Cours de Géométronique

10. Les mesures de niveau

Prof. C. Debouche

Les références bibliographiques citées dans ce texte sont consultables en suivant le lien
https://hdl.handle.net/2268/293535

Sommaire

10. Les mesures de niveau

10.1. Généralités et définitions

Le positionnement d'un point se fait toujours par rapport à un système de référence. Nous avons défini au § 2.2[1] un référentiel physique basé sur la force de la pesanteur.

Ce référentiel est fondé sur une **surface de référence**, équipotentielle des forces de la pesanteur et conventionnellement confondue avec la surface en équilibre des océans, prolongée virtuellement sous les continents. Cette surface est évidemment le géoïde (§ 2.2.1[1]).

Ce géoïde est donc un lieu où les valeurs de la force de la pesanteur sont identiques entre elles. Cette surface étant irrégulière, elle est souvent approchée par un ellipsoïde de révolution qui peut aussi tenir lieu de surface de référence. C'est donc un référentiel géométrique, largement décrit dans le paragraphe 2.3[1].

Si les valeurs des coordonnées en x (est) et en y (nord) définissent la position d'un point sur la surface de référence choisie, la coordonnée en z positionne le point sur une direction perpendiculaire à cette surface de référence.

Si la surface de référence est le géoïde, la direction qui lui est perpendiculaire est la verticale du lieu, c'est-à-dire la direction de la force de pesanteur indiquée par le fil à plomb.
La distance qui sépare le géoïde du point, mesurée le long de la verticale du lieu est **l'altitude** de ce point, souvent notée H et plus précisément appelée altitude orthométrique.

Si la surface de référence est un ellipsoïde, la direction qui lui est perpendiculaire est généralement différente de la verticale du lieu. La distance qui sépare le point en question de l'ellipsoïde, mesurée le long d'une droite perpendiculaire à cet ellipsoïde, est différente de l'altitude. Elle porte généralement le nom de **hauteur** ou **hauteur ellipsoïdale** et est souvent notée h. La figure 10.1.1 illustre les notions d'altitude et de hauteur.

A noter que l'altitude et la hauteur peuvent avoir des évolutions divergentes, dans la mesure où l'ellipsoïde n'est pas nécessairement parallèle au géoïde. Le **niveau** d'un point se mesure généralement par son altitude H. Il peut cependant aussi être renseigné par sa hauteur. Cependant, il faut être attentif à ce que seules les variations d'altitude indiquent des variations d'énergie potentielle. Par exemple, l'écoulement de l'eau se fait évidemment toujours dans la direction de la réduction d'altitude. Il ne se fait pas nécessairement dans la direction de réduction de la hauteur. De plus, les appareils permettant des mesures de niveau fonctionnent toujours par rapport à la verticale du lieu de leur implantation. Ils mesurent donc des différences d'altitude et non des différences de hauteur.

Dans des applications de faible étendue, on simplifiera la notion de surface de référence en la remplaçant par un **plan de référence**, tangent à la surface de référence au centre du territoire concerné par les mesures. Cette simplification entraîne évidemment des erreurs qui sont quantifiées dans le § 5.2.2[2].

Nous définirons le **nivellement** comme étant la détermination de la distance verticale entre divers points du terrain et une surface de référence (ou surface de niveau).

La **surface de niveau** est une surface parallèle à la surface de référence, et donc d'altitude (ou de hauteur) constante, et identifiée par son altitude (ou sa hauteur).

[1] https://hdl.handle.net/2268/293594
[2] https://hdl.handle.net/2268/293759

Altitude et hauteur

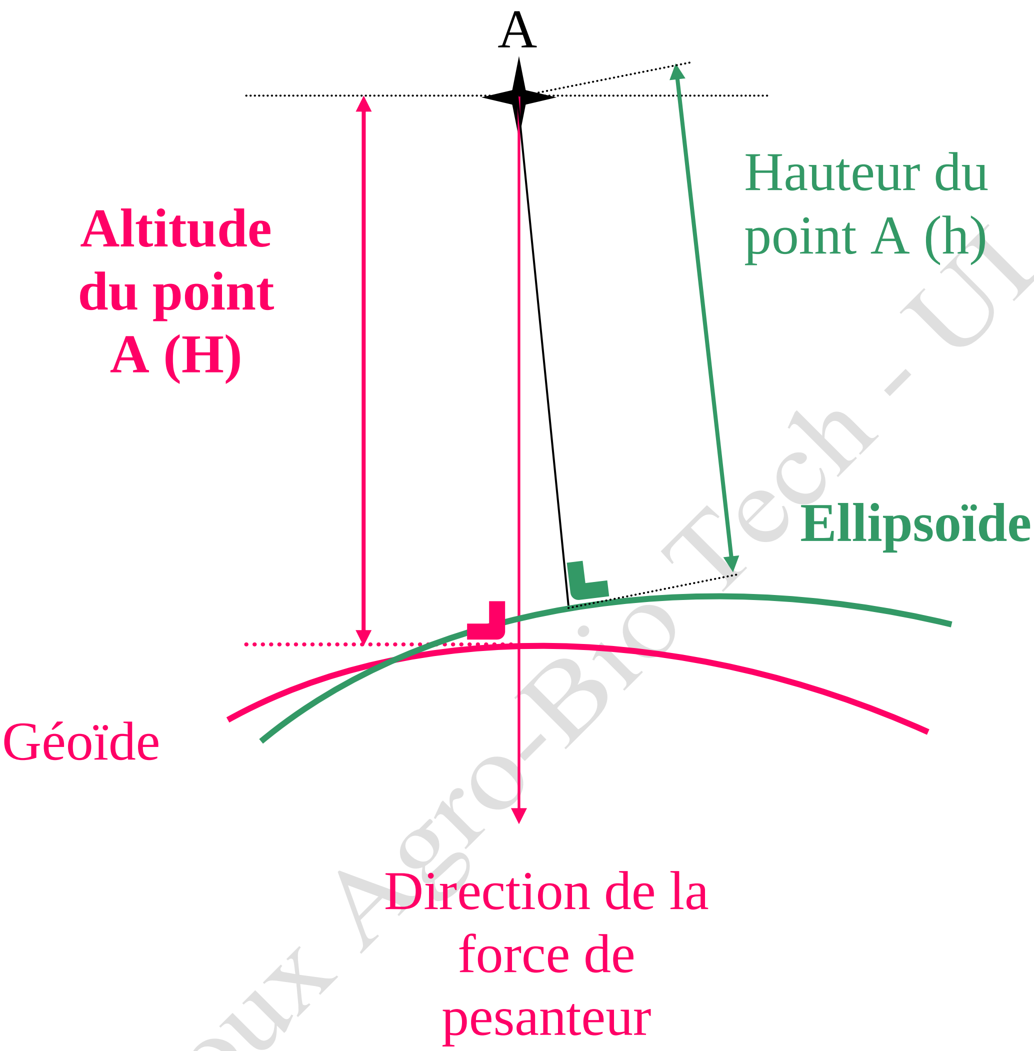

Figure 10.1.1. Altitude et hauteur d'un point.

La **dénivelée** est la différence d'altitude entre deux points.

$$\Delta z_{AB} = z_B - z_A.$$

La figure 10.1.2 illustre cette notion.

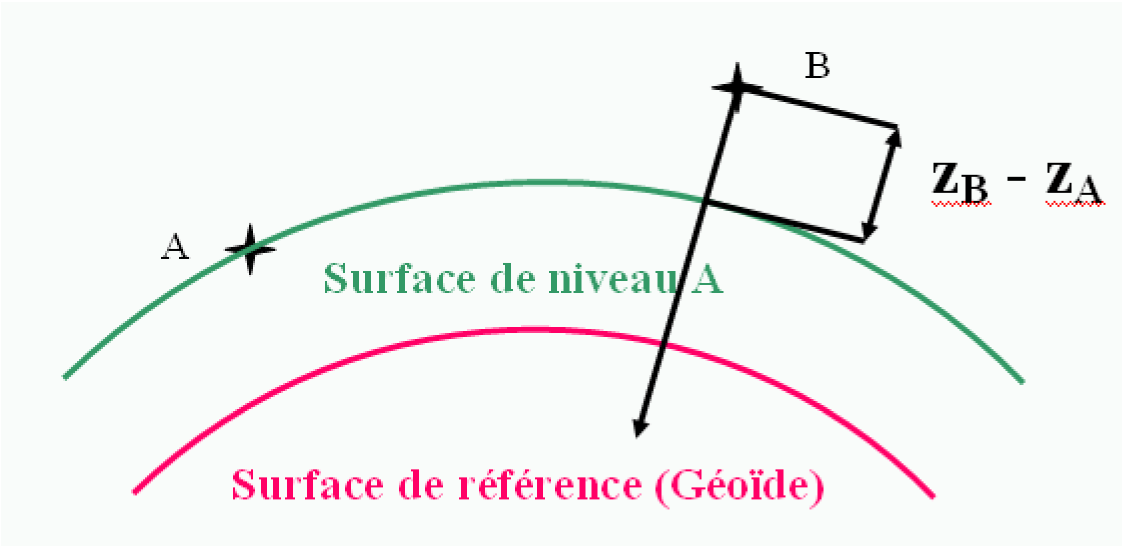

Figure 10.1.2. Dénivelée entre les points A et B : z_B-z_A.

10.2. Courbures de la terre et réfraction

10.2.1 Correction de sphéricité

Comme rappelé dans le § 10.1, la Terre n'est évidemment pas plate mais a la forme d'un ellipsoïde, très proche de la sphère (§ 2.3.1[3]). Pour simplifier notre raisonnement, nous considérons la Terre comme une sphère de rayon R et de centre C (figure 10.2.1).

A partir du point A, nous visons, selon une direction parfaitement horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la verticale au point A et nous rencontrons un point B. La visée de A vers B étant horizontale, nous pourrions en déduire que ce point B est à la même altitude que le point A. Il n'en est évidemment pas ainsi, car la surface de niveau passant par le point A ne comprend pas le point B. Il y a une distance BB' entre le point B et cette surface de niveau. Cette distance est la dénivelée entre les points A et B. C'est aussi la **correction de sphéricité**, c'est-à-dire la correction à apporter à une mesure de dénivelée pratiquée par une visée horizontale pour tenir compte de la sphéricité de la surface de référence. Elle se calcule par le raisonnement suivant. Dans le triangle rectangle ACB, on peut écrire :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = R^2 + AB^2.$$

Or on a aussi :

$$BC = BB' + B'C = BB' + R.$$

En conséquence, l'expression précédente peut s'écrire :

$$(BB' + R)^2 = (BB'^2 + R^2 + 2\ BB'\ R) = R^2 + AB^2.$$

La distance BB' étant négligeable vis-à-vis de la valeur de R, elle peut être négligée dans l'expression précédente qui permet le calcul de la correction de sphéricité :

$$BB' = \frac{AB^2}{2R}.$$

[3] https://hdl.handle.net/2268/293594

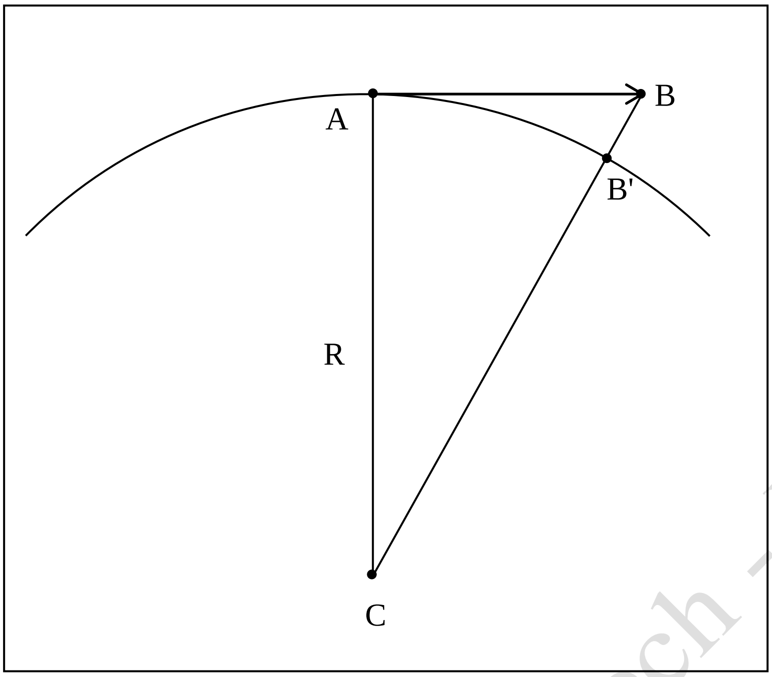

Figure 10.2.1. Correction de sphéricité.

10.2.2. Correction de réfraction

En raison de l'inégale densité des couches de l'atmosphère traversées par le rayon correspondant à la visée, celle-ci ne se propage pas selon une ligne droite mais décrit un arc dont la concavité est tournée vers la Terre. En conséquence, la visée n'intercepte pas le point B de la figure 10.2.2 mais bien le point B''.

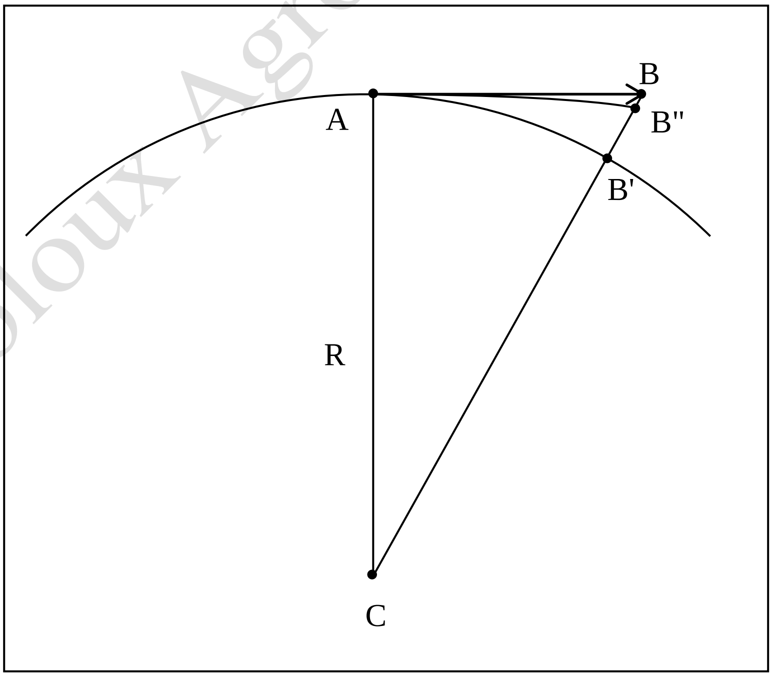

Figure 10.2.2. Correction de sphéricité et de réfraction.

La **correction de réfraction** BB" se calcule par l'expression :

$$BB" = k\frac{AB^2}{2R},$$

où k est une constante variant selon l'altitude, la pression atmosphérique, la température et le taux d'humidité de l'air. Il varie également de manière régulière au cours de la journée. Maximum le matin, il décroît pour atteindre son minimum vers 13 heures et croît ensuite.

On peut cependant considérer la valeur de 0,13 pour cette constante (**BRABANT, 2003**) ou de 0,16 selon DURBEC (1982) qui annonce une valeur de 0,24 à 8 heures et à 18 heures et de 0,12 à 13 heures. Entre 10 et 16 heures, la valeur de ce coefficient est relativement stable et proche de son minimum.

A noter que cette correction est de signe opposé à la correction de sphéricité.

10.2.3. Correction du niveau apparent

La **correction du niveau apparent** combine les corrections de sphéricité et de réfraction vues ci-dessus. Elle doit être ajoutée au niveau mesuré par une visée horizontale. Elle vaut évidemment, en prenant la valeur de 0,13 pour le coefficient k défini au § précédent :

$$B'B" = BB' - BB" = (1-0,13)\frac{AB^2}{2R} \approx \frac{0.87}{12,734}AB^2 = 0,068AB^2,$$

où	B'B"	est la correction du niveau apparent qui doit être ajoutée au niveau mesuré, exprimée en m,
	AB	est la distance mesurée entre les points A et B, exprimée en km.

Le tableau 10.2.1 présente les valeurs de cette correction du niveau apparent, correspondant à quelques valeurs de distances. La nécessité de procéder à la correction du niveau apparent dépend donc de la distance de visée et de la précision attendue pour le nivellement.

Tableau 10.2.1. Corrections du niveau apparent pour quelques distances de visée.

Distance de visée (m)	Correction du niveau apparent (m)
100	0,00068
200	0,00273
300	0,00615
400	0,01093
500	0,01708
1.000	0,06832
2.000	0,27328
3.000	0,61489
4.000	1,09314
5.000	1,70803
10.000	6,83210

10.3. Le nivellement direct ou différentiel

Le **nivellement direct** ou **différentiel**, encore appelé **nivellement géométrique** se pratique en effectuant des visées horizontales au moyen d'un **niveau**. Ce dernier est un appareil de mesure topographique disposant d'une lunette comparable à celle d'un théodolite (§ 7.1.3[4]) mais qui est maintenue en position horizontale. Contrairement au théodolite, le niveau ne comprend pas d'axe secondaire autour duquel bascule la lunette. L'axe optique est maintenu en position horizontale, soit par un réglage manuel sur les niveaux les plus anciens, soit par un dispositif automatique garantissant l'horizontalité de la visée grâce à un ensemble de prismes compensateurs, dont la position, déterminée par la force de la pesanteur, garantit l'horizontalité de la visée.

10.3.1. Le nivellement direct simple

Soit à déterminer la dénivelée Δz_{AB} (soit $z_B - z_A$). Un niveau est mis en station approximativement à mi-distance des points A et B. Une mire graduée est maintenue en position verticale sur le point A. L'opérateur vise avec le niveau la mire posée en A et effectue sur l'image de la mire graduée vue au travers de la lunette du niveau, la lecture de la hauteur interceptée par la ligne de visée, soit L_A. L'opérateur vise ensuite le point B sur lequel la mire graduée est maintenue en position verticale. Il effectue la lecture L_B de la même manière que lors de la visée sur le point A. La dénivelée se calcule évidemment par la relation :

$$\Delta z_{AB} = L_A - L_B.$$

La distance horizontale entre le niveau et la mire, également appelée "portée" varie selon la pente mais n'excède généralement pas 60 m (**Brabant, 2003**). Si l'altitude de A est connue, la mesure de la dénivelée Δz_{AB}, permet évidemment le calcul de l'altitude du point B.

Les distances séparant les points à niveler sont généralement supérieures à 60 mètres. Il faut donc procéder à un cheminement entre ces points, en posant successivement plusieurs fois le niveau, la première visée en chaque station (dite visée arrière) se faisant vers le point qui a constitué la deuxième visée de la station précédente (dite visée avant) comme schématisé sur la figure 10.3.2. Celle-ci représente un cheminement du point A vers le point B avec n mises en stations du niveau.

Dans ce même schéma, il se peut que les altitudes des points A et B soient connues, alors que les altitudes des points 1 à n-1 soient à déterminer par ce cheminement. Il s'agit alors d'un nivellement par cheminement encadré. Dans ce cas, on dispose d'une redondance des mesures puisque la mesure de n-1 dénivelées suffit à calculer l'altitude des n-1 points à niveler. En conséquence on peut envisager d'ajuster ce lever par la méthode des moindres carrés exposée dans le chapitre 6[5].

[4] https://hdl.handle.net/2268/293804
[5] https://hdl.handle.net/2268/293771

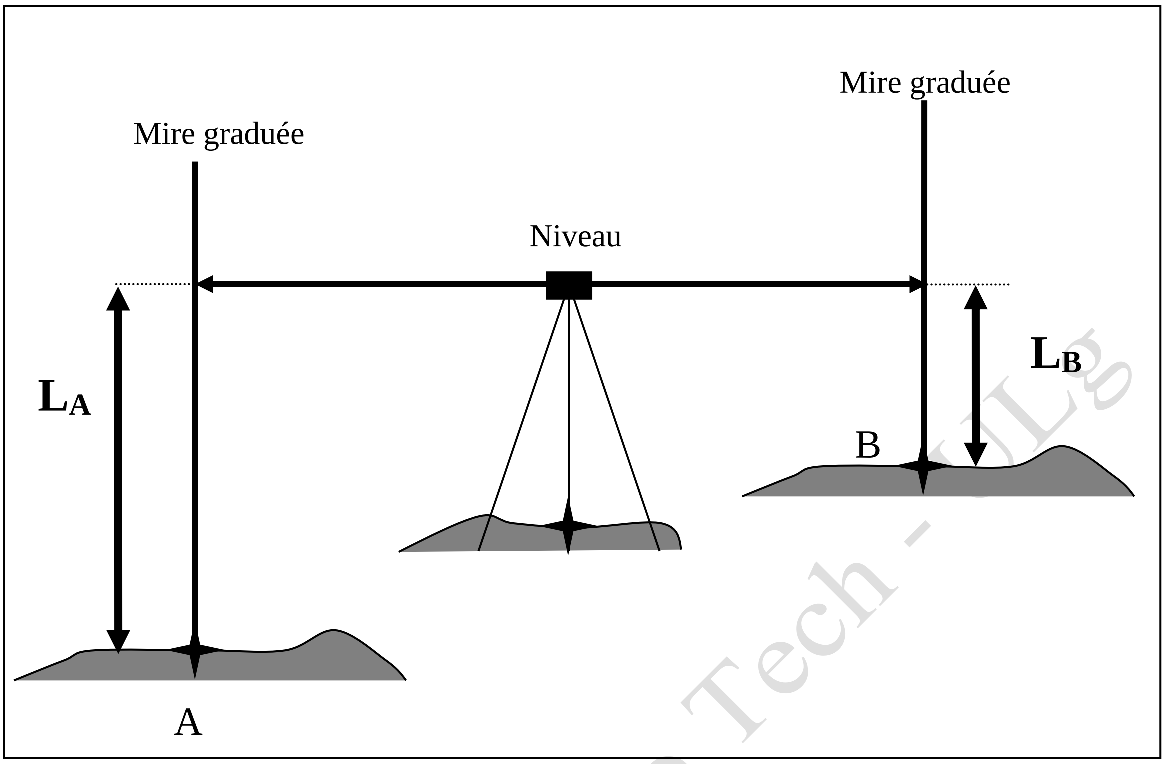

Figure 10.3.1. Nivellement direct ordinaire.

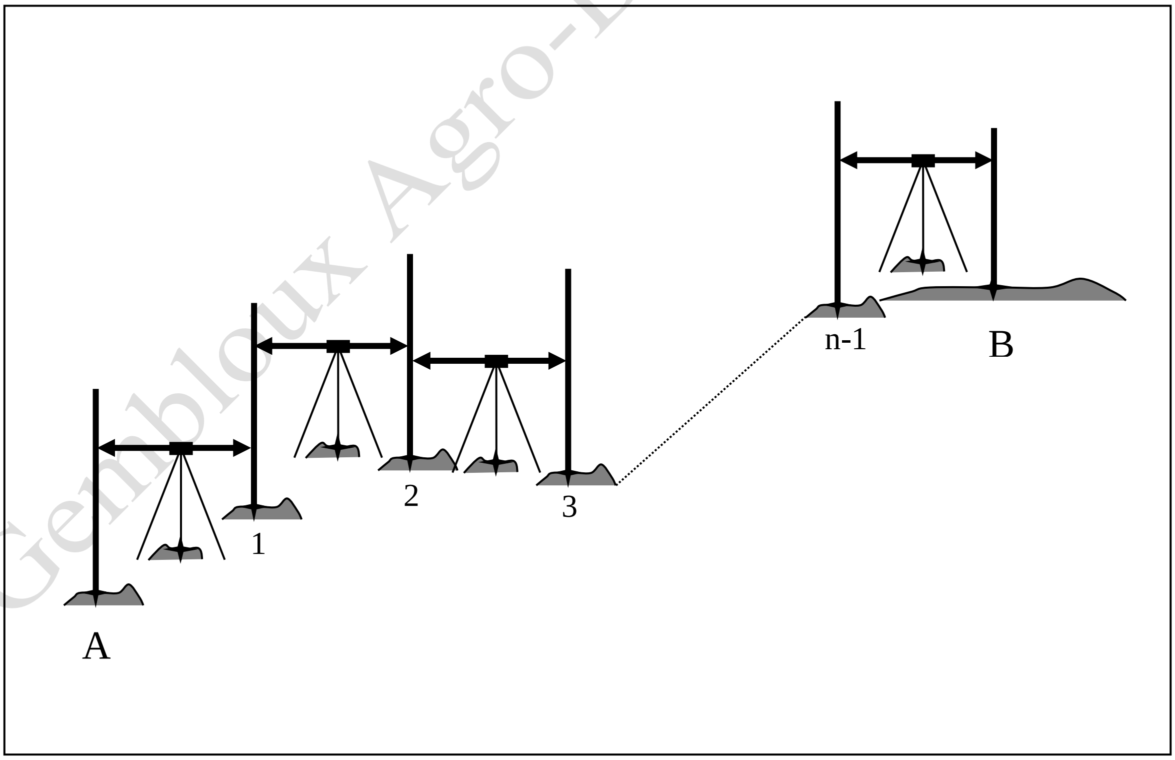

Figure 10.3.2. Nivellement direct par cheminement.

10.3.2. Le nivellement direct de précision

Le nivellement direct de précision se pratique évidemment avec un niveau de précision dont les performances sont adaptées à l'objectif de précision du nivellement (§ 10.3.4).

De plus, la procédure de mesurage est plus complexe. Elle implique nécessairement la réalisation d'un **cheminement double**, du point A vers le point B (figure 10.3.2) et, ensuite, du point B vers le point A, l'objectif étant la mesure de la dénivelée entre les points A et B, les points intermédiaires (1 à n-1) n'étant pas l'objet du nivellement. La mire posée sur le point i est visée en visée avant par le niveau lors de sa i^{ème} station. Elle pivote ensuite pour être visée en visée arrière par le niveau installé à son tour dans sa (i+1)^{ème} station.

Le cheminement retour de B vers A se pratique dans les mêmes conditions en passant éventuellement par les mêmes points intermédiaires s'ils ont été matérialisés.

La dénivelée entre les points A et B s'estime par la moyenne des dénivelées mesurées de A vers B et de B vers A. L'écart-type de cette dénivelée est donc égal à l'écart-type d'un cheminement ordinaire, divisé par $\sqrt{2}$ (§ 5.3.4[6]). L'écart-type de la différence entre les dénivelées des deux cheminements ordinaires est donc égal à l'écart-type d'un cheminement ordinaire, multiplié par $\sqrt{2}$.

La précision peut encore être améliorée en effectuant un cheminement double à doubles stations ou à doubles points de mire. Dans le premier cas, le niveau occupe deux stations légèrement différentes entre chaque paire de points intermédiaires visés. Dans le deuxième cas, ce sont les stations des points visés qui sont dédoublées. Dans les deux cas, la dénivelée entre les points A et B s'estime par la moyenne des deux dénivelées mesurées de A vers B et des deux dénivelées mesurées de B vers A. L'écart-type de cette dénivelée est donc égal à l'écart-type d'un cheminement ordinaire, divisé par $\sqrt{4}$.

10.3.3. Les erreurs systématiques du nivellement direct

La principale erreur systématique du nivellement direct est l'erreur de collimation du niveau, c'est-à-dire le défaut d'horizontalité de l'axe optique de la lunette du niveau.
La figure 10.3.3 illustre cette erreur de collimation du niveau.

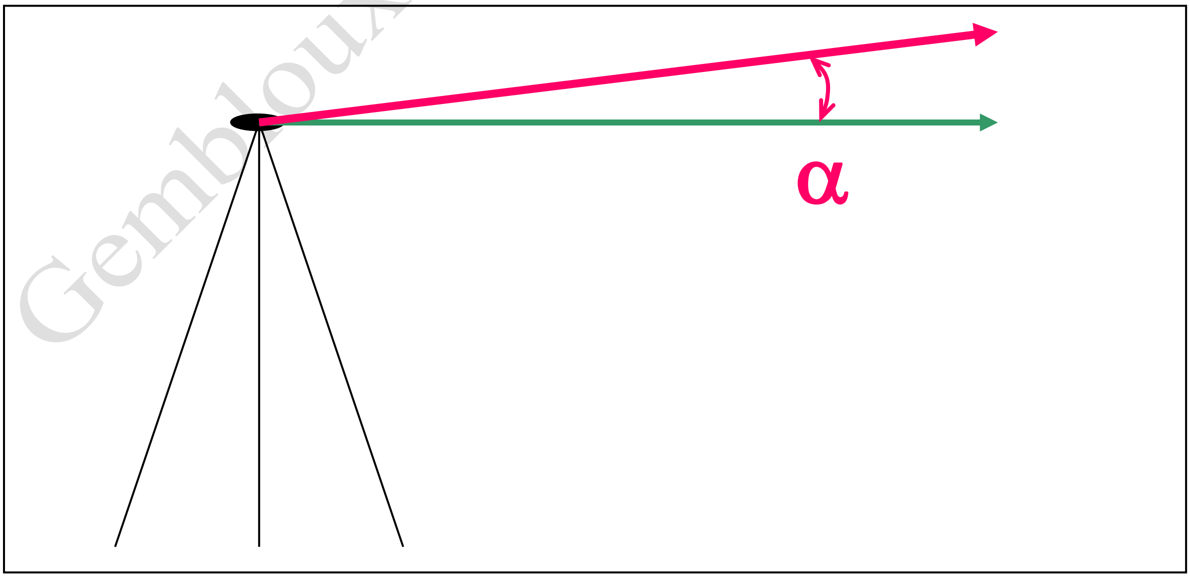

Figure 10.3.3. Erreur de collimation d'un niveau.

[6] https://hdl.handle.net/2268/293759

Cette erreur de collimation peut être identifiée et quantifiée par la technique des visées réciproques. Cela consiste à effectuer deux mesures de dénivelée entre deux points A et B. La première mesure se fait en installant le niveau sur le point A et la mire sur le point B et la deuxième en permutant niveau et mire (figure 10.3.4).

La dénivelée calculée à la suite de la première visée vaut :

$$\Delta z_1 = h_A - l'_B = h_A - l_B - e = \Delta z - e .$$

La dénivelée calculée à la suite de la deuxième visée vaut :

$$\Delta z_2 = l'_A - h_B = l_A - h_B + e = \Delta z + e .$$

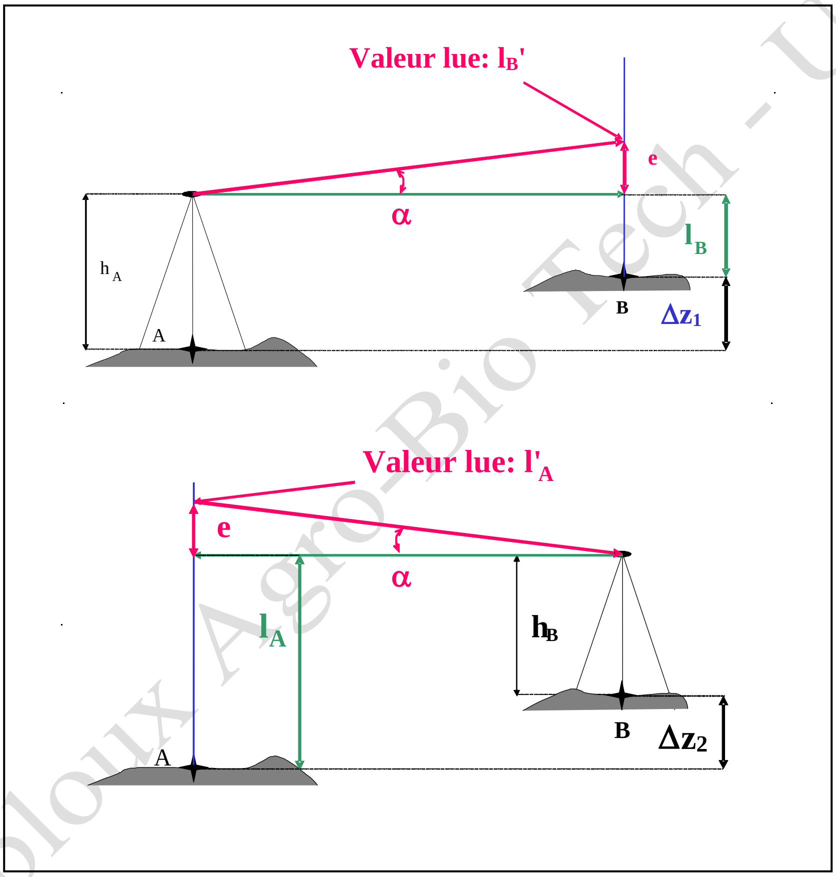

Figure 10.3.4. Mesure de la collimation par visées réciproques.

Il en résulte que l'erreur de collimation e vaut donc simplement :

$$e = \frac{\Delta z_1 - \Delta z_2}{2} .$$

De plus la dénivelée entre les points A et B peut aussi se calculer en éliminant l'effet de l'erreur de collimation par la relation :

$$\Delta z = \frac{\Delta z_1 + \Delta z_2}{2} .$$

La visée réciproque permet donc de mesurer l'erreur de collimation et d'estimer une dénivelée en éliminant l'effet de cette erreur de collimation.

A noter que l'effet de cette erreur de collimation est proportionnel à la portée. Si le niveau est positionné à mi-distance entre les deux mires, l'effet de cette erreur de collimation est éliminé. Il en est de même pour la correction de réfraction (§ 10.2.2).

Outre l'erreur de collimation du niveau, on peut aussi rencontrer comme erreur systématique du nivellement direct l'erreur d'étalonnage et le défaut de verticalité de la mire. Celle-ci devra donc faire l'objet de vérifications régulières de ses graduations et de sa nivelle.

10.3.4. Les niveaux et la précision du nivellement

1° A l'heure actuelle, les constructeurs de niveaux présentent soit des niveaux optiques automatiques, soit des niveaux dits électroniques ou digitaux.

Ces deux types de niveau sont "automatiques" dans la mesure où ils disposent d'une mise automatique de l'axe optique en position horizontale pour autant que le niveau soit mis approximativement en station (dans une fourchette d'environ 10').

Avec un niveau optique, l'opérateur doit lire la valeur de la graduation de la mire qui est interceptée par le trait horizontal du réticule de la lunette du niveau.

L'usage du niveau électronique est très largement simplifié par le fait que l'opérateur doit simplement orienter la lunette de manière à ce que l'axe optique intercepte la mire et faire la mise au point. La lecture de la mire est faite automatiquement par un processus d'analyse d'image, la mire étant graduée- par des traits d'épaisseur variable comme un code barre. La confrontation de l'image de la mire lue par le niveau et son image théorique, permet le calcul de la hauteur de la mire interceptée par l'axe optique, mais aussi de la distance séparant la mire du niveau.

La stabilité des mires a été améliorée par le recours à des mires invars.

Comme appareil de mesure de niveau, ou plus exactement de marquage de niveau, signalons le **niveau laser tournant**. Il émet un faisceau visible ou infrarouge qui matérialise un plan horizontal tout autour de lui, avec des portées de plusieurs centaines de mètres. Très utilisé dans la construction ou dans des aménagements, tant intérieurs qu'extérieurs, il se met en position horizontale automatiquement, pour une mise en station grossière à quelques dix degrés près. Sa précision est de quelques mm sur une distance de 50 mètres.

2° La précision d'un nivellement ordinaire, comprenant un seul parcours du point A au point B se caractérise par un écart-type compris entre 7 et 10 mm par kilomètre parcouru, selon le matériel utilisé, les conditions de mise en œuvre, notamment la stabilité des points de mire et les conditions météorologiques, en particulier la vitesse du vent (**Brabant, 2003**).

La précision d'un nivellement double, comme indiqué ci-dessus, est, en principe, celle d'un nivellement ordinaire, divisé par $\sqrt{2}$, soit un écart-type compris entre 5 et 7 mm.

Les constructeurs annoncent cependant des meilleures précisions avec des écarts-types par km de nivellement double qui sont de l'ordre de 2 à 3 mm pour des appareils ordinaires et de 0,3 à 1 mm pour des appareils de précision, optiques ou électroniques.

Notons que l'évaluation de la précision d'un niveau peut se faire en suivant les indications de la norme ISO 17123-2 (2001). Celle-ci recommande la mesure d'une dénivelée entre deux points distants de 60 mètres, répétée vingt fois en déplaçant légèrement le niveau pour chaque mesure de dénivelée et en débutant par la visée arrière pour les dix premières répétitions et par la visée avant pour les dix dernières répétitions. Ce dispositif est ensuite recommencé, après avoir permuté les deux mires. Les écarts entre les dénivelées mesurées et la moyenne des vingt premières dénivelées sont calculés. Il en est de même pour les écarts relatifs à la deuxième série de vingt dénivelées. Finalement, l'écart-type expérimental est calculé par l'expression :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{40} r_j^2}{38}}$$

où r_j est un des quarante écarts calculé comme indiqué ci-dessus et 38 est le nombre de degré de liberté de cet écart-type estimé. Il est égal à l'effectif des écarts (40) diminué de deux unités correspondant aux deux moyennes calculées.

Cet écart-type est étendu à un nivellement double sur un kilomètre par l'expression :

$$s_{ISO-LEV} = \frac{s}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1000}{60}} = 2,89\ s\,.$$

10.4. Le nivellement trigonométrique

Le nivellement trigonométrique se pratique avec un théodolite ou une station totale et non avec un niveau. Il consiste à déterminer l'altitude d'un point B à partir de la mesure, par le théodolite ou la station totale installée sur un point A de coordonnées connues, de la distance séparant les points A et B et de l'angle vertical (zénithal ζ_{AB} ou de hauteur η_{AB}, § 5.2.1[7]) de la visée de A vers B (figure 10.4.1).

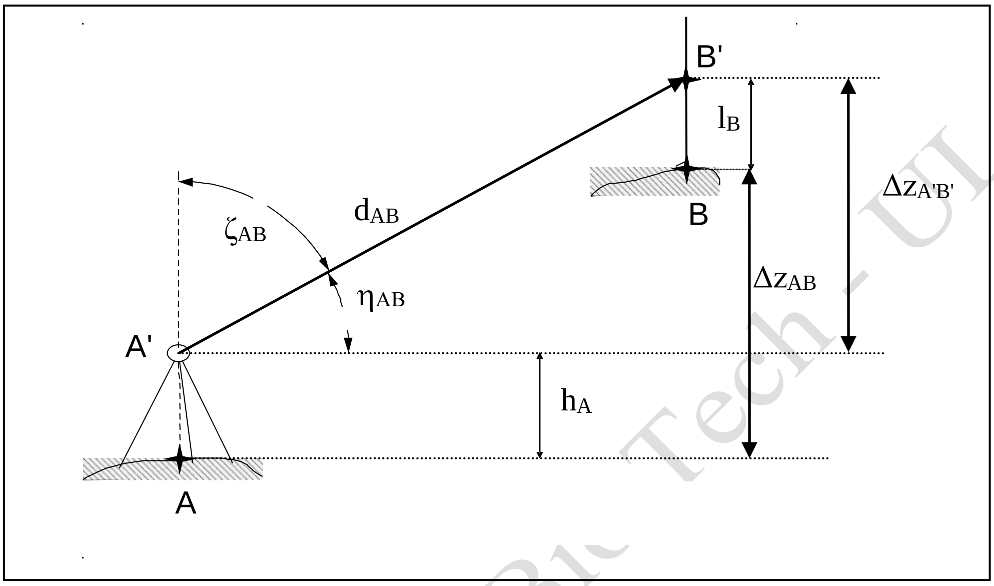

Figure 10.4.1. Nivellement trigonométrique.

De l'examen de cette figure, il vient évidemment que :

$$\Delta z_{A'B'} = z_{B'} - z_{A'} = d_{A'B'} \sin \eta_{A'B'} = d_{A'B'} \cos \zeta_{A'B'}$$

et :

$$\Delta z_{AB} = z_B - z_A = h_A + \Delta z_{A'B'} - l_B = h_A + d_{A'B'} \sin \eta_{A'B'} - l_B$$

L'avantage sur le nivellement direct est que la longueur des visées n'est plus limitée par le relief. Il n'est donc plus nécessaire de faire des stations intermédiaires entre les points dont on souhaite calculer la dénivelée, pour autant qu'ils soient visibles de l'un à l'autre.

La précision de la dénivelée ainsi déterminée se calcule en passant par la variance de cette dénivelée :

$$\sigma^2_{\Delta z_{AB}} = \sigma^2_{h_A} + \sigma^2_{d_{A'B'} \sin \eta_{A'B'}} + \sigma^2_{l_B} ,$$

où	$\sigma^2_{h_A}$	est la variance de la mesure de la hauteur de l'axe secondaire du théodolite,
	$\sigma^2_{d_{A'B'} \sin \eta_{A'B'}}$	est la variance du produit de la mesure de la distance entre les points A' et B' avec le sinus de l'angle de hauteur de cette visée,
	$\sigma^2_{l_B}$	est la variance de la mesure de la hauteur du signal visé, posé sur le point B,

[7] https://hdl.handle.net/2268/293759

	$\sigma^2_{\Delta z_{AB}}$	est la variance de la mesure de la dénivelée entre les points A et B.

On néglige fréquemment les variances des mesures de la hauteur de l'axe secondaire du théodolite et de la hauteur du signal visé, posé sur le point B. Il reste donc :

$$\sigma^2_{\Delta z_{AB}} \approx \sigma^2_{d_{A'B'}\sin\eta_{A'B'}} .$$

Rappelons que la variance d'un produit de deux variables aléatoires indépendantes X et Y se calcule par la relation :

$$\sigma^2_{XY} = m^2_X \sigma^2_Y + m^2_Y \sigma^2_X ,$$

où m_X et m_Y sont respectivement les moyennes des variables X et Y et σ^2_X et σ^2_Y sont évidemment les variances de ces deux variables. L'application de cette propriété à notre cas donne la relation :

$$\sigma^2_{\Delta z} \approx m^2_{\sin\eta_{A'B'}} \sigma^2_{d_{A'B'}} + m^2_{d_{A'B'}} \sigma^2_{\sin\eta_{A'B'}} .$$

Il reste à calculer la variance du sinus de l'angle de hauteur. Pour ce faire, rappelons la propriété suivante, permettant de calculer la variance d'une fonction d'une variable aléatoire X :

$$\sigma^2_{f(X)} \approx \left[\frac{df}{dx}\right]^2_{m_X} \cdot \sigma^2_X ,$$

formule dont l'application à notre cas donne :

$$\sigma^2_{\sin\eta_{A'B'}} \approx \left[\frac{d\sin\eta_{A'B'}}{d\eta_{A'B'}}\right]^2_{m_{\eta_{A'B'}}} \sigma^2_{\eta_{A'B'}} = \sigma^2_{\eta_{A'B'}} \cos^2\eta_{A'B'} .$$

Au final, la variance de la dénivelée se calcule donc par l'expression :

$$\sigma^2_{\Delta z} \approx m^2_{\sin\eta_{A'B'}} \sigma^2_{d_{A'B'}} + m^2_{d_{A'B'}} \sigma^2_{\eta_{A'B'}} \cos^2\eta_{A'B'} ,$$

l'écart-type de l'angle de hauteur étant exprimé en radian. Les moyennes des mesures de l'angle de hauteur et de la distance ne sont évidemment pas connues. Elles peuvent cependant être remplacées respectivement par l'angle vertical et la distance mesurés. Cette formule devient dans ce cas :

$$\sigma^2_{\Delta z} \approx \sin^2(\eta_{A'B'}) \sigma^2_{d_{A'B'}} + d^2_{A'B'} \sigma^2_{\eta_{A'B'}} \cos^2\eta_{A'B'}$$

On peut y constater que si la distance entre les deux points est élevée, il est important de mesurer l'angle vertical avec une grande précision. A l'inverse, si la visée est très inclinée, c'est la distance qui doit être mesurée avec grande précision.

L'avantage du nivellement trigonométrique sur le nivellement direct réside, comme indiqué ci-dessus, dans la possibilité de procéder à des visées sur des plus grandes distances. Cet avantage est évidemment très important depuis le recours à la mesure électronique des distances, qui permet d'effectuer des visées de plusieurs centaines de mètres, voire de kilomètres. Cependant cette distance, élevée au carré, intervient dans le calcul de la précision de la dénivelée, ce qui limite de fait les portées qui pourront être utilisées.

Si les distances sont mesurées par un distancemètre électronique, l'écart-type de la mesure distance est une fonction linéaire croissante de la distance mesurée (§ 9.3.3[8]) :

$$\sigma_{d_{A'B'}} = a + b d_{A'B'}$$

où a et b sont des constantes propres à l'instrument de mesure. Dans ce cas, on montre facilement que la précision de la mesure de la dénivelée est d'autant meilleure que la portée de la visée est faible.

Exemple 13.3.1. Calcul de la précision d'un nivellement trigonométrique avec une station totale ordinaire et une station totale de précision.

Soit à mesurer la dénivelée de deux points distants de 100 mètres. La visée du point A' vers le point B' présente un angle de hauteur de 10 grades.

La station totale ordinaire est caractérisée par les précisions suivantes :

$$\sigma_{\eta} = 0,0025^{\text{gon}}$$

$$\sigma_{d_{A'B'}} = 0,005 + 5 d_{A'B'}\ 10^{-6} = 0,0055 \text{ m}$$

On obtient, en appliquant la formule présentée ci-dessus :

$$\sigma^2_{\Delta z} \approx \sin^2(10^g)\ 0,0055^2 + 100^2\ \cos^2(10^g)\left(\frac{0,0025}{200}\pi\right)^2 = 1,5784\ 10^{-5},$$

ce qui donne comme valeur de la précision de la dénivelée l'écart-type :

$$\sigma_{\Delta z} \approx 0,0040 \text{ m}.$$

Pour comparer cette précision à celle d'un nivellement direct ordinaire sur une distance d'un km, on peut imaginer la répétition de dix nivellements trigonométriques successifs, dans les mêmes conditions (portée de 100 m et angle de hauteur de 10^{gon}). L'écart-type de la dénivelée sur la distance d'un km vaudra dans ce cas :

$$\sigma_{\Delta z} \approx 0,0040\sqrt{10} = 0,0126 \text{ m}.$$

Cette précision est inférieure à celle d'un nivellement ordinaire qui est de l'ordre de 5 mm au km. En prenant une portée de 50 mètres, répétée 20 fois pour couvrir une distance de un km, on obtient comme précision de la dénivelée sur ce km :

$$\sigma_{\Delta z} \approx 0,0021\sqrt{20} = 0,0094 \text{ m},$$

ce qui reste moins précis que le nivellement direct.

La même dénivelée est aussi mesurée avec une station totale de précision, caractérisée par les écarts-types suivants :

$$\sigma_{\eta} = 0,0003^{\text{gon}}$$

$$\sigma_{d_{A'B'}} = 0,001 + 1,5 d_{A'B'}\ 10^{-6} = 0,00115 \text{ m}$$

[8] https://hdl.handle.net/2268/293886

On obtient, en appliquant la formule présentée ci-dessus :

$$\sigma_{\Delta z}^2 \approx \sin^2(10^g)\ 0{,}00115^2 + 100^2\ \cos^2(10^g) \left(\frac{0{,}0003}{200}\pi\right)^2 = 2{,}4624\ 10^{-7},$$

ce qui donne comme valeur de la précision de la dénivelée l'écart-type :

$$\sigma_{\Delta z} \approx 0{,}00050\ \text{m},$$

et pour un nivellement sur un km, avec 10 visées de 100 m :

$$\sigma_{\Delta z} \approx 0{,}00050\sqrt{10} = 0{,}0011\ \text{m},$$

ce qui est comparable à la précision d'un nivellement double avec un niveau de précision.

Index

Index Bibliographique

L'index bibliographique peut être obtenu en suivant le lien :
https://hdl.handle.net/2268/293535