



Cours de Géométrie

[Prof. C. Debouche](#)

9. LES MESURES DE DISTANCE

Les références bibliographiques citées dans ce texte sont consultables en suivant le lien <https://hdl.handle.net/2268/293535>

Sommaire

9. LES MESURES DE DISTANCE	3
9.1. Le mesurage direct	3
9.1.1. Matériel utilisable	3
9.1.2. Le jalonnement.....	4
9.1.3. Les méthodes de mesure	6
9.1.4. Les erreurs systématiques	9
9.1.5. La précision des mesurages directs de longueur	11
9.2. Le mesurage optique	12
9.2.1. Le télémètre.....	12
9.2.2. La mesure parallactique	14
9.2.3. La mesure stadimétrique	17
9.3. Le mesurage électronique	21
9.3.1. Introduction.....	21
9.3.2. Le principe de fonctionnement d'un distancemètre électro-optique	23
9.3.3. La précision d'un distancemètre électro-optique.....	26
9.4. Les erreurs systématiques du mesurage électronique de distance et leur correction	27
9.4.1. Les erreurs propres à l'instrument	27
9.4.2. Les erreurs provenant de l'atmosphère.....	28
9.4.3. Les erreurs provenant de la trajectoire des ondes	31
9.4.4. Les corrections géométriques.....	34
1° Réduction à l'altitude moyenne	34
2° Réduction au niveau de la mer	36
3° Distance sur le géoïde.....	36
4° Altération due à la projection	37
Index des matières.....	39
Index Bibliographique.....	39

9. LES MESURES DE DISTANCE

9.1. Le mesurage direct

La mesure d'une distance est directe si celle-ci est parcourue entièrement en comptant le nombre de fois qu'un étalon de mesure peut s'y déployer. Cet étalon peut être le pas de l'opérateur, la circonférence d'une roue, une règle en bois ou en métal, éventuellement télescopique et graduée, une chaîne d'arpenteur, un ruban souple, en acier, plastique ou fibre de verre, etc.

9.1.1. Matériel utilisable

1° La manière la plus simple de mesurer une distance est de la parcourir en comptant le **nombre de pas** nécessaires. Ce comptage peut être facilité par l'utilisation d'un **podomètre** qui se porte habituellement à la ceinture et qui compte le nombre de pas réalisés. Son encombrement est comparable à celui d'une grosse montre. L'opérateur peut facilement calibrer la longueur moyenne de son pas. Généralement la longueur d'un double pas est égale à la taille de l'opérateur. Il faut aussi tenir compte du fait que le pas est influencé par la pente du parcours. Il est approximativement raccourci d'un pourcentage égal à celle-ci. On peut espérer une précision comprise entre un et deux pourcents de la distance parcourue (**BRINKER ET WOLF, 1984, P.50 ET DURBEC, 1981, P.44**).

2° Une autre méthode simple de mesurer une distance est de la parcourir avec une roue calibrée que l'on pousse au moyen d'un manche et qui est munie d'un compte-tours. Cet équipement s'appelle un **odomètre** ou une **roue à compteur**.

3° Le **télescomètre** est composé d'éléments métalliques rigides et coulissants les uns dans les autres, ce qui rend l'ensemble télescopique. Sa longueur maximale est ainsi variable et généralement limitée à cinq mètres. Il est pourvu d'un dispositif qui permet d'en lire la longueur effectivement déployée.

4° La **chaîne d'arpenteur**, pratiquement abandonnée à l'heure actuelle, est constituée de maillons en fils de fer reliés entre eux par des anneaux distants l'un de l'autre de 20 cm. Elle avait généralement une longueur de 20 m.

5° Le **ruban d'acier** est utilisé pour les mesures de précision moyenne. Il peut avoir une longueur de 10, 20, 30 ou 50 m. Ses extrémités sont constituées par des poignées articulées, incluses dans la longueur du ruban. Celles-ci sont pourvues d'une cannelure demi-circulaire qui permet de recevoir la fiche enfoncée dans le sol afin de matérialiser le report des portées sans provoquer d'erreur systématique. Sa manipulation est moins facile du fait de sa rigidité. Par contre il est de dimension plus stable.

6° La **roulette** est d'un emploi plus facile. Elle est munie d'un ruban en plastique, fibre de verre ou acier souple qui s'enroule dans un boîtier au moyen d'une manivelle.

9. Les mesures de distance

7° le matériel auxiliaire utile au mesurage direct se compose de jalons, d'un fil à plomb ainsi que de fiches qui seront plantées dans le sol par l'opérateur avant et à l'extrémité de l'étalon de mesure chaque fois que celui-ci sera complètement déployé. Elles sont ramassées par l'opérateur arrière qui fixera grâce à elles le point de départ de la portée suivante de l'étalon de mesure. Le dénombrement des fiches ainsi échangées entre les deux opérateurs permet de connaître le nombre de fois que l'étalon de mesure a été déployé lors du parcours de la distance à mesurer. Ces fiches sont faites de gros fil de fer, d'une longueur d'environ 20 cm, épointées à une extrémité et cintrées en forme d'anneau à l'autre.

9.1.2. Le jalonnement

Si la distance à mesurer est grande ou si ses deux extrémités ne sont pas en visibilité l'une de l'autre, il faut procéder au **jalonnement**, c'est-à-dire à l'alignement de plusieurs jalons entre ces deux extrémités.

En l'absence d'obstacle sur la distance à mesurer, un des deux opérateurs se place à une extrémité de l'alignement, à quelques pas derrière le jalon origine situé en O (figure 9.1.1). En visant l'autre extrémité de l'alignement, il fait placer les jalons par un autre opérateur en commençant par les plus éloignés. Cette opération peut également se réaliser avec l'aide d'un théodolite placé en station sur le point O et visant le pied du jalon d'extrémité A.

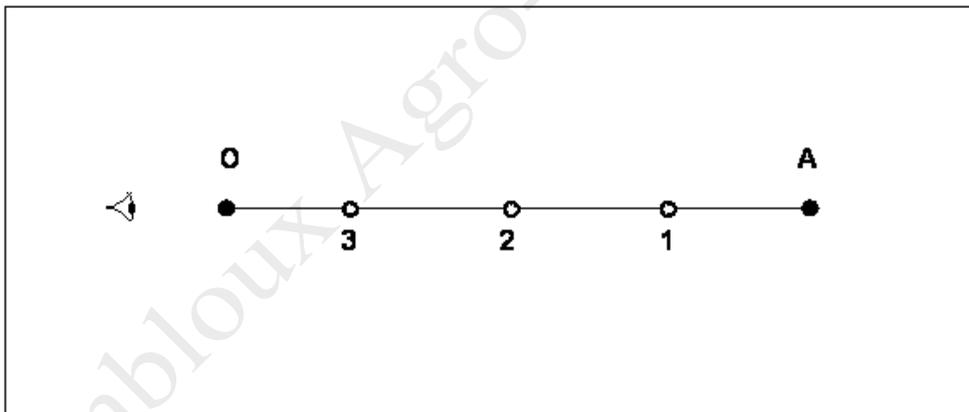


Figure 9.1.1. Jalonnement à vue.

Si le relief empêche la vue complète sur tout l'alignement (butte ou vallée), il faut procéder par approximations successives (figure 9.1.2). Un premier opérateur se place sur la butte en 1 de manière à voir l'alignement 1-O. Il indique au deuxième opérateur l'emplacement du jalon en 2, dans cet alignement. Ensuite le deuxième opérateur se met en position de voir l'alignement 2-A et indique au premier opérateur une nouvelle position pour le jalon 1 dans cet alignement. La répétition de cette double opération permet d'amener les deux jalons sur les points M et N de l'alignement OA.

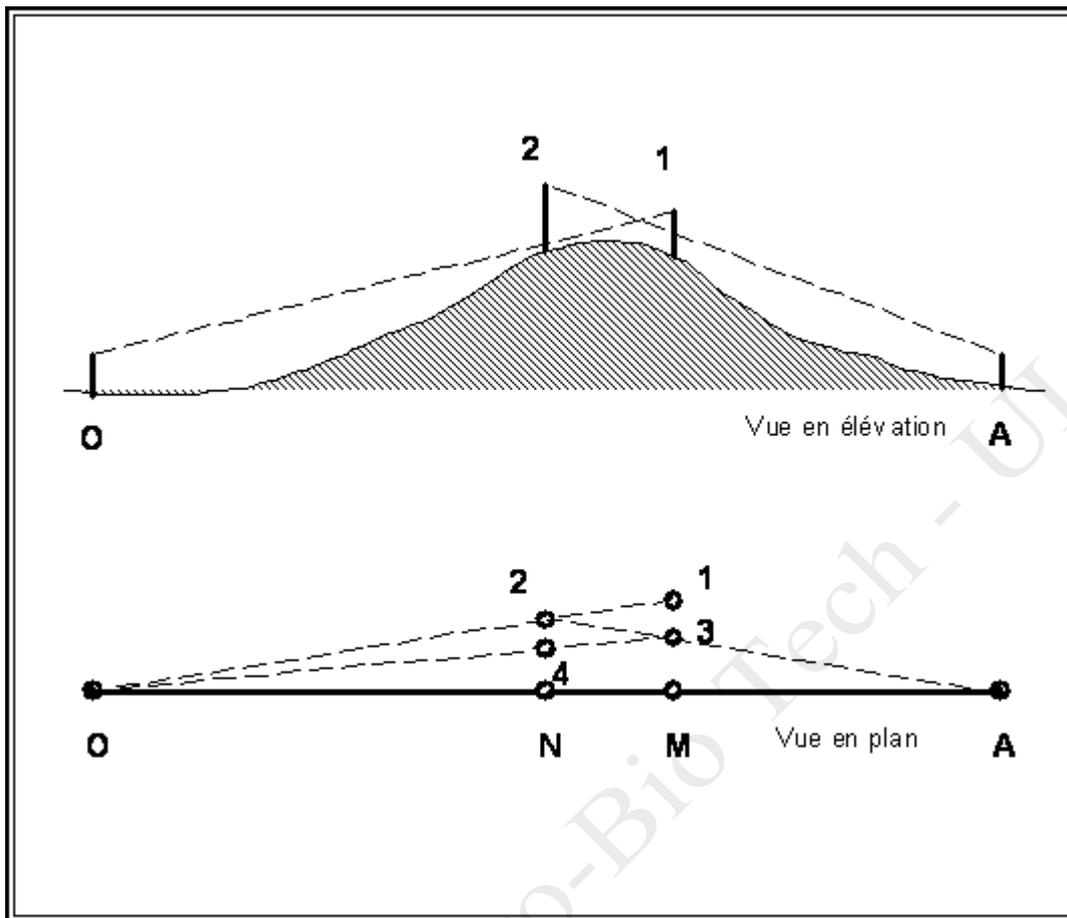


Figure 9.1.2. Jalonnement d'un alignement franchissant une butte.

Si un obstacle important empêche la vue complète sur tout l'alignement (immeuble par exemple), le jalonnement se fera au moyen d'un alignement auxiliaire passant à côté de l'obstacle (OP sur la figure 9.1.3). En plus des jalons situés en O et en A et qui matérialisent l'alignement à jalonner, il faut donc implanter un jalon en un point quelconque P qui matérialise ainsi l'alignement auxiliaire.

Sur ce dernier alignement et au moyen d'une équerre optique, on abaisse la perpendiculaire EE', ce qui permet d'installer un jalon en E'.

Deux points 1' et 2' sont choisis sur l'alignement OP de manière telle que les perpendiculaires 1'1'' et 2'2'' puissent être tracées de part et d'autre de l'obstacle.

Les distances O2', O1', OE' et EE' sont ensuite mesurées, ce qui permet le calcul des distances:

$$11' = O1' \frac{EE'}{OE'} \quad \text{et} \quad 22' = O2' \frac{EE'}{OE'}$$

La connaissance de ces deux distances permet de situer les jalons 1 et 2.

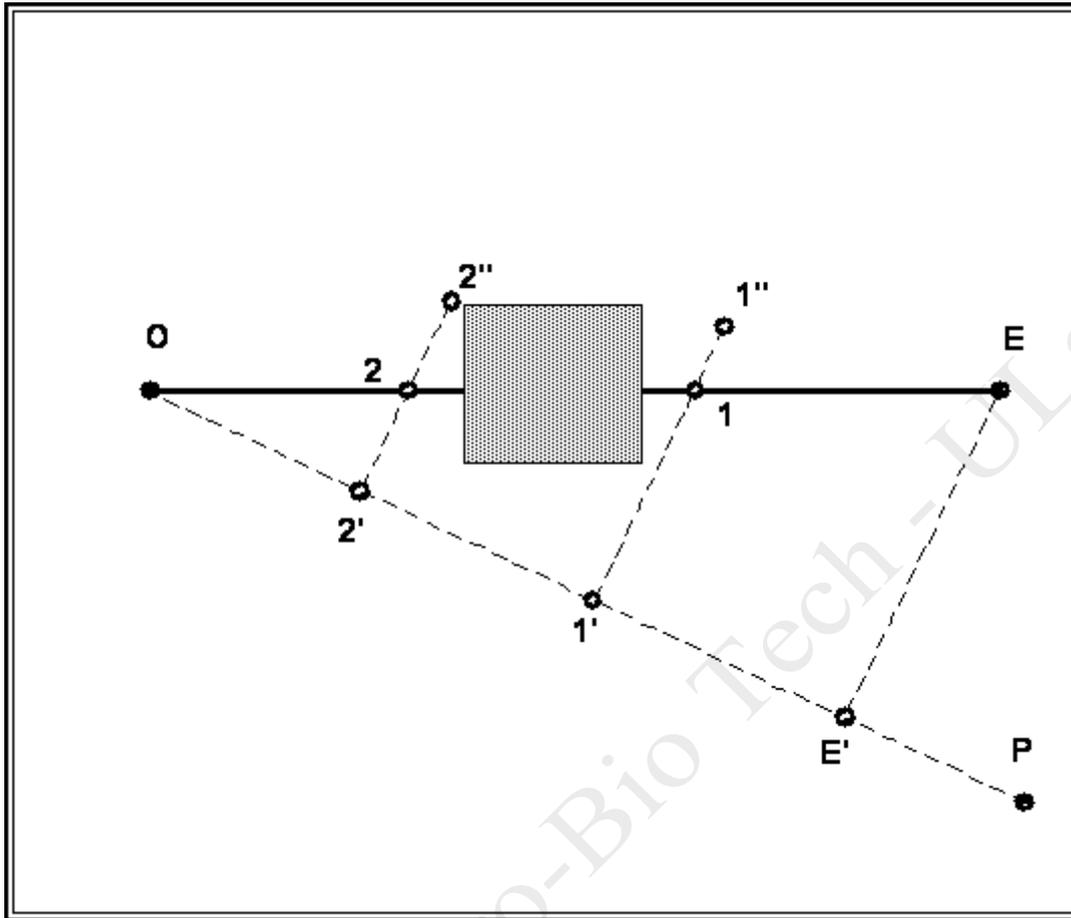


Figure 9.1.3. Jalonnement d'un alignement encombré par un obstacle.

9.1.3. Les méthodes de mesure

1° Le **mesurage à plat** se réalise en posant l'étalon de mesure sur le sol. La distance ainsi mesurée est donc une distance oblique qu'il faut transformer pour obtenir la distance horizontale correspondante par la relation (figure 9.1.4) :

$$AB_z = AB \cos \eta,$$

où AB_z est la distance horizontale entre les points A et B;
 AB est la distance oblique mesurée en suivant la pente du terrain ;
 η est l'angle de hauteur.

On constate donc que si la mesure se fait à plat, il s'agit évidemment de la mesure d'une distance oblique, du moins si la pente du terrain est suffisamment régulière. En outre, comme la distance qui doit être considérée est toujours la distance horizontale, l'angle de hauteur η doit également être mesuré. Cette dernière mesure ne requiert généralement pas une grande précision pour autant que le relief ne soit pas trop accidenté. Il suffira le plus souvent de mesurer cet angle de hauteur avec un

9. Les mesures de distance

clinomètre. Celui-ci est un appareil peu encombrant qui est constitué d'un cercle vertical gradué, solidaire d'une nivelle et complété par un dispositif de visée, mobile autour du centre du cercle gradué.

La dénivelée entre les points A et B s'obtient par la relation :

$$\Delta z_{AB} = AB \sin \eta.$$

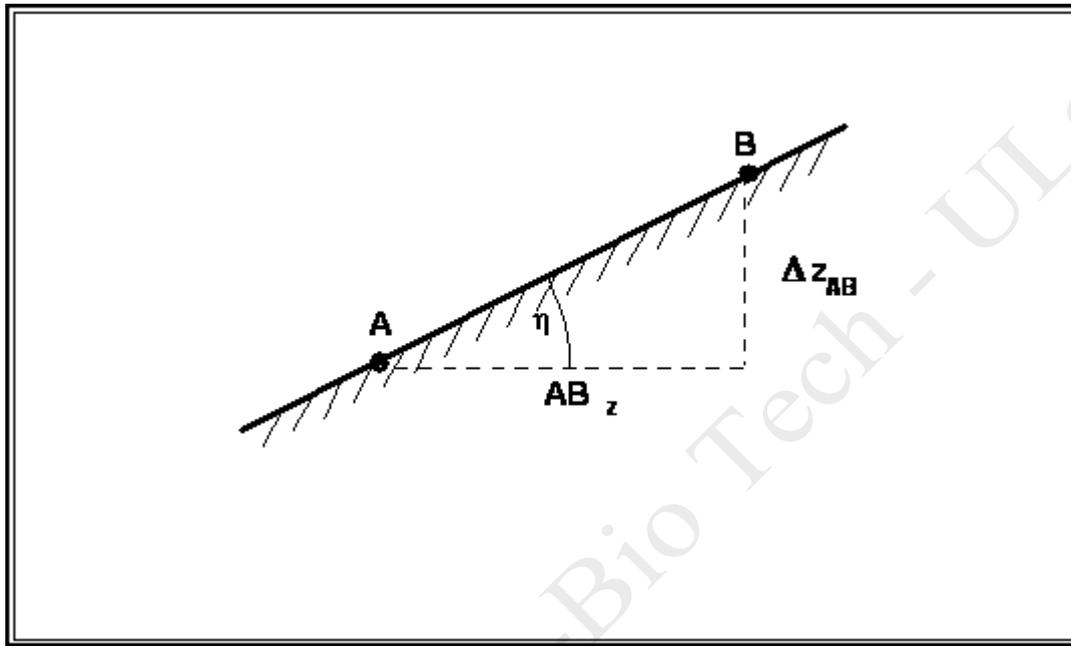


Figure 9.1.4. Mesurage à plat.

2° Le **mesurage en mode suspendu** est utilisé pour des mesures de précision, lorsque la pente entre les deux extrémités est irrégulière ou lorsque le terrain ne permet pas la mesure à plat. Dans ce cas, le fil ou le ruban est suspendu et tendu par des poids (figure 9.1.5).

Le mesurage se fait sur les têtes A' et B' de trépieds spéciaux placés au-dessus des points A et B du terrain. En raison de la flèche que présente le ruban suspendu, il y a évidemment une différence entre la distance A'B' et la longueur de ruban déployée entre ces deux points. C'est cette dernière grandeur qui est lue par les opérateurs. La correction d'étalonnage nécessaire au calcul de la distance A'B' est fournie par le constructeur du ruban en fonction de la température ambiante pour une valeur précise du poids suspendu au ruban. Les opérateurs doivent donc mesurer la longueur du ruban déployé entre les points A' et B', la température ainsi que la dénivelée entre les têtes A' et B' des trépieds. Cette dernière mesure peut se faire au clinomètre ou au niveau (chapitre 10) si une meilleure précision est souhaitée.

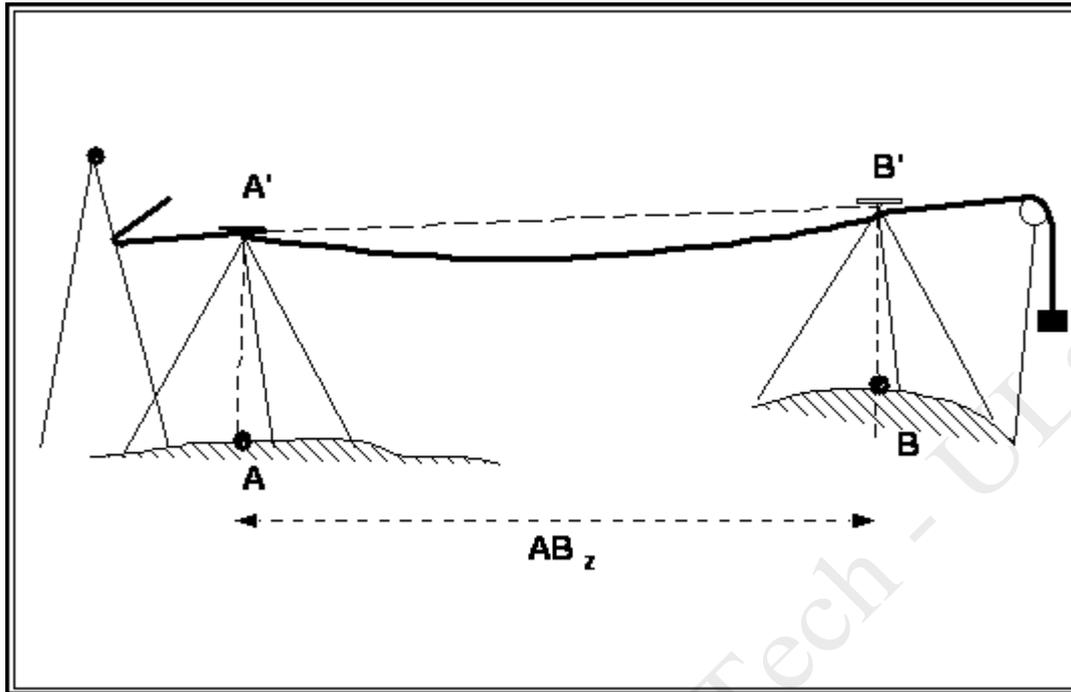


Figure 9.1.5. Mesurage en mode suspendu.

3° Le mesurage par ressauts successifs suppose que l'étalon de mesure est maintenu en position horizontale "estimée" lors de chaque portée, dont les extrémités sont "descendues" au moyen d'un fil à plomb (figure 9.1.6). On opère généralement en descendant pour que l'origine de l'étalon de mesure ait un point d'appui stable. Ce mode de mesurage s'appelle aussi la **cultellation** (DURBEC, 1984, p.50).

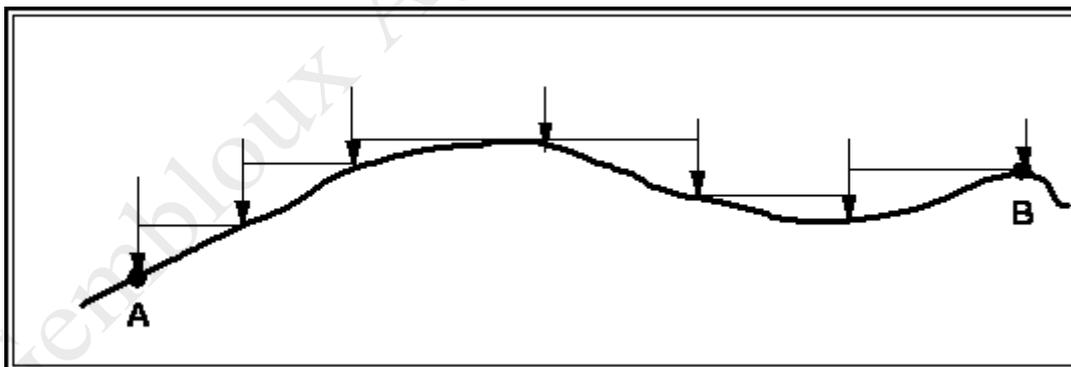


Figure 9.1.6. Mesurage par ressauts successifs.

Ce procédé est long et imprécis. Il sera évité autant que possible.

9.1.4. Les erreurs systématiques

Différentes erreurs systématiques peuvent être commises lors du mesurage direct par report d'un étalon de mesure. Elles peuvent être liées au mode opératoire ou à l'étalon de mesure lui-même. Précisons que si ce dernier est trop long par rapport à sa longueur nominale, son utilisation donnera une mesure de distance trop petite et inversement.

Pour chaque type d'erreur systématique une correction additive sera calculée. Elle doit donc être ajoutée au résultat du mesurage. Seront prises en considération les erreurs d'étalonnage, d'alignement, d'horizontalité, de dilatation et de tension

1° L'**étalonnage** de l'étalon de mesure est indispensable car sa longueur réelle est rarement identique à sa longueur nominale. Cet étalonnage doit se répéter régulièrement. La correction qui en résulte est la suivante :

$$c_e = AB_m \left(\frac{l_r - l_n}{l_n} \right),$$

où c_e est la correction d'étalonnage qui s'additionne à la mesure réalisée;
 AB_m est le résultat de la mesure de longueur ;
 l_r est la longueur réelle de l'étalon de mesure ;
 l_n est la longueur nominale de l'étalon de mesure.

Cette correction d'étalonnage peut être positive ou négative.

2° Le défaut d'alignement entraîne toujours une majoration de la distance mesurée. La correction se calcule par l'expression suivante (figure 9.1.7) :

$$c_a \approx -\frac{e^2}{2AB'}$$

qui découle du raisonnement suivant:

$$\begin{aligned} AB'^2 - AB^2 &= e^2 \\ (AB' - AB)(AB' + AB) &= e^2 \end{aligned}$$

En considérant que $AB' \approx AB$, la dernière expression devient :

$$(-c_a)(2AB') = e^2 .$$

Les corrections d'alignement sont généralement faibles si pas négligeables. Elles doivent cependant être prises en considération sur de faibles distances.

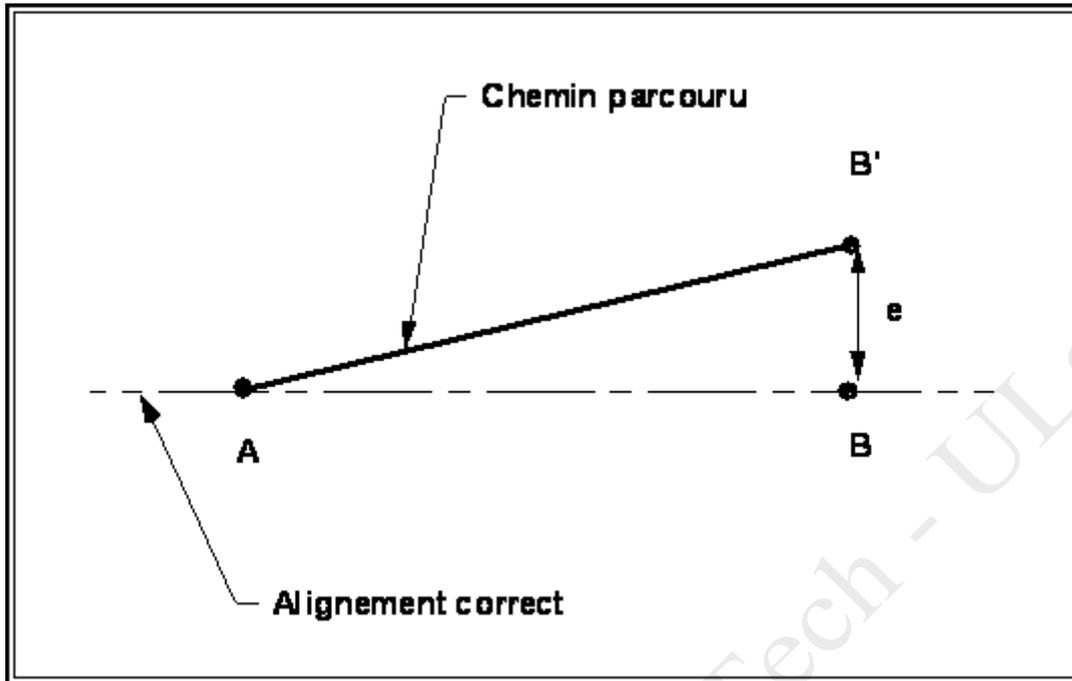


Figure 9.1.7. Correction pour mauvais alignement.

3° Le défaut d'horizontalité est de même nature que le défaut d'alignement. Il faut cependant lui accorder plus d'attention qu'à l'alignement car l'horizontalité est plus difficile à réaliser.

4° La **dilatation** sous l'effet d'une variation de température est une caractéristique de tous les matériaux. Il est convenu de définir les longueurs nominales à la température de 20°C. La correction relative à la dilatation se calcule par la relation suivante :

$$c_d = AB_m k(t - 20)$$

où AB_m est la distance mesurée;
 k est le coefficient de dilatation propre à l'étalon de mesure utilisé;
 t est la température de l'étalon de mesure exprimée en °C;
 c_d est la correction additive de dilatation.

A titre d'exemple signalons que le coefficient de dilatation de l'acier est d'environ 1/80 000 par degré Celsius et celui de l'acier invar d'environ 1/2 000 000 par degré Celsius.

9. Les mesures de distance

5° La **tension** appliquée à l'étalon de mesure peut modifier également sa longueur réelle. La correction qui en résulte se calcule par :

$$c_t = \frac{(T - T_0)}{S E} AB_m,$$

où	c_t	est la correction additive de la tension;
	T	est la tension effectivement appliquée à l'étalon de mesure lors du mesurage exprimée en daN ;
	T_0	est la tension effectivement appliquée à l'étalon de mesure lors de son étalonnage exprimée en daN ;
	S	est la section de l'étalon de mesure en mm ² ;
	E	est le module d'élasticité propre au matériau de l'étalon de mesure exprimé en daN/mm ² ;
	AB_m	est le résultat du mesurage de la distance.

Le module d'élasticité de l'acier est d'environ 25 000 daN/mm². La tension à l'étalonnage des rubans d'acier est généralement de 4,5 daN. Une variation de 2 daN donne une erreur d'environ 1 mm pour un ruban d'acier de 30 m dont la section est de 2,6 mm².

9.1.5. La précision des mesurages directs de longueur

Les erreurs accidentelles du mesurage direct sont principalement des erreurs d'appréciation, ou d'évaluation de coïncidence. Parmi les principales, nous pouvons citer :

- erreur de verticalité du jalon;
- erreur de mise en place du jalon à l'extrémité de l'étalon de mesure
- erreur d'appréciation de la lecture due à l'imperfection des sens de l'opérateur;
- erreur dans la détermination de la température de l'étalon de mesure;
- défaut dans l'application de la bonne tension;
- déplacement du fil à plomb ou de l'étalon de mesure par le vent;
- etc.

Exprimée en terme d'écart-type et pour une longueur de 100 m environ, la précision d'un mesurage effectué avec un ruban à poignées incorporées munies de cannelures demi-circulaires peut être estimée à (Brabant 1980):

- 1 cm pour un mesurage à plat, aller et retour ;
- 0,01 mm pour un mesurage de précision en mode suspendu ;
- > à 5 cm pour un mesurage par ressauts successifs.

Ces chiffres ne concernent que l'effet des erreurs accidentelles. Il faut évidemment y ajouter les erreurs systématiques qui représentent souvent une valeur supérieure à l'effet des erreurs accidentelles.

9.2. Le mesurage optique

9.2.1. Le télémètre

Le **télémètre** est un appareil optique qui comprend deux objectifs dont les axes sont parallèles et qui sont situés à une distance fixe l'un de l'autre. Cette distance s'appelle la **base du télémètre**. La figure 9.2.1 schématise le fonctionnement de cet appareil. Soit un objet A, situé sur la médiatrice de la base du télémètre O_1O_2 , à une distance AC de celle-ci. Une image a_1 de cet objet supposé situé pratiquement à l'infini, va se former dans le plan focal du premier objectif, à une distance f de celui-ci. Une deuxième image a_2 de ce même objet va se former dans le plan focal du deuxième objectif identique au premier et donc caractérisé par une distance focale f identique. Par un jeu de prismes et de miroirs, l'image a_1 est transportée en a'_1 . Elle peut donc être vue en même temps que a_2 au moyen d'un seul oculaire. De plus, un micromètre optique, semblable à celui qui équipe les théodolites (§ 4.2.4¹, figure 4.2.12), permet de mesurer la distance $a'_1 a_2$ en amenant ces deux images en coïncidence.

¹ <https://hdl.handle.net/2268/293670>

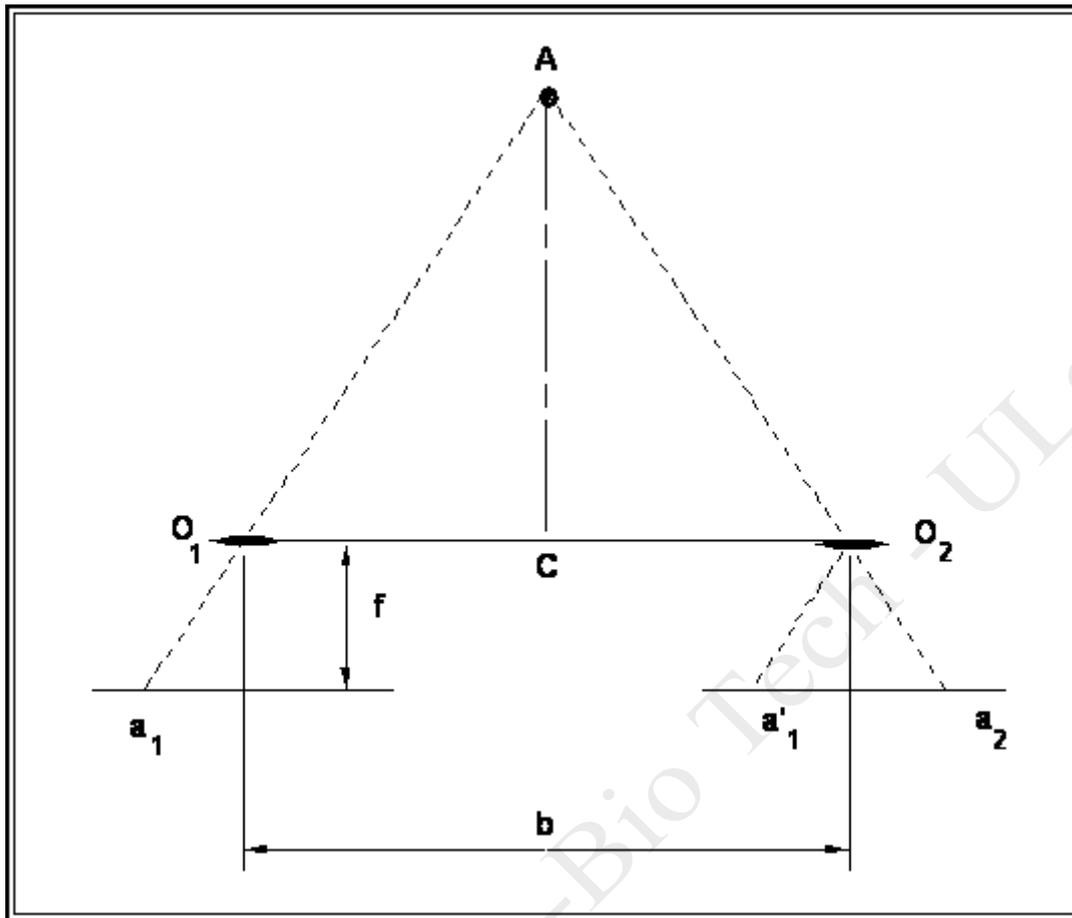


Figure 9.2.1. Schéma de fonctionnement d'un télémètre.

Les deux triangles AO_1O_2 et $O_2a'_1a_2$ sont semblables, ce qui permet de calculer la distance AC que l'on cherche à mesurer à partir de la relation :

$$AC = \frac{b f}{a'_1 a_2}$$

Les grandeurs b et f sont des caractéristiques connues du télémètre. La distance séparant les images a'_1 et a_2 peut se mesurer facilement avec le micromètre optique en amenant en coïncidence ces deux images vues par un oculaire unique. On peut donc en déduire la distance recherchée AC . Les graduations du micromètre expriment directement la distance AC en m.

Le grand avantage du télémètre est qu'il ne nécessite pas l'accès au point visé. Son inconvénient réside essentiellement dans sa précision qui est relativement mauvaise. A titre d'exemple, pour un télémètre de base égale à 25 cm et de portée comprise entre 35 et 300 m, l'écart-type de la distance mesurée varie entre 1 m et 50 m.

Le télémètre peut être utilisé en lever forestier ou en reconnaissance.

9.2.2. La mesure parallactique

La **mesure parallactique d'une distance** (ou **mesure à la barre stadimétrique**) consiste à mesurer l'angle horizontal α compris entre les visées successives sur deux signaux dessinés aux extrémités d'une mire horizontale installée sur le point visé (figure 9.2.2). Cette mire est orientée perpendiculairement à l'axe optique de la visée par l'intermédiaire d'un petit viseur qui lui est solidaire et qui est appelé **collimateur**.

La mesure de cet angle α se fait au théodolite. La distance k , entre les deux signaux dessinés aux extrémités de la mire horizontale est généralement de 2 m. La distance horizontale entre le point de station A et le point visé B se calcule par la relation :

$$AB_z = \frac{k}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{k}{2} \cot \frac{\alpha}{2}$$

Comme l'angle α est généralement suffisamment petit (pour des distances supérieures à 50 m), on peut confondre la tangente et son angle exprimé en radian. Cela permet d'écrire :

$$AB_z \approx \frac{k}{\alpha}$$

La précision d'une mesure parallactique de longueur dépend évidemment de la précision avec laquelle l'angle α est mesuré. Celle-ci dépend du théodolite utilisé pour la mesure de cet angle ainsi que de la procédure mise en œuvre (§ 7.4.2²). La relation suivante peut être utilisée pour calculer l'écart-type de la distance horizontale (**DAGNELIE, 2007, P.228**):

$$\sigma_{AB_z}^2 \approx \sigma_\alpha^2 \left[\frac{d}{d\alpha} (AB_z) \right]_{m_\alpha}^2 .$$

² <https://hdl.handle.net/2268/293804>

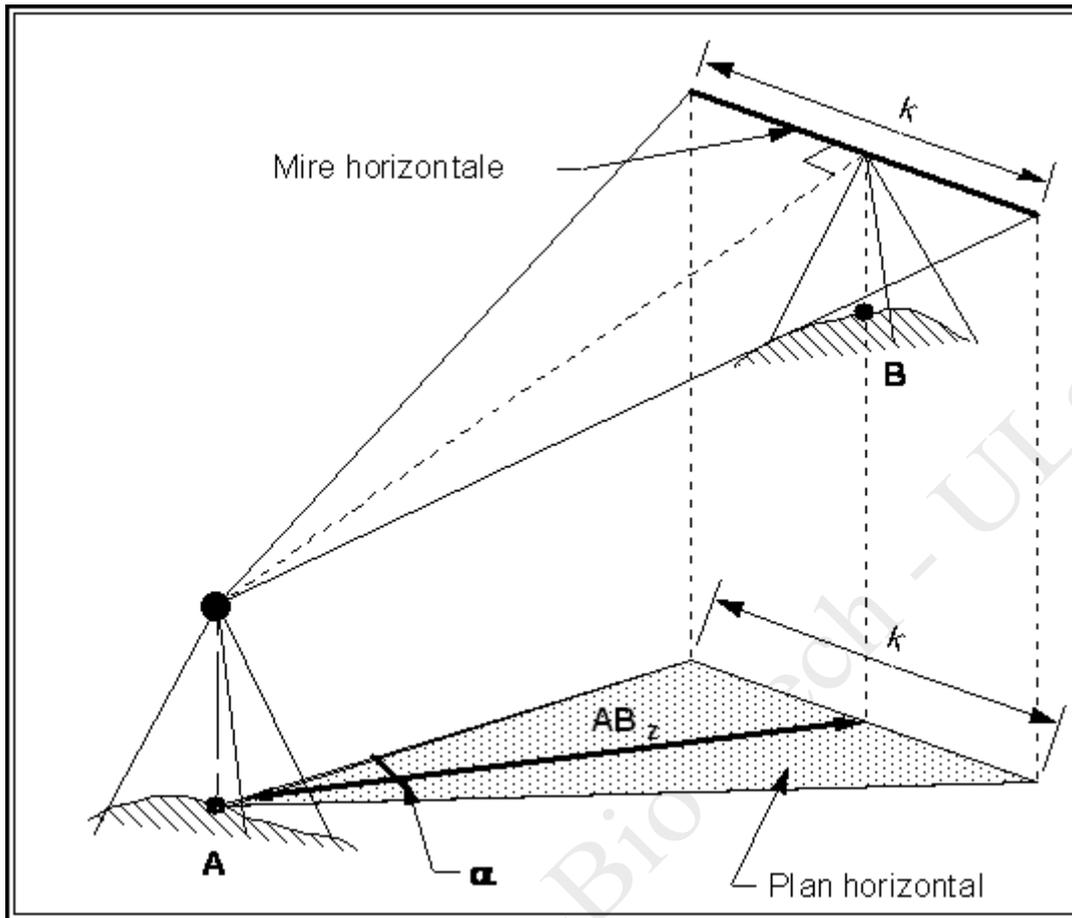


Figure 9.2.2. La mesure parallaxique d'une distance.

En développant la dérivation, cette expression peut devenir :

$$\sigma_{AB_z}^2 \approx \sigma_{\alpha}^2 \left[-\frac{k}{\alpha^2} \right]_{m_{\alpha}}^2 .$$

En prenant comme estimation de la moyenne m_{α} la valeur mesurée de l'angle α , ou la moyenne des répétitions éventuelles de cette mesure, on obtient :

$$\sigma_{AB_z} = \frac{k}{\alpha^2} \sigma_{\alpha} .$$

En fonction de la relation existant entre la distance AB_z et l'angle α , cette relation peut aussi s'écrire :

$$\sigma_{AB_z} = \frac{AB_z^2}{k} \sigma_{\alpha} .$$

L'angle parallaxique est en principe mesuré par deux paires de séquences avec un théodolite de précision, ce qui correspond à un écart-type σ_{α} d'environ 3,5 dgon ou $5,5 \cdot 10^{-6}$ radian. La figure

9. Les mesures de distance

9.2.3 présente l'évolution de l'écart-type de la distance parallactique mesurée par un théodolite de précision, une mire de 2 m et deux séquences.

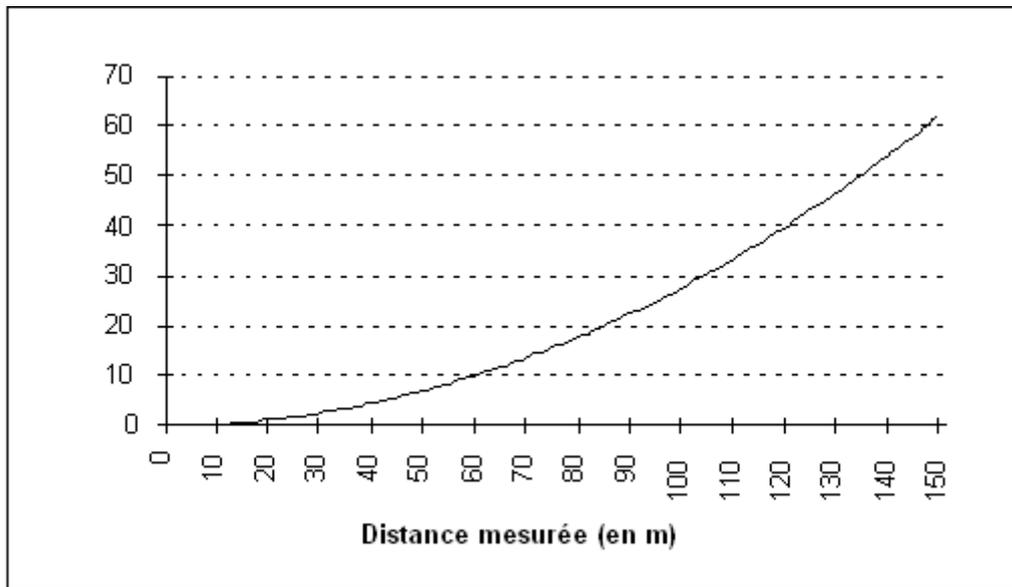


Figure 9.2.3. La précision d'une mesure parallactique d'une distance.

La précision de la mesure parallactique d'une distance peut être améliorée en subdivisant la distance totale en plusieurs tronçons approximativement égaux. La figure 9.2.4 présente la subdivision de la distance AB en six tronçons, nécessitant quatre stations différentes pour le théodolite et trois pour la mire.

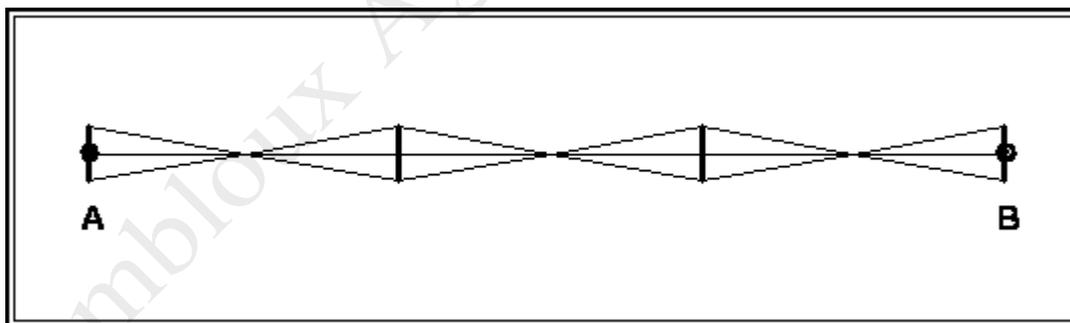


Figure 9.2.4. Mesure parallactique d'une distance par subdivision en six tronçons.

L'écart-type de la mesure d'un des n tronçons dont la longueur vaut approximativement AB/n , se calcule par la relation :

$$\sigma_{AB_z/n} = \frac{AB_z^2}{k n^2} \sigma_\alpha$$

La distance totale sera estimée par la somme de la distance mesurée pour chaque tronçon. En

9. Les mesures de distance

conséquence, et en supposant indépendantes les erreurs commises sur la mesure des différents tronçons, l'écart-type de ce total vaudra :

$$\sigma_{AB_z} = \sqrt{n} \sigma_{AB_z/n} = \sqrt{n} \frac{AB_z^2}{k n^2} \sigma_\alpha = \frac{1}{n^{1,5}} \frac{AB_z^2}{k} \sigma_\alpha.$$

La division de la distance AB en n tronçons permet donc de réduire son écart-type d'un facteur $n^{3/2}$.

9.2.3. La mesure stadimétrique

1° La stadimétrie est une mesure optique indirecte de distance. Elle peut être mise en œuvre grâce à la présence de deux traits horizontaux gravés sur le réticule de la lunette topographique utilisée (tant sur un théodolite que sur un niveau) et disposés symétriquement par rapport au fil axial horizontal (figure 9.2.5). Ces traits portent le nom de **traits stadimétriques**. Cette méthode requiert également l'utilisation d'une mire graduée, disposée verticalement à l'extrémité de la distance à mesurer.

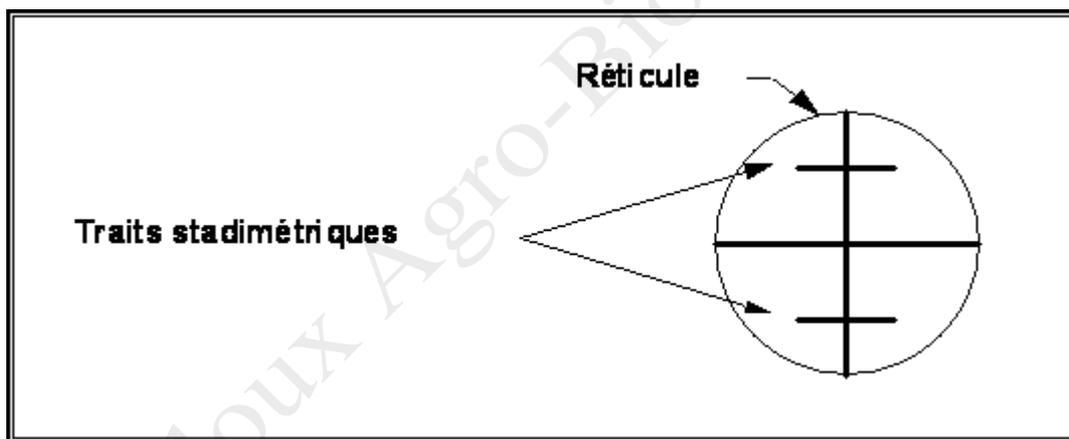


Figure 9.2.5. Traits stadimétriques.

Rappelons que l'image de l'objet visé, la mire graduée en l'occurrence, vient se former dans le plan du réticule par la mise au point (§ 7.1.3). La figure 9.2.6 présente le schéma optique de cette méthode de mesure, dans le cas simple d'une lunette topographique ancienne, dépourvue d'une lentille baladeuse de mise au point.

On peut remarquer dans la figure 9.2.6 que les deux triangles abc et cde sont semblables car opposés par un de leurs sommets. Cela permet d'écrire :

$$\frac{d}{m} = \frac{s}{f} \text{ ou } d = \frac{s}{f} m = k m,$$

où d est la distance qui sépare la mire du foyer objet de l'objectif;

9. Les mesures de distance

- s est la distance fixe entre les traits stadimétriques;
- f est la distance focale de l'objectif, également fixe;
- m est la portion de l'image de la mire interceptée par les traits stadimétriques.

Cette valeur de m peut être lue, au moyen de l'oculaire de la lunette, sur l'image de la mire graduée qui est superposée au réticule. Le rapport s/f est une constante, caractéristique de la lunette topographique. Elle porte le nom de **constante stadimétrique**. Les constructeurs choisissent en général la valeur 100 pour ce rapport, ce qui facilite évidemment le calcul de d.

Il subsiste cependant une différence entre la distance AB que l'on souhaite mesurer et la valeur de d qui peut être ainsi calculée. On a en effet :

$$AB = d + f + c.$$

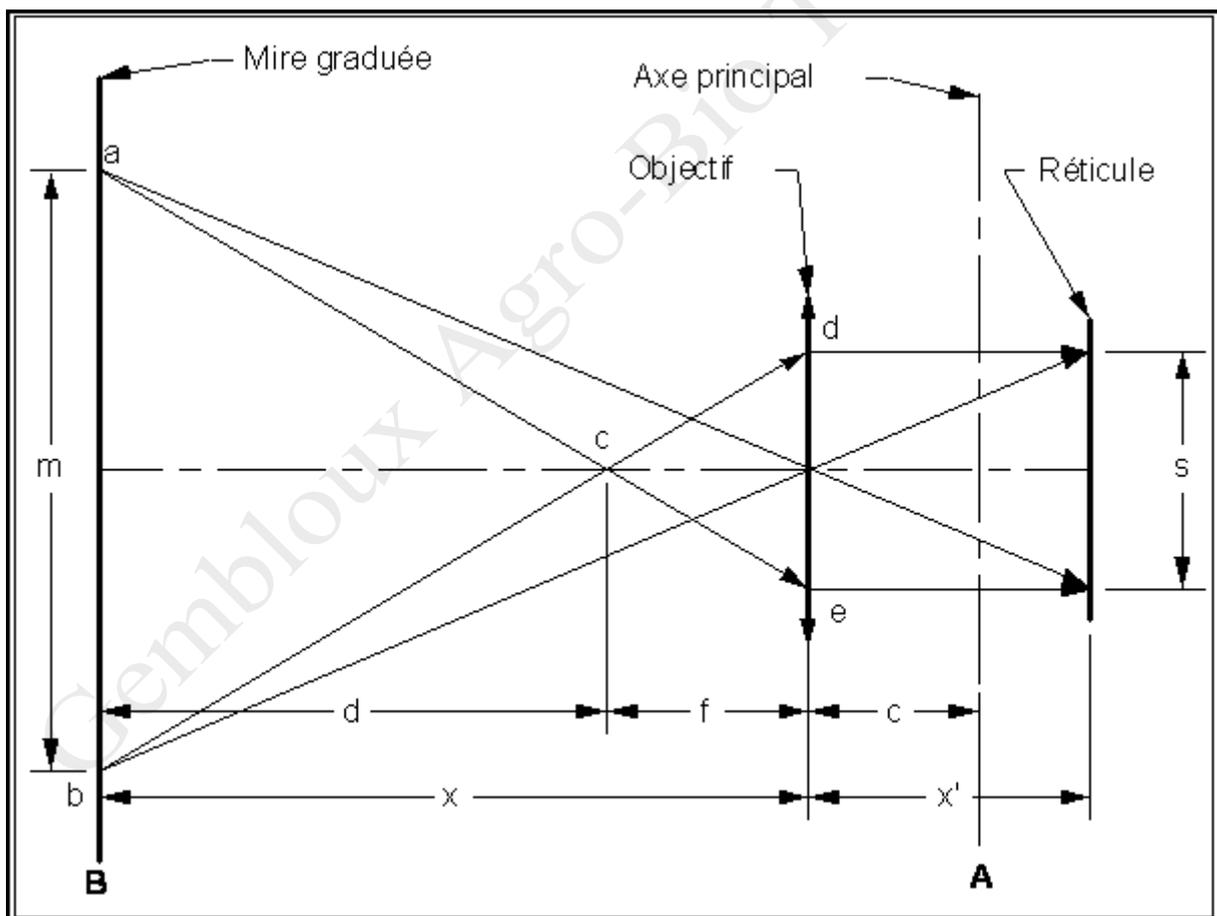


Figure 9.2.6. Mesure stadimétrique d'une distance.

La différence entre la distance à mesurer et la distance calculée est donc égale à $f + c$. Elle porte le nom de **correction d'anallatisme**. Elle est constante pour un appareil donné.

9. Les mesures de distance

L'ajout d'une lentille divergente et mobile entre l'objectif et le réticule, aux fins d'amener l'image de l'objet visé dans le plan du réticule fixe, réduit la correction d'anallatisme à une quantité négligeable. Une explication détaillée de cette amélioration peut être trouvée dans Durbec (1981, p. 209). Lors de la manipulation de théodolites plus récents, on peut donc négliger cette correction d'anallatisme.

2° L'exposé qui vient d'être fait suppose que l'axe optique est parfaitement horizontal. C'est évidemment exceptionnel lorsque l'on travaille avec un théodolite. La méthode s'accommode parfaitement d'une visée inclinée par rapport à l'horizontale, si on y apporte une correction qui tient compte de l'angle vertical qui caractérise la visée. La figure 9.2.7 présente ce cas d'une visée inclinée sur l'horizontale.

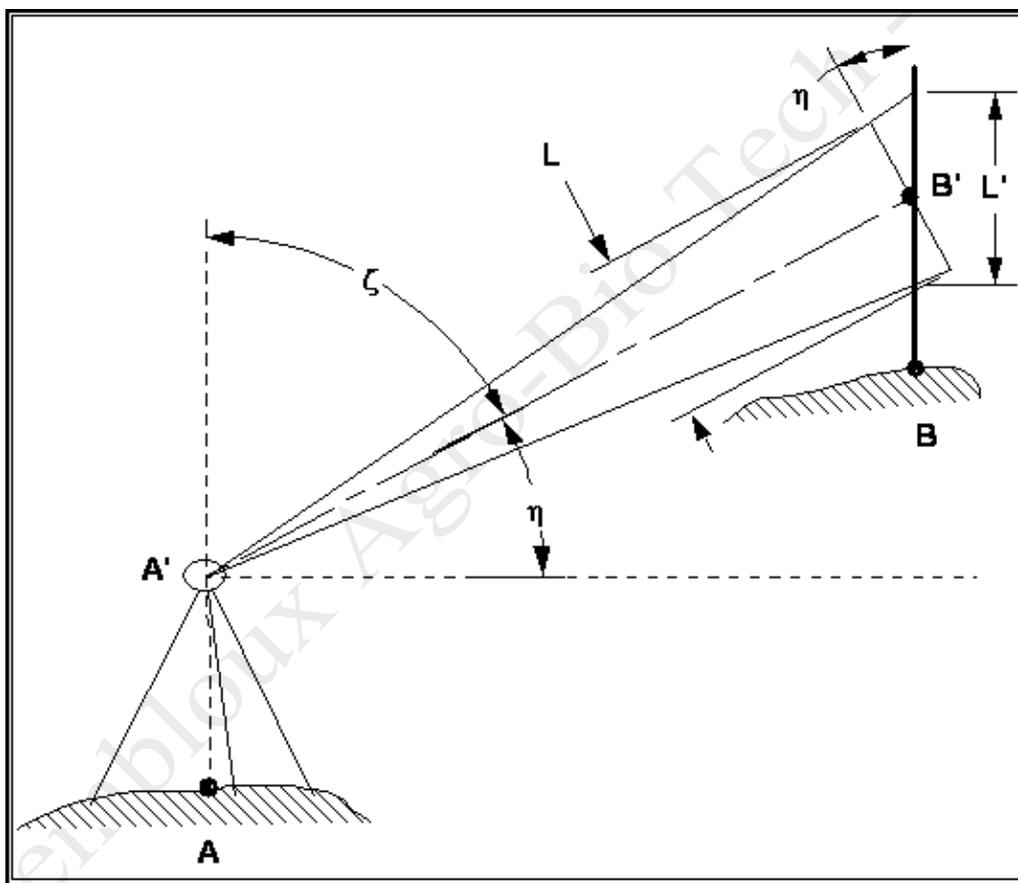


Figure 9.2.7. Mesure stadimétrique d'une distance oblique.

Le théodolite stationné en A' vise sur une mire graduée disposée verticalement sur le point B. Cette visée est caractérisée par un angle de hauteur η ou un angle zénithal ζ . En fonction de ce qui a été dit ci-dessus, on peut calculer la distance oblique $A'B'$ par la formule :

$$A'B' = 100 L$$

où L représente la portion de mire qui serait interceptée par la projection des traits stadimétriques

9. Les mesures de distance

supérieurs et inférieurs si la mire était disposée perpendiculairement à l'axe optique de la visée.

Comme l'opérateur tient la mire en position verticale, la portion de mire interceptée par la projection des traits stadimétriques n'est pas L mais L' . La relation précédente peut devenir :

$$A'B' = kL' \cos \eta.$$

Quant à la distance horizontale AB_z entre les points A et B, elle se calcule par la relation :

$$AB_z = 100L' \cos^2 \eta.$$

Notons au passage que la dénivelée entre les points B' et A se calcule facilement par la relation :

$$z_{B'} - z_A = 100L' \cos \eta \sin \eta.$$

Cette propriété sera reprise dans le chapitre 10, consacré aux mesures de niveau.

3° La précision des mesures de distances stadimétriques dépend non seulement du théodolite utilisé mais aussi de la mire qui doit posséder les qualités suivantes:

Les graduations doivent être dans un même plan, ce qui élimine les mires à parties coulissantes ;

Une nivelle sphérique est indispensable pour assurer la verticalité de la mire à 1/1 000 près, soit 4 mm pour les mires habituelles de 4 m ;

L'immobilité est obtenue par l'intermédiaire d'un ou de préférence deux arcs-boutants, ou contrefiches, constitués faute de mieux par des jalons ;

Une mire tachéométrique doit être rigide, de longueur exacte ou tout au moins connue exactement ce qui implique de l'étalonner au comparateur à intervalles de temps réguliers et posséder une division claire et durable.

La précision habituellement retenue pour cette technique de mesure est quantifiée par un écart-type de la distance mesurée d'environ 10 à 20 cm pour une longueur de 100 m. La portée maximale de cette mesure dépend des conditions atmosphériques qui influencent la visibilité (brume, forte chaleur créant le flamboiement de l'air, etc.). Elle est rarement supérieure à 150 m.

La mesure stadimétrique des distances a longtemps constitué la méthode la plus répandue en **tachéométrie**. Celle-ci consiste à lever simultanément le canevas et les détails. Elle est cependant pratiquement remplacée par le mesurage électronique (§ 9.3) étant donné l'évolution du coût de ce dernier, sa facilité d'utilisation et sa précision.

9.3. Le mesurage électronique

9.3.1. Introduction

L'introduction en topométrie d'**instruments de mesure électronique des distances** constitue incontestablement un progrès majeur si pas une révolution du domaine de la mesure de distances (**VAN DEN HERREWEGEN, 1978**). En effet la mesure de distances réalisée par les méthodes exposées ci-dessus ou par d'autres méthodes semblables, a toujours été soit compliquée soit imprécise. Par contre, cette innovation a permis de disposer d'une méthode qui est à la fois de mise en œuvre rapide et facile et de très haute précision.

Cette méthode est généralement évoquée par l'appellation de **téléométrie électro-optique** ou les acronymes **MED** (pour mesure électronique de distance) ou **MEL** (pour mesure électronique de longueur). Les appareils correspondants sont appelés **téléomètres** ou "**distancemètres**" **électro-optiques** ou encore **AMED**, **IMED**³, **AMEL** ou **IMEL** (pour appareils ou instruments de mesure électronique de distances ou de longueurs). Nous adopterons pour la suite de ce cours l'appellation **AMED**.

Le premier appareil de mesure électronique de distance fut introduit en 1948 par le physicien suédois Éric Bergstrand. Il fut appelé "geodimeter", comme acronyme de "geodetic distance meter" et il était destiné à améliorer une méthode de mesure de la vitesse de la lumière. Il émettait un rayonnement visible et était capable de mesurer avec précision et de nuit, une distance de 40 km.

En 1957 un nouvel appareil appelé "tellurometer" fut inventé par T. L. Wadley en Afrique du Sud. Il émettait une micro-onde invisible et pouvait mesurer une distance de 80 km, de jour comme de nuit. Ces appareils étaient trop coûteux et trop encombrants que pour être utilisés dans des applications de topométrie.

Depuis ces mises au point des progrès considérables ont été réalisés, fournissant des appareils moins coûteux, réellement portables et d'une utilisation beaucoup plus simple. On peut situer à la fin des années soixante l'introduction des AMED en topométrie. Comme point de repère citons la première présentation d'appareils de mesure de distance à infrarouge en 1968 au Congrès de la Société Internationale de Photogrammétrie à Lausanne (**SCHWENDENER, 1979**).

S'il existe différents types d'AMED, ils fonctionnent tous selon le même principe. Il s'agit toujours de l'émission d'une onde électromagnétique modulée, dont la fréquence est choisie parmi différentes valeurs précises en fonction des nécessités du calcul de la distance. Cette onde parcourt la distance à mesurer dans un sens et, après réflexion, dans l'autre sens, revenant ainsi à son point de départ. Le déphasage existant entre l'onde émise et l'onde ainsi "retournée" à son point d'émission permet de calculer la distance à mesurer.

³En Anglais: EDM I pour Electronic distance-measuring instruments

9. Les mesures de distance

Les AMED se distinguent par la longueur de l'onde émise :

Les appareils électro-optiques émettent une onde porteuse modulée dont la longueur se situe dans l'infrarouge et plus rarement dans la lumière blanche. Sa fréquence est donc comprise entre 10^{12} et 10^{15} Hz. On range également dans cette catégorie les appareils équipés d'un laser⁴ émettant un faisceau de grande intensité, de faible ouverture et dont la lumière peut rester cohérente jusqu'à 300 km.

Les appareils à micro-ondes émettent une onde dont la fréquence est comprise entre 3 et $35 \cdot 10^9$ Hz correspondant à des longueurs comprises entre 1 et 8,6 mm.

Les appareils à ondes longues émettent des ondes radio de fréquences comprises entre 10^4 et 10^9 Hz et de longueurs importantes pouvant dépasser le km.

On peut également classer les AMED plus empiriquement en fonction de leur portée :

Le groupe des appareils à **courte portée** comprend tous ceux dont la capacité de mesure n'excède pas 5 km. Il est principalement constitué par des appareils électro-optiques émettant en infrarouge. Ces appareils sont petits, portables et très faciles à utiliser. Ils conviennent très bien pour une grande variété de travaux topométriques et sont largement utilisés par la plupart des praticiens.

Le groupe des appareils de **moyenne portée** concerne tous ceux qui permettent de réaliser des mesures de distances allant jusqu'à environ 100 km. Ce sont alors des appareils électro-optiques lasers ou des appareils à micro-ondes. Bien que plus fréquemment utilisés pour des travaux géodésiques de précision, ils conviennent également pour des applications topométriques à petite échelle.

Les **grandes portées** sont supérieures à 100 km. Elles ne sont pas utilisées en topométrie mais plutôt dans des applications d'océanographie ou de navigation. Elles peuvent être mesurées par certains appareils à micro-ondes mais plus généralement par le recours aux ondes radio.

Dans le cadre de ce cours nous nous en tiendrons aux appareils électro-optiques à infrarouge, en raison de leur prédominance en topométrie. La plupart d'entre eux fonctionnent à partir d'une source infrarouge constituée d'une diode à l'arséniure de gallium (GaAs). Ils présentent les avantages suivants (**BRABANT, 1980, P. 75**) :

la source est fiable et de longue durée;

la technologie du modulateur infrarouge est largement développée et son coût de fabrication très inférieur à celui d'un appareil à lumière visible;

le rayonnement infrarouge invisible est totalement inoffensif pour l'œil humain;

les ondes du domaine lumineux sont beaucoup moins sensibles que celles du domaine radio au degré hygrométrique des couches d'air traversées, laquelle caractéristique peut être variable sur une même portée;

⁴Un laser, mot constitué par les initiales de l'expression anglaise "*light amplifier by stimulated emission of radiation*", est un appareil capable d'amplifier l'intensité d'une lumière monochromatique visible ou proche du visible :

9. Les mesures de distance

les portées de jour sont égales aux portées de nuit;

la consommation d'énergie est faible, ce qui permet l'alimentation pour une journée de travail par des batteries légères, faciles à transporter;

vu leur encombrement réduit, ils peuvent aisément être adjoints à des théodolites par fixation sur l'alidade ou sur la lunette.

9.3.2. Le principe de fonctionnement d'un distancemètre électro-optique

Soit à mesurer la distance AB séparant les points A et B du terrain. L'AMED est installé au point A. Il comprend une source d'énergie avec son dispositif de modulation, une optique émettrice-réceptrice, un phasemètre, un calculateur et un tableau d'affichage. Au point B on installe un ou plusieurs prismes réflecteurs inertes, dont le nombre dépend de la puissance de l'émission et de la portée de la mesure. La figure 9.3.1 schématise cette installation.

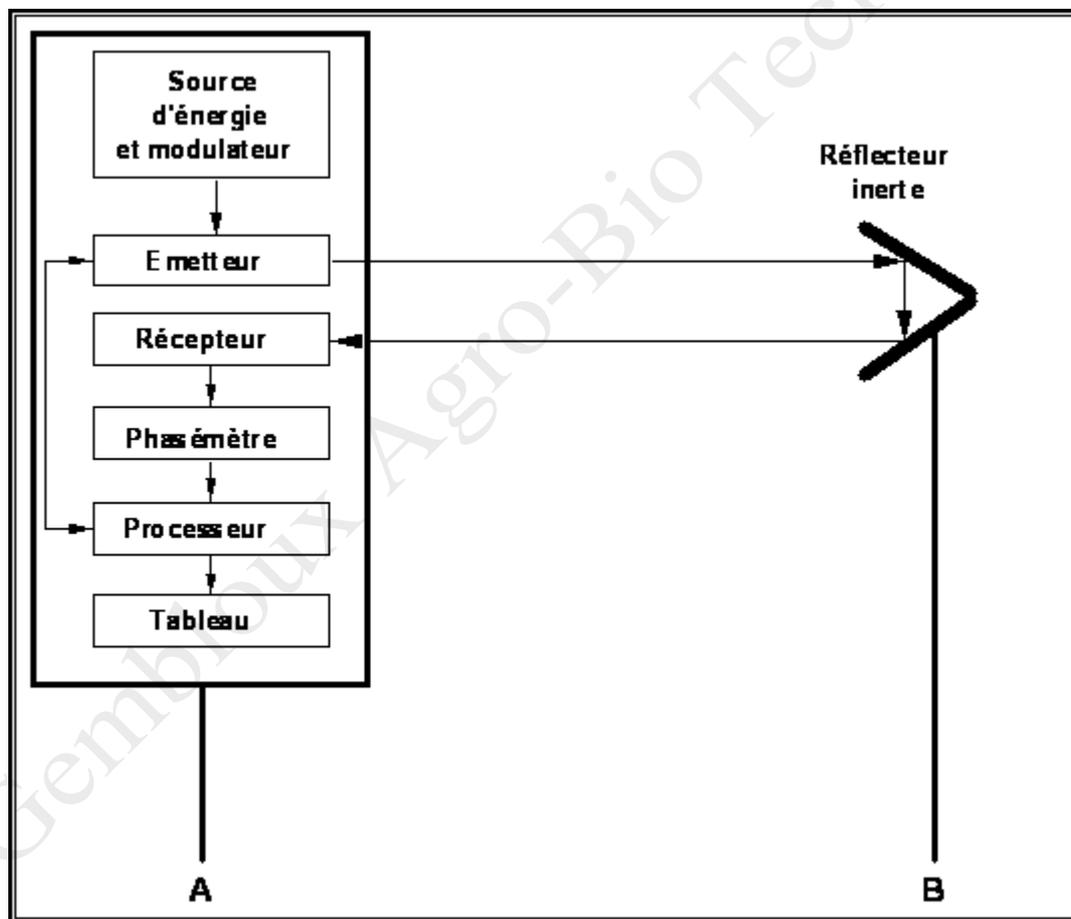


Figure 9.3.1. Schéma d'installation d'un AMED.

9. Les mesures de distance

Afin d'atteindre une grande précision dans la mesure de la distance (de l'ordre du cm pour une distance de 1 km) et comme cette distance est calculée à partir d'un déphasage entre l'onde émise et l'onde reçue, il faut donc utiliser une longueur d'onde courte. En effet, le déphasage représente un angle auquel correspond par définition une fraction de la longueur de l'onde émise. Pour que la précision, en terme d'écart-type, soit de l'ordre du cm, il faut donc nécessairement que la mesure de longueur permette d'identifier le mm. Comme la précision du phasemètre est de l'ordre de $0,2 \cdot 10^{-4}$ fois la longueur d'onde et que cette onde parcourt deux fois la distance à mesurer, le mm sur la distance correspond à une longueur d'onde de l'ordre de 10 m.

Les conditions de propagation de ce type d'onde dans l'atmosphère sont très défavorables. En conséquence on utilisera une onde porteuse différente de celle sur laquelle se fera la mesure du déphasage. Cette dernière, encore appelée le signal, sera superposée à l'onde porteuse, en modulation de fréquence ou d'amplitude. C'est de celle-ci que nous traitons ci-dessous et non plus de l'onde porteuse. Il va de soi que le récepteur est équipé d'un démodulateur qui permet de séparer le signal de l'onde porteuse.

Cette onde électromagnétique de fréquence choisie et donc connue est émise au point A, réfléchi en B et reçue à nouveau en A. La figure 9.3.2 présente ce parcours, pour une onde de longueur λ égale à 20 m et une distance de 52,125 m entre les points A et B. La distance totale parcourue par l'onde entre son émission et sa réception est donc de 104,250 m. L'onde a pu se déployer complètement cinq fois, ce qui a couvert une distance de 100 m et le solde de 4,250 m correspond à un déploiement incomplet de l'onde. Il en résulte donc un déphasage entre l'onde émise et l'onde reçue, qui s'exprime en unités d'angle ou en fraction de longueur d'onde et correspond précisément à une longueur de propagation de 4,250 m.

La figure 9.3.2 permet de visualiser ce parcours de l'onde et de comprendre que la relation existant entre la distance AB, la longueur d'onde λ et le déphasage φ peut s'écrire sous la forme :

$$2 AB = n\lambda + \varphi \text{ ou } AB = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\varphi}{2}$$

où n représente le nombre de fois que l'onde s'est déployée complètement sur son trajet aller et retour.

Dans cette expression, AB est la grandeur recherchée, λ est connue puisqu'elle a été choisie, φ est mesuré par le phasemètre et n est une grandeur inconnue et qui ne peut se mesurer. Il y a donc une indétermination qui porte également le nom **d'ambiguïté du cycle**.

Pour lever cette indétermination, diverses techniques peuvent être utilisées, qui combinent l'émission de plusieurs ondes de longueurs différentes. Nous exposons ci-dessous une de ces méthodes qui fonctionne par "**décimalité**".

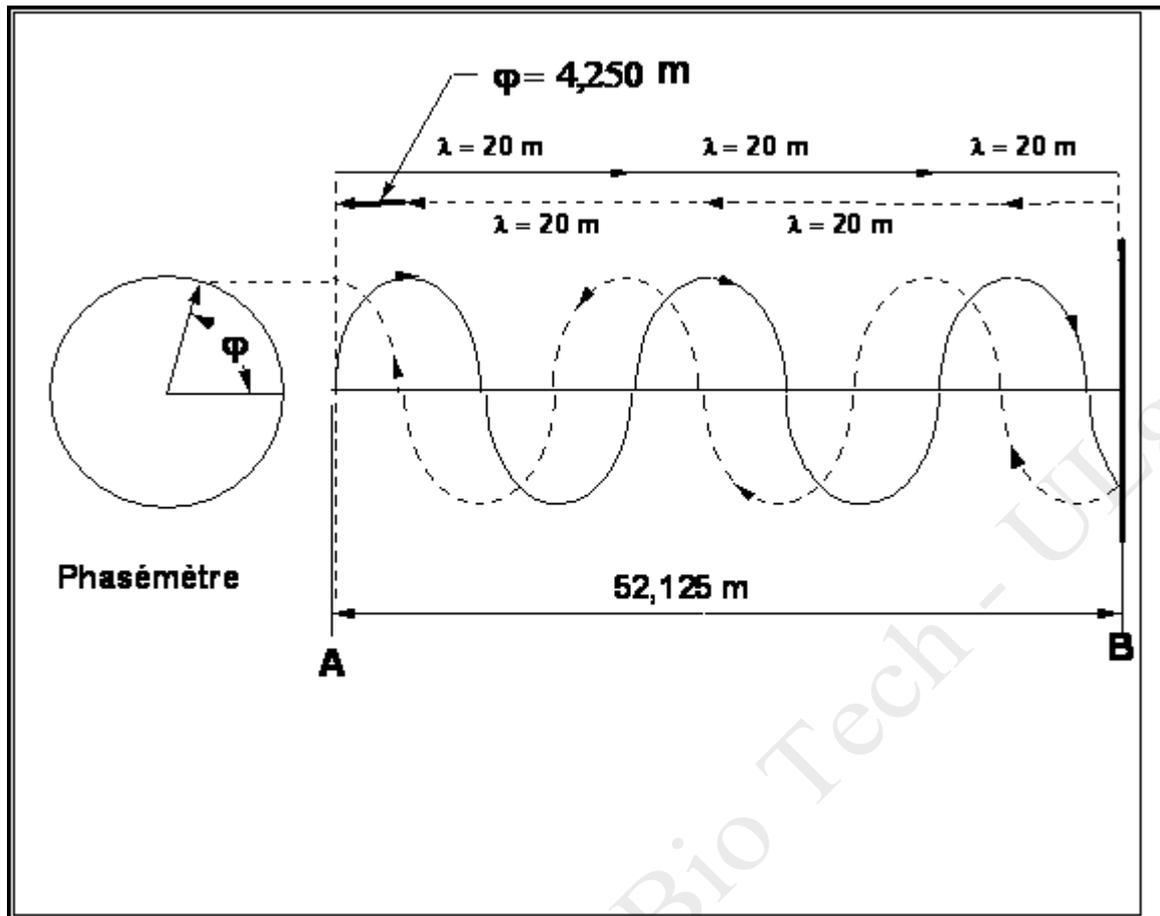


Figure 9.3.2. Schéma de propagation de l'onde de mesure d'un AMED.

La première onde émise est la plus courte. Elle permet d'identifier la fraction de la distance qui est inférieure à sa demi-longueur d'onde. Cette onde a généralement une longueur de 20 m. Elle permet de lire les unités, dixièmes, centièmes et millièmes parties de la distance exprimée en m. L'émission suivante se fait avec une onde de longueur 10 fois supérieure à la première. Cette émission permettra de compléter la lecture déjà réalisée par l'affichage du nombre de dizaines. Une nouvelle multiplication par dix de la longueur d'onde fournit la troisième émission qui fixera le chiffre des centaines. Finalement, la dernière émission d'une onde mille fois plus longue que la première permet de compléter éventuellement la lecture en fixant le nombre de milliers de mètres que contient la distance mesurée. Le tableau 9.3.1 présente l'application de cette technique pour une distance de 1.325,361 m.

9. Les mesures de distance

Tableau 9.3.1. Mesure électronique d'une distance par décimalité.

	Longueur d'onde	Demi-longueur d'onde	Lecture
	m	m	m
Première émission	20	10	5,361
Deuxième émission	200	100	2
Troisième émission	2.000	1.000	3
Quatrième émission	20.000	10.000	1
Lecture finale			1325,361

9.3.3. La précision d'un distancemètre électro-optique

Les précisions des AMED sont généralement quantifiées, sous forme d'écart-type par la somme de deux termes :

$$\sigma_{AB} = u_1 + u_2 10^{-6} AB,$$

- où
- u_1 est une constante qui quantifie la dispersion des erreurs accidentelles inhérentes à l'appareil et indépendantes de la distance mesurée, généralement exprimée en mm,
 - u_2 est une constante qui tient compte des erreurs accidentelles multiplicatives de la distance mesurée, généralement exprimée en ppm (1 mm/km).

La plupart des AMED de précision courante offrent entre 1 et 5 mm pour valeur de u_1 et entre 1 et 5 ppm pour valeur de u_2 .

La prise en considération des valeurs de précision annoncées par les constructeurs suppose que ces équipements font l'objet de vérifications régulières.

9.4. Les erreurs systématiques du mesurage électronique de distance et leur correction

Les erreurs systématiques du mesurage électronique peuvent provenir de l'instrument lui-même. Elles sont exposées au § 9.4.1. L'interaction entre les caractéristiques de l'atmosphère traversée par l'onde de mesure et la longueur de celle-ci doit aussi être considérée (§ 9.4.2). Les erreurs systématiques peuvent également être la conséquence des très longues portées qui sont permises par ce procédé. Du fait de ces distances importantes (de quelques centaines de m à quelques dizaines de km), il faut en effet tenir compte de la trajectoire non rectiligne des ondes de mesure (§ 9.4.3) ainsi que du caractère gauche de la surface de référence (§ 9.4.4).

9.4.1. Les erreurs propres à l'instrument

Les erreurs propres à l'instrument comprennent une **constante d'addition**, indépendante de la distance mesurée et une partie proportionnelle à la distance mesurée appelée **correction d'échelle**.

$$AB_1 = k_1 + AB \left(1 - \frac{\Delta f}{f} \right),$$

où	k_1	est la constante d'addition ;
	Δf	est l'erreur sur la fréquence ;
	f	est la fréquence de mesure fine ;
	AB	est la distance mesurée ;
	AB_1	est la distance corrigée des erreurs instrumentales.

La constante d'addition tient compte de la discordance existant entre le point origine de la mesure électronique de distance et la position de l'axe principal de l'AMED (ou du théodolite si l'AMED est monté sur celui-ci). Elle tient compte également de la même discordance existant au niveau du ou des prismes utilisés.

Cette constante d'addition dépend donc de la combinaison AMED-théodolite-prisme utilisée. Elle est généralement fournie par le fabricant, voire réduite à zéro en combinant ses deux composantes (instrument et prisme).

Une procédure de mesure de cette constante d'addition est présentée par **SCHWENDENER (1979)**.

La fréquence de mesure détermine l'échelle de la mesure. Une erreur sur cette fréquence équivaut à une erreur sur l'étalon de mesure ou, en d'autres termes, elle agit comme une erreur d'échelle.

L'erreur sur la fréquence se calcule par la relation :

$$\Delta f = f_{\text{effective}} - f_{\text{théorique}}.$$

9. Les mesures de distance

Il est généralement courant dans la pratique de ne pas prendre en considération l'erreur sur la fréquence pour des mesures avec des AMED de précision moyenne. Ceux-ci se caractérisent par un écart-type dont la partie proportionnelle à la distance mesurée vaut 5 ppm (parties par millions : $5 \text{ mm/km} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ AB}$).

Un contrôle de la fréquence est par contre recommandé lors de mesures précises.

9.4.2. Les erreurs provenant de l'atmosphère

Le lien qui existe entre la fréquence et la longueur d'une onde passe évidemment par la vitesse de propagation de cette onde. Cette dernière est constante dans le vide mais varie lorsque cette onde se propage dans un milieu quelconque, en fonction précisément des caractéristiques de ce milieu. La relation qui les lie est la suivante :

$$\lambda = \frac{v}{f},$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde.

L'influence des caractéristiques de l'atmosphère sur la vitesse de propagation de l'onde se mesure comme suit :

$$v = \frac{v_0}{n},$$

où v_0 est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide;
 n est l'indice de réfraction caractérisant l'atmosphère traversée.

Cet indice de réfraction varie en fonction de la température, de la pression et de la pression partielle en vapeur d'eau. Cette variation peut se calculer de la manière suivante (**RÜEGER, 1996 P. 57**) :

$$dn \cdot 10^6 \approx -1,4dt + 0,3dp + 4,6de,$$

où dn est la variation de l'indice de réfraction;
 dt est la variation de température en °C, par rapport à 10°C;
 dp est la variation de la pression atmosphérique en mb, par rapport à 1013,25 mb;
 de est la variation de la pression partielle en vapeur d'eau en mb, par rapport à 13 mb.

9. Les mesures de distance

On peut déduire de cette formule qu'une correction d'un ppm de la distance mesurée sera provoquée soit par une variation :

de température de 0,7 C,

ou

de pression atmosphérique de 3,3 mb,

ou

de pression partielle en vapeur d'eau de 0,2 mb.

Ces considérations permettent de formuler la correction "atmosphérique":

$$AB_2 = AB_1 + k_2$$

et

$$k_2 = AB(n_0 - n)$$

où AB_2 est la distance corrigée des erreurs instrumentales et atmosphériques,
 n_0 est l'indice de réfraction calculé en fonction de conditions atmosphériques nominales précisées par le constructeur.

En pratique, pour des distances mesurées inférieures à 5 km, on néglige l'influence de la pression partielle en vapeur d'eau. Cette grandeur est en effet difficile à mesurer et son influence est réduite.

Généralement les constructeurs facilitent le calcul de la correction atmosphérique en fournissant un abaque qui présente sa valeur en ppm en fonction de la température moyenne et de la pression ou de l'altitude. La température est mesurée à une distance suffisante du sol (1,5 m au minimum) et avec une précision d'un demi °C.

Ainsi, et à titre d'exemple, pour la station totale TPS1200+ de la société LEICA la correction atmosphérique, exprimée en ppm, se calcule par la relation (LEICA 2007):

$$k'_2 = 286,269 - \left[\frac{0,29528 p}{1 + \frac{t}{273,15}} - \frac{4,126 h 10^{-4}}{1 + \frac{t}{273,15}} 10^{\left[\frac{7,5t}{237,3+t} + 0,7857 \right]} \right]$$

où p est la pression atmosphérique exprimée en mb;

t est la température exprimée en °C;

h est l'humidité relative exprimée en % ;

k'_2 est la valeur de la correction relative exprimée en ppm et fournie par un abaque.

La correction atmosphérique se calcule alors par la relation :

$$AB_2 = AB_1 (1 + k'_2 10^{-6}).$$

9. Les mesures de distance

L'usage de cette formule est facilité par le recours à un abaque permettant de déduire la valeur de k'_2 en fonction de la pression exprimée en mb ou de l'altitude exprimée en m et de la température exprimée en °C, et ce pour une humidité relative de 60 %. Cet abaque est présenté en figure 9.4.1.

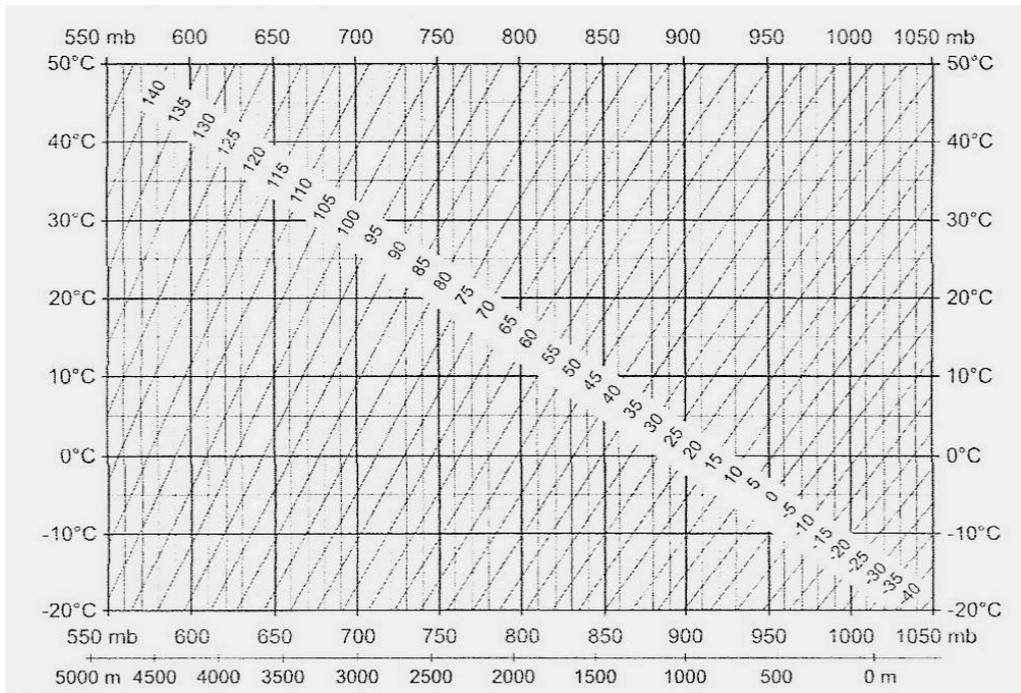


Figure 9.4.1. Correction atmosphérique en ppm, en fonction de la température (°C), de la pression atmosphérique (mb) ou de l'altitude (m) pour une humidité relative de 60 % (Leica 2007).

9.4.3. Les erreurs provenant de la trajectoire des ondes

1° En raison du phénomène de la réfraction, produite par la variation de la densité des couches atmosphériques traversées par l'onde, celle-ci ne suit pas une trajectoire rectiligne entre deux points (fig. 9.4.2).

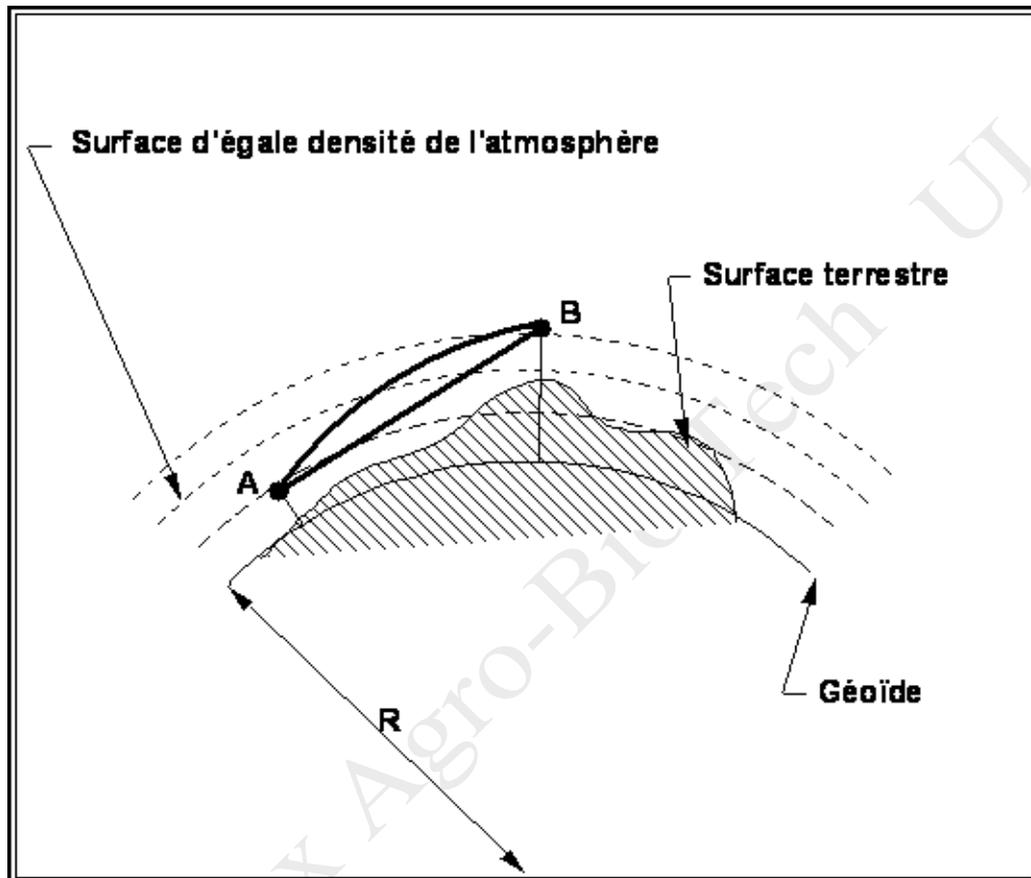


Figure 9.4.2. Trajectoire de l'onde de mesure d'un AMED.

En conséquence, deux corrections doivent intervenir sur la distance mesurée. La première concerne l'indice de réfraction moyen calculé ci-dessus et la seconde vise à projeter l'arc AB sur la corde AB.

2° Le calcul d'un indice moyen de réfraction se fait en appliquant les formules vues ci-dessus à partir des conditions atmosphériques moyennes présentes sur la distance AB. Cette technique de calcul suppose que le trajet de l'onde est linéaire au travers des différentes couches de l'atmosphère. Comme cette hypothèse n'est pas vérifiée, il faut donc introduire une correction de l'indice de réfraction. Celle-ci se présente comme une correction indépendante sous la forme :

9. Les mesures de distance

$$AB_3 = AB_2 + k_3$$

avec

$$k_3 = -(\kappa - \kappa^2) \frac{AB_1^3}{12R^2}$$

et

$$\kappa = \frac{R}{r}$$

- où κ est le coefficient de réfraction;
 r représente le rayon de courbure de l'arc AB;
 R est le rayon terrestre moyen ou plus précisément le rayon de courbure moyen du géoïde dans l'azimut de la distance mesurée.

Le rayon moyen du géoïde ne peut évidemment pas être calculé en raison des irrégularités de ce géoïde. On peut se référer à l'ellipsoïde de référence choisi pour approcher le géoïde (§ 2.3.1). Dans ce cas, le rayon de courbure de l'ellipsoïde correspondant au tracé de l'onde se calcule par la relation (RÜEGER, 1996 p. 86) :

$$R = \frac{v\xi}{v \cos^2 \alpha + \xi \sin^2 \alpha},$$

- où v est le rayon de courbure du parallèle moyen de la visée,
 ξ est le rayon de courbure du méridien moyen de la visée,
 α est l'azimut de la visée.

Les rayons de courbure des parallèles et méridiens se calculent par les formules :

$$v = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}},$$

$$\xi = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}},$$

- où φ est la latitude moyenne de la visée,
 a est le demi grand axe de l'ellipsoïde (§ 2.3.3),
 e est l'excentricité de l'ellipsoïde (§ 2.3.3).

Si la très grande précision n'est pas requise, on pourra approcher le géoïde par une sphère dont le rayon est évidemment indépendant de la latitude de la visée. Dans ce cas, et en adoptant l'ellipsoïde global WGS84 (§ 2.3.6⁵), on aura pour valeur du rayon 6.371.008,6 m, arrondi à 6.371 km (§

⁵ <https://hdl.handle.net/2268/293594>

9. Les mesures de distance

2.3.3).

A titre d'information, le rayon de courbure calculé par les formules présentées ci-dessus, en utilisant les paramètres l'ellipsoïde global WGS84 pour la latitude de $50^{\circ}33'47,1564''$ (latitude de la borne BEREF située sur la Commune de Gembloux) on obtient la valeur de 6.382.231,34 m soit une différence absolue avec le rayon de la sphère de 11.222,74 m ou une différence relative de 0,18 %.

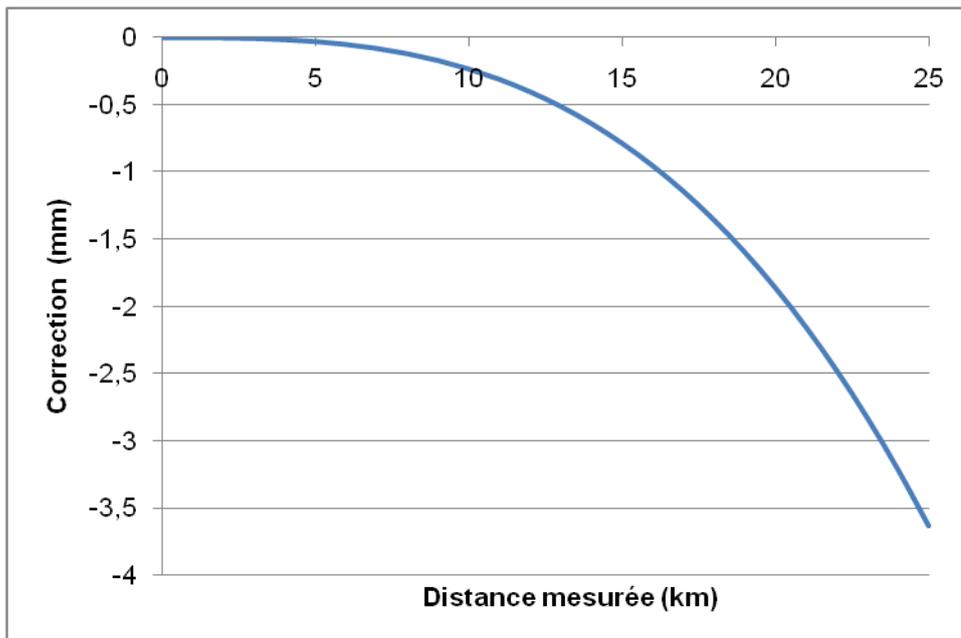


Figure 9.4.3. Valeurs de la correction k_3 en fonction de la distance mesurée.

La valeur moyenne du coefficient de réfraction κ donnée par l'expérience est égale à 0,13. Il s'agit cependant d'une valeur moyenne. En effet, ce coefficient varie en fonction de la latitude, de la saison, du type de couverture du sol ainsi que de la vitesse du vent. De plus, il varie au cours de la journée. A titre d'indication, **BRUNNER** (1975), cité par **RÜEGER** (1996) rapporte une variation du coefficient de réfraction entre -2,3 et 1,5 au cours d'une journée pour une visée située à 1,5 m au dessus du niveau du sol, avec les valeurs positives pendant la nuit et négatives pendant le jour.

La figure 9.4.3 représente l'évolution de la valeur de cette correction k_3 en fonction de la distance mesurée. Elle montre que cette correction est absolument négligeable pour des distances faibles ou moyennes. Il faut atteindre une distance mesurée de 16 km pour que cette correction dépasse 1 mm en valeur absolue.

3° La deuxième correction due à la trajectoire en arc de l'onde de mesure entre les points A et B, vise donc à calculer la longueur de la corde AB à partir de la longueur mesurée et corrigée de l'arc AB_3 en utilisant la relation (**RÜEGER**, 1996, p 88).

9. Les mesures de distance

$$AB_4 = AB_3 + k_4$$

et

$$k_4 = -\kappa^2 \frac{AB_3^3}{24R^2}$$

La valeur absolue de cette correction est encore plus faible que la correction k_3 . Elle peut donc être négligée pour des distances faibles et moyennes.

9.4.4. Les corrections géométriques

Les corrections géométriques successives sont au nombre de quatre. Il convient en premier lieu de procéder à une réduction à l'altitude moyenne de la distance mesurée. Ensuite, cette distance rendue horizontale est réduite à l'altitude zéro (niveau du géoïde), puis convertie en une distance sur le géoïde. Finalement la distance est, éventuellement, projetée sur la carte.

1° Réduction à l'altitude moyenne

La réduction à l'altitude moyenne (fig. 9.4.4) de la distance AB_4 peut se faire soit à partir des altitudes des points A et B si elles sont connues, soit à partir de l'angle de hauteur de la visée de A vers B.

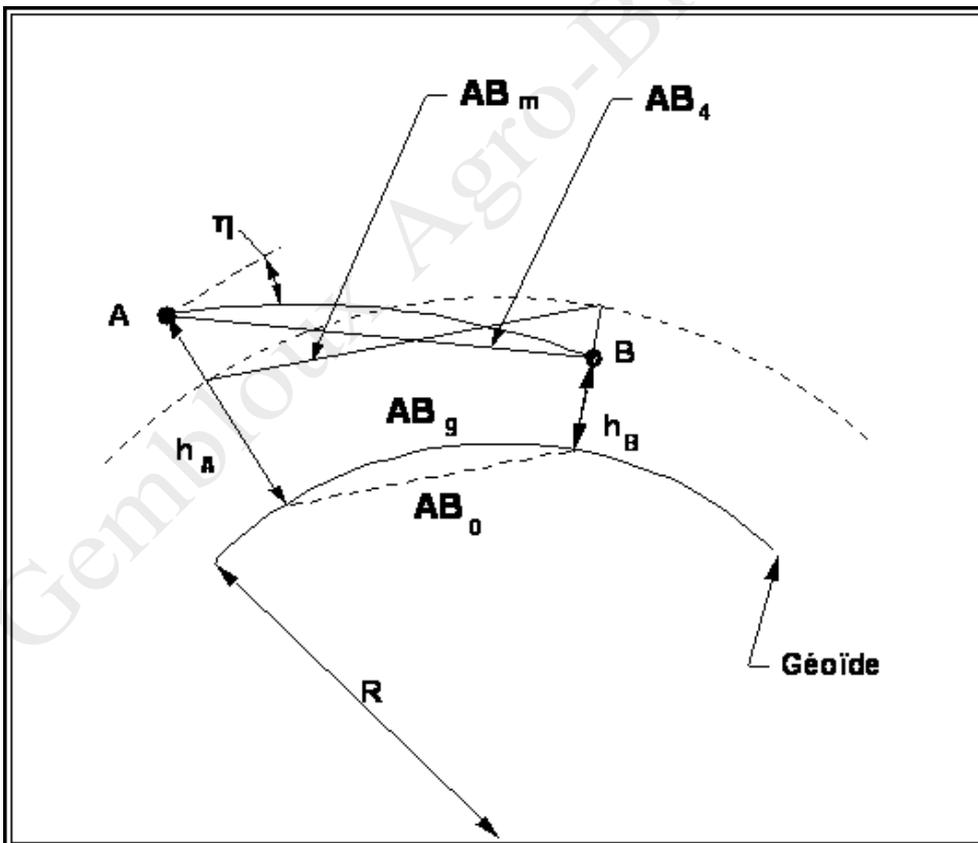


Figure 9.4.4. Réduction d'une distance à l'altitude moyenne et au niveau de la mer.

9. Les mesures de distance

La réduction à l'altitude moyenne de la distance corrigée AB_4 à partir des altitudes connues des points A et B se calcule par l'expression (RÜEGER 1996, p. 89) :

$$AB_m = AB_4 - \left(\frac{(h_B - h_A)^2}{2 AB_4} - \frac{(h_B - h_A)^4}{8 AB_4^3} \right).$$

- où
- AB_m est la distance rectiligne entre les points A et B à l'altitude moyenne de A et de B, exprimée en mètre;
 - AB_4 est la distance rectiligne entre les points A et B, corrigée selon les procédures énoncées ci-dessus et exprimée en mètre ;
 - h_A est l'altitude du point A comptée à partir du niveau de la mer, exprimée en mètre;
 - h_B est l'altitude du point B comptée à partir du niveau de la mer, exprimée en mètre.
 - R est le rayon de courbure du géoïde correspondant au segment de droite AB, calculé comme indiqué dans le § 9.4.3.

Cette réduction peut également se faire à partir de l'angle zénithal ζ mesuré lors de la visée de A vers B. Dans ce cas, la formule suivante est d'application :

$$AB_m = \left[AB_4 \sin(\zeta) - \frac{AB_4^2 (2 - \kappa)}{4R} \sin(2\zeta) \right] \frac{R + \frac{h_A + h_B}{2}}{R + h_A},$$

- où
- ζ est l'angle zénithal,
 - AB_m et AB_4 ont les mêmes significations que dans la formule précédente,
 - κ est le coefficient de réfraction introduit au § 9.4.3.

La réduction à l'altitude du point A de la distance corrigée AB_4 se calcule par la formule :

$$AB_{h_A} = \left[AB_4 \sin(\zeta) - \frac{AB_4^2 (2 - \kappa)}{4R} \sin(2\zeta) \right].$$

2° Réduction au niveau de la mer

La réduction de la distance AB_m au niveau de la mer se calcule par la relation :

$$AB_0 = AB_m \frac{R}{R + h_m}$$

et

$$h_m = \frac{h_A + h_B}{2}$$

La figure 9.4.5 présente la valeur de cette correction exprimée en ppm en fonction de l'altitude moyenne de la visée.

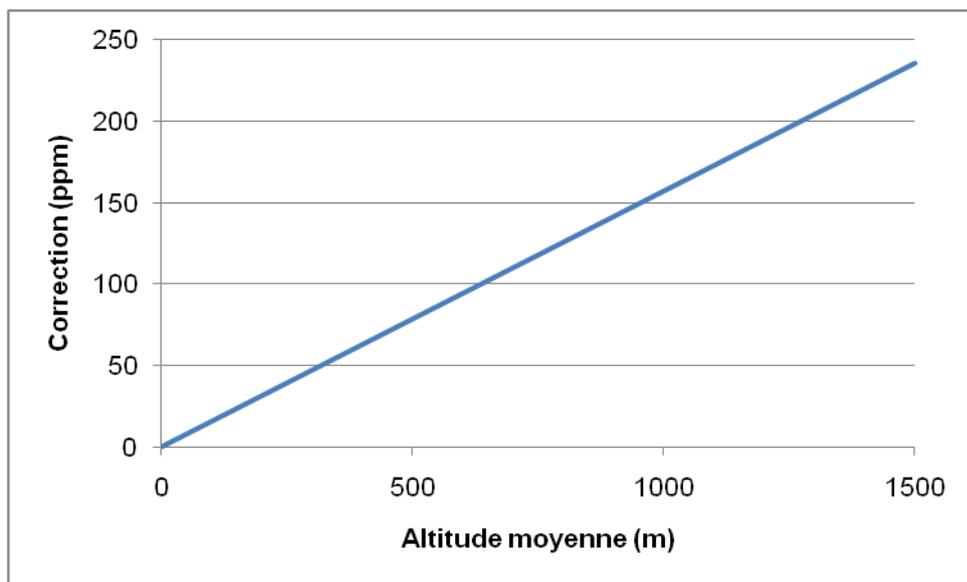


Figure 9.4.5. Incidence de la réduction d'une distance au niveau de la mer en fonction de l'altitude moyenne.

3° Distance sur le géoïde

Comme la surface de la terre est courbe, il faut calculer la longueur de l'arc AB_g le long du géoïde à partir de la distance rectiligne AB_0 . Pour ce faire il faut utiliser la formule :

$$AB_g = AB_0 \left(1 + \frac{AB_0^2}{24R^2} \right)$$

où AB_g est la distance entre les points A et B, mesurée le long du géoïde et exprimée en mètre. La figure 9.4.6 présente l'évolution de cette correction, exprimée en ppm, en fonction de la distance AB_0 .

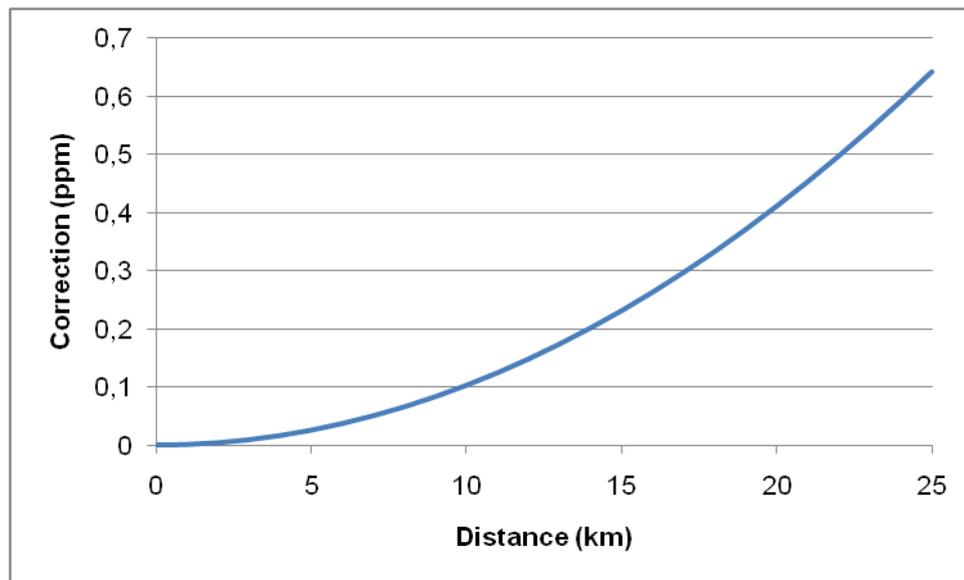


Figure 9.4.6. Incidence du déploiement sur le géoïde d'une distance au niveau de la mer en fonction de la distance (en ppm).

Cette correction reste inférieure à un ppm (un mm par km) pour des distances inférieures à 30 km.

4° Altération due à la projection

Reste à prendre en considération l'altération résultant de la projection de la distance réelle sur le géoïde, telle que nous venons de la calculer ci-dessus, sur un plan ou sur une carte. Les principes de cette projection ont été exposés dans le chapitre 3⁶.

Rappelons que l'altération est nulle le long de la ou des lignes fondamentales de la projection (parallèle ou méridien de contact entre le géoïde et la surface intermédiaire de la projection : cône ou cylindre).

D'une manière générale, on peut calculer la distance de projection entre les points A et B, qui serait cartographiée sur un plan ou sur une carte, de la manière suivante :

$$AB_p = AB_g \left(1 + \frac{D^2}{2R^2} \right)$$

- où AB_p est la distance de projection entre les points A et B, exprimée en mètre,
 D est la distance perpendiculaire du lieu à la ligne de contact de la projection.

⁶ <https://hdl.handle.net/2268/293634>

9. Les mesures de distance

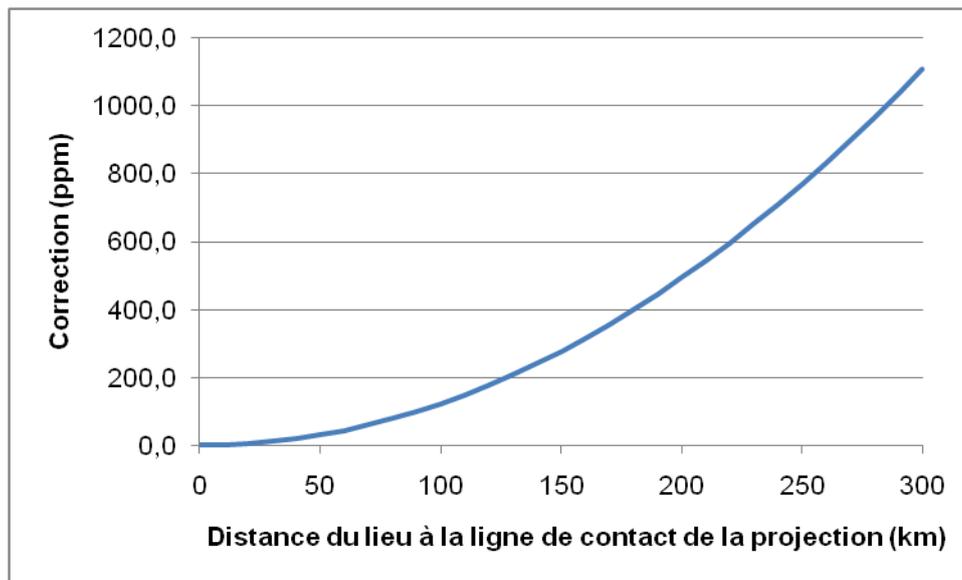


Figure 9.4.7. Incidence de la projection d'une distance au niveau de la mer en fonction de la distance.

La figure 9.4.7 indique l'évolution de la correction due à la projection cartographique. On peut y constater que cette dernière est importante dès que l'on s'éloigne de la ligne de contact de la projection. On peut signaler que la projection d'une distance d'un kilomètre sera majorée de plus d'un centimètre à 30 kilomètres de la ligne de contact, de plus de dix centimètres à 90 kilomètres de cette ligne et de plus d'un mètre à 290 kilomètres de cette ligne.

Rappelons également que pour la Belgique, la projection est réalisée par le système de Lambert sécant (§ 3.4.3⁷) avec deux parallèles de contact dont les latitudes sont respectivement de 49°50' et 51°10'. Le long de ces méridiens, le facteur d'échelle est égal à l'unité. Pour les autres points de la projection, c'est-à-dire tous ceux qui sont caractérisés par des latitudes différentes de ces deux valeurs, la figure 3.4.11 (§ 3.4.4⁷) renseigne sur leur évolution en fonction de la latitude pour la projection Lambert belge 1972. On peut lire dans ce § 3.4.4 que cette correction de projection varie donc entre -67,5 ppm pour une latitude de 50°30' et soit 83,8 ppm à la latitude de 49°30', soit 85 ppm à la latitude de 51°30'. Des informations numériques précises peuvent être trouvées à ce sujet dans **MARCHANT (1950)**. Le tableau 3.4.1 (§3.4.5⁷) donne ces mêmes indications pour la projection Lambert belge 2008.

⁷ <https://hdl.handle.net/2268/293634>

Index des matières

ambiguïté du cycle, 24
AMED, 21
AMEL, 21
base
 du télémètre, 12
chaîne d'arpenteur, 3
clinomètre, 7
coefficient de réfraction, 32
collimateur, 14
constante
 d'addition, 27
 stadimétrique, 18
correction
 d'anallatisme, 19
 d'échelle, 27
cultellation, 8
décimalité, 24
dilatation, 10
distancemètres électro-optiques, 21
étalonnage, 9
IMED, 21
IMEL, 21
instruments de mesure électronique des distances, 21
jalonnement, 4
MED, 21
MEL, 21
mesurage
 à plat, 6
 en mode suspendu, 7
mesure
 à la barre stadimétrique, 14
 parallactique d'une distance, 14
odomètre, 3
podomètre, 3
Roue à compteur, 3
roulette, 3
ruban d'acier, 3
Tachéométrie, 20
Télémètre, 12
téléométrie électro-optique, 21
télescomètre, 3
Tension, 11
traits stadimétriques, 17

Index Bibliographique

L'index bibliographique peut être obtenu en suivant le lien : <https://hdl.handle.net/2268/293535>