



# Cours de Géométronique

## 8. La mesure des angles

[Prof. C. Debouche](#)

## 8. La mesure des angles

### Sommaire

8. LA MESURE DES ANGLES .....	3
8.1. Introduction et définitions .....	3
8.2. Les appareils de mesure d'angles .....	5
8.2.1. Les équerres.....	5
8.2.2. La boussole.....	9
8.2.3. Le théodolite.....	11
8.2.4. Le théodolite boussole.....	11
8.2.5. Le ruban.....	11
8.3. Les méthodes de mesure des angles horizontaux avec un théodolite.....	13
8.3.1. La séquence .....	13
8.3.2. Les paires de séquences.....	16
8.3.3. Le tour d'horizon .....	18
8.3.4. La précision et la tolérance associées aux mesures d'angles horizontaux.....	20
8.4. Les méthodes de mesure des angles verticaux .....	23
Index.....	25

## 8. LA MESURE DES ANGLES

### 8.1. Introduction et définitions

La localisation de points remarquables du terrain suppose le plus souvent l'emploi de méthodes topométriques incluant la mesure d'angles. Ceux-ci peuvent être horizontaux ou verticaux. Ils ont été définis au § 5.2<sup>1</sup>.

Deux points du terrain (A et B par exemple) définissent un segment de droite ainsi qu'une direction. Celle-ci dépend évidemment du sens de parcours de ce segment. La direction AB diffère de la direction BA d'un angle de 200 grades. D'une manière générale, une direction AB peut être identifiée par son **azimut** ou par son **gisement** (§ 5.2.1<sup>1</sup>).

Rappelons que l'azimut d'une direction est l'angle compté de 0 à 400 gon depuis une direction de référence, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre encore appelé **sens direct**, **dextrogyre**, ou **horaire**. Si la direction de référence choisie est le nord magnétique, on parlera d'un azimut magnétique. De la même manière, si c'est le nord géographique qui sert de direction de référence, il s'agira d'un azimut géographique, souvent appelé simplement azimut.

Le gisement d'une direction AB, noté  $\gamma_{AB}$ , est l'angle de cette direction, compté à partir de la direction choisie pour l'axe des ordonnées positives (axe des y).

Pour être complet, signalons également que l'on peut caractériser une direction par son **orientation**, c'est-à-dire l'angle qu'elle définit, compté à partir de la direction des y positifs, mais dans le sens contraire de celui des aiguilles d'une montre, encore appelé sens **rétrograde**, **lévogyre** ou **anti-horaire**. Cette notion est peu utilisée en topométrie.

On peut également identifier une direction au moyen de la notion d'**orientation**<sup>2</sup>. Celle-ci se compose d'une lettre identifiant la direction de référence (N ou S pour nord ou sud) suivie d'un angle compris entre 0 et 90° et d'une autre lettre identifiant le sens de rotation suivi pour mesurer cet angle (E ou O pour est ou ouest). La figure 8.1.1 illustre cette définition.

---

<sup>1</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293759>

<sup>2</sup>En anglais: Bearing

## 8. La mesure des angles

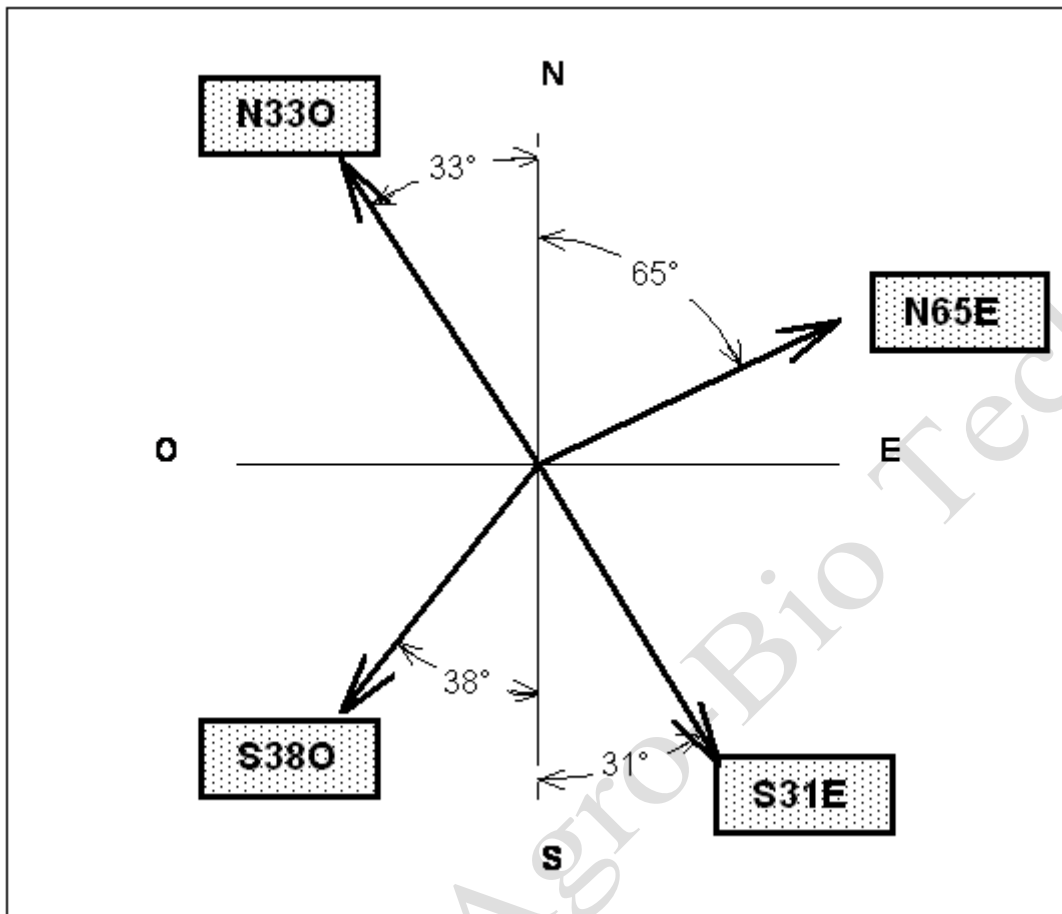


Figure 8.1.1. Orientation d'une direction.

Les angles horizontaux sont mesurés par différence entre deux directions. Si chacune de ces deux directions est définie à partir de points particuliers du terrain, il s'agira d'une mesure d'angle en mode **goniométrique**. Par contre, si l'une des deux directions, identique pour tous les angles mesurés, est définie à partir d'éléments extérieurs au terrain mesuré, il s'agira du mode **décliné**. Cette direction de référence peut être, par exemple, la direction du nord magnétique, indiquée par l'aiguille aimantée d'une boussole. Les angles ainsi mesurés seront évidemment des azimuts magnétiques.

Les angles verticaux sont mesurés, soit à partir d'une direction de référence horizontale (angle de hauteur), soit à partir d'une direction de référence verticale dirigée vers le haut (angle zénithal). Ces définitions ont été données au § 5.2<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293759>

## 8.2. Les appareils de mesure d'angles

### 8.2.1. Les équerres

1° L'équerre à prisme simple est une équerre optique constituée d'un prisme pentagonal dont deux faces sont transparentes et perpendiculaires, alors que deux autres de ses faces sont réfléchissantes et forment entre elles un angle de  $50^\circ$  (figure 8.2.1). Si un rayon lumineux pénètre dans l'équerre perpendiculairement à la face d'entrée, il provoquera, après double réflexion sur les deux faces réfléchissantes, un rayon lumineux émergent de l'équerre et perpendiculaire au rayon qui l'a créé. Si le rayon incident n'est pas perpendiculaire à la face d'entrée, il subit une déviation (réfraction) en pénétrant dans le prisme en verre. A la sortie du verre dans l'air, le rayon réfléchi subira la même déviation. En conséquence, le rayon réfléchi est toujours perpendiculaire au rayon incident en raison de la double réflexion qu'il subit dans l'équerre à prisme.

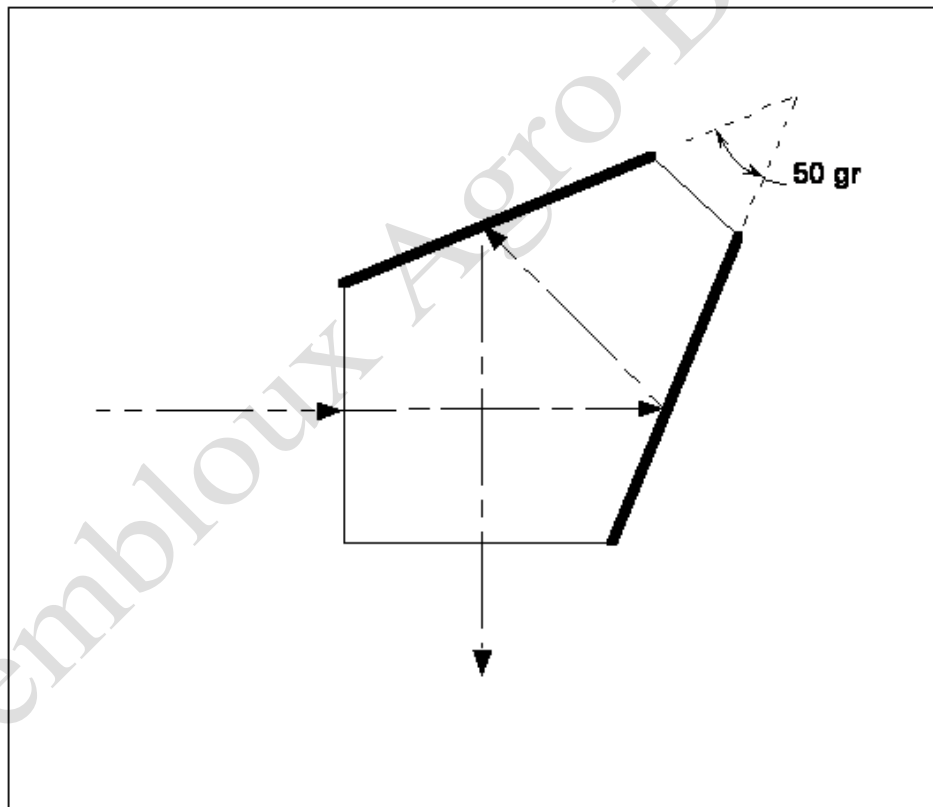


Figure 8.2.1. Équerre à prisme simple.

La figure 8.2.2 illustre le mode d'utilisation d'une équerre à prisme simple. L'opérateur perçoit devant lui, en A', l'image du point A, dans une direction qui est perpendiculaire à celle du rayon incident sur le prisme à partir du point A.

## 8. La mesure des angles

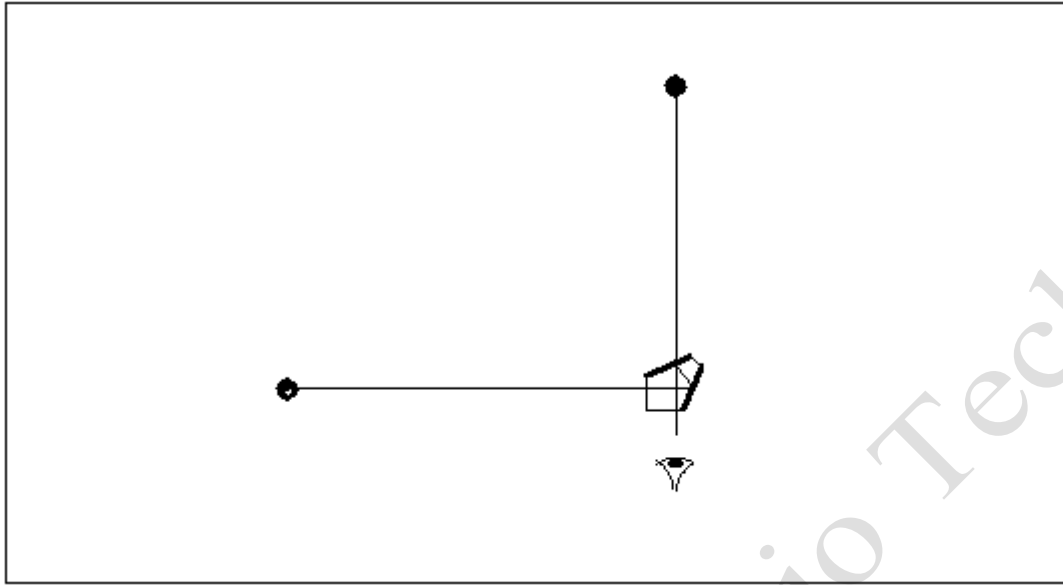


Figure 8.2.2. Utilisation de l'équerre à prisme simple.

L'opérateur doit évidemment maintenir l'équerre de manière à ce que les faces du prisme soient en position verticale. Généralement l'équerre sera fixée sur une **canne à plomber** télescopique. Le poids de celle-ci peut assurer la verticalité recherchée, si l'opérateur ne contrarie pas sa mise en place. Le caractère télescopique de cette canne permet d'amener son extrémité inférieure à proximité du point marqué (ou à marquer) du terrain, alors que son autre extrémité, qui supporte l'équerre, peut situer celle-ci à hauteur du regard de l'opérateur.

2° L'**équerre à double prisme** est constituée de l'assemblage de deux prismes pentagonaux identiques à celui qui équipe une équerre à prisme simple. Cet assemblage ménage entre les deux prismes un espace qui permet à l'opérateur de voir librement devant lui. Un des deux prismes lui permet de voir les objets situés à la droite de l'équerre, tandis que l'autre prisme lui donne l'image de ce qui est situé à gauche de l'équerre (figure 8.2.3).

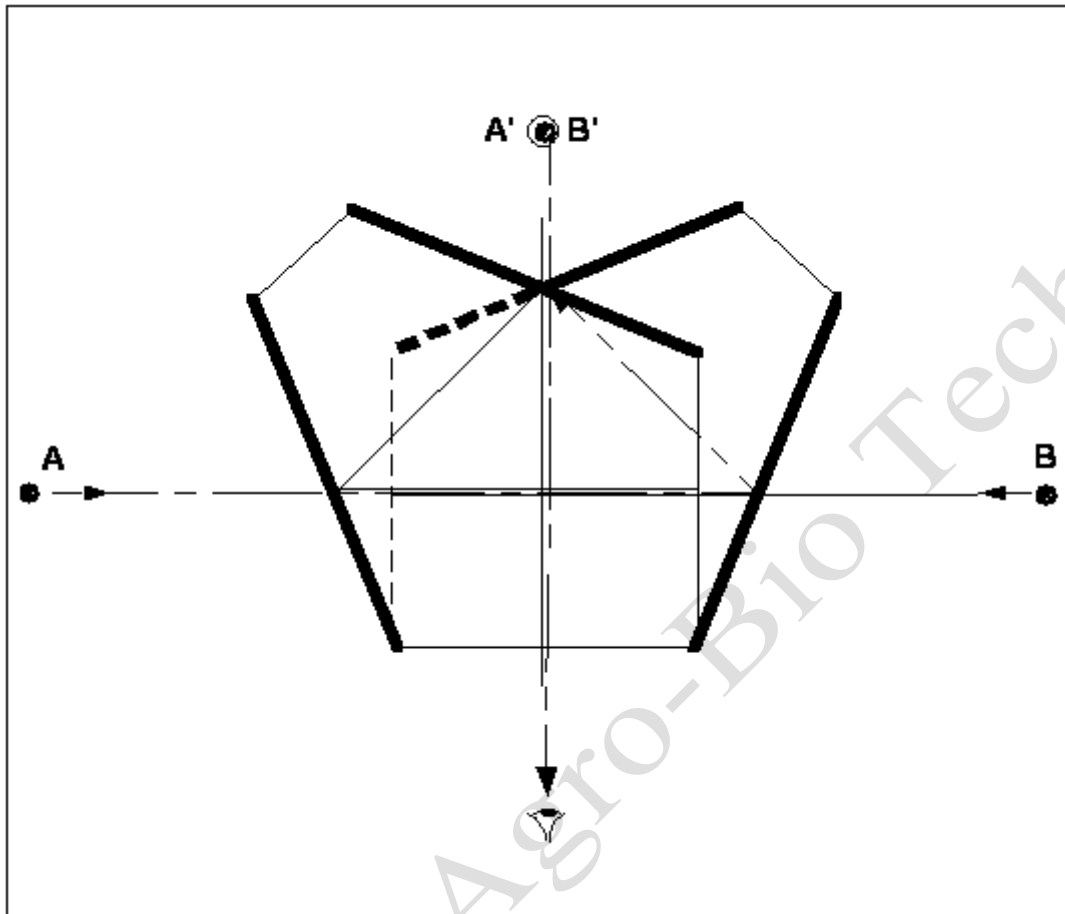


Figure 8.2.3. Équerre à double prisme.

L'équerre à double prisme s'utilise également avec une canne à plomber comme l'équerre à prisme simple.

3° **Alignement entre deux points.** Cette équerre permet, par exemple, de situer un point sur un alignement défini par deux autres points d'où son appellation **équerre d'alignement**. Si l'opérateur se situe approximativement entre deux points A et B, un des deux prismes lui permet de voir le jalon situé à sa gauche (en A par exemple) et l'autre prisme lui renvoie l'image du jalon situé à sa droite. En se déplaçant perpendiculairement à l'alignement AB, l'opérateur verra, au travers de chacun des deux prismes, se déplacer les images des jalons A et B. Lorsque ces deux images seront situées exactement l'une au dessus de l'autre, il aura localisé un point de l'alignement AB. La figure 8.2.3 donne un schéma de cette situation dans un plan horizontal. La figure 8.2.4 présente ce que voit l'opérateur au travers de chacun de deux prismes.

## 8. La mesure des angles

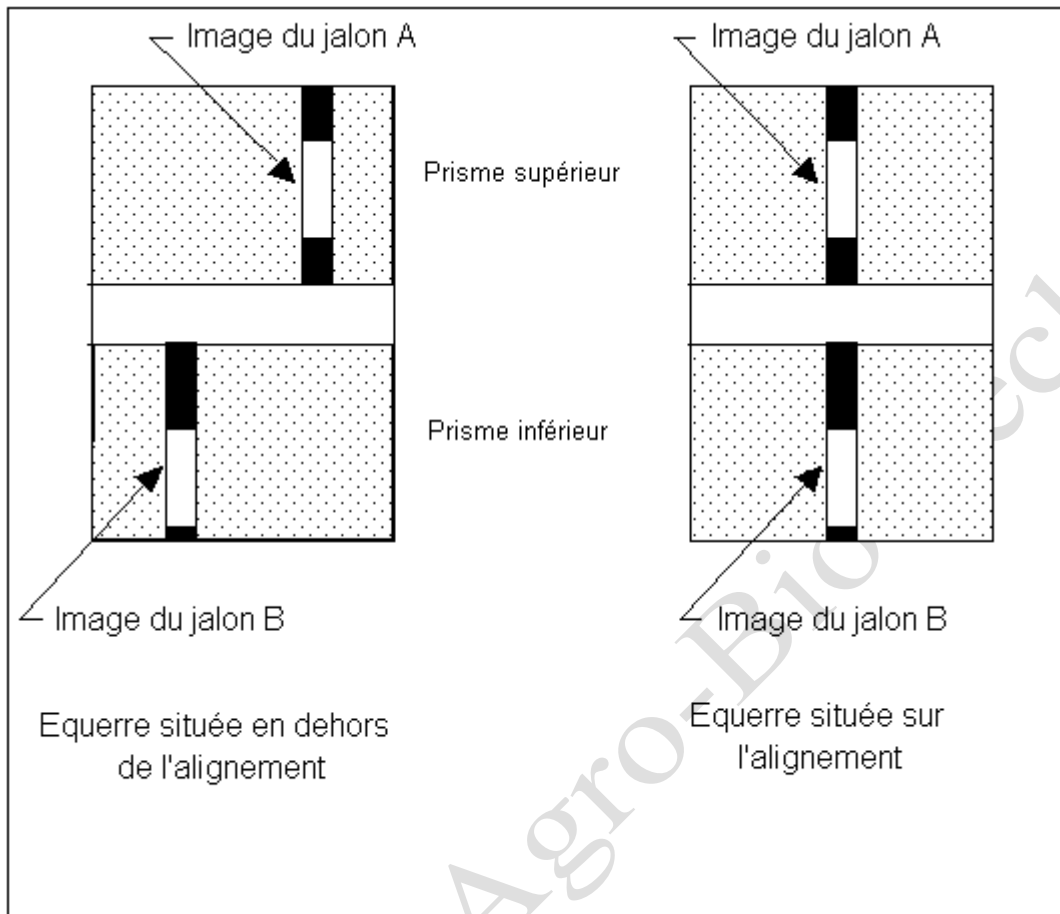


Figure 8.2.4. Situation d'un point sur un alignement avec une équerre à double prisme.

4° L'équerre à double prisme permet également d'abaisser une perpendiculaire sur un alignement depuis un point extérieur à celui-ci. Pour ce faire l'opérateur se place sur l'alignement AB au moyen de la procédure exposée ci-dessus et en se situant approximativement au pied de la perpendiculaire issue du point extérieur, identifié par la lettre C (figure 8.2.5). Il se déplace ensuite le long de l'alignement AB, c'est-à-dire en conservant la concordance entre les images des jalons A et B, et jusqu'à amener la vue qu'il a du jalon situé en C, en concordance avec les images des jalons A et B, restées alignées.

5° Par une procédure analogue, on peut élever une perpendiculaire à un alignement depuis un point de celui-ci. Il faut évidemment pour cela qu'un deuxième opérateur déplace le jalon C jusqu'à ce que l'opérateur qui tient l'équerre, le voit en concordance avec les images des jalons A et B (toujours maintenues alignées).



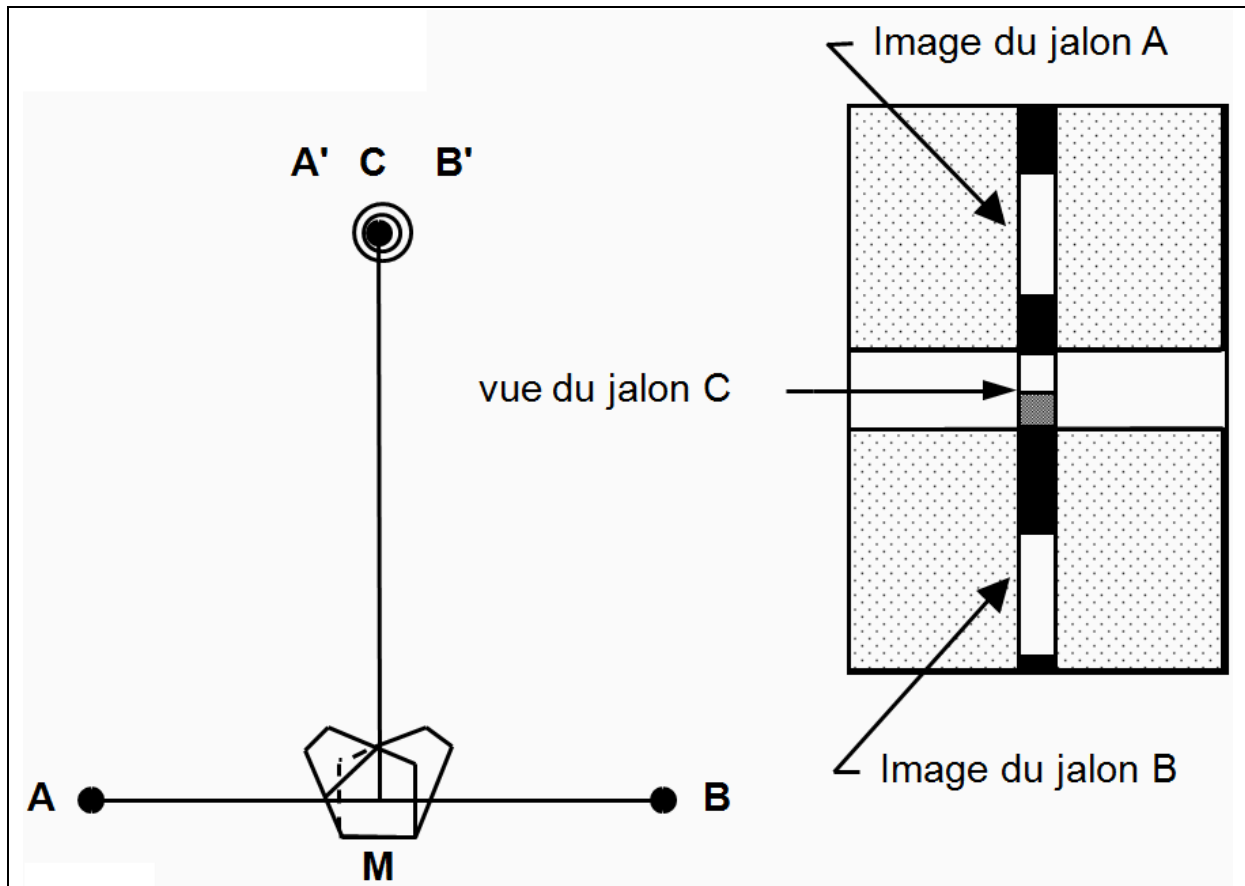


Figure 8.2.5. Situation d'une perpendiculaire sur un alignement avec une équerre à double prisme.

6° L'**équerre de raccordement** se compose également de deux prismes ou de deux miroirs superposés. L'un des deux est fixe alors que le second peut tourner autour de l'axe vertical de l'équerre. Cela permet donc de matérialiser sur le terrain des angles quelconques.

7° La précision théorique de l'équerre est de l'ordre de 2 cgon. Pratiquement, la précision de la localisation d'un point sur le sol est de quelques centimètres pour des visées limitées à quelques décimètres (Brabant, 1980, p 82).

### 8.2.2. La boussole

1° La **boussole**<sup>4</sup> est essentiellement constituée d'une aiguille aimantée, libre de tourner autour de son centre et qui se déplace à l'intérieur d'un cercle gradué. Lorsqu'elle est libérée, cette aiguille aimantée s'oriente toujours vers le **pôle nord magnétique** situé à environ 1500 km au sud du **pôle nord géographique**.

L'aiguille fait avec l'horizontale un angle qu'on appelle **inclinaison magnétique**. Celle-ci varie en fonction de la latitude.

<sup>4</sup>En anglais: compass

## 8. La mesure des angles

Le méridien géographique, orienté vers le pôle nord géographique, fait avec le méridien magnétique un angle appelé **déclinaison magnétique** (cf. § 2.3.2<sup>5</sup>). Actuellement, celle-ci est négative, c'est-à-dire orientée vers l'ouest, ce qui signifie que le nord magnétique est situé à l'ouest du nord géographique.

La déclinaison magnétique subit des variations accidentelles, diurne, saisonnière, séculaire, géographiques et locales. Les variations accidentelles sont aléatoires et donc imprévisibles. Elles ne répondent à aucun système et sont sous l'influence des orages magnétiques. Ceux-ci sont également à l'origine de perturbations des communications radio et téléphoniques. Leur fréquence est liée à l'activité solaire.

La variation diurne de la déclinaison magnétique, par rapport à sa valeur moyenne calculée sur 24 heures, est nulle à 10 et 18 heures, maximale à 13 heures (+ 10' en moyenne) et minimale à 8 heures (- 6' en moyenne). Elle a donc une amplitude moyenne de 16'.

On constate également que cette amplitude de la variation diurne est variable en fonction des saisons. En été celle-ci variera entre - 10' et + 13', alors qu'en hiver elle sera comprise entre - 3' et + 5' (Durbec, 1984 p. 139).

La déclinaison magnétique suit en plus une évolution régulière dans le temps, dite séculaire. Elle diminue, en effet, d'environ 10' par an à l'heure actuelle. On a pu montrer, pour la France, qu'elle est passée par une valeur minimale de - 22°18' (donc vers l'ouest) en 1812 et par une valeur maximale de + 12° en 1541. Cette évolution séculaire a une forme sinusoïdale (Durbec, 1984 p. 139).

En plus des variations temporelles, la déclinaison magnétique subit des variations spatiales importantes. Elles sont dites géographiques lorsqu'on les considère à l'échelle d'un pays. Elles font l'objet d'une cartographie régulièrement mise à jour. Celle-ci représente par des **isogones** le lieu des points du territoire où la déclinaison est constante. L'isogone de valeur nulle s'appelle la **ligne agonique**. En outre, la déclinaison magnétique peut varier localement de manière importante en raison de la nature du sous-sol, de la présence de lignes électriques ou de constructions métalliques. On a ainsi déjà observé une variation de la déclinaison magnétique de plusieurs degrés sur une centaine de mètres.

2° La **boussole à main** ou **boussole directrice** est enfermée dans un boîtier dont le couvercle portant une flèche destinée à la visée, se rabat dans le plan de la boussole. Le boîtier porte un **limbe** (plan circulaire) gradué dans le sens "anti-horlogique" et dont la ligne de foi a la même orientation que la ligne de visée. Certaines boussoles permettent de faire tourner le limbe. Dans ce cas, on peut obtenir un angle quelconque entre la ligne de foi et la ligne de visée. Cela permet d'utiliser la boussole en mode décliné (cf. § 5.1<sup>6</sup>). La boussole à main

---

<sup>5</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293594>

<sup>6</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293759>

## 8. La mesure des angles

s'utilise dans des missions de reconnaissance ou pour l'orientation du croquis de levé réalisé sur le terrain.

3° La **boussole topographique** se monte sur un trépied au moyen d'un dispositif qui permet d'en assurer l'horizontalité (vis calantes ou rotule ou ...). En outre elle est pourvue d'une lunette de visée, souvent disposée de manière excentrique par rapport à l'axe de rotation de l'aiguille aimantée. L'erreur systématique résultant de cette excentricité peut être corrigée par le double retournement dont la procédure a été expliquée au § 7.2.1<sup>7</sup>. La boussole topographique peut également s'utiliser en mode décliné (la ligne de foi n'étant pas orientée dans la direction de la ligne de visée).

4° La précision d'un azimut magnétique est généralement estimée à environ 10 cgon, en terme d'écart-type (**BRABANT, 1980, P. 117**). Cette valeur prend en compte les variations accidentelles, diurnes et locales de la déclinaison magnétique, les erreurs d'excentricité du cercle gradué, et la sensibilité de l'aiguille.

### 8.2.3. Le théodolite

Le théodolite est cité ici pour mémoire. Il a fait l'objet du chapitre 7<sup>7</sup>.

### 8.2.4. Le théodolite boussole

Dans un théodolite boussole le cercle horizontal ou limbe est supporté par un barreau aimanté dirigé suivant la ligne de foi. Un levier de blocage permet de libérer le limbe ou de le rendre solidaire de l'alidade. Quand il est libéré, le limbe positionne donc sa ligne de foi (ligne 0-200 gon) vers le nord magnétique du moment et du lieu. Les lectures sur le cercle horizontal représentent donc directement les azimuts magnétiques des directions.

### 8.2.5. Le ruban

Il est possible de mesurer approximativement un angle sur le terrain en ne disposant que d'un ruban ou d'une roulette, destinés à mesurer des distances (§ 9.1.1). En effet, en vertu de la relation caractérisant un triangle quelconque on a (figure 8.2.6):

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 b c},$$

expression qui permet le calcul de l'angle  $\alpha$  à partir de la mesure des côtés  $a$ ,  $b$  et  $c$  du triangle défini par les points A, B et C.

---

<sup>7</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293804>

## 8. La mesure des angles

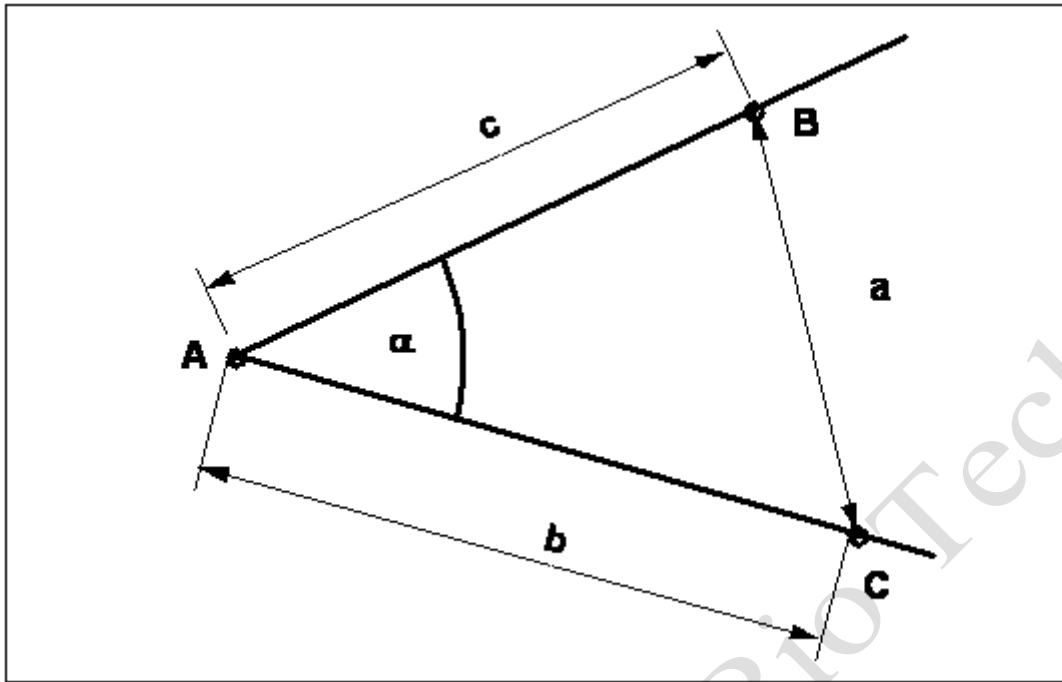


Figure 8.2.6. Éléments d'un triangle quelconque.

### **8.3. Les méthodes de mesure des angles horizontaux avec un théodolite**

La mesure d'un angle horizontal ou d'un gisement en mode goniométrique est faite par une **séquence**, par **paires de séquences**, par **tour d'horizon** ou par **répétition**.

#### **8.3.1. La séquence**

La séquence est un ensemble de  $n + 1$  lectures effectuées au théodolite, en une même station, sur  $n$  directions différentes, avec une même origine du limbe, une même position du cercle vertical par rapport à la lunette (Position I ou II), un contrôle de la fermeture sur la référence et la répartition de l'écart de fermeture sur les diverses composantes de la séquence.

Une des directions visées est choisie comme référence. Il s'agira habituellement de celle qui offre les meilleures conditions de pointé, en raison de sa forme et/ou de sa distance maximale par rapport au point de station. Il est recommandé de choisir la référence dans la direction opposée à celle du soleil, ce qui facilite son pointé.

Illustrons cette méthode dans le cas le plus simple de deux directions ( $n=2$ ) identifiées par un point de station O et deux points visés A et B (figure 8.3.1). Soit la direction OA choisie comme référence.

## 8. La mesure des angles

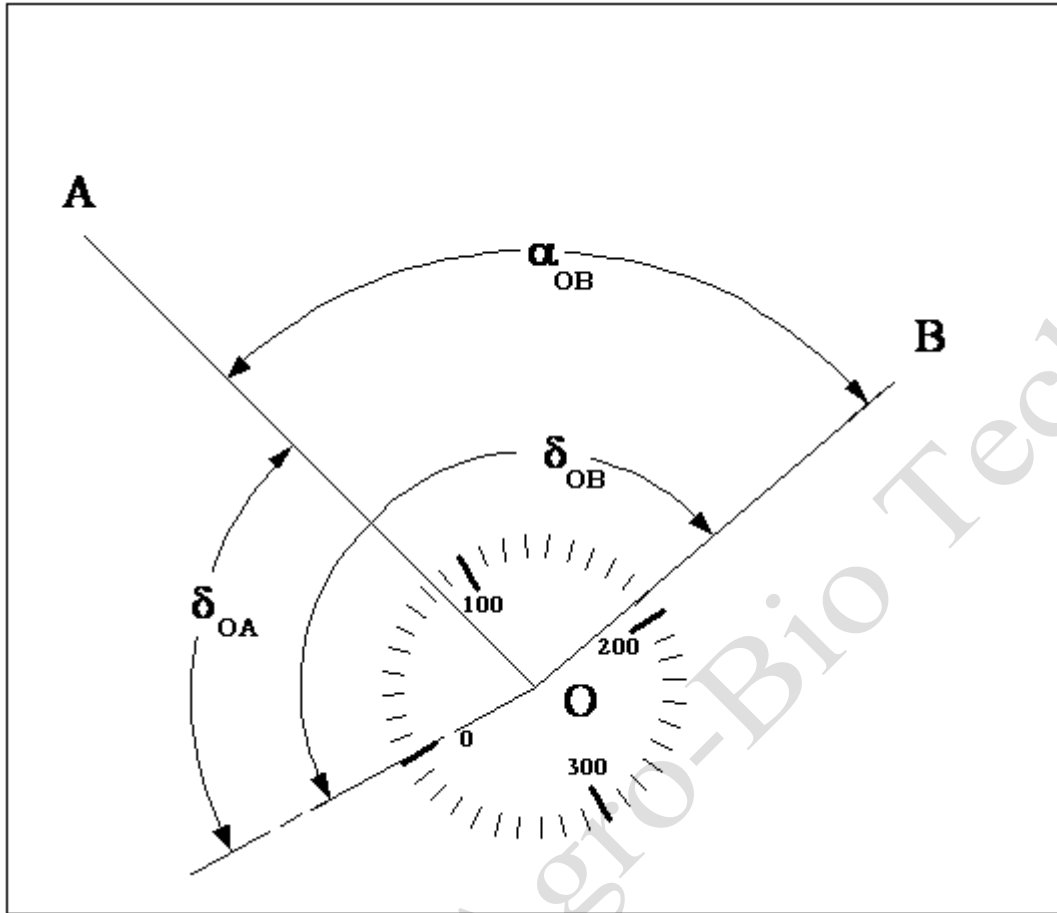


Figure 8.3.1. Mesure d'un angle par la réalisation d'une séquence.

Les opérations à réaliser sont les suivantes :

mise en station du théodolite au point O;

viser le point A et effectuer la **lecture d'ouverture**  $(\delta_{OA})_o$ ;

débloquer la vis de pivotement et tourner la lunette dans le sens de la "chiffraison" du limbe jusqu'à viser le point B;

faire la lecture  $\delta_{OB}$ ;

débloquer à nouveau la vis de pivotement et poursuivre la rotation de la lunette dans le même sens jusqu'à viser à nouveau le point référence A;

effectuer la **lecture de fermeture**  $(\delta_{OA})_f$ .

La différence entre les lectures d'ouverture et de fermeture s'appelle la **fermeture angulaire de la séquence**. Elle est calculée immédiatement par l'opérateur. Si elle dépasse la tolérance admise, la séquence doit être recommencée.

## 8. La mesure des angles

La lecture retenue pour le côté référence est la moyenne des lectures d'ouverture et de fermeture :

$$\delta_{OA} = \frac{(\delta_{OA})_o + (\delta_{OA})_f}{2} .$$

L'angle recherché est égal à la différence :

$$\alpha_{OB} = \delta_{OB} - \delta_{OA} .$$

Dans le cas habituel où le limbe est chiffré dans le sens direct, cet angle est l'angle  $\alpha_{OB}$  par rapport au côté référence OA. Le tableau 8.3.1 présente les résultats d'une séquence. La fermeture angulaire vaut :

$$207,315 - 207,303 = 0,012 \text{ gon} ,$$

valeur acceptable pour un théodolite dont la précision est caractérisée par un écart-type de 0,005 gon et donc une tolérance de 0,013 gon ( $2,58 \times 0,005$  § 5.3.6). En appliquant les formules vues ci-dessus, on obtient comme valeur de la lecture pour la visée de référence :

$$\delta_{OA} = \frac{207,315 + 207,303}{2} = 207,3 \text{ gon}$$

et comme valeur de l'angle :

$$\alpha_{OB} = 282,505 - 207,309 = 75,196 \text{ gon} .$$

Tableau 8.3.1. Mesure d'un angle par la réalisation d'une séquence.

Station	Séquence	Point visé	Lecture $\delta$	Fermeture angulaire	Angle calculé
			gon	gon	gon
O	1	A	207,315		
	1	B	282,505		75,196
	1	A	207,303	0,012	

### 8.3.2. Les paires de séquences

Une **paire de séquences** est une association de deux séquences successives avec décalage de l'origine du limbe, retournement de la lunette, et inversion du sens d'observation. Par extension la paire est aussi la valeur moyenne des résultats obtenus dans chaque séquence.

Le décalage de l'origine du limbe entre les deux séquences d'une même paire, encore appelé **réitération**, est égal à 100 gon, valeur qui élimine pratiquement l'erreur d'inégalité des échelons ainsi que le défaut de "perpendicularité" du pivot et du limbe.

En topométrie, les mesures angulaires comportent au plus quatre paires de séquences. Dans ce cas et dans le but d'explorer l'ensemble du limbe en tenant compte des doubles retournements, les lectures sur le côté référence correspondent par paires aux valeurs: 0-100, 50-150, 25-125 et 75-175 gon, comme indiqué au tableau 8.3.2.

Tableau 8.3.2. Organisation de quatre paires de séquences.

Paire	Séquence	Position	Lecture de référence (gon)	Rotation de l'alidade
1	1	I (CG)	0	dextrogyre
1	2	II (CD)	100	lévogyre
2	1	I (CG)	50	dextrogyre
2	2	II (CD)	150	lévogyre
3	1	I (CG)	25	dextrogyre
3	2	II (CD)	125	lévogyre
4	1	I (CG)	75	dextrogyre
4	2	II (CD)	175	lévogyre

En pratique, la réalisation d'une mesure d'un angle par une paire de séquences implique les opérations suivantes :

viser le point référence en position I;

si le théodolite le permet, amener l'origine de la "chiffraison" du limbe à proximité de l'index de l'alidade (afin d'obtenir une lecture proche de 0 gon), puis effectuer la lecture d'ouverture  $(\delta_{OA})_o$ ;

débloquer la vis de pivotement et tourner la lunette dans le sens de la "chiffraison" du limbe jusqu'à viser le point B;  
faire la lecture  $\delta_{OB}$ ';

débloquer à nouveau la vis de pivotement et poursuivre la rotation de la lunette dans le même sens jusqu'à viser à nouveau le point référence A;  
effectuer la lecture de fermeture  $(\delta_{OA})_f$ ;



## 8. La mesure des angles

vérifier que la fermeture angulaire de la première séquence est tolérable;

débloquer à nouveau la vis de pivotement et effectuer le double retournement (position II);

si le théodolite le permet, amener la graduation 100 gon du limbe à proximité de l'index de l'alidade (afin d'obtenir une lecture proche de 100 gon), puis effectuer la deuxième lecture d'ouverture  $(\delta_{OA})_o''$ ;

débloquer la vis de pivotement et tourner la lunette dans le sens décroissant de la "chiffraison" du limbe jusqu'à viser le point B;

faire la lecture  $\delta_{OB}''$ ;

débloquer à nouveau la vis de pivotement et poursuivre la rotation de la lunette dans le même sens jusqu'à viser à nouveau le point référence A;

effectuer la lecture de fermeture  $(\delta_{OA})_f''$ ;

vérifier que la fermeture angulaire de la deuxième séquence est tolérable.

Le tableau 8.3.3 présente les résultats d'une mesure d'un angle entre les directions OA et OB, mesuré par une paire de séquences. Pour chacune des deux séquences, les calculs énoncés au § précédent sont réalisés. De plus, l'angle final, résultat de la paire de séquence est obtenu en prenant la moyenne des angles obtenus pour chacune des deux séquences. Les formules de calcul utilisées sont évidemment les suivantes:

$$\delta'_{OA} = \frac{(\delta_{OA})'_o + (\delta_{OA})'_f}{2}$$

$$\delta''_{OA} = \frac{(\delta_{OA})''_o + (\delta_{OA})''_f}{2}$$

$$\alpha'_{OB} = \delta'_{OB} - \delta'_{OA}$$

$$\alpha''_{OB} = \delta''_{OB} - \delta''_{OA}$$

$$\alpha_{OB} = \frac{\alpha'_{OB} + \alpha''_{OB}}{2}$$

## 8. La mesure des angles

Tableau 8.3.3. Mesure d'un angle par la réalisation d'une paire de séquences.

Stat.	Séq.( <sup>1</sup> )	Point visé	Lecture $\delta$	Fermeture angulaire	Angle calculé par séquence	Angle calculé pour la paire
			gon	gon	gon	
O	CG 0 d	A	7,315			
O	CG 0 d	B	82,505		75,196	
O	CG 0 d	A	7,303	0,012		
O	CD 100 I	A	107,305			
O	CD 100 I	B	182,521		75,214	75,205
O	CD 100 I	A	107,310	0,005		

(<sup>1</sup>) CG: cercle à gauche ou position I, CD: cercle à droite ou position II, d: dextrogyre et l: lévogyre.

Pour chaque direction, on définit l'**écart des lectures** comme étant l'écart entre la valeur de son angle pour chaque séquence et sa moyenne calculée sur toutes les séquences pratiquées.

### 8.3.3. Le tour d'horizon

Le tour d'horizon est le résultat final d'un ensemble de séquences effectuées à partir d'une même station.

Une des directions du tour est choisie comme référence compte tenu de la nature du signal, de son éloignement et des conditions de visibilité au moment des observations.

Le tableau 8.3.4 présente les résultats d'un tour d'horizon en quatre séquences. Pour la facilité de lecture, lors des séquences avec rotation lévogyre de l'alidade, l'opérateur inscrit les lectures du bas en haut afin de maintenir la présentation des différentes visées identique d'une séquence à l'autre.

Les lectures sont réduites par soustraction de la moyenne des lectures d'ouverture et de fermeture de chaque séquence. L'azimut de chaque direction est évidemment calculé à partir de la moyenne des lectures réduites correspondant à cette direction pour les différentes séquences.

La réalisation du tour d'horizon s'accompagne évidemment d'un contrôle de tolérance sur les fermetures des séquences et les écarts des lectures définis ci-dessus.

## 8. La mesure des angles

Tableau 8.3.4. Mesure d'angles par la réalisation d'un tour d'horizon en deux paires de séquences avec un théodolite gradué au centigrade (CG et CD correspondent respectivement à Position I et II).

Séquence	Point visé	Lecture $\delta$	Lecture réduite $\delta - \delta_{\text{réf.}}$	Azimut	Écarts des lectures
		gon	gon	gon	
CG 0 d	A	0,001 0,000			
CG 0 d	B	138,757	138,7565		0,0036
CG 0 d	C	209,845	209,8445		-0,0086
CG 0 d	D	320,435	320,4345		0,0006
CG 0 d	E	347,849	347,8485		-0,0119
CD 100 I	A	100,030 100,035			
CD 100 I	B	238,777	138,7445		-0,0084
CD 100 I	C	309,888	209,8555		0,0024
CD 100 I	D	20,468	320,4355		0,0016
CD 100 I	E	47,89	347,8575		-0,0029
CG 50 d	A	50,112 50,103			
CG 50 d	B	188,858	138,7505		-0,0024
CG 50 d	C	259,971	209,8635		0,0104
CG 50 d	D	370,528	320,4205		-0,0134
CG 50 d	E	397,98	347,8725		0,0121
CD 150 I	A	150,033 150,045			
CD 150 I	B	288,799	138,76	138,7529	0,0071
CD 150 I	C	359,888	209,849	209,8531	-0,0041
CD 150 I	D	470,484	320,445	320,4339	0,0111
CD 150 I	E	497,902	347,863	347,8604	0,0026

### 8.3.4. La précision et la tolérance associées aux mesures d'angles horizontaux

1° Le § 7.4.2<sup>8</sup> a énoncé les modalités selon lesquelles la précision des mesures d'angle horizontal par un théodolite peut être évaluée ou annoncée. Rappelons que la précision annoncée par le constructeur du théodolite correspond, selon la norme ISO 17123 – Partie 3, est l'écart-type de la moyenne de deux directions lues sur le cercle horizontal dans les positions I et II de la lunette, en visant un signal déterminé.

Cet écart-type ainsi estimé reçoit la notation normalisée :  $s_{\text{ISO-THEO-HZ}}$ .

Nous en retiendrons que l'écart-type associé à la mesure d'une direction par un théodolite ordinaire, dans une des deux positions de la lunette, se calcule par la relation:

$$\sigma_{\delta} = \sqrt{2} s_{\text{ISO-THEO-HZ}} \cdot$$

2° A l'intérieur d'une séquence, on peut calculer l'écart-type et la tolérance de la fermeture angulaire.

La fermeture angulaire d'une séquence s'obtient par différence entre les lectures de fermeture et d'ouverture. La variance de cette différence est la somme des variances associées à chacune des deux lectures, soit donc deux fois la variance d'une lecture. En conséquence, l'écart-type de cet écart de fermeture vaut donc :

$$\sigma_{\text{écart de fermeture}} = \sqrt{2} \sigma_{\delta} = 2 s_{\text{ISO-THEO-HZ}} \cdot$$

et la tolérance correspondante se calcule par la relation :

$$T_{\text{écart de fermeture}} = 2,58 \sqrt{2} \sigma_{\delta} = 3,65 \sigma_{\delta} \cdot$$

---

<sup>8</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293804>

## 8. La mesure des angles

3° Pour plusieurs séquences, en paires ou en tour d'horizon, on peut calculer l'écart-type de l'écart de lecture, ce qui est plus complexe. Si nous choisissons la direction OB, nous obtenons l'écart de lecture correspondant à la  $i^{\text{ème}}$  séquence parmi  $k$ , par le calcul suivant :

$$(\Delta\alpha_{OB})_i = (\alpha_{OB})_i - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\alpha_{OB})_i .$$

Dans cette expression,  $(\alpha_{OB})_i$  est l'angle AOB (figure 8.3.1) que la direction OB fait avec la direction de référence OA, calculé au sein de la  $i^{\text{ème}}$  séquence. Celui-ci est calculé par :

$$\alpha_{OB} = \delta_{OB} - \frac{(\delta_{OA})_o + (\delta_{OA})_f}{2} .$$

Il en résulte que l'écart-type d'un angle d'une visée, calculé au sein d'une séquence vaut:

$$\sigma_{\alpha_{OB}} = \sqrt{\sigma_{\delta}^2 + \frac{1}{2}\sigma_{\delta}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma_{\delta}^2} = \sqrt{3}\sigma_{\text{ISO-THEO-HZ}} .$$

En fonction de ce qui précède, l'écart-type de l'écart de lecture au sein d'une séquence parmi  $k$  autres séquences, se calcule par la relation :

$$\sigma_{\Delta\alpha_{OB}} = \sqrt{\sigma_{\alpha_{OB}}^2 + \frac{\sigma_{\alpha_{OB}}^2}{k}} = \sigma_{\delta} \sqrt{\frac{3}{2}\left(1 + \frac{1}{k}\right)} = \sigma_{\text{ISO-THEO-HZ}} \sqrt{3\left(1 + \frac{1}{k}\right)} .$$

Finalement l'écart-type d'un angle calculé par la réalisation de  $k$  séquences vaut:

$$\sigma_{\alpha_{ob}} = \sigma_{\delta} \sqrt{\frac{3}{2k}} = \sigma_{\text{ISO-THEO-HZ}} \sqrt{\frac{3}{k}} .$$

Le tableau 8.3.4 présente, pour un théodolite ordinaire (écart-type annoncé :  $\sigma_{\text{ISO-THEO-HZ}} = 20^{\text{mgon}}$ ) et un théodolite de précision (écart-type annoncé :  $\sigma_{\text{ISO-THEO-HZ}} = 3^{\text{mgon}}$ ), les valeurs de l'écart-type et de la tolérance des fermetures angulaires, des écarts de lecture et des angles calculés à partir d'une séquence, de deux, de quatre et de huit séquences (une, deux et quatre paires). Ces valeurs sont indicatives. Elles varient évidemment en fonction de l'expérience de l'opérateur, du soin avec lequel il pratique ainsi que des conditions dans lesquelles les mesures doivent se faire. Ces précisions sont théoriques. Elles sont déduites des valeurs annoncées par les constructeurs. Rappelons que les précisions pratiques sont souvent deux à trois fois moins bonnes que les précisions théoriques (§ 7.4.2<sup>9</sup>).

<sup>9</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293804>

## 8. La mesure des angles

Tableau 8.3.4. Écart-type et tolérances des fermetures angulaires, écarts de lecture et angles calculés après réalisation de séquences, avec deux théodolites différents (en mgon).

	Théodolite "ordinaire"	Théodolite de précision
Écart-type annoncé pour la moyenne des lectures en positions I et II (SISO-THEO-HZ)	20	3
Écart-type d'une lecture dans une des deux positions de la lunette $\sigma_\delta$	28,3	4,2
Écart-type de la fermeture angulaire	20,0	3,0
Tolérance de la fermeture angulaire	51,6	7,74
Une séquence		
Écart-type de l'angle	34,6	5,2
Tolérance de l'angle	89,4	13,41
Une paire de séquence		
Écart-type de l'écart de lecture	42,4	6,4
Tolérance de l'écart de lecture	109,5	16,42
Écart-type de l'angle	24,5	3,7
Tolérance de l'angle	63,2	9,48
Deux paires de séquence		
Écart-type de l'écart de lecture	38,7	5,8
Tolérance de l'écart de lecture	99,9	14,99
Écart-type de l'angle	17,3	2,6
Tolérance de l'angle	44,7	6,70
Quatre paires de séquence		
Écart-type de l'écart de lecture	36,7	5,5
Tolérance de l'écart de lecture	94,8	14,22
Écart-type de l'angle	12,2	1,8
Tolérance de l'angle	31,6	4,74

### 8.4. Les méthodes de mesure des angles verticaux

Rappelons (§ 5.2.1<sup>10</sup>) que les angles verticaux peuvent être comptés à partir de la direction zénithale (angle zénithal  $\zeta$ ) ou à partir de l'horizontale (angle de hauteur ou inclinaison  $\eta$ ) suivant le mode de graduation du cercle vertical du théodolite utilisé. Il faut donc en premier lieu examiner le mode de graduation de ce cercle vertical.

En topométrie, on mesure généralement les angles verticaux des différentes directions visées à partir d'un point de stationnement, après et indépendamment de leurs angles horizontaux dont la mesure a été décrite au § précédent.

La méthode de mesure d'un angle vertical avec un théodolite doit évidemment éliminer l'erreur systématique de collimation verticale décrite au § 7.3.6<sup>11</sup>. Pour ce faire, l'opérateur doit manipuler le dispositif de collimation verticale (§ 7.3.3<sup>11</sup>) si celui-ci est présent sur le théodolite sans être automatique.

Ce dispositif ne garantit pas l'absolue verticalité (ou horizontalité) du bras des index mais fixe sa position dans deux positions voisines symétriques par rapport à la verticale (ou l'horizontale), correspondant aux deux positions I et II de la lunette. **Il faut donc toujours pratiquer le double retournement lors de la mesure des angles verticaux.** De plus, l'opérateur calculera, après chaque double retournement, la valeur de la collimation verticale (§ 7.3.6).

Cette valeur de la collimation étant obtenue à partir de la somme de deux lectures sur le cercle vertical, l'écart-type qui lui est associé vaut :

$$\sigma_{\text{col.vert.}} = \sqrt{2}\sigma_{\delta} = s_{\text{ISO-THEO-V}}$$

expression dans laquelle  $s_{\text{ISO-THEO-V}}$  est l'écart-type des erreurs de lecture sur le cercle gradué, calculé selon la norme ISO 17123 – Partie 3 (§ 7.4.3).

Quant à la mesure de l'angle de hauteur, il se calcule par l'expression :

$$\eta = \frac{\delta_{\text{CG}} + \delta_{\text{CD}}}{2}$$

et, en conséquence, son écart-type s'obtient par la relation:

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{\delta_1}^2 + \sigma_{\delta_2}^2)}$$

<sup>10</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293759>

<sup>11</sup> <https://hdl.handle.net/2268/293804>

## 8. La mesure des angles

ce qui peut encore s'écrire sous la forme:

$$\sigma_{\eta} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_{\delta} = s_{\text{ISO-THEO-V}} \cdot$$

Gembloux Agro-Bio Tech



## Index

alignement entre deux points, 7  
anti-horaire, 3  
boussole, 9  
    à main, 10  
    directrice, 10  
    topographique, 11  
canne à plomber, 6  
**déclinaison magnétique**, 10  
décliné, 4  
dextrogyre, 3  
**écart**  
    des lectures, 18  
**équerre**  
    à double prisme, 6  
    à prisme simple, 5  
    d'alignement, 7  
    de raccordement, 9  
fermeture angulaire de la séquence, 14  
goniométrie, 4  
horaire, 3

**inclinaison magnétique**, 10  
**isogones**, 10  
**lecture**  
    de fermeture, 14  
    d'ouverture, 14  
lévogyre, 3  
**ligne agonique**, 10  
**limbe**, 10  
orientation, 3  
orientation, 3  
paire de séquences, 13, 16  
**pôle nord**  
    géographique, 9  
    magnétique, 9  
réitération, 16  
répétition, 13  
rétrograde, 3  
sens\_direct, 3  
séquence, 13  
tour d'horizon, 13

## Index Bibliographique

L'index bibliographique peut être obtenu en suivant le lien :

<https://hdl.handle.net/2268/293535>