

ISABELLE DEMONTY

APPROCHE PAR PROBLÈME ET FORMATION D'ENSEIGNANTS DE
MATHÉMATIQUES : COMMENT SE DIFFUSENT, EN FORMATION, LES
RÉSULTATS DE LA RECHERCHE ?

Abstract. Problem-based approach and teachers professional development: how the research results are disseminated in training? Based on the framework of meta-didactic transposition analysis (Arzarello et al., 2014) and specifically the concepts of brokering and boundary object, this paper studies how knowledge to teach algebra is exchanged during a training program involving nine mathematics teachers and two researchers specialised in algebra teaching and learning. Organized in three half-day sessions, this program is based on a problem pointed out in the research literature as particularly rich to develop algebraic thinking. In addition, the materials used in training are come directly from the classes of the teachers participating in the program. In this sense, the program values knowledge that makes sense in both research and teaching practice. The analysis of interactions between researchers and teachers highlights three types of collaborative activities between the two groups and thus questions the potential of such a mechanism to foster integration of research results by teachers.

Keywords. teacher professional development, meta-didactic transposition, algebra, brokering, frontier object

Résumé. En s'appuyant sur le cadre d'analyse de la transposition méta-didactique (Arzarello et al., 2014) et plus précisément sur les concepts de *courtage en connaissances* et *d'objet frontière*, cet article étudie la manière dont les connaissances pour enseigner l'algèbre sont échangées dans le cadre d'un programme de formation réunissant neuf enseignants de mathématiques et deux chercheurs spécialisés en didactique de l'algèbre. Organisé en trois séances d'une demi-journée, ce programme s'articule autour d'un problème pointé dans la littérature de recherche comme particulièrement riche pour développer la pensée algébrique des élèves. Les documents exploités en formation sont en outre directement issus des classes des enseignants participant au programme. En ce sens, le programme valorise des connaissances ayant du sens tant dans la recherche que dans la pratique enseignante. L'analyse des interactions entre les chercheurs et les enseignants met en évidence trois types d'activités de collaboration entre les deux groupes d'intervenants et questionnent le potentiel d'un tel dispositif pour favoriser une appropriation, par les enseignants, de résultats de recherches.

Mots-clés. formation d'enseignants, transposition méta-didactique, algèbre, courtage en connaissances, objet frontière.

Si les programmes de développement professionnel des enseignants en mathématiques font l'objet d'une attention grandissante ces dernières années (Ball, Thames & Phelps, 2008 ; Arzarello, et al., 2014), les recherches ont accordé davantage d'attention à l'efficacité *a posteriori* des formations plutôt qu'à l'analyse des processus d'apprentissage qui prennent vie en formation (Wilkie, 2017). En effet, la manière dont les connaissances issues de la recherche en didactique des mathématiques sont effectivement travaillées dans les dispositifs de formation reste actuellement largement sous-documentée (Lin & Rowland, 2016). Une des raisons évoquées pour expliquer ce phénomène réside dans le fait que des théories manquent pour décrire finement et interpréter le contenu même des formations continuées à destination des enseignants de mathématiques (Arzarello, 2014 ; Lin & Rowland, 2016 ; Wilkie, 2017).

Dans le domaine de l'enseignement de l'algèbre, un programme de développement professionnel, appelé cycle de la résolution de problèmes (Borko et al., 2005) vise spécifiquement à approfondir les connaissances didactiques des enseignants en vue d'améliorer leurs pratiques en algèbre. Ce programme est organisé en trois séances distinctes, gérées par des chercheurs spécialisés en didactique de l'algèbre. Ces séances sont toutes centrées sur une tâche de résolution de problèmes à destination des élèves de 12 à 15 ans, présentée, dans la littérature de recherches, comme potentiellement porteuse pour développer le raisonnement mathématique. Lors de la première séance, les enseignants résolvent le problème et planifient son exploitation dans les classes. Entre la première et la deuxième séance, les enseignants sont invités à mettre en place, dans leur classe, le problème. Si l'enseignant marque son accord, la leçon est observée et filmée par les chercheurs. Durant les deux autres séances, des extraits de leçons choisis préalablement par les chercheurs, sont analysés par le groupe, dans le but d'approfondir les connaissances didactiques des participants : durant la deuxième séance, les enseignants explorent le rôle qu'ils ont à jouer dans l'exploitation en classe du problème. Durant la troisième séance, les enseignants analysent les raisonnements des élèves. Les thèmes spécifiques abordés durant ces séances dépendent des besoins et des intérêts des enseignants et des chercheurs. Ils peuvent concerner la manière d'introduire le problème, les questions à poser aux élèves lorsqu'ils sont occupés à résoudre le problème, une méthode inhabituelle pour résoudre le problème, etc. Le cycle de la résolution de problème est pensé pour être répliqué plusieurs fois, en vue de permettre aux enseignants d'acquérir leurs connaissances didactiques, au départ de problèmes variés exploités dans leurs classes.

Des analyses réalisées auprès d'enseignants ayant participé à plusieurs répliques du programme montrent que leurs pratiques d'enseignement évoluent et, en particulier, que leurs démarches d'exploitation d'activités centrées sur la résolution de problèmes s'améliorent (Koellner, Jacobs & Borko, 2011) : les enseignants

analysent en effet plus en profondeur les démarches de leurs élèves et parviennent mieux à les exploiter pour susciter le raisonnement mathématique. Toutefois, ces auteurs ne documentent pas la manière dont ces connaissances se développent effectivement en formation.

La recherche présentée dans cet article vise à apporter des éléments d'explications centrées sur cette thématique, en approfondissant le déroulement de la première itération d'un tel programme de formation. Elle aborde la problématique suivante : comment les interactions entre les enseignants et les chercheurs lors d'une formation continuée contribuent-elles à exploiter les connaissances issues de la recherche ?

1. Cadre théorique

Le modèle de la *transposition méta-didactique* (Arzarello et al., 2014) fournit un cadre d'analyse permettant d'étudier le déroulement de programmes de développement professionnel réunissant des enseignants et des chercheurs. Il est au cœur de cette section.

1.1. La transposition méta-didactique : un modèle d'analyse au service de l'étude de programmes de formation

Le modèle de la transposition méta-didactique (Arzarello et al., 2014) s'inspire de la *théorie anthropologique du didactique* (Chevallard, 1991), et en particulier du concept de transposition didactique qui permet d'étudier les relations entre les différents types de savoir : le savoir de référence, le savoir à enseigner, le savoir enseigné et enfin le savoir appris. Ce modèle adapte le concept de transposition didactique au contexte de développement professionnel d'enseignants. Il permet ainsi de prendre en compte les spécificités du savoir professionnel des enseignants dans l'étude de la diffusion des connaissances issues de la recherche, en contexte de formation d'enseignants.

La figure 1 présente les diverses facettes du modèle¹.

La transposition méta-didactique correspond à un processus dynamique au travers duquel, grâce aux interactions entre enseignants et chercheurs, leurs praxéologies respectives vont pouvoir être confrontées, discutées en formation. Ces praxéologies concernent les réflexions pratiques et théoriques échangées dans le cadre des tâches exploitées durant la formation.

¹ La notion d'objet frontière n'apparaît pas dans le schéma proposé par Arzarello et al. (2014) : nous l'avons ajoutée car elle constitue une dimension importante investiguée ici.

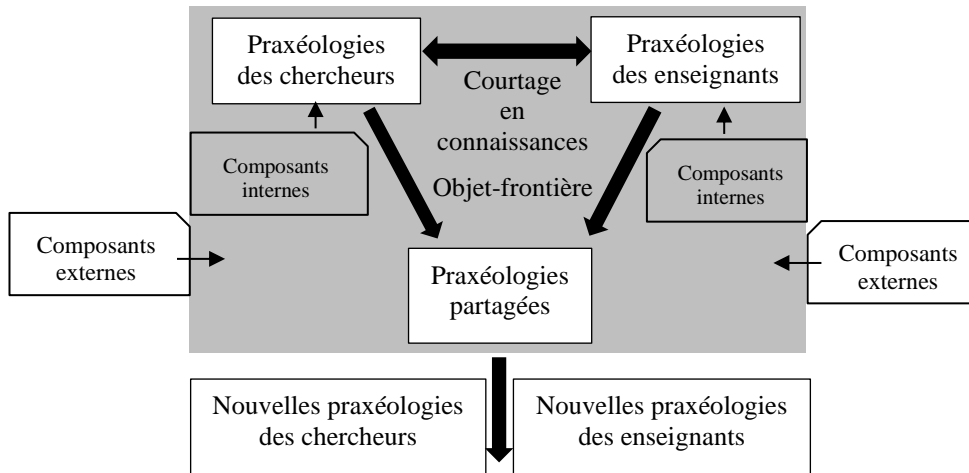


Figure 1. Adaptation du modèle de la transposition méta-didactique (Arzarello et al., 2014, p.355). Traduction libre.

Lors d'un programme de formation, les composantes des praxéologies des deux communautés (enseignants et chercheurs) peuvent évoluer en passant d'un statut externe à un statut interne. Par exemple, dans le cas d'une formation continuée centrée sur l'exploitation d'un nouveau logiciel en géométrie, les enseignants et les chercheurs ne maîtrisent pas pleinement la manière d'utiliser le logiciel en classe. Il s'agit donc au départ d'une composante externe de leurs praxéologies respectives qui, à la suite du vécu en formation, va pouvoir être internalisée et faire finalement partie de la praxéologie des enseignants et des chercheurs.

Le courtage en connaissances (Munerol, Cambon & Alla, 2013) correspond au processus visant à favoriser les interactions entre les deux groupes de partenaires. Ce courtage se développe lors d'un travail sur un objet frontière qui constitue le déclencheur des discussions. Du côté des enseignants, ces échanges viseront à s'appropriier des connaissances issues de la recherche. De leur côté, les chercheurs pourront développer des connaissances directement issues de la pratique enseignante. Dans l'idéal, ces échanges permettront le développement d'une praxéologie partagée (Arzarello et al., 2014), amenant à modifier les praxéologies initiales des chercheurs et des enseignants. Par exemple, lors du programme de formation, l'enseignant aura appris comment mieux tirer parti des démarches des élèves pour développer le savoir ciblé. Le chercheur aura, quant à lui, pu appréhender le contexte réel de travail des enseignants, dans le but par exemple de mieux comprendre pourquoi certaines connaissances issues de la recherche peinent à s'inscrire dans les pratiques effectives des enseignants.

Ce cadre d'analyse paraît intéressant pour étudier la manière dont les connaissances issues de la recherche vont pouvoir prendre vie dans la formation étudiée, au travers

des interactions entre enseignants et chercheurs (Monod-Ansaldi, Vincent & Aldon ; 2019).

En focalisant l'attention sur l'analyse des interactions entre les chercheurs et les enseignants contribuant au partage de connaissances, cet article approfondit deux concepts majeurs du modèle : tout d'abord, le processus de courtage en connaissances par lequel les connaissances vont pouvoir être échangées et discutées entre enseignants et chercheurs et ensuite la notion d'objet frontière, qui constitue le déclencheur de ces échanges.

1.1.1. Le courtage en connaissances

Munerol et al. (2013) ont réalisé une revue de la littérature ancrée dans le domaine de la promotion de la santé en vue de mieux comprendre les caractéristiques du courtage en connaissances. Trois éléments centraux favorisent ce dernier : (1) la présence de deux groupes cibles bien distincts (enseignants ou décideurs politiques par exemple et chercheurs) ; (2) la notion d'échange et de mise en relation entre des groupes ; (3) le concept de preuve qui insiste sur l'idée que les échanges entre les groupes cibles doivent viser à maximiser l'efficacité des pratiques discutées en formation.

Ces auteurs identifient également deux leviers principaux favorisant le courtage en connaissances. Tout d'abord, l'existence d'un ancrage institutionnel permettant de renforcer les échanges entre chercheurs et enseignants. Dans le cadre de la formation analysée dans cet article, cet ancrage institutionnel prévoit une présence des enseignants aux trois séances de formation en les déchargeant de leurs cours durant ces séances ainsi qu'une possibilité, pour les chercheurs, d'observer des leçons données par les enseignants en formation, si ces derniers marquent leur accord. Un autre levier important concerne le rôle primordial du courtier en connaissances, c'est-à-dire de la personne favorisant les échanges entre enseignants et chercheurs : les actions de ce courtier sont bien entendu multiples en fonction des contextes et cherchent à susciter des communications, à valoriser les connaissances de chacun et à maintenir le cap d'un travail visant l'amélioration des pratiques. Dans la formation analysée ici, un des chercheurs pourrait occuper le rôle de courtier en connaissances, dans la mesure où il est lui-même enseignant de mathématiques de première formation. Toutefois, les analyses qui seront proposées chercheront à voir la mesure dans laquelle ce rôle de courtier est assumé par une seule personne ou si, au contraire, il peut être pris en charge par plusieurs personnes, en fonction par exemple du contenu des échanges.

1.1.2. L'objet frontière et les activités qu'il permet de susciter

Selon Monod-Ansaldi et al. (2019), l'objet frontière correspond à « un dispositif permettant d'amorcer un travail commun entre plusieurs mondes et assurant une

flexibilité suffisante pour que chaque acteur puisse trouver un intérêt à son étude ou son usage » (p. 64). C'est grâce à ce travail sur l'objet frontière qu'une connaissance apportée par l'une ou l'autre communauté sera internalisée, dans la mesure où elle devient le point central de la discussion. Dans l'étude qui nous intéresse, cet objet frontière vise à susciter la collaboration entre chercheurs et enseignants autour de connaissances pour enseigner. L'objet frontière constitue un élément clé dans les interactions entre les chercheurs et les enseignants : en effet, c'est grâce au travail sur l'objet frontière que la connaissance pourra être internalisée.

Afin d'analyser le type d'interactions suscitées par le travail sur l'objet frontière, Monod-Ansaldi et al. (2019) ont étudié les types d'interactions entre chercheurs et enseignants concernant les savoirs discutés en formation. Ils identifient trois types d'interaction : le transfert, la traduction et la transformation. Ces trois types d'interactions paraissent centraux dans cette étude également puisqu'ils permettent de préciser la nature des échanges entre les chercheurs et les enseignants.

Le transfert constitue la condition minimale pour que le partage de connaissances puisse se réaliser : les partenaires établissent un lexique commun permettant de saisir l'objet frontière et ses caractéristiques.

La traduction permet quant à elle de développer des échanges dans une optique sémantique : les acteurs recherchent un sens partagé au savoir développé. L'objectif est donc de créer des significations communes entre les deux types de partenaires.

La transformation se produit lorsque des intérêts conflictuels se manifestent entre les deux groupes. Dans le cadre d'un projet collaboratif, les partenaires sont amenés à définir des intérêts communs pour qu'ils puissent continuer à agir. Lors d'une transformation, les connaissances respectives des deux groupes doivent en outre se modifier afin de maintenir un espace de travail commun.

1.2. Le cycle de la résolution de problèmes, courtage en connaissances et objet frontière

Le modèle de la transposition méta-didactique a été conçu pour analyser le déroulement de programme de formation d'enseignants orchestré par des chercheurs et visant la diffusion de résultats de recherches dans la pratique enseignante. Le cycle de la résolution de problèmes (Koellner et al., 2007) est un dispositif de formation qui poursuit également cet objectif.

En outre, les trois éléments centraux du courtage en connaissances développés ci-avant (Munerol et al., 2013) apparaissent dans le cycle de la résolution de problèmes. En effet, tout d'abord, deux groupes cibles (enseignants et chercheurs) participent au dispositif. Ensuite, la notion d'échange entre les groupes est largement sollicitée, puisque les chercheurs élaborent les séances en s'appuyant directement sur des situations observées en classe. Enfin, le concept de preuve est présent, dans la mesure

où les connaissances pour enseigner l'algèbre sont au cœur du programme de formation.

Le travail sur le problème présenté durant la première séance de formation de même que les extraits utilisés durant les deux dernières séances du cycle rencontrent les caractéristiques de l'objet frontière (Monod-Ansaldi et al., 2019). Ils ont pour but d'amorcer un travail commun entre chercheurs et enseignants. De plus, ils proviennent d'activités exploitées en classe par les enseignants et observées par les chercheurs. En ce sens, ils ont du sens dans la pratique tant des chercheurs que des enseignants. Enfin, ils sont choisis pour favoriser l'échange de connaissances entre chercheurs et enseignants et constituent donc un support pertinent pour amener les deux groupes à partager leurs points de vue.

2. Objectifs de la recherche

Pour cibler les interactions entre les enseignants et les chercheurs, cet article s'intéresse au phénomène de courtage en connaissances, observé dans le cadre de la première mise en place du cycle de la résolution de problèmes (Koelner et al., 2011).

Les analyses visent à cerner l'impact de trois objets frontières (le problème exploité en formation lors de la première séance ainsi que les deux extraits servant de support aux deux autres séances) sur les interactions entre les enseignants et les chercheurs. Plus précisément, il s'agit de voir la mesure dans laquelle les activités réalisées autour de ces objets frontières suscitent la collaboration entre les deux groupes et favorisent, en particulier, le transfert, la traduction ou la transformation de connaissances (Monod-Ansaldi et al., 2019).

3. Méthodologie

Le programme de formation s'est organisé en trois séances de trois heures. Il s'intègre dans l'offre de formation à destination des enseignants et soutenu par l'Institut de formation de l'Éducation nationale du Grand Duché de Luxembourg. C'est de manière tout à fait spontanée que les enseignants se sont inscrits au programme. Ils étaient en outre informés qu'ils leur demanderait de tester une activité dans leur classe, entre la première et la deuxième séance de formation.

3.1. Le problème étudié en formation

Le programme de formation s'articule autour d'un problème adapté d'un livre de Driscoll (1999) et spécifiquement élaboré pour promouvoir la réflexion algébrique des élèves. Il est prévu pour des élèves de 14-15 ans. La figure 2 présente le problème tel qu'il a été proposé par les chercheurs aux enseignants, lors de la première séance de formation.



Patchwork	
<p>Tania réalise des tapis à partir de pièces de formes hexagonales. Une pièce hexagonale lui coûte 0,50 euros. Elle a une hauteur de 20 cm. Tania voudrait fabriquer des tapis de plusieurs tailles.</p> <ul style="list-style-type: none"> Le plus petit modèle, appelé « fleur » serait fabriqué en contournant cette pièce hexagonale avec des nouvelles pièces, de cette façon : 	
	
Modèle de base	Modèle « Fleur »
<p style="text-align: center;">1) Déterminez la hauteur et le prix du modèle « fleur » :</p> <ul style="list-style-type: none"> Le modèle au-dessus s'appelle « spirale » et celui qui vient après « rosace ». <p style="text-align: center;">2) Déterminez la hauteur et le prix de ces deux modèles.</p> <ul style="list-style-type: none"> Tania voudrait trouver une façon rapide de déterminer la hauteur et le prix du tapis en fonction du nombre n de tours réalisés autour du modèle de base. <p style="text-align: center;">3) Établissez une formule de la hauteur et du prix du tapis en fonction de n.</p>	

Figure 2. Le problème exploité en formation (Driscoll, 1999).

Intégrée dans un contexte de modèles de tapis construits selon une même logique, cette activité porte sur la généralisation de deux suites de nombres accompagnées d'un support visuel : l'une porte sur la hauteur des modèles et l'autre sur leur prix en exprimant ces deux variables en fonction du nombre de tours réalisés autour du modèle de base.

Afin de fournir une aide au processus même de généralisation, une feuille vierge présentant un réseau d'hexagones est mise à disposition : elle permet de représenter aisément les quatre premiers modèles.

La figure 3 présente une solution possible de ce problème. Si l'expression de la hauteur des modèles (c'est-à-dire la distance maximale entre deux extrémités d'un modèle comportant n pièce hexagonales) est assez simple à établir, celle du prix du modèle est plus complexe à obtenir, puisqu'une étape intermédiaire consiste à

déterminer la somme de n nombres naturels consécutifs. Même s'il existe une formule pour la déterminer, celle-ci n'est pas nécessairement connue par les élèves de 14-15 ans.

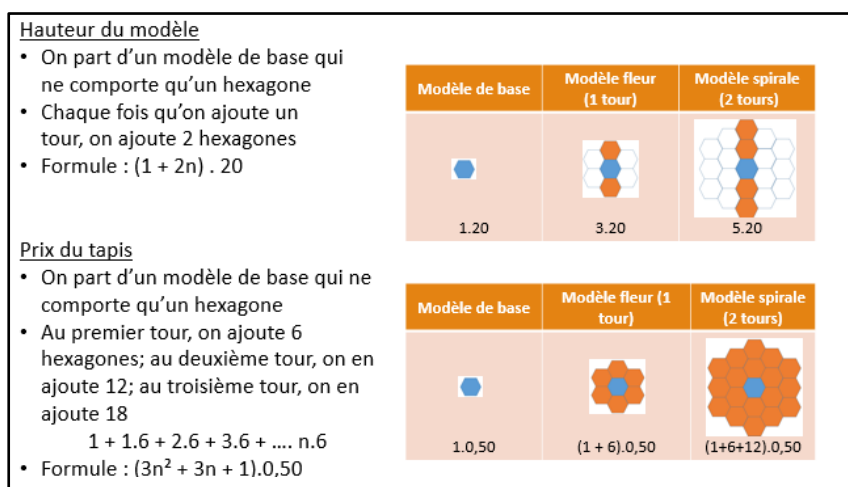


Figure 3. Une solution possible à l'activité

Plusieurs auteurs plaident pour que les activités de généralisation soient présentées à l'aide d'un support visuel (Imre & Akkoç, 2012 ; Kieran et al., 2016 ; Radford, 2014 ; Riviera, 2013 ; Warren et al., 2016). En effet, selon Radford (2014), les activités ainsi présentées permettent d'approcher la régularité selon une double structure, numérique d'une part et spatiale d'autre part, autorisant alors des mises en relation riches entre ces deux supports. En outre, la manière de visualiser les suites de nombres induit aussi une plus grande variété de démarches dont plusieurs relèvent de la pensée algébrique. Selon Radford (2014), cette pensée algébrique se définit, non pas au travers d'une réponse particulière, mais plutôt à travers la capacité des élèves à effectuer des opérations impliquant des quantités indéterminées. L'ensemble de ces recherches montrent que, dans ces activités de généralisation, peut se développer non seulement une pensée algébrique (s'appuyant ici sur la capacité à effectuer des opérations sur des quantités indéterminées), mais aussi une manière particulière de symboliser celle-ci (Radford, 2014). La variété des entrées possibles dans les problèmes est, à cet égard, essentielle pour donner sens aux concepts et procédures algébriques fondamentaux (sens de la lettre, des expressions numériques ou algébriques, égalité). Pour pouvoir accompagner les élèves dans le développement de la pensée algébrique, il semble donc primordial que l'enseignant puisse à la fois cibler les enjeux de ces problèmes en matière de pensée algébrique, reconnaître qu'une variété de solutions est possible et valoriser cette variété. Ces trois connaissances sont plus particulièrement développées durant la formation d'enseignants.

3.2. Une brève description des trois séances de formation

Conformément au cycle de la résolution de problèmes (Koellner et al., 2007), chacune des séances de formation poursuivait des objectifs spécifiques pointés, dans la littérature de recherche, comme incontournables pour exploiter efficacement ce type de problème en classe. La figure 4 présente une brève description de chaque séance du programme de formation.

	Objectifs principaux	Activités clés
Séance 1	Développer les connaissances de contenu nécessaires pour accompagner les élèves dans l'exploitation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Résolution du problème par les enseignants (travail en équipes de trois) ✓ Adaptation du problème et planification de l'activité, en vue d'un essai dans les classes des enseignants participants
Séance 2	Développer les connaissances pour gérer le problème en classe - rôle joué par l'enseignant lors de l'exploitation du problème en classe	Analyse d'extraits vidéos à l'aide d'un questionnaire sur : <ul style="list-style-type: none"> ✓ les interventions de l'enseignant lors du travail en équipes des élèves ✓ la difficulté de gérer la variété des démarches des élèves, lors de la mise en commun en groupe classe
Séance 3	Développer les connaissances permettant d'analyser les démarches des élèves lors de la résolution du problème	Analyse des productions écrites par les élèves, en vue de faire émerger une réflexion sur : <ul style="list-style-type: none"> ✓ la symbolisation algébrique des régularités observées ✓ l'utilisation de cette symbolisation pour résoudre le problème

Figure 4. Brève description du programme de formation.

Les enjeux de la pensée algébrique ont été abordés à différentes reprises, dans la formation.

Tout d'abord, lors de la première journée de formation, les chercheurs se sont appuyés sur les démarches effectivement mises en place par les enseignants lors de la résolution du problème pour mettre en avant le concept de pensée algébrique, la variété des démarches correctes et l'intérêt de s'appuyer sur les supports visuels pour susciter cette variété. En collaboration avec les enseignants, les chercheurs ont également analysé le curriculum du Luxembourg afin d'identifier la place que pouvait avoir les activités de généralisation dans les apprentissages algébriques : ce type d'activité permet d'amener les élèves à résoudre des problèmes pouvant se modéliser par l'algèbre.

Lors de la deuxième journée de formation, l'analyse des erreurs a permis principalement de montrer les difficultés des élèves à développer une pensée algébrique.

Lors de la troisième séance, les chercheurs ont souhaité revenir sur le lien entre pensée algébrique et techniques algébriques, en vue de mettre en évidence le fait que les élèves pouvaient tout à fait développer une telle pensée, sans nécessairement mobiliser le langage algébrique formel.

Au terme du programme de formation, les connaissances discutées en formation ont été synthétisées sous la forme d'une présentation orale des chercheurs, illustrée par des extraits recueillis dans les classes des enseignants ayant exploité les activités en classe. Des exemples d'autres problèmes de généralisation ont également été fournies aux enseignants, de manière à répliquer la démarche à l'aide d'autres supports.

3.3. Les participants

La formation s'est déroulée entre le mois de novembre 2015 et le mois de mars 2016 au Grand Duché de Luxembourg. Deux chercheurs expérimentés et spécialisés en didactique de l'algèbre ont réalisé le programme de formation et neuf enseignants responsables de la formation mathématique des jeunes de 12 à 15 ans y ont participé. Ceux-ci se sont inscrits spontanément à la formation. Ils étaient âgés de 26 à 59 ans et avaient une expérience professionnelle en enseignement des mathématiques variée (entre quatre et plus de vingt-cinq années d'expérience).

Au total, sur les neuf enseignants ayant participé à la formation, quatre ont exploité le problème dans leur classe et deux d'entre eux ont accepté d'être observés et filmés par les chercheurs. Les séances de cours ont duré environ trois fois 50 minutes. Tous les enseignants ont respecté la méthodologie préconisée : travail en équipes de trois à quatre élèves durant deux fois 50 minutes, suivi d'une exploitation collective en groupe classe d'une durée de 50 minutes. Les données recueillies dans ces six classes (soit au total cent-quarante-quatre élèves, répartis en quarante-et-une équipes) ont donc servi de supports aux discussions gérées en formation. Les élèves de ces classes étaient en troisième année de l'enseignement secondaire (grade 9 – élèves de 14-15 ans). Ils avaient donc une expérience de deux années environ d'apprentissage de l'algèbre. Celle-ci les a amenés à développer les techniques algébriques élémentaires (résolution d'équations, réduction de termes et de facteurs algébriques, produits remarquables et factorisation) et à aborder la résolution de problèmes aboutissant principalement à la résolution d'équations du premier degré à une inconnue. Le problème étudié en formation s'inscrit dans le prolongement de ces apprentissages et approfondit l'activité de généralisation qui constitue l'essence même de l'algèbre. En outre, l'activité permet de travailler la symbolisation, à l'aide d'une formule algébrique, de cette généralisation.

3.4. La collecte de données et les analyses réalisées

Le programme de formation a été entièrement filmé et l'ensemble des échanges ont été retranscrits. Nous avons également recueilli les différents documents exploités en formation : les diaporamas présentés par les chercheurs, les productions d'élèves et les extraits vidéo de leçons partagées en formation. L'analyse s'appuie sur trois vignettes représentatives de la formation proposée : celles-ci ont été choisies car elles s'ancrent dans des activités proposées aux enseignants par les chercheurs et qu'elles ont suscité des interactions entre les enseignants et les chercheurs ou entre les enseignants. En ce sens, elles présentent les caractéristiques d'objets frontières (Monod-Ansaldi et al., 2019). Ces courtes descriptions d'événements observés ont pour but de rendre compte d'événements majeurs qui se sont déroulés au cours de la formation, en référence à l'objet plus spécifiquement étudié (Koellner et al., 2011). L'élaboration de ces vignettes a impliqué une analyse détaillée de nombreuses données, incluant les enregistrements filmés de la formation et les documents écrits partagés durant la formation. Plus précisément, nous avons d'abord visionné l'ensemble des enregistrements de la formation et, après chaque séance, pointé des éléments particulièrement représentatifs des interactions entre chercheurs ou enseignants. Ces éléments nous ont permis de mettre en évidence chacun des aspects à synthétiser sous la forme de vignettes.

4. Résultats

Cette section analyse trois vignettes représentatives des trois séances de formation, à la lumière des concepts de courtage en connaissances et d'objet frontière. Dans les vignettes, les éléments mis en italique correspondent à des résumés descriptifs et les commentaires interprétatifs sont indiqués en caractère normal.

4.1. Regard sur la première séance – la ré-écriture du problème par les enseignants

Après avoir eux-mêmes résolu le problème en équipes, les enseignants sont invités à réfléchir à l'exploitation en classe de l'activité. L'intention des chercheurs était d'amener les enseignants à échanger leurs expertises pour anticiper au mieux la gestion de l'activité en classe.

4.1.1. Présentation de la vignette 1

Cette vignette s'appuie sur un échange entre trois enseignants (E1, E2, E3) qui, après avoir chacun résolu le problème, discutent de son utilisation en classe.

L'enseignante E2 considère que l'activité est intéressante mais qu'il faudrait la modifier car les termes « rosace » et « spirale » introduisent un vocabulaire inutile que certains élèves ne comprendront sans doute pas. Il serait plus simple de

numéroter les modèles par ordre croissant (modèle 1, modèle 2, ...). Une discussion s'organise alors autour du numéro à donner au modèle de base : modèle 0 ou modèle 1 ? Très rapidement, les enseignants se mettent d'accord sur le fait que le modèle 0 est le plus simple pour faciliter le passage à la formule : en effet, dans ce cas, le numéro du modèle renseignerait sur le nombre de tours réalisés avec des hexagones autour du modèle de base. Le modèle n correspondrait alors à un modèle obtenu en utilisant des hexagones pour réaliser n tours autour du modèle de base. Toutefois, le terme « modèle 0 » risque d'être complexe à comprendre pour les élèves dans ce contexte. Ils décident donc de conserver le terme « modèle de base » et de numéroter les modèles suivants en commençant par le modèle 1. S'en suit alors un débat sur les questions du problème. L'enseignant E3 explique qu'il a personnellement éprouvé des difficultés à entrer dans le problème ; mieux vaut d'abord s'interroger sur la hauteur, puis sur le nombre d'hexagones et enfin sur le prix des modèles. E3 renchérit en expliquant que ses élèves ne s'investiront pas seuls dans l'activité : il faut d'abord leur dire de s'intéresser à des modèles faciles à réaliser (par exemple les modèles 1, 2 et 4), puis à envisager des modèles plus lointains qui nécessiteront l'utilisation d'une formule (modèle 10). E1 ajoute qu'on pourrait faire déboucher la réflexion sur la résolution d'un problème (chercher le numéro d'un modèle ayant une hauteur de 340 cm) pour que les élèves puissent comprendre à quoi sert la formule.

Au terme de la discussion, les enseignants reformulent l'énoncé du problème puis une discussion collective amène à valider les décisions prises par le groupe. Les chercheurs ont en effet considéré que, malgré le guidage plus important induit par la reformulation de l'énoncé, l'activité proposée aux élèves gardait son potentiel initial pour amener les élèves à développer la pensée algébrique.

La figure 5 présente la modification de l'énoncé du problème en réponse au travail réalisé par les enseignants.

Contrairement à l'intention des chercheurs, qui souhaitaient, au travers de cette activité, que les enseignants échangent quant à leur manière respective de gérer l'activité en classe, les discussions de ces derniers ont consisté à adapter la formulation de l'énoncé du problème. Elles s'articulent autour de la façon de guider les élèves vers la généralisation (ajout d'une question 1 visant à identifier les premiers termes des suites avant de chercher à généraliser), et vers l'utilisation de la formule algébrique pour résoudre un problème (ajout d'une question 3 permettant aux élèves de comprendre l'utilité de la formule). Ces enseignants justifient les aménagements proposés par leur propre démarche pour entrer dans la tâche (E3) par l'anticipation qu'ils se font des difficultés de leurs élèves (problème de vocabulaire ou sens du modèle 0 pour E2) ou par la volonté de convaincre les élèves de l'utilité du passage à l'algèbre (E1).




Patchwork		
<p>Tania réalise des tapis à partir de pièces de formes hexagonales. Une pièce hexagonale lui coûte 0,50€. Elle a une hauteur de 20 cm. Tania voudrait fabriquer des tapis de plusieurs tailles.</p>		
<p>• Chaque modèle est obtenu en entourant le précédent par des motifs de base :</p>		
		
Motif de base	Modèle 1	Modèle 2
<p><i>Partie A : Hauteur</i></p> <p>1) Déterminer la hauteur des modèles 1, 2, 4 et 10. 2) Etablir une formule donnant la hauteur d'un modèle n quelconque. 3) La hauteur d'un tapis réalisé par Tania vaut exactement 3,40 m. De quel modèle s'agit-il ?</p> <p><i>Partie B : Prix</i></p> <p>1) Déterminer le prix des modèles 1, 2, 4 et 10. 2) Etablir une formule donnant le prix d'un modèle n quelconque. 3) Le prix d'un tapis réalisé par Tania vaut exactement 273,50€. De quel modèle s'agit-il ?</p>		

Figure 5. Modification de l'énoncé proposée suite aux discussions menées lors de la première séance de formation.

4.1.2. Analyse de la vignette 1 à la lumière des concepts d'objet frontière et courtage en connaissances

L'énoncé du problème initialement rédigé par des chercheurs (Driscoll et al., 1999) constitue l'objet frontière sur lequel tant les chercheurs que les enseignants ont travaillé. Les chercheurs ont conservé l'énoncé de départ, considérant qu'il remplissait les conditions nécessaires pour favoriser le développement d'une pensée algébrique. Alors que les chercheurs auraient souhaité que cet énoncé suscite une réflexion didactique sur la manière de gérer le problème en classe, les enseignants ont préféré réaliser un travail de réécriture de l'énoncé, argumentant les choix posés sur la connaissance qu'ils ont de leurs élèves et de l'importance de favoriser leur engagement dans la tâche.

Cette vignette décrit une activité de transfert (Monod-Ansaldi et al., 2019). En effet, les discussions ont porté sur l'élaboration d'un énoncé susceptible de rencontrer les intérêts des deux groupes de partenaires. Il y a eu très peu de dialogues portant sur un échange de connaissances entre enseignants et chercheurs : en effet, les échanges se sont limités à une validation, par les chercheurs, des aménagements proposés par les enseignants, élément central pour permettre une exploitation du problème travaillé en formation dans les classes des enseignants participants. En d'autres

termes, l'activité suscitée par les chercheurs a permis de préciser un objet commun de travail (le problème qui sera exploité dans les classes des participants) indispensable pour que des échanges de connaissances puissent avoir lieu dans les prochaines séances de formation.

En ce qui concerne le courtage en connaissances, ces premiers échanges n'ont pas réellement permis un échange autour des connaissances pointées dans la recherche comme essentielles pour susciter, auprès des élèves, le développement d'une pensée algébrique.

4.2. Regard sur la séance 2 – Les interventions des enseignants face à des raisonnements inattendus d'élèves

La vignette présentée dans cette section est issue de la deuxième journée de formation durant laquelle les chercheurs souhaitent faire réfléchir les enseignants sur les types d'aide à fournir aux élèves lorsqu'ils s'engagent dans une généralisation s'appuyant sur une analyse incorrecte de la suite. Du point de vue des chercheurs, ce choix de thématique se justifie par le fait que la littérature de recherche montre que les enseignants éprouvent des difficultés à analyser des stratégies incorrectes et ont tendance, dans leurs interventions, à engager les élèves dans la voie qu'ils ont eux-mêmes utilisées pour résoudre la tâche, plutôt que d'encourager les élèves à réguler leur propre démarche (Rivera, 2013).

4.2.1. Présentation de la vignette 2

Un chercheur introduit la production d'une élève présentée à la figure 6 aux enseignants en expliquant que cet élève réfléchissait au prix du modèle 10 lors d'un travail en équipes. Lors du travail en classe, l'enseignante avait éprouvé des difficultés pour interpréter la démarche présentée à la figure 6.

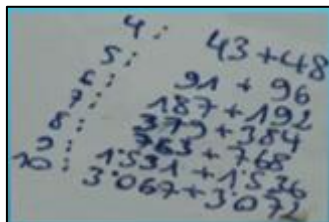


Figure 6. Exemple de production d'élève de grade 9 exploitée en formation

Le chercheur demande aux enseignants leur point de vue sur cette production et comment ils y réagiraient. Aucun enseignant ne s'exprime spontanément. Après quelques minutes de réflexion, un enseignant (qui avait lui-même testé l'activité en classe) propose l'explication correcte suivante : cet élève a bien vu qu'il fallait faire « +6 » pour le 1^e modèle puis « +12 » pour le deuxième modèle mais il a cru

qu'après, il fallait chaque fois doubler, donc il propose « +24 » pour le 3^e modèle, « +48 » pour le 4^e modèle, « +96 » pour le 5^e modèle... Donc au lieu de faire « +6 », « +12 », « +18 », « +24 », il a fait « +6 », « +12 », « +24 », « +48 », ... Le chercheur demande ensuite ce que pensent les autres enseignants de cette interprétation et s'ils ont une autre explication. Aucun enseignant ne s'exprime. S'en suit alors une discussion sur les réactions à avoir en tant qu'enseignant face à ce type de production. Et à ce moment, le débat s'anime et trois stratégies sont envisagées : (1) demander à l'élève d'expliquer la production (pour que l'enseignant comprenne sa démarche ou pour que l'élève se rende compte de son erreur), (2) susciter le lien au support visuel en demandant aux élèves de trouver le nombre d'hexagones du modèle 4 en le dessinant sur la feuille présentant un réseau d'hexagones, (3) demander aux autres élèves du groupe ce qu'ils pensent de cette démarche. Ce qui justifie ces propositions relève principalement du souci qu'ont les enseignants que l'élève comprenne son erreur et puisse, de lui-même, s'orienter dans une stratégie correcte.

Alors que les chercheurs pensaient initialement que les enseignants devaient analyser correctement une production d'élèves avant de pouvoir intervenir efficacement, ils ont pris conscience, grâce aux discussions menées avec les enseignants, de la possibilité qu'ont ces derniers de proposer des réactions générales (de type « explique ta démarche » ou « qu'en pensent les autres élèves du groupe ? ») permettant finalement d'obtenir davantage d'informations sur la démarche de l'élève. Cette étape de prise d'informations complémentaires est essentielle pour permettre à l'enseignant de comprendre la démarche de l'élève et proposer une intervention adéquate en vue de l'aider à approfondir son raisonnement.

Du point de vue des enseignants, les interprétations des démarches erronées d'élèves sorties de leur contexte de classe semblent réellement un exercice complexe et peu habituel, comme en atteste le manque de réaction lorsque le chercheur leur soumet la production présentée dans la figure 6. En revanche, discuter de stratégies à adopter face à une réaction d'élèves suscite davantage les échanges. Les justifications que les enseignants proposent pour motiver leurs décisions d'interventions sont assez cohérentes avec les objectifs poursuivis par les chercheurs dans ce problème : il s'agissait en effet d'intervenir dans la démarche en cours de l'élève en vue de l'aider à réguler sa réflexion, sans chercher à imposer la façon dont l'enseignant aurait lui-même résolu le problème : en effet, lors de la première journée de formation, les enseignants avaient très souvent délaissé le réseau d'hexagones au profit d'une réflexion s'appuyant directement sur les données écrites fournies dans l'énoncé du problème. En outre, dans cet échange est également apparu le rôle clé du support visuel pour aider les élèves à généraliser la suite (Imre & Akkoç, 2012 ; Lannin 2005 ; Radford 2014 ; Warren, et al., 2016).

4.2.2. Analyse de la vignette 2 à la lumière des concepts d'objet frontière et courtage en connaissances

Dans cette vignette, l'objet frontière se matérialise sous la forme d'une production incorrecte d'élèves. C'est en effet à partir de cet extrait de production que les échanges entre les chercheurs et les enseignants s'amorcent. Toutefois, on remarque que ce n'est pas tant l'analyse de la production erronée qui a véritablement suscité les échanges, mais plutôt la réflexion sur la manière de réagir, en tant qu'enseignant, à cette production. Et c'est véritablement à partir de ce moment que les connaissances didactiques ont pu être travaillées. Celles-ci concernent les manières d'intervenir efficacement dans la réflexion algébrique des élèves.

De plus, l'activité autour de cet objet frontière a permis aux personnes présentes une construction de sens : de leur côté, les chercheurs ont pu prendre conscience de la possibilité qu'ont les enseignants de questionner les élèves sur leur démarche, ce qui peut les aider à mieux comprendre la démarche avant de proposer une aide aux élèves. Les enseignants ont quant à eux pu percevoir le potentiel du support visuel pour approfondir la réflexion sur le problème. En ce sens, nous pensons que l'activité sur l'objet frontière a amorcé un travail de traduction (Monod-Ansaldi et al., 2019), puisque les deux partenaires ont eu la possibilité de créer des significations concernant les manières d'aider les élèves à généraliser une suite de nombres, en ancrant la réflexion dans leurs démarches spontanées.

En ce qui concerne le courtage en connaissances et le processus de l'internalisation, il semble que l'enseignant qui est parvenu à interpréter la démarche de l'élève a joué un rôle clé dans l'évolution des échanges, endossant alors le rôle de courtier en connaissances. C'est en effet à la suite de l'analyse qu'il a pu réaliser concernant la démarche de l'élève que des discussions impliquant l'ensemble des partenaires ont pu être observées.

4.3. Regard sur la séance 3 – L'évaluation de la qualité du raisonnement produit par un groupe d'élèves

En référence à l'objectif de la troisième journée de formation qui était consacrée à l'analyse des démarches des élèves, l'attention des chercheurs s'est portée sur l'analyse de productions de groupes d'élèves. Pour cela, ils ont proposé aux enseignants (répartis en petits groupes) de noter sur 10 quatre productions, dont celle présentée dans la figure 7.

1	60 cm	} +40
2	100 cm	
3	140 cm	} +40
4	180 cm	
Modèle 1 = modèle 0 + 1.40 = 60		
Modèle 10 = modèle 0 + 10.40 = 420		
Modèle n = 340 n = ?		
= (340 - modèle 0) : 40		
= (340 - 20) : 40 = 8		
→ Modèle 8		

Figure 7. Exemple de production d'élève (grade 9) à évaluer

Du point de vue des chercheurs, l'objectif était d'amener les enseignants à prendre conscience de la manière dont la pensée algébrique se manifeste dans ce type de problème : celle-ci consiste en effet à effectuer des opérations impliquant des quantités indéterminées (Radford, 2014). Dans cette production, même si l'usage de lettres variables n'apparaît pas, les élèves ont développé une pensée algébrique pour généraliser la régularité observée dans la suite de nombre. En effet, ils mettent bien en évidence le fait que, pour généraliser, il faut partir du modèle 0 (dont la hauteur mesure 20 cm) et multiplier le numéro du modèle par 40. Cette production montre également qu'il est tout à fait possible de répondre à la question 3 (trouver le numéro du modèle dont la hauteur vaut 340 cm) sans mobiliser le symbolisme algébrique formel (résolution d'une équation du 1^{er} degré à une inconnue).

4.3.1. Présentation de la vignette 3

Répartis en trois équipes, les 9 enseignants sont très rapidement entrés dans la tâche et leurs analyses de la production ont été assez différentes selon les groupes. Un premier groupe d'enseignants a proposé la note de 4/10 à cette production, en expliquant que cette démarche était chaotique : il manque la formule, elle est très intuitive et ces élèves ne résolvent pas l'équation au sens algébrique du terme. Un deuxième groupe a proposé la note de 7/10 en considérant que le groupe n'a pas utilisé la formule mais n'est pourtant pas loin du but : il suffisait qu'il remplace le modèle 0 par 20 et qu'il remplace le nombre 1 ou 10 par la lettre n pour obtenir une généralisation algébrique tout à fait correcte. Enfin, le troisième groupe a proposé la note de 9/10 en considérant que ces élèves avaient sans doute très bien compris

comment gérer ce problème puisqu'ils n'ont pas eu besoin d'écrire une formule ou de résoudre une équation pour répondre correctement aux questions. Après ce travail en équipes, une mise en commun a été organisée en vue de confronter les différents points de vue. Un représentant de chaque équipe a alors présenté l'analyse réalisée et les chercheurs ont conclu l'activité en mettant en évidence le fait que raisonner de manière algébrique n'impliquait pas nécessairement l'utilisation du symbolisme formel : c'est plutôt la capacité d'élaborer des raisonnements impliquant des quantités indéterminées qui fait la spécificité de la pensée algébrique. Symboliser algébriquement leurs démarches est loin d'être simple pour les élèves et nécessite donc des approfondissements, si l'on veut permettre aux élèves de mobiliser leurs acquis techniques (en l'occurrence ici, la résolution d'équations) dans ce type de problème.

Cette activité d'évaluation de démarche d'élèves a permis aux enseignants d'investiguer les caractéristiques de la pensée algébrique : au-delà de la tâche proposée qui nécessitait d'attribuer une note à des productions, le débat des uns et des autres s'est rapidement orienté vers l'analyse de la dimension algébrique de la production de cet élève et l'avis des enseignants n'est pas unanime sur ce sujet : en effet, seule une équipe sur les trois reconnaît la dimension algébrique du raisonnement, en mentionnant qu'il ne manquait finalement pas grand-chose pour parvenir à modéliser algébriquement la relation envisagée.

4.3.2. Analyse de la vignette 3 à la lumière des concepts d'objet frontière et courtage en connaissances

L'activité d'évaluation de productions d'élèves a permis aux enseignants d'engager des réflexions profondes sur les démarches mises en œuvre par les élèves. L'analyse du raisonnement de ces derniers a en effet constitué le point central des discussions. Ce travail a en outre fait émerger des divergences de point de vue quant aux caractéristiques de la pensée algébrique, divergences exacerbées sans doute par le fait que les élèves avaient une expérience algébrique non négligeable : l'utilisation du symbolisme formel était donc sans doute un attendu de plusieurs enseignants. Ce sont bien des connaissances issues de la recherche qui ont été travaillées dans cette activité : les enseignants ont eu l'occasion de prendre conscience à la fois de la pertinence des démarches élaborées par les élèves mais aussi de la difficulté qu'ont ces derniers de mobiliser le symbolisme algébrique. Contrairement à ce qu'ils pensaient lorsqu'ils ont adapté le problème, les enseignants ont en outre pu constater qu'il n'était pas nécessaire d'avoir recours au symbolisme algébrique pour répondre à la question 3 du problème (trouver le numéro du modèle dont la hauteur est donnée). Les chercheurs ont pu prendre conscience de l'ambiguïté de ce type de problème aux yeux des enseignants, malgré les discussions déjà développées lors des deux premières séances de formation : si ces derniers peuvent reconnaître la

pertinence du raisonnement développé par les élèves, la dimension algébrique de la démarche n'est reconnue que par une minorité.

Dans cette activité, le courtage en connaissances a, dans un premier temps, été pris en charge par les enseignants eux-mêmes : en étant plongé dans une pratique du quotidien qui consiste à évaluer des productions d'élèves, ceux-ci ont pu analyser en profondeur les démarches et se questionner quant à la pertinence de celles-ci dans le cadre du problème étudié. Le travail en équipes, prolongé par une confrontation d'idées, a permis un échange autour de ce qu'est la pensée algébrique et des difficultés que rencontrent les élèves à symboliser une telle pensée par l'algèbre.

La mise en commun des discussions s'inscrit *a minima* dans une activité de traduction puisque la recherche de sens a été au cœur de la réflexion. Elle a en outre clairement amorcé une activité de transformation, dans la mesure où des intérêts conflictuels ont pu être mis en évidence. En effet, seul un des trois groupes d'enseignants reconnaît la présence d'une pensée algébrique. Nous pouvons également considérer que la mise en commun des échanges a provoqué une modification des connaissances des chercheurs : ceux-ci ont en effet pu prendre conscience de la diversité des avis des enseignants concernant la valeur algébrique d'une production n'impliquant pas l'utilisation du symbolisme formel. En revanche, il n'est pas possible de garantir que les enseignants ont également modifié leurs connaissances : en effet, nous ne disposons pas de données permettant de considérer que les enseignants ont internalisé cette dimension de la pensée algébrique, qui n'implique pas nécessairement l'utilisation du symbolisme algébrique formel. Des informations complémentaires relevées auprès des enseignants, auraient donc été utiles pour pouvoir qualifier l'activité décrite dans cette vignette de transformation.

5. Discussion

Comment aider les enseignants à intégrer, dans leurs pratiques de classe, des tâches cohérentes avec les résultats de la recherche ? Beaucoup de chercheurs s'accordent à penser qu'une simple diffusion de tâches porteuses auprès des enseignants ne permet pas d'améliorer significativement leurs pratiques (Goigoux, Renaud & Roux-Baron, 2020 ; Hamre et al., 2012 ; Wilkie, 2017).

Dans le domaine algébrique, le programme de développement professionnel des enseignants appelé « Cycle de la résolution de problèmes » s'ancre dans l'exploitation d'un problème riche pour développer la pensée algébrique des élèves. Afin de stimuler le développement professionnel des enseignants, ce programme suggère de développer les connaissances pour enseigner en exploitant, durant la formation, des documents (vidéos ou écrits) directement recueillies dans les classes des enseignants participant au programme.

Un tel programme impose donc un travail de transposition de savoirs issus de la recherche en savoir pour agir en classe, travail nécessitant des interactions entre enseignants et chercheurs.

La recherche présentée dans cet article visait à étudier ce travail de transposition de savoirs, en s'appuyant sur le modèle de la transposition didactique (Arzarello et al., 2014). Plus précisément, nous avons étudié les interactions entre les chercheurs et les enseignants dans le cadre d'une réflexion sur trois objets frontières suscitant particulièrement ces échanges : la réécriture du problème par les enseignants (vignette 1), les interventions des enseignants face à des raisonnements inattendus d'élèves (vignette 2) et l'évaluation de la qualité du raisonnement produit par un groupe d'élèves (vignette 3).

Cette étude exploratoire et descriptive présente une série de limites. Tout d'abord, ce programme concernait un public très restreint puisque seuls 9 enseignants ont participé à l'expérience. Alors que les concepteurs du programme estiment nécessaire que les enseignants participent à plusieurs répétitions du programme pour que les effets se fassent ressentir (Koellner et al., 2011), nous avons choisi de focaliser l'attention sur la première mise en place du programme. De plus, les analyses se sont centrées sur l'ensemble des participants : les réactions de chacun auraient également pu être explorées en vue d'affiner encore les constats.

Au-delà de ces limites, les tendances qui se dégagent de cette étude nous ont permis de documenter le processus de courtage en connaissances en identifiant trois types d'échanges autour des objets frontières : le transfert, la traduction et la transformation.

La première vignette présentée a permis de décrire une activité de transfert. Celle-ci s'est matérialisée lorsque les enseignants ont adapté l'énoncé du problème en vue de l'utiliser en classe. Si ce travail a suscité des interactions entre enseignants qui ont eu l'occasion de combiner leurs idées respectives dans le cadre de la réécriture de l'énoncé, le regard des chercheurs sur le travail réalisé par les enseignants n'a pas réellement fait l'objet d'échanges entre les deux groupes de partenaires.

La deuxième vignette fait état d'un partage de réflexions entre chercheurs et enseignants : l'activité a favorisé un travail de traduction entre les différents partenaires. Dans la troisième vignette, les échanges ont suscité davantage de débats renforcés sans doute par le fait qu'un intérêt conflictuel a pu émerger : il concerne l'identification du caractère algébrique d'une production, malgré l'absence d'un symbolisme algébrique formel. En effet, d'après les résultats de recherches actuelles en algèbre, les chercheurs considèrent que le travail sur le problème permet le développement d'une pensée algébrique (İmre & Akkoç, 2012 ; Radford, 2014 ; Riviera, 2013 ; Warren et al., 2016 ; Kieran et al., 2016). Les élèves sont en effet parvenus à développer des raisonnements impliquant des quantités indéterminées.

Cet intérêt n'est reconnu finalement que par un des trois groupes d'enseignants. Si cette divergence de points de vue n'a pas réellement débouché sur un consensus commun ou un accord explicite des deux partenaires, il n'est toutefois pas exclu que la confrontation de points de vue divergents ait permis aux enseignants d'internaliser cette nouvelle connaissance liée à la pensée algébrique. En ce sens, les discussions analysées dans cette troisième vignette se rapprochent, selon notre point de vue, d'une transformation.

On peut penser que le cadre institutionnel lié à ce programme de formation (trois demi-journées organisées sur l'analyse d'un problème) a limité les possibilités de courtage en connaissances. En effet, ce programme était uniquement centré sur l'approfondissement d'un problème considéré comme porteur dans la littérature de recherche et devait se clôturer au bout de trois séances. Il n'était pas prévu d'amener les enseignants à revoir en profondeur la planification de leur enseignement algébrique, ce qui est sans aucun doute une étape importante pour réellement permettre une amélioration significative de leurs pratiques (Grugeon, Pilet, Chenevotot, & Delozanne, 2012).

6. Conclusion

Les résultats soulèvent plusieurs réflexions.

Si les analyses présentées ont permis d'identifier le rôle d'objets frontières dans les échanges entre enseignants et chercheurs autour des connaissances pour enseigner, le rôle du courtier en connaissances mériterait des approfondissements complémentaires. En effet, nous avons pu constater que ce rôle pouvait tantôt être tenu par un chercheur, tantôt par un enseignant, mais les actions réellement porteuses pour favoriser les échanges entre les deux groupes d'intervenants restent largement sous-documentées. Et dans ce programme, il semble que davantage de mises en relations entre les deux groupes d'intervenants auraient pu avoir lieu pour approfondir encore la richesse des échanges en débouchant en particulier sur des pistes d'action faisant sens pour les enseignants.

Les résultats questionnent également la valorisation des savoirs issus de l'action. En effet, en sélectionnant des documents provenant de l'exploitation en classe du problème, les chercheurs ont avant tout été soucieux de faire en sorte que ces documents offrent des possibilités pour approfondir les connaissances des enseignants. Il nous semble que ce type de dispositif de formation pourrait également encourager les enseignants à relever, par eux-mêmes, des extraits qu'ils jugent significatifs. Les chercheurs pourraient alors analyser ces supports, en vue de voir comment ils pourraient contribuer à approfondir les connaissances issues de la recherche. Un tel travail pourrait permettre de faire en sorte que les préoccupations des enseignants soient également en cœur des échanges organisés en formation.

Plus globalement, cette étude met en évidence l'intérêt de favoriser dans la formation à l'enseignement des mathématiques, une meilleure articulation entre les savoirs issus de la recherche et ceux issus de l'expérience des enseignants : celle-ci paraît en effet indispensable pour une utilisation efficace des connaissances issues de la recherche dans la pratique enseignante.

Bibliographie

- ARZARELLO, F., ROBUTTI, O., SABENA, C., CUSI, A., GARUTI, R., MALARA, N., & MARTIGNONE, F. (2014). *Meta-didactical transposition: A theoretical model for teacher education programmes*. In *The mathematics teacher in the digital era* (pp. 347-372), Springer, Dordrecht.
- BALL, D. L., THAMES, M. H. & PHELPS, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- BORKO, H., FRYKHOLM, J., PITTMAN, M., EITELJORG, E., NELSON, M., JACOBS, J., KOELLNER, K., & SCHNEIDER, C. (2005). Preparing teachers to foster algebraic thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 43-52.
- CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique*. La pensée sauvage.
- DRISCOLL, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Heinemann.
- GOIGOUX, R., RENAUD J., & ROUX-BARON, I. (2020). Comment influencer positivement les pratiques pédagogiques de professeurs expérimentés ? In B., Galand, & M., Janosz (Eds.), *Améliorer les pratiques en éducation*. (pp.13-22). Presses universitaires de Louvain.
- GRUGEON, B., PILET, J., CHENEVOTOT, F., & DELOZANNE, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique de mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série*, 137-162.
- HAMRE, B.K., PIANTA, R.C., BURCHINAL, M., FIELD, S., LOCASALE-CROUCH, J., DOWNER, J.T, ..., & SCOTT-LITTLE, C. (2012). A Course on Effective Teacher-Child Interactions: Effects on Teacher Beliefs, Knowledge, and Observed Practice. *American Educational Research Journal*, 49(1), 88-123.
- İMRE, S. Y., & AKKOÇ, H. (2012). Investigating the development of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of generalising number patterns through school practicum. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(3), 207-226.

- KIERAN, C., PANG, J., SCHIFTER, D., & NG, S. F. (2016). *Early algebra: Research into its nature, its learning, its teaching*. Springer Nature.
- KOELLNER, K., JACOBS, J., BORKO, H., SCHNEIDER, C., PITTMAN, M. E., EITELJORG, E., & FRYKHOLM, J. (2007). The problem-solving cycle: A model to support the development of teachers' professional knowledge. *Mathematical thinking and learning*, 9(3), 273-303.
- KOELLNER, K., JACOBS, J., & BORKO, H. (2011). Mathematics Professional Development: Critical Features for Developing Leadership Skills and Building Teachers' Capacity. *Mathematics teacher education and development*, 13(1), 115-136.
- LANNIN, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and learning*, 7(3), 231-258.
- LIN, F. L., & ROWLAND, T. (2016). Pre-service and in-service mathematics teachers' knowledge and professional development. In *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 481-520). Brill Sense.
- MONOD-ANSALDI, R., VINCENT, C., & ALDON, G. (2019). Objets frontières et brokering dans les négociations en recherche orientée par la conception. *Education didactique*, 13(2), 61-84.
- MUNEROL, L., CAMBON, L., & ALLA, F. (2013). Le courtage en connaissances, définition et mise en œuvre : une revue de la littérature. *Santé publique*, 25(5), 587-597.
- RADFORD, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 257-277.
- RIVERA, F. D. (2013). *Teaching and learning patterns in school mathematics: Psychological and pedagogical considerations*. Springer.
- WARREN, E., TRIGUEROS, M., & URSINI, S. (2016). Research on the Learning and Teaching of Algebra. In A. Gutiérrez, G. Leder, & P. Boero (Eds), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. The journey continues* (pp. 73-108). Sense Publishers Rotterdam.
- WILKIE, K. J. (2017). The challenge of changing teaching: investigating the interplay of external and internal influences during professional learning with secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(1), 95-124.

ISABELLE DEMONTY

Université de Liège

isabelle.demonty@uliege.be