IDENTIFICATION ET TAUTOLOGIE : L'IDENTITE CHEZ HUSSERL ET WITTGENSTEIN

Denis Seron

On se propose ici de poser cette question que Wittgenstein qualifiait, en 1915, de « question fondamentale de toute logique » — à savoir la question de la nature de l'identité[1]. Dans ce dessein, on s'efforcera de confronter l'un à l'autre le concept wittgensteinien de *tautologie* avec celui, husserlien, d'*identification*. L'opposition de ces deux concepts de l'identité doit permettre d'aborder un autre problème selon nous plus fondamental : celui de la *vérité* en mathématique. Pour autant que la progression de la présente contribution le permettra, on tâchera de fixer aussi précisément que possible le lieu où cette dernière question doit être décidée en dernier ressort.

On sait que, depuis les *Prolégomènes à la logique pure* jusqu'à *Logique formelle et logique transcendantale*, Husserl a défendu inconditionnellement la thèse de la vérité de la mathématique « pure ». D'emblée, cette thèse lui parut tracer l'une des lignes de démarcation les plus significatives entre le point de vue du mathématicien et celui du philosophe :

> La mathématique peut demeurer indifférente au fait que toutes ses formations ont le sens de formations qui sont appelées à intervenir à l'intérieur de *jugements de connaissance* quelconques (restant indéterminés dans leur matière) — comme elles le font en « mathématique appliquée » à chaque cas d'application factuelle, par exemple en faisant fonction de composantes de détermination physique dans la physique théorique. Mais le logicien philosophe doit s'occuper de cela. Il ne peut pas admettre une mathématique pensée κατὰ μηδεμίαν συμπλοκήν, une mathématique qui rompt avec l'idée d'application possible et devient un subtil jeu de pensée — sinon même, comme dans la mathématique élaborée par le calcul, un jeu de symboles qui reçoivent leur sens au moyen de simples conventions de calcul[2].

[1] *Notebooks 1914-1916*, éd. G. H. von Wright et G. E. M. Anscombe, Chicago – Oxford, 1979², p. 129.
[2] *Formale und transzendentale Logik*, Hua XVII, p. [97], cf. *ibid*., p. [123].

La prétention à la connaissance ou à la vérité concerne aussi la mathématique pure elle-même, et c'est pourquoi celle-ci est appelée à s'accomplir sous la forme du *jugement*. Ce qui a pour conséquence que, corrélativement, les symboles algébriques et arithmétiques correspondant à des noms de nombres tels que « *a* », « 4 », « 2 + 3 », etc., ne sont pas de simples signes destinés au calcul, mais qu'ils recèlent d'entrée de jeu une signification ontologique. Le point essentiel est ici la définition de l'objet comme corrélat de formes syntaxiques. Au sens simplement formel, un objet, dit Husserl, est toujours *un objet de formes syntaxiques*, ou encore d'« activités de jugement »(*Urteilsaktivitäten*)[3]. Cette proposition est pour ainsi dire un effet de la caractérisation de l'objet comme corrélat d'un nom propre ou de ce qui en tient lieu, d'un *Gegenstandsname* au sens de Frege. Elle signifie que tout objet peut être dénommé et, comme tel, entrer dans la composition de totalités syntaxiques plus élevées. Et sur ce point les nombres ne font pas exception. Comme l'affirme très explicitement Husserl au § 39 de *Logique formelle et logique transcendantale*, les actes constitutifs des objets arithmétiques — compter, colliger, ordonner, combiner, etc. — sont des « activités de jugement » proprement dites. Par conséquent, les noms de nombres « 1 », « 2 », etc., sont des constantes d'individus — des « termes fixes », comme dit Husserl — au sens le plus propre, corrélatives à des objets au sens le plus propre. Par exemple, la somme « 1 + 1 » est un objet, pour autant qu'elle peut être nominalisée et faire fonction de partie à l'intérieur d'une somme « 2 + 1 », et ainsi de suite. Pour cette raison, c'est-à-dire pour autant que les nombres sont des corrélats de jugements au sens large, de « formes catégoriales », le concept du nombre en général — exprimé par les signes « *x* », « *y* », etc. — est une catégorie formelle *d'objet*, et l'arithmétique est une partie de l'ontologie formelle[4].

Pourtant, les choses ne sont pas si simples. Si la vérité est une propriété des propositions, alors il est évident que la question de la vérité de l'arithmétique en suppose une autre plus large : les énoncés de l'arithmétique expriment-ils des propositions ? Or, il est permis de douter que l'arithmétique soit une activité syntaxique proprement dite, ou qu'elle contienne des *propositions*, même au sens large. Ou du moins il est manifestement insuffisant de ranger

---

[3] *Ibid.*, § 38.

[4] *Ibid.*, p. [77]. Cf. *ibid.*, pp. [106]-[107] : « L'analytique en tant que doctrine formelle de la science est (…) une *ontologie formelle*. Ses vérités aprioriques énoncent ce qui vaut *pour les objets en général*, pour les domaines d'objets en général dans la généralité formelle, et elle énonce dans quelles formes ces objets d'une manière générale sont ou peuvent seulement être — naturellement au sens du jugement (*urteilsmäßig*), puisque les objets en général ne "sont" qu'au sens du jugement et qu'ils sont dans des formes catégoriales, de nouveau pour la même raison ».

les actes de compter, de colliger, etc., sous la rubrique des actes syntaxiques. Une somme de plusieurs nombres n'est ni vraie ni fausse, mais elle ne devient vraie, semble-t-il, que rapportée à un autre terme, par exemple quand on énonce l'identité $1 + 2 = 3$. Mais s'agit-il ici, rigoureusement parlant, d'une proposition ? Les représentations « 1 + 2 » et « 3 » sont des noms de nombres, mais elles sont aussi et surtout des représentations d'un seul et même nombre. D'un côté et de l'autre du signe d'égalité, c'est bien la même chose qui est exprimée. Partant, l'expression « 1 + 2 = 3 » ne semble pas être une forme syntaxique, mais une forme simple. Et alors, selon toute apparence, les équations de l'arithmétique ne seraient ni vraies ni fausses. Elles se ramèneraient à des formes nominales simples, ou encore elles indiqueraient des rapports d'équivalence entre des noms et se réduiraient, comme telles, à des règles de substitution.

De façon en apparence paradoxale, on peut voir dans cette dernière conception une conséquence directe de la définition de l'égalité de deux représentations numériques « différentes » en termes d'équivalence. Cette définition est celle de Frege dans « Fonction et concept » :

> Dans l'équation $2.2^3 + 2 = 18$, ce qui est exprimé est que la dénotation du groupe de signes de droite est la même que celle du groupe de signes de gauche. Je dois ici m'insurger contre la vue selon laquelle, par exemple, 2 + 5 et 3 + 4 seraient égaux sans être la même chose. Cette opinion repose sur la confusion entre forme et contenu, entre signe et désigné, qu'on a déjà mentionnée. C'est exactement comme si on voulait considérer la violette odorante comme différente de la *viola odorata* parce que les noms sonnent différemment. La différence de la désignation ne peut parvenir seule à fonder une différence du désigné. Si les choses sont ici moins évidentes, c'est seulement parce que la dénotation du signe numérique 7 n'est rien de perceptible sensiblement. La tendance maintenant très répandue à ne rien reconnaître comme objet qui ne puisse être perçu par les sens, conduit à prendre les signes numériques eux-mêmes pour les nombres, pour les véritables objets de la recherche ; et alors, assurément, 7 et 2 + 5 seraient différents[5].

L'essentiel est l'opposition du nombre et du signe de nombre. Dans une perspective strictement extensionnelle — par exemple celle de Frege dans la *Begriffsschrift* —, il suffit de dire que les deux termes d'une équation sont équivalents, qu'ils dénotent « le même »[6]. Mais

---

[5] G. Frege, « Funktion und Begriff » dans *Kleine Schriften*, Hildesheim, 1990, p. 126.

[6] Dans la *Begriffsschrift*, l'identité n'est encore décrite qu'en termes d'équivalence entre signes substituables l'un à l'autre ; elle obéit au seul principe selon lequel « on peut partout poser *d* au lieu de *c*, si $c \equiv d$ » (*Begriffsschrift und andere Aufsätze*, Hildesheim, 1998², p. 50). Évidemment, ce point de vue n'est plus celui de « Sinn und Bedeutung », où Frege revient d'ailleurs explicitement sur sa position dans la *Begriffsschrift* (dans *Kleine Schriften*, *op. cit.*, p. 143, voir *infra*).

par ce biais, précisément, on se heurte à de nouvelles difficultés. La question est maintenant de savoir si le rapport unissant les deux représentations « 3 » et « 2 + 1 » est simplement de même nature que le rapport entre les représentations « violette odorante » et « *viola odorata* ». Il semble au contraire que le passage de l'une à l'autre ne soit pas une simple affaire de traduction. Car les noms « 3 » et « 2 + 1 » ont certes la même référence, ils sont « équivalents », mais ils ne paraissent pas pour autant avoir la même signification, ni être strictement identiques. En somme, on pourrait opposer ici le point de vue cité à celui de Kant. Ce dernier n'a jamais nié que 2 + 1 fût égal à 3, mais il reconnaît dans l'équation correspondante un « jugement synthétique », au sens où les deux concepts ne sont pas identiques. Parce que le concept « 12 » n'est pas contenu dans celui de la somme de 7 et de 5, que « le concept de 12 n'est en aucune manière déjà pensé du fait que je pense simplement cette réunion de 7 et de 5 », le rapport de l'un à l'autre termes de l'équation ne peut être qu'une synthèse *a priori* de deux représentations[7]. Bref, l'équation arithmétique n'est pas un jugement d'identité. Là où Frege reconnaît l'équivalence de deux représentations, Kant reconnaît au contraire leur différence sémantique.

Ainsi formulée, cette même question était déjà celle de Bolzano au § 96 de sa *Wissenschaftslehre*. Après avoir défini l'équivalence de deux représentations par le fait qu'elle ont le même objet, Bolzano y demandait « s'il y a aussi de telles représentations équivalentes (*Wechselvorstellungen*) qui, pour une même extension, ont aussi encore *le même contenu*, c'est-à-dire si des représentations peuvent encore être différentes si leur contenu comme leur extension sont identiques »[8]. Or, Bolzano répond à cette question par l'affirmative. Et l'exemple qu'il donne est significatif : les deux représentations 4^2 et 2^4, pour être des représentations de même contenu et de même objet, sont néanmoins *différentes*. C'est en ce sens que Bolzano dénonce la confusion entre l'équivalence et l'identité de deux représentations[9]. On montrera dans la suite en quel sens la distinction bolzanienne entre identité et équivalence prépare le terrain pour une interprétation des actes d'identification qui laisse une place à des différences de nature sémantique entre représentations de même objet. D'une part, Husserl ne remet pas en cause l'interprétation fregéenne de l'identité en termes d'équivalence. Dans la terminologie de Frege : deux concepts de sens différents sont identiques (ou équivalents) s'ils ont la même dénotation, c'est-à-dire la même valeur pour les

---

[7] *Kritik der reinen Vernunft*, B 15 sqq.
[8] *Wissenschaftslehre*, Leipzig, 1929, Bd. I, pp. 445-446.
[9] *Ibid.*, pp. 450-451.

mêmes arguments. Mais d'autre part, la mise en avant de vécus d'identification vise notamment à préserver ce même concept de l'identité d'une interprétation restreinte à la seule permutabilité entre signes de même dénotation. L'identification au sens de Husserl est une *synthèse d'identification*. Qu'une équation (ou de manière générale tout *Identitätsurteil*) exprime une identification, cela veut dire que 3 et 2 + 1, par exemple, sont tout à la fois différents et identiques, ou encore que les représentations « 3 » et « 2 + 1 » ont le même objet sans avoir le même contenu de signification. Une équation, pourrait-on dire, est comme telle synthétique au sens de Kant, analytique au sens de Bolzano et de Frege.

1) Les « équations » ont-elles un sens ?

On connaît le verdict de Wittgenstein dans son *Tractatus* : « Les propositions de la mathématique sont des équations, donc des pseudo-propositions » (6.2). Les énoncés mathématiques n'expriment pas des propositions proprement dites, et c'est pourquoi ils ne peuvent davantage prétendre à la vérité, ni au rang de connaissance ou d'énoncé scientifique. Cette idée tient dans une formule : « La proposition de la mathématique n'exprime pas de pensée (*Gedanken*) » (6.21). En effet, pour qu'elle exprime une pensée, encore faudrait-il qu'elle ait un *sens* : « La pensée est la proposition dotée de sens » (4). Or, avoir un sens, cela veut dire pouvoir être vrai ou faux, ou encore : exprimer un état de choses consistant ou non consistant. Un énoncé a un sens et doit être qualifié de proposition s'il a la possibilité de la vérité et de la fausseté, à laquelle correspond la possibilité de la consistance ou de la non-consistance de l'état de choses (cf. 4.3). Mais ce dernier caractère fait précisément défaut aux égalités du mathématicien. Fondamentalement, celles-ci sont des *tautologies*, pour autant qu'elles ne contribuent en aucune façon à la connaissance d'états de choses. Par ses équations, le mathématicien n'affirme rien quant à la consistance ou à la non-consistance d'états de choses. Alors, il est seulement question de la possibilité, pour un objet, d'être désigné tantôt par la lettre « *a* » et tantôt par la lettre « *b* », ou tantôt par « 4 » et tantôt par « 2^2 », etc. La mathématique ne permet pas de connaître les objets, le monde, mais elle dit seulement qu'un objet peut être nommé au moyen d'un autre signe.

Le caractère tautologique des « équations » du mathématicien renvoie directement au concept de *substitution*. Le signe d'égalité inséré entre deux expressions ne signifie rien d'autre que ceci : ces deux expressions sont *substituables* l'une à l'autre (4.241 et 6.23). Que la mathématique procède par mise en équation, cela veut dire que sa méthode est la « méthode de substitution » (6.2341 et 6.24). Une identité entre deux expressions n'a à proprement parler aucun contenu, mais elle se limite à indiquer à chaque fois, et de manière fallacieuse, des équivalences entre des signes. Ainsi le signe d'égalité lui-même pourra dans tous les cas être supprimé et céder la place aux expressions supportant les substitutions correspondantes : « L'égalité de l'objet, souligne Wittgenstein, je l'exprime par l'égalité du signe, et non à l'aide d'un signe d'égalité » (5.53). Par exemple, au lieu d'écrire « $f(a, b) \wedge a = b$ », il faudra écrire « $f(a, a)$ » ou « $f(b, b)$ » (5.531).

Le même exemple est mis en avant par Wittgenstein dans ses carnets de 1914-1916, où il le commente de la manière suivante :

> « $x = y$ » *n'*est *pas* une forme propositionnelle. Il est clair en effet que « $a\mathrm{R}a$ » aurait même signification que « $a\mathrm{R}b \wedge \mathrm{a} = b$ ». On peut donc faire disparaître la pseudo-proposition « $a = b$ » au moyen d'une notation entièrement analysée. C'est la meilleure preuve de la justesse de la remarque plus haut[10].

Cette notion d'analyse complète appelle une remarque, car elle indique exemplairement le lieu de partage entre la proposition et la tautologie. L'analyse a fonction de décomposer la proposition dans les « signes simples » qui la constituent, c'est-à-dire en noms (par exemple en noms de nombres). Que la proposition entièrement analysée contienne seulement des signes simples, des noms, cela veut dire que ses éléments réfèrent à des objets simples, non à des états de choses. Le *Tractatus* explique ce point de la façon suivante : « Dans la proposition, la pensée peut être exprimée de manière qu'aux objets de la pensée correspondent des éléments du signe de proposition » (3.2) ; « je nomme ces éléments "signes simples", et qualifie la proposition de "complètement analysée" » (3.201) ; « les signes simples employés dans la proposition s'appellent des noms » (3.202) ; « le nom signifie l'objet. L'objet est sa signification ("A" est le même signe que "A") » (3.203). Bref, l'analyse rabat l'identité sur la dénomination et la distingue définitivement de toute expression propositionnelle. Si l'analyse fait disparaître les relations (ou les pseudo-relations) d'égalité, c'est parce qu'elle montre que les deux noms inscrits de part et d'autre du signe d'égalité ont même dénotation. Ce qui a notamment pour conséquence que, dans la mesure où elle exprime la permutabilité de deux noms, toute détermination quidditative a le sens d'une règle de substitution entre signes, jamais d'une proposition proprement dite (4.241) : « Une proposition peut seulement dire comment est une chose, non ce qu'elle est » (3.221). Mais cela implique plus encore. C'est bien la possibilité même d'une science analytique qui est en cause : « Il n'y a pas, déclare Wittgenstein, de *propositions* analytiques »[11].

Ces brèves remarques font clairement apparaître l'idée sous-jacente au concept wittgensteinien de l'identité. Cette idée est que, par opposition à une relation aRb constitutive d'un authentique état de choses, une identité n'a qu'en apparence le caractère d'une relation. L'identité, à proprement parler, ne relie rien : « Que l'identité ne soit pas une relation entre des objets, cela tombe sous le sens » (*Tractatus*, 5.5301). Reprenant à son compte une aporie déjà épinglée par Hume, Wittgenstein s'en expliquait comme suit : « Dire de *deux* choses qu'elles sont identiques est un non-sens, et dire d'*une* chose qu'elle est identique à soi-même, c'est ne rien dire du tout » (5.5303)[12]. Bref, soit les deux termes sont identiques, et alors il s'agit d'un même et unique terme, non d'une relation ; soit il y a deux termes différents, et dans ce cas leur relation mutuelle n'est pas une identité.

En somme, tout se passe comme si, à vouloir maintenir le caractère authentiquement relationnel de l'identité et, par voie de conséquence, la vérité possible des équations mathématiques, on prêtait attention à un certain nombre de questions en soi absurdes, par exemple : dans l'expression « $4 = 2^2$ », y a-t-il une *différence* entre le terme de gauche et celui de droite ? En la formulant, le mathématicien *ajoute*-t-il quelque chose à l'un des termes ? Ces questions, pourtant, Husserl se les est posées, et il n'est pas excessif d'affirmer qu'elles forment même l'un des noyaux interrogatifs de la sixième *Recherche logique*. À cet égard, la position de Husserl se situe visiblement dans le prolongement de « Sens et dénotation », où Frege posait déjà le même problème en des termes similaires[13]. Sa question était alors : l'égalité est-elle une relation ? Si le signe d'égalité dans l'énoncé « $a = b$ » (à supposer que

---

[10] *Notebooks 1914-1916*, *op. cit.*, p. 19.
[11] *Ibid.*, p. 21.
[12] Cf. *A Treatise of Human Nature*, I, IV, 2, éd. Mossner, London, 1985, p. 250 : « Car nous ne voudrions rien dire du tout par la proposition *un objet est le même que lui-même*, si l'idée exprimée par le mot *objet* ne se distinguait en aucune manière de celle exprimée par *lui-même*, et alors la proposition ne contiendrait pas un prédicat et un sujet, lesquels sont pourtant impliqués dans cette affirmation. Un unique objet simple procure l'idée d'unité, non celle d'identité. D'autre part, une multiplicité d'objets ne peut jamais procurer cette idée, si ressemblants qu'on les suppose. » Cette idée se retrouve sans peine chez Kant. Chez ce dernier, la permanence d'une substance sous ses accidents est un « mode du temps » (*Modus der Zeit*), mais non un « rapport de temps » (*Zeitverhältnis*) comme le sont la simultanéité et la succession (*Kritik der reinen Vernunft*, B 219 et B 226). Deux représentations successives ou simultanées de substrat identique ne posent à proprement parler aucune relation $a = a$.

« $a = b$ » soit vrai) exprime une relation entre la dénotation de « a » et celle de « b », alors, écrivait Frege, cette relation est nécessairement la relation d'un objet à lui-même, et elle se ramène, en définitive, à l'identité $a = a$. Or cette dernière relation ne débouche sur aucune connaissance réelle, mais elle réglerait seulement l'usage de noms différents pour un objet identique : « Dès lors une proposition $a = b$ ne concernerait plus la chose même, mais seulement notre manière de la désigner ; nous n'exprimerions là-dedans aucune connaissance proprement dite[14]. » Mais il est évident par ailleurs que, contrairement à la simple tautologie, une identité comme « l'étoile du matin = l'étoile du soir » contribue à la connaissance. Elle n'exprime pas la seule identité de l'objet à lui-même, ni la seule relation « avoir même dénotation que » entre des signes différents. Il faut que la différence entre des signes de même dénotation, poursuit Frege, corresponde ici à une différence « dans le mode de l'être-donné » (*in der Art des Gegebenseins*) de l'objet dénoté. C'est-à-dire à une différence de sens sous une identité de dénotation. C'est cette conception intensionnelle de l'identité qui va maintenant nous retenir.

2) Identité et concepts de nombres dans la sixième « Recherche logique » de Husserl

Rien n'empêche d'interpréter à chaque fois les équations mathématiques comme des règles pratiques destinées au calcul. Il est évidemment tout à fait légitime d'interpréter l'identité « 5 = 2 + 3 » comme une règle de substitution : dans toute expression arithmétique, les deux représentations « 5 » et « 2 + 3 » sont effectivement substituables l'une à l'autre. Et dans ce cas, le signe d'égalité entre « 5 » et « 2 + 3 » indique seulement un rapport de même nature que celui unissant le signe « 5 » au signe « V ». Mais par là, cependant, on ne dit rien du signe « + », ni du caractère complexe de « 2 + 3 », etc. On fait tout simplement abstraction de ce caractère si spécifique aux objets de l'arithmétique, à savoir de leur caractère d'objectivité complexe. En définitive, la question est maintenant de savoir si la somme de 2 et de 3, qui peut de toute évidence être nominalisée, est pour autant un objet simple. Car si tel n'est pas le cas, alors la reconduction des équations à des formes nominales se révèle problématique. C'est en ce sens que la sixième *Recherche logique* de Husserl s'inscrit en faux contre toute

---

[13] G. Frege, « Über Sinn und Bedeutung », dans *Kleine Schriften*, *op. cit.*, p. 143 sqq.
[14] *Ibid.*, p. 143.

interprétation des équations mathématiques en termes de tautologie. Le § 18 de la sixième *Recherche* est explicite à cet égard :

> On parle d'habitude comme si, dans la sphère mathématique, la simple signification de mot était identique au contenu de l'expression définitionnelle complexe. Alors, il ne serait évidemment pas question ici de chaînes de remplissement (*Erfüllungsketten*) ; nous n'aurions affaire qu'à des identités de l'espèce des tautologies. Toutefois, celui qui jette un œil sur la complication des formations de pensée obtenues par substitution, celui qui — même seulement dans les cas les plus simples de tous, où on peut en venir à bout réellement — les compare à l'intention de signification vécue originairement, celui-là aura peine à admettre sérieusement que toute la complication était contenue par avance dans cette dernière intention. Il est tout à fait incontestable qu'il existe réellement ici des différences d'intention qui, de quelque manière qu'on puisse les caractériser de plus près, sont liées les unes aux autres par des rapports de remplissement aboutissant à une identification totale[15].

Ces remarques de Husserl rejoignent la critique qu'il avait émise une décennie plus tôt, dans sa *Philosophie de l'arithmétique*, à l'encontre de conceptions trop étroitement extensionnelles de l'égalité[16]. Entre autres arguments, Husserl remarquait alors que, si le rapport d'égalité entre deux expressions arithmétiques se définit par la possibilité de les substituer l'une à l'autre *salva veritate*, alors la connaissance de cette égalité suppose à chaque fois celle d'une seconde égalité : ce qui induit visiblement une régression à l'infini. La reconnaissance de l'équivalence de deux expressions supposerait celle de leur permutabilité dans une équation de niveau plus élevé, dont les termes devraient à leur tour être reconnus comme équivalents au moyen d'une troisième équation, etc. Par exemple, pour reconnaître l'identité $a_1 = a_2$, il faudrait d'abord savoir que $b + a_1 = b + a_2$, laquelle identité supposerait à son tour que $c\ (b + a_1)$ fût reconnu comme égal à $c\ (b + a_2)$, et ainsi de suite. Or, cette prise de position allait de pair, en 1891, avec l'idée que les représentations arithmétiques — tant « authentiques » qu'« inauthentiques » — avaient pour substrats des collections d'unités. L'égalité ne met pas du tout en relation des concepts de nombres, et elle ne concerne que secondairement des rapports de permutabilité : « L'arithméticien n'opère absolument pas avec

[15] *Logische Untersuchungen* VI, p. 70.

[16] *Philosophie der Arithmetik.*, p. [103] sqq., Hua XII, p. 96 sqq. Le problème de l'identité entre expressions numériques ou algébriques est absent de la thèse de 1887 sur le concept de nombre. Dans la *Philosophie de l'arithmétique*, il n'est traité que latéralement, à travers celui de la différenciation et de la comparaison (*Vergleichung*) entre ensembles, pp. [57]-[67], [100]-[102] ; voir J. P. Miller, *Numbers in Presence and Absence : A Study of Husserl's Philosophy of Mathematics*, The Hague – Boston – London, 1982, pp. 55-60.

les concepts de nombre comme tels, mais avec les objets représentés en général de ces concepts[17] », c'est-à-dire sur des collections d'unités.

Sans la modifier fondamentalement, la sixième *Recherche* a néanmoins reformulé cette manière de voir en des termes tout à fait nouveaux. D'un côté comme de l'autre, le problème de l'égalité est assurément un problème *sémantique*. Mais il s'agit désormais d'interpréter ce problème sémantique en termes de rapports de fondation au sens de Brentano et de Meinong. Dans l'équation « 2 + 3 = 5 », les deux représentations de part et d'autre du signe d'égalité se rapportent à des objectivités de niveaux différents : l'une est complexe, l'autre est simple. Ou encore : 5 est une objectivité qui résulte de la nominalisation de la somme 2 + 3, et comme telle une objectivité fondée dans les objets 2 et 3. Partant, il s'agit de clarifier ce fait en soi aporétique que représente, absolument parlant, tout rapport d'égalité (ou d'équivalence) entre des expressions de niveaux *différents*. Le concept d'identité soulève directement la question du rapport entre représentations authentiques (*eigentlich*) et représentations inauthentiques : « Je fais encore remarquer que la représentation authentique et une représentation symbolique qui lui appartient se trouvent dans un rapport d'équivalence logique. Deux concepts sont logiquement équivalents si tout objet de l'un est aussi un objet de l'autre ; et inversement[18]. » Pour donner un sens au signe d'égalité entre deux expressions, il ne suffit pas de dire qu'elles sont substituables l'une à l'autre, ni même qu'elles le sont parce qu'elles ont « le même objet ». Il faut encore montrer comment une telle égalité peut être posée entre des significations certes « logiquement équivalentes », mais de niveaux différents. En ce sens, on peut dire que l'approche husserlienne vise d'abord à maintenir ensemble un concept sémantique et un concept syntaxique (leibnizien) de l'identité.

L'essentiel de l'argumentation de Husserl dans la sixième *Recherche* réside dans les concepts d'identification et de « chaîne de remplissement ». Les exemples qu'il donne sont à cet égard suffisamment éclairants[19]. Par exemple, au lieu de la suite de chiffres « 244 140 625 », il est possible d'écrire « $(5^3)^4$ ». Et naturellement, les deux expressions sont parfaitement identifiables et substituables l'une à l'autre ; il sera toujours pleinement légitime d'écrire « $244\,140\,625 = (5^3)^4$ » et, dans chacune des expressions où on rencontrera une des deux expressions, de la remplacer par l'autre. Selon le même procédé, le nom $(5^3)^4$ s'explicite

[17] *Philosophie der Arithmetik.*, pp. [201]-[202], Hua XII, p. 181.
[18] *Ibid.*, p. [217], Hua XII, p. 194.
[19] Voir *Logische Untersuchungen* VI, §§ 18 et 20.

encore au moyen d'une définition du type : « nombre obtenu par l'opération $5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5^3$ ». Et si maintenant on se tourne vers le nombre 5^3, on pourra encore le définir comme le nombre obtenu quand on effectue le produit $5 \times 5 \times 5$. Enfin, le nombre 5 lui-même sera défini par les relations $5 = 4 + 1$, $4 = 3 + 1$, $3 = 2 + 1$, $2 = 1 + 1$. De la sorte, le nom $(5^3)^4$ sera pleinement explicité quand on aura atteint des sommes auxquelles il n'est plus possible de substituer des sommes de nombres entiers, puis qu'on aura procédé, à partir de là, aux substitutions inverses de manière à retrouver l'expression de départ, cette fois entièrement décomposée en collections d'unités : d'abord le produit $[(1 + 1 + 1 + 1 + 1) \times (1 + 1 + 1 + 1 + 1) \times (1 + 1 + 1 + 1 + 1)] \times [(1 + 1 + \ldots) \times \ldots] \times ...$, ensuite sa décomposition en une collection d'unités $1 + 1 + 1 +\ldots$ Par ce biais, conclut Husserl, « nous en arriverions finalement à la somme d'unités complètement explicitée, dont on dirait : c'est le nombre $(5^3)^4$ "lui-même" (*das ist die Zahl* $(5^3)^4$ *"selbst"*) »[20]. Ce qui implique que, en un certain sens, il y a *plus* dans « 2 » que dans « 1 + 1 », ou encore que les identifications ne sont pas des tautologies vides, au sens où les substitutions correspondantes se révéleraient — pour le dire en termes vagues — indifférentes sous le rapport de la signification.

Le nom « 2 » est une représentation médiate, « inauthentique », pour autant qu'il a besoin, pour se rapporter à son objet, de l'identification $2 = 1 + 1$. « 2 » se rapporte à la somme d'unités correspondante à l'intérieur d'un « emboîtement » d'intentions. Pourtant, que 2 soit représenté comme collection de deux unités, cela ne veut pas dire que la représentation « 2 » a pour objet une autre représentation, celle de la somme 1 + 1. La représentation « 1 + 1 » n'est pas la représentation « représentation de la somme 1 + 1 », mais une représentation de la somme 1 + 1[21]. Aussi l'identification entre les représentations « 2 » et « 1 + 1 » a-t-elle manifestement une signification très différente : ici, l'objet de la représentation n'est pas une autre représentation, mais ces deux représentations, bien plutôt, ont *le même objet*, à savoir un nombre déterminé comme collection d'unités. Se représenter 2 comme 1 + 1, c'est se représenter un objet déterminé en tant que sa représentation est aussi « 1 + 1 », de telle manière que deux objets, et non deux représentations, se révèlent être identiques, *le même* objet. Quand nous disons que 2 est représenté *comme* 1 + 1, le « comme » signifie ici : l'objet de la représentation 2 est *identifié* à l'objet de la représentation de la somme d'unités correspondante[22]. La représentation « 2 » n'est donc pas une représentation médiate au sens

[20] *Ibid.*, p. 69.
[21] Cf. *ibid.*, § 19.
[22] Cf. *ibid.*, p. 73.

où elle aurait pour objet une autre représentation, mais pour autant qu'elle « inclut une représentation de représentation » dont l'*objet* est tout aussi bien — quoique médiatement — *son* objet. Là réside la différence et l'articulation entre les deux représentations. D'un côté, la représentation « 2 » est une représentation *médiate* qui, comme telle, ne se rapporte à son objet qu'en comprenant en soi une ou plusieurs représentations de niveau inférieur, par l'intermédiaire desquelles seulement il lui est possible de se remplir. De l'autre, la représentation de la somme 1 + 1 est bien une représentation *immédiate*, qui se rapporte directement à son objet et le livre « en personne » : « C'est le nombre lui-même. » Bref, si la représentation de la somme 1 + 1 donne immédiatement son objet, et non la représentation plus élevée 2, c'est tout aussi bien qu'un acte intuitif nous donne originairement cet objet comme une collection d'unités. Ce qui sépare les deux représentations « 2 » et « 1 + 1 » est finalement une différence de niveau dans l'accroissement progressif de la plénitude intuitive[23]. Et plus encore, elle se ramène finalement à la différence entre l'intention signitive vide et l'intention remplissante, entre la représentation symbolique et la représentation intuitive.

À plus forte raison, cette interprétation des chaînes d'identifications du type de $2^2 = 2 \times 2$, $2 = 1 + 1$, etc., ne prend sens qu'en rapport avec la problématique plus générale du remplissement telle qu'elle est fixée dans la sixième *Recherche logique*. Il est toujours possible de faire un usage purement symbolique des noms de nombres, de manière à les considérer indépendamment de toute intention et de tout contenu objectif, comme de simples signes destinés au calcul. Mais ce point de vue révèle rapidement ses limites, si on entend d'autre part introduire entre eux des relations d'identité. On dira alors, par exemple, que les expressions « 2^2 », « 2×2 », « $\sqrt{16}$ », etc., se rapportent à un même objet, le nombre 4, dont elles sont des expressions de niveaux différents. Ce qui veut dire que l'objet de chacune de ces expressions doit pouvoir être identifié à l'objet d'une expression de niveau inférieur à l'intérieur d'une même chaîne. Or, ces caractérisations soulèvent immédiatement la question de la possibilité d'actes qui, à l'intérieur de telles chaînes de remplissement, ne reposeraient plus eux-mêmes sur un acte inférieur. Les notions d'identification et d'équivalence entre expressions de niveaux différents n'auraient aucun sens, s'il ne fallait concevoir, à l'extrémité de ces chaînes de remplissement, des « actes originairement donateurs ». Si, comme Husserl, on appelle objet le corrélat d'un acte remplissant, alors l'équivalence de deux expressions —

[23] *Ibid.*, p. 76.

le fait qu'elles sont des représentations de même objet — signifie simplement que ces deux expressions ont en commun un unique acte remplissant[24]. L'existence de remplissements médiats n'a pas d'autre signification. Elle signifie qu'il existe des remplissements conditionnés par des remplissements immédiats, d'où ils tirent, précisément, leur caractère de remplissement : « Il existe une proposition caractéristique qui enseigne que tout *remplissement inauthentique implique des remplissements authentiques*, et donc "doit" son caractère de remplissement à ces remplissements authentiques[25]. » Il importe peu, au demeurant, que le remplissement adéquat soit ou non accessible en un nombre fini d'étapes, mais dans tous les cas ce remplissement doit du moins être pensable au titre de possibilité idéale[26].

Pour tous ces motifs, les *Recherches logiques* excluent naturellement toute interprétation des égalités et des « substitutions » en mathématique en termes de simple tautologie : les équations indiquent au contraire des « chaînes de remplissement ». Si ces chaînes de remplissement s'enracinent comme telles (et serait-ce seulement idéalement) dans des actes intuitifs, livrant l'objet « lui-même » et immédiatement, alors les identifications correspondantes recèlent nécessairement, quel que soit leur degré de symbolisation, un caractère de *connaissance*. Car l'idée d'un emboîtement d'intentions médiates autour d'intentions immédiates n'implique pas seulement que les représentations sont de niveaux distincts selon qu'elles sont plus ou moins complexes, ou qu'elles incluent en elles un nombre plus ou moins grand de « représentations de représentations ». Cette idée revêtirait un intérêt secondaire, s'il n'était finalement question, pour le dire dans les termes de Husserl, de « degrés de la connaissance ». De fait, le passage de 2^2 à 2×2 et de 2 à $1 + 1$ n'est pas simplement une suite quelconque d'identifications ou de substitutions. Par la mise en avant de chaînes de remplissement, l'essentiel est ici de garantir *a priori* que chaque représentation d'une même chaîne pourra recevoir — serait-ce médiatement — l'indice du remplissement et de la connaissance. Ce qui articule l'une à l'autre les représentations tout au long des chaînes de remplissement n'est pas la seule possibilité d'identifier et de substituer, mais c'est la progression par médiations successives vers le « but de la connaissance », c'est-à-dire vers la

[24] Sur cette caractérisation de l'objet, voir *ibid.*, p. 142 ; *Ideen I*, Hua III, p. [11] ; *Erfahrung und Urteil*, Hamburg, 1999[7], p. 299.
[25] *Logische Untersuchungen* VI, p. 74.
[26] Cf. *ibid.*, p. 69 : « À chaque pas franchi, nous aurions à accomplir la substitution dans les expressions ou les pensées complexes formées en dernier lieu, et si cette pensée pouvait toujours être produite de nouveau (elle l'est assurément *en soi*, bien que, tout aussi assurément, elle ne le soit pas *pour nous*), alors nous en arriverions finalement à la somme d'unités complètement explicitée… » Cf. *Philosophie der Arithmetik.*, p. [251].

donation « en personne » de l'objet. « Par exemple, explique Husserl, il y a un nombre infini d'expressions arithmétiques qui ont la valeur numérique identique 2, et nous pouvons ainsi faire suivre les identifications aux identifications *in infinitum* », mais cela ne nous rapprochera à aucun moment du remplissement intuitif des représentations correspondantes[27].

Il serait précipité d'opposer ici, à une réelle ou prétendue orientation « intuitionniste » des *Recherches logiques*, la proposition emblématique du *Tractatus* : « À la question de savoir si l'on a besoin de l'intuition pour la solution des problèmes mathématiques, on doit répondre en ce sens que justement le langage livre ici l'intuition requise » (6.233). Proposition à laquelle il est d'ailleurs facile de trouver une formulation analogue dans la sixième *Recherche* : « Si la chose (*Sache*) n'est pas une chose présente intuitivement, comme c'est le cas quand on renvoie à un théorème dans la démonstration mathématique, alors la pensée conceptuelle correspondante est le représentant (*vertritt*) de la fonction de l'intuition : l'intuition indicative trouverait son remplissement sur le fond de la reproduction actuelle de cette pensée effacée[28]. » En réalité, la mise en avant d'un remplissement catégorial n'ajoute que peu de chose à la position de Frege : il s'agit seulement d'affirmer que deux représentations « 2^2 » et « 4 » ne sont pas seulement des signes substituables l'un à l'autre, mais qu'elles ne sont telles, précisément, qu'en tant que représentations *de même objet*. S'il y a lieu ici d'opposer Husserl à Frege, c'est seulement au sens où le point de vue de la sixième *Recherche* est celui de la phénoménologie, et où du point de vue de la phénoménologie, c'est-à-dire des actes intentionnels, avoir un objet équivaut à : reposer sur un acte remplissant. En somme, la véritable divergence ne semble pas résider dans le concept de remplissement catégorial, mais dans l'idée, étrangère à Frege, d'un étagement du remplissement. Le parti pris non extensionnel de la sixième *Recherche* et de la *Philosophie de l'arithmétique* est donc seulement partiel. D'un côté, si les chaînes d'identifications représentent des degrés de connaissance, c'est aussi qu'il existe d'inaliénables différences *sémantiques* entre niveaux de remplissements, entre des intentions de même objet mais de degrés de médiateté différents. Mais de l'autre, les représentations « 2^2 » et « 4 » ont bien le même objet, elles sont équivalentes au sens où elles sont les deux termes d'une synthèse d'identification. Ce n'est pas que la phénoménologie soit incompatible avec l'approche strictement extensionnelle, mais

[27] *Logische Untersuchungen* VI, p. 66.

[28] *Ibid.*, p. 22. Sur le problème (complexe) du rapport de Wittgenstein aux thèses intuitionnistes, cf. en particulier J. Bouveresse, « Weyl, Wittgenstein et le problème du continu » dans J.-M. Salanskis et H. Sinaceur éd., *Le Labyrinthe du continu. Colloque de Cerisy*, Paris, 1992, pp. 213-229.

plutôt que l'une et l'autre sont nécessairement animées par des intérêts fondamentalement différents[29].

Par-delà ces questions, l'enjeu est finalement de penser les actes de dénomination — qui strictement parlant semblent bien être des actes « non reliants » — sur le modèle des actes prédicatifs[30]. L'identification de l'objet d'une représentation inauthentique à une collection d'unités, ou entre les objets de deux représentations inauthentiques de niveaux différents, n'est pas une vide tautologie, mais elle est déjà un jugement au sens le plus strict, c'est-à-dire un acte propositionnel positionnel. Dans la mesure où les équations de l'arithmétique explicitent de telles identifications, elles énoncent donc des connaissances au sens le plus strict. Car Wittgenstein et Husserl s'entendent au moins sur un point : aucune équation ne pourra jamais être vraie, si la vérité doit être restreinte aux propositions *sensu stricto*. Comme le souligne le § 39 de la sixième *Recherche*, il s'agit ici de définir la vérité non seulement comme une propriété de propositions *sensu stricto*, corrélative à la consistance d'« états de choses prédicatifs », mais plus généralement comme un rapport d'identification entre l'objet d'une intention signitive et l'objet d'une intention remplissante. Évidemment, cette avancée est parfaitement étrangère au *Tractatus*, dans lequel la tautologie s'oppose à la vérité et à la fausseté comme le nom à la proposition, ou l'objet simple à l'état de choses complexe. En somme, il s'agit pour Husserl de comprendre en un sens moins restrictif la définition traditionnelle reprise telle quelle par Wittgenstein : « Si la proposition élémentaire est vraie, alors l'état de choses consiste (*besteht*) ; si la proposition élémentaire est fausse, l'état de choses ne consiste pas » (4.25). Or, tout cela nous renvoie directement à nos premières constatations sur l'extension husserlienne des concepts de jugement et de forme syntaxique aux actes constitutifs d'objectivités mathématiques. Si par exemple la colligation est un acte syntaxique, alors la somme de deux nombres est un objet complexe, qu'on peut appeler aussi — en un sens élargi — un état de choses. Alors, il n'y a plus aucune raison de distinguer fondamentalement entre l'évidence de l'acte propositionnel *sensu stricto* et celle de l'acte de colligation. D'un côté comme de l'autre, il est question d'un acte remplissant tout à fait spécifique, d'un « acte de la synthèse » au sens de la sixième *Recherche*, et d'une synthèse de

---

[29] J. Benoist faisait une remarque tout à fait similaire à propos de Carnap, jugeant « extrêmement décevante du point de vue phénoménologique » la constitution entendue au sens d'un « procédé de définition purement formel et extensionnel », voir « L'*Aufbau* comme phénoménologie », dans S. Laugier éd., *Carnap et la construction logique du monde*, Paris, 2001, pp. 204-205. Évidemment, ce qui est dit ici est transposable aux « définitions constitutionnelles » de Carnap, qui sont également des règles de substitution, voir *Der logische Aufbau der Welt*, Hamburg, 1998, § 35, p. 47.

[30] Voir par exemple *Erfahrung und Urteil*, *op. cit.*, p. 62.

recouvrement rapportant l’acte à une objectivité synthétique : là à un état de choses prédicatif, ici à une collection d’unités.