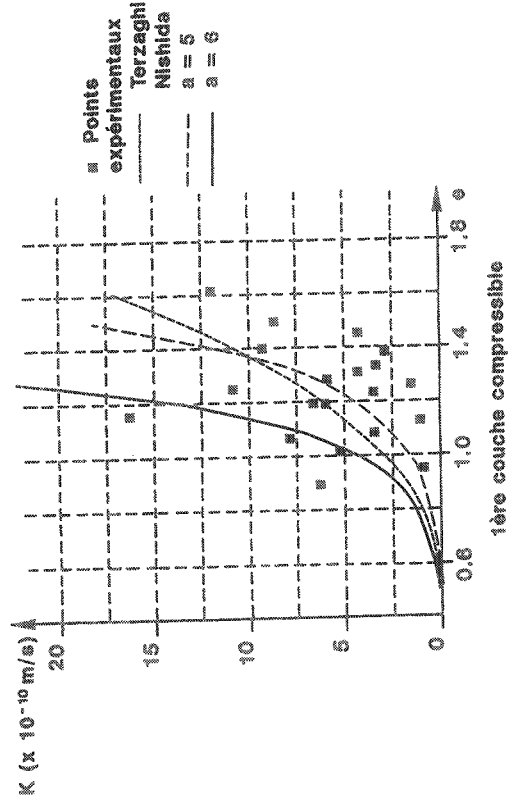
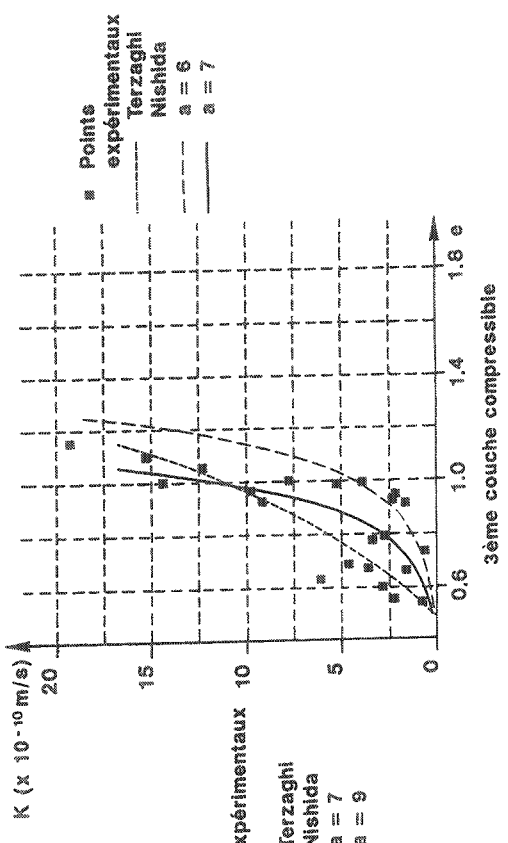
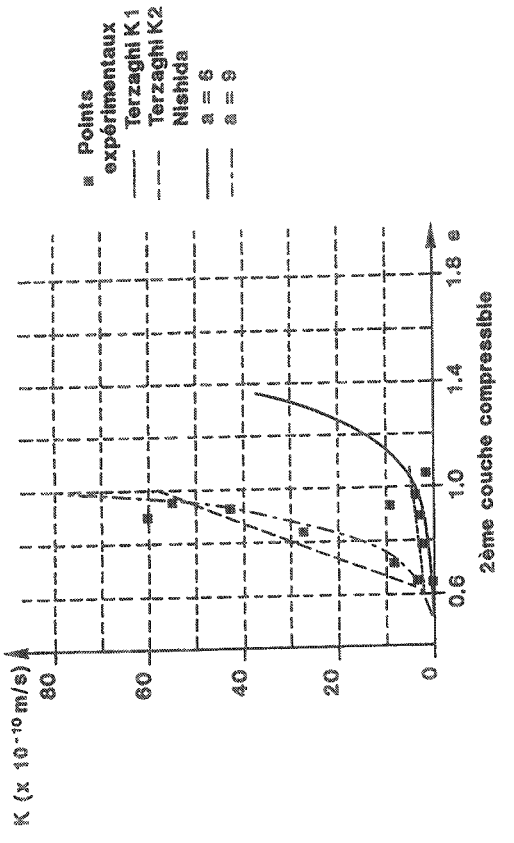


Figure VII.20. : Variations de K_z en fonction de e , points expérimentaux et essais de différentes lois de non linéarité.

Dans ces conditions, les subsidences totales calculées pour la colonne 8, jusqu'en 1990, sont les suivantes :

- modèle non couplé (paramètres constants) : 1.92 m
- modèle couplé et K_z constant : 1.42 m
- modèle couplé et non linéarité de Nishida : 1.04 m
- modèle couplé et non linéarité de Terzaghi (la loi K_z) : 2.48 m.

La figure VII.21. illustre les déformations totales relatives, en fonction de la profondeur pour chacun de ces modèles, en 1965.75. La loi de Terzaghi (K_z) induit une diminution très rapide de K_z en fonction de très petites variations de z . Dans la mesure où ce comportement n'est certainement pas caractéristique de l'ensemble de la 2ème couche compressible, on est amené à surestimer de façon importante les perméabilités initiales de cette couche, alors qu'avec les relations de Nishida & Nakagawa, différentes relations sont utilisées ($a = 5, 6, 7, 8$ ou 9) en fonction des valeurs de I_p . La surestimation des perméabilités initiales induit des déformations très importantes dans les couches compressibles puisque les dépressions d'eau s'y propagent rapidement.

La loi de Terzaghi est donc, dans le cas de cette colonne, difficilement applicable, car engendrant des résultats peu fiables.

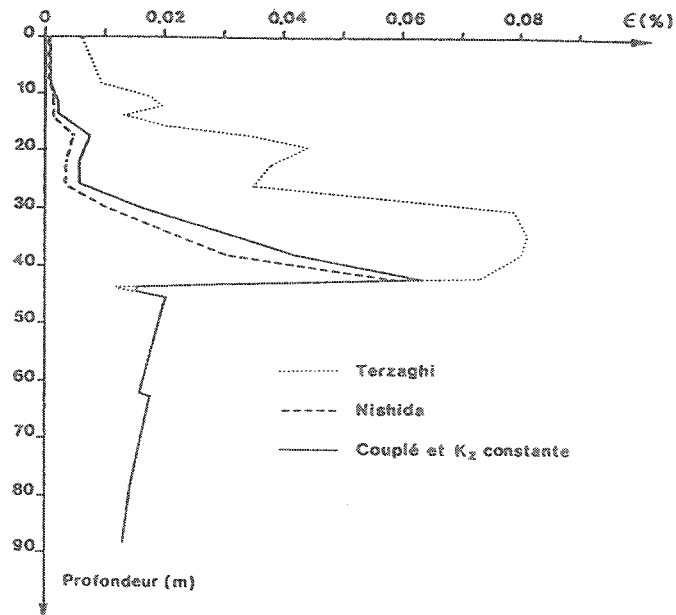


Figure VII.21. : Profils des déformations relatives en 1965.75, colonne 8, pour différentes simulations.

Des comparaisons similaires réalisées sur les résultats trouvés aux colonnes 15, 135 et 144 (tableau VII.2., tendent à montrer que l'introduction d'une non linéarité de K_z , provoque une diminution des tassements calculés, si la loi de non linéarité est réaliste.

Colonne	Tassements (m)			
	Couplé K_z cste	Nishida	Terzaghi (K_1)	Terzaghi (K_2)
8	1.42	1.04		2.48
15	1.82	1.72	0.97	1.62
135	2.25	2.09	2.17	2.58
144	2.08	1.81	1.49	1.57

Tableau VII.2. : Tassements totaux, en 1990.75, dans différentes colonnes et en utilisant différents modèles.

Les lois de type K_2 de Terzaghi ne conviennent pas sauf peut-être dans la colonne 15. Le passage d'une loi de Terzaghi à une autre (de K_1 à K_2) peut provoquer des différences non négligeables de tassements calculés. Ce dernier fait confirme qu'il ne faut en aucune façon négliger l'apport d'autres données permettant de caractériser plus finement les couches compressibles. Comme signalé précédemment, la loi de Nishida & Nakagawa, en se servant des valeurs de I_p pour distinguer différentes valeurs du paramètre a au sein même des couches compressibles, est la seule à permettre une caractérisation des couches compressibles, aussi proche de la réalité. Les autres lois se basent sur l'ajustement global (par moindres carrés, etc...) des paramètres pour l'ensemble d'une couche. Cet inconvénient peut être gommé, si le nombre de couches discrétisées est très important, ce qui doit correspondre à une très grande densité de données sur K_z et e .

D'autres relations de non linéarité de K_z sont à tester et tout particulièrement la relation (III.33.) car elle propose un formalisme similaire à la non linéarité de S_s dans le couplage écoulement-tassement.

VII. CONCLUSIONS

Des considérations théoriques du chapitre III et du cas d'étude de Shanghai, nous pouvons tirer les enseignements suivants :

- a) Une densité suffisante des données est un préalable indispensable à une simulation qui se veut relativement précise. De nombreux points de mesures répartis régulièrement sont indispensables pour définir au mieux la géométrie 3D du modèle écoulement dont la structure peut rarement être considérée comme un empilement de couches horizontales.

A Shanghai, aux 35 forages carottés avec prélèvements d'échantillons remaniés, se sont ajoutés de nombreux points d'informations (puits loggés par diagraphies, C.P.T., piezomètres, etc...) pour totaliser une centaine de points, régulièrement répartis dans la zone d'étude d'environ 120 km². Les échantillons non-remaniés prélevés dans tous les horizons géologiques et tout particulièrement dans les couches compressibles, doivent être très nombreux, afin de permettre les essais de consolidation en labo qui détermineront les paramètres du modèle écoulement-tassement 1D. A Shanghai, les colonnes retenues pour le calcul des tassements, l'ont été sur base d'un nombre minimum de 15 à 20 échantillons non-remaniés, pour lesquels les essais fournissaient les paramètres caractérisant les couches compressibles.

Des données historiques et actuelles, concernant les pompages/réinjections ainsi que les mesures des hauteurs piézométriques et des subsidences sont essentielles pour déterminer avec précision les sollicitations du système et d'autre part pour assurer une calibration suffisante du modèle en vue de permettre des simulations prévisionnelles. Souvent, à ce niveau, les données ne sont malheureusement que fragmentaires. A Shanghai, les nombreuses mesures piézométriques ont permis une calibration relativement précise du modèle écoulement 3D, malgré les imprécisions subsistant sur les pompages réels effectués entre 1920 et 1950. Par contre, les mesures historiques de la subsidence depuis 1920 en nombre trop restreint, n'ont pas permis une calibration satisfaisante du modèle écoulement-tassement.

- b) La précision complémentaire que l'on obtiendrait par un modèle écoulement-tassement 3D serait sans doute dérisoire par rapport aux imprécisions (citées plus haut) venant de la paramétrisation et de la calibration.

De plus, le nombre très important d'éléments finis, nécessité par la discrétisation 3D des couches compressibles, ajouté à l'augmentation du nombre des degrés de libertés, joint au couplage et à la non linéarité des paramètres, constituerait un système énorme consommant un temps C.P.U. très important pour un gain de précision dérisoire.

Par conséquent, au vu des données dont on dispose habituellement, l'approche présentée ci-dessus (utilisée pour le cas de Shanghai) constitue à nos yeux le meilleur compromis :

- un modèle écoulement 3D
- un modèle écoulement-tassement 1D dont les conditions de pression aux frontières des couches compressibles sont fournies par le modèle écoulement 3D, après chaque pas de temps.

Les conditions aux frontières du modèle écoulement 3D doivent être choisies telles qu'elles n'influencent pas ou peu les résultats de la simulation. Elles doivent donc être situées à distance par rapport à la zone où sont imposées les sollicitations.

Ceci peut nécessiter la discrétisation d'éléments finis de grandes tailles en bordure de la zone étudiée afin de reporter les conditions aux frontières plus loin. L'emploi d'éléments frontières (demi-infinis) pourrait être envisagé. Comme signalé précédemment (VII.3.2.), dans le cas de Shanghai, cette remarque souligne indiscutablement le point faible de l'étude réalisée jusqu'ici. Nous espérons pour le futur ne pas devoir en rester à ce stade.

- c) Le couplage écoulement-tassement provoquant la non linéarité de S_s et d'autre part la prise en compte de la non linéarité de K_z sont indispensables pour la bonne représentation des processus en cours lors de la consolidation. Le choix d'un couplage basé sur une loi expérimentale de consolidation comme la loi oedométrique, paraît plus opportun que de se fier à une loi purement empirique. La loi élasto-plastique de l'essai oedométrique, adoptée pour l'étude de Shanghai pourrait être complétée, par l'ajout d'une composante de déformation visqueuse (à paramétriser), de manière à constituer un modèle élasto-viscoplastique. Le choix de la loi de non linéarité de K_z peut être plus délicat. Les propositions sont multiples et l'idéal consiste à trouver une loi reproduisant, avec le plus de fidélité le comportement des terrains étudiés.

A notre sens, ce choix doit être essentiellement guidé par les données dont on dispose, afin d'adapter au mieux les coefficients ou paramètres pour qu'ils soient réellement caractéristiques des propriétés des couches et sous-couches rencontrées. A ce sujet, la loi de Nishida & Nakagawa convient tout particulièrement bien au cas étudié de Shanghai.

VIII. TRAITEMENT GEOSTATISTIQUE DES DONNEES : ETUDE DE LA NAPPE ALLUVIALE DE LA MEUSE ENTRE LIEGE ET MAASTRICHT

VIII.1. INTRODUCTION

L'étude détaillée de la nappe alluviale de la Meuse en aval de Liège a été financée par le Ministère des Travaux Publics (Administration des voies hydrauliques) (Lox et al., 1990).

Le tronçon étudié est compris entre Monsin et Lanaye (figure VIII.1.). Dans cette plaine alluviale, large de 500 à 2600 mètres, la Meuse et le Canal Albert ont des parcours Sud-Nord relativement parallèles (figure VIII.3.); le niveau de flottaison du canal est constant, tandis que celui de la Meuse passe de la cote +60 à la cote +46 via une série de barrages assortis d'écluses.

Le but est de simuler et d'estimer avec précision les débits non mesurés dans les jaugeages de surface car s'écoulant dans les graviers de la plaine alluviale, transitant depuis le Canal Albert vers le fleuve, ou contournant les barrages-écluses.

Des études hydrogéologiques, assorties de puits de pompage, de nombreux piézomètres et de très nombreux sondages électriques et quelques sondages sismiques, ont permis une détermination correcte des paramètres hydrogéologiques. De plus, ces études ont été l'occasion de faire la synthèse de l'ensemble des données disponibles dans la vallée de la Meuse à l'aval de Liège : géométrie des couches, sollicitations extérieures, conditions aux frontières, niveaux piézométriques,...

Le code LAGAMINE (cfr VI. et VII), utilisant la méthode des éléments finis a été utilisé en régime permanent sur une discrétisation 3D de la nappe.

Initialement, l'hétérogénéité des graviers et sables de l'aquifère alluvial a été introduite par la distinction de plus de 15 valeurs différentes de perméabilité. Une calibration classique ("trial and error") a été réalisée en jouant sur la répartition et les valeurs de perméabilité afin d'obtenir une piézométrie de référence.

Ensuite, un traitement par krigeage (et cokrigeage) des valeurs de perméabilités déduites des données d'essais de pompages et des sondages électriques, permet d'introduire des jeux de données "optimum" dans le modèle. Une comparaison des résultats calculés par rapport à la piézométrie de référence et par rapport à la piézométrie calibrée par la méthode classique montre les effets obtenus par ce type de traitement. De plus, le champ des hauteurs piézométriques est également krigé par la méthode des résidus (Neuman & Jacobson, 1984) afin d'essayer d'optimiser la piézométrie de référence.

Les flux, résultats du modèle, sont calculés (et comparés d'une approche à une autre) en tous les points du domaine étudié, permettant de quantifier et localiser très précisément les différentes infiltrations, venues d'eau, contournements d'ouvrages d'art, etc...

VIII.2. CADRE HYDROGEOLOGIQUE, SYNTHESE DES DONNEES

En aval de Liège (figure VIII.1), le substratum de la vallée de la Meuse et de ses versants est constitué par des formations du Primaire.

Dans la région de Visé, une structure anticlinale en dôme fait affleurer les formations du Frasnien et du Tournaisien-Viséen composés de calcaires et dolomies. Des zones très karstiques de plusieurs hectares de superficie et de plusieurs dizaines ou centaines de mètres de profondeur, ont été localisées. Elles sont comblées par des schistes et psammites namuriens altérés, relativement aquifères. Ce paléokarst est l'objet de réactivations actuelles lorsqu'il apparaît en surface du fait de l'érosion.

De part et d'autre de la structure anticlinale, les terrains houillers sus-jacents, composés de schistes, psammites et grès du Namurien, inclinent de quelques degrés vers le Nord et vers le Sud.

Après le plissement hercynien, l'ensemble fut pénéplané et recouvert au Crétacé supérieur par la Smectite de Herve (marne imperméable), épaisse généralement de 10 à 20 mètres, puis par des craies et tuffeaux du Campanien et du Maastrichtien. Ces formations affleurent au Nord de Visé, en rive gauche de la Meuse, et se prolongent jusqu'à Maastricht.

De la vaste transgression tertiaire qui suivit ne subsistent que des lambeaux de sables oligocènes (Tongrien) conservés dans les aires de dissolution des craies et des tuffeaux.

Au Quaternaire, la Meuse a entaillé son substratum, laissant une dizaine de niveaux de terrasses. Son cours actuel, orienté sensiblement Sud-Nord dans cette région, comprend une importante plaine alluviale, large de plusieurs centaines de mètres et comportant 10 à 15 mètres de dépôts meubles, composés de limons fluviatiles et de graviers à matrice sableuse ou silteuse plus ou moins abondante.

Sur base des données recueillies (environ 1500 points : forages, puits, piezomètres, CPT, sondages sismiques et électriques), ont été établies (Lox et al., 1990) :

- une carte reprenant les zones des différentes résistivités apparentes des alluvions graveleuses de la Meuse (figure VIII.2);
- deux cartes piézométriques; la figure VIII.3 présente la situation de référence du 10 juillet 1989;
- 53 coupes géologiques transversales de la plaine alluviale, réparties entre Monsin et Lanaye.

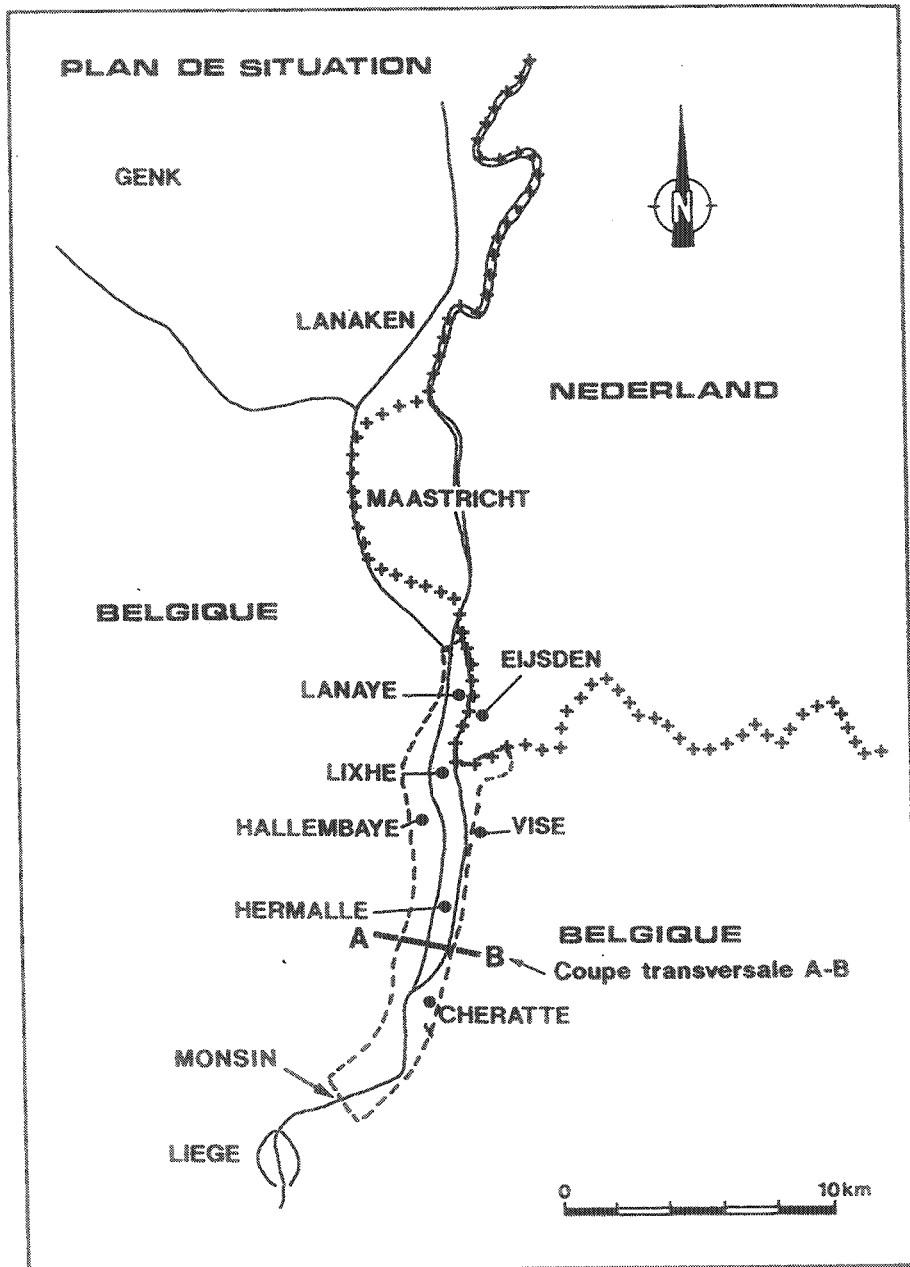


Figure VIII.1. : Plan de situation de la zone étudiée : la plaine alluviale de la Meuse en aval de Liège.

Sur base de ces documents, on a pu définir avec précision la géologie de la plaine alluviale (Dassargues & Lox, 1991) :

- en aval de Lanaye, la craie du Maastrichtien inférieur (Crétacé) constitue le substratum sous les dépôts alluviaux et affleure sur le versant Ouest de la vallée. Les craies du Maastrichtien et du Campanien, à pendage de quelques % vers le Nord-Est, constituent un aquifère puissant (Dassargues et al., 1989) surmontant la Smectite de Herve. Les alluvions de la Meuse comprennent à la base des graviers roulés à matrice silto-sableuse surmontés de limons fluviatiles. L'ensemble est souvent recouvert de remblais divers pouvant atteindre plus de 7m. L'épaisseur des graviers est comprise entre 5 et 10 m, la teneur en matrice limono-sableuse varie fortement suivant les endroits, avec de fréquents lits sableux et lentilles d'argile. Les limons fluviatiles, plus ou moins argileux ou sableux suivant les endroits, ont une épaisseur comprise entre 2 et 6 m. Ils se chargent de petits cailloux roulés vers le bas.
- vers l'amont, le substratum crayeux est progressivement remplacé d'abord par la Smectite de Herve, ensuite par les phanites et schistes du Houiller. Ces phanites sont par endroit fortement bréchifiées par effondrement dans des poches karstiques affectant les calcaires viséens sous-jacents. Leur perméabilité est alors de 10^{-6} à 10^{-5} m/sec et la nappe des calcaires est parfois artésienne de plusieurs mètres, par rapport à la nappe alluviale. Ailleurs, les schistes et grès du Houiller jouent plutôt le rôle d'écran à la circulation des eaux souterraines. Le sommet du Houiller est altéré sur quelques mètres avec un pendage Nord de 1 à 2 % . Sa surface présente de nombreuses irrégularités locales dues à des surcreusements par le fleuve.
- plus au Sud, les calcaires viséens affleurent sur le versant Est de la vallée entre Visé et Hermalle. En amont d'Hermalle, les schistes houillers constituent à nouveau l'entièreté du substratum de la plaine alluviale (figure VIII.4).

La couche de graviers, comprise entre le bed rock houiller pratiquement imperméable et les limons fluviatiles peu perméables, renferme une nappe aquifère s'étendant sur l'ensemble de la plaine alluviale. Elle est alimentée par l'impluvium direct, par l'eau de ruissellement des coteaux, par les nappes des versants et enfin par le canal Albert et la Meuse.

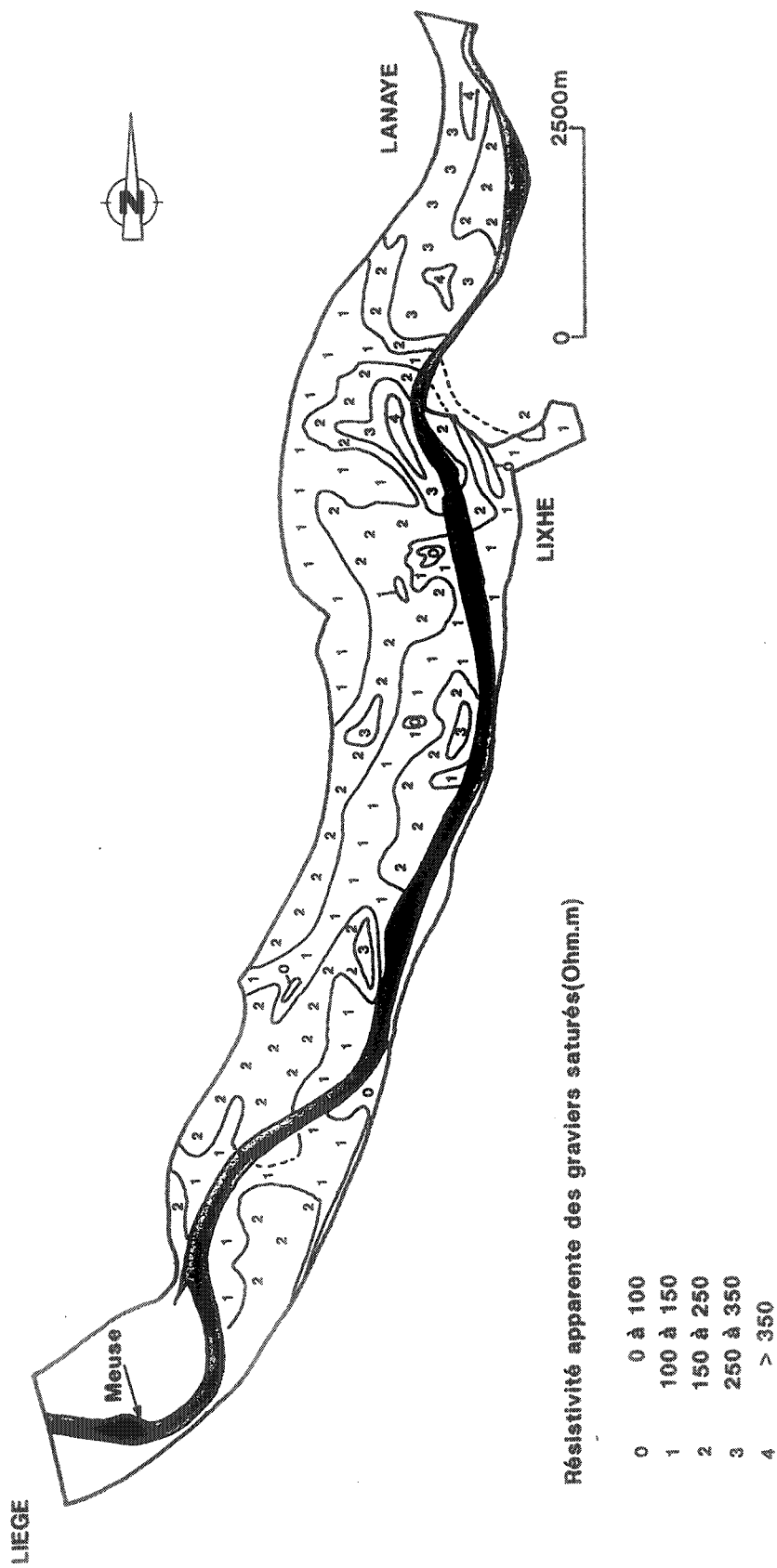


Figure VIII.2. : Carte des résistivités apparentes mesurées par sondages électriques (dispositif Schlumberger) (d'après Lox et al., 1990).

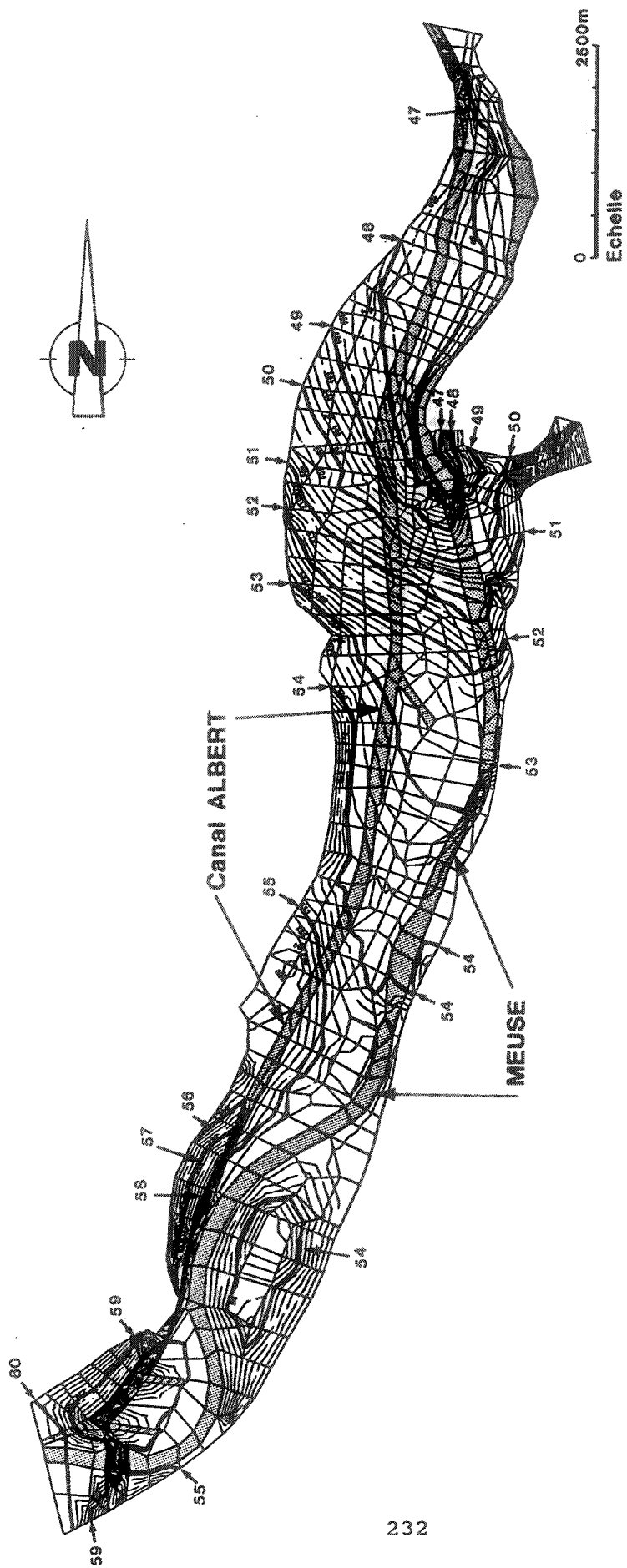


Figure VIII.3. : Carte piezométrique mesurée de référence (10/07/89).

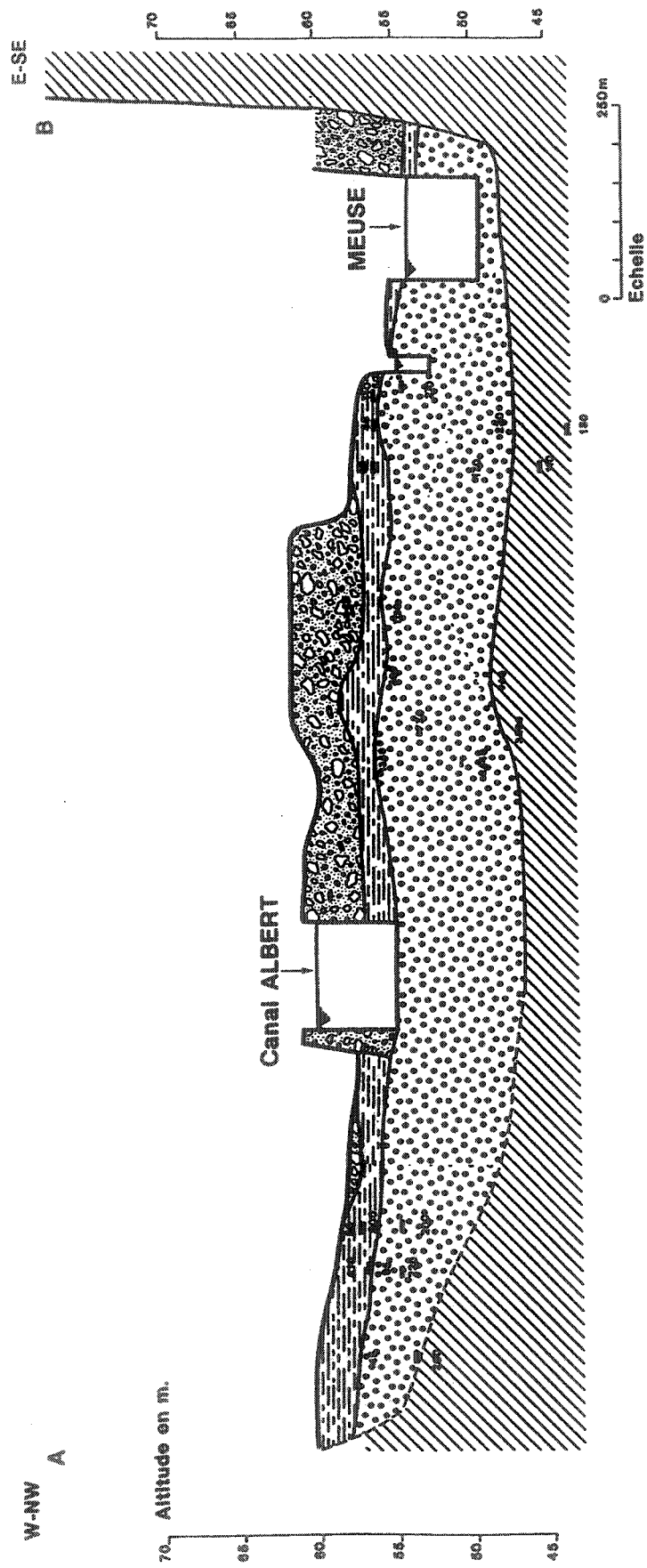


Figure VIII.4. : Coupe transversale A-B
(implantation cfr. figure VIII.1)

L'épaisseur des dépôts graveleux varie entre 10 et 5 mètres, suivant que l'on se trouve sur d'anciens flots de graviers ou au droit de chenaux anastomosés. Les variations de faciès sont nombreuses et engendrent des zones de circulation préférentielle. La perméabilité des graviers varie entre $5 \cdot 10^{-3}$ et $1 \cdot 10^{-1}$ m/sec suivant leur granulométrie et leur teneur en matrice sablo-silteuse.

Une série de sondages électriques a permis d'étudier les résistivités apparentes de la formation graveleuse, résistivités fonction de la teneur en éléments sablo-silteux influençant également la perméabilité.

L'ensemble des études hydrogéologiques relatives à la nappe alluviale de la Meuse à l'aval de Liège permet donc l'élaboration d'un modèle mathématique d'écoulement régional et très précis.

Il reste à mentionner les aménagements de la plaine alluviale qui sont susceptibles d'avoir modifié l'écoulement naturel dans la nappe.

Les principaux ouvrages sont :

- Le Canal Albert, dont le niveau de flottaison est calé à la cote 60 par le barrage de Monsin. Le fond du canal, à la cote + 55 m, repose dans les alluvions tantôt limoneuses, tantôt sablo-graveleuses. Le niveau de la nappe alluviale atteint le fond du canal entre Monsin et Cheratte, puis décroche progressivement pour se situer 7,50 m plus bas à Lanaye. De ce fait, entre Monsin et la tranchée de Caster, le Canal subit des pertes à travers le dispositif d'étanchement du fond, pertes parfois accrues par les récents travaux de mise au gabarit 9000 tonnes.
- Les murs de quai et les drains le long de la Meuse. A l'aval de Liège, la Meuse est canalisée jusqu'au barrage de Lixhe (figure VIII.1.), à l'aval duquel sa section redevient naturelle. En rive gauche, un drain existe depuis Hermalle sous-Argenteau (cote + 51,92) jusqu'en aval du barrage de Lixhe (cote + 46,20). En rive droite, il s'étend de Richelle (cote + 53) jusqu'à l'aval du barrage de Lixhe (cote + 48,00). Les murs de quai et les drains influencent probablement les relations nappe alluviale-fleuve, modifiant les gradients piézométriques et les débits de transfert.
- Les barrages sur la Meuse, avec les niveaux théoriques de flottaison suivants :

. barrage-écluse de Monsin :

niveau de flottaison amont : 60,00
niveau de flottaison aval : 54,70

. barrage-écluse d'Hermalle-sous-Argenteau (en cours de démolition):

niveau de flottaison amont : 54,70
niveau de flottaison aval : 54,00

. barrage de Lixhe :

niveau de flottaison amont : 54,00
niveau de flottaison aval : 46,00

Les dénivellées ainsi créées entre bief amont et bief aval engendrent des écoulements importants via la nappe alluviale.

VIII.3. TRAITEMENT DES PERMEABILITES

VIII.3.1. INTRODUCTION

A partir de toutes les données récoltées, certains auteurs (Monjoie et al. (1987) et Haddouchi (1987)) ont montré l'existence probable d'une corrélation satisfaisante entre les résistivités électriques apparentes des graviers saturés (mesurées par sondages électriques) et le logarithme des perméabilités.

De nombreux auteurs avaient déjà évoqué cette possibilité : Kelly (1977) et Kosinsky (1981) pour des sédiments glaciaires par l'emploi de résultats de sondages électriques Schlumberger; Heigold et al. (1979), Kwader (1985) et Huntley (1986) pour tout milieu poreux granulaire par l'emploi des diagraphies de résistivité. Ahmed et al. (1988) utilisent cette relation entre la résistivité et la perméabilité sans en calculer la corrélation, le champ optimum des perméabilités étant obtenu par cokrigeage avec les données de résistivité.

Le jeu de données dont nous disposons consiste en 22 valeurs de coefficient de perméabilité (K) mesurées par essais de pompage, et environ 220 valeurs de résistivité apparente (ρ_A) mesurées par sondages électriques (dispositif Schlumberger).

Au vu de ces données, 4 méthodes peuvent être appliquées afin de tirer le maximum d'informations :

- A. Calcul de la corrélation entre $\log K$ et ρ_A par régression linéaire ou parabolique, et déduction directe des valeurs de K à partir des mesures de ρ_A .
- B. Krigeage des $\ln K$ sur base des seules mesures de K par essais de pompage (22 mesures).
- C. Utilisation de la corrélation entre $\log K$ et ρ_A pour la déduction des premières valeurs de K (cfr. A.) et krigeage des $\log K$ sur base de toutes les valeurs obtenues.
- D. Cokrigeage des $\ln K$ en se servant d'un jeu de données secondaire constitué par les mesures de ρ_A (la corrélation $\ln K - \rho_A$ (ou $\log K - \rho_A$) n'est pas calculée).

Ces 4 approches vont être appliquées ci-après. Il sera discuté des avantages et inconvénients de chacune d'entre elles dans la suite et lors de la comparaison des résultats obtenus.

VIII.3.2. CORRELATION PERMEABILITE-RESISTIVITE (METHODE A)

En reprenant les perméabilités mesurées aux puits de pompage et aux piézomètres, on obtient 22 valeurs que l'on peut mettre en rapport avec les résistivités apparentes (ρ_A) des graviers saturés, mesurées par sondages électriques réalisés à proximité immédiate. Le diagramme ($\log K, \rho_A$) de la figure VIII.5. reprend l'ensemble de ces points en écartant toutes les valeurs de ρ_A supérieures à 325 ohm.m car elles correspondent à des graviers non saturés ou partiellement saturés (une valeur moyenne de K ou de ρ_A est prise lorsque la précision des essais de pompage ou des sondages électriques définissait un intervalle de variation).

On constate (figure VIII.5.) que le "nuage" de points obtenu, a plus tendance à décrire une courbe parabolique qu'une droite et d'autre part que pour une valeur de ρ_A , la perméabilité K est connue à un facteur près de 1 à 2.5, ce qui est normal au vu de la précision habituelle des résultats interprétés des essais de pompage (mesures, hypothèses, hétérogénéité, ...).

La détermination de la perméabilité et de son intervalle de variation à partir d'une résistivité nous intéressant, on a recherché la parabole de régression de $\log K$ sur ρ_A par les moindres carrés.

L'équation de la parabole est la suivante :

$$\log K = a + b \cdot (\rho_A) + c \cdot (\rho_A)^2 \quad (\text{VIII.1.})$$

La parabole de régression calculée (figure VIII.6.) peut s'écrire :

$$(\log K) = -4.797409 + 0.02104219 \cdot (\rho_A) - 3.37441 \cdot 10^{-5} (\rho_A)^2 \quad (\text{VIII.2.})$$

avec $\rho_A \leq 300$ ohm.m.

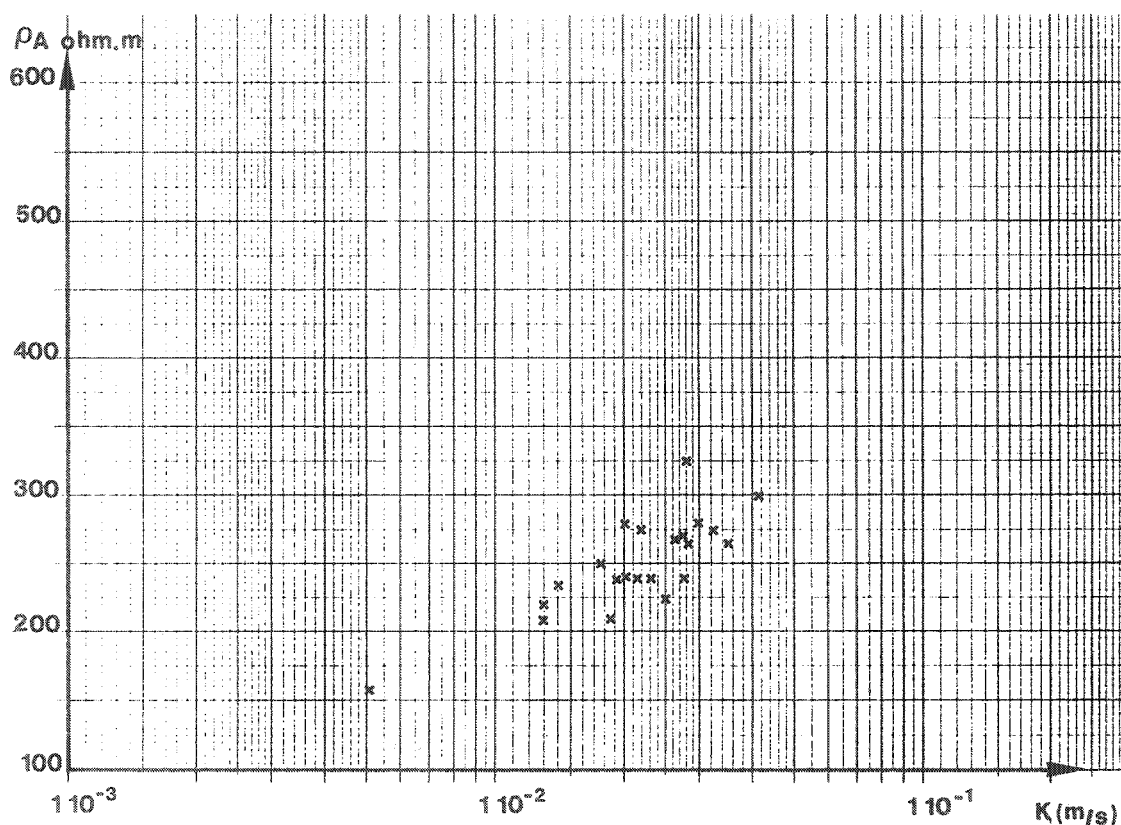


Figure VIII.5. : Diagramme (log K, ρ_A).

Le coefficient de corrélation parabolique est :

$$r = 0.88 \text{ avec } r^2 = 0.7744 = \frac{\text{"Ecart expliqué"}}{\text{"Ecart total"}} \quad (\text{VIII.3.})$$

Si on cherche à quantifier l'écart moyen par rapport à cette parabole, on peut définir celui-ci par :

$$\log \Delta = \frac{\sum |(\log K) - (\log K_{\text{régression}})|}{n} \quad (\text{VIII.4.})$$

Dans notre cas, on trouve :

$$\log \Delta = 6.4912 \cdot 10^{-2}$$

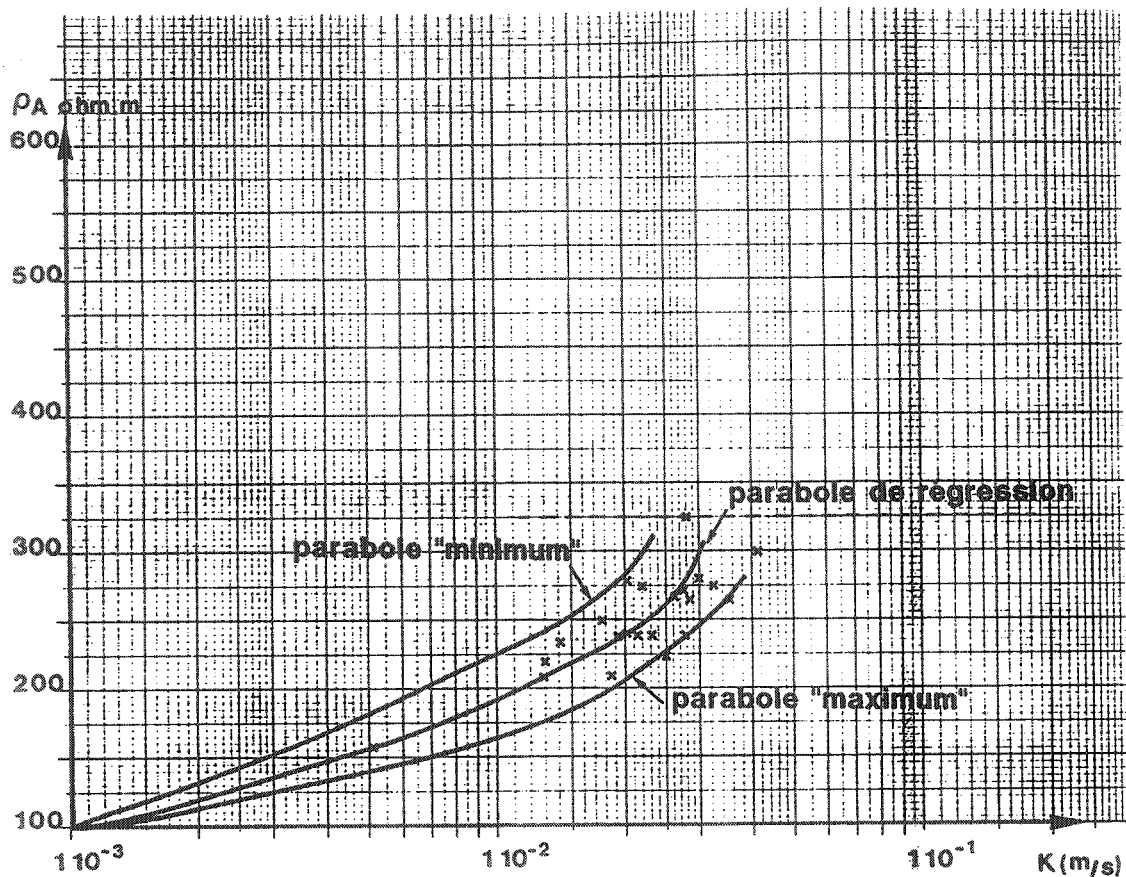


Figure VIII.6. : Parabole de régression et paraboles extrêmes.

On peut donc écrire que :

$$\log K - \log \Delta < \log K < \log K + \log \Delta$$

ou

$$\frac{K}{\Delta} < K < K \cdot \Delta \quad (\text{VIII.5.})$$

avec, dans notre cas : $\Delta = 1.1612$

Appliquer cet écart (moyen), aux valeurs de perméabilité, amènerait une approximation très grossière de la réalité.

Il est donc peu souhaitable d'intégrer cette variance constante dans le calcul. Une autre possibilité consiste à déterminer les paraboles "extrema" enveloppant les valeurs extrêmes constatées dans les mesures.

Pour ce faire, nous prenons les hypothèses suivantes :

- les paraboles "extrema" ont la même courbure que la parabole de régression;

- elles passent toutes par un point minimum $\begin{cases} K = 1.10^{-3} \text{ m/s} \\ \rho_A = 102 \text{ ohm.m} \end{cases}$

- la parabole "maximum" passe par $\begin{cases} K = 2.5 \cdot 10^{-2} \\ \rho_A = 225 \end{cases}$

- la parabole "minimum" passe par $\begin{cases} K = 2 \cdot 10^{-2} \\ \rho_A = 280 \end{cases}$

La première hypothèse (même courbure) impose que $c = -3.37441 \cdot 10^{-5}$ partout. En effet, les dérivées secondes des équations des 3 paraboles doivent être égales et valent (2.c). Il reste a et b comme inconnues, déterminées par les 2 points de passage obligés. On obtient :

$$(\log K) = -4.933694 + 0.0224 \cdot (\rho_A) - 3.37441 \cdot 10^{-5} (\rho_A)^2$$

(VIII.6.)

pour la parabole "maximum" (située en dessous de la parabole de régression, figure VIII.6.).

et

$$(\log K) = -4.709265 + 0.0202 (\rho_A) - 3.37441 \cdot 10^{-5} (\rho_A)^2$$

(VIII.7.)

pour la parabole "minimum" (située au-dessus de la parabole de régression, figure VIII.6.).

Pour chaque valeur de ρ_A mesurée, on peut donc obtenir 3 valeurs de perméabilité :

K_{\min} = perméabilité obtenue avec la parabole "minimum"

$K_{\text{mean.}}$ = perméabilité "moyenne" obtenue avec la parabole de régression

K_{\max} = perméabilité obtenue avec la parabole de régression "maximum".

Remarque

Dans la zone étudiée, on a repris systématiquement toutes les valeurs de résistivités apparentes (ρ_A) des graviers saturés, mesurées par les nombreux sondages électriques. Des corrections importantes ont parfois dû être appliquées à certaines valeurs mentionnées dans le rapport MTP/901 (Lox et al., 1990) lorsque ces dernières englobaient, dans un même horizon, les graviers hors nappes et les graviers saturés.

Cette distinction est cependant, dans la réalité, moins évidente que supposé car les graviers hors nappe peuvent être, en certains endroits, très humides par infiltration ou par capillarité dans les zones plus limoneuses. D'autre part, les corrections qui ont été apportées (en une vingtaine de points sur les 284 mesures de ρ_A) ont été réalisées en tenant compte des effets des principes d'"équivalence" et de "suppression" lors de l'interprétation des sondages électriques en milieu stratifié horizontal.

Les perméabilités obtenues par les différentes paraboles sont ajoutées chaque fois aux 22 valeurs connues formant ainsi 3 jeux de données correspondant aux K_{min} , K_{mean} , et K_{max} .

La carte des perméabilités K_{mean} , calculées en accord avec la méthode A est reprise à la figure VIII.7.

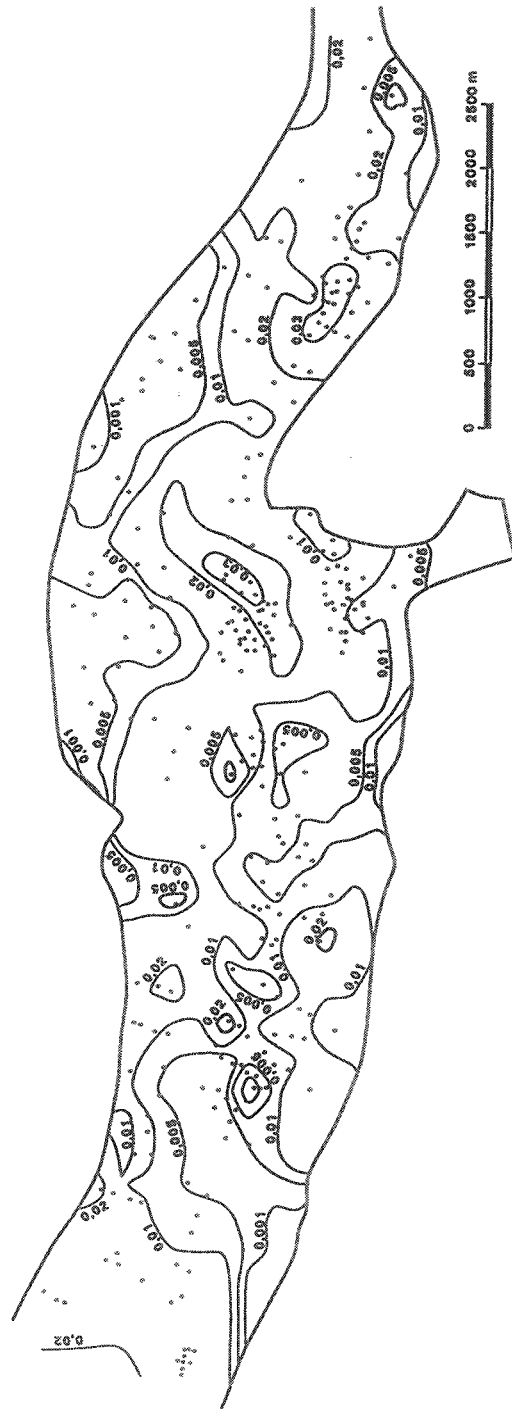


Figure VIII.7. : Carte des perméabilités obtenues par la méthode A (corrélation).

VIII.3.3. KRIGEAGE DES PERMEABILITES MESUREES PAR POMPAGES (METHODE B)

Pour le calcul des variogrammes expérimentaux, la cross-validation et le calcul du krigeage proprement dit, l'ensemble de programmes regroupés dans GEOEAS (Geostatistical Environmental Assessment Software) (Englund & Sparks, 1988) a été préféré pour sa commodité d'emploi à GEOKRIG (commercialisé par Hunter/Hydrosoft, Inc.) (Voorhees et al., 1988) ou à GEOSTAT TOOLBOX (Froidevaux, 1988).

Le variogramme expérimental est tracé sur base de 171 paires en éliminant du jeu de données les coefficients de perméabilité inférieurs à 1.10^{-5} m/sec, peu réalistes pour l'aquifère considéré. La fonction représentant au mieux ce variogramme est sphérique avec les caractéristiques suivantes (figure VIII.8.) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{effet de pépite} : 0.04 \\ \text{seuil} : 0.113 \\ \text{portée} : 3500 \end{array} \right.$$

$$\gamma(d) = 0.04 + 0.113 \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{d}{3500} - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{3500} \right)^3 \right] \quad \text{si } d \leq 3500$$

$$\gamma(d) = 0.153 \quad \text{si } d > 3500$$

(VIII.8.)

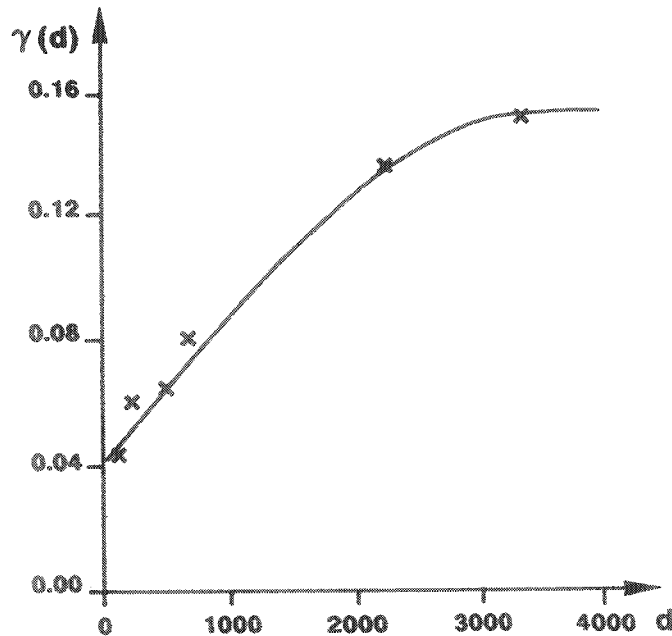


Figure VIII.8. : Variogramme expérimental et variogramme ajusté pour le krigeage des $\ln K$ mesurés par essais de pompage (méthode B).

La procédure de cross-validation (cfr. V.3.) amène à modifier légèrement les caractéristiques du variogramme pour que l'estimateur soit non-biaisé (équation V.14.) et que les erreurs d'estimation calculées soient bien évaluées (équation V.15.). On trouve :

$$E(Z_i^* - Z_i) = 0.000$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{(Z_i^* - Z_i)}{\sigma} \right]^2 = 1.071$$

avec

effet de pépite	:	C	=	0.06
seuil	:	ω	=	0.093
portée	:	a	=	3500

C'est avec ces paramètres que le krigeage des ln K est réalisé sur le domaine. Il s'agit du krigeage ordinaire fournissant en réponse une valeur de ln K estimée par bloc de 200 X 250 m. Le rayon d'investigation de la fenêtre mouvante est de 2000 m, le nombre de mesures minimum pour l'estimation est choisi à 2, le nombre maximum à 8. Vu le nombre limité de données, il n'est pas fourni de valeur krigée pour K dans de larges zones du domaine. La carte des perméabilités obtenues par cette méthode (B) et la carte des incertitudes (pour un intervalle de confiance de 95 %) liées à ces estimations sont reprises aux figures VIII.9. et VIII.10.

La faible densité des données, ajoutée à leur répartition centrée sur deux zones principales se traduit clairement en terme d'incertitude. Celle-ci croît rapidement concentriquement autour de ces 2 zones. Les valeurs estimées des perméabilités sont fort lissées, la plupart sont comprises entre 0.015 et 0.03. Un tel lissage ne traduit pas bien la réalité hydrogéologique.

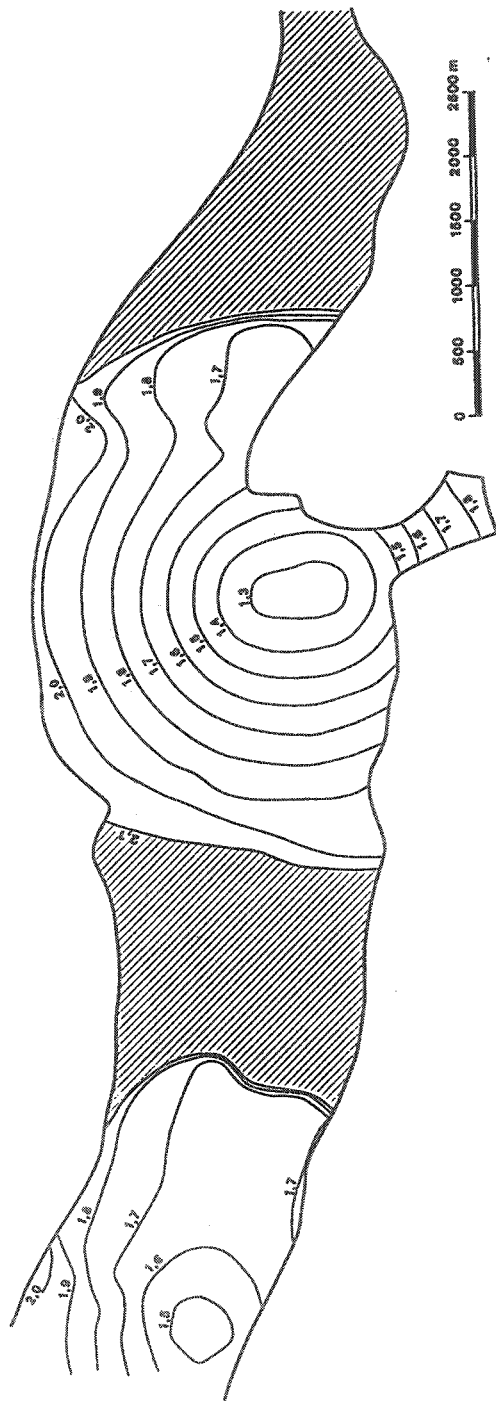


Figure VIII.10. : Carte des incertitudes ($e^{2\sigma}$ pour un I.C. de 95 %) sur les K estimées par krigeage (méthode B).

VIII.3.4. APPLICATION DE LA CORRELATION SUIVIE DU KRIGEAGE

La corrélation (équation VIII.2.) a été appliquée (méthode A) pour obtenir le jeu de données des K_{mean} . (figure VIII.7.). A partir de celles-ci, et en accordant donc autant de confiance aux données provenant des essais de pompage qu'à celles provenant des résistivités électriques, on procède au classement des paires et à l'élaboration du variogramme expérimental. Avec 302 mesures prises en compte, le nombre total de paires est de $n(n-1)/2 = 45451$ paires. Outre l'élimination des points pour lesquels $\ln K < -7$ (correspondant à $K < 9.10^{-4}$ m/s), la distance maximum entre 2 points de mesure formant une paire a dû être réduite à 2200 m afin de ne pas dépasser le nombre de 16384 paires que permet de traiter le programme GEOEAS.

Le variogramme expérimental obtenu est présenté à la figure VIII.11. et la fonction ajustée est sphérique avec les caractéristiques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{effet de pépité} & : 0.7 \\ \text{seuil} & : 0.450 \\ \text{portée} & : 1000 \end{array} \right.$$

$$\gamma(d) = 0.7 + 0.450 \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{d}{1000} - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{1000} \right)^3 \right] \quad \text{si } d \leq 1000$$

$$\gamma(d) = 1.15 \quad \text{si } d > 1000$$

(VIII.9.)

L'important effet de pépité constaté sur le variogramme expérimental peut correspondre en grande partie à la variance de l'erreur commise lors de la détermination des $\ln K$ par l'utilisation de la régression existant entre $\log K$ et ρ_A . La prise en compte de cet effet de pépité lors du krigeage équivaut en quelque sorte à kriger avec une incertitude initiale constante.

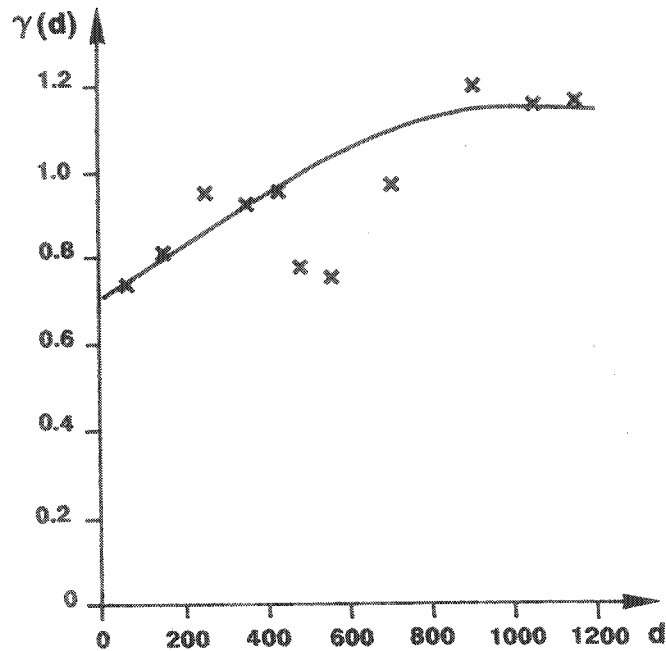


Figure VIII.11. : Variogramme expérimental et variogramme ajusté pour le krigeage des $\ln K$ (méthode C).

La procédure de cross-validation confirme les caractéristiques de la fonction variogramme ajustée avec (cfr. V.3.) :

$$E(Z_i^* - Z_i) = 0.008$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{(Z_i^* - Z_i)}{\sigma} \right]^2 = 0.942$$

Un krigeage ordinaire des $\ln K$ est réalisé sur l'ensemble du domaine, avec une grille de blocs de 200 X 250 m. Le rayon d'investigation de la fenêtre mouvante est choisi à 2200 m puisque c'est avec cette distance maximum que les paires ont été construites pour l'élaboration du variogramme expérimental. Le nombre de mesures minimum pour l'estimation est de 2, le nombre maximum est de 8.

La carte des perméabilités obtenues par cette méthode (C) et la carte des incertitudes (pour un intervalle de confiance de 95 %) sont reprises aux figures VIII.12 et VIII.13. Les données étant, dans ce cas-ci, nombreuses et bien réparties, des valeurs de K^* sont calculées dans tout le domaine.

Bien que les incertitudes calculées soient supérieures à celles obtenues dans les résultats de la méthode B au droit des zones proches des essais de pompage, les K^* sont nettement plus réalistes et on peut observer sur la carte obtenue (figure VIII.12) des tendances similaires à celles de la carte obtenue par la méthode A (figure VIII.7.).

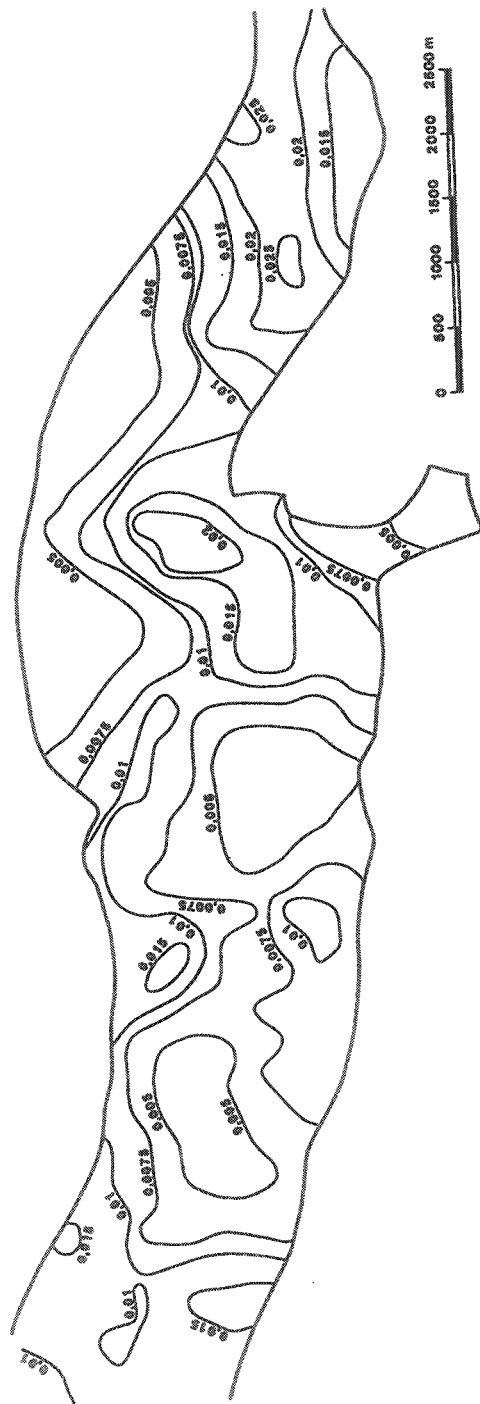


Figure VIII.12. : Carte des perméabilités krigées après application de la corrélation (méthode C)

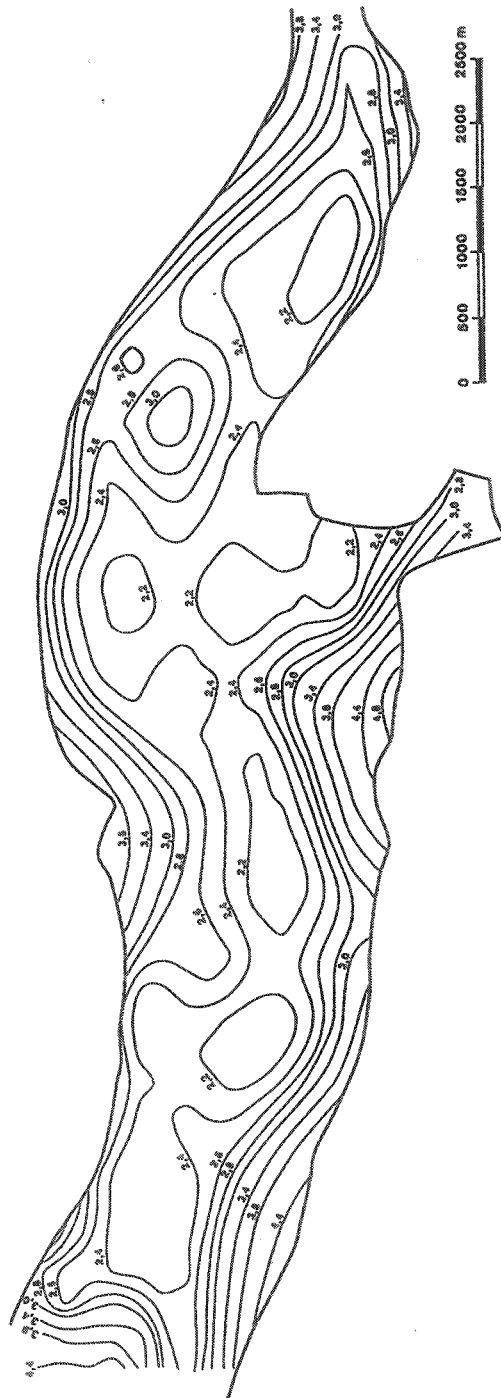


Figure VIII.13. : Carte des incertitudes ($e^{2\sigma}$ pour un IC de 95 %) sur les K^* estimées par krigeage (méthode C).

VIII.3.5. COKRIGEAGE DES PERMEABILITES PAR LES RESISTIVITES (METHODE D)

On considère que le jeu principal de données est celui constitué par les perméabilités mesurées par essais de pompage, le jeu secondaire correspondant aux résistivités apparentes mesurées par sondages électriques.

Pour que les ordres de grandeur des variables à cokriger soient similaires, la recherche des variogrammes et du variogramme croisé est réalisée en considérant, dans un premier temps, les variables :

$$\begin{cases} \rho_A \\ (-100) \cdot \log K \end{cases}$$

Vu l'impossibilité d'appliquer la méthode de Myers (cfr. V.5.) de façon cohérente, un autre changement de variable est proposé :

$$\begin{cases} \rho_A \\ (-100) \cdot \ln K \end{cases}$$

... sans succès également.

Finalement, la recherche des variogrammes et du variogramme croisé a pu être réalisée en appliquant la méthode de Myers sur les variogrammes expérimentaux des variables suivantes :

$$\begin{cases} \ln \rho_A \\ - \ln K \end{cases}$$

Les variogrammes expérimentaux et les fonctions sphériques ajustées sont illustrés à la figure VIII.14. Ils ont les caractéristiques suivantes :

. avant application de la méthode de Myers (figure VIII.14.)

$$\begin{array}{l} \gamma_{\ln \rho_A} \left\{ \begin{array}{l} \text{effet de pépité} : 0.04 \\ \text{seuil} : 0.03 \\ \text{portée} : 1700 \end{array} \right. \\ \\ \gamma_{\ln K} \left\{ \begin{array}{l} \text{effet de pépité} : 0.035 \\ \text{seuil} : 0.07 \\ \text{portée} : 1700 \end{array} \right. \end{array}$$

γ_{somme}	{	effet de pépité	: 0.06
		seuil	: 0.14
		portée	: 1700

$\gamma_{\text{dif.}}$	{	effet de pépité	: 0.015
		seuil	: 0.13
		portée	: 1700

- après application de la méthode de Myers

$\gamma_{\ln \rho_A}$	{	effet de pépité	: 0.025
		seuil	: 0.045
		portée	: 1700

$\gamma_{\ln K}$	{	effet de pépité	: 0.02
		seuil	: 0.0825
		portée	: 1700

γ_{somme}	{	effet de pépité	: 0.07
		seuil	: 0.13
		portée	: 1700

$\gamma_{\text{dif.}}$	{	effet de pépité	: 0.02
		seuil	: 0.125
		portée	: 1700

La procédure de "cross-validation" n'a pas été effectuée car elle n'est pas encore disponible dans le package GEOEAS pour le cokrigeage.

Le cokrigeage des $\ln K$ par les $\ln (\rho_A)$ est réalisé sur l'ensemble du domaine, avec une grille de blocs de 200 X 250 m. Le rayon d'investigation de la fenêtre mouvante est porté à 2500 m afin d'obtenir au moins deux valeurs pour chaque bloc; le nombre maximum est choisi à 20.

La carte des perméabilités obtenues par cette méthode (D) et la carte des incertitudes (IC de 95 %) sont reprises aux figures VIII.15. et VIII.16.

On constate un lissage assez important des valeurs de K, dû en grande partie à la valeur importante du rayon de la fenêtre de krigeage. Les quatre zones à forte densité de mesures correspondent bien sûr à quatre régions où l'incertitude est plus faible. En dehors de ces zones, l'incertitude est comprise entre 1.8 et 2.0.

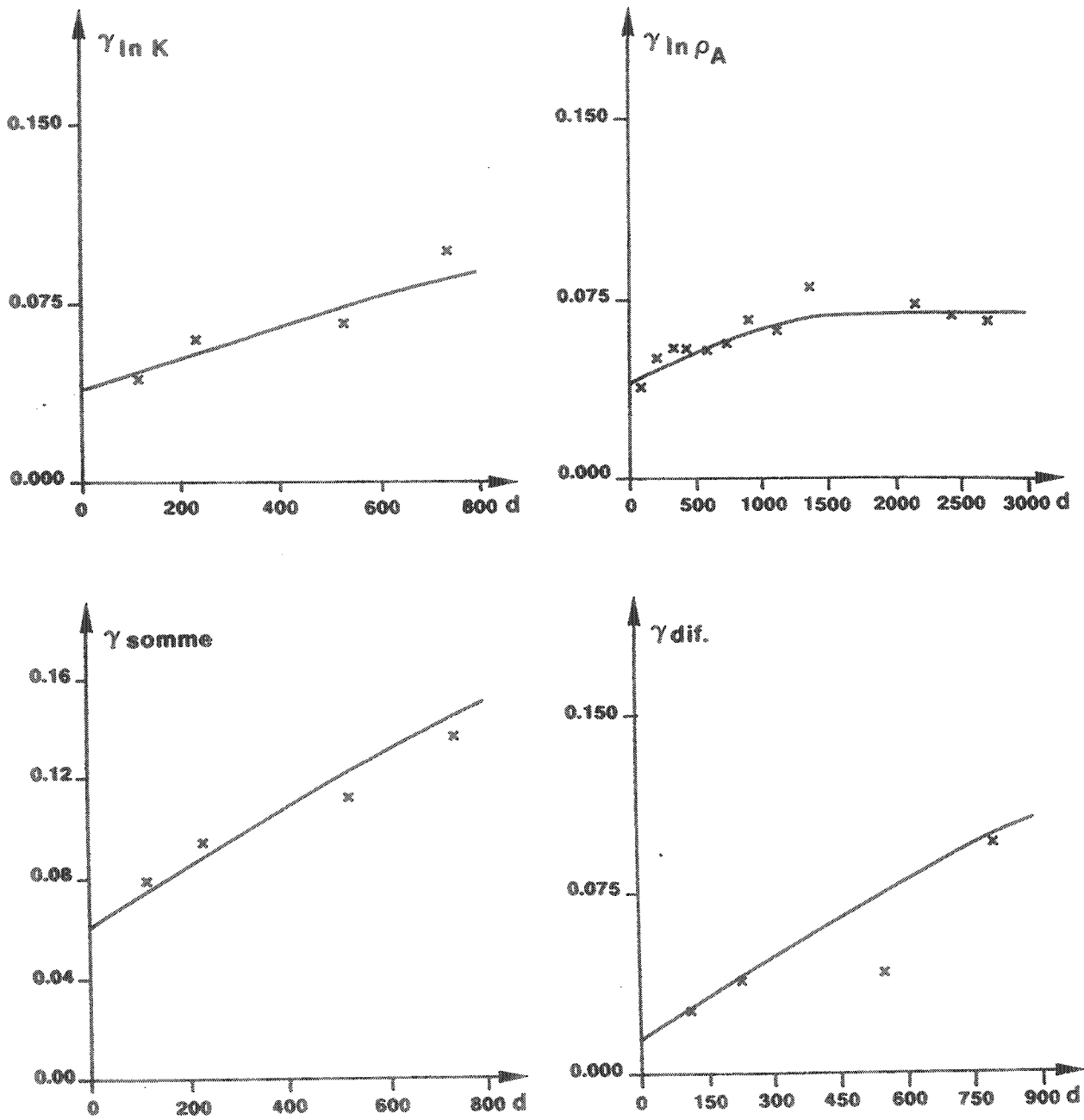
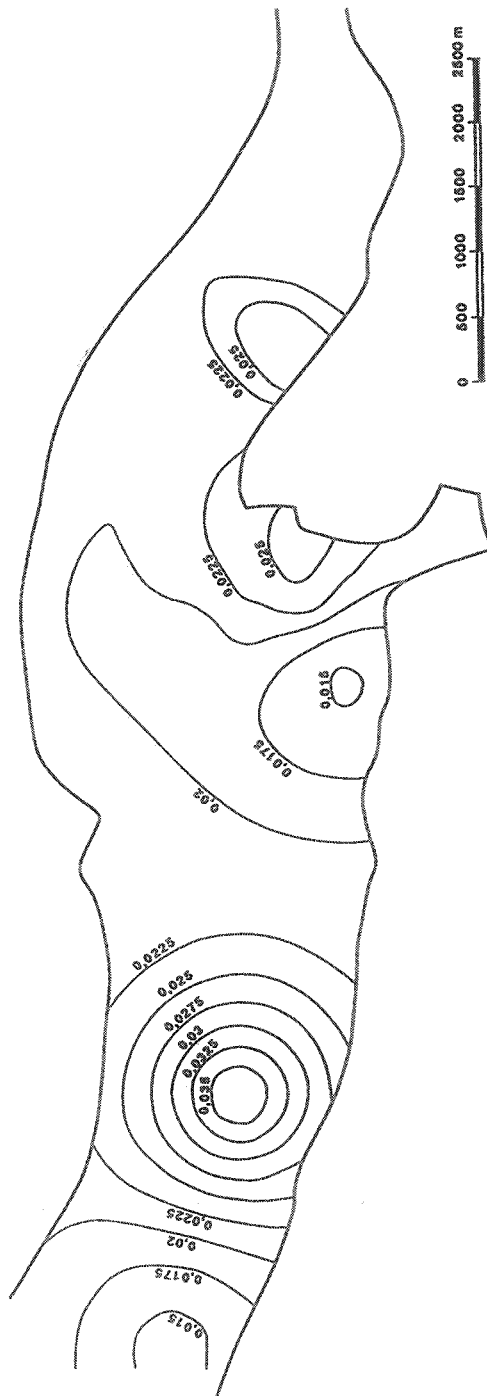


Figure VIII.14. : Variogrammes expérimentaux et fonctions sphériques ajustées, avant application de la méthode de Myers (méthode D).



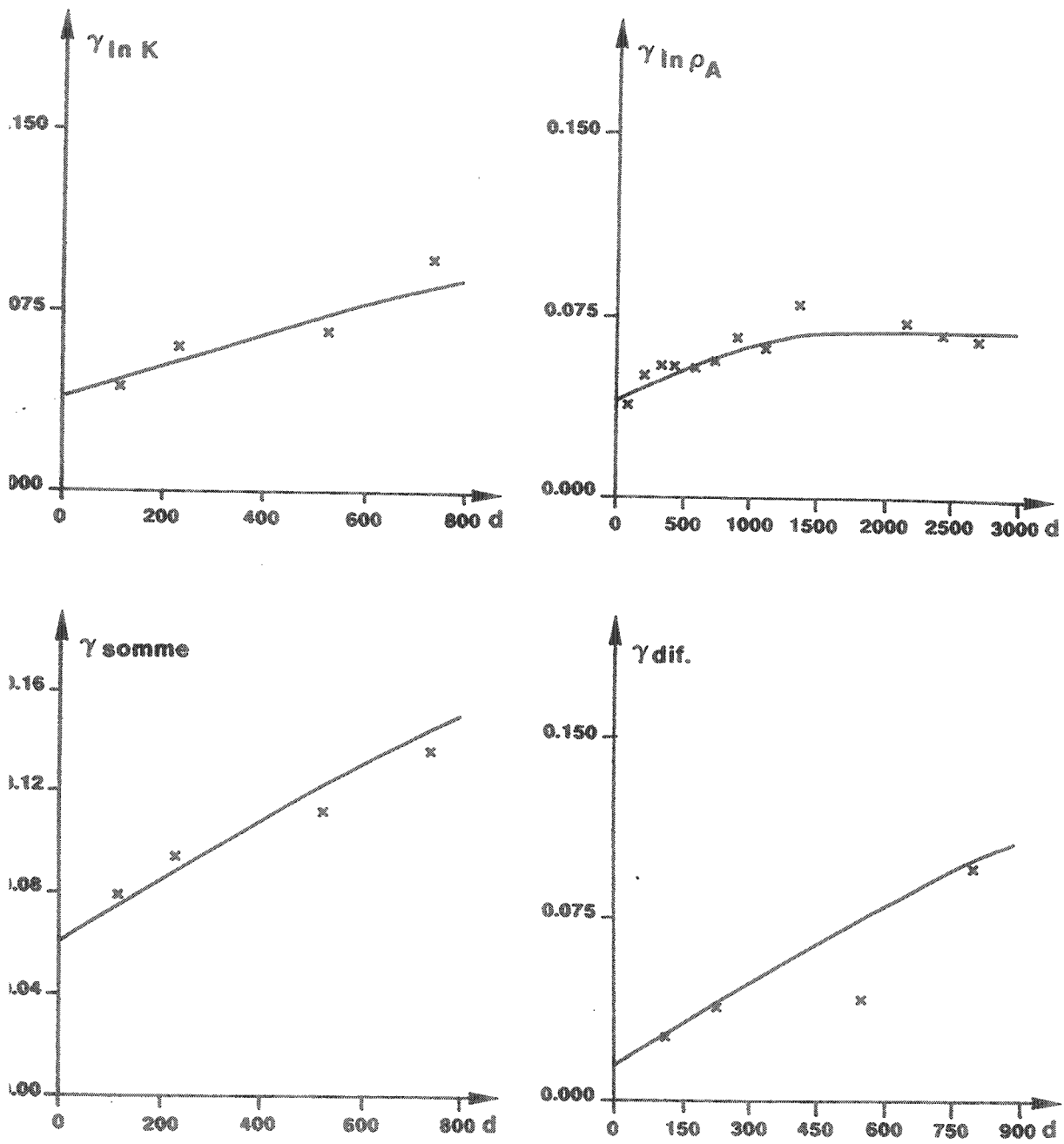


Figure VIII.14. : Variogrammes expérimentaux et fonctions sphériques ajustées, avant application de la méthode de Myers (méthode D).

Un autre cokrigeage a été réalisé en considérant que l'erreur commise en se servant des résistivités apparentes est systématique (cette hypothèse n'est pas rigoureusement vérifiée).

Le variogramme relatif aux résistivités apparentes peut alors s'écrire :

$$\gamma_{\ln(\rho_A)} = \gamma_{\ln K} + \sigma_{\text{erreur}}^2 (1 - \delta(d)) \quad (\text{VIII.10.})$$

où la variance de l'erreur de mesure joue le rôle d'un effet de pépité (en pratique, elle est déterminée à partir de l'écart moyen calculé par l'équation VIII.4.).

Le variogramme croisé est alors égal au variogramme relatif aux $\ln K$. La matrice des variogrammes s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \gamma_{\ln K} & \gamma_{\ln K} \\ \gamma_{\ln K} & \gamma_{\ln K} + \text{effet de pépité} \end{pmatrix} \quad (\text{VIII.11.})$$

Le cokrigeage des $\ln K$ par les $\ln(\rho_A)$ est réalisé (méthode D') avec les mêmes paramètres que précédemment. Les cartes des perméabilités et des incertitudes sont présentées aux figures VIII.17. et VIII.18. Les valeurs de K^* et leur répartition sont très similaires à l'essai précédent; les incertitudes sont également du même ordre.

Un autre cokrigeage a été réalisé en considérant que l'erreur commise en se servant des résistivités apparentes est systématique (cette hypothèse n'est pas rigoureusement vérifiée).

Le variogramme relatif aux résistivités apparentes peut alors s'écrire :

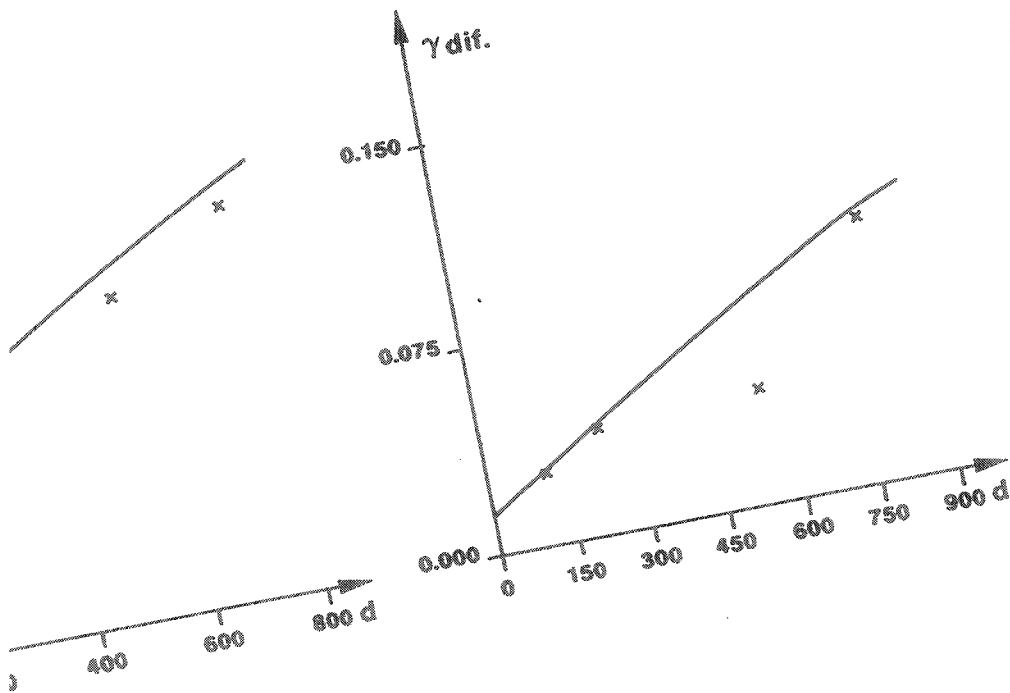
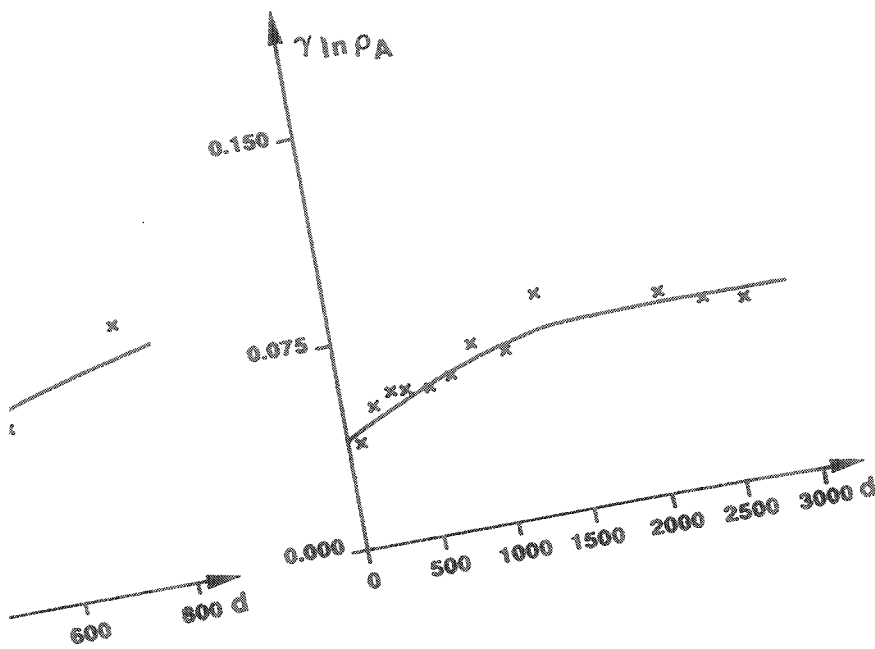
$$\gamma_{\ln(\rho_A)} = \gamma_{\ln K} + \sigma_{\text{erreur}}^2 (1 - \delta(d)) \quad (\text{VIII.10.})$$

où la variance de l'erreur de mesure joue le rôle d'un effet de pépité (en pratique, elle est déterminée à partir de l'écart moyen calculé par l'équation VIII.4.).

Le variogramme croisé est alors égal au variogramme relatif aux $\ln K$. La matrice des variogrammes s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \gamma_{\ln K} & \gamma_{\ln K} \\ \gamma_{\ln K} & \gamma_{\ln K} + \text{effet de pépité} \end{pmatrix} \quad (\text{VIII.11.})$$

Le cokrigeage des $\ln K$ par les $\ln(\rho_A)$ est réalisé (méthode D') avec les mêmes paramètres que précédemment. Les cartes des perméabilités et des incertitudes sont présentées aux figures VIII.17. et VIII.18. Les valeurs de K^* et leur répartition sont très similaires à l'essai précédent; les incertitudes sont également du même ordre.



pour un IC de 95 %)
 corrigées, la variance des erreurs
 de mesure sur p_A étant introduite comme effet
 de pépité (méthode D').

VIII.14. : Variogrammes expérimentaux et fonctions sphériques ajustées, avant application de la méthode de Myers (méthode D).

VIII.3.6. SYNTHESE DES RESULTATS DES TRAITEMENTS DE K

En résumé, les jeux de données traitées, relatifs à la perméabilité, sont les suivants :

1) méthode A : K_{mean}
 $K_{\text{min}}, K_{\text{max}}$ (paraboles de régression extrema)

2) méthode B : K^*
 $K_{\text{min}}^*, K_{\text{max}}^*$ ($K^* \cdot e^{-2\sigma} \leq K^* \leq K^* \cdot e^{2\sigma}$)

3) méthode C : K^*
 $K_{\text{min}}^*, K_{\text{max}}^*$ ($K^* \cdot e^{-2\sigma} \leq K^* \leq K^* \cdot e^{2\sigma}$)

4) méthode D : K^*
 $K_{\text{min}}^*, K_{\text{max}}^*$ ($K^* \cdot e^{-2\sigma} \leq K^* \leq K^* \cdot e^{2\sigma}$)

méthode D' : K^*
 $K_{\text{min}}^*, K_{\text{max}}^*$ ($K^* \cdot e^{-2\sigma} \leq K^* \leq K^* \cdot e^{2\sigma}$)

Chacun de ces jeux de données sera introduit (cfr. VIII.5.) dans le modèle déterministe 3D utilisant les éléments finis. Les valeurs de K traitées seront introduites dans les 2 couches inférieures du modèle représentant, dans leur majeure partie, les graviers de la plaine alluviale (cfr. VIII.6).

VIII.4. TRAITEMENT DES HAUTEURS PIEZOMETRIQUES

Deux jeux de 186 données piézométriques mesurées sont disponibles :

- la piézométrie du 31 mai 1989, notée PH1,
- la piézométrie du 10 juillet 1989, notée PH2.

La méthode de krigeage des résidus estimés par la méthode des moindres carrés généralisée (cfr. IV.4.) (Neuman & Jacobson, 1984) est appliquée en utilisant le programme RESDRIFT décrit au chapitre V.5 (tableau V.2).

VIII.4.1. DERIVES ET VARIOGRAMMES DES RESIDUS

Des dérivées polynomiales d'ordres 2, 3 et 4 ont été essayées pour ajuster au mieux des fonctions sur le variogramme des résidus estimés ($\gamma_{\hat{R}}(d)$).

La convergence du processus itératif (cfr. méthode D, V.6), démontrée par Galeati & Gambolati (1987) est presque toujours atteinte. Lorsque ce n'est pas le cas, c'est vraisemblablement pour des raisons purement numériques, et le processus est arrêté avant la première divergence importante.

Un résumé des résultats obtenus dans chaque cas est repris au tableau VIII.1. Les figures VIII.19. et VIII.20. présentent l'évolution des variogrammes expérimentaux (des résidus estimés) $\gamma_{\hat{R}}(d)$ en fonction des itérations successives réalisées par l'utilisation répétée du programme RESDRIFT, pour des dérivées polynomiales d'ordres 3 et 4.

Dans la plupart des cas, on constate au fil des itérations, une légère diminution de la valeur du seuil total (seuil + effet de pépité).

L'ajustement de fonctions sur les variogrammes expérimentaux finaux n'a pas été aisé. Seuls des variogrammes gaussiens et cubiques convenaient à première vue. Après vérification par "cross-validation", seules les fonctions cubiques sont retenues pour le krigeage des résidus.

	PH1		PH2	
<u>ordre 2 :</u>	2 itérations		1 itération	
vario.	gaussien	cubique	gaussien	cubique
pépite	0.0	0.0	0.35	0.5
seuil	6.0	6.0	2.0	2.0
portée	8000	20000	9000	23000
<u>ordre 3 :</u>	3 itérations		2 itérations	
vario.	gaussien	cubique	gaussien	cubique
pépite	0.6	0.6	0.9	0.9
seuil	4.2	3.7	4.0	4.0
portée	10000	16000	7000	16000
<u>ordre 4 :</u>	3 itérations		1 itération	
vario.	gaussien	cubique	gaussien	cubique
pépite	0.25	0.1	0.35	0.5
seuil	2.9	2.9	2.0	2.0
portée	9000	21000	9000	23000

Tableau VIII.1. : Résultat de l'ajustement de variogrammes gaussiens et cubiques sur γ^2 , pour différentes dérives polynomiales et pour les deux piezométries mesurées.

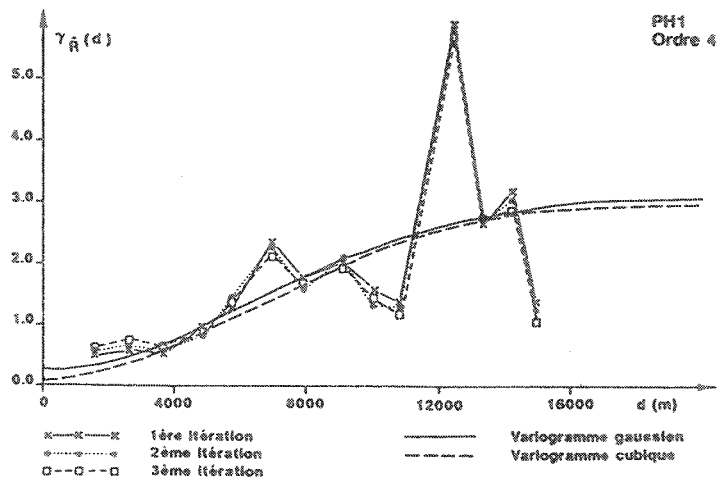
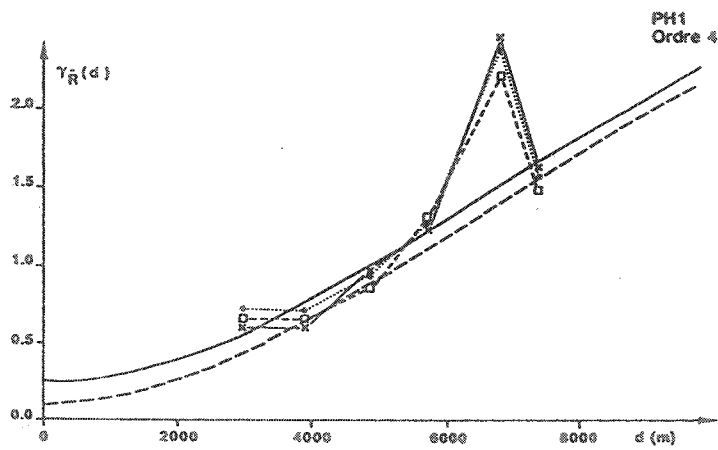
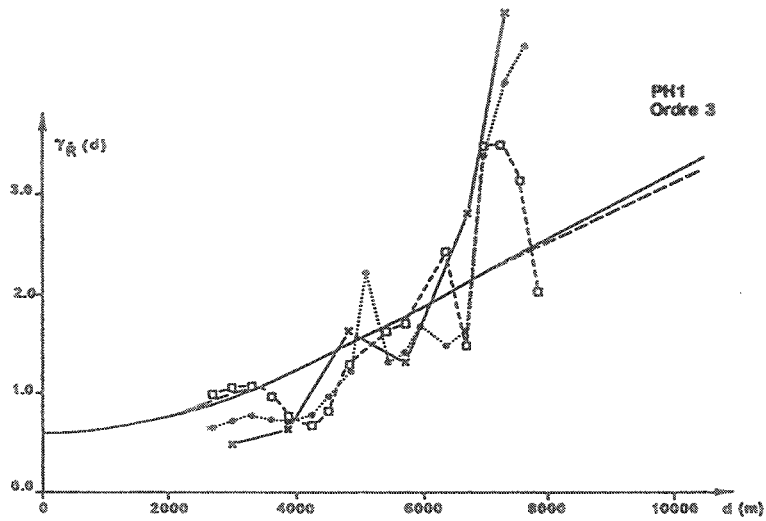


Figure VIII.19. : Variogrammes expérimentaux des résidus estimés et fonctions ajustées pour PH1.

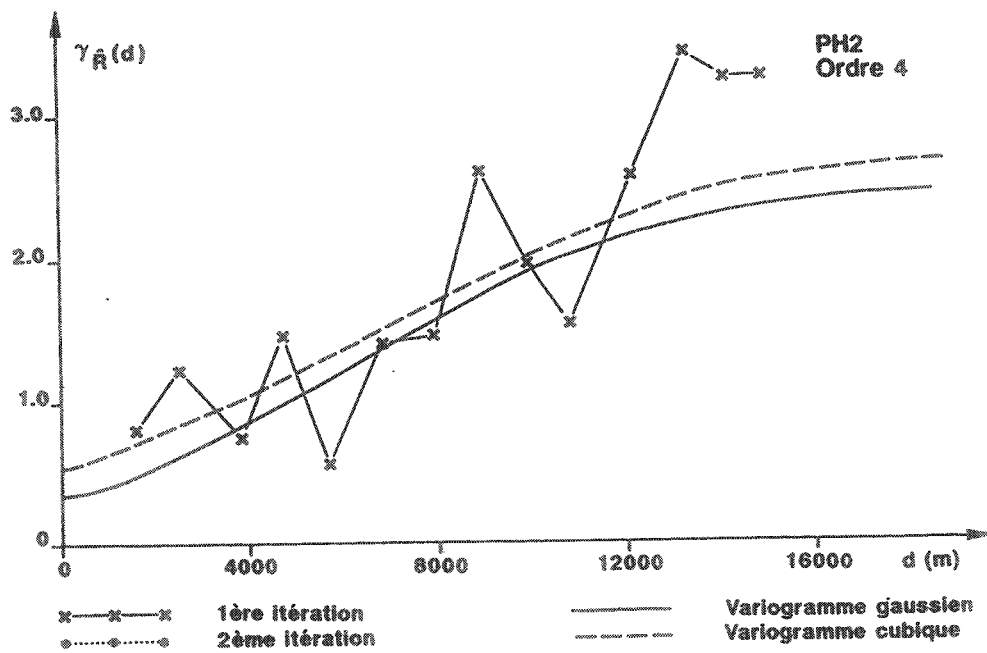
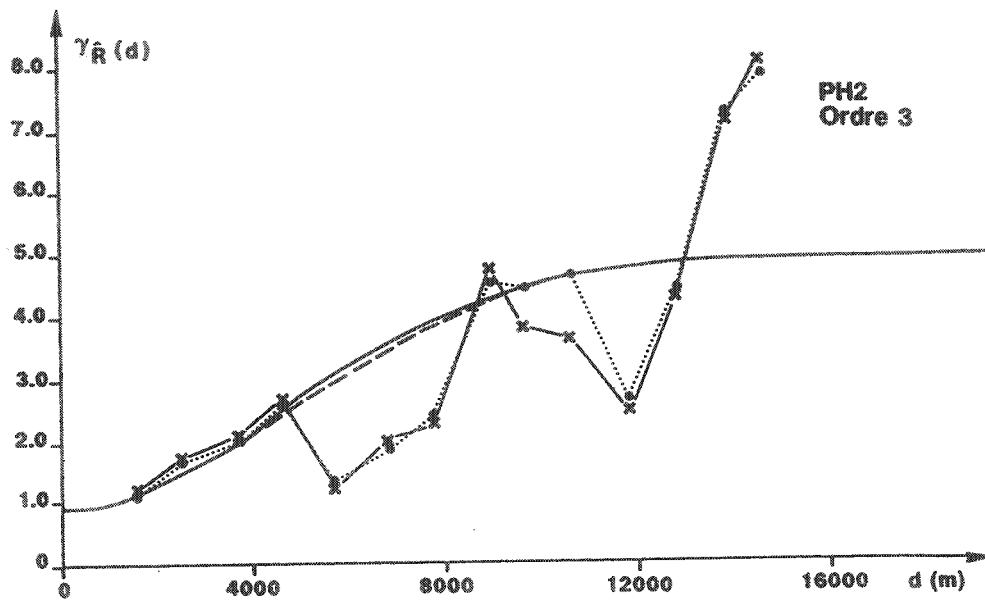


Figure VIII.20. : Variogrammes expérimentaux des résidus estimés et fonctions ajustées pour PH2.

VIII.4.2. KRIGEAGE DES RESIDUS ET RESULTATS

Le krigeage ordinaire est réalisé en utilisant une grille de blocs de 250 X 250 m. Le rayon d'investigation de la fenêtre mouvante a été choisi égal à 500 m.

Des valeurs plus élevées lissent trop les résultats et des valeurs plus faibles au contraire ne lissent pas assez, laissant alors apparaître des variations locales, induites en grande partie par l'utilisation de polynômes de degrés supérieurs pour approximer la dérive.

Des "points de contrôle" où la piézométrie est connue et fixée, correspondant à des conditions de hauteur piézométrique imposée dans le modèle déterministe (cfr. VIII.5.) sont ajoutés aux mesures.

Le krigeage fournit une estimation des résidus et une estimation de l'erreur d'estimation. A partir des résidus krigés et de la dernière expression de la dérive fournie par le programme RESDRIFT, les hauteurs piézométriques krigées sont calculées.

Les cartes piézométriques ainsi obtenues sont reprises aux figures VIII.21., VIII.22. et VIII.23. On constate les faits suivants :

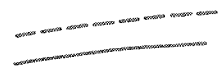
- pour la situation du 31 mai 1989, correspondant à PH1, les résultats (figure VIII.21.) correspondant à une dérive polynomiale de degré 3 sont très peu réalistes et même assez farfelus par rapport au contexte hydrogéologique réel. Il est donc exclu de considérer cette carte piézométrique dans la suite. Les résultats relatifs à une dérive polynomiale de degré 4 sont encore plus mauvais.
 - pour la situation du 10 juillet 1989, correspondant à PH2, les résultats correspondant à une dérive polynomiale de degré 3 (figure VIII.22.) sont nettement meilleurs. Il est cependant totalement impensable de prendre en considération cette piézométrie comme piézométrie initiale ou comme piézométrie de référence, car elle reste en contradiction flagrante, dans certaines zones, avec les réalités physiques connues de l'écoulement dans la nappe alluviale. Les résultats correspondant à une dérive polynomiale de degré 4 (figure VIII.23.) sont moins bons encore, car ils font apparaître des variations locales, induites par le degré supérieur de la dérive choisie.
- Vu les piètres résultats, les cartes des incertitudes ($1.4 < \sigma < 2.03$) sont sans grand intérêt, d'autant plus que l'on sait (cfr. V.6.) qu'elles sont sous-estimées.

PH2
Ordre 3



16000 d (m)

PH2
Ordre 4



16000 d (m)

variogramme gaussien
variogramme cubique

des résidus estimés
PH2.

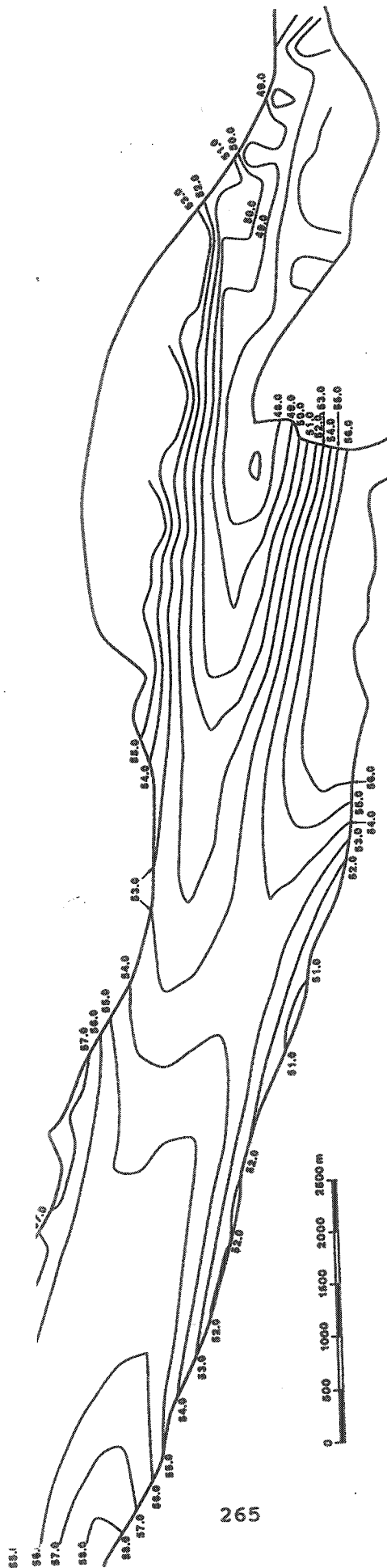


Figure VIII.21. : Carte des hauteurs piezométriques krigées, PH1, ordre 3.

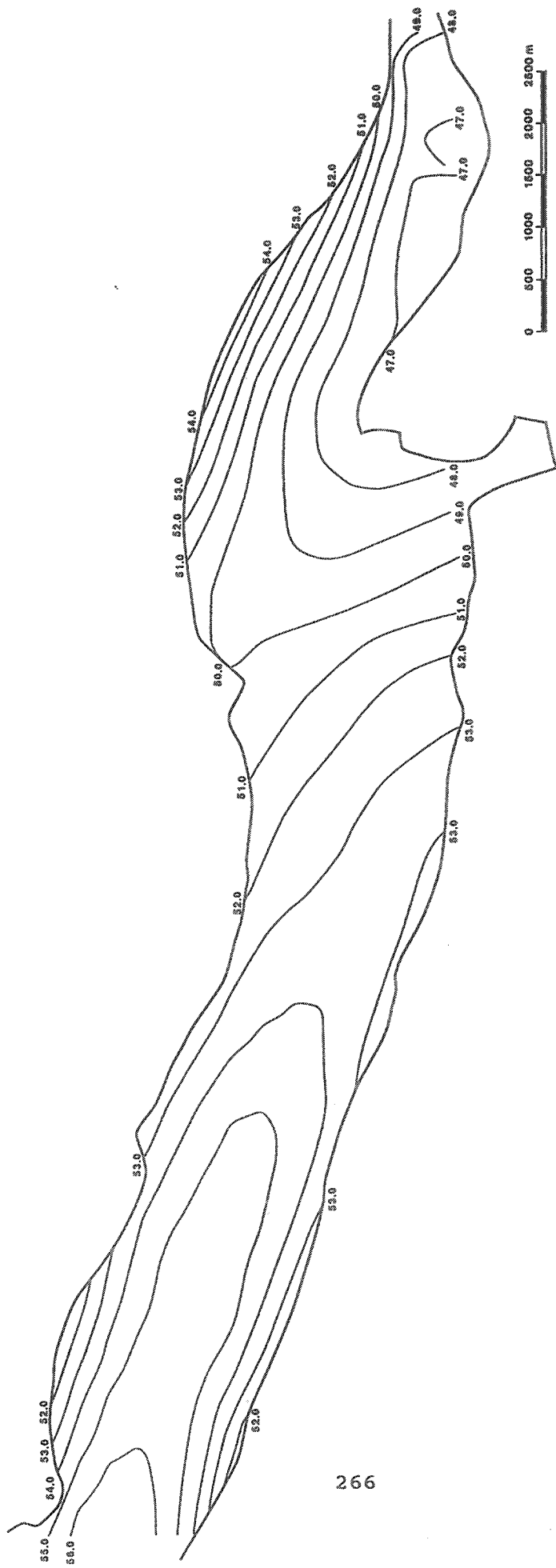


Figure VIII.22. : Carte des hauteurs piezométriques krigées, PH2, ordre 3.

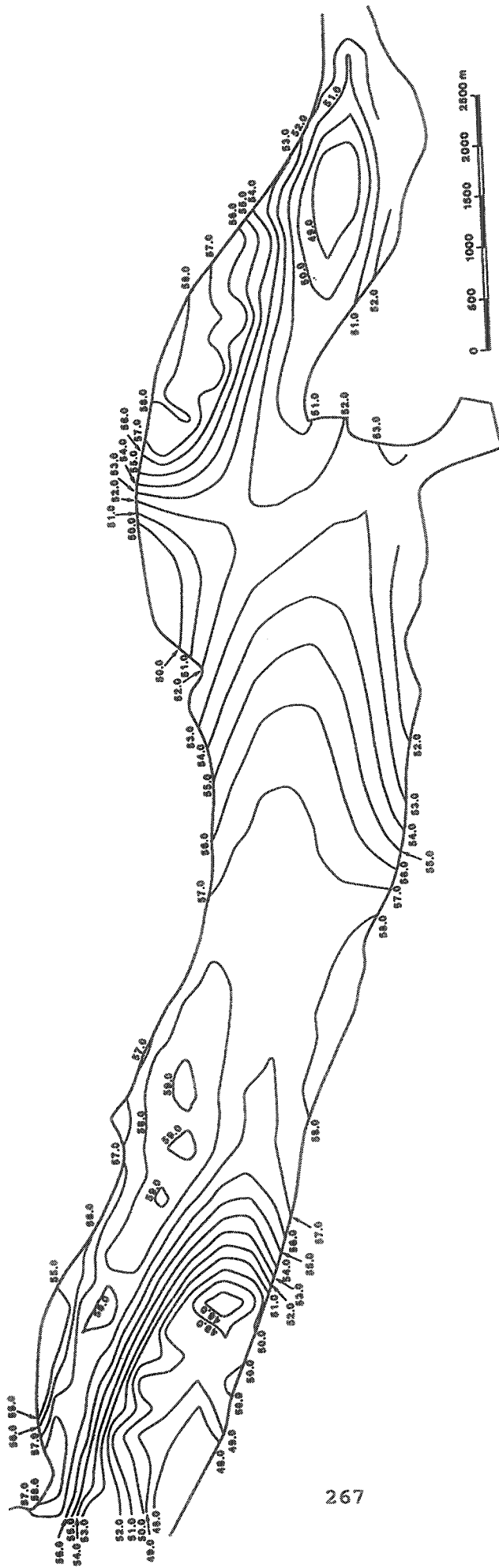


Figure VIII.23. : Carte des hauteurs piezométriques krigées, PH2, ordre 4.

VIII.4.3. CONCLUSIONS

Le traitement des hauteurs piezométriques de cette nappe alluviale se solde par un échec. Nous croyons pouvoir expliquer celui-ci par les raisons suivantes :

- de façon générale et indépendamment du cas traité ici, il n'existe aucune méthode de krigeage avec dérive qui soit réellement idéale (cfr. chapitre V.6.)
- le krigeage des hauteurs piezométriques sur un aquifère régional ne peut prendre en compte de façon précise les influences "extérieures" induisant des gradients locaux importants : alimentations concentrées, pompages, murs de quai, changements brusques de K... Le lissage obtenu par krigeage passe "à travers" toutes ces particularités.

Par conséquent, ce type de traitement ne pourra être porteur de résultats que dans l'étude de nappes relativement homogènes, aux gradients relativement réguliers, sans particularités ou sollicitations induisant des effets locaux prononcés sur les écoulements. Il faut constater que bien souvent ce type d'hypothèses est choisi pour qualifier le comportement d'une nappe, lorsque celle-ci est peu instrumentée et que très peu de données sont disponibles pour la caractériser. Dans ce cas, cependant, les méthodes géostatistiques reposent sur trop peu de mesures pour être fiables.

On arrive donc à un constat assez pessimiste sur le traitement des hauteurs piezométriques par le krigeage en non-stationnarité car :

- si on dispose d'un jeu de données très complet, les méthodes géostatistiques peuvent être appliquées mais leurs résultats seront souvent peu en rapport avec l'interprétation hydrogéologique assez complète et détaillée que l'on peut faire sur base de toutes ces informations (le cas étudié ici en est un exemple);
- si au contraire peu de données sont disponibles, les méthodes géostatistiques deviennent inapplicables car basées sur trop peu de mesures.

Ces conclusions sont à relativiser, car elles sont tirées à partir d'un seul cas d'étude; d'autres études du même type devraient apporter de plus amples informations.

VIII.5. SIMULATION PAR ELEMENTS FINIS

VIII.5.1. GEOMETRIE, CONDITIONS INITIALES ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

Le modèle compte 589 éléments "briques" par couche d'éléments et 671 noeuds par couche de noeuds. Il couvre une superficie de 30 km² correspondant à l'entièreté de la plaine alluviale de la Meuse entre Monsin et Lanaye (frontière hollandaise). On obtient donc une structure à quatre couches, de 2356 éléments et 3355 noeuds.

Le maillage (dont la représentation horizontale est la même pour les couches successives, cfr. chapitres IV et VI) tient compte des données disponibles pour le modèle: des noeuds ont été placés à l'endroit des piézomètres et forages donnant des informations sur la lithologie ou l'hydrogéologie.

Le modèle a été discrétisé en se basant sur toutes les données géométriques disponibles, relatives à la nature du substratum, des versants et des différents terrains en présence dans la plaine alluviale.

Les paramètres ont été introduits en distinguant des matériaux, les éléments d'un même matériau étant affectés des mêmes paramètres.

La répartition des différents matériaux en fonction des 4 couches d'éléments est la suivante:

- la couche 1 est composée d'éléments représentant les graviers à l'exception de la zone de la tranchée de Caster où il s'agit des craies et de la zone de Visé où ce sont des calcaires
- la couche 2 est également composée d'éléments représentant les graviers à l'exception de la zone de la tranchée de Caster (craies : mat. 5), de la zone de l'écluse de Lanaye (limons : mat. 2), de la Meuse et certaines gravières (eau : mat. 8), de certaines gravières remblayées (mat. 6) et de limons plus graveleux près de Lanaye (mat. 4)
- la couche 3 est composée d'éléments représentant les remblais à l'exception de la zone de la tranchée de Caster (craies : mat. 5), de la zone en amont de l'écluse de Lanaye (limons graveleux mat. 4), de gravières remblayées (mat. 6), de la Meuse et des gravières (eau : mat. 8) et de quelques zones de remblais (mat. 3)
- la couche 4 est composée d'éléments représentant les remblais à l'exception de la zone de la tranchée de Caster (craies : mat. 5), de certaines zones de colluvium (mat. 9), de gravières remblayées (mat. 6), de la Meuse et des gravières (eau : mat. 8) et d'un élément de colluvium (mat. 2) situé en amont de l'écluse de Lanaye.

Les caractéristiques hydrogéologiques introduites dans le modèle au départ de la calibration sont les suivantes :

Première approche

mat. 1 : graviers	$K = 8.10^{-3}$ m/s	S = 0.10
mat. 2 : limons	$K = 5.10^{-7}$ m/s	S = 0.05
mat. 3 : remblais	$K = 5.10^{-6}$ m/s	S = 0.08
mat. 4 : limons graveleux	$K = 1.10^{-5}$ m/s	S = 0.07
mat. 5 : craies	$K = 1.10^{-4}$ m/s	S = 0.05
mat. 6 : remblai de gravière*	$K = 1.10^{-6}$ m/s	S = 0.08
mat. 7 : spécial		
mat. 8 : eau		
mat. 9 : colluvium	$K = 1.10^{-7}$ m/s	S = 0.04
mat. 10 : calcaire	$K = 1.10^{-5}$ m/s	S = 0.08

(*) Le matériau "spécial" est utilisé pour des éléments qui n'interviennent en aucune façon dans le calcul, dans des zones comme les gravières au-dessus du niveau de l'eau ...

Les coefficients d'emménagement n'interviendront pas dans le calcul car la simulation est menée en mode quasi-permanent.

La piézométrie mesurée de référence, correspond à la campagne de mesures du 10 juillet 1989 (PH2), prise également comme piézométrie initiale.

La discrétisation temporelle est réalisée avec des pas de temps croissants et la piézométrie calculée après 40 ans est comparée à la piézométrie mesurée. Durant ce temps, les sollicitations sont permanentes.

Les conditions aux frontières sont les suivantes :

a) frontières extérieures latérales

Au vu du contexte géologique et hydrogéologique, des conditions de potentiels imposés ont été choisies aux frontières extérieures du modèle. Ce type de condition implique que des flux entrants ou sortants sont permis en chaque noeud de la frontière.

Dans les zones de versant où la perméabilité est faible, dans la smectite, dans les schistes comme dans le colluvium de pied de versant, ces flux seront faibles. Par contre, aux bordures affectées de perméabilités élevées, comme dans les craies et les calcaires fracturés, ces flux peuvent être très importants.

b) frontières intérieures : les berges de la Meuse

Lorsque les berges n'ont pas été imperméabilisées, il est évident qu'il s'agit de frontières où le potentiel est imposé au niveau de la Meuse.

Par contre, dans la partie située immédiatement en amont du barrage de Lixhe, la Meuse est canalisée et un drain reprend les écoulements éventuels en provenance de la nappe alluviale. Dans ce dernier cas, des frontières imperméables ont été choisies avec néanmoins des débits sortants de la nappe, correspondant aux débits collectés par les drains : 0.158 m³/s en rive droite et 0.385 m³/s en rive gauche. Ces débits imposés ont été répartis sur tous les noeuds concernés représentant le drain.

c) frontière à la base du modèle

Vu le contexte géologique, des frontières imperméables ont été choisies à la base du modèle en raison du caractère imperméable de la smectite de Herve, des schistes du Houiller et des phtanites sains. Cependant, pour les zones de la plaine alluviale situées au droit du bed rock crayeux ou calcaire, des conditions à potentiel imposé ont été choisies. De plus, au droit des poches de dissolution dans les phtanites, des flux entrants répartis ont été imposés, correspondant aux flux réels dus à la pression supérieure de la nappe contenue dans les phtanites altérées.

d) venues d'eau et pompages

Les principales venues d'eau sont dues à la mauvaise étanchéité du fond et des berges du canal Albert et ont été estimées lors des études réalisées par les LGIH (Monjoie et al., 1987). En première approximation, ces flux sont répartis sur les noeuds bordant la représentation du canal. Sur base du rapport MTP/871, quatre zones sont distinguées :

- zone de Hermalle : 0.2 à 0.3 10⁻³ m³/s
par m de longueur de canal
- zone de Lixhe : 0.45 à 0.73 10⁻³ m³/s
par m de longueur de canal
- zone de Nivelles : 0.08 à 0.17 10⁻³ m³/s
par m de longueur de canal
- zone de Lanaye : 0.12 à 0.23 10⁻³ m³/s
par m de longueur de canal.

Lors de la calibration du modèle, certaines de ces valeurs ont été modifiées.

D'autres venues d'eau sont prises en compte, notamment dans les versants en bordure de la plaine alluviale.

Dans chaque cas, des flux entrants sont imposés aux noeuds concernés.

Certains pompages sont effectués dans la nappe alluviale et les plus importants sont ceux du démergement de la plaine alluviale situés à Herstal et Wandre. Les pompages significatifs supérieurs à 0.004 m³/s sont pris en compte par imposition d'un débit sortant aux noeuds concernés ou les plus proches.

Une infiltration uniforme, due à la partie des précipitations qui n'est pas évaporée ni ruissellée, est imposée sur l'ensemble de la couche supérieure du modèle. Sa valeur est de 300 mm d'eau par an, soit $9.5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s par m}^2$.

VIII.5.2. SIMULATIONS AVEC LES DONNEES NON TRAITÉES

Les changements de perméabilités effectués lors de la calibration sont résumés au tableau VIII.2..

Au 23ème passage, on peut remarquer (figure VIII.24.) que la piézométrie calculée est concordante avec la piézométrie mesurée (figure VIII.3.) avec un écart moyen de l'ordre de 10 à 15 cm sur l'ensemble du domaine, excepté dans les zones amont, où le manque d'informations piézométriques ne permet pas d'affiner la calibration.

N° du passage de calibration Valeur introduite	Meuse 08 K(m/s)	Meuse 23 K(m/s)
Mat. 1 : graviers	$7.5 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$
Mat. 2 : limons	$5 \cdot 10^{-7}$	-
Mat. 3 : remblais	$1 \cdot 10^{-6}$	-
Mat. 4 : limons graveleux	$1 \cdot 10^{-5}$	-
Mat. 5 : craies	$1 \cdot 10^{-4}$	-
Mat. 6 : remblais de gravière	$1 \cdot 10^{-6}$	-
Mat. 7 : "spécial"	0	-
Mat. 8 : eau	1	-
Mat. 9 : colluvium	$1 \cdot 10^{-7}$	-
Mat. 10 : calcaires	$1 \cdot 10^{-5}$	-
Mat. 11 : graviers	$3 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$
Mat. 12 : graviers	$6 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$
Mat. 13 : graviers	$6.5 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$
Mat. 14 : graviers	$7 \cdot 10^{-3}$	$1.4 \cdot 10^{-2}$
Mat. 15 : graviers	$8 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Mat. 16 : graviers	$9 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-2}$
Mat. 17 : graviers	$10 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$
Mat. 18 : graviers	$15 \cdot 10^{-3}$	$7.5 \cdot 10^{-2}$
Mat. 25 : graviers + colluvium	-	$3.5 \cdot 10^{-3}$
Mat. 26 : graviers très propres	-	$1.0 \cdot 10^{-1}$

Tableau VIII.2. : Calibration du modèle 3D, nappe alluviale de la Meuse

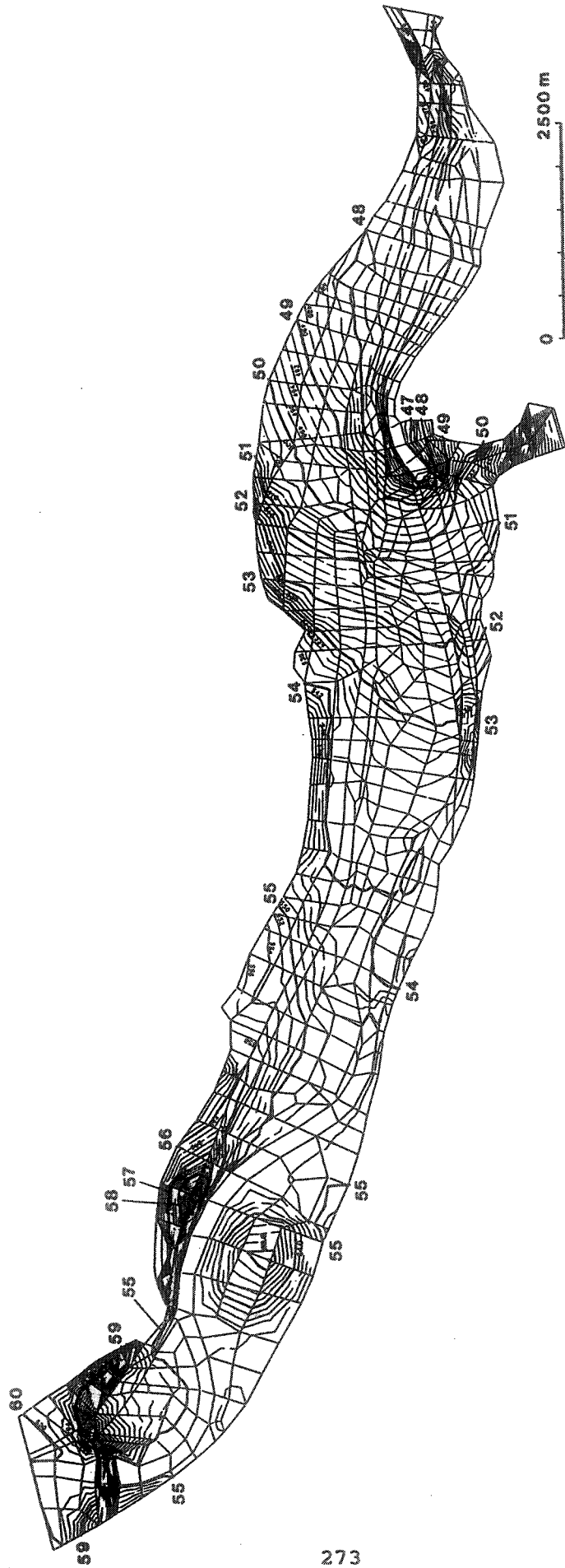


Figure VIII. 24. : Carte piezométrique calculée au 23ième passage.

Les résultats du modèle peuvent donc être analysés, car il est considéré comme calibré valablement. La répartition finale des différents matériaux est obtenue pour les différentes couches du modèle, montrant une hétérogénéité assez importante des perméabilités des graviers (figure VIII.25.).

Une carte des flux dans la couche de base du modèle (figure VIII.26.) permet de visualiser très nettement les directions et l'importance relative de tous les flux calculés dans la zone modélisée.

Les résultats chiffrés des flux que le modèle permet d'obtenir, sont repris au tableau VIII.3., la localisation des différentes zones d'échanges est reprise à la figure VIII.27.

zone d'échanges	Débits entrants	Débits sortants	Bilan (m ³ /s)	
A	0.334	-0.094	0.240	Craie (inférieure)
B	0.012	-0.133	-0.121	Calcaires (inférieurs)
C	0.344	-0.003	0.341	Craie (latérale)
D	0.700	-0.187	0.513	Calcaires (latéraux)
E	0.565	-0.104	0.461	Craie (latérale à Lanaye)
F	46.945	-52.162	-5.217	Meuse
G	2.544	-1.109	1.435	Autres bordures
H	0.278	-0.446	-0.168	Venues d'eau - pompages
I	-	-0.732	-0.732	Drains Meuse
J	2.692	-	2.692	Canal Albert
K	0.285	-	0.285	Infiltration uniforme
L	0.271	-	0.271	Phtanites altérées
	54.97	-54.97	0	Bilan

Tableau VIII.3. : Débits échangés aux différentes frontières du modèle.

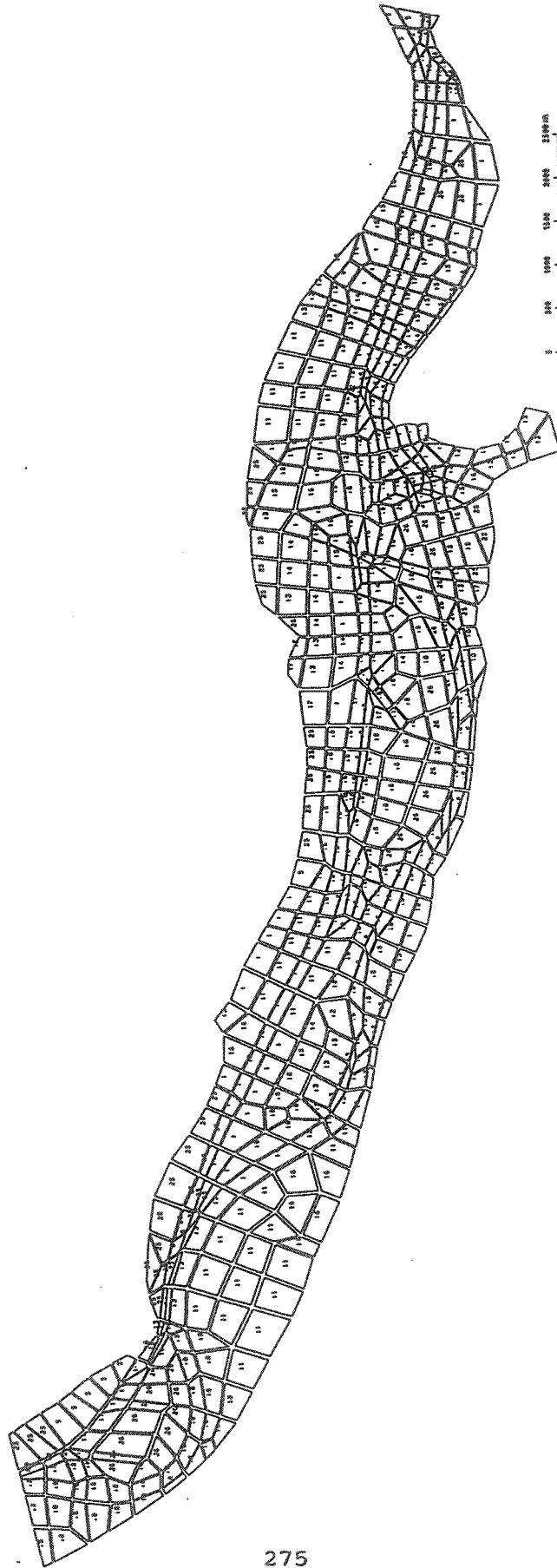
On constate que la nappe alluviale est alimentée par ses versants d'environ 3 m³/s, dont 1.5 m³/s par un contact avec les craies et les calcaires et l'équivalent par l'ensemble des autres versants.

L'alimentation majeure vient des fuites du canal Albert et se chiffre à 2.7 m³/s.

L'alimentation de la Meuse par l'eau de la nappe alluviale est calculée à 5.3 m³/s pour l'ensemble de la zone modélisée et pour les conditions de piézométrie de référence utilisée (juillet 1989). Une alimentation plus importante est vraisemblablement à prévoir dans le cas de piézométries relatives à des mois moins secs.

Sur base du modèle, la quantité d'eau fournie aux Pays-Bas par la Meuse et la plaine alluviale, à ajouter au débit de la Meuse mesuré en amont de la zone modélisée, est de l'ordre de 5.4 m³/s pour les mois d'été.

* MEUSE23 * MATERIAUX * COUCHE 1 *



Y
X
000 - 000 200000 200000 00.2

Figure VIII.25. : Répartition des différents matériaux dans la 1ère couche, passage 23.

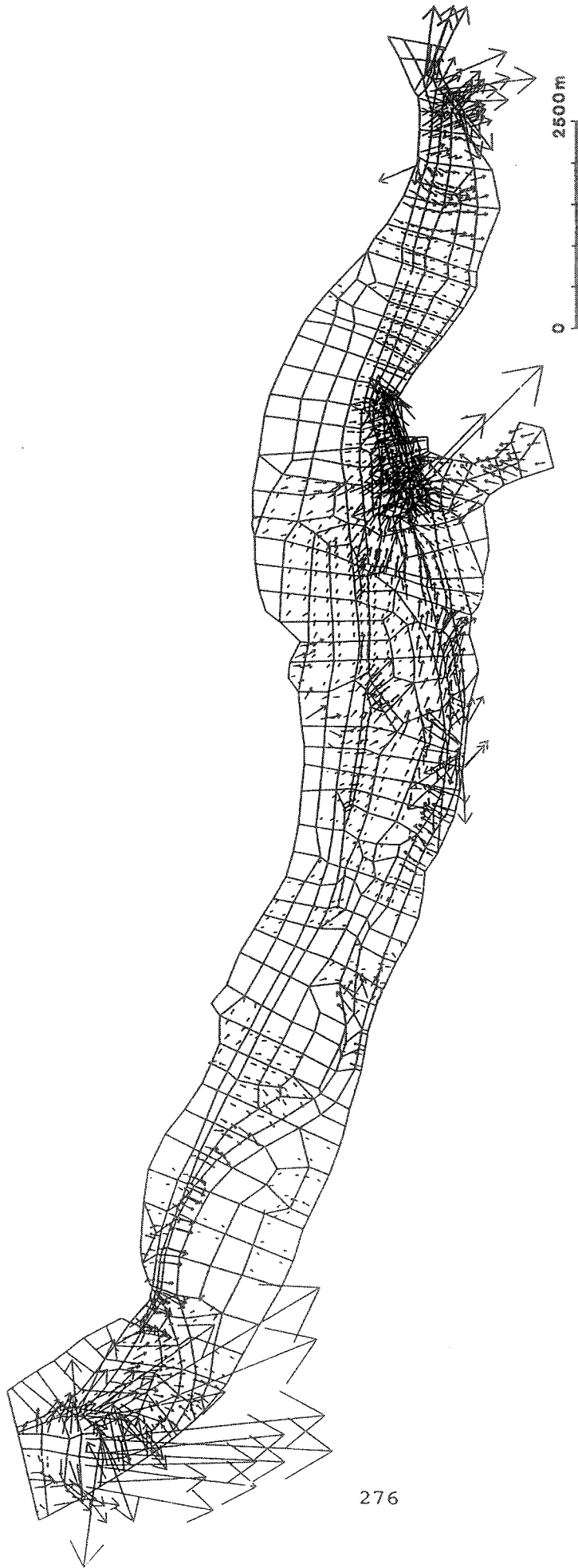
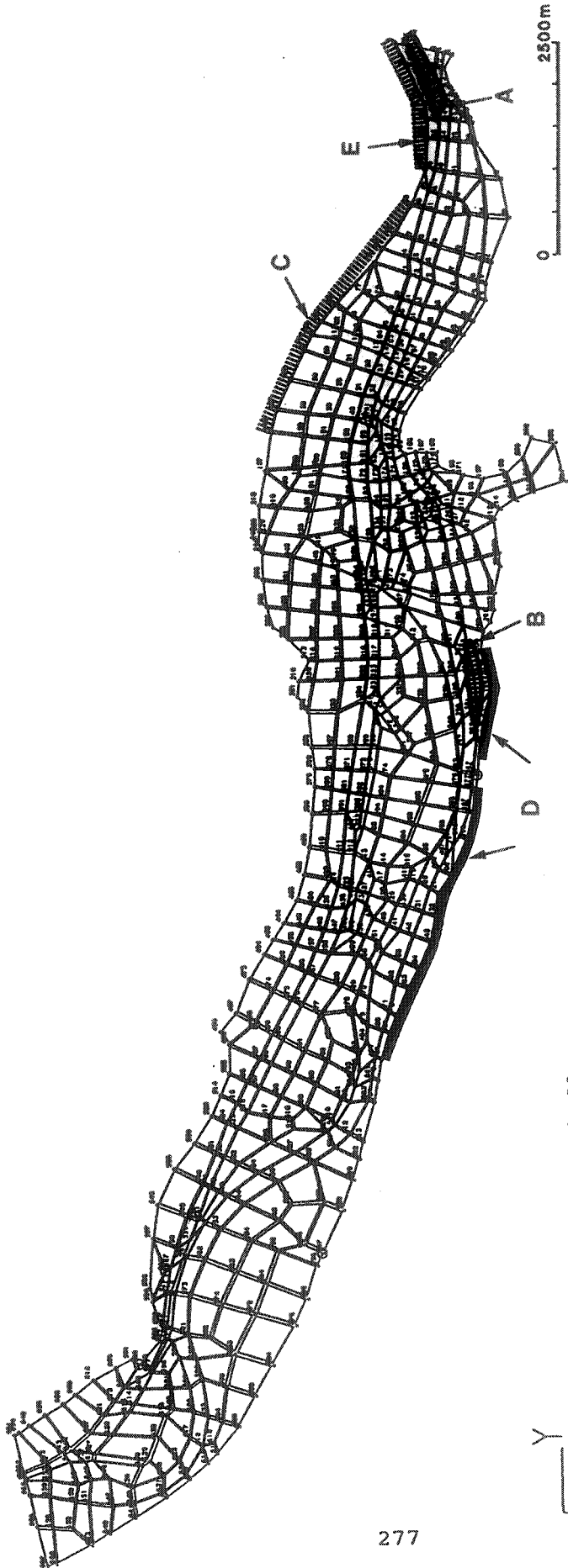


Figure VIII.26. : Carte des flux calculés dans la couche de base du modèle.

* PLAINE ALLUVIALE DE LA MEUSE * MEUSE01 *



- F : Rives de la Meuse
- G : Autres bordures extérieures
- H : Pompages et arrivées d'eau (connus)
- I : Drains le long de la Meuse
- J : Infiltrations venant du canal Albert
- K : Infiltration uniforme
- L : Frontière inférieure avec les phanites altérées

Figure VIII. 27. : Localisation des différentes zones d'échanges.

VIII.5.3. SIMULATIONS AVEC LES DONNEES TRAITES PAR KRIGEAGE

Les valeurs de K , krigées préalablement à leur introduction dans le modèle déterministe sont différentes dans chaque bloc de 200 X 250 m .

Bien que les valeurs soient peu contrastées, l'hétérogénéité ou plutôt le morcellement du domaine concernant le paramètre à introduire est grand. Un programme d'interface a été conçu entre les fichiers de sortie du krigeage et les fichiers nécessaires au préprocesseur du LAGAMINE. Outre les changements de format nécessaires, il affecte, aux éléments finis de la discrétisation décrite précédemment (cfr. VIII.5.2.), la valeur de K^* estimée par krigeage pour le bloc situé au droit (ou le plus proche) de l'élément considéré. Cette procédure est réalisée par le calcul des "centres de gravité" des éléments et des blocs, suivi de tests sur les distances entre ceux-ci. De plus, ce programme d'interface reprend automatiquement toutes les caractéristiques (données et paramètres) du passage 23 pour les données autres que les perméabilités et pour les perméabilités, là où le krigeage n'a pas fourni de valeurs.

Les jeux de données introduits sont ceux repris au paragraphe VIII.3.6..

Quelques cartes piézométriques calculées par le modèle d'écoulement avec ces jeux de données de K^* sont reprises aux figures VIII.28. à VIII.32..

Pour pouvoir établir des comparaisons, le domaine simulé est divisé en quatre zones comme suit :

- zone A : en aval du barrage de Lixhe et jusqu'à l'écluse de Lanaye
- zone B : de Visé jusqu'au barrage de Lixhe
- zone C : de Hermalle jusqu'à Visé
- zone D : de Monsin jusqu'à Vivegnis.

On remarque de façon générale que le traitement des données affecte principalement les perméabilités des zones B et C, et donc c'est dans ces zones que des comparaisons intéressantes par rapport à la piézométrie de référence peuvent être faites.

Sans krigeage, mais avec application de la corrélation $\log K - \rho_A$ décrite au paragraphe VIII.3.2. (méthode A), le jeu de données des K_{mean} permet de calculer la piézométrie illustrée à la figure VIII.28.

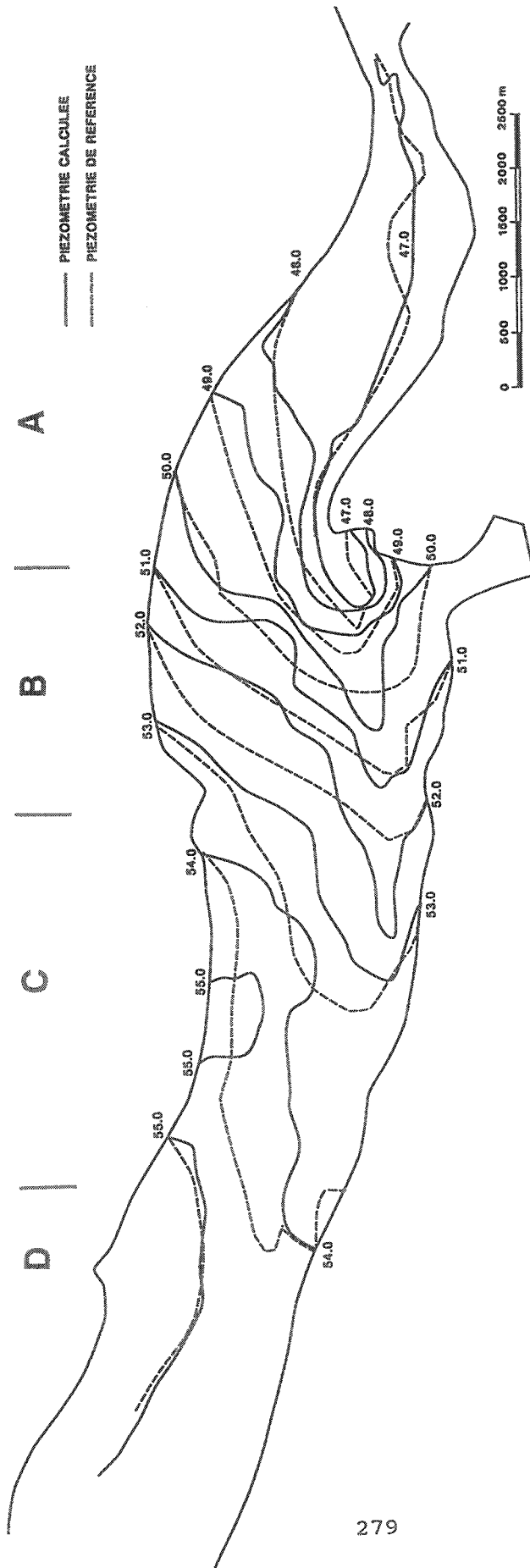


Figure VIII.28. : Piezométrie calculée avec K_{mean} (méthode A), par rapport à la piézométrie de référence.

Des gradients très variables sont observés, notamment en rive gauche du barrage de Lixhe.

Les débits échangés dans les différentes zones localisées précédemment (figure VIII.27.) sont résumés au tableau VIII.4..

Par rapport à la piézométrie de référence, on remarque les différences suivantes :

- zone A : trop haute de 0.2 à 0.4 m en rive gauche de la Meuse
- zone B : trop haute de 0.4 à 1.0 m en rive gauche, parfois trop basse de 0.2 à 0.4 m au droit de la Meuse
- zone C : trop haute, parfois de 1 m en rive gauche.

Zones d'échanges	Débits entrants (m ³ /s)	Débits sortants (m ³ /s)	Bilan (m ³ /s)
A	0.336	- 0.094	0.242
B	0.019	- 0.011	0.008
C	0.125	- 0.006	0.119
D	0.522	- 0.105	0.417
E	0.708	- 0.061	0.647
F	45.956	- 50.674	- 4.718
G	1.841	- 0.904	0.937
H	0.278	- 0.446	- 0.168
I	-	- 0.732	- 0.732
J	2.692	-	2.692
K	0.285	-	0.285
L	0.271	-	0.271
	53.033	- 53.033	0.000

Tableau VIII.4. : Méthode A, débits échangés aux différentes frontières du modèle.

Avec krigeage, mais sans application de la corrélation (méthode B), le jeu des perméabilités estimées K* permet de calculer la piézométrie présentée à la figure VIII.29.. De même, les différences suivantes sont observées par rapport à la piézométrie de référence :

- zone B : trop haute de 0.4 à 1.0 m en rive gauche trop haute de 0.2 à 0.6 m au droit de la Meuse
- zone C : légèrement trop haute (maximum 0.4 m) en rive gauche.

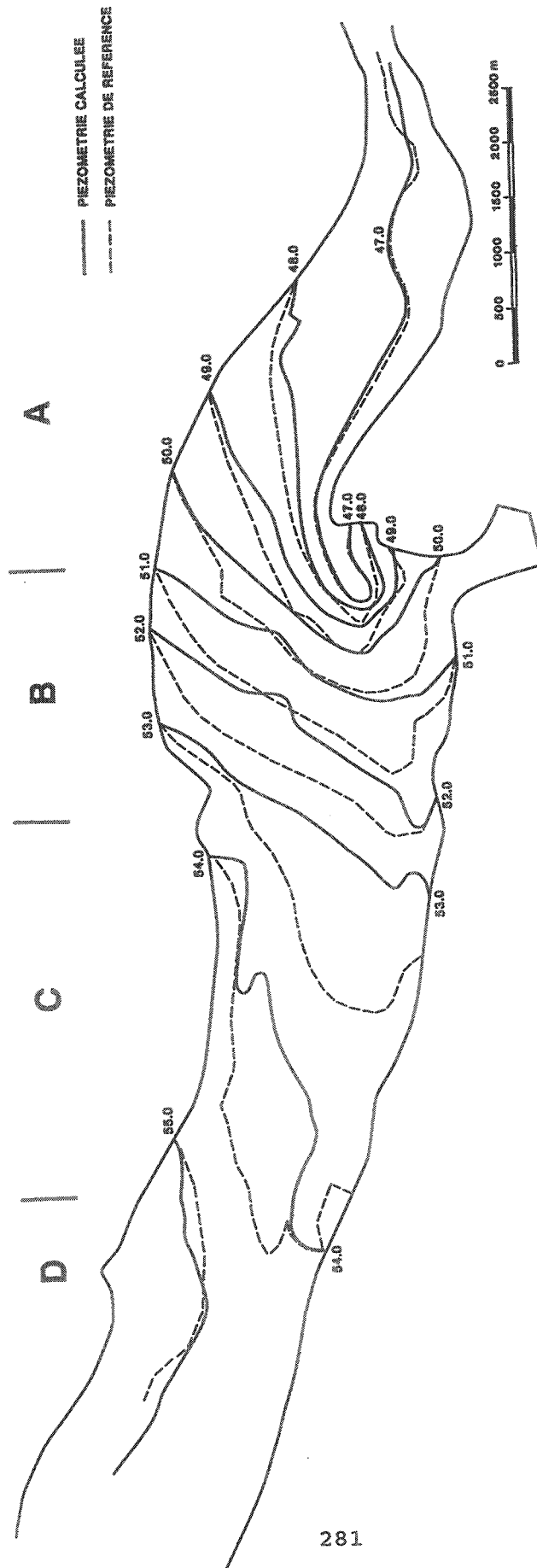


Figure VIII.29. : Piezométrie calculée avec K^* (méthode B), par rapport à la piezométrie de référence.

Les résultats sont plus proches de la piezométrie de référence, notamment dans la zone C. Les débits échangés dans les différentes zones sont résumés au tableau VIII.5..

Zones d'échanges	Débits entrants (m ³ /s)	Débits sortants (m ³ /s)	Bilan (m ³ /s)
A	0.334	- 0.094	0.240
B	-	- 0.287	- 0.287
C	0.430	- 0.003	0.427
D	0.811	- 0.236	0.575
E	0.565	- 0.104	0.461
F	45.796	- 51.167	- 5.371
G	2.851	- 1.244	1.607
H	0.278	- 0.446	- 0.168
I	-	- 0.732	- 0.732
J	2.692	-	2.692
K	0.285	-	0.285
L	0.271	-	0.271
	54.313	- 54.313	0.000

Tableau VIII.5. : Méthode B, débits échangés aux différentes frontières du modèle.

Avec krigeage, appliqué sur les résultats de la corrélation (méthode C), le jeu des perméabilités estimées (K*) permet de calculer la piezométrie présentée à la figure VIII.30. Les différences par rapport à la piezométrie de référence sont les suivantes :

- zone A : trop haute de 0.2 à 0.4 m en rive gauche
- zone B : trop haute de 0.4 à 1.0 m en rive gauche
parfois trop basse de 0.2 à 0.6 m au droit de la Meuse
- zone C : trop haute de 0.4 à 0.6 m en rive gauche.

Les valeurs des débits échangés aux différentes frontières sont résumées au tableau VIII.6..

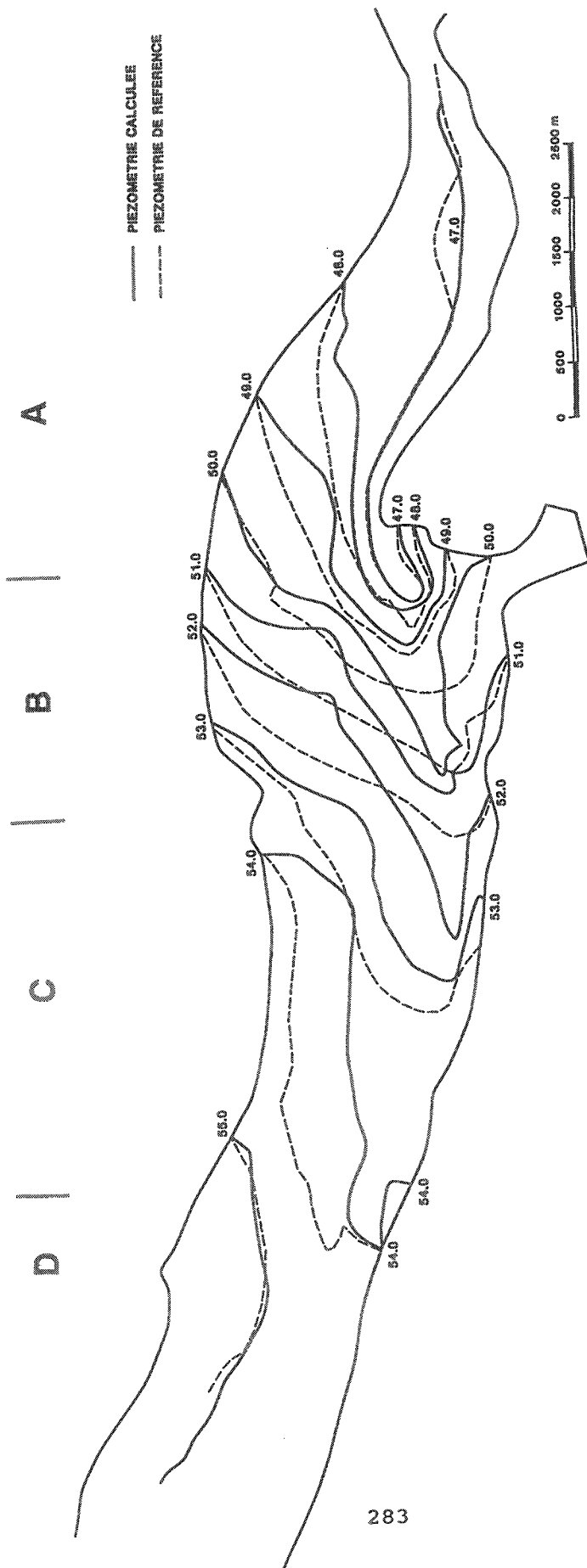


Figure VIII.30. : Piezométrie calculée avec K^* (méthode C), par rapport à la piezométrie de référence.

Zones d'échanges	Débits entrants (m ³ /s)	Débits sortants (m ³ /s)	Bilan (m ³ /s)
A	0.336	- 0.094	0.242
B	0.021	- 0.013	0.008
C	0.095	- 0.007	0.088
D	0.473	- 0.100	0.373
E	0.535	- 0.060	0.475
F	45.928	- 50.387	- 4.459
G	1.826	- 0.901	0.925
H	0.278	- 0.446	- 0.168
I	-	- 0.732	- 0.732
J	2.692	-	2.692
K	0.285	-	0.285
L	0.271	-	0.271
	52.740	- 52.740	0.000

Tableau VIII.6. : Méthode C, débits échangés aux différentes frontières du modèle.

Le cokrigeage des $\ln K$ par les $\ln \rho_A$, avec recherche du "cross-variogramme" par la méthode de Myers (méthode D), a fourni le jeu des perméabilités estimées (K^*) permettant de calculer la piezométrie présentée à la figure VIII.31.. Les différences par rapport à la piezométrie de référence sont les suivantes :

- zone A : trop haute de 0.2 m en rive gauche
- zone B : trop haute de 0.4 à 1.0 m en rive gauche
- zone C : trop haute de 0.4 à 0.6 m en rive gauche.

Les débits échangés aux frontières sont repris au tableau VIII.7.

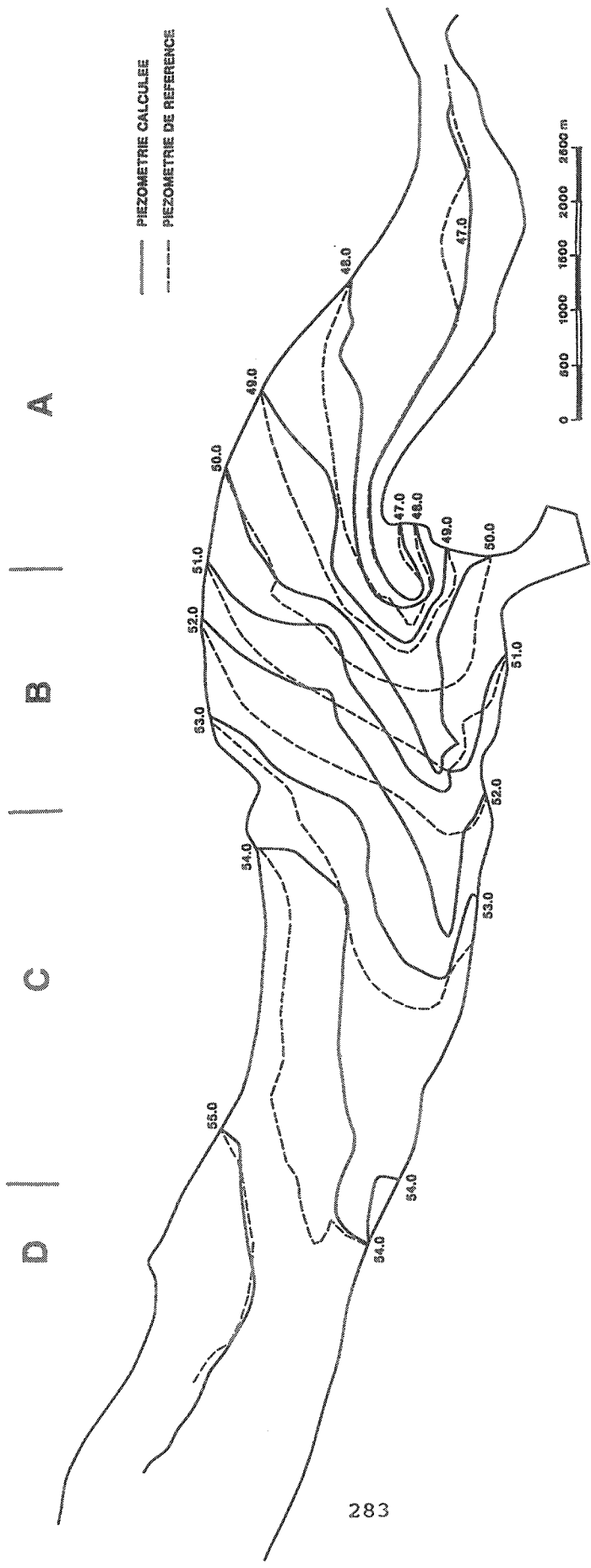


Figure VIII. 30. : Piezométrie calculée avec K^* (méthode C), par rapport à la piezométrie de référence.

Zones d'échanges	Débits entrants (m ³ /s)	Débits sortants (m ³ /s)	Bilan (m ³ /s)
A	0.336	- 0.094	0.242
B	-	- 0.198	- 0.198
C	0.219	- 0.012	0.207
D	0.699	- 0.119	0.580
E	0.543	- 0.053	0.490
F	45.824	- 51.036	- 5.212
G	2.748	- 1.205	1.543
H	0.278	- 0.446	- 0.168
I	-	- 0.732	- 0.732
J	2.692	-	2.692
K	0.285	-	0.285
L	0.271	-	0.271
	53.895	- 53.895	0.000

Tableau VIII.7. : Méthode D, débits échangés aux différentes frontières du modèle.

L'autre cokrigeage (méthode D'), où on a considéré la variance de l'erreur de mesure (constante) comme effet de pépité, a fourni le jeu des perméabilités estimées (K^*) permettant de calculer la piezométrie présentée à la figure VIII.32..

Par rapport à la piezométrie de référence on remarque les différences suivantes :

- zone A : trop haute de 0.2 m en rive gauche
- zone B : trop haute systématiquement de 0.8 à 1.0 m en rive gauche
trop haute de 0.2 à 0.8 m en rive gauche
- zone C : trop haute de 0.6 à 0.8 m en rive gauche.

Les tendances de cette piezométrie calculée sont moins bonnes que celles de la piezométrie obtenue par la "Méthode D".

Les débits échangés aux frontières sont repris au tableau VIII.8..

D | C | B | A

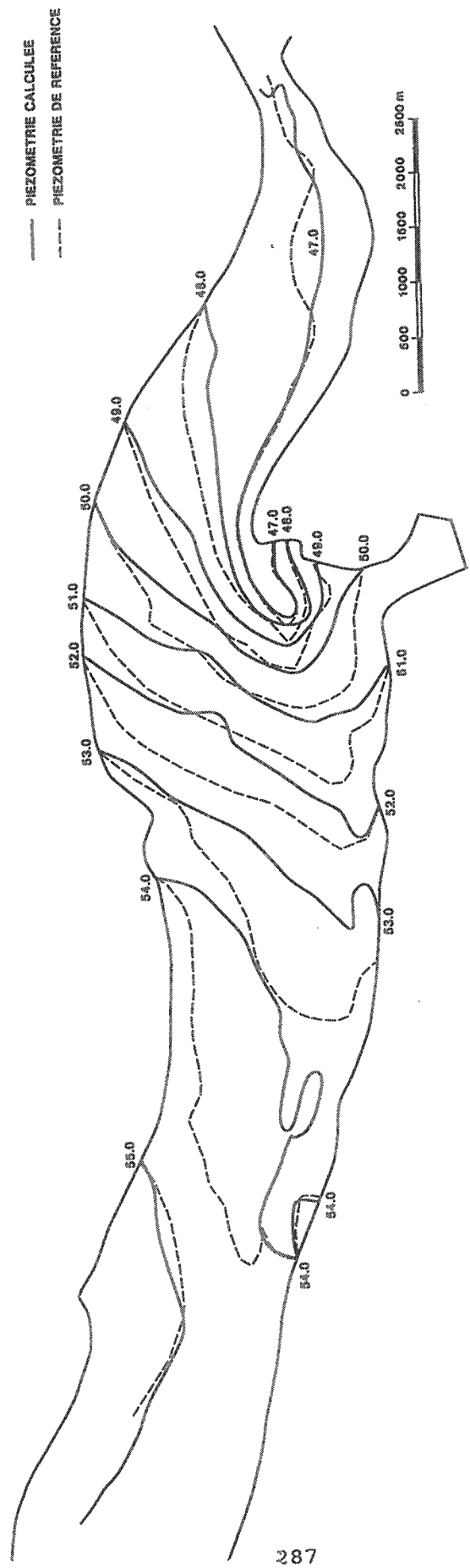


Figure VIII. 32. : Piezométrie calculée avec K^* (méthode D'), par rapport à la piezométrie de référence.

Bilan	
	m^3/s
	242
	008
	088
	373
	75
	59
	25
	18
	2
	2
	1

du
ri
e
r

entes

T

A
|
B
|
C
|
D

PIEZOMETRIE CALCULEE
PIEZOMETRIE DE REFERENCE

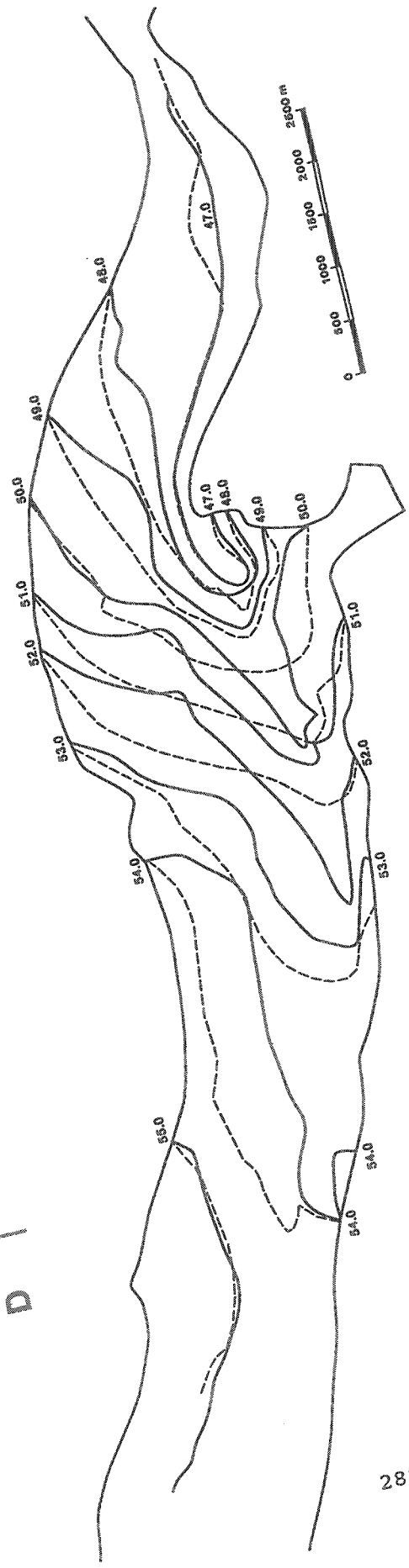


Figure VIII.30. : piezométrie calculée avec K^* (méthode C), par rapport à la piezométrie de référence.

Si on écarte la méthode D' pour laquelle les résultats sont moins bons que ceux relatifs à la méthode D, on remarque que pour le cas étudié, aucun traitement n'est vraiment supérieur. Dans la zone A, ils aboutissent tous à une piézométrie légèrement trop haute de 0.4 m maximum. Dans la zone B, toutes les piézométries sont trop hautes en rive gauche de la Meuse, de 0.4 à 1.0 m par rapport à la piézométrie de référence. C'est au droit de la Meuse, qu'elles se différencient le plus puisque certaines (B et D) sont trop hautes (de 0.2 à 0.6 m) et d'autres (A et C) sont trop basses (de 0.2 à 0.6 m). Dans la zone C, elles sont toutes similaires et trop hautes de 0.4 à 1.0 m.

Du point de vue des débits échangés aux frontières internes et externes du modèle, on peut notamment constater que le débit entrant dans la Meuse varie de maximum 20 % selon la méthode utilisée.

Les simulations réalisées avec les valeurs minima et maxima de K dans l'intervalle de confiance de 95 % montrent que les débits calculés entrant dans la Meuse varient :

- de 4.88 à 9.16 m³/s pour la méthode B
- de 3.79 à 6.38 m³/s pour la méthode C
- de 4.60 à 7.04 m³/s pour la méthode D.

Donc, l'incertitude calculée lors du traitement des K se traduit en terme de résultats dans les valeurs des débits calculés. Il faut cependant remarquer que les piézométries obtenues avec ces jeux de valeurs de K_{\max} et K_{\min} ne sont pas meilleures que celles exposées précédemment pour les valeurs moyennes. D'autre part, les simulations avec K_{\min} et K_{\max} ne correspondent pas nécessairement à des extrema de la piézométrie calculée.

VIII.5.5. CONCLUSIONS

Bien qu'il soit apparemment difficile de choisir une méthode "idéale" à appliquer au jeu de données pour faire progresser la calibration du modèle déterministe de façon optimum, il est clair cependant, que l'utilisation d'une de ces méthodes (A, B, C ou D) aurait permis d'écourter la calibration. En effet, la comparaison entre d'une part, les résultats obtenus dans les zones B et C avec une des méthodes de traitement (méthode D), et d'autre part les résultats du 111ème passage de la calibration sans traitement (figure VIII.33.), montre que l'apport du traitement géostatistique est positif.

Le gros problème qui subsiste après application d'une des trois méthodes de traitement, est la reprise du "fichier matériau" pour poursuivre l'éventuelle calibration. En effet, l'application de la corrélation, du krigeage ou du cokrigeage ont tous pour résultat le morcellement complet du domaine créant autant de valeurs de K différentes qu'il y a d'éléments finis, même si ces valeurs sont parfois fort proches.

Une solution qui peut être envisagée, consiste à poursuivre la calibration automatiquement (Samper et al., 1990): la piezométrie de référence est enregistrée en différents "points cibles" ("target points", Woessner, 1990), et la calibration est menée automatiquement par ajustements successifs des valeurs de K jusqu'à optimisation de la comparaison entre piezométries calculée et mesurée aux points cibles (Van der Heijde, 1990, Ouboter & De Rooij, 1990).

Ce type de calibration peut être mené sur des cas simples mais, dans le cas de simulations 3D à géométrie et sollicitations complexes, il est assez hasardeux d'avoir comme seul critère d'appréciation, la minimisation des écarts aux points cibles.

La seule possibilité consisterait à regrouper dans des zones affectées chaque fois d'un seul matériau (Keidser et al., 1990), tous les éléments dont la perméabilité est comprise dans des intervalles définis. Ensuite, une procédure classique de calibration peut être poursuivie.

Souvent, en alternative à la poursuite de la procédure de calibration, des "simulations conditionnelles" sont réalisées (de Marsily, 1986). Des réalisations équiprobables du champ des perméabilités, respectant comme "conditions" les mesures dont on dispose donne lieu à des simulations. Chaque simulation relative à chacune des réalisations du jeu de K fournit alors une réponse équiprobable (Henriquez, 1991, Hoeksema & Clapp, 1990, Schafmeister & Pekdeger, 1990). Si pour chaque simulation le problème requiert un temps CPU important, le fait de devoir effectuer la simulation à de nombreuses reprises (> 20 selon certains) est prohibitif.

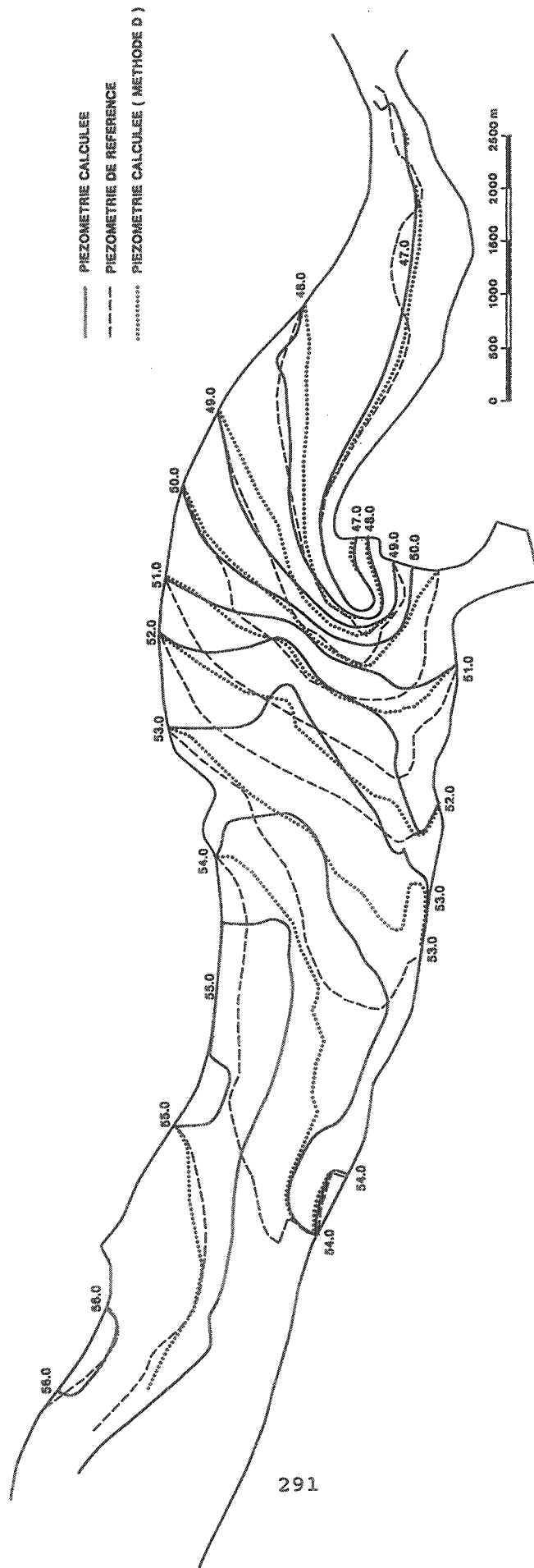


Figure VIII.33. : Piézométrie calculée au 11^{ème} passage de la calibration normale, comparée à la piézométrie de référence et à la piézométrie calculée par la méthode D.

IX. CONCLUSIONS

Les modèles numériques traités ont pour but de décrire et de quantifier les comportements observés. En utilisant, dans leur formulation, les équations régissant les processus qu'on veut représenter avec les vraies variables impliquées, on s'assure de la "consistance" (signification physique) des simulations.

A différents degrés et selon les cas d'études, nous sommes toujours un peu ignorants des propriétés des matériaux et donc des lois réelles qui régissent les processus à simuler. Ce manque de connaissance va peser sur la paramétrisation du modèle. A partir de la connaissance de la forme des équations de l'écoulement en milieu souterrain et des quelques zones, où des mesures et données sont disponibles, il faut parvenir à simuler correctement le comportement du système.

Les différents développements de ce travail sont axés sur la prise en compte, de la façon la plus précise possible, des conditions complexes de l'écoulement en milieu souterrain.

L'accent est mis tout particulièrement sur trois aspects permettant d'améliorer la précision de la "description physique convertie en données du modèle".

Des discrétisations détaillées dans l'espace et dans le temps permettent notamment de prendre en compte des hétérogénéités locales, les structures 3D et les irrégularités imposées par la géologie mais également des conditions aux frontières précises et reproduisant avec justesse les processus réels. Les exemples d'application à une échelle régionale (repris aux chapitres VI, VII et VIII), traitant de la nappe des craies de Hesbaye, des nappes argilo-sableuses du sous-sol de Shanghai et de la nappe alluviale de la Meuse, permettent de se faire une idée précise de l'applicabilité d'une telle approche.

L'étude et la prise en compte de la variation des paramètres de l'écoulement durant la consolidation d'un milieu poreux saturé sont indispensables afin que les calculs de tassements soient réalistes. Ce couplage écoulement-tassement et ces non linéarités de paramètres doivent être choisis de préférence sur base de lois expérimentales vérifiées par les mesures relatives au cas étudié. C'est cette démarche qui a été choisie et qui est exposée pour l'étude de la subsidence induite de la ville de Shanghai.

Enfin, l'approche probabiliste du traitement des données ponctuelles dont on dispose, permet de tenter d'optimiser ces données et d'en mesurer l'incertitude. Cette dernière se répercute automatiquement par une incertitude sur les flux échangés et donc sur les débits pouvant être pompés, s'inscrivant ainsi dans les prévisions que peut faire un gestionnaire de l'aquifère.

De la théorie et des cas d'études présentés dans ce travail, il ressort une ligne de conduite qui devrait être celle de l'hydrogéologue réalisant des simulations numériques. Elle consiste à réduire au maximum l'incertitude des résultats d'un modèle. Elle s'applique à tous les stades de l'étude (figure IX.1) dont les opérations sont :

- la collecte des données et la prise de décision concernant d'éventuelles mesures supplémentaires;
- le traitement des données;
- le choix du modèle conceptuel, des processus à prendre en compte et des lois les représentant;
- la discrétisation spatiale et temporelle et le choix des conditions aux frontières;
- la calibration et l'étude de sensibilité du modèle;
- l'estimation de l'incertitude dans la réponse calculée.

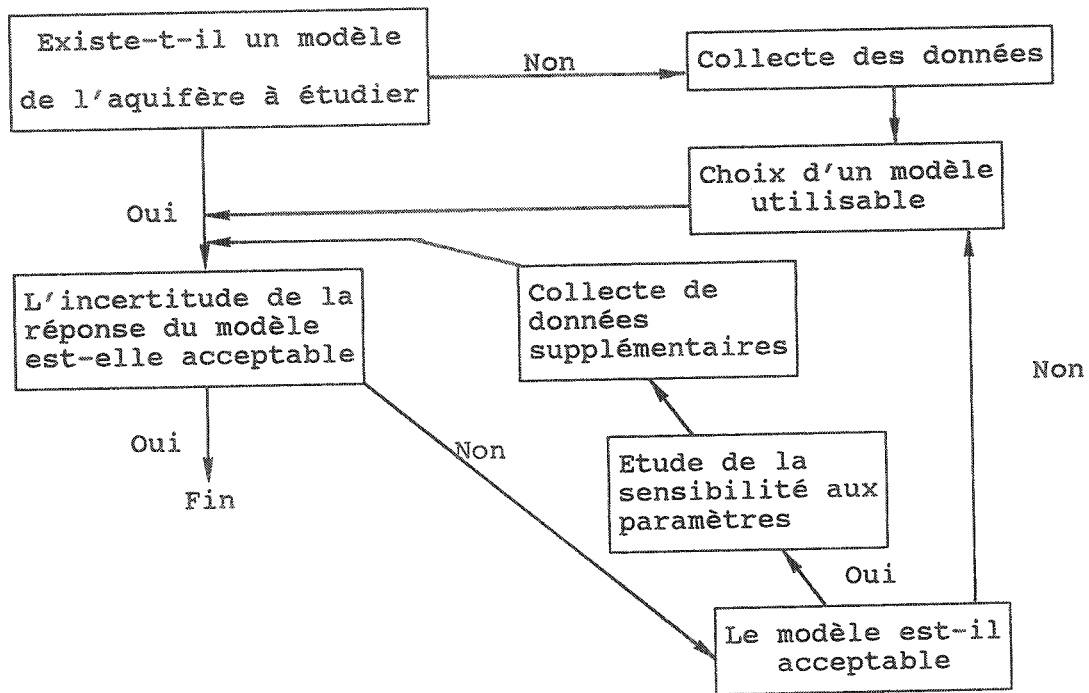


Figure IX.1. Schéma de développement d'un modèle mathématique d'écoulement en milieu poreux avec une incertitude sur les réponses qui soit acceptable (d'après Peck et al., 1988).

Cette façon d'aborder les problèmes est maintenant rendue possible d'un point de vue strictement informatique par les performances accrues des ordinateurs et des logiciels. Le problème de la récolte des données mesurées reste, par contre, souvent lié à des impératifs financiers. Il est donc souhaitable de disposer d'études géologiques sérieuses, d'optimiser au mieux l'emploi des données et de diriger les essais et mesures à réaliser en vue de déterminer, de façon adéquate, les paramètres intervenant dans les lois du modèle.

L'étude des non linéarités et couplages affectant les écoulements est un domaine en pleine évolution qui permettra, de plus en plus, de s'approcher de la réalité physique et physico-chimique.

Au terme de la rédaction de ce travail, de vastes possibilités de recherches ultérieures paraissent fondamentales et devraient être abordées dans l'avenir immédiat :

- l'étude des diverses interactions et non linéarités (citées en introduction du chapitre III) et leur numérisation comprenant la mise en équation, la paramétrisation et la résolution de cas pratiques;
- l'étude et la simulation des phénomènes de transport de polluants miscibles avec une approche déterministe détaillée et rigoureuse des processus. Les recherches et la thèse de mon ami et collègue Pierre BIVER vont pleinement dans cette direction;
- la prise en compte encore plus rigoureuse d'hétérogénéités et d'anisotropies mesurées;
- la poursuite de traitements géostatistiques, la réalisation de simulations conditionnelles afin d'optimiser les données et estimer le degré d'incertitude;
- l'introduction d'écoulements multiphasiques dans des codes éléments finis et la réalisation d'études comparatives sur la prise en compte d'hétérogénéités importantes dans les réservoirs pétroliers par rapport aux simulateurs habituels utilisés en "reservoir engineering".

Toutes ces recherches devraient pouvoir être poursuivies dans des cadres très largement interdisciplinaires afin d'écarter définitivement les approches simplistes qui consistent à fermer les yeux pudiquement sur le manque de données, celui-ci entraînant l'absence de vérifications tout en permettant une simplicité accrue du modèle à réaliser sur le cas étudié.

ANNEXE 1

EXPRESSION DE LA VARIATION DE POROSITE EN FONCTION DU TEMPS

La porosité s'exprime par $n = \frac{V_p}{V_t} = \frac{V_p}{V_s + V_p}$

où V_p = volume des pores

V_s = volume du solide

$V_s + V_p = V_t$ = volume total

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{V_s \frac{\partial V_p}{\partial t} - V_p \frac{\partial V_s}{\partial t}}{(V_s + V_p)^2} \quad (\text{a.1.})$$

La variation du volume du solide peut être considérée comme très faible par rapport à la variation du volume des pores:

$$\frac{\partial V_s}{\partial t} \ll \frac{\partial V_p}{\partial t}$$

Par conséquent, on peut écrire :

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} \approx \frac{\partial (V_p + V_s)}{\partial t}$$

L'équation (a.1.) devient alors :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{V_s}{(V_p + V_s)^2} \frac{\partial (V_p + V_s)}{\partial t} \quad (\text{a.2.})$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{V_s}{V_t^2} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{a.3.})$$

Par définition de la porosité, on a :

$$(1-n) = \frac{V_s}{V_t}$$

L'équation (a.3.) devient :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{(1-n)}{V_t} \frac{\partial V_t}{\partial t} \quad (\text{a.4.})$$

En reprenant l'équation (II.38.) du paragraphe II.3.2., il vient :

$$-\dot{\epsilon}_v = -\frac{1}{V_t} \frac{\partial V_t}{\partial t} = \alpha \cdot \dot{\sigma}' \quad (\text{a.5.})$$

Dès lors, l'équation (a.4.) s'écrit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - (1-n) \cdot \alpha \cdot \dot{\sigma}'$$

et
$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \cdot \alpha \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{a.6.})$$

avec les mêmes hypothèses qu'utilisées au paragraphe II.3.2.

ANNEXE 2

VITESSES DE DARCY ET VITESSES MICROSCOPIQUES MOYENNES

Comme signalé au paragraphe II.1.4., la vitesse de filtration mesurée par l'expérience de Darcy est une vitesse équivalente, valable pour l'ensemble de l'E.V.R. considéré. La relation liant la vitesse de filtration du fluide à la vitesse microscopique moyenne du fluide est la suivante :

$$v_f = \frac{v}{n} \quad (\text{a.7.})$$

où v_f = vitesse microscopique moyenne du fluide

Lorsque le mouvement du solide est considéré, une vitesse équivalente du solide, globale à l'E.V.R., peut être définie de façon analogue à la vitesse de filtration de Darcy. La relation liant cette vitesse équivalente du solide à la vitesse microscopique moyenne du solide est la suivante :

$$v_s = \frac{v_s}{(1-n)} \quad (\text{a.8.})$$

où v_s = vitesse microscopique moyenne du solide

v_s = vitesse équivalente du solide dans l'E.V.R.

VITESSES RELATIVES ET VITESSES ABSOLUES

Si l'on désire exprimer la vitesse relative du fluide par rapport au solide, en utilisant leurs vitesses microscopiques, on obtient :

$$v_{f.r} = v_{f.a} - v_{s.a} \quad (\text{a.9.})$$

où les seconds indices r et a sont utilisés pour indiquer respectivement les vitesses relatives et absolues.

En utilisant l'équation (a.7.) dans l'équation (a.9.), celle-ci devient (Cooper, 1966) :

$$v_{f.r} = \frac{v}{n} - v_{s.a} \quad (a.10.)$$

où v est la vitesse de filtration de Darcy utilisée précédemment. On obtient :

$$v = n (v_{f.r} + v_{s.a}) \quad (a.11.)$$

EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE DE SOLIDE

L'équation de conservation de la masse de solide d'un milieu poreux saturé peut s'écrire comme suit (De Marsily, 1986):

$$\text{div} \left(\rho_s \cdot (1-n) \cdot v_{s.a} \right) = - \frac{\partial \left((1-n) \cdot \rho_s \right)}{\partial t} \quad (a.12.)$$

où ρ_s = masse volumique du solide

En prenant comme hypothèse que la masse volumique du solide est constante dans l'E.V.R. considéré et qu'elle est constante en fonction du temps, l'équation (a.12.) se réduit à :

$$\rho_s \cdot \text{div} \left((1-n) \cdot v_{s.a} \right) = \rho_s \cdot \frac{\partial n}{\partial t}$$

$$\text{et} \quad \text{div} \left((1-n) \cdot v_{s.a} \right) = \frac{\partial n}{\partial t}$$

La porosité est considérée comme constante dans l'E.V.R. (porosité moyenne représentative pour l'E.V.R., cfr. II.1.2.). On obtient donc :

$$\text{div} v_{s.a} = \frac{1}{(1-n)} \cdot \frac{\partial n}{\partial t} \quad (a.13.)$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Ahmed, S., and de Marsily, G., 1987, Comparison of geostatistical methods for estimating transmissivity using data on transmissivity and specific capacity, Water Resources Research, vol.23, n°5, pp.1717-1737.
- Ahmed, S., de Marsily, G., and Talbot, A., 1988, Combined use of hydraulic and electrical properties of an aquifer in a geostatistical estimation of transmissivity, Ground Water, vol.26, n°1, pp.78-86.
- Archer, J.S. and Wall, C.G., 1987, Petroleum engineering, Principles and practices, Chapter 5, Characteristics of Reservoirs, Imperial College of Science and Technology, London, Graham and Trotman.
- Aronovici, V.S., 1946, The mechanical analysis as an index of subsoil permeability, Soil Sci. Soc. Am. Proc., n° 11, pp. 137-141.
- Aubry, D. and Ozanam, O., 1988, Free surface tracking through non-saturated models, 6th Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics, ICONMIG 88, Innsbruck, pp. 757-763.
- Aziz, K. and Palagi, C., 1991, Use of flexible grids in reservoir simulation, note prepared for International Workshop on Computer Applications in Reservoir Modeling, I.B.M. European Petroleum Application Center (E.P.A.C.), Stavanger.
- Bachmat, Y., and Bear, J., 1986, Macroscopic modelling of transport phenomena in porous media, 1 : The continuum approach, Transport in Porous media 1, pp. 213-240.
- Baeteman, C., 1989, The Upper Quaternary deposits of the Changjiang coastal plain, Shanghai area, Etude de la géologie du Quaternaire de l'hydrogéologie et de la géologie de l'ingénieur dans le delta du Yangtsé. Modèle mathématique de la zone de Shanghai, pp. 19-177.
- Baeteman, C. and Schroeder, C., 1990, Land subsidence in Shanghai, An application of the interaction between coastal-lowland geology and engineering geology, Proc. 6th Int. IAEG Congress, Balkema, pp. 191-199.
- Banerjee, P.K. and Butterfield, R., 1981, Boundary element methods in engineering science, Mc Graw-Hill, 452 p.
- Barends, F.B.J., 1990, The role of pore water in geological and geotechnical engineering, Proc. of the 6th IAEG Congress Rotterdam, Balkema.
- Bathe, K.J. and Khoshgoftaar, M.R., 1979, Finite element free surface seepage analysis without iteration, Int. J. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics, vol.3, pp. 13-22.

Bear, J., and Bachmat, Y., 1967, A generalized theory on hydrodynamic dispersion in porous media, I.A.S.H. Symp. Artificial Recharge and Management of Aquifers, Haifa, Israel, IASH 72, pp. 7-16.

Bear, J., and Corapcioglu, M.Y., 1981, Regional land subsidence 1. Integrated aquifer subsidence equations based on vertical displacement only. 2. Integrated aquifer subsidence equations for vertical and horizontal displacements, Water Resources Research, vol. 17, n° 4, pp. 937-946 and pp. 947-958.

Bear, J., and Corapcioglu, M.Y., 1983, A mathematical model for regional land subsidence due to pumping : 3. Integrated equations for a phreatic aquifer, Water Resources Research, vol. 19, n° 4, pp. 895-908.

Bear, J., and Verruijt, A., 1987, Modeling groundwater flow and pollution, Reidel, 414 p.

Biot, M.A., 1941, General Theory of three-dimensional consolidation, J. Appl. Phys. 12, pp. 155-164.

Biot, M.A., 1956, General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material, J. Applied Mechanics, Trans. ASME, 23, pp. 91-96.

Bishop, A., 1959, The principle of effective stress, Teknisk Ukeblad, 39, pp. 859-863.

Bishop, A., and Blight, G.E., 1963, Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils, Geotechnique, pp. 177-197.

Biver, P., 1990, Recherche phénoménologique sur la propagation des polluants dans un milieu poreux et application à un cas concret, Rapport de synthèse IRSIA, 98 p.

BLUEPACK, 1975, Programme de Géostatistiques développé par le Centre de Géostatistique de l'Ecole des Mines de Paris, par Delfiner, P., Delhomme, J.P., et Chiles, J.P.

BLUEPACK, 1978, Version améliorée du programme BLUEPACK de 1975, Irigoien, F., Delfiner, P., Renard, D., et Chiles, J.P.

Bonnechère, F., 1985, Cours de mécanique des sols, Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées.

Boulton, N.S., and Streltsova, T.D., 1975, New equations for determining the formation constants of an aquifer from pumping test data, Water Resources Research, 11(1), pp. 148-153.

Bratvold, R.B., 1991, High-performance reservoir simulation on workstation clusters, note prepared for International Workshop on Computer Applications in Reservoir Modeling, I.B.M. European Petroleum Application Center (E.P.A.C.), Stavanger.

Brebbia, C.A., 1978, The boundary element method for engineers, Pentech press, London.

Bredehoeft, J.D., and Cooley, R.L., 1983, Comment on "A note on the meaning of storage coefficient", Water Resources Research, Vol. 19, n° 6, pp. 1632-1634.

Brixko, A., 1980, L'alimentation en eau de l'agglomération liégeoise, La Technique de l'eau et de l'assainissement, n°402-403, pp. 87-95.

Burger, A., Recordon, E., Bovet D., Cotton, L., et Saugy, B., 1985, Thermique des nappes souterraines, Presses polytechniques romandes, Lausanne, 255 p.

Byrd, C.W. and Cassel, D.K., 1980, The effect of sand content upon cone index and selected physical properties, Soil Sci., n° 129, pp. 197-204.

Calembert, L., 1956, Le Crétacé supérieur de la Hesbaye et du Brabant, Ann. Soc. Géol. de Belgique, tome LXXX, pp. 129-165.

Calembert, L., Monjoie, A., Polo-Chiapolini, Cl. et Schroeder, Ch., 1981, Géologie de l'Ingénieur et mécanique des roches (1ère suite), Annales des Travaux Publics de Belgique n° 6.

Castany, G., 1963, Traité pratique des eaux souterraines, Dunod, Paris, 657 p.

Castany, G., 1967, Principes et méthodes de l'hydrogéologie, Dunod, Paris, 238 p.

Castany, G., 1982, Principes et méthodes de l'hydrogéologie, Dunod Université, 237 p.

Cescotto, S., et Piette, Ch., 1983, Application des éléments finis à la détermination de la surface piézométrique d'une nappe souterraine, Actes de la journée d'étude sur la méthode des éléments finis appliqués à la géotechnique (ABEM), Bruxelles

Charlier, R., 1987, Approche unifiée de quelques problèmes non linéaires de mécanique des milieux continus par la méthode des éléments finis, Thèse de Doctorat en Sciences Appliquées, Université de Liège.

Charlier, R. et Radu, J.P., 1989, Méthode des éléments finis et couplage hydromécanique, Chapitre 4 du rapport LGIH-MSM : SPPS 891, Etude de la géologie du Quaternaire de l'hydrogéologie et de la géologie de l'ingénieur dans le delta du Yangtse. Modèle mathématique de la zone de Shanghai, pp. 505-519.

Charlier, R., Radu, J.P. and Dassargues, A., 1988, Numerical simulation of transient unconfined seepage problems, 1st Int. Conf. Comp. Meth. and Water Resources, vol. 1, Groundwater and Aquifer Modelling, Computational Mechanics Publications, pp. 143-155.

Coates, G.R. and Dumanoir, J.L., 1973, A new approach to improved log derived permeability, Proc. SPWLA, 14th Ann. Symp.

Comini, G., de Guidice, S., Lewis, R.W. and Zienkiewicz, O.C., 1974, Finite element solution of non linear heat conduction problems with special reference to phase change, Int. J. Num. Meth. in Eng., vol. 8, pp. 613-624.

Cooper, H.H.Jr., The equation of groundwater flow in fixed and deforming coordinates, J. Geophys. Res. 71 (20), 4785-4790.

Corapcioglu, M.Y., and Bear, J., A regional mathematical model for land subsidence due to pumping, in Fundamentals of Transport phenomena in porous media, NATO ASI Series, pp. 447-498.

Corapcioglu, M.Y., 1981, Land subsidence - A state-of-the-art review, in Fundamentals of Transport phenomena in porous media, NATO ASI Series, pp. 369-444.

Dagan, G., 1989, Flow and transport in porous formations, Springer-Verlag, 465 p.

Dannenhoffer, J.F., 1988, A comparison of two adaptive grid techniques, in: Numerical grid generation in computational fluid mechanics '88 (Ed. by Sengupta, S., Hauser, J., Eiseman, P.R., and Thompson, J.F.), Pineridge Press, Swansea

Darcy, H., 1856, Les fontaines publiques de la ville de Dijon, Dalmont, Paris.

Dassargues, A., 1989, Théorie de Biot, chapitre 1.5. du rapport LGIH-MSM : SPPS 891, Etude de la géologie du Quaternaire, de l'hydrogéologie et de la géologie de l'ingénieur dans le delta du Yangtse. Modèle mathématique de la zone de Shanghai, pp. 211-227.

Dassargues, A., 1989, Rappel des théories d'interprétation des essais de pompage en régime transitoire, chapitre 2.3.1.(b) du rapport LGIH-MSM : SPPS/891, Etude de la géologie du Quaternaire, de l'hydrogéologie et de la géologie de l'ingénieur dans le delta du Yangtse. Modèle mathématique de la zone de Shanghai, pp. 308-323.

Dassargues, A., 1989, Mécanismes de la subsidence due aux pompages, Introduction du rapport LGIH-MSM : SPPS/891, Etude de la géologie du Quaternaire, de l'Hydrogéologie et de la géologie de l'ingénieur dans le delta du Yangtse. Modèle mathématique de la zone de Shanghai, pp. 7-12.

Dassargues, A., 1991, Water table aquifers and finite element method : analysis and presentation of a case study, Computational Modelling of Free and Moving Boundary Problems, vol.1., Fluid Flow, Computational Mechanics Publication, Southampton., pp. 64-72.

Dassargues, A., Bolly, P.Y., et Monjoie, A., 1987, Modélisation de la nappe aquifère de Hesbaye, Rapport LGIH n° HESB/871, Université de Liège, 262 p., non publié

Dassargues, A., Charlier, R., Monjoie, A. et Cescotto, S., 1989, Projet d'Action Concertée : Modélisation des interactions conditionnant la mise en valeur des réservoirs naturels souterrains, confidentiel, ULg.

Dassargues, A., et Lox, A., 1991, Modélisation mathématique de la nappe alluviale de la Meuse en aval de Liège (Belgique), "Le système hydrologique dans la région frontalière Liège-Maasbracht; résultats des recherches 1985-1990", Rapport et notes n°26, CHO-TNO, Delft, pp. 27-54.

Dassargues, A., Radu, J.P. and Charlier, R., 1988, Finite element modelling of a large water table aquifer in transient conditions, Adv. in Water Resources, vol. 11, pp. 58-66.

Delage, P. et Lefebvre, G., 1984, Study of the structure of a sensitive Champlain clay and of its evolution during consolidation, Canadian Geotechnical Journal, 21, pp. 21-35.

Delhomme, J.P., 1976, Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau, Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.

Delver, P., 1962, Properties of saline soils in Iraq, Neth. J. Agric. Sci., vol. 10, pp. 194-210.

de Marsily, G., 1981, Spatial variability of properties in porous media : a stochastic approach, in Fundamentals of Transport phenomena in porous media, NATO ASI Series, pp. 719-752.

de Marsily, G., 1986, Quantitative hydrogeology, Academic Press, 440 p.

Desai, C.S., 1976, Finite element residual scheme for unconfined flow, Int. J. Num. Meth. Eng., vol.10., pp. 1415-1418.

Desai, C.S. and Li, G.C., 1983, A residual flow procedure and application for free surface flow in porous media, Advances in Water Resources, vol. 6, pp. 27-35.

De Smedt, F., 1991, Multivariate geostatistics, notes du cours donné à Newcastle dans le cadre ERASMUS, Laboratoire d'Hydrologie, Vrije Universiteit Brussel, 31 p.

Dewiest, R.J.M., 1966, On the storage coefficient and the equations of groundwater flow, J. Geophysical Union, Vol. 71, n° 4, pp. 1117-1122.

Domenico, P.A., and Mifflin, M.D., 1965, Water from low-permeability sediments and land subsidence, Water Resources Research, Vol. 1, n° 4, pp. 563-576.

Dupuit, J., 1863, Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts à travers les terrains perméables Dunod, Paris.

Dysli, M. and Rybisar, J., 1988, Coupled models and free surface seepage analysis without mesh iteration, 6th Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics, ICONMIG 88, Innsbruck, pp. 791-795.

Englund, E., and Sparks, A., 1988, GEO EAS , Geostatistical Environmental Assessment Software, User's guide, U.S. Environmental Protection Agency, Environmental Monitoring Systems Laboratory, Las Vegas, Nevada 89193-3478.

Eschard, R., Doligez, B., Rahon, D., Ravenne, C. et Le Loch, G., 1991, A new approach for reservoir description and simulation using geostatistical methods, Advances in Reservoir Technology Characterization Modelling and Management, Edinburgh, February.

Ewing, R.E., and Lazarov, R.D., 1989, Local Refinement techniques in the finite element and finite difference methods, in: Proc. Int. Conf. on Numerical Methods and Applications, Publishing House of the Bulgarian Academy of Sciences.

Fatt, I., 1959, The Biot-Willis elastic coefficients for a sandstone, brief note in Trans. ASME, June 1959, pp. 296-297.

Forsythe, G.E., and Wasow, W.R., 1960, Finite difference methods for partial differential equations, Wiley, New-York.

Fox, L., 1962, Numerical solution for ordinary and partial differential equations, Pergamon Press, New-York.

Franke, O.L., Reilly, T.E. and Bennett, G.D., 1984, Definition of boundary and initial conditions in the analysis of saturated groundwater flow systems - An introduction, Report of the U.S. Geological Survey.

Frenkel, H., Goertzen, J.O. and Rhoades, J.D., 1978, Effects of clay type and content, exchangeable sodium percentage, and electrolyte concentration on clay dispersion and soil hydraulic conductivity, Soil Sci. Soc. Am. Proc., n° 42, pp. 32-39.

Froidevaux, R., 1988, Geostat Toolbox Primer, Version 1.10, FSS International, 10, ch. de Drèze, 1256 Troinex, Switzerland

Galeati, G. and Gambolati, G., 1987, Comment on "Analysis of non intrinsic spatial variability by residual kriging with application to regional groundwater levels, Letter to the Editor, Mathematical Geology, Vol. 19, n° 3, pp. 249-257.

Gambolati, G., 1973, Equation for one-dimensional vertical flow of groundwater, 2, Validity range of the diffusion equation, Water Resources Research, 9(5), 1385-1395.

Gaspar, C., Jozsa, J., and Simbierowicz, P., 1991, Lagrangian modelling of the convective-diffusion problem using unstructured grids and multigrid technique, in: Water Pollution: Modelling, Measuring and Prediction, Comp. Mech. Publications, Southampton, pp. 299-312.

Geertsma, J., 1957, The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks, Trans. AIME 210, pp. 331-343.

Ghijssels, P., 1985, Crétacé de Hesbaye, rapport final Ministère de la Région Wallonne, Compagnie Intercommunale Liégeoise des Eaux.

- Haddouchi, B., 1987, Etude géologique et hydrogéologique de la plaine alluviale de la Meuse en Belgique, Thèse de doctorat, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège.
- Haghighi, M., 1983, Etude du comportement d'un remblai expérimental sur sols compressibles, Thèse de docteur ingénieur, Univ. Pierre et Marie Curie, Paris VI, 137 p.
- Hantush, M.S., 1966, Analysis of data from pumping tests in anisotropic aquifers, J. Geophys. Res., 71(2), pp. 421-426.
- Hantush, M.S., 1960, Modification of the theory of leaky aquifers, J. Geophys. Res., 65, pp. 3713-3725.
- Heigold, P.C., Gilkeson, R.H., Cartwright, K., and Reed, P.C., 1979, Aquifer transmissivity from surficial electrical methods, vol. 17, n° 4, pp. 338-345.
- Heineman, Z.E. and Brand, C., 1989, A new iterative solution technique for reservoir simulation equations on locally refined grids, SPE18410, 10th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Houston.
- Heineman, Z.E., Gerken, G., and von Hantelmann, G., 1983, Using local grid refinement in a multiple application reservoir simulator, SPE 12255, 7th SPE Symposium on Reservoir simulation, San Francisco.
- Helm, D.C., 1976, One-dimensional simulation of aquifer system compaction near Pixley, California, 2. Stress-dependent parameters, Water Resources Research, vol. 12(3), pp. 375-391.
- Henriquez, A., 1991, Saving computer and engineering time in reservoir simulation, note prepared for International Workshop on Computer Applications in Reservoir Modeling, I.B.M. European Petroleum Application Center (E.P.A.C.), Stavanger.
- Hoeksema, R.J., and Clapp, R.B., 1990, Calibration of groundwater flow models using Monte Carlo simulations and geostatistics, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 33-42.
- Hoeksema, R.J., and Kitadinis, P.K., 1985, Analysis of spatial structure of properties of selected aquifers, Water Resources Research, 21, 563-572.
- Hogge, M.A., 1977, Integration operators for first order linear matrix differential equations, Computer Meth. in Applied Mech. and Eng., vol. 11, pp. 281-294.
- Hogge, M.A., 1980, Secant versus tangent methods in non-linear heat transfer analysis, Int. J. for Num. Meth. in Eng., vol. 16, pp. 51-64.
- Hogge, M.A., 1981, A comparison of two - and three - level integration schemes for non-linear heat conduction, chapter 4 in Numerical Methods in Heat Transfer, edited by R.W. Lewis, K. Morgan and O.C. Zienkiewicz, Wiley & Sons.

Hogge, M.A., 1989, Notes manuscrites de P. Biver du cours intitulé : Modélisation des transferts de chaleur et de matière, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège.

Hogge, M.A. & Nyssen, C., 1977, Non linear heat transfer by finite element tangent conductivity methods, in Finite Elements in Non Linear Mechanics, Proc. Int. Conf. on Finite Elements in Non Linear Solid and Structural Mechanics, Geilo, Norway.

Huntley, D., 1986, Relations between permeability and electrical resistivity in granular aquifers, Ground Water, vol. 24, n° 4, pp. 466-474.

Jacob, C.E., 1940, On the flow of water in an elastic artesian aquifer, Trans. American Geophysical Union, 2, pp. 574-586.

Jacob, C.C., and Lohman, S.W., 1952, Non-steady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer, Trans. Am. Geophys. Union, 33(4), pp. 559-569.

Josseume, H., 1971, Etude de la pression interstitielle, Rapport de recherche LPC n° 14, Paris.

Journel, A.G., and Huibregts, Ch.J., 1978, Mining geostatistics, Academec Press, 600p.

Keidser, A., Rosbjerg, D., Jensen, K.H., and Bitsch, K., 1990, A joint kriging and zonation approach to inverse groundwater modelling, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 171-183.

Kelly, W.E., 1977, Geoelectrical sounding for estimating aquifer hydraulic conductivity, Ground Water, vol. 15, n° 6, pp. 420-425.

Kingsbury, M.B., 1984, Determination of material parameters of poroelastic media, in Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, edited by Bear and Corapcioglu, NATO, ASI Series.

Klinkenberg, L.J., 1941, The permeability of porous media to liquid and gases, API Drilling and Production Practice, 200.

Kosinsky, W.K., and Kelly, W.E., 1985, Geoelectrical soundings for predicting aquifer properties, Ground Water, vol. 19, n° 2, pp. 163-171.

Kwader, Th., 1985, Estimating aquifer permeabilities from formation resistivity factors, Ground Water, vol. 23, n° 6, pp. 762-766.

Lambe, T.W., and Whitman, R.V., 1969, Soil Mechanics, John Wiley, New-York.

Leroueil, S., Magnan, J.P., Tavenas, F., 1985, Remblais sur argiles molles, Lavoisier, TEDOC, Paris.

Lewis, R.W. and Schrefler, B.A., 1987, The finite element method in the deformation and consolidation of porous media, Wiley & Sons, 337 p.

Lin, P.L.F., and Liggett, J.A., 1979, Boundary solutions to two problems in porous media, J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civil Eng., HY3, pp. 171-183.

Louis, Cl., 1968, Etude des écoulements d'eau dans les roches fissurées et de leurs influences sur la stabilité des massifs rocheux, Thèse à l'Université de Karlsruhe, E.D.F., Bull. Dir. Etudes et Rech., Série A, Nucléaire, Hydraulique, Thermique, n° 3, pp. 5-132.

Louis, Cl., 1974, Introduction à l'hydraulique des roches. Bull. Bur. Rech. Géol. Min., Ser. 2, Section III, n° 4.

Lox, A., Dassargues, A., et Monjoie, A., 1990, Modélisation mathématique des écoulements souterrains de la nappe alluviale de la Meuse entre Monsin et Lanaye ainsi que des interactions entre le Canal Albert et la Meuse, Rapport LGIH : MTP/901 pour le Ministère des Travaux Publics (Administration des Voies Hydrauliques), non publié.

Magnan, J.P., 1986, Modélisation numérique du comportement des argiles molles naturelles, rapport LPC 141, Paris.

Maini, T., and Hocking, G., 1977, An examination of the feasibility of hydrologic isolation of a high level waste repository in crystalline rocks, Invited paper, Geologic Disposal of High Radioactive Waste Session, Ann. Meet, Geol Soc. Am., Seattle, Washington.

Matheron, G., 1967, Eléments pour une théorie des milieux poreux, Masson & Cie, Paris.

Matheron, G., Beucher, H., de Fouquet, C., Galli, A., Guérillot, D. et Ravenne, C., 1987, Conditional simulations of the geometry of fluvio-deltaic reservoirs, SPE16753, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas.

Meinzer, O.E., 1942, Hydrology, Dover, New-York.

Mesri, G., and Olson, R.E., 1971, Mechanisms controlling the permeability of clays, Clays and Clay Minerals, vol. 19, pp. 151-158.

Milner, M., 1989, Influence of clay mineralogy and texture on soil hydraulic properties, Ph.D., University of Wisconsin, Madison.

Monjoie, A., 1967, Observations nouvelles sur la nappe aquifère de la craie en Hesbaye (Belgique), Mémoires de l'Association Internationale des Hydrogéologues (IAH), Istamboul

Monjoie, A., 1981, Notes du cours d'Hydrogéologie, Université de Liège (Belgique), Faculté des Sciences Appliquées, 130 p.

Monjoie, A., Antonus, P., et Lox, A., 1987, Etude hydrogéologique de la nappe alluviale de la Meuse en aval de Liège (barrage de Lixhe) et des écoulements souterrains en provenance du Canal Albert et des canaux de Campine, Rapport LGIH : MTP/871 pour le Min. des Trav. Publics (Adm. des Voies Hydrauliques), non publié.

Monte, J.L. and Kritzen, R.J., 1976, One dimensional mathematical model for large-strain consolidation, Geotechnique, 26(3), pp. 495-510.

Muller, O., 1990, Etude expérimentale et simulation numérique d'une pollution par les nitrates dans un aquifère crayeux, Travail de fin d'études, Faculté des Sciences Appliquées.

Myers, D.E., 1985, Cokriging : Methods and alternatives, in The Role of Data in Scientific Progress, edited by Glaeser, P.S., Elsevier, pp. 425-428.

Nacul, E.C., 1991, Domain decomposition in reservoir simulation, note prepared for International Workshop on Computer Applications in Reservoir Modeling, I.B.M. European Petroleum Application Center (E.P.A.C.), Stavanger.

Narasimhan, T.N., and Kanehiro, B.Y., 1980, A note on the meaning of storage coefficient, Water Resources Research, 16(2), pp. 423-429.

Neuman, S.P. and Jacobson, E.A., 1984, Analysis of non intrinsic spatial variability by residual kriging with application to regional groundwater levels, Mathematical Geology, Vol. 16, n° 5, pp. 499-521.

Neuman, S.P. and Witherspoon, P.A., 1969, Theory of flow in a confined two-aquifer system, Water Resources Research, 5(4), pp. 803-816.

Neuman, S.P., and Witherspoon, P.A., 1972, Field determination of the hydraulic properties of leaky multiple aquifer systems, Water Resources Research, 8(5), pp. 1284-1298.

Neuman, S.P., Pinder, G.F., and Gray, W.G., 1977, Finite element simulation in surface and subsurface hydrology, Academic Press, London.

Nishida, Y. and Nakagawa, S., 1969, Water permeability and plastic index of soils, in Land Subsidence IAHS-UNESCO, Publ. n° 89, pp. 573-578.

Ouboter. M.R.L., and De Rooij, N.M., 1990, Use of an autocalibration to evaluate the consistency of a data-set in relation to geochemical model formulations, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 195-202.

Patel, M.K., and Markatos, N.C., 1986, An evaluation of eight discretization schemes for two-dimensional convective-diffusion equations, Int. J. Num. Meth. Fluids, vol. 6.

Peck, A., Gorelick, S., de Marsily, G., Foster, S., and Kovalevsky, V., 1988, Consequences of spatial variability in aquifer properties and data limitations for groundwater modelling practice, Report prepared by a working group of the Int. Com. on Groundwater (ICGW) of the Int. Ass. of Hydrological Sci. (IAHS), IAHS publication n° 175.

Piette-Detournay, C., 1976, Application des éléments finis à la détermination de la surface piézométrique d'une nappe d'eau souterraine, Travail de fin d'étude, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège.

Prickett, T.A., 1975, Modeling techniques for groundwater evaluation, Adv. Hydrosci., 10, pp. 1-143.

Puckett, W.E., Dane, J.H. and Hajeck, B.F., 1985, Physical and mineralogical data to determine soil hydraulic properties, Soil Sci. Soc. Ann. Proc., n° 49, pp. 831-836.

Qi, Y.C., 1991, Stochastic reservoir simulation, questions and practice, note prepared for International Workshop on Computer Applications in Reservoir Modeling, I.B.M. European Petroleum Application Center (E.P.A.C.), Stavanger.

Remson, I., Hornberger, G.M., and Molz, F.J., 1971, Numerical methods in subsurface hydrology with an Introduction to the Finite Element Method, Wiley.

Rieke, H., H., and Chilingarian, G.V., 1974, Compaction of argillaceous sediments, Elsevier, 424 p.

Rudolph, D.L., and Frind, E.O., 1991, Hydraulic response of highly compressible aquitards during consolidation, Water Resources Research, 27(1), pp. 17-30.

Sagar, B., and Runchal, A., 1982, Permeability of fractured rocks : effect of fracture size and data uncertainties, Water Resources Research, Vol. 18, n° 2, pp. 266-274.

Safai, N.M. and Pinder, G.F., 1980, Vertical and horizontal land deformation due to fluid withdrawal, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 4, pp. 131-142.

Samper, J., Carrera, J. Galarza, G., and Medina, A., 1990, Application of an automatic calibration technique to modelling an alluvial aquifer, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 87-95.

Schafmeister, M.Th., and Pekdeger, A., 1990, Regionalization of hydraulic aquifer properties - Optimization by geostatistical simulation techniques, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 447-455.

Schroeder, Ch., 1989, Etude des microstructures après essais oedométriques à haute pression, rapport LGIH-MSM : SPPS/891, Etude de la géologie du Quaternaire, de l'Hydrogéologie et de la Géologie de l'Ingénieur dans le delta du Yangtse - Modèle mathématique de la zone de Shanghai, pp. 438-443.

Skempton, A.W., 1954, The pore-pressure coefficients A and B, Geotechnique 4, pp. 143-147.

Skempton, A.W., 1960, Effective stress in soils, concrete and rocks.

Stam, J.M.J., Zijl, W., Van Dam, J.C., and Turner, A.K., 1990, Application of the relationship between small-scale and large-scale permeabilities to fluid flow modelling, ModelCARE 90: Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 457-466.

Stoepker, K.E., Visser, A. and de Lange, W.J., 1989, Groundwater modelling of the Kempian plateau and the Meuse valley, part of the NAGROM project, report of the Free University, Amsterdam.

Strack, O.D.L., 1987, Groundwater mechanics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Su, H.Y., 1984, Mechanism of land subsidence and deformation of soil layer in Shanghai, Proc. of the 3rd International Symposium on Land Subsidence, Venice, IAHS, pp. 425-433.

Taylor, R.L. and Brown, C.B., 1967, Darcy flow solution with a free surface, A.S.C.E. Hydraulics Div., vol. 9, HY2, pp. 25-33.

Terzaghi, K., 1943, Theoretical soil mechanics, Chapman and Hall, London.

Terzaghi, K., and Peck, R., 1948, Soil mechanics in engineering practice, Wiley and Sons, New-York.

Theis, C.V., 1935, The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage, Trans. Am. Geophys. Union, Ann. Meet., 16th, pp. 519-524.

Thompson, M.C., and Ferziger, J.H., 1989, An adaptive multigrid technique for the incompressible Navier-Stokes equations, J. Comput. Phys., vol. 82.

Timur, A., 1968, An investigation of permeability, porosity and residual water saturation relationships for sandstone reservoirs, The Log Analyst, vol. 9, n° 4.

Tourenq, C., 1978, Les essais de granulats en France. R.I.L.E.M., Colloque Int. sur les matériaux granulaires, pp. 367-377, Budapest.

Tyson, N.H. and Weber, E.M., 1964, Groundwater management for the nation's future, Computer simulation of groundwater basins, Proc. Am. Soc. Civ. Eng., n° 90 HY4, pp 59-77.

Vachaud, G., 1968, Contribution à l'étude des problèmes d'écoulement en milieu poreux non saturés, Thèse de Doctorat, Grenoble.

Van der Heijde, P.K.M., 1990, Quality assurance in the development and application of groundwater models, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp. 271-278.

Vauclin, M., Vieira, S.R., Vachaud, G., and Nielsen, D.R., 1983, The use of cokriging with limited field soil observations, Soil Sci. Soc. Am. J., vol.47, n° 2, pp. 175-184.

Velz, O., 1990, Modélisation des tassements de Shanghai, Influence de la non linéarité des paramètres de couplage, Travail de fin d'études d'Ingénieur Civil Géologue, Faculté des Sciences Appliquées.

Verdeyen, J., Roisin, V., et Nuyens J., 1968, La mécanique des sols, Presses Universitaires de Bruxelles, DUNOD, Paris.

Verruijt, A., 1980, A simple formula for the estimation of pore pressures and their dissipation, Applied Ocean Research, Vol. 2., n° 2, pp. 57-62.

Verruijt, A., 1984, The theory of consolidation, in Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, edited by Bear J. and Corapcioglu Y., NATO, ASI Series.

Voorhees, M.L., and Ruskauff, G.J., 1988, GEOKRIG User's manual, An interactive geostatistical package, Hydrosoft/Hunter Inc., 63, Sarasota Center Blvd, Suite 107, Sarasota, Florida 34240.

Wagner, J.F., and Egl offstein, Th., 1990, Advective and/or diffusive transport of heavy metals in clay liners, Proc. of the 6th Int. IAEG Congress, pp. 1483-1490, Amsterdam.

Wang, H.F., and Anderson, M.P., 1982, Introduction to groundwater modeling, Finite difference and finite element methods, Freeman, San Francisco.

Woessner, W.W., 1990, Setting calibration targets and assessing model calibration - room for improvement: an example from North-America, ModelCARE 90 : Calibration and Reliability in Groundwater Modelling, The Hague, pp.279-288.

Wyllie, M.R.J. and Rose, W.D., 1950, Some theoretical considerations related to the quantitative evaluation of the physical characteristics of reservoir rock from electrical log data, Jour. Pet. Tech., vol. 189.

