Gérer, c'est décider…

Yves Crama
HEC - Ecole de Gestion
Université de Liège

Université des Champs – Vielsalm
21 mars 2023

EQUIS ACCREDITED

AACSB ACCREDITED

HEC LIÈGE
Management School - Liège Université

Les maths pour décider

Babylone, il y a 4000 ans:

Les maths pour décider

« Une tâche importante pour les dirigeants de la Mésopotamie était de creuser des canaux et de les maintenir, car les canaux ne sont pas seulement nécessaires à l'irrigation, mais sont également utiles pour le transport des biens et des armées. Les hauts fonctionnaires du gouvernement ont dû ordonner aux mathématiciens babyloniens de calculer le nombre de travailleurs et les jours nécessaires à la construction d'un canal, et le total des dépenses de salaires des travailleurs. » (K. Muroi, Historia Sci. (1992))

Les maths pour décider

4000 ans plus tard

- La **Recherche Opérationnelle** (RO) utilise des modèles mathématiques pour suggérer aux gestionnaires les meilleures **décisions** à prendre dans des situations complexes.
- « The world's most important invisible profession ».

Recherche opérationnelle

- Aux origines: l'optimisation et la sécurisation des ressources rares pendant la guerre 40-45.
- Aujourd'hui: tous les domaines de la gestion, privée ou publique.
- « Parfum » similaire aux modèles d'ingénierie ou de physique, mais accent sur la prise de décision « économique ».

Faster and Further

Improving train travel mile by mile

Read More

Transforming Aviation Security

Safeguarding aircraft, crew and passengers

Read More

Increasing Bike-share Efficiency

Transforming how we travel

Read More

Enhancing Product Platforms

Barco improves product features and shortens production time

Read More

More Effective Television Advertising

Turner Broadcasting uses analytics to provide targeted advertising to viewers

Read More

Improving Organ Donation

Pairing donors with patients in need to save lives

Read more

Google Agenda - Semaine du 2 | Operations Research & Analytic

https://www.informs.org/Explore/Operations-Research-A

70 %

Improving Water Quality

Protecting our community and the environment

Read More

Optimizing School Bus Routing

Helping school districts design better policies

Read More

Increasing Bike-share Efficiency

Transforming how we travel

Read More

Combatting Human Trafficking

Fighting a worldwide problem with supply chain technology

Read More

Making Streets Safer

NYC off-hours delivery schedule decreases traffic

Read More

Optimizing Delivery Routes

UPS uses analytics to streamline and

Advancing Wireless Communication

Increasing access to data with O.R.

Read More

Feeding the World with Analytics

Syngenta is

Recherche opérationnelle

Développements portés par

- l'augmentation des performances informatiques
- la disponibilité des données
- les avancées mathématiques et algorithmiques
- la maturité des utilisateurs

Mouvance « big data », analyse des données, business analytics, intelligence artificielle…

Recherche opérationnelle

Spécificité:

- optimisation des décisions sur base factuelle
- mathématiques de la décision

Plan de l’exposé

1. Planification d’itinéraires
   a) Les ponts de Königsberg
   b) Chemin le plus court
   c) Tournées de distribution
2. Chargement de véhicules
3. Marchés de l’énergie
4. Echanges de reins

Euler et les ponts de Königsberg

- Prusse Orientale, vers 1736

Bollée, Aymon,
Les lois du hasard,
Dargaud 2006

7 ponts

Est-il possible de faire le tour de la ville en ne traversant chaque pont qu'une seule fois?

Bol

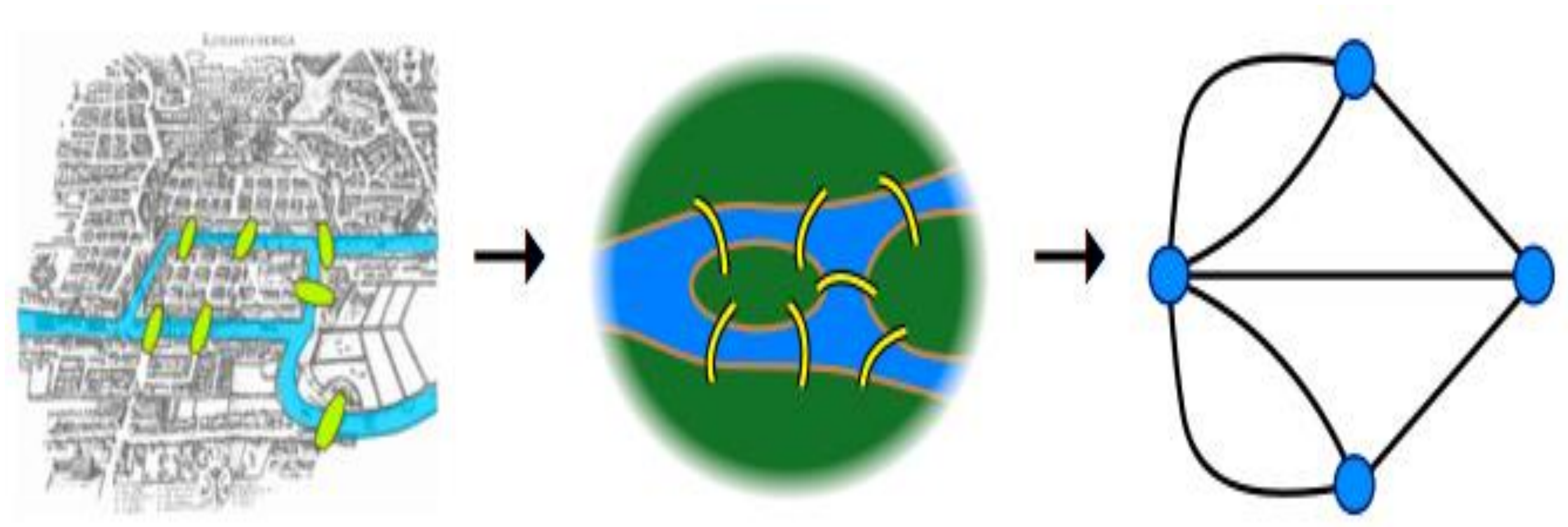
Les

Dar

Euler et les ponts de Königsberg

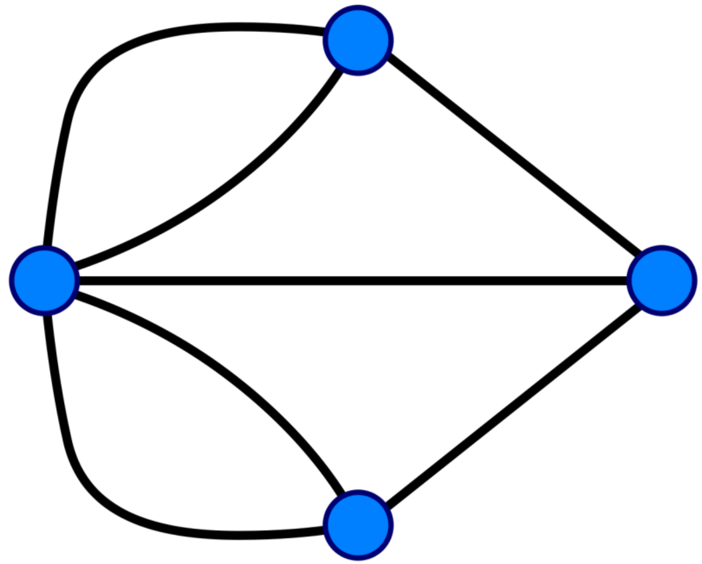
- Sept ponts: est-il possible de les franchir tous consécutivement et de revenir à son point de départ sans passer deux fois par le même pont?
- Un modèle mathématique (c'est-à-dire, une représentation abstraite et simplifiée): le **graphe.**

Euler et les ponts de Königsberg



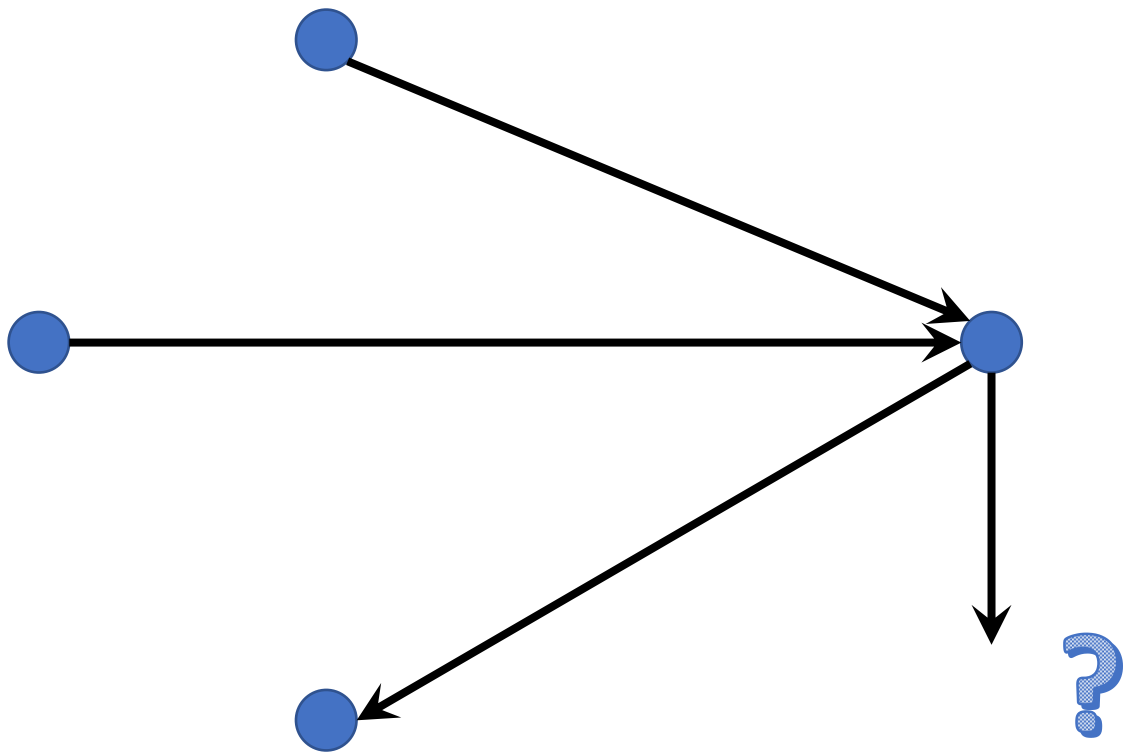
- Chaque point du graphe représente une rive (ou une île).
- Chaque ligne reliant deux points représente un pont.

Euler et les ponts de Königsberg

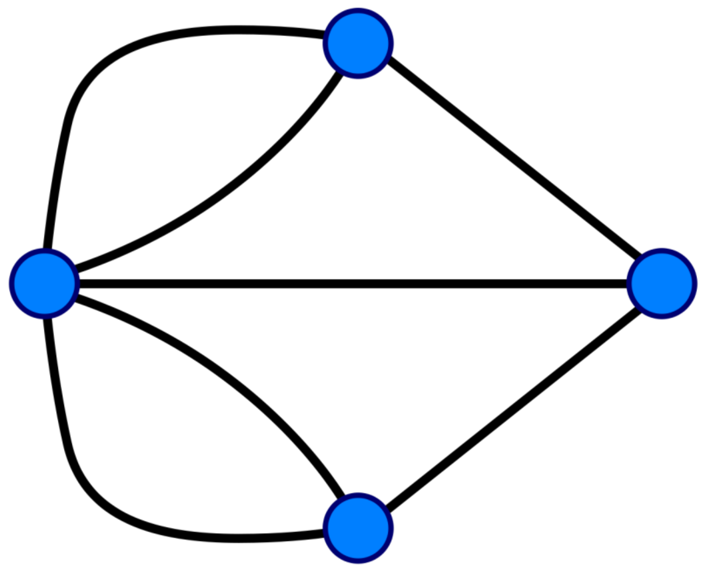


Existe-t-il un chemin fermé qui traverse chaque ligne une et une seule fois ?

Euler et les ponts de Königsberg



Euler et les ponts de Königsberg



Théorème (facile ☺): si il existe un chemin fermé qui traverse chaque ligne une et une seule fois, alors chaque point du graphe est contenu dans un nombre **pair** de lignes.

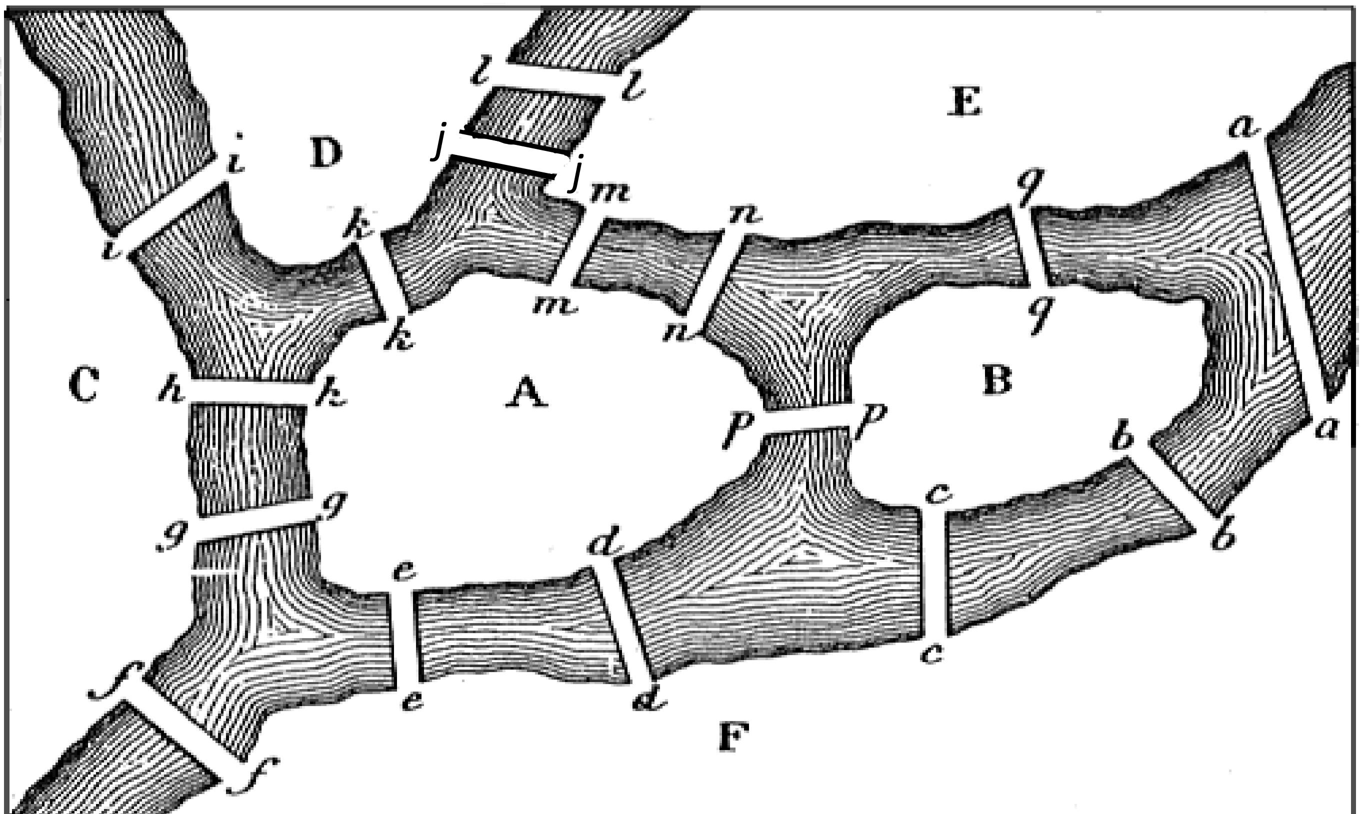
Euler et les ponts de Königsberg

- Conclusion du théorème facile: la légende des ponts de Königsberg est correcte.

- **Théorème** (nettement moins facile ☹): dans un graphe, il existe un chemin fermé qui traverse chaque ligne une et une seule fois **si et seulement si** chaque point est contenu dans un nombre **pair** de lignes.

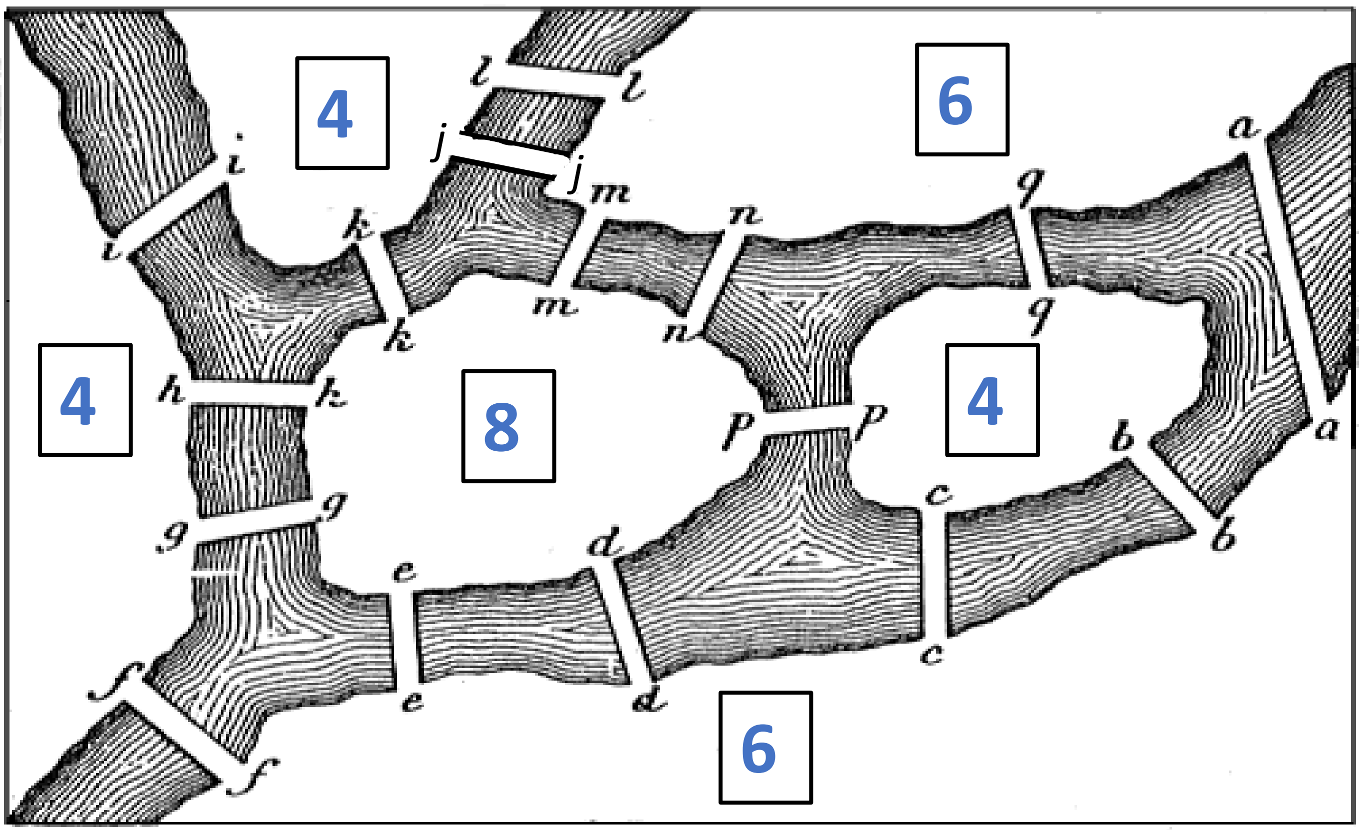
Euler et les ponts de Königsberg

Fig. 2.



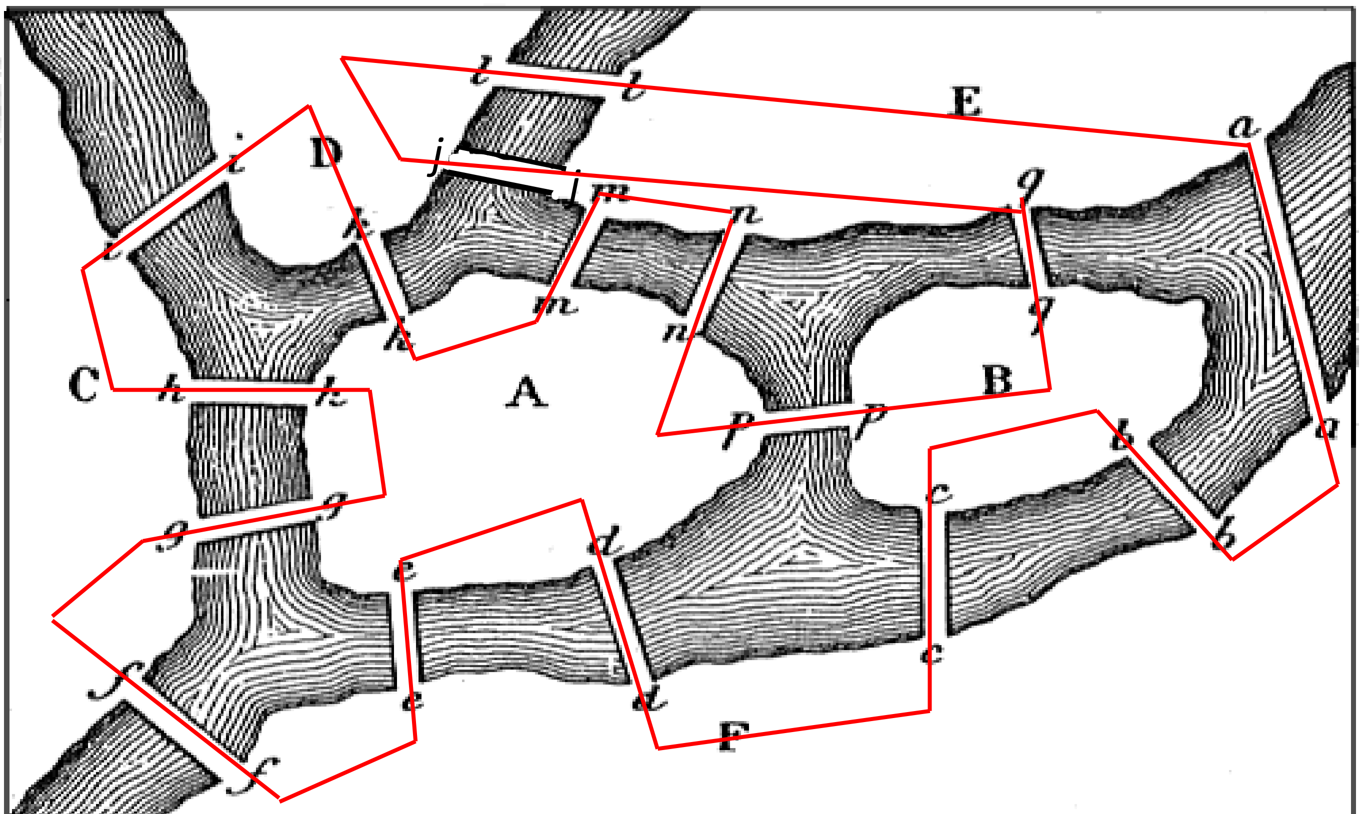
Euler et les ponts de Königsberg

Fig. 2.



Euler et les ponts de Königsberg

Fig. 2.

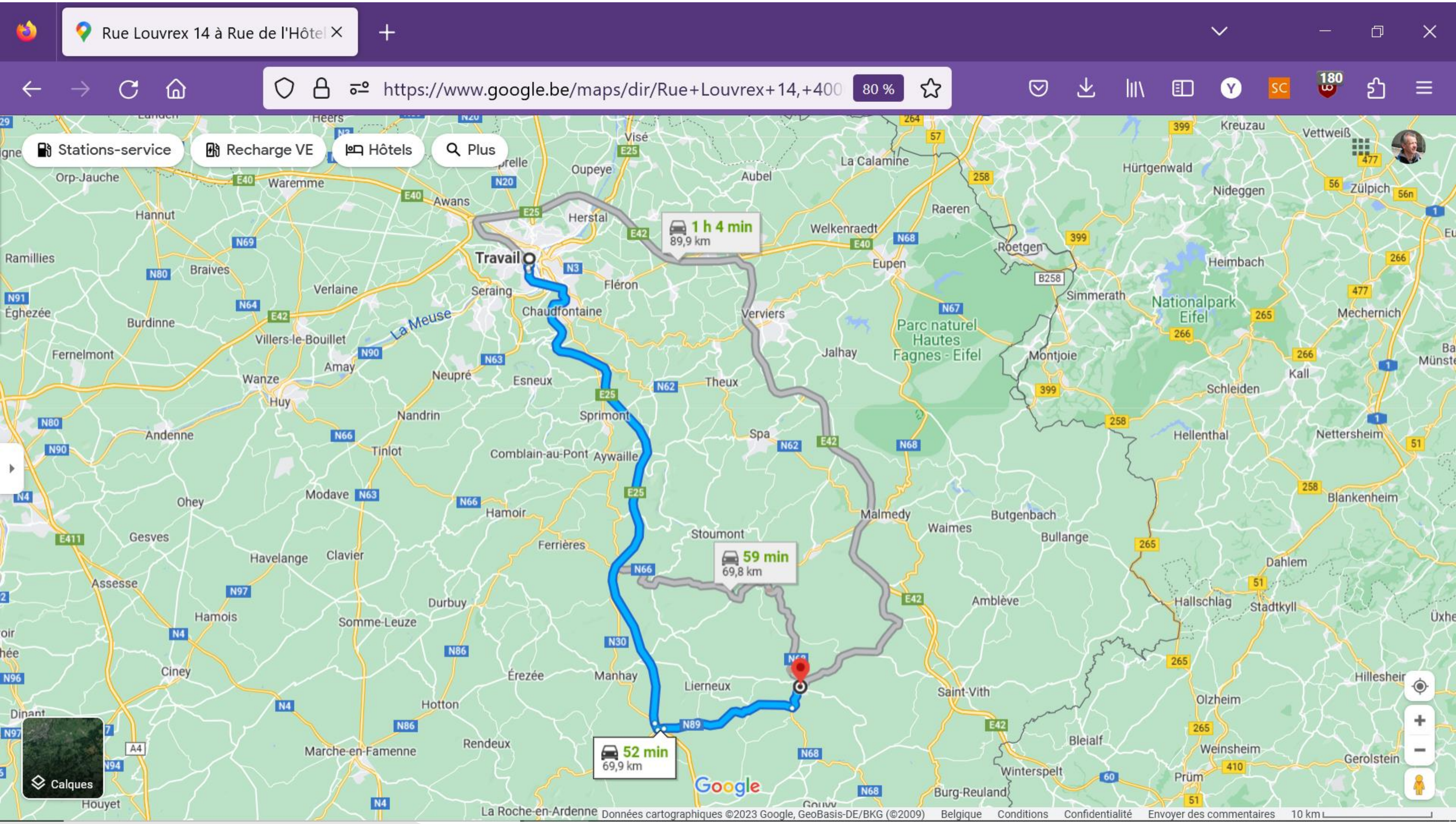


Planification d’itinéraires

A propos de promenades…

- Comment se rendre de Liège à Vielsalm?

Planification d'itinéraires



70 km, 52min

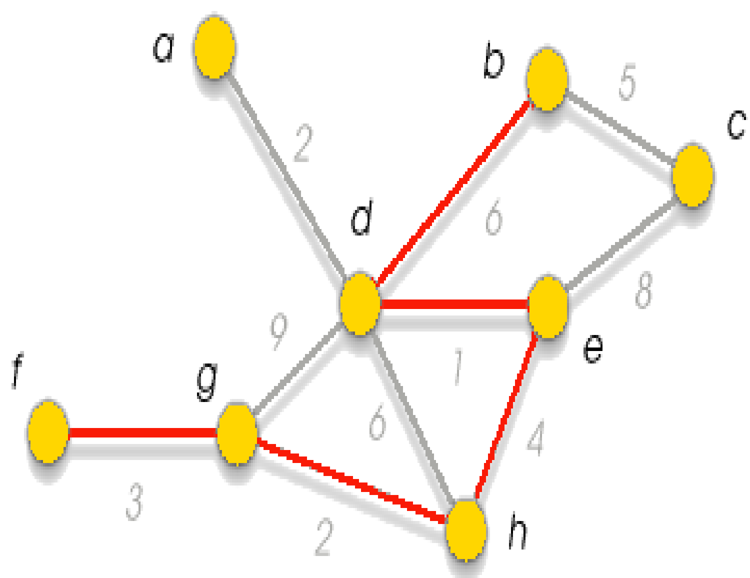
EQUIS ACCREDITED

AACSB ACCREDITED

HEC LIÈGE Management School - Liège Université

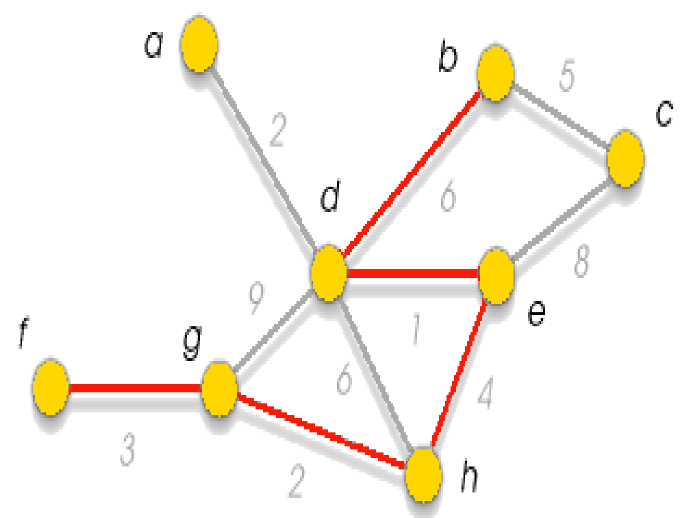
Planification d'itinéraires

- Mais comment fait-elle??
- Modèle : **graphe**



Planification d'itinéraires

- **Problème mathématique**: sur un graphe, calculer le chemin le plus court entre un point de départ et un point d'arrivée.
- Bien résolu par l'algorithme de Dijkstra (1959).



Planification d’itinéraires

Applications actuelles

- en temps réel,
- pour des réseaux énormes
- et dynamiques (conditions de trafic, accidents, travaux).

→ Demandent des algorithmes très rapides, sans cesse améliorés.

- Exemple typique d’interaction entre problèmes pratiques, recherche mathématique et développements informatiques.

Planification d'itinéraires

Extension:

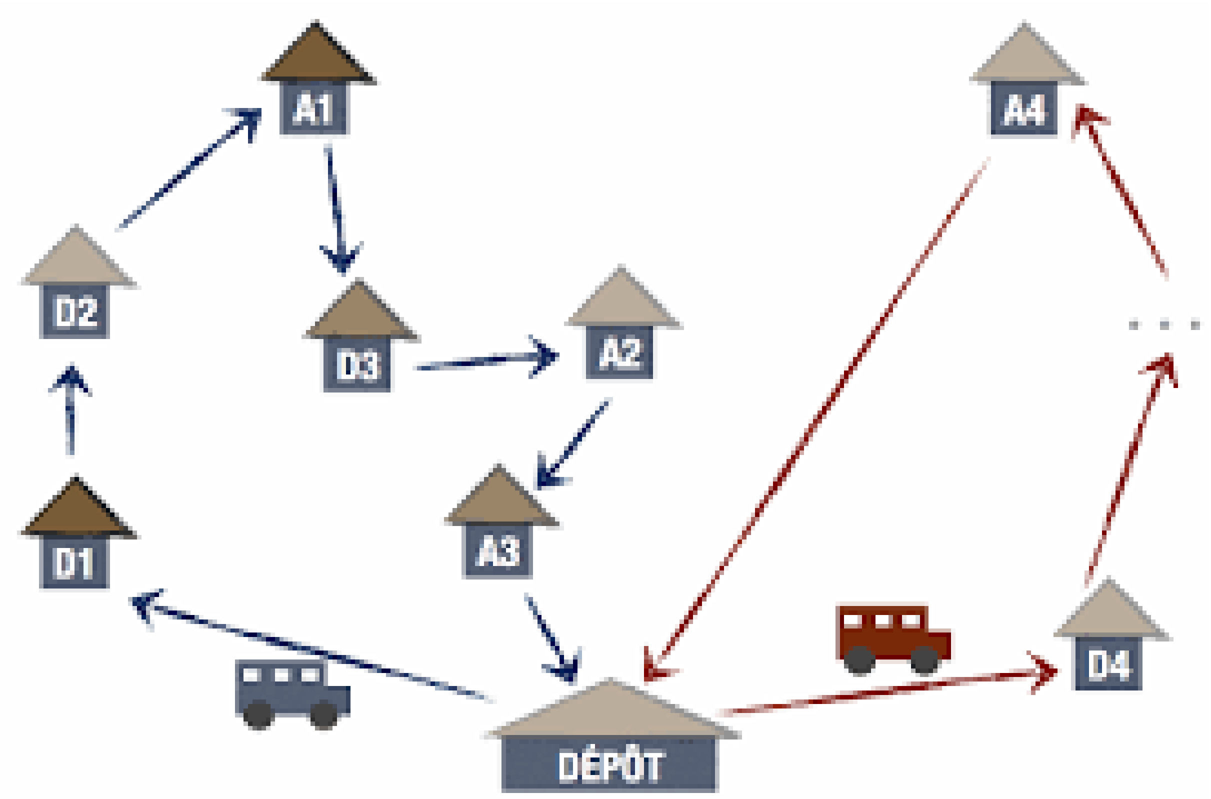
- Optimisation des tournées de véhicules.

Exemple: un projet récent à HEC ULiège

- Transport individuel de patients à leur RV médical.

C. Paquay, Y. Crama, Th. Pironet, Recovery management for a dial-a-ride system with real-time disruptions, *European Journal of Operational Research* 280 (2020) 253-269.

Planification d'itinéraires



Planification d'itinéraires

Décisions :

- Conception des tournées (affectation des patients aux véhicules, itinéraire de chaque véhicule, horaires,…).

Défis :

- Bien-être des patients (attente, changements d'horaires, durée du transport,…)
- Coût (salaires, carburant, utilisation des véhicules,…)
- Fenêtres de temps
- Congestion des villes, infos en temps réel
- Etc.

Planification d’itinéraires

- Généralisation des modèles précédents… en beaucoup plus difficile!!
- Méthodes et logiciels commerciaux.
- Sujet de recherche scientifique très actuel.
- Problèmes similaires en transport fluvial, maritime, aérien.

Plan de l’exposé

1. Planification d’itinéraires
   a) Les ponts de Königsberg
   b) Chemin le plus court
   c) Tournées de distribution
2. Chargement de véhicules
3. Marchés de l’énergie
4. Echanges de reins

Chargement de véhicules

Contexte:

- Bien charger son véhicule… pour éviter divers désagréments.

Chargement de véhicules

- Bien charger son véhicule… pour éviter divers désagréments.

EQUIS ACCREDITED
AACSB ACCREDITED
HEC LIÈGE Management School - Liège Université

Chargement de véhicules

Le chargement de l'avion (cargo et passagers) détermine

- la stabilité au sol
- la stabilité en vol ☺
- la consommation de carburant
- la facilité de chargement/déchargement (par exemple, aux escales).

Questions similaires pour les navires.

Chargement de véhicules

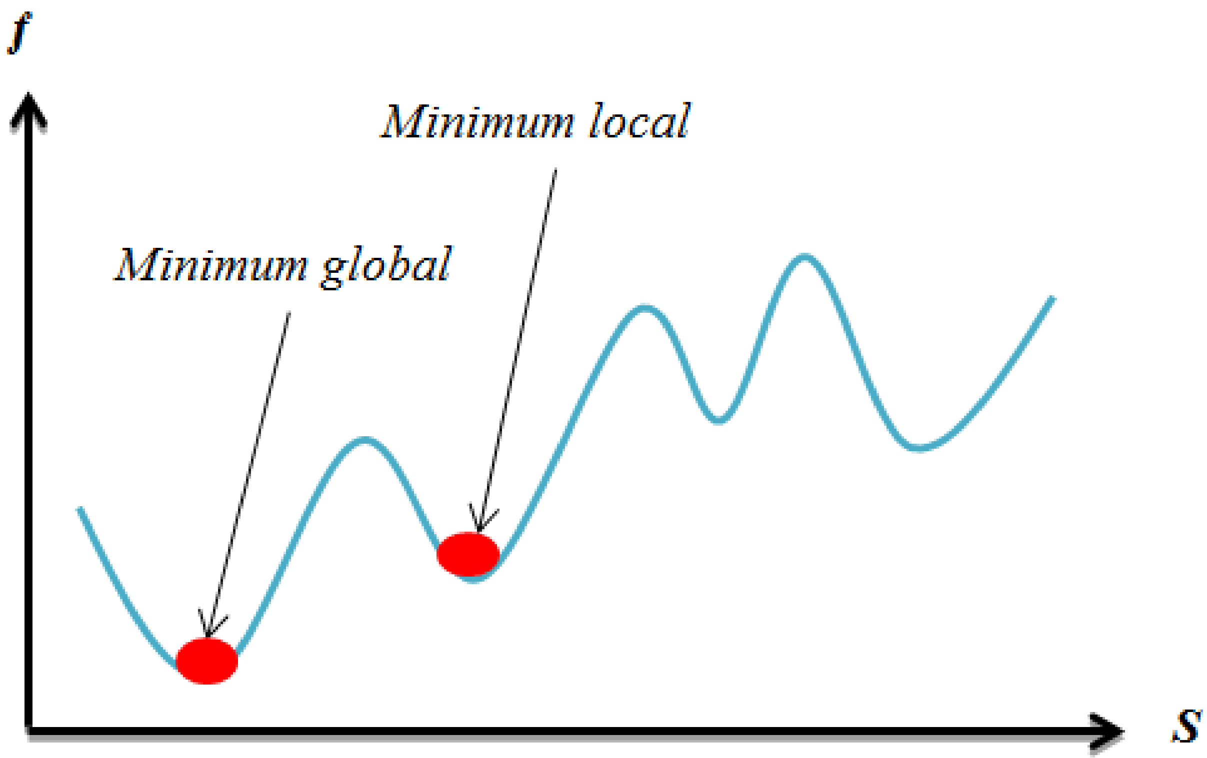
Chargement équilibré d'avions

Etant données les caractéristiques de l'appareil et les palettes (ULD) à charger,

- déterminer l'emplacement de chaque ULD
- pour que le centre de gravité se trouve dans une zone admissible
- en minimisant le moment d'inertie
- et en respectant des contraintes diverses (entrée/sortie, produits dangereux, etc.)

Chargement équilibré d'avions

- Problème de **minimisation de fonction sous contraintes**.



$$\min \alpha \sum_{k\in\mathbb{K}} \epsilon_k + \beta \sum_{j\in\mathbb{P}} n_j$$

Subject to:

$c_k - o_k - \epsilon_k \leq 0$	$\forall k \in \mathbb{K}$
$c_k - o_k + \epsilon_k \geq 0$	$\forall k \in \mathbb{K}$
$\sum_{\forall i'\in\mathbb{U}_1} \sum_{\forall j'\in\mathbb{P}_{ds}\mid l_{j'}>l_j} x_{i'j'1} - n_j N_j - (1-x_{ij1})N_j \leq 0$	$\forall j \in \mathbb{P}_{ds}, \forall d \in \mathbb{D}, \forall s \in \mathbb{S}, \forall i \in \mathbb{U}_3$
$min_k \leq c_k \leq max_k$	$\forall k \in \mathbb{K}$
$-\bar{D} \leq \sum_{i(\mathbb{U}_1\cup\mathbb{U}_3)} w_i(\sum_{j\in\mathbb{P}_R} x_{ij0} - \sum_{j\in\mathbb{P}_L} x_{ij0}) \leq \bar{D}$	
$-\bar{D} \leq \sum_{i(\mathbb{U}_2\cup\mathbb{U}_3)} w_i(\sum_{j\in\mathbb{P}_R} x_{ij1} - \sum_{j\in\mathbb{P}_L} x_{ij1}) \leq \bar{D}$	
$x_{ij0} = 0$	$\forall i \notin (\mathbb{U}_1 \cup \mathbb{U}_3),\ \forall j \in \mathbb{P}$
$x_{ij1} = 0$	$\forall i \notin (\mathbb{U}_2 \cup \mathbb{U}_3),\ \forall j \in \mathbb{P}$
$\sum_{j\in\mathbb{P}} x_{ij0} = 1$	$\forall i \in (\mathbb{U}_1 \cup \mathbb{U}_3)$
$\sum_{j\in\mathbb{P}} x_{ij1} = 1$	$\forall i \in (\mathbb{U}_2 \cup \mathbb{U}_3)$
$x_{ijk} = 0$	$\forall i \in \mathbb{U}, \forall j \in \mathbb{P},\ \forall k \in \mathbb{R}\ \lvert U_i\ \textit{ does not fit in }\ P_j$
$\sum_{i\in(\mathbb{U}_1\cup\mathbb{U}_3)} x_{ij0} \leq 1$	$\forall j \in \mathbb{P}$
$\sum_{i\in(\mathbb{U}_2\cup\mathbb{U}_3)} x_{ij1} \leq 1$	$\forall j \in \mathbb{P}$
$x_{ij0} + x_{i'j'1} \leq 1$	$\forall i, i' \in (\mathbb{U}_1 \cup \mathbb{U}_3),\ \forall j \in \mathbb{P},\ \forall j' \in \mathbb{O}_j$
$x_{ij1} + x_{i'j'2} \leq 1$	$\forall i, i' \in (\mathbb{U}_2 \cup \mathbb{U}_3),\ \forall j \in \mathbb{P},\ \forall j' \in \mathbb{O}_j$
$w_i \times x_{ij0} \leq \bar{W}_j$	$\forall i \in (\mathbb{U}_1 \cup \mathbb{U}_3),\ \forall j \in \mathbb{P}$
$w_i \times x_{ij1} \leq \bar{W}_j$	$\forall i \in (\mathbb{U}_2 \cup \mathbb{U}_3),\ \forall j \in \mathbb{P}$
$\sum_{i\in(\mathbb{U}_1\cup\mathbb{U}_3)} \sum_{j\in\mathbb{P}\mid P_j\cap O_a^d\neq\emptyset} x_{ij0} o_{ija}^d \leq \bar{O}_a^d$	$\forall d \in \mathbb{D}^*, \forall a \in \mathbb{O}^d$
$\sum_{i\in(\mathbb{U}_2\cup\mathbb{U}_3)} \sum_{j\in\mathbb{P}\mid P_j\cap O_a^d\neq\emptyset} x_{ij1} o_{ija}^d \leq \bar{O}_a^d$	$\forall d \in \mathbb{D}^*, \forall a \in \mathbb{O}^d$

Chargement équilibré d'avions

- Problème de **minimisation de fonction sous contraintes**.
- "Un peu" plus compliqué qu'en analyse classique…
- Ici encore: interaction entre problèmes pratiques, recherche mathématique et développements informatiques.

V. Lurkin et M. Schyns, The Airline Container Loading Problem with Pick-up and Delivery, European Journal of Operational Research 244 (2015) 955-965.
Voir aussi
http://reflexions.ulg.ac.be/cms/c_42778/fr/optimiser-le-chargement-des-avions

Plan de l’exposé

1. Planification d’itinéraires
   a) Les ponts de Königsberg
   b) Chemin le plus court
   c) Tournées de distribution
2. Chargement de véhicules
3. Marchés de l’énergie
4. Echanges de reins

Marchés de l'énergie

Contexte:

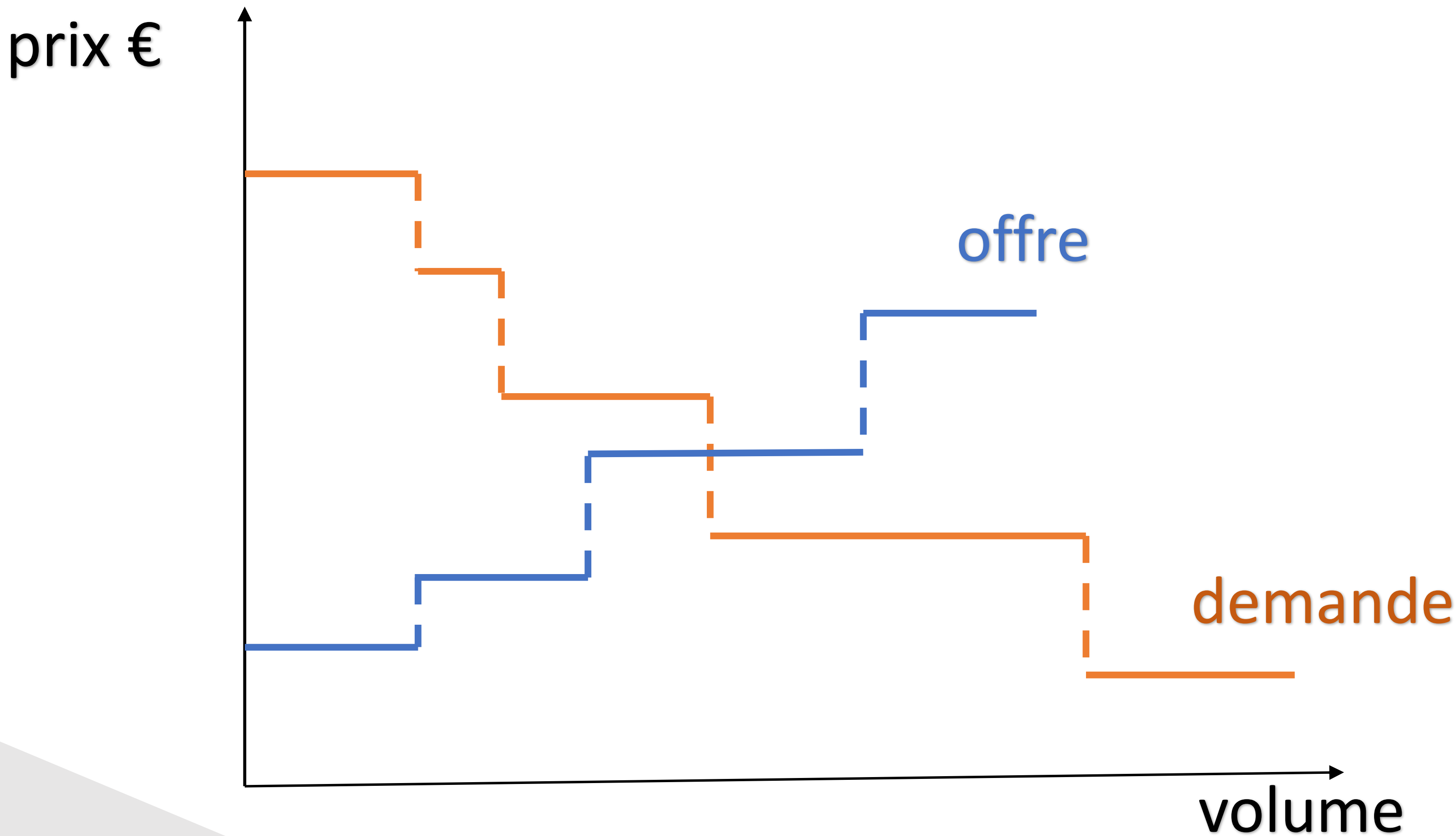
- Calculer les prix et les volumes d'électricité à produire et à échanger sur différents marchés.

Marchés de l’énergie

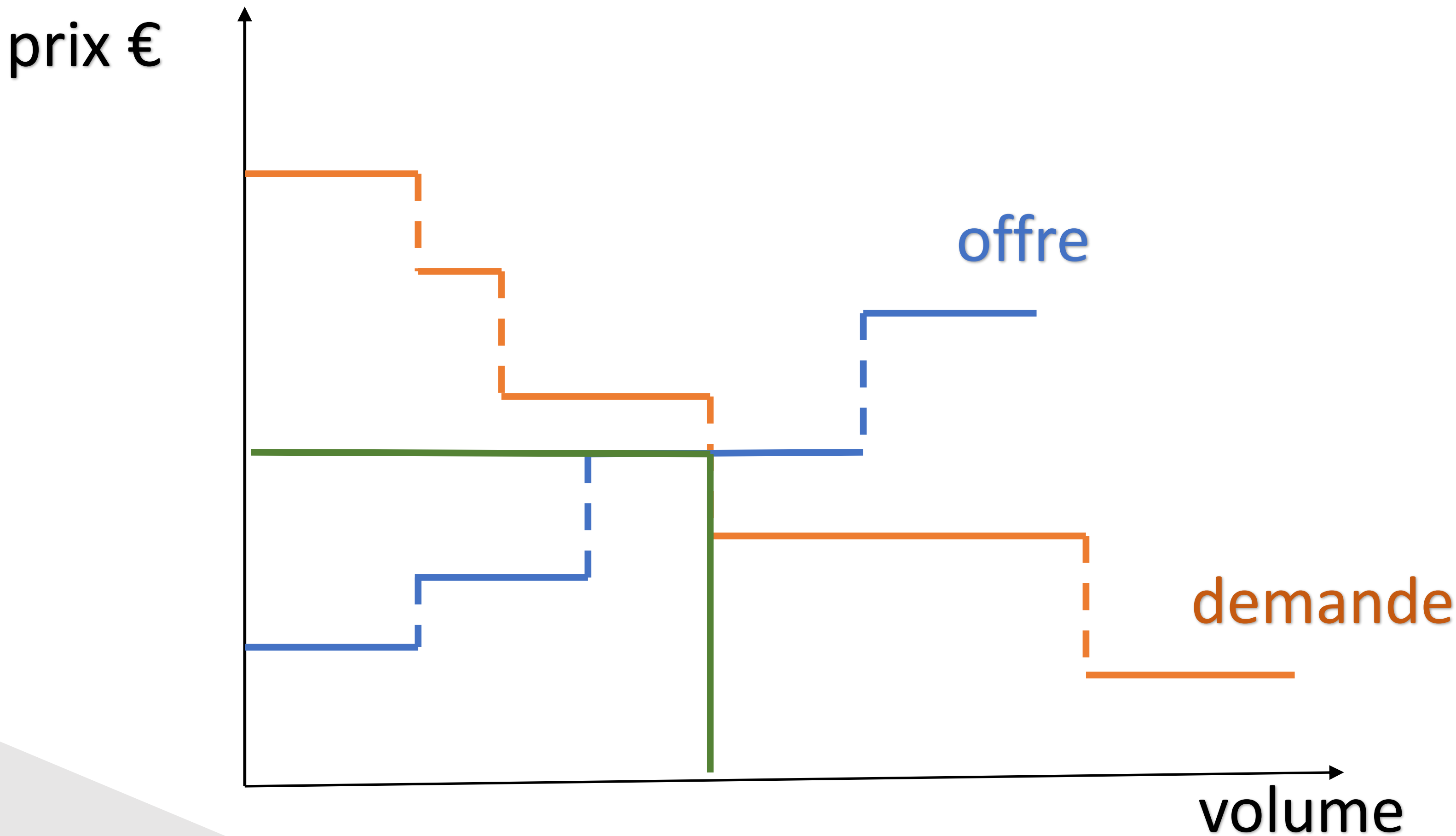
Une vue très simplifiée:

- Le prix de l’électricité est fixé par des contrats à long terme (60%) ou à court terme (40%).
- Influencé par l’offre et la demande
- Marché court terme (jour suivant): les producteurs et les (gros) consommateurs annoncent leurs conditions.

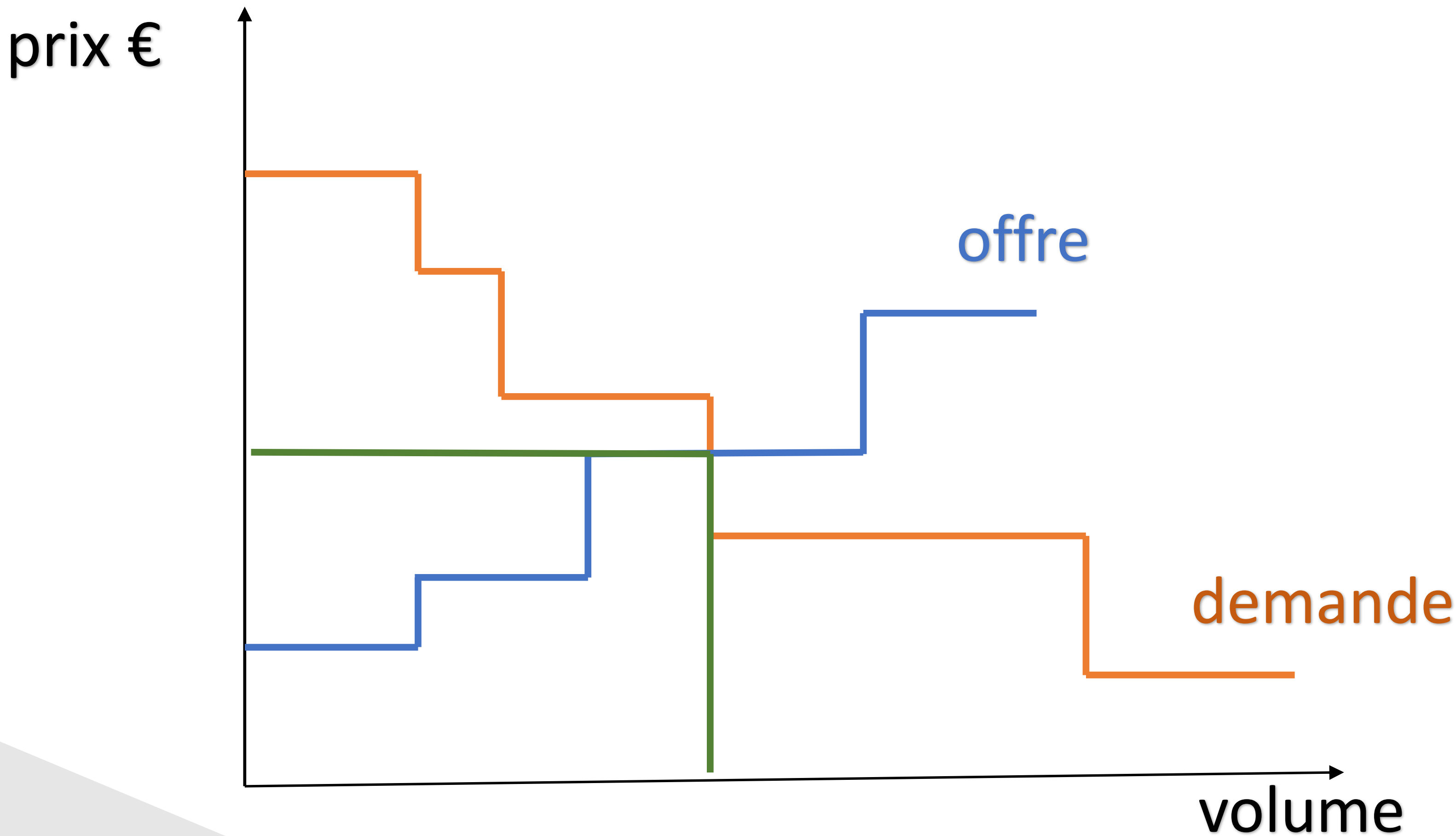
Marchés de l’énergie



Marchés de l’énergie



Marchés de l’énergie

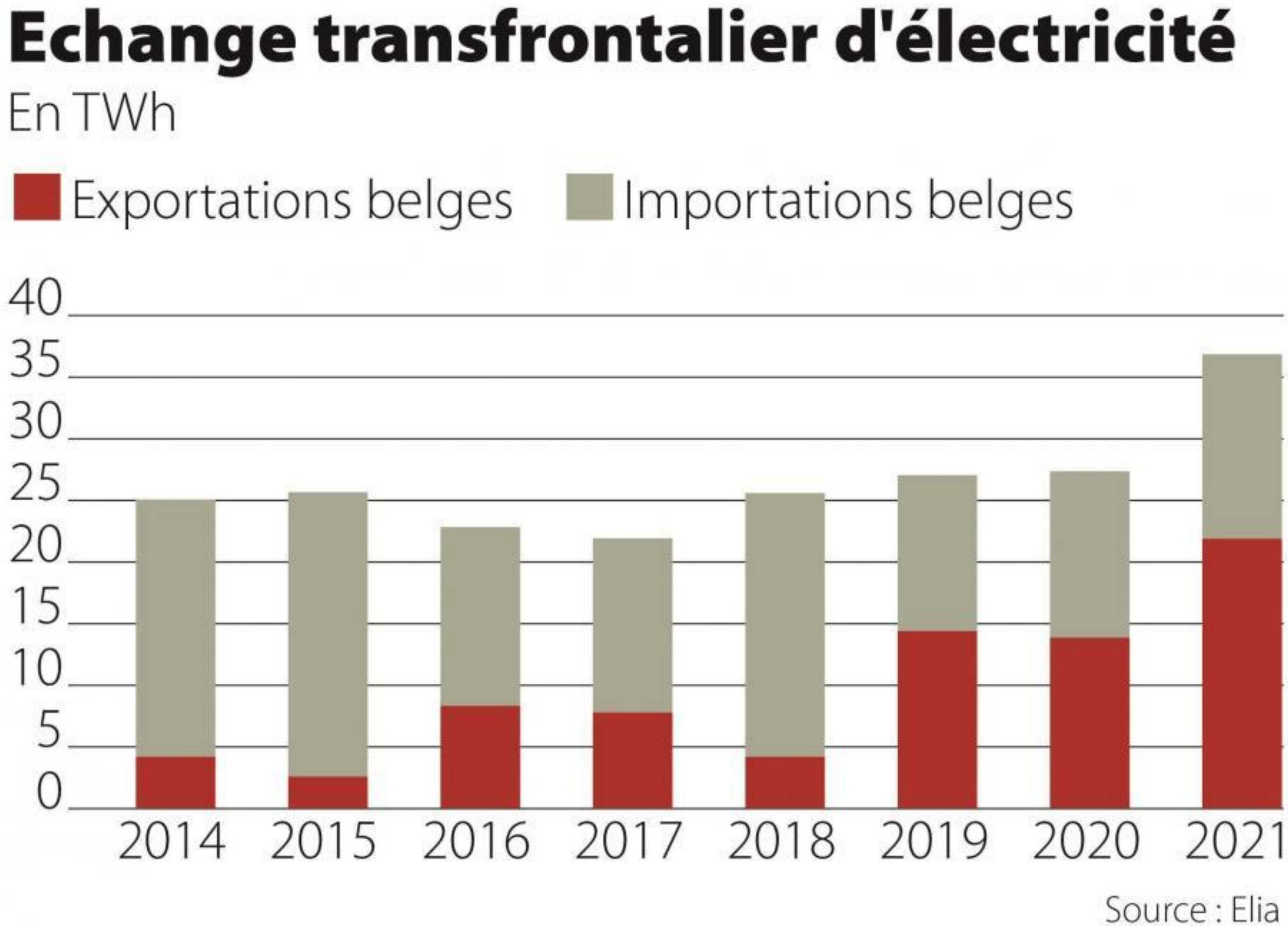


Marchés de l'énergie

Une vue très simplifiée:

- Défi: coupler les marché nationaux ou régionaux pour mieux équilibrer l'offre et la demande en tenant compte du réseau physique et des capacités de transmission.

Marchés de l'énergie



Marchés de l'énergie

Europe:
26 pays
interconnectés

Marchés de l'énergie

Comment calcule-t-on le prix d'équilibre?

- Gigantesque et complexe problème d'optimisation mathématique.
- Algorithmes développés par N-Side, société commerciale spinoff de l'UCL et de HEC ULiège.

N-SIDE
OPTIMIZING YOUR DECISIONS

- Basés sur des méthodes mathématiques et une mise en oeuvre informatique sophistiqués.

Marchés de l'énergie

En pratique:

- prise en compte de données économiques (offres et demande: prix, volumes) et techniques (réseau de transport)
- chaque jour, collecte de milliers de données
- de 12h10 à 12h27, calcul du prix d'équilibre et des quantités à échanger
- valeur échangée: 1 milliard d'euros par jour
- mais aussi: optimisation du volume échangé et de l'utilisation des capacités de transport

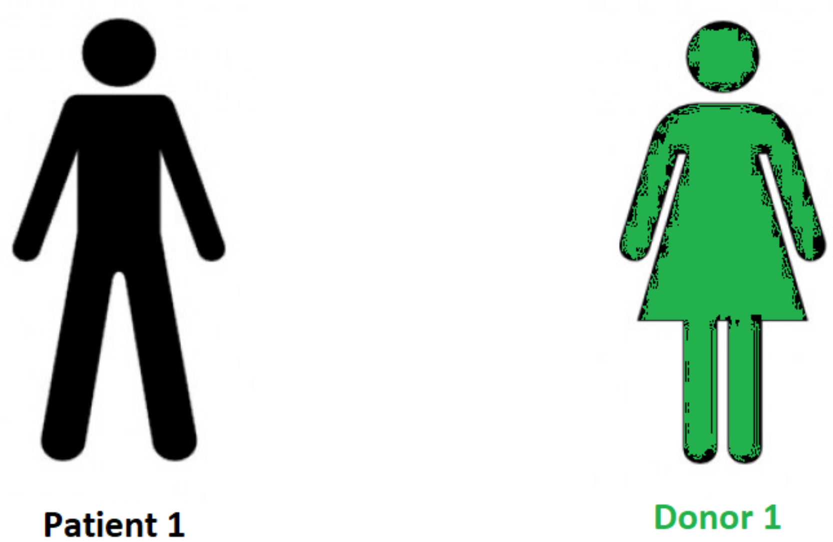
Plan de l’exposé

1. Planification d’itinéraires
   a) Les ponts de Königsberg
   b) Chemin le plus court
   c) Tournées de distribution
2. Chargement de véhicules
3. Marchés de l’énergie
4. Echanges de reins

Echanges de reins

Contexte:

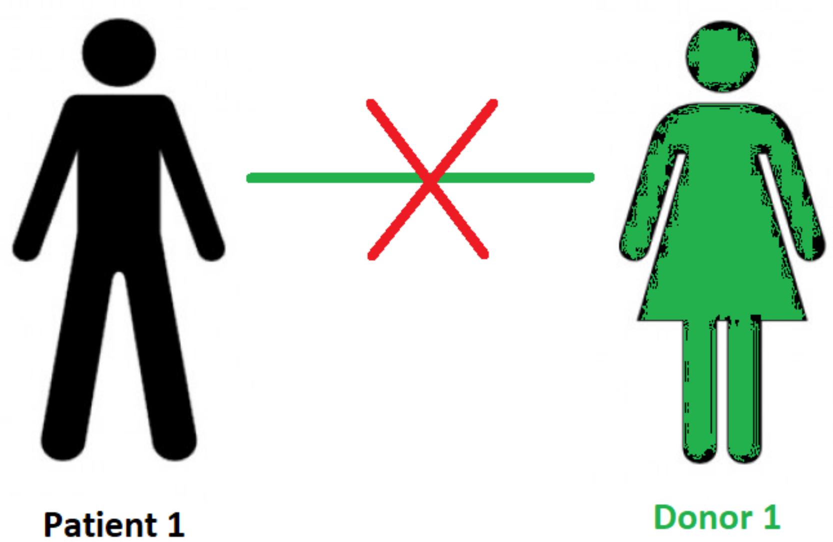
- patient en attente de greffes de reins
- donneur volontaire disponible



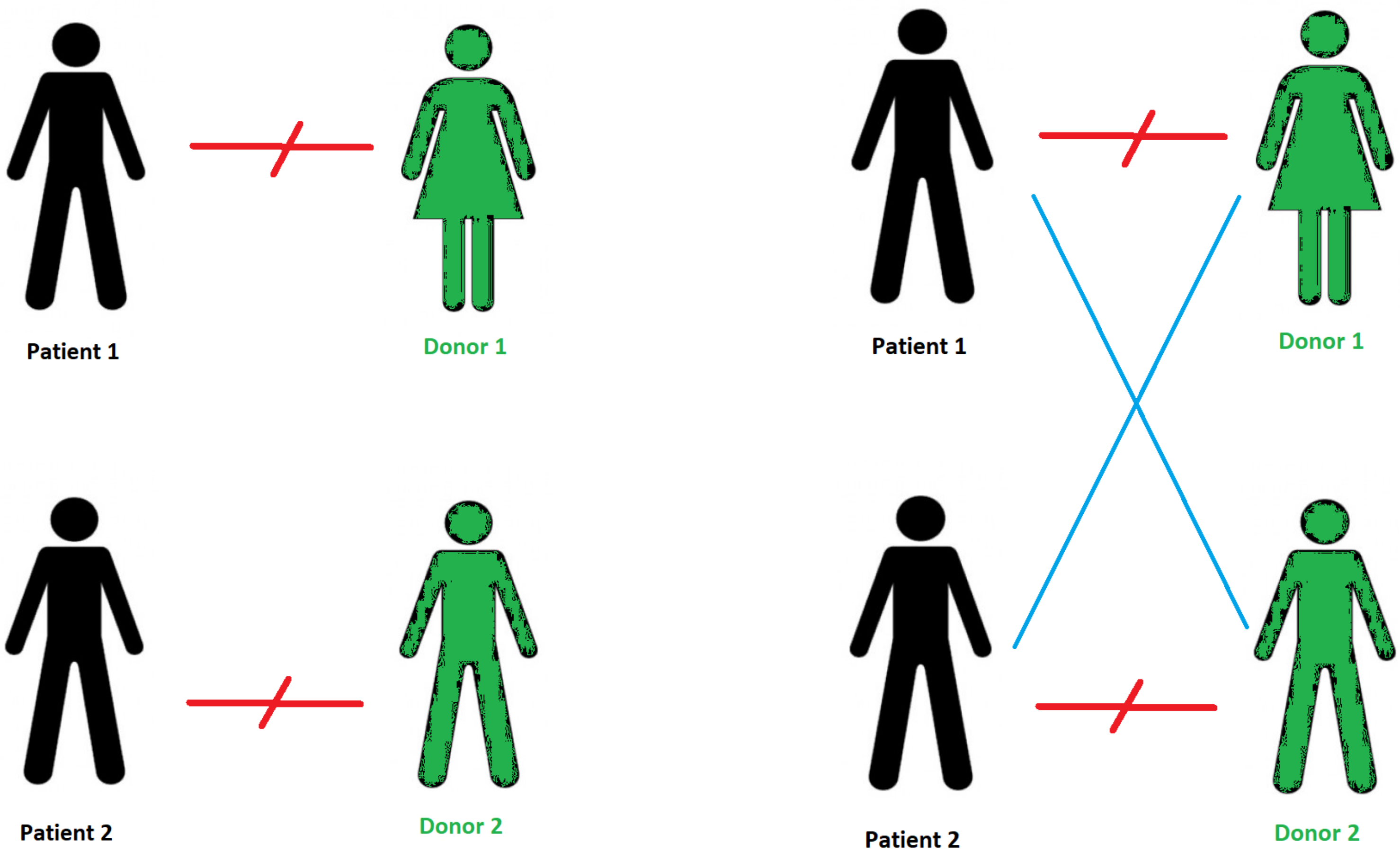
Echanges de reins

Contexte:

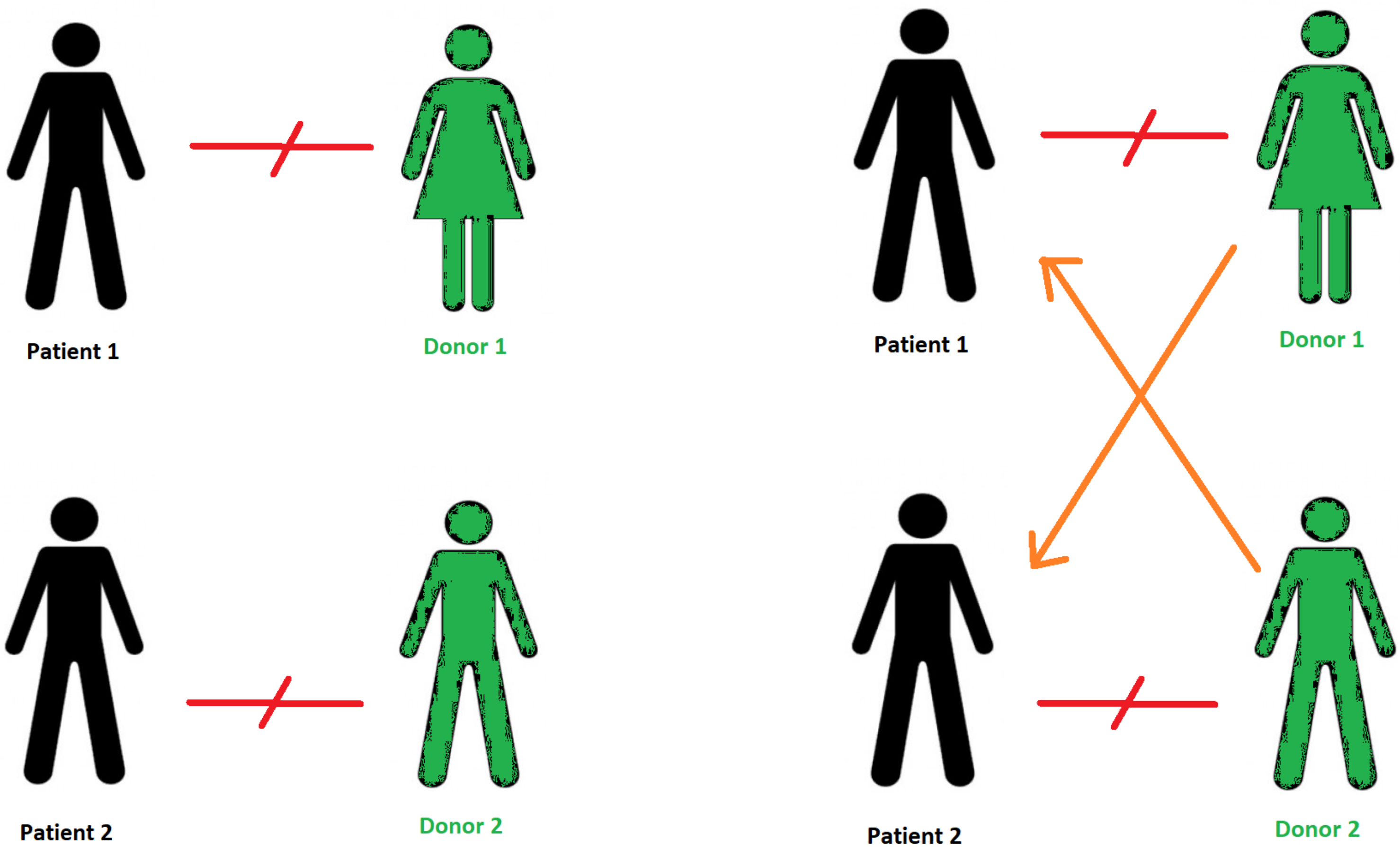
- patient en attente de greffes de reins
- donneur volontaire disponible



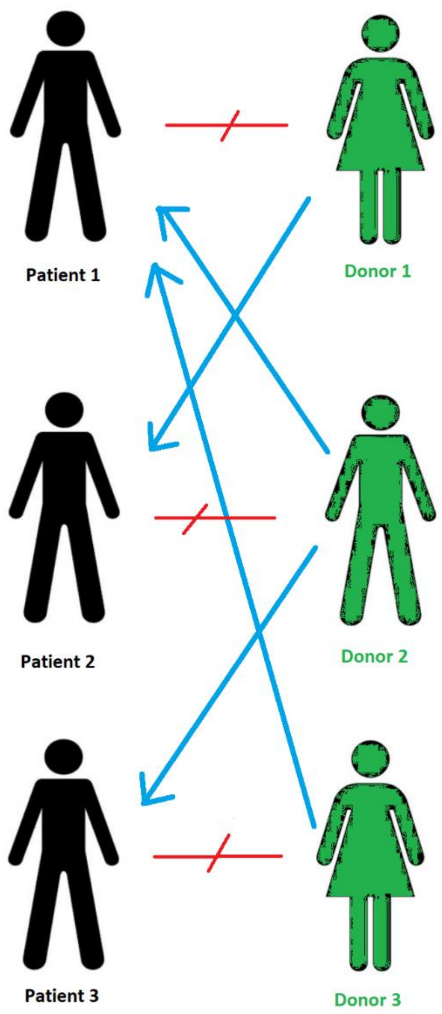
Echanges de reins



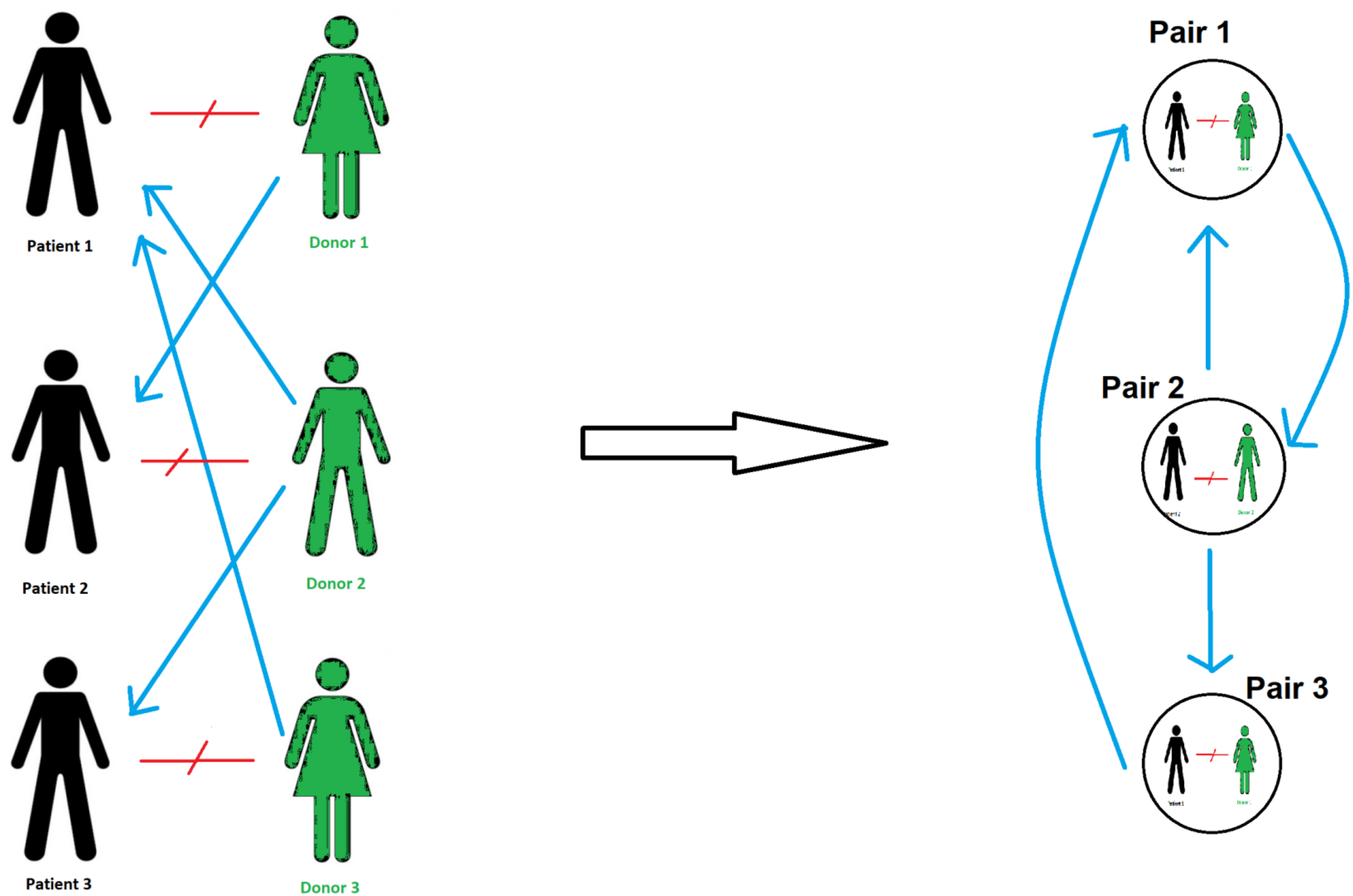
Echanges de reins



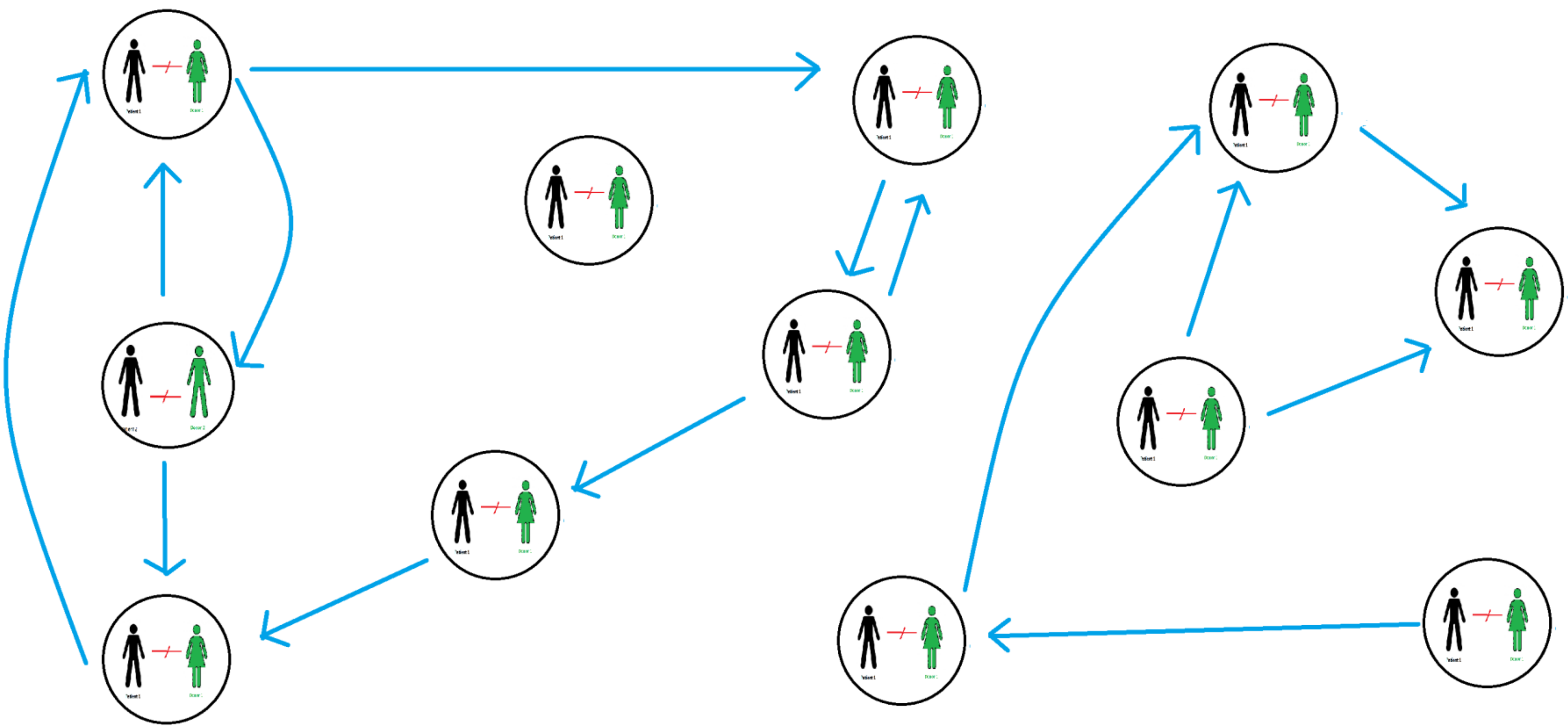
Echanges de reins



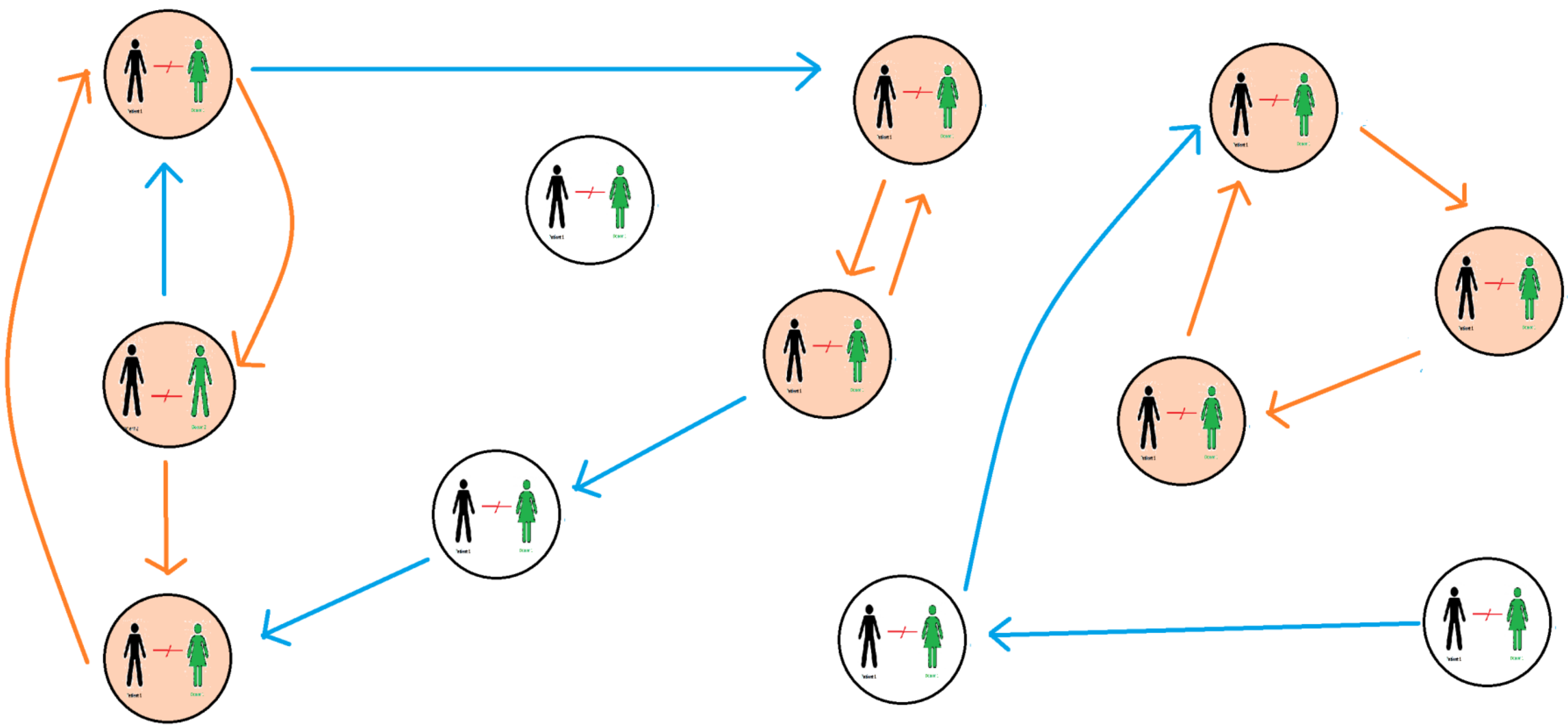
Echanges de reins



Echanges de reins



Echanges de reins



Echanges de reins

Formulation mathématique:

- Etant donné un graphe de compatibilité pour les paires patients/donneurs, identifier des cycles disjoints qui maximisent le nombre de paires couvertes.
- Problème difficile lorsque le graphe est grand et la longueur des cycles est limitée (inférieure à 3, 4, 5).
- Modèle popularisé par Alvin Roth, prix Nobel d’économie 2012.

Echanges de reins

Formulation mathématique:

- Optimisation par des méthodes mathématiques ad hoc ou génériques (théorie des graphes, algèbre linéaire…)
- Variantes tenant compte de l'incertitude sur certains paramètres, de considérations d'équité des échanges proposés, etc.
- Recherches en cours à HEC Liège et ailleurs.

Echanges de reins

En pratique:

- Programmes d’échanges mis en oeuvre depuis ~ 2000 – en croissance.
- USA, Royaume Uni, France, Pays-Bas, Portugal, etc.
- Taille des pools de patients/donneurs: de quelques unités jusqu’à quelques centaines.
- Nombreuses perspectives et défis médicaux, logistiques, éthiques, mathématiques.

Conclusions

- Enormément d'applications récentes et importantes des mathématiques de la décision dans la gestion des organisations.
- Combinaison de modèles et méthodes d'analyse classique, d'algorithmes de graphes, d'algèbre linéaire, de théorie probabiliste et statistique, de simulation numérique, d'intelligence artificielle, etc.
- En lien constant avec l'outil informatique, mais pas réductible à ce seul outil.