



Cours de Géométrie

[Prof. C. Debouche](#)

7. Le théodolite et la station totale

Les références bibliographiques citées dans ce texte sont consultables en suivant le lien <https://hdl.handle.net/2268/293535>

Sommaire

7. Le théodolite et la station totale	1
Sommaire	2
7. Le théodolite et la station totale	3
7.1. Description générale du théodolite.....	3
7.1.1. Les éléments constitutifs d'un théodolite.....	3
7.1.2. Les nivelles électroniques.....	6
7.1.3. Les lunettes topographiques	7
7.2. Les erreurs systématiques du théodolite et leur élimination	12
7.2.1. Erreur due à l'excentricité des axes dans les cercles	12
7.2.2. Erreur due à l'excentricité de l'axe optique.....	15
7.2.3. Erreur de mise en station	17
7.2.4. Erreur de collimation horizontale.....	18
7.2.5. Erreur d'inclinaison.....	19
7.2.6. Erreur de collimation verticale	21
7.2.7. Erreur de graduation des cercles.....	23
7.2.8. Résumé	24
7.3. La mise en station, le contrôle et le réglage d'une station totale	25
7.3.1. Mise en station d'une station totale	25
7.3.2. Contrôle des nivelles	26
7.3.3. Le réglage de l'oculaire	26
7.3.4. La mesure et la correction de l'erreur de collimation horizontale.....	27
7.3.5. La mesure et la correction de l'erreur d'inclinaison	29
7.3.6. La mesure et la correction de l'erreur de collimation verticale	30
7.4. L'utilisation et la précision du théodolite	31
7.4.1. Les règles d'utilisation du théodolite	32
7.4.2. La précision des mesures d'angle horizontal par un théodolite	33
7.4.3. La précision des mesures d'angle vertical par un théodolite	37
7.4.4. La précision des mesures de coordonnées de point par une station totale	41
Index des matières	50
Index Bibliographique	50

7. Le théodolite et la station totale

7.1. Description générale du théodolite

7.1.1. Les éléments constitutifs d'un théodolite

Le **théodolite** est un instrument qui permet de mesurer les angles horizontaux et verticaux. Il réunit ainsi les fonctions d'un goniomètre (mesure des angles horizontaux (également appelés angles azimutaux) et d'un éclimètre (mesure dans angles verticaux).

Le **tachéomètre** y ajoute la possibilité de mesurer des distances. Auparavant, les instruments étaient analogiques (lecture sur un cercle vertical et un cercle horizontal pour les angles et mesure optique de la distance). Actuellement on utilise des appareils électroniques : la mesure est indiquée directement en chiffres sur l'écran (lecture digitale). La mesure de distance est permise par l'incorporation à la lunette d'un distancemètre électronique (EDM Electro-Optical DistanceMeter) (chapitre 9). Un tel appareil porte le nom de **tachéomètre électronique** ou encore de **station totale**. Il permet en outre de mémoriser les résultats des mesurages d'angles et de distances dans un carnet électronique d'observation et de les transférer dans un ordinateur pour y être exploités.

La figure 7.1.1 schématise les principales parties d'un théodolite.

La **plaque de base** de la station totale est posée sur le **plateau du trépied** et est rendue solidaire de ce dernier au moyen d'une vis de fixation. Le plateau du trépied et donc la plaque de base également, ne sont pas nécessairement en position strictement horizontale. Les **vis calantes**, au nombre de trois, permettent de modifier l'inclinaison de l'embase par rapport à celle de la plaque de base. Ces trois vis calantes seront utilisées pour la "**mise en station**" de l'appareil (§ 7.3.1), l'embase étant souvent munie d'une **nivelle sphérique**. Dans certains appareils l'embase peut être séparée du reste du théodolite et recevoir d'autres appareils comme un niveau, un prisme "réflecteur", une mire horizontale etc.

La station totale est souvent équipée d'un compensateur électronique définissant la direction de la gravité à l'intérieur de l'instrument. Il pallie aux petites erreurs de mise en station : il dissipe une légère erreur sur l'angle vertical.

L'embase était parfois pourvue d'un "**plomb optique**" (petit oculaire) qui, par un jeu de prismes et de lentilles, permettait de voir l'intersection de l'axe vertical passant par le centre de l'appareil avec le terrain sous le trépied.

La visée dans l'oculaire de plomb optique est remplacée dans les tachéomètres électroniques par un faisceau laser visible (**plomb laser**) sans oculaire, sous l'appareil. Celui-ci permet un **centrage** de la station totale exactement sur le point voulu. Le centrage est l'opération qui consiste à placer l'axe principal d'un instrument à la verticale du repère de station. On distingue le centrage nadiral le plus fréquent (repère au sol) et le centrage zénithal (repère au plafond d'une galerie souterraine). On parlera de **centrage forcé** lorsque le théodolite peut être désolidarisé de son embase, comme évoqué ci-dessus, pour y être remplacé par tout autre instrument comme une mire ou un prisme réflecteur sans introduire un défaut de centrage.

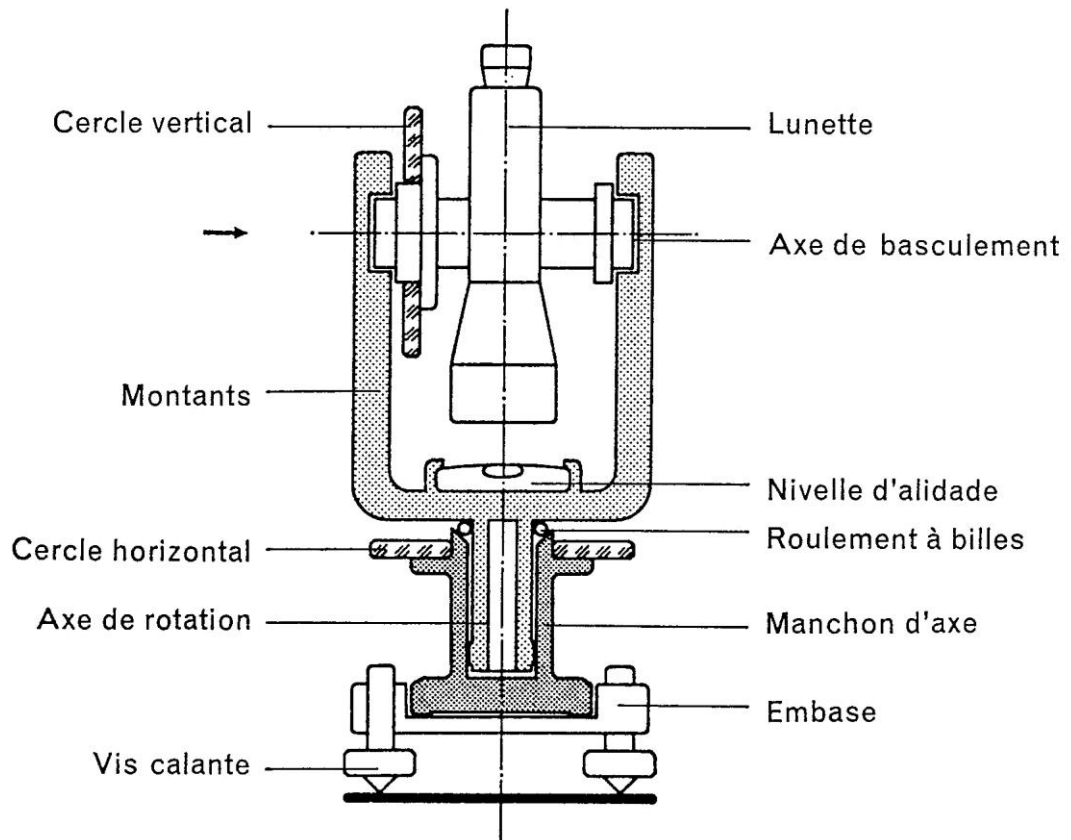


Figure 7.1.1. Représentation schématique d'un théodolite (document WILD).

Le manchon d'axe supporte le **cercle horizontal** sur lequel sont lus les angles correspondants. L'un et l'autre sont immobiles.

L'**alidade**, pivote autour de l'axe principal. Elle supporte l'axe secondaire autour duquel bascule la lunette au moyen de deux montants.

La **lunette topographique** bascule autour de cet axe secondaire, également appelé **axe de basculement**. Le cercle vertical est solidaire de la lunette. Il tourne donc avec celle-ci.

Un autre composant essentiel est l'écran, interface utilisateur/mini-ordinateur intégré. Les lectures de distances et de directions y sont affichées. Il est possible de choisir les options suivantes pour les distances et les angles (même s'il s'agit de directions, c'est le terme angle qui est couramment utilisé): distances oblique, horizontale, verticale et angles horizontaux ou verticaux.

Les éléments qui viennent d'être énoncés permettent de comprendre l'existence de trois axes concourants et perpendiculaires entre eux. Ils sont schématisés à la figure 7.2. L'**axe principal V** est au centre du théodolite. L'alidade pivote autour de cet axe vertical en déplaçant un index sur le cercle horizontal ce qui permet la lecture de l'angle horizontal α illustré sur la figure 7.1.2. La "**mise en station**" d'un théodolite consiste à faire coïncider cet axe vertical avec la verticale du point de stationnement c'est-à-dire avec la normale à la surface de référence.

L'**axe secondaire H** doit être perpendiculaire à l'axe principal. Il est donc horizontal. En basculant autour de cet axe, la lunette entraîne la rotation du cercle vertical qui se déplace ainsi

devant un index fixé au montant de l'alidade et qui permet la lecture de l'angle vertical η illustré sur la figure 7.1.2.

L'axe optique Z est perpendiculaire à l'axe secondaire et concourant à l'intersection de l'axe principal avec l'axe secondaire. L'axe optique est confondu avec la ligne de visée qui perce les lentilles de la lunette en leur centre et se prolonge jusqu'au centre de l'image visée.

La visée sur un point consiste à faire coïncider l'axe optique du théodolite avec la ligne de visée. Celle-ci réunit le point visé au point où se coupent les trois axes de l'appareil. Cette opération est réalisée en faisant pivoter l'alidade autour de l'axe principal et basculer la lunette autour de l'axe secondaire jusqu'à voir l'image du point visé. Cette opération suppose évidemment que le théodolite est mis en station (§ 7.3.1). La recherche du point visé est facilitée par la présence, sur la face supérieure de la lunette, d'un **visueur optique**.

Les déplacements de la lunette et de l'alidade de la station totale sont freinés par un dispositif de friction continue. Les petits déplacements de la lunette, qui permettent d'amener l'image du point visé au centre des lentilles, s'obtiennent grâce à une vis de fin **basculement**. Le **pivotement** léger de l'alidade peut être obtenu par la vis de fin pivotement correspondante.

Gembloux Agro-Bio Tech

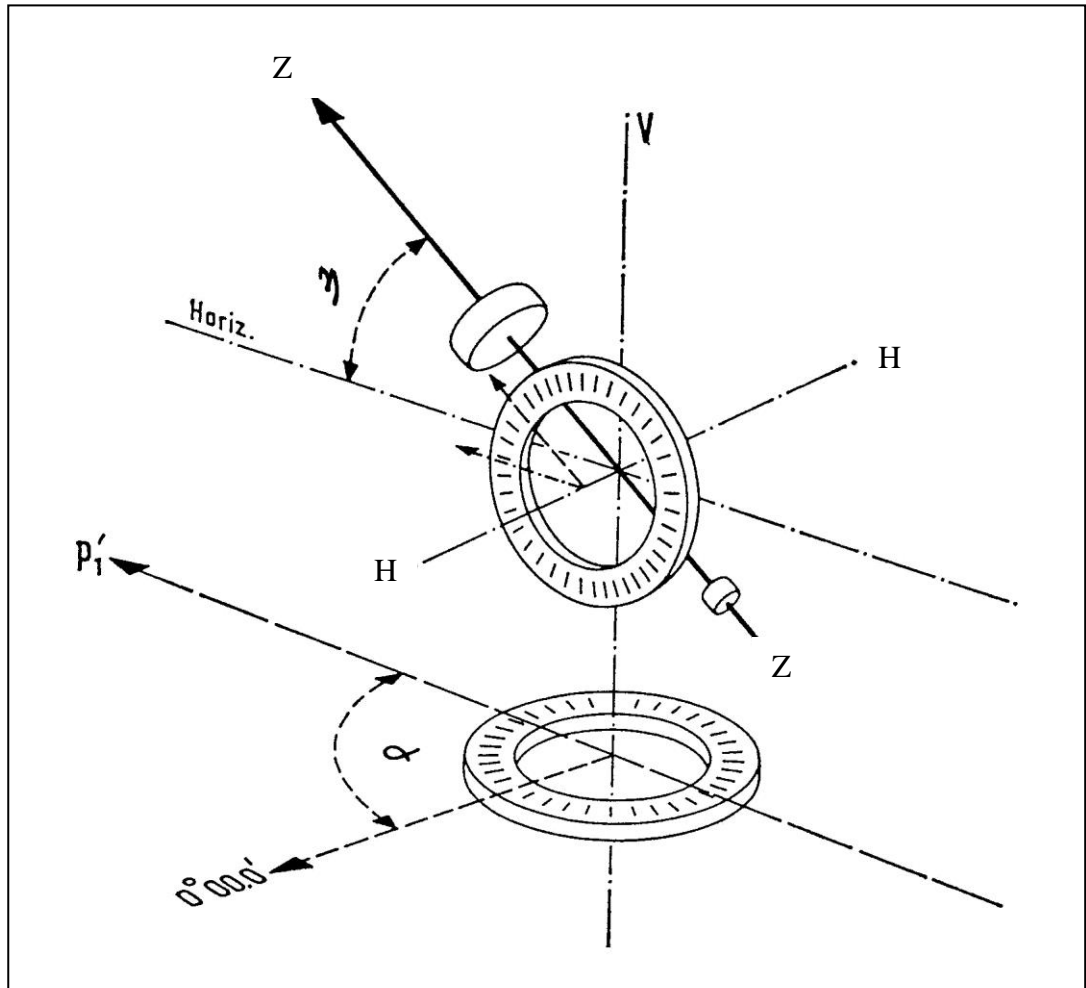


Figure 7.1.2. Représentation schématique des axes et des cercles d'un théodolite (document WILD).

Le théodolite est fixé sur un **trépied** constitué d'un plateau en métal soutenu par trois pieds en bois coulissants. La partie inférieure de chaque pied est garnie d'une pointe et d'une pédale qui en facilite l'enfoncement dans le sol.

Un autre composant essentiel est l'écran, interface utilisateur/mini-ordinateur intégré. Les lectures de distances et de directions y sont affichées. Il est possible de choisir les options suivantes pour les distances et les angles (même s'il s'agit de directions, c'est le terme angle qui est couramment utilisé): distances oblique, horizontale, verticale et angles horizontaux ou verticaux.

7.1.2. Les nivelles électroniques

La mise en station du théodolite, c'est-à-dire la mise en position verticale de son axe principal, peut être réalisée sur une station totale grâce à 2 nivelles électroniques perpendiculaires entre elles et disposées dans un plan perpendiculaire à l'axe principal. Une nivelle sphérique matérielle est à mettre à niveau avant les nivelles électroniques (mise en station approximative).

La **sensibilité** d'une nivelle correspond à la valeur de l'inclinaison qui provoque un déplacement de la bulle de 2 mm.

7.1.3. Les lunettes topographiques

Les lunettes utilisées sur les instruments de mesures topographiques sont constituées d'un ensemble de lentilles ou de groupes de lentilles.

L'axe optique d'une lunette est la droite joignant le centre de l'objectif au centre du réticule. C'est un axe fixe qui doit être rendu perpendiculaire à l'axe secondaire et concourant à l'intersection de cet axe secondaire avec l'axe principal.

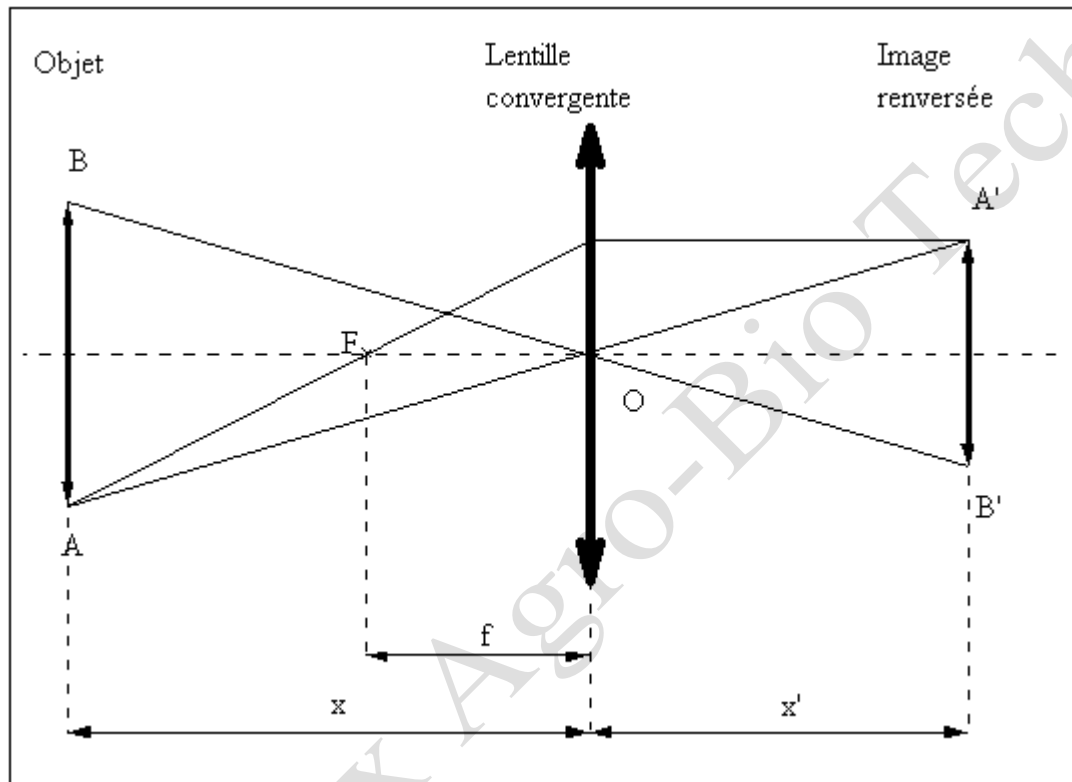


Figure 7.1.3. Image A'B' d'un objet AB au travers d'une lentille convergente.

L'objectif est un groupe de lentilles accolées qui se comporte comme une lentille convergente. Il donne donc de l'objet AB une image réelle renversée. Plusieurs lentilles sont accolées pour minimiser les aberrations résultant normalement de l'utilisation d'une lentille unique.

Une lentille divergente a été introduite en 1908 par WILD. Elle est située entre l'objectif et le réticule et elle agrandit l'image donnée par l'objectif. Elle peut être déplacée parallèlement à l'axe optique au moyen d'une **bague de mise au point**. Cette lentille porte également le nom de **lentille baladeuse**.

L'ensemble constitué par l'objectif et cette lentille divergente se comporte comme un objectif à foyer variable qui permet à l'opérateur d'amener exactement dans le plan du réticule, l'image renversée A'B' de l'objet AB (figure 7.1.4). Rappelons à ce sujet le fonctionnement d'une lentille convergente à laquelle nous assimilons l'ensemble objectif - lentille divergente (figure 7.1.3).

Si la distance séparant l'objet de l'objectif est notée x , la distance entre l'image et la lentille notée x' et f pour la distance focale (OF), la loi de DESCARTES s'écrit :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f},$$

si les distances sont comptées en valeur absolue.

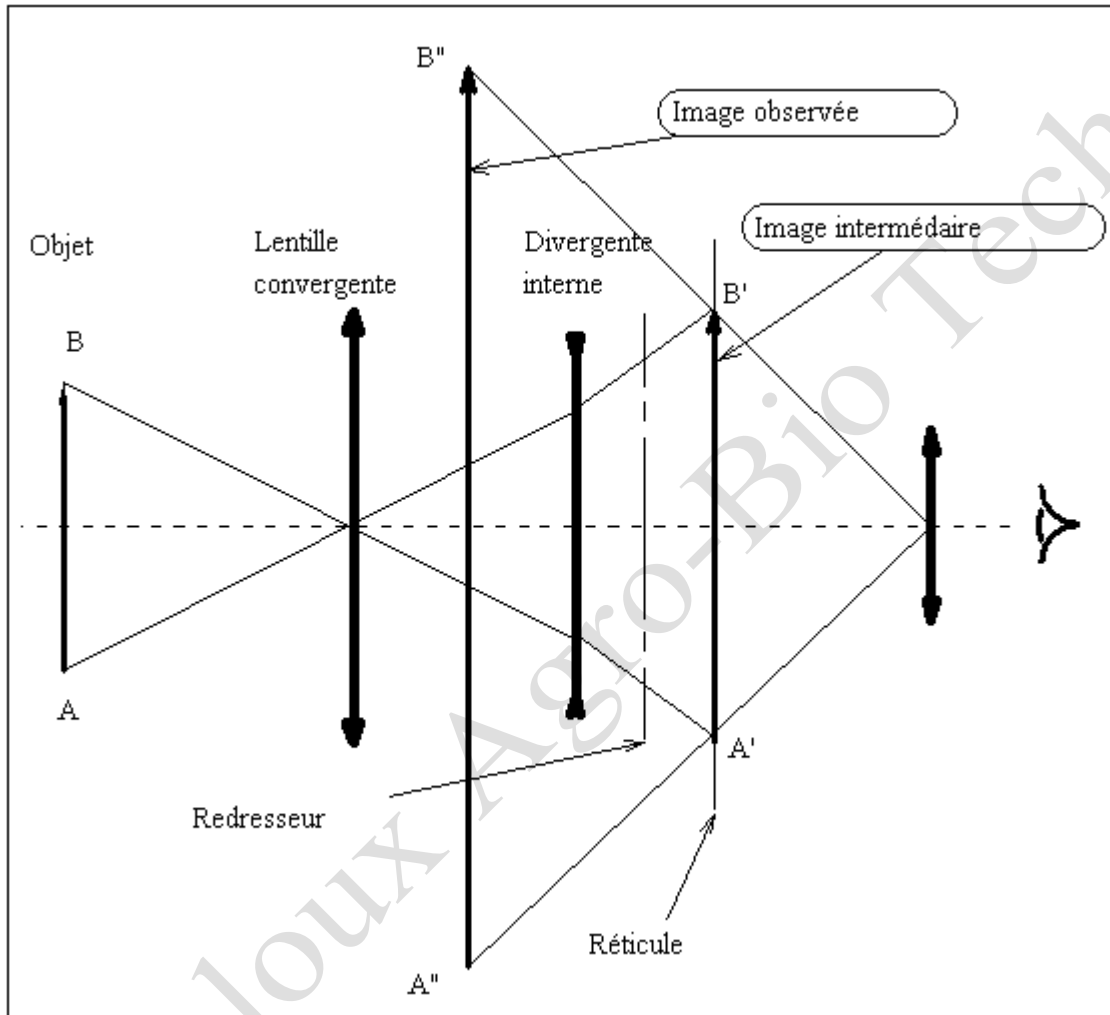


Figure 7.1.4. Schéma de l'optique d'une lunette topographique.

Dans une lunette topographique, x' est la distance séparant l'objectif du réticule. Elle est fixe. Par contre, x représente la distance séparant l'objectif de l'objet visé. Elle est essentiellement variable. Il faut donc pouvoir modifier la distance focale f pour que l'image de l'objet visé se forme toujours dans le plan du réticule. C'est l'image intermédiaire (figure 7.4).

Le **réticule** est un disque de verre à faces parallèles, fixe par rapport à l'objectif, sur lequel sont gravés un trait horizontal et un trait vertical. L'intersection de ces deux traits visualise l'axe optique. C'est le réticule ordinaire. Dans un réticule à bisection ou encadrement présent sur certaines lunettes, l'un ou l'autre trait peut être dédoublé afin d'améliorer la précision du pointé (figure 7.1.5).

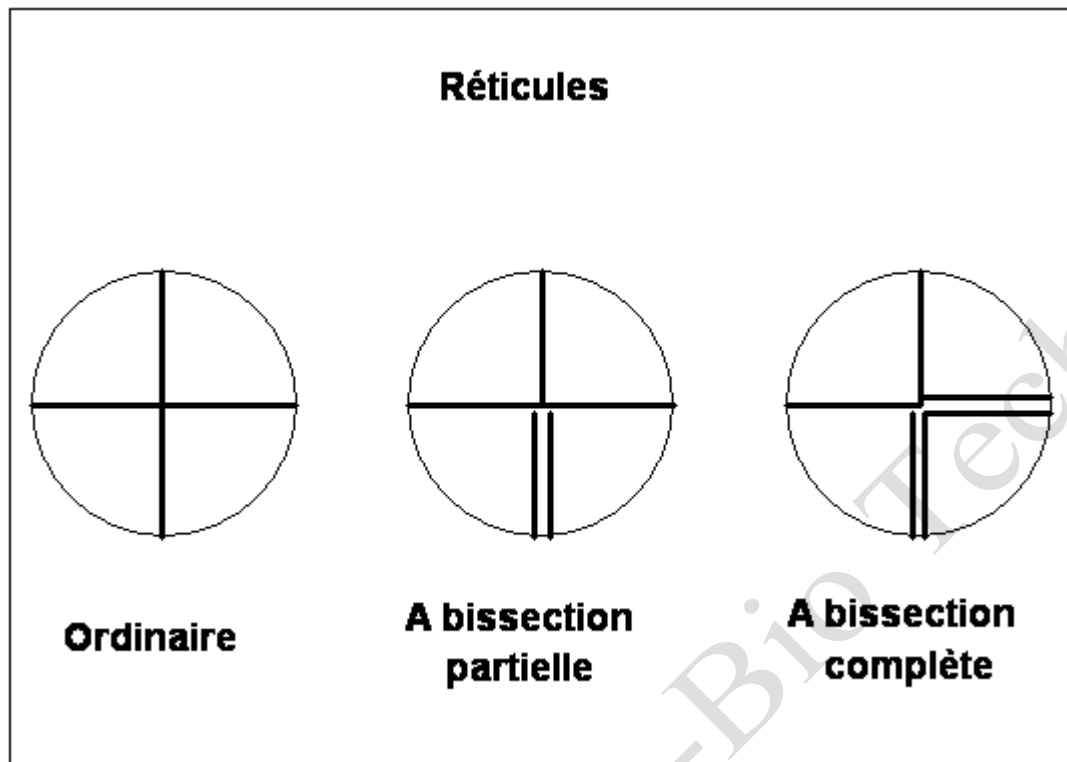


Figure 7.1.5. Réticules ordinaires ou à bisection.

L'**oculaire** est un ensemble de lentilles qui se comporte comme une loupe. Il agrandit l'image intermédiaire et les traits du réticule pour donner l'image $A''B''$ de l'objet AB (figure 7.1.4). L'oculaire est mobile et peut être déplacé le long de l'axe optique par rapport au réticule. Cela permet l'adaptation de la lunette à la variabilité des caractéristiques optiques de l'œil humain. Chaque opérateur devra donc régler l'oculaire en fonction des exigences de sa vue. Ce réglage conditionne la précision des visées mais surtout la fatigue de l'opérateur. En fin de séance de travail avec un oculaire mal réglé, l'opérateur aura l'impression d'une diminution de l'acuité de sa vision et pourra également ressentir des maux de tête. La procédure de mise au point sera détaillée dans le paragraphe 7.3.3.

La plupart des appareils actuels sont munis d'un prisme redresseur qui permet à l'opérateur d'observer à travers l'oculaire l'image droite ou redressée et non inversée $A''B''$ de l'objet AB . En l'absence de ce prisme l'image est inversée : gauche-droite et renversée : haut-bas.

La meilleure position de l'œil par rapport à l'oculaire est celle pour laquelle l'image de l'objectif au travers de l'oculaire remplit exactement l'image perçue par l'opérateur au travers de la lunette. C'est en effet dans cette position que la vision sera la plus claire car tous les rayons lumineux qui sortent de l'oculaire passent par le plan correspondant à la position optimale de l'œil définie ci-dessus. L'image de l'objectif vue au travers de l'oculaire s'appelle le **cercle oculaire** et le diamètre correspondant porte le nom de diamètre oculaire. Le cercle oculaire encore appelé anneau oculaire est souvent très proche du foyer de l'oculaire.

Le **grossissement** est une caractéristique importante des lunettes. Il est défini à partir de l'expression :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

où α' est l'angle sous lequel on voit l'image de l'objet dans la lunette;
 α est l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu.

Les grossissements habituellement rencontrés varient de 20 x à 30 x et exceptionnellement 40 x.

Le **pouvoir séparateur** de l'œil ou acuité visuelle, est le plus petit angle sous lequel deux points voisins peuvent être distingués. Pour que le cerveau distingue deux points voisins, il faut que les rayons qui en émanent atteignent deux cônes tapissant la rétine, séparés par un troisième cône. Le pouvoir séparateur de l'œil est normalement de 0,0003 radian, c'est-à-dire environ 2 cgr ou 1 minute sexagésimale. A une distance de 100 m un œil normal peut donc distinguer deux objets distants de 3 cm minimum (figure 7.1.6) suivant la relation :

$$d = r \alpha = 100 \times 0,0003 = 0,03 \text{ m.}$$

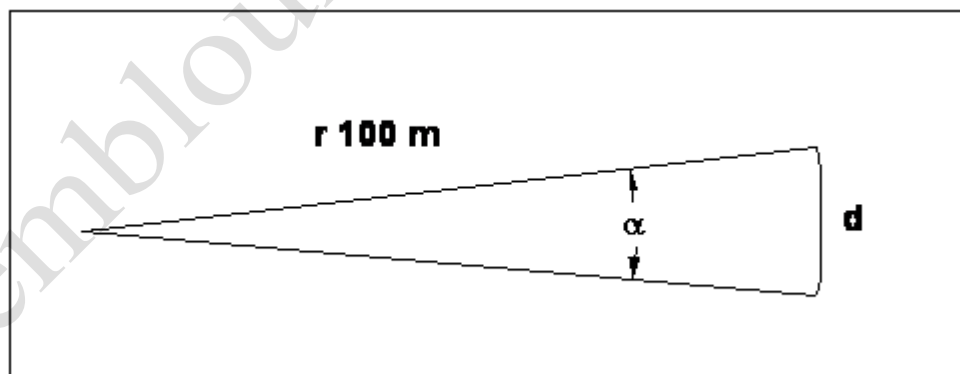


Figure 7.1.6. Pouvoir séparateur de l'œil.

Le pouvoir séparateur d'une lunette est l'angle minimum sous lequel deux points sont vus distinctement dans celle-ci. Il peut se calculer approximativement en divisant le pouvoir séparateur de l'œil par le grossissement de la lunette. Les besoins de la topographie courante nous obligent à pouvoir discerner, à environ 100 m de distance, deux points séparés d'un mm. Une lunette de grossissement 30 x permet d'atteindre ce but.

La **clarté** d'une lunette est définie comme étant le rapport entre la quantité de lumière reçue par l'œil dans la vision d'un objet au travers de la lunette et la quantité reçue par l'œil lorsqu'on regarde l'objet directement. On peut démontrer que la valeur théorique de la clarté est calculée par l'expression :

$$C = \frac{O^2}{p^2 G^2}$$

où O est le diamètre de l'objectif,
p est le diamètre de la pupille,
G est le grossissement de la lunette,
C est la clarté de la lunette.

La clarté est donc une fonction inverse du grossissement et une fonction directe du diamètre de l'objectif.

Dans une lunette de qualité, les différentes aberrations (sphéricité, astigmatisme, chromatisme et distorsion) sont corrigées en partie par la combinaison de plusieurs lentilles convergentes et divergentes en verres différents.

7.2. Les erreurs systématiques du théodolite et leur élimination

7.2.1. Erreur due à l'excentricité des axes dans les cercles

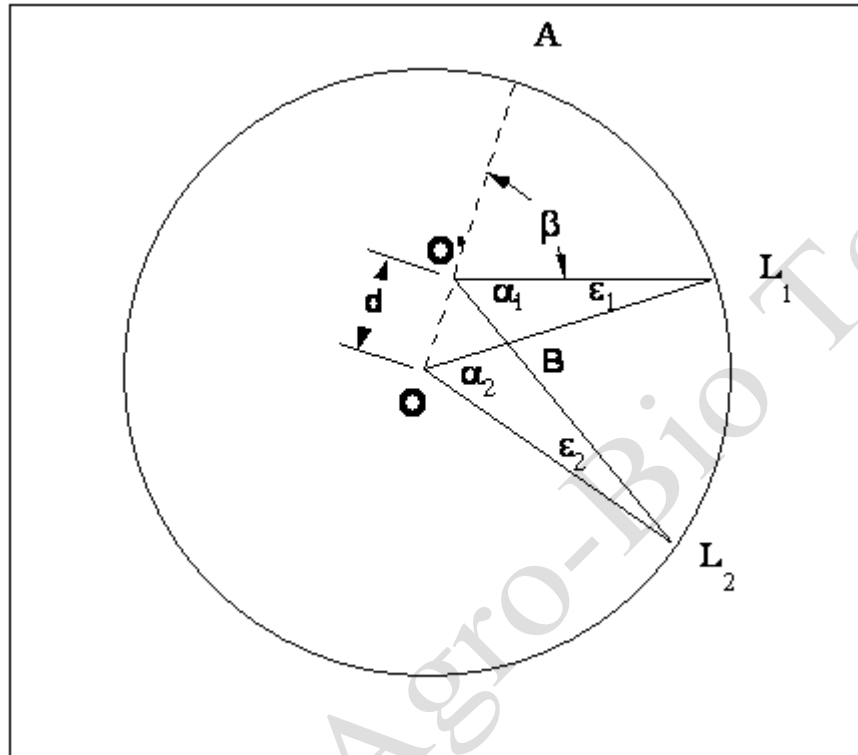


Figure 7.2.1. Erreur d'excentricité d'axe.

1° L'axe principal est supposé percer le cercle horizontal en son centre et de même pour l'axe secondaire vis à vis du cercle vertical. Il n'en est pas toujours ainsi ce qui entraîne des erreurs systématiques. La figure 7.2.1 montre un cercle gradué de centre O , et un axe de pivotement de l'alidade ou de basculement de la lunette qui perce le plan du cercle en O' . La distance séparant O et O' est notée d . Lors de la visée sur le premier signal, l'index donne la lecture L_1 sur le cercle. L_2 correspond à la visée sur le deuxième signal. L'angle réel séparant les 2 visées est α_1 . L'angle calculé à partir de la différence des 2 lectures L_1 et L_2 est α_2 puisque le cercle est gradué par rapport à ce point.

L'erreur commise vaut donc :

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$

Avec les conventions suivantes relatives à la notation des angles :

$$\beta = \text{A O}' \text{L}_1$$

$$\varepsilon_1 = \text{O}' \text{L}_1 \text{O}$$

et

$$\varepsilon_2 = \text{O}' \text{L}_2 \text{O}$$

et en considérant les triangles $\text{O}'\text{BL}_1$ et OBL_2 opposés par le sommet, on peut écrire :

$$\alpha_1 + \varepsilon_1 = \alpha_2 + \varepsilon_2$$

et donc

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

D'autre part, en considérant les triangles $\text{OO}'\text{L}_1$ et $\text{OO}'\text{L}_2$, on peut écrire :

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{d} = \frac{\sin(\pi - \beta)}{R} = \frac{\sin \beta}{R}$$

et

$$\frac{\sin \varepsilon_2}{d} = \frac{\sin(\pi - \alpha_1 - \beta)}{R} = \frac{\sin(\alpha_1 + \beta)}{R},$$

où R est le rayon du cercle.

En confondant l'angle et son sinus on peut écrire :

$$\varepsilon_1 \approx d \frac{\sin \beta}{R} \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 \approx d \frac{\sin(\alpha_1 + \beta)}{R}$$

et finalement :

$$\Delta_{\alpha} \approx \frac{d}{R} [\sin \beta - \sin(\alpha_1 + \beta)]$$

Cette erreur d'excentricité est variable au cours d'une série de mesures d'angles en une même station, puisque les seules grandeurs constantes sont d et R . De plus la valeur de α est inconnue. L'erreur Δ_{α} peut donc varier entre 0 et d/R , valeur maximale atteinte lorsque l'angle α_1 vaut 90 ou 270°, l'angle β étant nul ou multiple de 90°.

Remarquons que l'importance de cette erreur est plus faible pour les cercles de grand rayon R . L'erreur d'excentricité n'est pas négligeable. Pour un écart de 10 microns ($d = 0,01$ mm) et si le cercle a un rayon de 5,5 cm, l'erreur maximale sur la lecture d'un angle vaut donc :

$$\Delta_{\alpha} = \frac{d}{R} = \frac{0,01}{55} = 0,000182 \text{ radian ,}$$

ce qui correspond à 0,0116 grade, valeur non négligeable.

2° La qualité de fabrication des théodolites actuels rend l'erreur d'excentricité relativement faible.

De plus l'erreur d'excentricité peut être éliminée par la procédure du **double retournement** qui est décrite ci-dessous et qui joue un rôle important dans l'élimination de certaines autres erreurs systématiques.

Le double retournement consiste à effectuer une première visée sur l'objet accompagnée des diverses lectures, et ensuite, après pivotement de l'alidade de 200 g et basculement de la lunette, à recommencer une deuxième visée sur le même objet en renouvelant également les diverses lectures. La visée pour laquelle le cercle vertical est situé à gauche de la lunette est identifiée **C.G. (cercle à gauche)** et l'autre visée pour laquelle le cercle vertical est passé à droite de la lunette est identifiée **C.D. (cercle à droite)**. Dans la plupart des stations totales actuelles, on ne peut plus distinguer le bras qui porte le cercle vertical. Il n'est donc plus possible de parler de cercle à gauche ou à droite. Les deux positions de l'alidade, avant et après le double retournement, sont notées **position I** et **position II**.

Vis-à-vis de l'erreur d'excentricité pour le cercle horizontal, le double retournement joue en partie le même rôle : la prise en considération de la moyenne des 2 lectures (en C.D et en C.G., ou en I et en II) élimine l'erreur systématique d'excentricité. Cette procédure ajoute cependant une erreur accidentelle d'excentricité due au jeu de l'axe principal dans son tourillon de base. Cette dernière erreur est faible. Les constructeurs actuels assurent un jeu de l'axe dans son manchon dont la valeur maximum est de l'ordre du micron ce qui correspond à une erreur de 0,001 grade.

Pour le cercle vertical, le double retournement n'élimine l'erreur d'excentricité que lorsque la visée est horizontale ($\eta = 0$). L'élimination de cette erreur est d'autant plus faible que η est différent de 0.

7.2.2. Erreur due à l'excentricité de l'axe optique.

1° Cette erreur intervient lorsque le point de rencontre de l'axe optique et de l'axe secondaire ne se trouve pas sur l'axe principal. Dans ce cas le plan vertical contenant l'axe optique ne contient pas l'axe principal mais lui est parallèle. Quand l'alidade tourne autour de l'axe principal, tout se passe comme si le plan de visées restait constamment tangent à un cylindre d'axe confondu avec l'axe principal (figure 7.2.2).

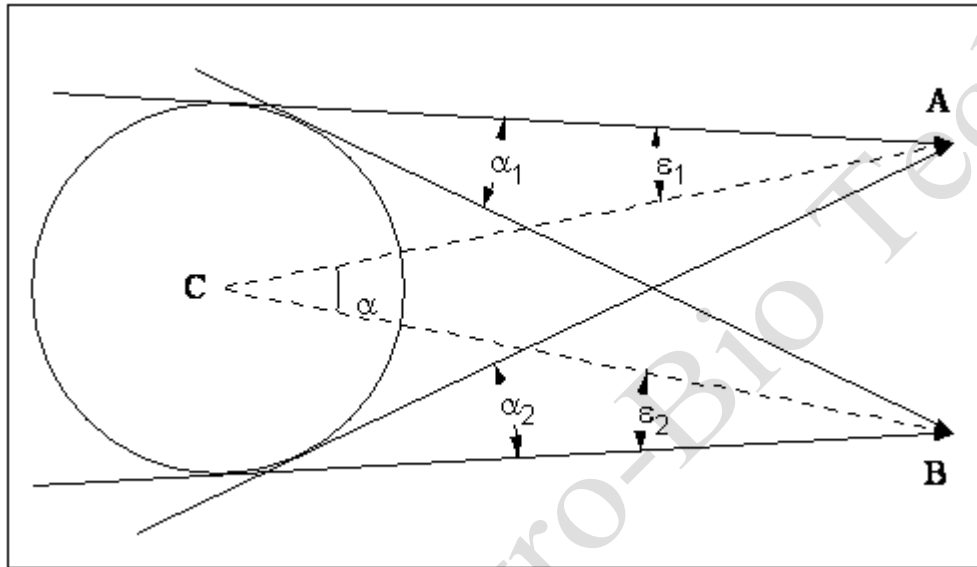


Figure 7.2.2. Excentricité de l'axe optique par rapport à l'axe principal.

La figure 7.2.2 schématise les visées successives sur les points A et B à partir du point C. L'angle qui doit être mesuré est l'angle α . En raison de l'excentricité de l'axe optique on obtiendra la valeur α_1 ou α_2 suivant la position du cercle vertical (CD ou CG, ou position I et II).

Par une démonstration analogue à celle du paragraphe précédent on a :

$$\alpha - \alpha_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

et

$$\alpha_2 - \alpha = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

et donc également :

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \alpha$$

La moyenne des angles α_1 et α_2 obtenus à partir des deux positions I et II est donc égale à l'angle réel. Le double retournement élimine donc l'erreur d'excentricité de l'axe optique par rapport à l'axe principal. Cette erreur concerne la lecture d'une direction sur le cercle horizontal.

2° Lorsque l'axe optique ne coïncide pas avec l'axe secondaire, leur plus courte distance notée d , projetée suivant un plan normal à l'axe secondaire, introduit sur la mesure de l'angle de hauteur une erreur égale à (figure 7.2.3).

$$\eta - \eta' = \varepsilon_0 = \frac{d}{AB}$$

Après double retournement l'angle de hauteur présente la même erreur mais changée de signe :

$$\eta'' - \eta = \varepsilon_0$$

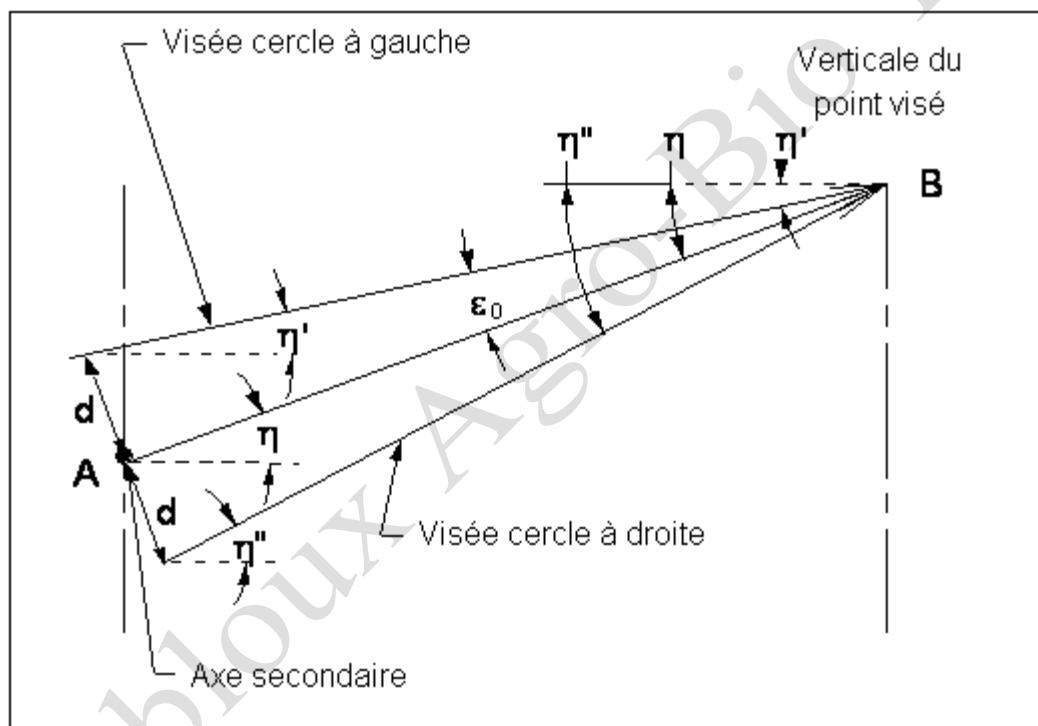


Figure 7.2.3. Discordance de l'axe optique et de l'axe secondaire.

Le double retournement élimine donc l'incidence sur l'angle vertical η de l'erreur d .

7.2.3. Erreur de mise en station

1° L'erreur de mise en station qui porte également le nom d'erreur de calage de l'axe principal est due à la non verticalité de l'axe principal c'est-à-dire à l'absence de parallélisme entre ce dernier et la verticale du lieu (direction du fil à plomb).

Soit un angle v entre l'axe principal OA et la verticale OZ (figure 7.2.4). Cette erreur de "mise en station" entraîne pour l'axe secondaire OS' du théodolite erroné, une possibilité de parcours décrite par le grand cercle $DES'BD$.

Lors de la lecture d'une direction sur le cercle horizontal, l'erreur résultant de l'erreur de mise en station v dépend de l'angle de hauteur η (figure 7.2.3.) de la visée et de la position de l'axe secondaire. Cette erreur, exprimée en arc de cercle, vaut la différence entre ES' et ES . Elle est nulle pour un visée horizontale ($\eta = 0$) ou lorsque l'axe secondaire est horizontal (S' confondu avec E) ce qui correspond à une direction particulière de la visée qui doit être parallèle au plan contenant la verticale du lieu (OZ) et l'axe principal. Pour les autres conditions (visée non horizontale ou non comprise dans le plan ZOA) l'erreur de lecture sur le cercle horizontal est variable. Cette erreur sur une direction horizontale ne peut pas être éliminée par le double retournement.

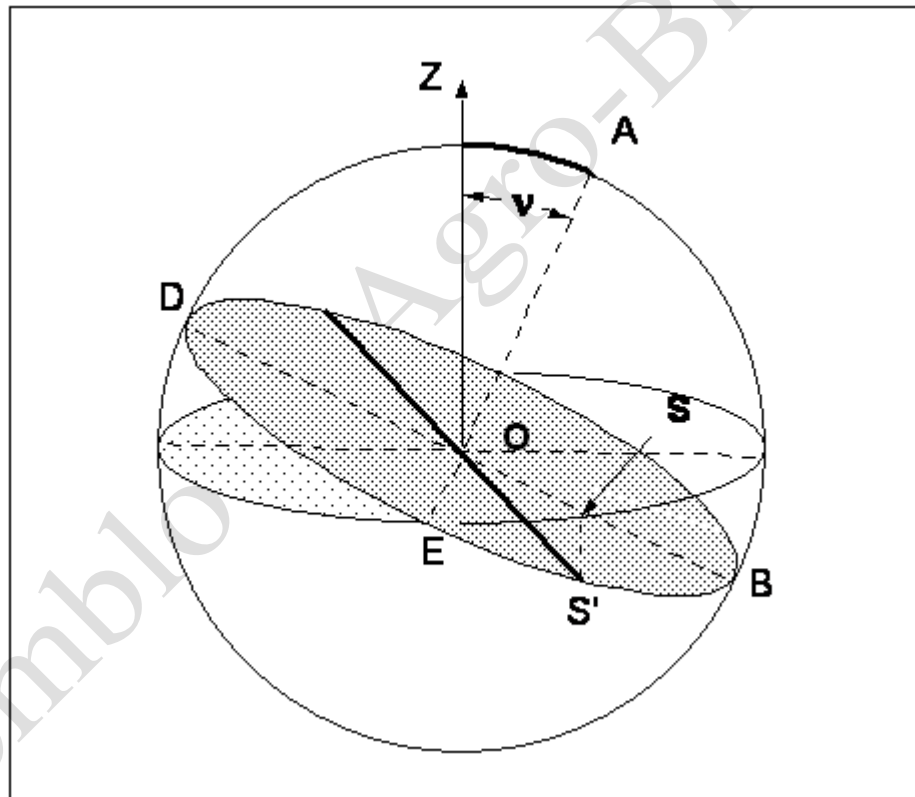


Figure 7.2.4. Non verticalité de l'axe principal.

2° Lors de la lecture d'un angle vertical l'erreur résultant d'une mise en station erronée est également variable et ne peut pas non plus être éliminée par le double retournement sauf si le théodolite est équipé d'une **nivelle collimatrice** accompagnée d'un dispositif de réglage du **bras des index** (index qui se déplace à proximité du cercle horizontal immobile et qui était parfois doublé – prolongé sur le diamètre du cercle - d'où 'bras des index') du cercle vertical. Ce dispositif permet de garantir l'horizontalité (ou la verticalité) du bras des index indépendamment de la position de l'axe principal. Dans ce cas, si la bulle de la nivelle collimatrice est ramenée entre ses repères avant

chacune des deux lectures du double retournement (position I et position II.), on peut démontrer que la combinaison de ces deux lectures donne l'angle vertical dépourvu d'erreur.

La nivelle collimatrice et la vis de manœuvre du bras des index, appelés **dispositif de collimation verticale**, peuvent être remplacés par un dispositif automatique, souvent constitué d'un pendule ou d'un liquide en équilibre qui assure l'horizontalité (ou la verticalité) du bras des index dans certaines limites de l'erreur de mise en station.

Néanmoins, vu l'absence de correction de l'erreur sur une direction lue sur le cercle horizontal par le double retournement, l'opérateur devra apporter le plus grand soin à la mise en station correcte du théodolite. Cela peut ralentir sensiblement les mesures mais c'est indispensable pour en garantir la qualité.

7.2.4. Erreur de collimation horizontale.

La **collimation horizontale** est un défaut de perpendicularité entre l'axe optique et l'axe secondaire.

L'incidence sur un angle horizontal $\Delta\omega$ d'une erreur de collimation horizontale θ se calcule par l'expression :

$$\Delta\omega_{\theta} = \frac{\theta}{\cos\eta}.$$

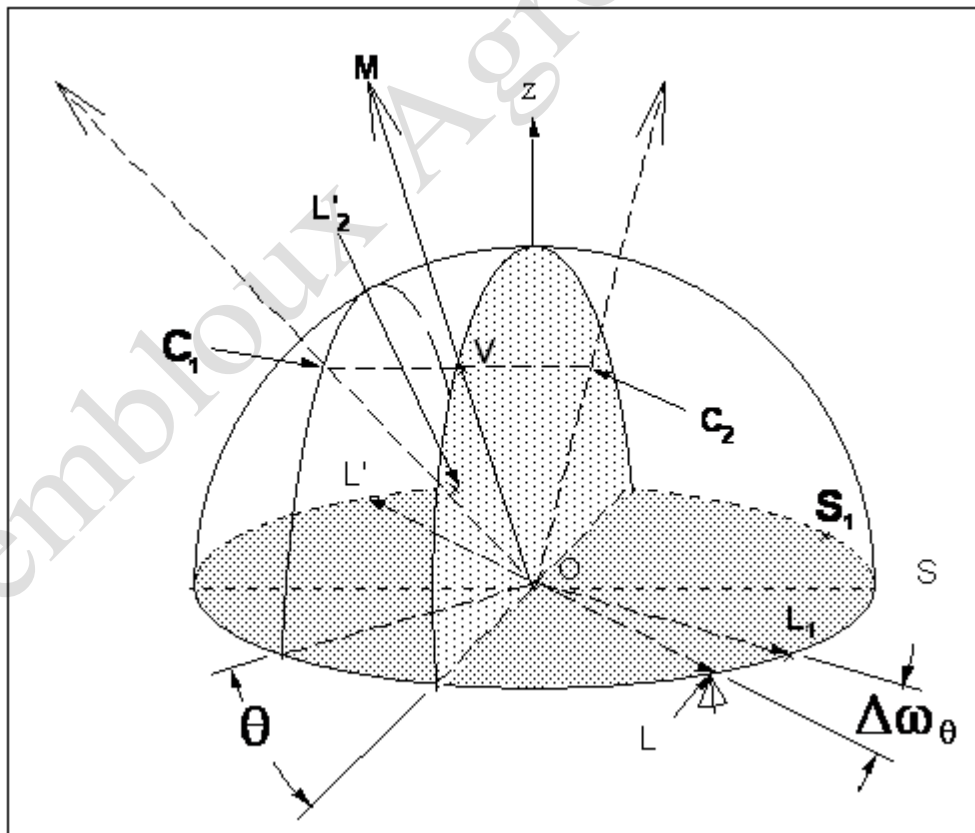


Figure 7.2.5. Erreur de collimation horizontale.

Sur la figure 7.2.5, la visée vers le signal M passe par le point V de la demi sphère imaginaire en l'absence d'une collimation horizontale. La lecture correspondante sur le cercle horizontal est L. Imaginons une collimation horizontale d'un angle θ . L'axe optique est donc déplacé et passe par le point C₁. Pour atteindre à nouveau le signal visé M, il faut faire pivoter l'alidade et la lecture sur le cercle horizontal sera alors de L₁ au lieu de L. L'erreur commise sur l'angle horizontal est donc de $\Delta\omega_\theta$.

Après avoir effectué le double retournement, l'axe optique est en OC₂ et l'index en L' (L + 200 gr). Pour faire passer l'axe optique par OM, il faut faire tourner l'alidade autour de l'axe OZ de l'angle $\Delta\omega_\theta$, dans la direction C₂V opposée à C₁V. L'index est alors en L'₁.

La moyenne des lectures L₁ et L'₁ est égale à la moyenne $\frac{L + L'}{2}$ qu'on aurait obtenue sur un théodolite dépourvu de collimation horizontale.

Le double retournement élimine donc l'erreur de collimation sur la lecture d'un angle horizontal.

2° On peut également démontrer que l'incidence d'une collimation horizontale sur la lecture d'un angle vertical se calcule par l'expression :

$$\Delta\eta_\theta = \frac{\theta^2}{2} \tan \eta$$

qui est généralement négligée puisque l'erreur θ apparaît au carré.

7.2.5. Erreur d'inclinaison.

1° On appelle **erreur d'inclinaison** le défaut d'horizontalité de l'axe secondaire lorsque l'axe principal est bien vertical. L'angle existant entre ce dernier et l'horizontale s'appelle l'angle d'inclinaison et est généralement noté ι . La figure 7.2.6 schématise une demi sphère de rayon unitaire contenant l'axe principal OZ, l'axe optique OC, un axe secondaire horizontal OS et un axe secondaire OS₁ présentant une erreur d'inclinaison ι .

Lorsque l'axe secondaire OS₁ du théodolite erroné se trouve dans le plan vertical ZOS, l'intersection de l'axe optique avec la sphère peut parcourir la courbe AE. Bloquons cet axe optique en OC. Pour que l'axe optique OC₁ rejoigne le point M, il faut tourner l'alidade de l'angle CZC₁ = $\Delta\omega_\iota$ égal à l'incidence de l'erreur d'inclinaison sur la lecture d'une direction sur le cercle horizontal. L'erreur ainsi commise se calcule par l'expression :

$$\Delta\omega_\iota = \frac{\iota}{\tan \zeta},$$

dans laquelle ζ est l'angle zénithal de la visée.

Par un raisonnement analogue à celui du paragraphe précédent on peut montrer que la moyenne des deux lectures du cercle horizontal obtenues après double retournement est dépourvue d'erreur due à l'inclinaison ι .

Le double retournement élimine donc l'erreur d'inclinaison sur la lecture d'un angle horizontal.

2° On peut également démontrer que l'inclinaison ι de l'axe secondaire induit une erreur de lecture d'un angle vertical qui se calcule par l'expression :

$$\Delta\eta_i = \frac{\iota^2}{2} \tan \eta$$

Comme cette erreur est fonction du carré de l'erreur d'inclinaison, elle est généralement négligée.

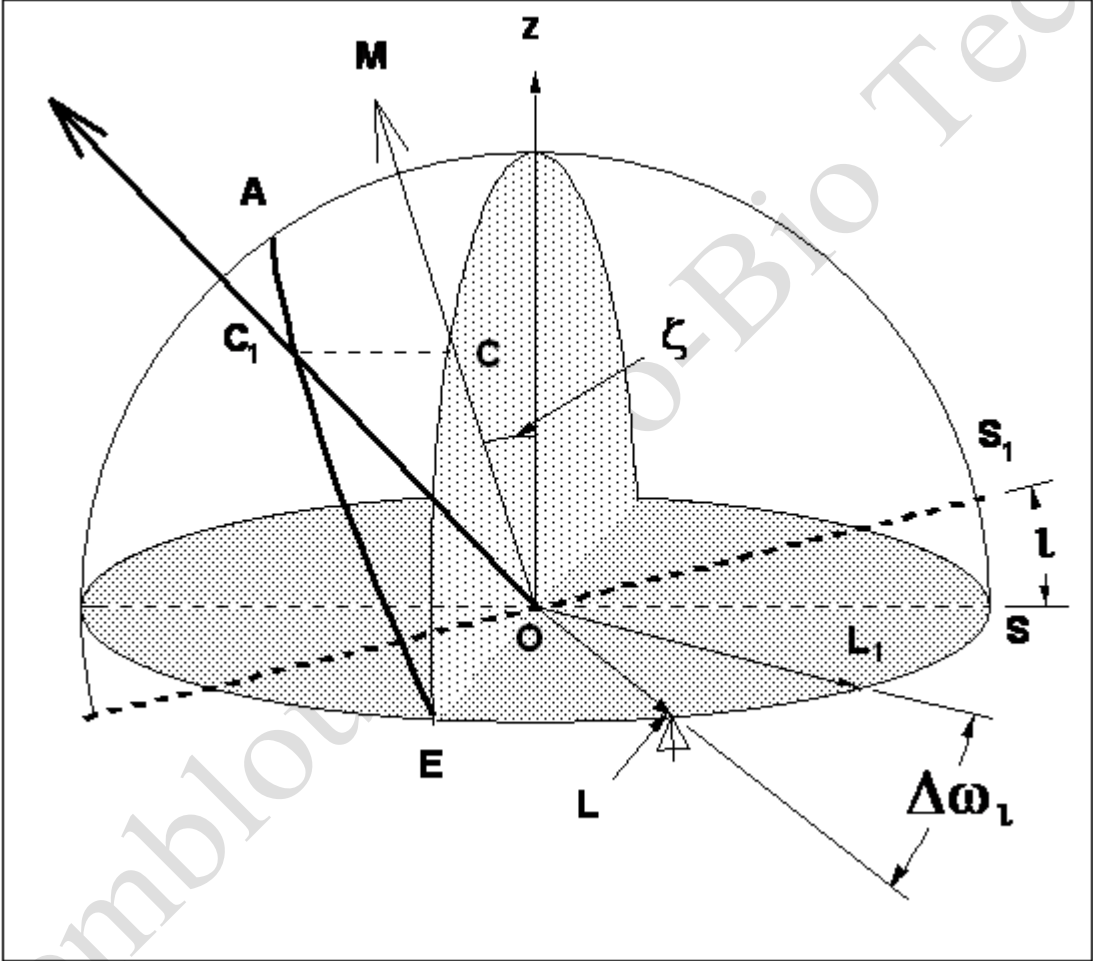


Figure 7.2.6. Erreur d'inclinaison.

7.2.6. Erreur de collimation verticale

L'erreur de collimation verticale ne concerne que les lectures effectuées sur le cercle vertical. On suppose qu'il n'y a pas d'erreur de mise en station (l'axe principal est vertical), ni d'erreur d'inclinaison (l'axe secondaire est horizontal) ni d'erreur de collimation horizontale (l'axe optique est perpendiculaire à l'axe secondaire). Dans ces conditions la lecture d'un angle vertical sera correcte si l'axe optique est bien parallèle à la **ligne de foi** (ligne qui joint le centre du cercle horizontal avec le zéro de sa graduation) du cercle vertical et si l'index de lecture est bien situé sur une horizontale passant par le centre du cercle.

L'écart existant entre la ligne de foi du cercle vertical et l'axe optique OV (angle α sur la figure 7.2.7) ajouté à l'écart existant entre l'horizontale et le bras des index OI (angle β sur la figure 7.2.7) constitue **l'erreur de collimation verticale**. Cette figure représente un cercle vertical indiquant l'angle de hauteur et un index de lecture en position approximativement horizontale. Le raisonnement suivant s'adapte facilement aux autres montages possibles du cercle vertical (donnant l'angle zénithal et non l'angle de hauteur) et du bras de l'index (en position verticale et non horizontale).

Pour la première position de la lunette décrite dans la partie gauche de la figure 7.2.7, on lit sur le cercle vertical en face de l'index I la valeur :

$$L = \eta + \alpha + \beta$$

Après double retournement la lecture effectuée sur le cercle vertical en face du même index I, passé du côté de l'oculaire, donne la valeur :

$$L' = 200 \text{ gr} - \gamma.$$

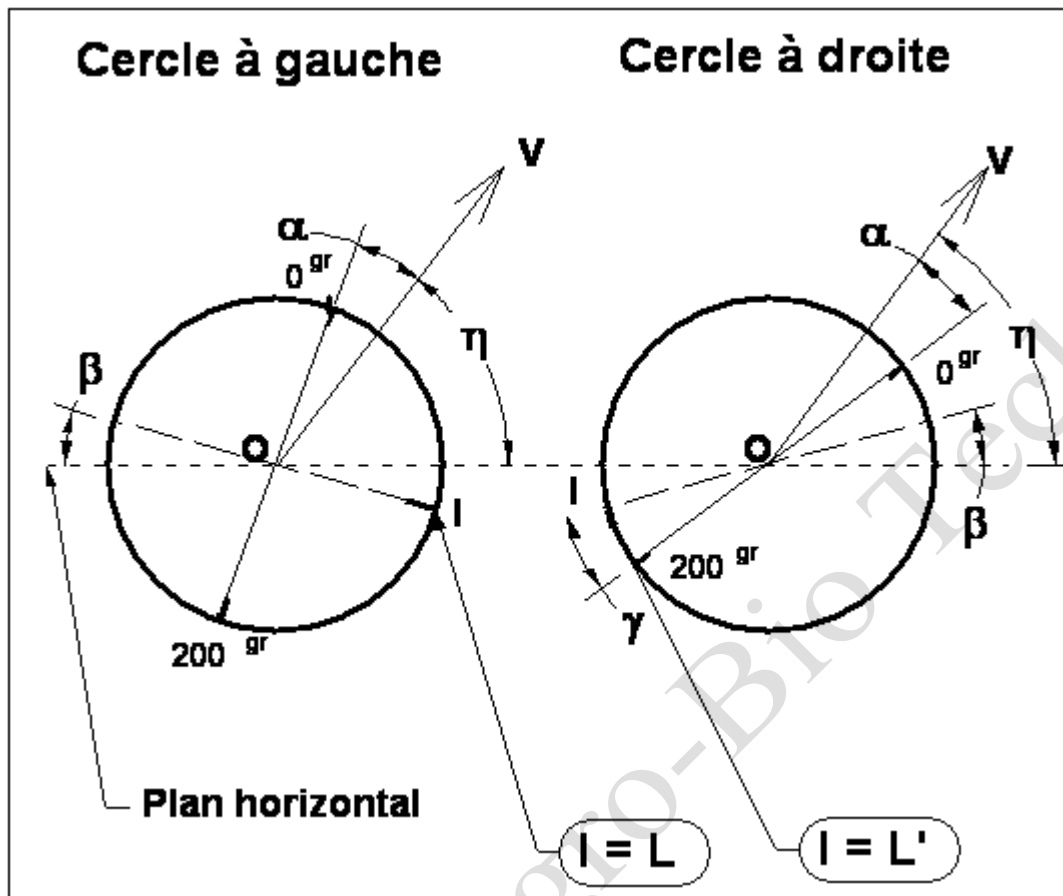


Figure 7.2.7. Erreur de collimation verticale.

On peut constater que l'on a :

$$\gamma = \eta - \alpha - \beta$$

et donc:

$$L' = 200^{\text{gr}} - \eta + \alpha + \beta$$

$$\eta = \frac{L - L'}{2} + 100^{\text{gr}}$$

L'incidence de l'erreur de collimation verticale peut donc être éliminée par le double retournement.

Signalons en plus que la valeur de l'erreur de collimation peut être obtenue par :

$$\alpha + \beta = \frac{L + L'}{2} - 100^{\text{gr}}.$$

Si l'organisation de la graduation du cercle et de la position de l'index diffère, il faut adapter le raisonnement énoncé ci-dessus.

De ce qui vient d'être exposé, il ressort que le bras des index n'est horizontal que si :

1° l'axe principal est vertical $v = 0$

2° l'angle β est nul.

Dans certains théodolites on obtient pour cet index une position horizontale au moyen d'un dispositif à pendule ou d'un liquide, qui a déjà été évoqué au § 7.2.3.

7.2.7. Erreur de graduation des cercles

Imaginons un disque circulaire épais pouvant tourner autour d'un axe central. Une règle dont le biseau passe par le centre de rotation du disque permet de tracer des rayons, ou des éléments de rayons, au moyen d'un stylet. Le pourtour du disque est garni d'une cannelure commandée par une vis tangentielle très précise. Chaque tour de la vis imprime au disque une rotation dont l'amplitude peut être très exactement établie. Le cercle à graduer étant installé sur le disque d'une façon invariable, son centre confondu autant que possible avec le centre de rotation du disque, on trace au moyen de la règle un premier trait. Par le calcul, on a établi le nombre de tours dont il faut faire tourner la vis tangentielle pour faire tourner le disque d'un arc égal à celui qui doit séparer deux traits du limbe. Cette rotation étant réalisée, le stylet trace un deuxième trait et ainsi de suite.

Cette manière d'opérer montre quels genres d'erreurs comporte la graduation d'un cercle. Les unes ont le caractère d'erreurs accidentelles et sont dues, en ordre principal, à de brusques variations de température ; elles sont généralement très petites. Les autres ont le caractère d'erreurs systématiques.

Lorsque le cercle à diviser n'est pas exactement centré sur l'axe du disque, on introduit une erreur d'excentricité dans la gravure du cercle. Si le plan du cercle à diviser n'est pas rigoureusement parallèle au plan du disque, on introduit une autre erreur à caractère périodique. Il en est de même si le biseau de la règle ne passe pas exactement par le centre de rotation du disque.

Toutes ces erreurs de graduation sont heureusement très petites, grâce à la perfection qu'on a atteinte aujourd'hui dans la construction des machines à diviser.

7.2.8. Résumé

Le tableau 7.1 résume l'ensemble des erreurs systématiques du théodolite, leur incidence sur une lecture effectuée sur le cercle horizontal et sur le cercle vertical et l'élimination éventuelle de celle-ci.

Il faut de plus rappeler que dans le cas d'une visée horizontale ($\eta = 0$), les erreurs de mise en station et d'inclinaison n'ont pas d'incidence sur la lecture d'une direction ou d'un angle horizontal et l'erreur de collimation n'a pas d'incidence sur la lecture d'un angle horizontal. Le réglage d'un appareil doit donc être fait d'autant plus minutieusement que les visées sont plus inclinées sur l'horizon.

Tableau 7.1. Les erreurs systématiques du théodolite et leur élimination.

Nature de l'erreur	Procédure d'élimination de l'incidence de l'erreur sur une lecture effectuée :	
	sur le cercle horizontal	sur le cercle vertical
Excentricité des axes dans les cercles (7.2.1.)	double retournement	double retournement (élimination partielle si $\eta \neq 0$)
Axe optique non concourant à l'axe principal (7.2.2.1°)	double retournement	pas d'incidence
Axe optique non concourant à l'axe secondaire (7.2.2. 2°)	pas d'incidence	double retournement
Erreur de mise en station: v (7.2.3.)	pas d'élimination possible	double retournement en présence d'un dispositif de collimation vertical manuel ou automatique.
Erreur de collimation horizontale: θ (7.2.4.)	double retournement	incidence négligeable
Erreur d'inclinaison: ι (7.2.5.)	double retournement	incidence négligeable
Erreur de collimation verticale (7.2.7.)	pas d'incidence	double retournement.
Erreur de graduation des cercles (7.2.7.)	incidence négligée	incidence négligée

On se rend compte par l'étude qui vient d'être faite que, pour mesurer un angle, il ne suffit pas de mettre un appareil en station et de déterminer la valeur de cet angle par une différence de deux lectures faites à un seul index. Il est indispensable :

1) de faire les observations sur chacun des points à viser dans les deux positions de la lunette (Élimination des erreurs de collimation, d'inclinaison de l'axe secondaire et d'excentricité de l'axe optique).

2) de recommencer plusieurs fois les mêmes observations en changeant uniquement l'orientation de l'origine des graduations du limbe. (Élimination partielle des erreurs de graduation). La moyenne de l'ensemble des lectures donne l'orientation moyenne de la direction.

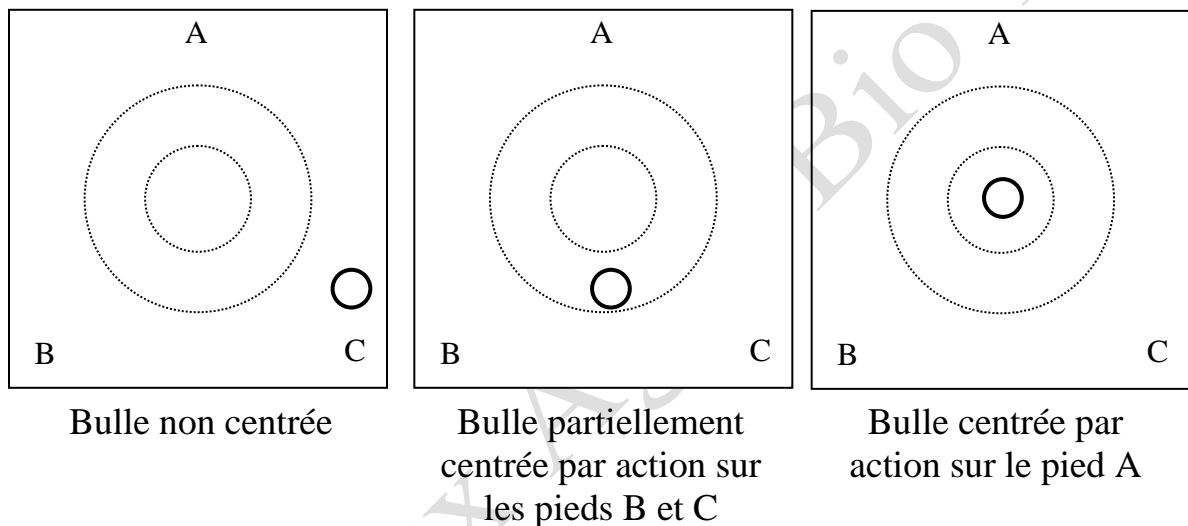
Il est à remarquer que l'erreur de non verticalité de l'axe principal ne s'élimine pas et que l'observateur doit attacher le plus grand soin à la mise en station de son appareil.

7.3. La mise en station, le contrôle et le réglage d'une station totale

7.3.1. Mise en station d'une station totale

Une mise en station approximative est effectuée grâce au plomb optique ou laser (centrage du tachéomètre sur le point de station) et à la nivelle sphérique :

d'abord en déplaçant les pieds du trépied : mettre le faisceau sur le repère et la bulle au milieu de la nivelle sphérique [jouer sur 2 pieds (B et C) pour mettre d'abord la bulle dans le plan du 3^{ème} pied A, puis jouer sur la longueur du 3^{ème} pied pour centrer la bulle (figure 7.3.1), ensuite positionner le faisceau sur le repère plus précisément avec les vis calantes.



La mise en station précise ne pourra se faire qu'à la condition que la mise en station précédente ait été assez précise. Si tel n'est pas le cas, l'image de la figure 7.3.2 apparaîtra :



Figure 7.3.2. Représentation de la nivelle à l'écran de la station totale lors d'une mauvaise mise en station approximative.

Dans ce cas, il convient de recommencer la mise en station approximative.

La mise en station précise est effectuée à l'aide de nivelles électroniques qui apparaissent généralement sur l'écran de la station totale :

en tournant l'alidade, amener la nivelle électronique horizontale dans le plan de deux vis calantes et centrer la bulle entre ses repères à l'aide de ces deux vis calantes (figure 7.3.3),

centrer ensuite la bulle de la nivelle verticale entre ses repères à l'aide de la troisième vis calante (figure 7.3.3),

vérifier le centrage sur le repère au sol à l'aide du plomb laser, recentrer si besoin par une translation en desserrant la vis de fixation du tachéomètre.

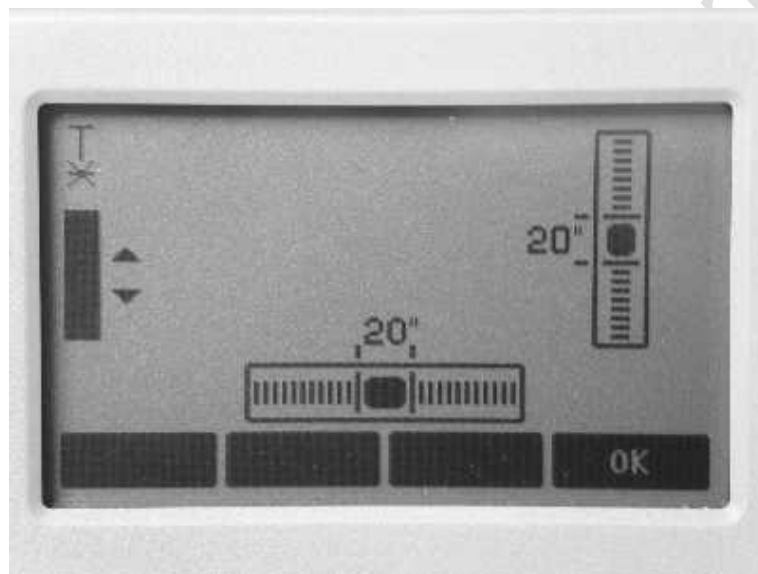


Figure 7.3.3. Les nivelles électroniques à l'écran de la station totale.

7.3.2. Contrôle des nivelles

La nivelle électronique est automatiquement ajustée dès que le calibrage de l'appareil pour la collimation verticale est effectué (§ 7.3.6).

7.3.3. Le réglage de l'oculaire

Procéder comme suit :

- visée vers le ciel ou vers un fond uni,
- déplacer l'oculaire en le rapprochant de l'œil au maximum (en tournant l'oculaire),
- déplacer l'oculaire en l'éloignant de l'œil jusqu'à obtenir une vision nette des fils réticulaires.

7.3.4. La mesure et la correction de l'erreur de collimation horizontale

La collimation horizontale correspond au défaut de perpendicularité de l'axe optique (ZZ sur la figure 7.1.2, § 7.1.1) et de l'axe secondaire (HH sur la même figure)

Le théodolite étant correctement mis en station, on vise un signal quelconque, approximativement situé à la même hauteur que l'axe secondaire et à grande distance du théodolite. Le cercle vertical étant à gauche de la lunette pour l'opérateur (position I.) on effectue la lecture L de la direction horizontale.

Après double retournement (position II) on vise à nouveau le même signal et on effectue la lecture L' dans les mêmes conditions. En l'absence d'erreur de collimation on a :

$$|L - L'| = 200^{\text{gr}}$$

En présence d'une erreur de collimation horizontale θ , on aura (figure 7.3.4.) :

$$|L - L'| = 200^{\text{gr}} \pm 2\theta$$

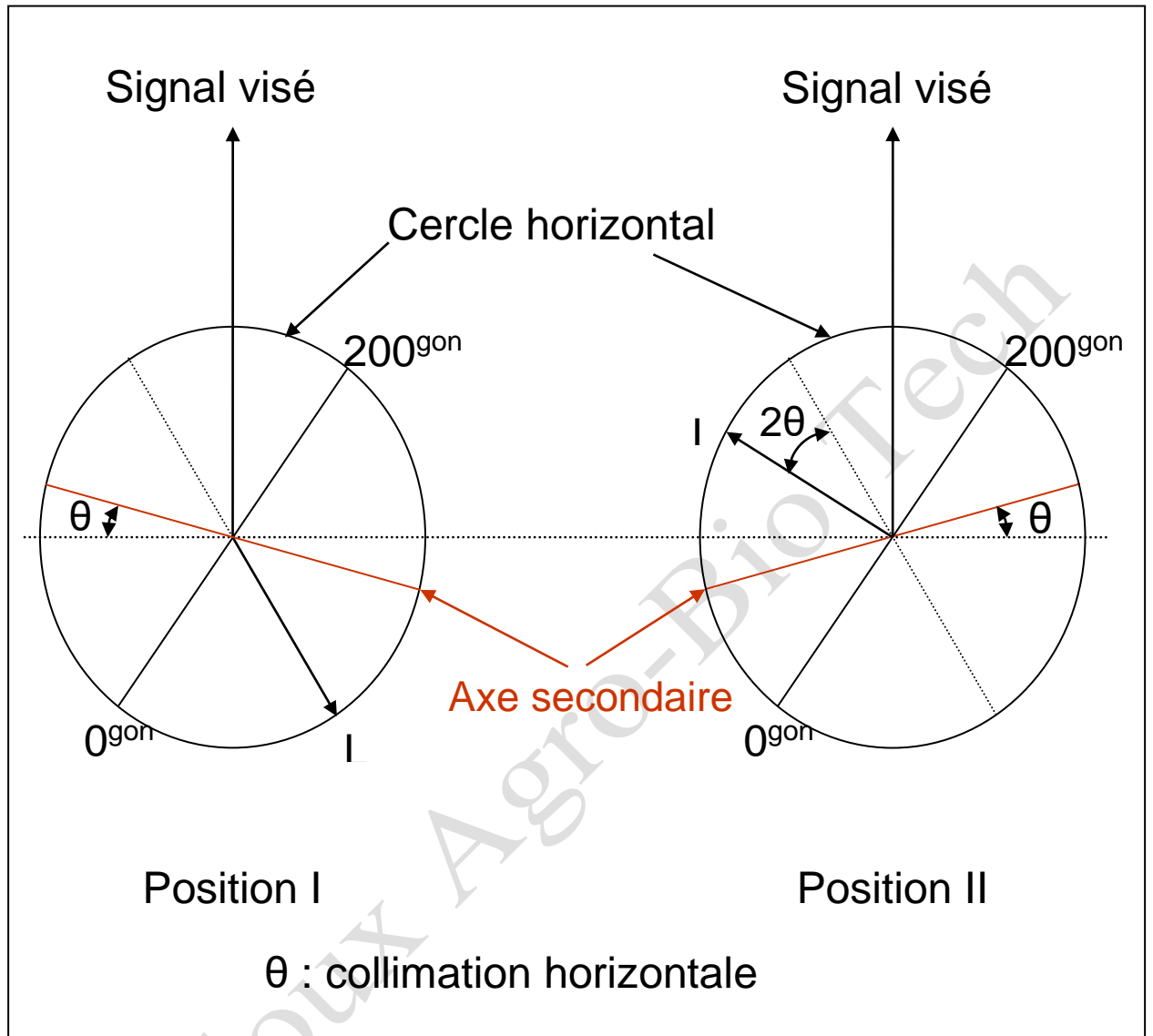


Figure 7.3.4. La mesure de l'erreur de collimation horizontale.

La correction de cette erreur est réalisée en modifiant la position du trait vertical du réticule au moyen du dispositif de réglage prévu à cet effet. Pour ce faire, lors de la deuxième visée (position II sur la figure 7.3.4.) :

- 1° on calcule l'erreur θ par la relation ci-dessus ;
- 2° on fait pivoter l'alidade d'un angle θ au moyen de la vis de rappel du mouvement horizontal ;
- 3° on ramène l'axe optique sur le signal en agissant sur les vis du réticule de manière à superposer le fil vertical de ce dernier sur l'image du signal vue au travers de la lunette.

Les tachéomètres électroniques sont généralement pourvus d'un programme interne permettant de prendre en compte l'erreur de collimation dans les mesures effectuées. Il faut enregistrer préalablement dans l'instrument cette valeur grâce au programme en question, en appliquant la procédure décrite ci-dessus.

7.3.5. La mesure et la correction de l'erreur d'inclinaison

L'erreur d'inclinaison ι correspond à l'écart existant entre l'axe secondaire et l'horizontale lorsque l'axe principal est bien vertical. C'est donc un défaut de perpendicularité entre l'axe principal et l'axe secondaire (§ 7.2.5).

L'axe principal étant rendu vertical et l'axe optique étant rendu perpendiculaire à l'axe secondaire (§ 7.3.4), on vise, à partir du point S, un signal élevé M dont on peut mesurer facilement la dénivelée Δz par rapport au théodolite. En dessous de ce signal et approximativement à la même altitude que celle du théodolite, on place une règle graduée disposée horizontalement.

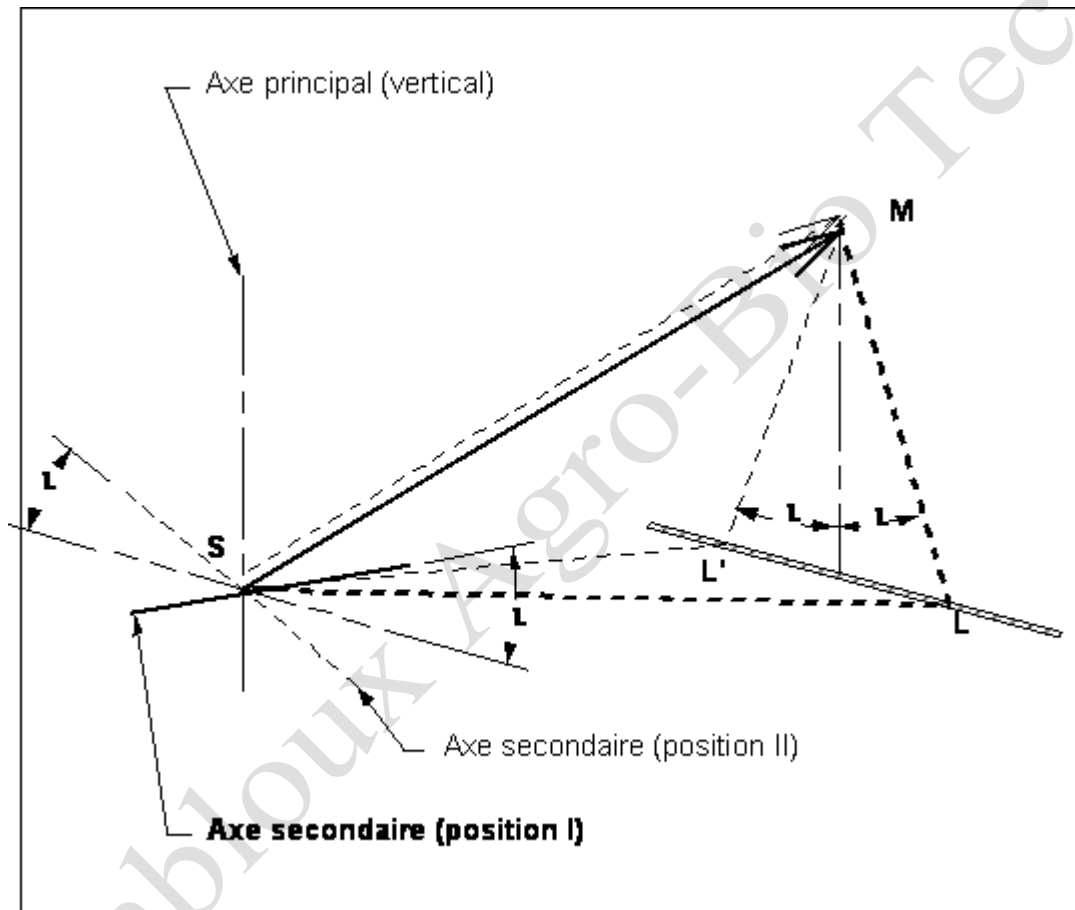


Figure 7.3.5. La mesure de l'erreur d'inclinaison.

En position I de l'alidade, le signal M est visé. Sans débloquer le mouvement horizontal, on balance la lunette jusqu'à intercepter la règle graduée et y lire la valeur L. Le signal est à nouveau visé mais en position II de l'alidade, après double retournement. On balance la lunette sans rotation horizontale pour faire sur la règle graduée la lecture L'. La figure 7.3.5 permet de constater que la longueur séparant les points L et L' vaut :

$$d_{LL'} = 2 \iota \Delta z,$$

ce qui permet de calculer l'erreur d'inclinaison ι .

Pour corriger une erreur d'inclinaison on peut généralement modifier la position de l'axe secondaire par un dispositif de réglage situé à l'un des deux porte-tourillons.

7.3.6. La mesure et la correction de l'erreur de collimation verticale

L'erreur de collimation verticale est décrite au § 7.2.6.

La mesure de cette erreur s'obtient par le double retournement en visant un signal élevé M. Si le cercle vertical est gradué de 0 à 400gr de manière à indiquer l'angle de hauteur, l'erreur de collimation verticale est obtenue par la relation :

$$\alpha + \beta = \frac{L + L'}{2} - 100^{\text{gr}}$$

où L, L' sont les lectures sur le cercle vertical correspondants aux deux positions I et II,
 α, β sont les deux composantes de l'erreur de collimation verticale.

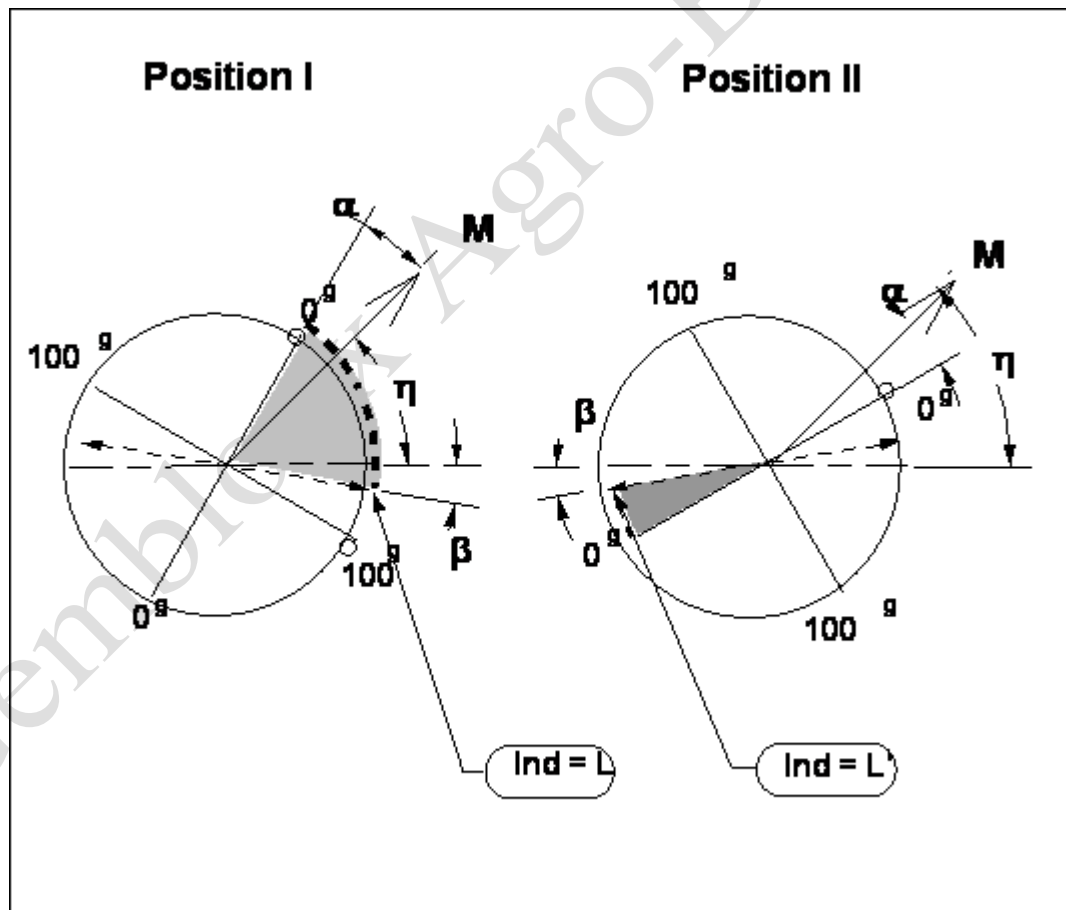


Figure 7.3.6. La mesure de l'erreur de collimation verticale.

L'organisation du cercle vertical peut être différente. La figure 7.3.6 schématise un cercle vertical donnant les angles de hauteur et gradué entre 0 et 100g, la ligne de visée et la position de l'index lors des deux positions I et II. Dans cette situation on a comme valeur de l'erreur de collimation verticale :

$$\alpha + \beta = \frac{L - L'}{2}$$

car en effet :

$$L = \eta + (\alpha + \beta)$$

et

$$L' = \eta - (\alpha + \beta).$$

Le réglage se fait en revenant en position I et :

- 1) en calculant la valeur de η à partir des relations écrites ci-dessus (§ 7.3.6),
- 2) en basculant la lunette de manière à amener la valeur de l'angle η à l'index I,
- 3) en ramenant la ligne de visée sur le signal M par modification de la position du fil horizontal du réticule au moyen de la vis correspondante.

Ce réglage est évidemment superflu sur les appareils munis d'un dispositif de collimation verticale automatique ou manuel (§ 7.2.3.).

Les tachéomètres électroniques sont généralement pourvus d'un programme interne permettant de prendre en compte l'erreur de collimation horizontale comme la collimation verticale (§ 7.3.4).

7.4. L'utilisation et la précision du théodolite

Le premier paragraphe (§ 7.4.1) donne quelques indications à l'utilisateur débutant quant aux règles de bonne utilisation d'un théodolite.

Les deux paragraphes suivants (§ 7.4.2 et 7.4.3) expliquent comment on peut évaluer les précisions des mesures d'un angle horizontal et d'un angle vertical au moyen d'un théodolite. Ces procédures sont normalisées et s'intègrent donc bien dans des processus de gestion et d'assurance de la qualité des prestations du mesureur.

Le dernier paragraphe (§ 7.4.4) est dédié à l'estimation de la précision de mesure de coordonnées de point par une station totale. La procédure proposée est également normalisée.

La procédure d'estimation de la précision de la mesure d'une distance par le distancemètre incorporé à un théodolite ou à une station totale est exposée dans le chapitre 9 dédié aux mesures de distance (§ 9.3.3).

7.4.1. Les règles d'utilisation du théodolite

Avant le début de chaque campagne de mesures, le théodolite (ou la station totale) doit subir l'ensemble des contrôles énoncés dans le § 7.3, en respectant la séquence décrite dans ce même §. Cette opération sera également entreprise après la campagne de mesures ou après un long transport au cours duquel le théodolite est susceptible d'avoir subi des chocs ou des secousses.

Quand le théodolite est mis en station, faire pivoter l'alidade de 180° et vérifier que les nivelles soient toujours centrées comme avant le pivotement.

Le trépied est mis en station avant de sortir l'instrument de son étui. L'instrument est immédiatement fixé sur son trépied. On évite de toucher aux nivelles.

Il convient ensuite d'examiner sur l'instrument :

- 1) le type de graduation des cercles (grades ou degrés),
- 2) la nature de l'angle vertical (de hauteur ou zénithal),
- 3) la graduation du cercle vertical (continuellement croissante : 0, 100, 200 et 300g) ou successivement croissante et décroissante : 0, 100, 0, 100g).

L'opérateur procède ensuite à la mise en station (§ 7.3.1), au réglage de l'oculaire tel que décrit au paragraphe 7.3.3 et à la mesure de la hauteur de l'instrument (h_i).

Chaque visée sera dédoublée par la procédure du double retournement (position I et position II) expliquée au paragraphe 7.2.1.

S'il s'agit d'une station totale, les observations sont automatiquement enregistrées dans le carnet électronique d'observations, et seront transférées dans un ordinateur pour y être traitées avec un logiciel adéquat, généralement fourni par le fabricant de la station totale.

Sur un théodolite, les lectures porteront sur le cercle vertical et sur le cercle horizontal. Si le signal visé est une mire graduée (mire "parlante"), on y lit (anciennement lorsque les mesures électroniques de distance n'existaient pas : la mesure de distance mire/théodolite s'effectuait par la méthode optique appelée stadimétrie (§ 9.2.3) qui nécessitait ces lectures sur la mire) également la valeur interceptée sur celle-ci par le trait horizontal du réticule. Si la mesure de distance doit se faire par la méthode stadimétrique (§ 9.2.3), on lit de plus les valeurs graduées sur la mire qui sont interceptées par les **traits stadimétriques** supérieurs et inférieurs. Ces deux dernières informations sont évidemment superflues si la mesure de distance se fait électroniquement.

Les mesures sont consignées dans un "carnet de terrain" qui peut se présenter sous la forme décrite à la figure 7.4.1.

Tant la mesure d'une direction horizontale que celle d'un angle vertical au moyen du théodolite suppose, en principe le recours à la procédure dite du double retournement. Celle-ci consiste à viser et à mesurer une première fois ces 2 grandeurs dans la position n°I de l'alidade (écran et clavier face à l'opérateur). La mesure de ces 2 grandeurs est ensuite répétée après basculement de la lunette et pivotement de l'alidade, cette dernière étant alors dans la position II (clavier et écran sur la face du théodolite opposée à l'opérateur).

La valeur finale est égale à la moyenne arithmétique des 2 valeurs mesurées en positions I et II.

Point de station	Hauteur de l'instrument	Hauteur du réflecteur	Nom du point visé	Directions horizontales		Directions verticales		Distances (obliques ou autres à préciser)	
				I	II	I	II	I	II

Figure 7.4.1. Exemple d'organisation d'un carnet de terrain pour la manipulation d'un théodolite.

7.4.2. La précision des mesures d'angle horizontal par un théodolite

1° La précision des mesures d'angle par un théodolite s'établit habituellement en suivant la procédure présentée dans la norme ISO 17123 – Partie 3.

L'expérimentation est composée de m séries de mesures (i étant la $i^{\text{ème}}$ série avec $i = 1, \dots, m$), chacune comprenant n ensembles (j étant le $j^{\text{ème}}$ ensemble avec $j = 1, \dots, n$) de t mesures (ou cibles) (k étant la $k^{\text{ème}}$ cible avec $k = 1, \dots, t$). Chaque mesure est faite dans les 2 positions de la lunette (I et II). Le nombre total de mesures est donc de $2nmt$.

Le théodolite doit évidemment être réglé et utilisé selon les prescriptions de son constructeur. Les conditions météorologiques prévalant lors des quatre séries de mesures qui sont préconisées ci-dessous doivent être représentatives des conditions météorologiques dans lesquelles la station totale sera utilisée. A noter que les conditions les plus favorables à une bonne précision sont constituées d'un ciel couvert et d'un vent faible. De toutes manières, les conditions météorologiques en vigueur lors des essais seront notées avec soin.

L'écart-type fourni par le constructeur est celui d'une direction correspondant à la moyenne des deux lectures effectuées dans les positions I et II de la lunette. Pour le calculer, il faut d'abord calculer l'écart-type de chaque série de mesures séparément et en faire la moyenne, selon les formules présentées ci-dessous.

2° Pour les angles horizontaux, l'essai qui vise à déterminer la précision de l'appareil est composée de quatre ($m = 4$) séries de mesure, chaque série (d'indice i) de mesures étant composée de trois ($n = 3$) ensembles (d'indice j) de directions vers les cinq ($t = 5$) cibles (d'indice k) respectivement. Toutes les cibles sont à plus ou moins même hauteur que la station et réparties régulièrement sur un cercle autour de la station dans un rayon allant de 100 m à 250 m. Chaque cible doit être observée dans chaque série dans les 2 positions de la lunette : position I dans le sens des aiguilles d'une montre (en démarrant de la cible 1), position II dans le sens contraire des

aiguilles d'une montre (en démarrant de la cible 5). Après chaque ensemble, le cercle gradué subit une rotation de 60° (67 gon). On obtient donc 120 mesures.

Chacune des 4 séries doit d'abord être évaluée séparément.

Pour une série :

Calculer la moyenne des directions $\alpha_{j,k,I}$ et $\alpha_{j,k,II}$ mesurées sur les deux positions I et II de l'alidade selon la formule :

$$\delta_{j,k} = \frac{\delta_{j,k,I} + \text{mod}(\delta_{j,k,II} + 200, 400)}{2}, \text{ pour toutes valeurs de } j \text{ et de } k.$$

Réduction dans la direction de la cible 1 (k=1)

$$\delta'_{j,k} = \delta_{j,k} - \delta_{j,1}, \text{ pour toutes valeurs de } j \text{ et de } k.$$

Valeurs moyennes des angles résultant des trois ensembles vers la cible k.

$$\bar{\delta}_k = \frac{\delta'_{1,k} + \delta'_{2,k} + \delta'_{3,k}}{3}, \text{ pour toutes valeurs de } k.$$

Différence entre la moyenne et la valeur réduite

$$d_{j,k} = \bar{\delta}_k - \delta'_{j,k}, \text{ pour toutes valeurs de } j \text{ et de } k.$$

Pour chaque ensemble ($j = 1, \dots, n$ avec $n = 3$) de mesures, la valeur moyenne arithmétique de ces différences est

$$\bar{d}_j = \frac{d_{j,1} + d_{j,2} + d_{j,3} + d_{j,4} + d_{j,5}}{5}, \text{ pour toutes valeurs de } j.$$

Les résidus (écarts des mesures par rapport à cette moyenne) sont calculés

$$r_{j,k} = d_{j,k} - \bar{d}_j, \text{ pour toutes valeurs de } j \text{ et de } k.$$

Sauf erreur d'arrondi, chaque ensemble (pour $j = 1, \text{ et } 3$) doit satisfaire à la condition suivante

$$\sum_{k=1}^5 r_{j,k} = 0, \text{ pour toutes valeurs de } j.$$

La somme des carrés des résidus de la $i^{\text{ème}}$ série de mesures est

$$\sum r_i^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^5 r_{j,k}^2$$

Pour $n = 3$ ensembles de directions vers $t = 5$ cibles de chaque série, le nombre de degrés de liberté est

$$v_i = (3-1) \times (5-1) = 8$$

Le nombre de degrés de liberté est le nombre de mesures moins le nombre de paramètres estimés. Dans le cas le plus simple, ceux-ci ne sont que les moyennes arithmétiques des mesures.

L'écart-type $\hat{\sigma}_{\delta_i}$ d'une direction quelconque α observée dans les 2 positions de la lunette, estimé à partir de la $i^{\text{ème}}$ série de mesures se calcule par l'expression :

$$\hat{\sigma}_{\delta_i} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{v_i}}$$

Et l'écart-type $\hat{\sigma}_{\delta}$ d'une direction quelconque δ observée dans les 2 positions de la lunette, estimé à partir des quatre séries de mesures se calcule par l'expression :

$$\hat{\sigma}_{\delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{32}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \hat{\sigma}_i^2}{4}},$$

où v est le nombre de degrés de liberté qui se calcule par la relation :

$$v = \sum_{i=1}^4 v_i = 4 v_i = 32$$

Cet écart-type ainsi estimé reçoit la notation normalisée : $s_{\text{ISO-THEO-HZ}}$.

La précision de la lecture d'une direction dans une seule des deux positions de la lunette, c'est-à-dire sans procéder au double retournement s'obtient évidemment par la relation :

$$\hat{\sigma}_{\delta} = \sqrt{2} s_{\text{ISO-THEO-HZ}}.$$

Cette même norme propose aussi une procédure simplifiée d'estimation de la précision des mesures d'angle horizontal, limitée à une seule série de mesure ($m = 1$). Cette procédure fournit une estimation moins précise de l'écart-type. Ce dernier ne peut être utilisé dans des tests d'hypothèse relatifs, par exemple, à sa comparaison avec l'écart-type annoncé par le constructeur du théodolite ou à sa comparaison avec la précision d'un autre théodolite.

Cette même norme propose aussi une procédure simplifiée d'estimation de la précision des mesures d'angle vertical, limitée à une seule série de mesure ($m = 1$). Cette procédure fournit une estimation moins précise de l'écart-type. Ce dernier ne peut être utilisé dans des tests d'hypothèse relatifs, par exemple, à sa comparaison avec l'écart-type annoncé par le constructeur du théodolite ou à sa comparaison avec la précision d'un autre théodolite.

Exemple 7.4.1. Estimation de la précision des mesures d'angle horizontal par un théodolite selon la norme ISO 17123-3.

Le tableau 7.4.1 présente les lectures faites au cours de la première série de mesures réalisées selon la procédure proposée par la norme ISO 17123-3 ainsi que les calculs qui en découlent, selon les formules énoncées ci-dessus.

Tableau 7.4.1. Mesures et calculs réalisés selon la norme ISO 17123-3 en vue d'estimer la précision des angles horizontaux mesurés par un théodolite.

j	k	$\delta_{j,k,I}$ (mgon)	$\delta_{j,k,II}$ (mgon)	$\delta_{j,k}$ (mgon)	$\delta'_{j,k}$ (mgon)	$\bar{\delta}_j$ (mgon)	$d_{j,k}$ (mgon)	$r_{j,k}$ (mgon)	$r_{j,k}^2$ (mgon ²)
1	1	15.198,82	215.199,11	15.198,96	0,00	0,00	0,000000	0,155493	0,024178
1	2	125.346,90	325.348,73	125.347,81	110.148,85	110.149,09	0,241087	0,396579	0,157275
1	3	190.139,18	390.140,74	190.139,96	174.941,00	174.940,26	-0,730168	-0,574675	0,330252
1	4	250.248,91	450.247,22	250.248,06	235.049,10	235.049,65	0,555747	0,711240	0,505862
1	5	345.312,23	545.310,25	345.311,24	330.112,28	330.111,43	-0,844129	-0,688636	0,474220
						$\bar{d}_1 =$	-0,155493		
2	1	75.201,86	275.197,39	75.199,62	0,00		0,000000	-0,167818	0,028163
2	2	185.349,23	385.348,90	185.349,06	110.149,44		-0,349833	-0,517651	0,267963
2	3	250.138,17	50.139,03	250.138,60	174.938,98		1,289406	1,121589	1,257961
2	4	310.250,86	110.249,31	310.250,09	235.050,46		-0,809600	-0,977417	0,955345
2	5	5.310,31	205.310,38	5.310,35	330.110,72		0,709116	0,541298	0,293003
						$\bar{d}_2 =$	0,167818		
3	1	135.199,29	335.199,98	135.199,63	0,00		0,000000	0,012325	0,000152
3	2	245.349,41	45.347,82	245.348,61	110.148,98		0,108747	0,121072	0,014658
3	3	310.140,40	110.140,52	310.140,46	174.940,82		-0,559239	-0,546913	0,299114
3	4	370.248,92	170.249,15	370.249,03	235.049,40		0,253853	0,266178	0,070851
3	5	65.310,28	265.311,58	65.310,93	330.111,30		0,135013	0,147338	0,021709
						$\bar{d}_3 =$	-0,012325		
							Somme	0,000000	4,700705

L'écart-type estimé d'une direction mesurée dans les deux positions de la lunette à partir des mesures de cette première série se calcule donc par l'expression :

$$\hat{\sigma}_{\delta_i} = \sqrt{\frac{4,700705}{8}} = 0,7665 \text{ mgon}$$

L'ensemble des quatre séries a donné les résultats présentés au tableau 7.4.2.

Tableau 7.4.2. Résultats des quatre séries de mesures.

Série	$\sum r_i^2$ (mgon ²)	$\hat{\sigma}_s$ (mgon)
i = 1	4,700705	0,7665
i = 2	3,848770	0,6936
i = 3	6,954329	0,9324
i = 4	13,782122	1,3125

L'écart-type estimé d'une direction mesurée dans les deux positions de la lunette à partir des mesures des quatre séries se calcule donc par l'expression :

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{(4,700705 + 3,848770 + 6,954329 + 13,782122)}{32}} = 0,96 \text{ mgon.}$$

Au terme de cette procédure, on peut en conclure que la précision d'une direction mesurée dans les deux positions de la lunette avec ce théodolite vaut 0,96 milligrades.

7.4.3. La précision des mesures d'angle vertical par un théodolite

1° La précision des mesures d'angle vertical par un théodolite s'établit habituellement en suivant la procédure présentée dans la norme ISO 17123 – Partie 3.

Le théodolite doit être placé à 50 m environ d'un bâtiment élevé. Sur ce bâtiment, des points bien définis (parties de fenêtres, bouts d'antennes, etc.) ou des cibles fixées sur un mur doivent être sélectionnés ou définis pour couvrir une gamme d'angles verticaux de 30° environ comme illustré dans la figure 7.4.2.

L'essai comprend quatre séries de mesures ($i = 1, \dots, m$ avec $m = 4$) se composant chacune de 3 ensembles ($j = 1, \dots, n$ avec $n = 3$) de directions vers les 4 cibles ($k = 1, \dots, t$ avec $t = 4$). Les cibles doivent être observées en position I de la lunette de la cible 1 à la cible 4 et dans la position II de la lunette de la cible 4 à la 1. Soit un nombre de mesures : $4 \times 3 \times 4 \times 2 = 96$.

Chacune des 4 séries est évaluée séparément.

Les formules présentées ci-dessous conviennent pour un cercle vertical gradué de 0 à 400 gon. Elles doivent évidemment être adaptées si les graduations du cercle vertical ont une autre organisation.

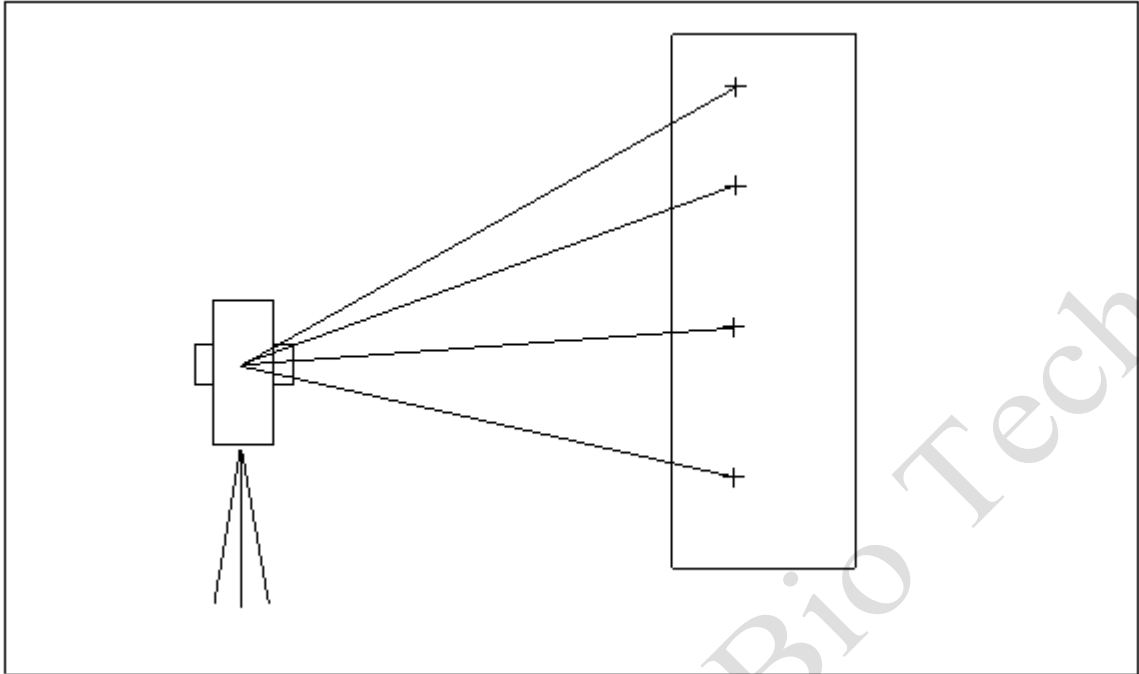


Figure 7.4.2. Configuration de l'essai pour la mesure des angles verticaux.

Pour la première série :

Valeurs moyennes des 2 positions de la lunette

$$\delta'_{j,k} = \frac{\delta_{j,k,I} - \delta_{j,k,II} + 400g}{2}$$

Ces valeurs ne sont pas affectées par l'erreur de collimation verticale (§ 7.2.6), également appelée erreur d'index vertical ξ_i . Celle-ci doit être calculée séparément pour chaque série de mesures i .

$$\xi_i = \frac{1}{nt} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^t \xi_{j,k} = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{\delta_{j,k,I} + \delta_{j,k,II} - 400g}{2},$$

et ensuite, globalement pour l'ensemble des quatre séries :

$$\xi = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \xi_i = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \xi_i.$$

Les valeurs moyennes des angles verticaux résultant des 3 ensembles vers la cible k sont

$$\bar{\delta}_k = \frac{\delta'_{1,k} + \delta'_{2,k} + \delta'_{3,k}}{3}.$$

Les résidus sont les suivants :

$$r_{j,k} = \delta'_{j,k} - \overline{\delta}_k .$$

Sauf erreur d'arrondi, les restes de tous les ensembles doivent satisfaire à la condition

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^t r_{j,k} = 0$$

La somme des carrés des résidus de la $i^{\text{ème}}$ série de mesures est

$$\sum r_i^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^t r_{j,k}^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k}^2 .$$

Pour les 3 ensembles d'angles verticaux ($n = 3$) vers 4 cibles ($t = 4$), le nombre de degrés de liberté est :

$$v_i = (n - 1) t = (3-1) 4 = 8$$

L'écart-type estimé $\hat{\sigma}_{\delta_i}$ d'un angle vertical δ_i observé dans les 2 positions de la lunette, à partir de la $i^{\text{ème}}$ série de mesures s'élève à

$$\hat{\sigma}_{\delta_i} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{v_i}}$$

Pour l'écart-type $\hat{\sigma}_{\delta_i}$, estimé à partir des $m=4$ séries de mesures, le degré de liberté est

$$v = 4 v_i = 32$$

L'écart-type estimé d'un angle vertical observé dans les 2 positions est calculé à partir des $m=4$ séries de mesures comme suit

$$\hat{\sigma}_{\delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{32}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 s_i^2}{4}}$$

Cet écart-type ainsi estimé reçoit la notation normalisée : SISO-THEO-V.

Exemple 7.4.2. Estimation de la précision des mesures d'angle vertical par un théodolite selon la norme ISO 17123-3.

Le tableau 7.4.3 présente les lectures faites au cours de la première série de mesures réalisées selon la procédure proposée par la norme ISO 17123-3 ainsi que les calculs qui en découlent, selon les formules énoncées ci-dessus.

Tableau 7.4.3. Mesures et calculs réalisés selon la norme ISO 17123-3 en vue d'estimer la précision des angles verticaux mesurés par un théodolite (le séparateur des décimales est le point).

j	k	$\delta_{j,k,I}$ (mgon)	$\delta_{j,k,II}$ (mgon)	$\delta_{j,k}$ (mgon)	$\xi_{j,k}$ (mgon)	$\bar{\delta}_k$ (mgon)	$r_{j,k}$ (mgon)	$r_{j,k}^2$ (mgon ²)
1	1	15 201.32	384 801.72	15 199.80	1.521585	15 200.39	0.587652	0.345335
1	2	25 139.22	374 856.55	25 141.33	-2.114894	25 141.08	-0.256219	0.065648
1	3	34 928.26	365 072.13	34 928.07	0.194879	34 929.19	1.128341	1.273152
1	4	50 248.86	349 752.79	50 248.04	0.826027	50 250.21	2.179011	4.748088
2	1	15 200.12	384 799.49	15 200.32	-0.198622		0.070128	0.004918
2	2	25 141.53	374 858.48	25 141.53	0.003943		-0.450129	0.202616
2	3	34 930.19	365 069.46	34 930.36	-0.176171		-1.166756	1.361320
2	4	50 251.33	349 749.52	50 250.91	0.424864		-0.694606	0.482477
3	1	15 200.65	384 798.57	15 201.04	-0.390502		-0.657780	0.432674
3	2	25 139.87	374 859.13	25 140.37	-0.497825		0.706347	0.498927
3	3	34 928.84	365 070.53	34 929.16	-0.313297		0.038416	0.001476
3	4	50 252.97	349 749.57	50 251.70	1.267963		-1.484405	2.203458
				Moyenne :	0.045663	Somme :	0.000000	11.620090

L'écart-type estimé d'un angle vertical mesuré dans les deux positions de la lunette à partir des mesures de cette première série se calcule donc par l'expression :

$$\hat{\sigma}_{\delta_i} = \sqrt{\frac{11,620090}{8}} = 1,2052 \text{ mgon}$$

L'ensemble des quatre séries a donné les résultats présentés au tableau 7.4.4.

Tableau 7.4.4. Résultats des quatre séries de mesures des angles verticaux par un théodolite.

Série	$\sum r_i^2$ (mgon ²)	$\hat{\sigma}_{\delta_i}$ (mgon)
i = 1	11,620090	1,2052
i = 2	5,129154	0,8007
i = 3	7,019080	0,9367
i = 4	23,768323	1,7237

L'écart-type estimé d'un angle vertical mesuré dans les deux positions de la lunette à partir des mesures des quatre séries se calcule donc par l'expression :

$$\hat{\sigma}_{\delta} = \sqrt{\frac{(11,620090 + 5,129154 + 7,019080 + 23,768323)}{32}} = 1,22 .$$

Au terme de cette procédure, on peut en conclure que la précision d'un angle vertical mesuré dans les deux positions de la lunette avec ce théodolite vaut 1,22 milligrades.

L'usage semble indiquer que la précision obtenue dans des conditions habituelles est moins bonne que celle qui est établie par les constructeurs d'appareils selon cette procédure. Cela tient tant aux conditions de travail courantes (climat, accessibilité, temps de travail) qu'à la formation du personnel manipulant le matériel. Il est prudent en conséquence de multiplier cet écart-type par 2 ou 3.

7.4.4. La précision des mesures de coordonnées de point par une station totale

1° La station totale (également appelée tachéomètre électronique) est généralement utilisée en vue d'obtenir des estimations de coordonnées de point. La norme ISO 2005 17123-5 propose donc une procédure d'estimation de la précision des coordonnées que peut fournir une station totale. La précision de celle-ci sera caractérisée par une précision planimétrique et une précision altimétrique, respectivement notée :

SISO-TACH-XY,

SISO-TACH-Z.

S'il s'avère nécessaire d'évaluer la précision d'une direction ou d'une distance mesurée par un théodolite ou une station totale, il convient de se reporter aux normes ISO 2001 17123-3 (§ 7.4.2 et 7.4.3) et ISO 2001 17123-4 (§ 9.3.3).

Nous nous limiterons dans ce paragraphe à exposer la procédure proposée par la première de ces normes pour évaluer la précision des coordonnées fournies par l'usage d'une station totale.

La station totale doit évidemment être réglée et utilisée selon les prescriptions de son constructeur. Les conditions météorologiques prévalant lors des trois séries de mesures qui sont préconisées ci-dessous doivent être représentatives des conditions météorologiques dans lesquelles la station totale sera utilisée. A noter que les conditions les plus favorables à une bonne précision sont constituées d'un ciel couvert et d'un vent faible. De toutes manières, les conditions météorologiques en vigueur lors des essais seront notées avec soin dont évidemment celles qui interviennent dans la correction des distances mesurées, c'est-à-dire principalement la température de l'air et la pression atmosphérique (§ 9.3).

Pour estimer la précision de la station totale selon la procédure proposée par cette norme, on choisit trois stations, notée S_j , (l'indice j variant de 1 à 3) formant les sommets d'un triangle dont les côtés ont une longueur comprise entre 100 et 200 mètres. Ces stations sont choisies de manière à ce que leurs altitudes soit aussi différentes que possible en fonction du terrain.

Sur chacune de ces trois stations sont installés un trépied et une embase capable de recevoir la station totale ou une cible (prisme réflecteur). Ces embases sont soigneusement centrées et mise en station au moyen de la station totale. Ce dispositif de centrage forcé permet de réduire, voire d'éliminer les erreurs de centrage. Un des trois trépieds reçoit la station totale et les deux autres reçoivent, soit successivement la même cible, soit deux cibles de modèle identique, c'est-à-dire dont la distance séparant le centre de la cible du plateau du trépied est identique.

Trois séries de mesures seront réalisées, identifiée par l'indice i , variant de 1 à 3. Pour chacune de ces trois séries de mesures, la station totale sera successivement installée sur les stations S_1 , S_2 et S_3 , en visant les deux autres sommets, identifiés par l'indice k (k variant de 1 à 3). Les coordonnées des prismes réflecteurs situés sur les deux autres sommets seront mesurées dans les deux positions de la lunette (position I et position II).

Les coordonnées suivantes seront donc obtenues à l'issue de la procédure :

$$X_{i,j,kI}, Y_{i,j,kI}, Z_{i,j,kI}, X_{i,j,kII}, Y_{i,j,kII}, Z_{i,j,kII}$$

pour $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$ (différent de j).

Le tableau 7.4.5 détaille la séquence des visées.

Tableau 7.4.5. Séquence des visées pour l'évaluation de la précision de coordonnées de points suivant la norme ISO 2005 17123-5.

Série 1 ($i = 1$)				Série 2 ($i = 2$)				Série 3 ($i = 3$)			
Points	i	j	k	Points	i	j	k	Points	i	j	k
$S_1 \rightarrow S_2$	1	1	2	$S_1 \rightarrow S_2$	2	1	2	$S_1 \rightarrow S_2$	3	1	2
$S_1 \rightarrow S_3$	1	1	3	$S_1 \rightarrow S_3$	2	1	3	$S_1 \rightarrow S_3$	3	1	3
$S_2 \rightarrow S_1$	1	2	1	$S_2 \rightarrow S_1$	2	2	1	$S_2 \rightarrow S_1$	3	2	1
$S_2 \rightarrow S_3$	1	2	3	$S_2 \rightarrow S_3$	2	2	3	$S_2 \rightarrow S_3$	3	2	3
$S_3 \rightarrow S_1$	1	3	1	$S_3 \rightarrow S_1$	2	3	1	$S_3 \rightarrow S_1$	3	3	1
$S_3 \rightarrow S_2$	1	3	2	$S_3 \rightarrow S_2$	2	3	2	$S_3 \rightarrow S_2$	3	3	2

On procède au calcul de la moyenne des coordonnées correspondant aux deux positions de la lunette :

$$x_{i,j,k} = \frac{X_{i,j,k,I} + X_{i,j,k,II}}{2}$$

$$y_{i,j,k} = \frac{Y_{i,j,k,I} + Y_{i,j,k,II}}{2}$$

$$z_{i,j,k} = \frac{Z_{i,j,k,I} + Z_{i,j,k,II}}{2}$$

pour $i = 1$ à 3, $j = 1$ à 3 et $k = 1$ à 3.

2° La précision des coordonnées planimétriques (x et y) s'évalue de la manière suivante. On convient de prendre la station n°1 comme origine des coordonnées. En conséquence, on calcule les coordonnées réduites à cette origine par la relation :

$$x'_{i,j,k} = x_{i,j,k} - x_{i,j,1}$$

$$y'_{i,j,k} = y_{i,j,k} - y_{i,j,1}$$

pour $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3$ et $k = 1,2,3$.

Le référentiel horizontal de la station totale a une direction quelconque, direction qui varie évidemment d'une station à l'autre. On convient d'imposer aux coordonnées de toutes les stations une rotation avec la station n°1 comme centre, qui donne à leur référentiel la même orientation que celle du référentiel de la première station ($j = 1$ et $i = 1$). Pour ce faire, les coordonnées rectangulaires sont transformées en coordonnées polaires, par les relations :

$$\rho'_{i,j,k} = \arctan \frac{y'_{i,j,k}}{x'_{i,j,k}},$$

$$s_{i,j,k} = \sqrt{x'^2_{i,j,k} + y'^2_{i,j,k}}.$$

L'orientation de chaque ensemble j de série i peut se calculer par l'expression :

$$\rho'_{i,j} = \frac{1}{2}(\rho'_{i,j,2} + \rho'_{i,j,3}).$$

En conséquence l'angle de rotation qu'il faut imposer à tous les ensembles de mesures (à l'exception de l'ensemble $j = 1$ et $i = 1$), se calcule par l'expression :

$$\chi_{i,j} = \rho'_{1,1} - \rho'_{i,j},$$

pour $i = 1,2,3$ et $j = 1,2,3$.

La nouvelle orientation de toutes les coordonnées polaires vaut donc :

$$\rho_{i,j,k} = \rho'_{i,j,k} + \chi_{i,j}.$$

Les coordonnées rectangulaires, dont les référentiels ont tous la même orientation, se calculent donc par la relation :

$$x''_{i,j,k} = s_{i,j,k} \cos \rho_{i,j,k}$$

$$y''_{i,j,k} = s_{i,j,k} \sin \rho_{i,j,k}$$

pour $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3$ et $k = 2,3$.

Les coordonnées du premier ensemble sont inchangées :

$$x''_{1,1,k} = x'_{1,1,k}$$

$$y''_{1,1,k} = y'_{1,1,k}$$

pour $k = 2$ et 3 .

Les coordonnées ajustées des stations 2 et 3 se calculent par les relations :

$$\bar{x}''_k = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x''_{i,j,k},$$

$$\bar{y}''_k = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 y''_{i,j,k},$$

pour $k = 1$ et 2 .

Les écarts entre les coordonnées transformées et les coordonnées ajustées, c'est-à-dire les résidus, se calculent comme suit :

$$r_{x,i,j,k} = \bar{x}''_k - x''_{i,j,k},$$

$$r_{y,i,j,k} = \bar{y}''_k - y''_{i,j,k},$$

pour $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3$ et $k = 2,3$.

La somme des carrés des résidus est donc :

$$\sum r_{xy}^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=2}^3 (r_{x,i,j,k}^2 + r_{y,i,j,k}^2).$$

Le nombre de degré de liberté associé à cette somme des carrés des résidus se calcule en tenant compte des huit paramètres de rotation et des quatre coordonnées moyennes des stations S_2 et S_3 , ce qui donne comme valeur :

$$v_{xy} = 36 - 8 - 4 = 24.$$

En conséquence, l'écart-type caractérisant la précision de l'estimation de la coordonnée en x ou en y se calcule par l'expression :

$$\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{\sum r_{xy}^2}{24}},$$

et peut recevoir la notation normalisée : S_{ISO-TACH-XY}.

Cette même norme propose aussi une procédure simplifiée d'estimation de la précision des mesures de coordonnées planimétriques, limitée à une seule série de mesure ($i = 1$). Cette procédure fournit une estimation moins précise de l'écart-type. Ce dernier ne peut être utilisé dans des tests d'hypothèse relatifs, par exemple, à sa comparaison avec l'écart-type annoncé par le constructeur de la station totale ou à sa comparaison avec la précision d'une autre station totale selon les tests d'hypothèse présentés au § 5.4.

Exemple 7.4.3. Estimation de la précision des mesures des coordonnées planimétriques par une station totale selon la norme ISO 17123-5.

Le tableau 7.4.6 présente les lectures faites au cours de la première série de mesures réalisées selon la procédure proposée par la norme ISO 17123-3 ainsi que les calculs qui en découlent, selon les formules énoncées ci-dessus.

A partir de la somme des carrés des résidus, l'écart-type estimé des coordonnées x et y mesurées par la station totale se calcule par :

$$\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{0,00068878}{24}} = 0,0054 \text{ m.}$$

Le nombre de degré de liberté associé à cette somme des carrés des résidus se calcule en tenant compte des dix-huit observations réalisées et des trois paramètres estimés, ce qui donne comme valeur :

$$v_z = 18 - 3 = 15.$$

Tableau 7.4.6. Mesures et calculs réalisés selon la norme ISO 17123-5 en vue d'estimer la précision des mesures des coordonnées planimétriques par une station totale.

i	j	k	x (m)	y (m)	x' (m)	y' (m)	ρ' (rad)	ρ (rad)	s (m)	x" (m)	y" (m)	$r_{x,i,j,k}$ (m)	$r_{y,i,j,k}$ (m)
1	1	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000							
		2	45,2481	114,3119	45,2481	114,3119	1,193890			45,2481	114,3119	0,0025	-0,0037
		3	107,4983	33,2662	107,4983	33,2662	0,300111			107,498	33,26619	0,0004	0,0037
						$\rho'_{1,1}$	0,747000						
1	2	1	4,9777	122,8414	0,0000	0,0000							
		2	0,0000	0,0000	-4,9777	-122,8414	1,530297	1,19385	122,9422	45,2529	114,3108	-0,0023	-0,0026
		3	-85,5156	55,9426	-90,4933	-66,8988	0,636597	0,30015	112,5366	107,5053	33,2730	-0,0066	-0,0032
						$\rho'_{1,2}$	1,083447						
						$\chi_{1,2}$	-0,336447						
1	3	1	53,3960	-99,0524	0,0000	0,0000							
		2	-67,4953	-76,7262	-120,8913	22,3263	-0,182623	1,193881	122,9357	45,2469	114,3061	0,0037	0,0021
		3	0,0000	0,0000	-53,3960	99,0524	-1,076385	0,300119	112,5279	107,4980	33,2671	0,0007	0,0027
						$\rho'_{1,3}$	-0,629504						
						$\chi_{1,3}$	1,376504						
2	1	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000							
		2	66,5965	103,3356	66,5965	103,3356	0,998320	1,193875	122,9363	45,2479	114,3065	0,0027	0,0017
		3	111,9106	11,7454	111,9106	11,7454	0,104570	0,300125	112,5253	107,4953	33,2670	0,0034	0,0029
						$\rho'_{2,1}$	0,551445						
						$\chi_{2,1}$	0,195555						
2	2	1	-103,3178	-66,6258	0,0000	0,0000							
		2	0,0000	0,0000	103,3178	66,6258	0,572755	1,193821	122,9373	45,2544	114,3049	-0,0038	0,0033
		3	3,4616	-102,1164	106,7795	-35,4907	-0,320887	0,30018	112,5231	107,4914	33,2721	0,0073	-0,0023
						$\rho'_{2,2}$	0,125934						
						$\chi_{2,2}$	0,621066						
2	3	1	29,6757	-108,5555	0,0000	0,0000							
		2	-83,0631	-59,5065	-112,7387	49,0490	-0,410367	1,19379	122,9464	45,2613	114,3120	-0,0107	-0,0038
		3	0,0000	0,0000	-29,6757	108,5555	-1,303947	0,30021	112,5386	107,5052	33,2800	-0,0066	-0,0102
						$\rho'_{2,3}$	-0,857157						
						$\chi_{2,3}$	1,604157						
3	1	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000							
		2	-66,5980	-103,3362	-66,5980	-103,3362	0,998312	1,193856	122,9377	45,2505	114,3069	0,0001	0,0014
		3	-111,9076	-11,7484	-111,9076	-11,7484	0,104600	0,300144	112,5226	107,4921	33,2682	0,0066	0,0016
						$\rho'_{3,1}$	0,551456						
						$\chi_{3,1}$	0,195545						
3	2	1	-71,0647	-100,3218	0,0000	0,0000							
		2	0,0000	0,0000	71,0647	100,3218	0,954477	1,193873	122,9417	45,2501	114,3114	0,0006	-0,0031
		3	41,2616	-93,4917	112,3263	6,8301	0,060731	0,300127	112,5338	107,5034	33,2697	-0,0047	0,0001
						$\rho'_{3,2}$	0,507604						
						$\chi_{3,2}$	0,239396						
3	3	1	-40,9979	104,7940	0,0000	0,0000							
		2	76,2943	67,9863	117,2922	-36,8077	-0,304080	1,1939	122,9320	45,2435	114,3035	0,0071	0,0047
		3	0,0000	0,0000	40,9979	-104,7940	-1,197878	0,300101	112,5283	107,4990	33,2652	-0,0003	0,0046
						$\rho'_{3,3}$	-0,750979			\bar{x}''	\bar{y}''		
						$\chi_{3,3}$	1,497980			45,2506	114,3082		
										107,4987	33,2698		
												$\sum r_{xy}^2 =$	0,00068878

3° La précision de la coordonnée en z s'évalue de la manière suivante, toujours selon la norme ISO 2005 17123-5.

La coordonnée en z de la station S₁ est conventionnellement fixée à zéro. Les inconnues à estimer par ajustement sont donc les coordonnées en z des stations S₂ et S₃, ainsi que la différence entre la hauteur de la cible et celle de la station totale, comptées toutes deux à partir du plateau du trépied, notée δ.

Les coordonnées en z considérées s'écrivent, comme indiqué ci-dessus :

$$z_{i,j,k} = \frac{z_{i,j,k,I} + z_{i,j,k,II}}{2},$$

pour i = 1 à 3, j = 1 à 3 et k = 1 à 3.

L'indice j correspond au numéro de la station sur laquelle est installée la station totale. Les coordonnées en z obtenues correspondent à la différence de hauteur entre le plateau du trépied de la station visée et le plateau du trépied la station « stationnée ».

Par ajustement au sens des moindres carrés, tel qu'exposé au § 6.1.4, on obtient pour l'estimation des inconnues z₂, z₃ et δ les formules suivantes :

$$z_2 = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 2z_{1,1,2} + z_{1,1,3} - 2z_{1,2,1} - z_{1,2,3} - z_{1,3,1} + z_{1,3,2} \\ 2z_{2,1,2} + z_{2,1,3} - 2z_{2,2,1} - z_{2,2,3} - z_{2,3,1} + z_{2,3,2} \\ 2z_{3,1,2} + z_{3,1,3} - 2z_{3,2,1} - z_{3,2,3} - z_{3,3,1} + z_{3,3,2} \end{pmatrix}$$

$$z_3 = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} z_{1,1,2} + 2z_{1,1,3} - z_{1,2,1} + z_{1,2,3} - 2z_{1,3,1} - z_{1,3,2} \\ z_{2,1,2} + 2z_{2,1,3} - z_{2,2,1} + z_{2,2,3} - 2z_{2,3,1} - z_{2,3,2} \\ z_{3,1,2} + 2z_{3,1,3} - z_{3,2,1} + z_{3,2,3} - 2z_{3,3,1} - z_{3,3,2} \end{pmatrix}$$

$$\delta = -\frac{1}{18} \begin{pmatrix} z_{1,1,2} + z_{1,1,3} + z_{1,2,1} + z_{1,2,3} + z_{1,3,1} + z_{1,3,2} \\ z_{2,1,2} + z_{2,1,3} + z_{2,2,1} + z_{2,2,3} + z_{2,3,1} + z_{2,3,2} \\ z_{3,1,2} + z_{3,1,3} + z_{3,2,1} + z_{3,2,3} + z_{3,3,1} + z_{3,3,2} \end{pmatrix}$$

Les résidus issus de cet ajustement se calculent par les expressions suivantes.

$r_{1,1,2} = z_2 - \delta - z_{1,1,2}$	$r_{2,1,2} = z_2 - \delta - z_{2,1,2}$	$r_{3,1,2} = z_2 - \delta - z_{3,1,2}$
$r_{1,1,3} = z_3 - \delta - z_{1,1,3}$	$r_{2,1,3} = z_3 - \delta - z_{2,1,3}$	$r_{3,1,3} = z_3 - \delta - z_{3,1,3}$
$r_{1,2,1} = -z_2 - \delta - z_{1,2,1}$	$r_{2,2,1} = -z_2 - \delta - z_{2,2,1}$	$r_{3,2,1} = -z_2 - \delta - z_{3,2,1}$
$r_{1,2,3} = -z_2 + z_3 - \delta - z_{1,2,3}$	$r_{2,2,3} = -z_2 + z_3 - \delta - z_{2,2,3}$	$r_{3,2,3} = -z_2 + z_3 - \delta - z_{3,2,3}$
$r_{1,3,1} = -z_3 - \delta - z_{1,3,1}$	$r_{2,3,1} = -z_3 - \delta - z_{2,3,1}$	$r_{3,3,1} = -z_3 - \delta - z_{3,3,1}$

$r_{1,3,2} = Z_2 - Z_3 - \delta - Z_{1,3,2}$	$r_{2,3,2} = Z_2 - Z_3 - \delta - Z_{2,3,2}$	$r_{3,3,2} = Z_2 - Z_3 - \delta - Z_{3,3,2}$
--	--	--

A partir de ces résidus, l'écart-type de la coordonnée en z peut s'estimer à partir de l'expression :

$$\hat{\sigma}_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^3 r_{i,j,k}^2}{15}}$$

et peut recevoir la notation normalisée : SISO-TACH-Z.

Cette même norme propose aussi une procédure simplifiée d'estimation de la précision des mesures de coordonnées planimétriques, limitée à une seule série de mesure ($m = 1$). Cette procédure fournit une estimation moins précise de l'écart-type. Ce dernier ne peut être utilisé dans des tests d'hypothèse relatifs, par exemple, à sa comparaison avec l'écart-type annoncé par le constructeur de la station totale ou à sa comparaison avec la précision d'une autre station totale selon les tests d'hypothèse présentés au § 5.4.

Exemple 7.4.4. Estimation de la précision des mesures des coordonnées altimétriques par une station totale selon la norme ISO 17123-5.

Le tableau 7.4.7 présente les lectures faites au cours de la première série de mesures réalisées selon la procédure proposée par la norme ISO 17123-5 ainsi que les calculs qui en découlent, selon les formules énoncées ci-dessus.

Il en résulte que l'écart-type des coordonnées en z estimées au moyen de cette station totale est de 3,2 cm.

Le constructeur de cette station totale annonce une précision altimétrique de 3 cm. Le résultat de l'essai permet-il de conclure que la précision annoncée par le constructeur est confirmée. Il peut être répondu à cette question en effectuant un test de conformité tel qu'exposé au § 5.4.4.

Pour ce faire, il faut calculer la valeur :

$$\chi_{obs}^2 = \frac{k\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} = \frac{150,032^2}{0.03^2} = 17,07$$

La valeur de la variable $\chi_{0,95}^2$ à 15 degrés de liberté est de 25,00 (annexe n°1). Il en résulte donc que l'hypothèse selon laquelle la précision de la station totale est meilleure ou égale à la précision annoncée (l'écart-type est inférieur ou égal à 3 cm) est donc acceptée.

Une autre façon de conclure ce test est de constater que la probabilité de voir une variable $\chi_{0,95}^2$ à 15 degrés de liberté prendre une valeur égale ou supérieure à 17,07 vaut 0,31, ce qui est supérieur au niveau de signification choisi qui est ici de 5 %.

Tableau 7.4.7. Mesures et calculs réalisés selon la norme ISO 17123-5 en vue d'estimer la précision des mesures des coordonnées altimétriques par une station totale.

i	j	k	$z_{i,j,k}$ (m)	$r_{i,j,k}$ (m)
1	1	2	4,923	-0,049
1	1	3	1,768	0,043
1	2	1	-4,917	-0,025
1	2	3	-3,105	0,008
1	3	1	-1,846	-0,033
1	3	2	3,028	0,001
2	1	2	4,909	-0,035
2	1	3	1,761	0,050
2	2	1	-4,930	-0,012
2	2	3	-3,077	-0,020
2	3	1	-1,889	0,010
2	3	2	2,987	0,042
3	1	2	4,882	-0,008
3	1	3	1,816	-0,006
3	2	1	-4,948	0,006
3	2	3	-3,083	-0,014
3	3	1	-1,928	0,049
3	3	2	3,037	-0,008
Valeurs estimées des paramètres				
\hat{z}_2		4,908	$\sum_i \sum_j \sum_k r_{i,j,k}^2$	0,014987
\hat{z}_3		1,8448	$\hat{\sigma}_z$ (m)	0,032
$\hat{\delta}$		0,0339		

Index des matières

- Alidade, 4
- Axe
 - de basculement, 4
 - optique, 5
 - principal, 4
 - secondaire, 5
- Bague de mise au point, 7
- Basculement, 5
- Bras des index, 17
- Centrage, 3
 - forcé, 3
- Cercle
 - à droite, 14
 - à gauche, 14
 - horizontal, 4
 - oculaire, 10
- Clarté, 11
- Collimation horizontale, 18
- Degrés de liberté, 36
- Diamètre oculaire**, 10
- Dispositif de collimation verticale, 18
- Double retournement, 14
- Erreur**
 - de calage de l'axe principal, 17
 - de collimation verticale, 22
 - de mise en station, 17
 - d'inclinaison, 20
- Excentricité de l'axe optique, 15
- Grossissement, 10
- Lentille baladeuse, 7
- Ligne de foi, 22
- Lunette topographique, 4
- Mise en station, 3, 4
- Nivelle
 - collimatrice, 17
 - sphérique, 3
- Oculaire, 9
- Pivotement, 5
- Plaque de base, 3
- Plateau du trépied, 3
- Plomb
 - laser, 3
 - optique, 3
- Position I et II, 14
- Pouvoir séparateur, 10
- Réticule, 8
- Sensibilité, 6
- Station totale, 3
- Tachéomètre, 3
 - électronique, 3
- Théodolite, 3
- Traits stadimétriques, 33
- Trépied, 6
- Vis calantes, 3
- Viseur optique, 5

Index Bibliographique

L'index bibliographique peut être obtenu en suivant le lien : <https://hdl.handle.net/2268/293535>