



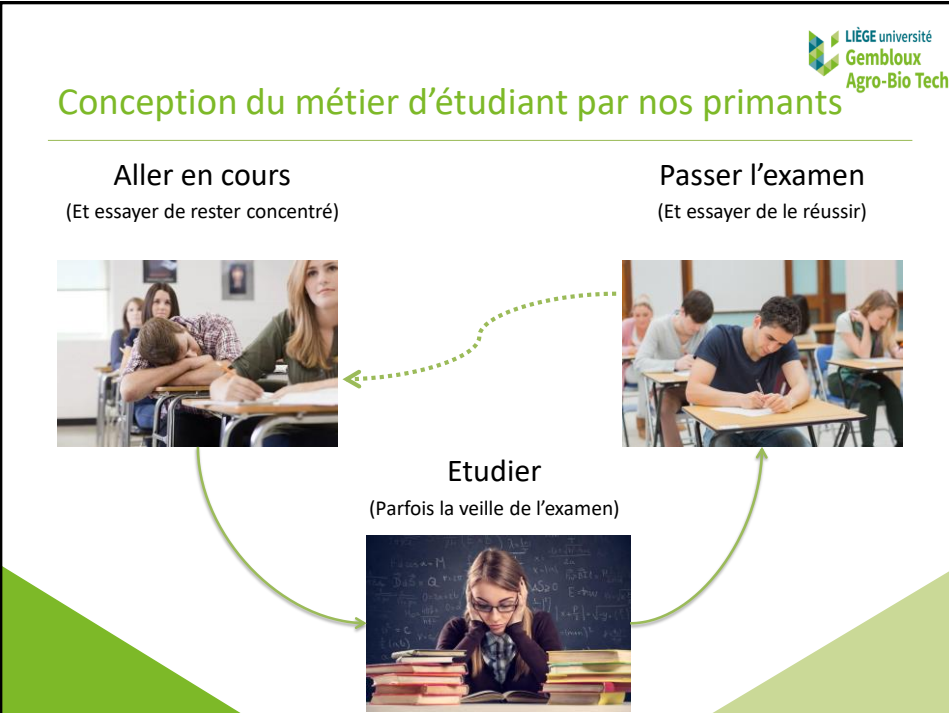
**LIÈGE université
Gembloux
Agro-Bio Tech**

**Pôle de
académique | Namur**

**Apprentissage du métier
d'étudiant dans le cadre du cours
de mathématiques BLOC1
Bioingénieur**

Webinaire : Voyage au pays des prérequis

Colaoux Catherine – GxABT – Avril 2022



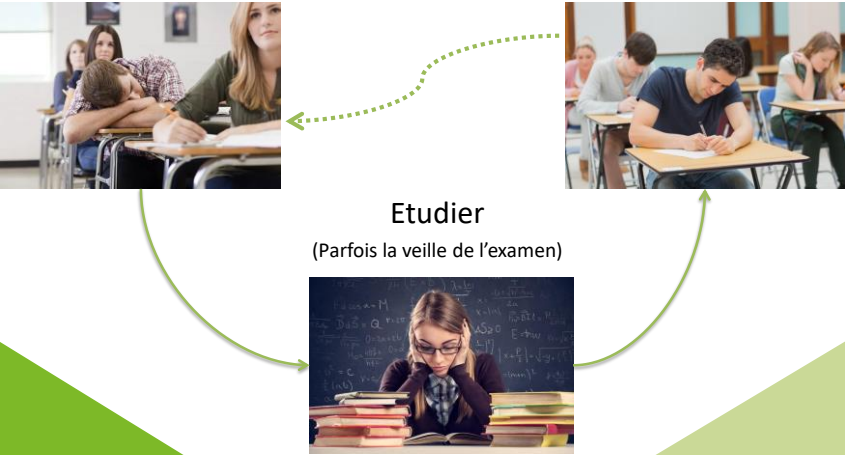
**LIÈGE université
Gembloux
Agro-Bio Tech**

Conception du métier d'étudiant par nos primants

Aller en cours
(Et essayer de rester concentré)

Passer l'examen
(Et essayer de le réussir)

Etudier
(Parfois la veille de l'examen)



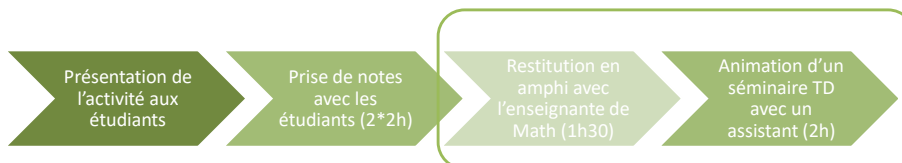
Cahier des charges

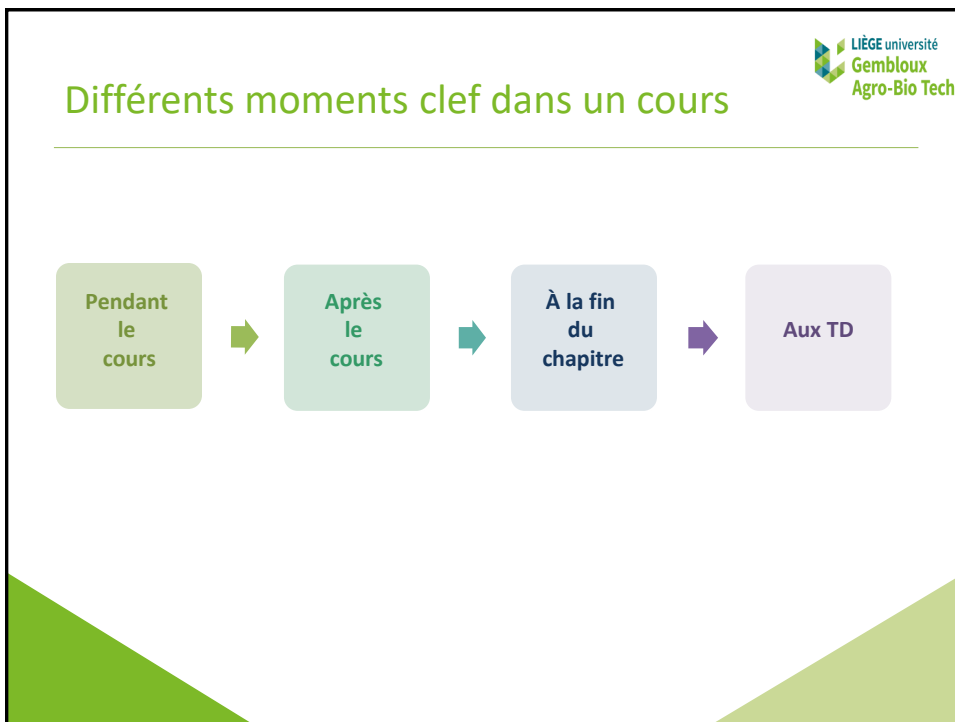
Proposer une activité de méthodologie qui puisse les aider à percevoir ce que l'on attend d'eux tout en ...

- Ayant du sens (pas un exercice de style)
- S'intégrant dans l'horaire (pas le surcharger plus)
- Evitant de les faire culpabiliser mais en leur proposant des pistes à explorer

Mise en place du dispositif

Apprendre le métier d'étudiant dans le cadre du cours de mathématiques



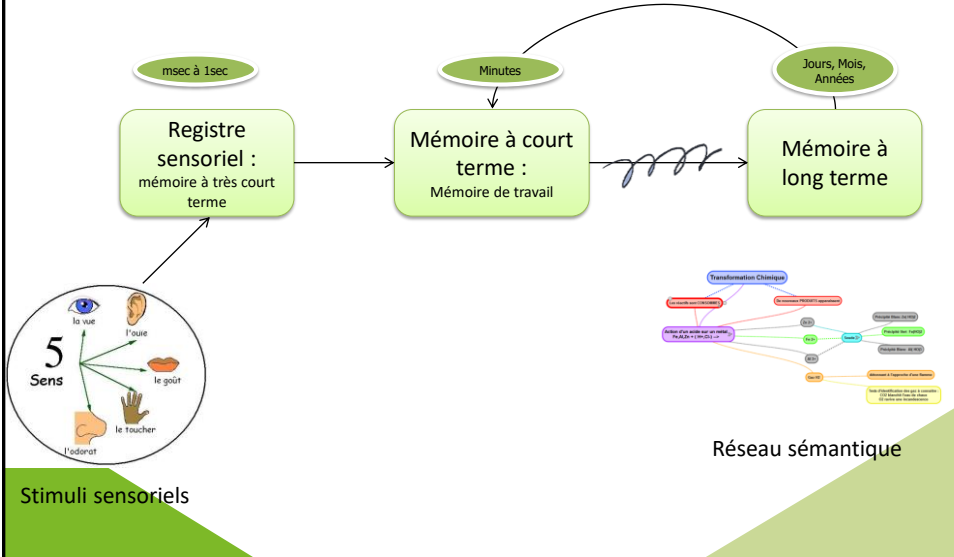


Contenu de la séance de restitution

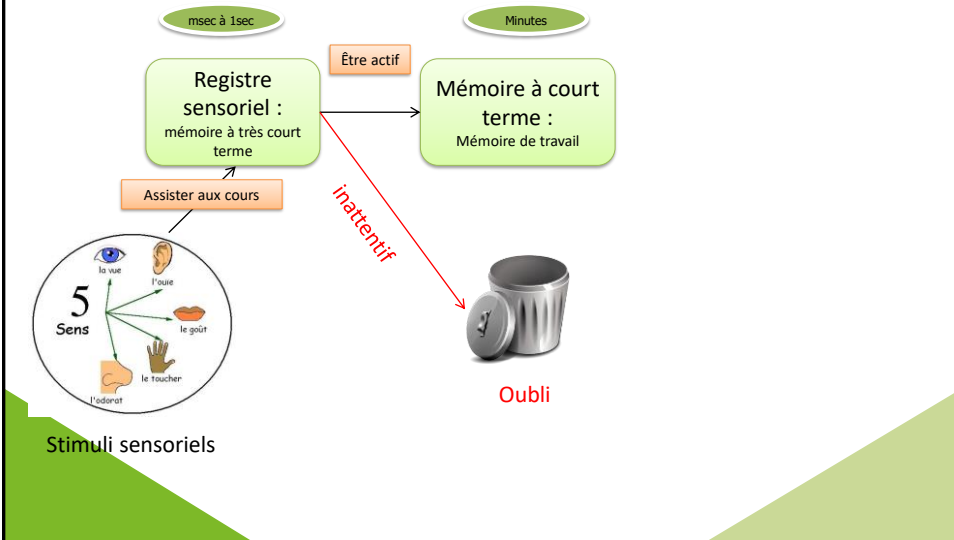
Etape 1 : Pendant le cours

La plus value d'assister au cours !

Fonctionnement de la mémoire



Fonctionnement de la mémoire (appliqué au cours)

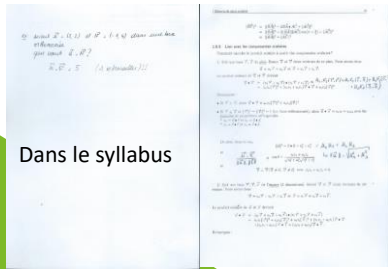


Pendant le cours : Prise de notes

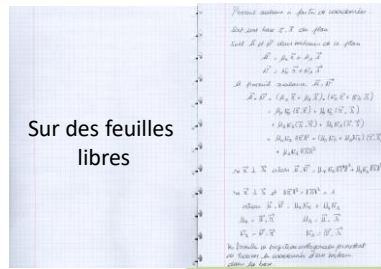
➤ Différents supports



Sur les dias



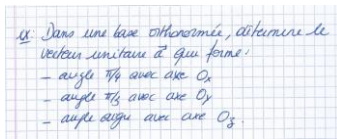
Dans le syllabus



Sur des feuilles libres

Pendant le cours : Prise de notes

➤ Repérer les informations importantes et qui ne se trouvent pas dans les supports fournis



Exercice supplémentaire non résolu typique d'un examen

GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

6. PRODUIT SCALAIRE 15

Définition 7 (Projection orthogonale). La projection orthogonale du vecteur \vec{u} sur le vecteur \vec{v} est le vecteur :

$$\vec{p}_v(\vec{u}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} = \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|} \right) \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$$

Pouvoir refaire ce développement et l'expliquer

Propriétés 3.

1. Si \vec{u} et \vec{v} ont même sens et même direction, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos 0 = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$.
2. Si \vec{u} et \vec{v} ont même direction mais sont de sens différents, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \pi = -\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$.
3. Si $\vec{u} \perp \vec{v}$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \frac{\pi}{2} = 0$.
4. Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, alors $\|\vec{u}\| = 0$ ou $\|\vec{v}\| = 0$ ou $\vec{u} \perp \vec{v}$.
5. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\| \|\vec{u}\| \cos 0 = \|\vec{u}\|^2 = u^2$
6. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ (commutativité)
7. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ (distributivité)
8. $k(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (k\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (k\vec{v})$ (associativité mixte)
9. $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = ((\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})) = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

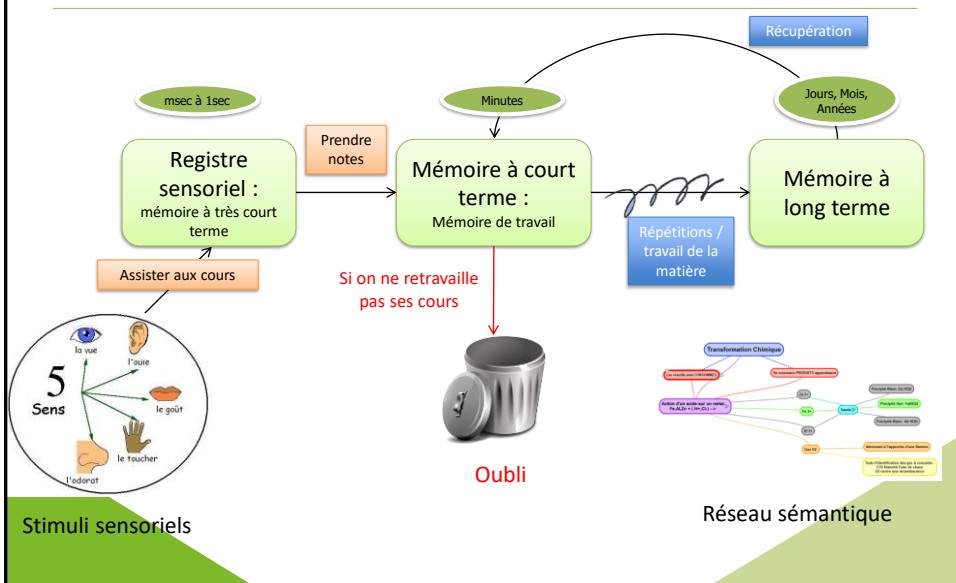
Savoir les utiliser et pouvoir décrire les 3 plus importantes

Ce qu'il faut savoir faire !

Etape 2 : Après le cours

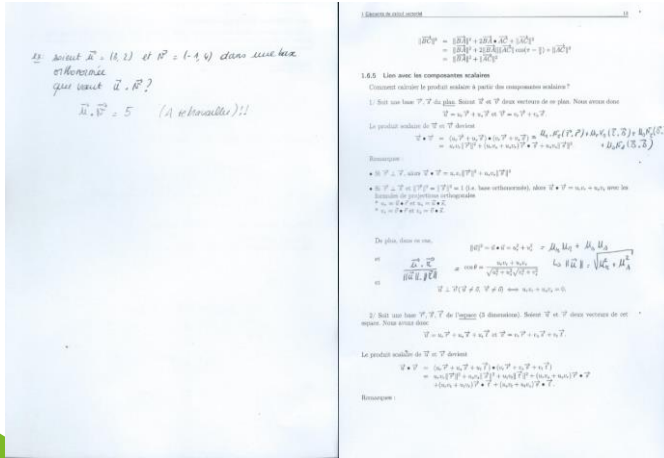
S'appropriier la matière, compléter les notes

Fonctionnement de la mémoire (appliqué au cours)



Après le cours : Compléter ses notes

➤ À la sortie du cours...



Après le cours : Compléter ses notes

➤ Après avoir complété ses notes

Retravailler les exercices et s'assurer qu'on sait les faire

Mise en évidence des éléments importants à retenir

Ajouter des informations qui aident à ma compréhension

Après cours : vérifier sa compréhension

Ajouter des infos supplémentaires

11. Dans une base orthogonale, déterminer le vecteur unitaire \vec{a} qui forme :

- angle $\frac{\pi}{3}$ avec axe Ox
- angle $\frac{\pi}{4}$ avec axe Oy
- angle aigu avec axe Oz

$\|\vec{a}\| = 1 \quad \vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

angle de \vec{a} avec Ox

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}_1}{\|\vec{a}\| \|\vec{e}_1\|} = \frac{1 \cdot a_x + 0 \cdot a_y + 0 \cdot a_z}{1 \cdot 1} = a_x$$

avec $\theta = \frac{\pi}{3}$ donc $a_x = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

angle de \vec{a} avec Oy

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}_2}{\|\vec{a}\| \|\vec{e}_2\|} = \frac{0 \cdot a_x + 1 \cdot a_y + 0 \cdot a_z}{1 \cdot 1} = a_y$$

avec $\theta = \frac{\pi}{4}$ donc $a_y = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

angle de \vec{a} avec Oz

si angle aigu $\rightarrow 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}_3}{\|\vec{a}\| \|\vec{e}_3\|} = \frac{0 \cdot a_x + 0 \cdot a_y + 1 \cdot a_z}{1 \cdot 1} = a_z$$

avec $\theta = \frac{\pi}{4}$ donc $a_z = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

on a $a_x = \frac{1}{2}, a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}, a_z = \frac{\sqrt{2}}{2}$

on veut que $\|\vec{a}\| = 1$

$$1 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$1 = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

ceci est impossible car $1 \neq \frac{\sqrt{5}}{2}$

on se rend compte que $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} > 1$

donc $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ n'est pas un vecteur unitaire.

on cherche un autre vecteur unitaire qui satisfait les conditions.

soit $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

avec $a_x = \frac{1}{2}, a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}, a_z = \frac{\sqrt{2}}{2}$

on a $\|\vec{a}\| = 1$

$$1 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a_z^2}$$

$$1 = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + a_z^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + a_z^2}$$

$$1 = \frac{\sqrt{3 + 4a_z^2}}{2}$$

$$2 = \sqrt{3 + 4a_z^2}$$

$$4 = 3 + 4a_z^2$$

$$1 = 4a_z^2$$

$$a_z^2 = \frac{1}{4}$$

$$a_z = \pm \frac{1}{2}$$

on veut un angle aigu avec Oz donc $a_z > 0$

donc $a_z = \frac{1}{2}$

on a $a_x = \frac{1}{2}, a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}, a_z = \frac{1}{2}$

on vérifie $\|\vec{a}\| = 1$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

donc $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ est le vecteur unitaire cherché.

Détailler les étapes ! Très utile lorsque qu'ils réviseront plus tard...

Vérifier la cohérence de votre raisonnement

Etape 3 : À la fin du chapitre

Créer son outil d'étude

À la fin du chapitre

➤ Du microscopique au macroscopique



Créer un outil qui me permette d'avoir une vision globale du chapitre/cours

À la fin du chapitre : créer un outil adapté

Créer un outil qui permette de retrouver rapidement l'info stockée



Organisation de l'info pour pouvoir la récupérer efficacement et rapidement :
Outil pour étude

Organiser sa
mémoire

Analogie



Cours complété et compris :
info est stockée « en vrac »

Quel outil ?

- Dépend de sa façon d'étudier : Mémoire synthétique ou besoin de beaucoup de détails pour fixer un concept ; mémoire visuelle ou pas ; etc.
- Dépend de la manière dont vous allez être interrogés : Question ouverte ou QCM ? Théorie ou compréhension ?

Quel outil ?

Résumé



- Complet
- Personnalisé
- Se substitue aux notes
- Structure linéaire
- Piège du « Scribe »
- chronophage

1. Éléments de calcul vectoriel

1.1. Intro.

1.2. Définition.

- un vecteur est caractérisé par :
 - grandeur
 - direction
 - sens.
- Norme = grandeur = $\|A\|$

PHYSIQUE	MATH
localité	vecteur libre
	- grandeur -
	- sens -
	- direction -
point application	

- vecteur nul = $\vec{0}$: part A et revient A.
- vecteur unitaire = \vec{e} : de grandeur = 1.

1.3. Addition de deux vecteurs

- Définition
- si on veut faire $\vec{a} + \vec{b}$ il faut :
- représenter les vecteurs libres \vec{a} et \vec{b}
- par deux vecteurs localisés bout à bout $\vec{a} = \vec{AB}$ et $\vec{b} = \vec{BC}$.

Quel outil ?

Partie I : ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE

Table des matières

- 1 Éléments de calcul vectoriel
 - 1.1 Introduction
 - 1.2 Définition
 - > **Grandeur = NORME**
 - > **Direction**
 - > **Sens**
 - 1.3 Addition de deux vecteurs
 - 1.3.1 Définition
 - Relation de Chasles**
 - Règle du parallélogramme**
 - 1.3.2 Propriétés
 - Commutativité**
 - Associativité**
 - $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$
 - 1.4 Multiplication d'un vecteur par un scalaire
 - 1.4.1 Définition
 - 1.4.2 Propriétés
 - Associativité mixte**
 - Distributivité (scalaire)**
 - Distributivité (vecteur)**
 - $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$
 - $\vec{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}|$
 - 1.5 Décomposition en fonction de vecteurs de base
 - 1.5.1 Introduction
 - 1.5.2 Dimension 2
 - Théorème**
 - 1.5.3 Dimension 3
 - Théorème**
 - 1.5.4 Conclusion
 - BIJECTION vecteurs ↔ Composantes scalaires dans une base**

Résumé	TDM enrichie
<ul style="list-style-type: none"> • Complet • Personnalisé • Se substitue aux notes • Structure linéaire • Piège du « Scribe » chronophage 	<ul style="list-style-type: none"> • Rapide • Vision globale pour révision • Complémentaire aux notes • Reste linéaire • Simpliste

Résumé	TDM enrichie	« Synthèse graphique » ou Carte conceptuelle
<ul style="list-style-type: none"> • Complet • Personnalisé • Se substitue aux notes • Structure linéaire • Partie « Scribe » 	<ul style="list-style-type: none"> • Rapide • Vision globale pour révision • Complémentaire aux notes • Reste linéaire • Simpliste 	<ul style="list-style-type: none"> • Personnalisé • Vision globale & non linéaire • Mise à jour des liens entre les concepts => Permet de s'assurer de la compréhension de la matière • Complémentaire aux notes • Chronophage • Plus épurée qu'une synthèse

Prendre du recul

- Cibler les cours qui plus difficiles
- Evaluer quel outil pourrait apporter un plus
- S'accorder du temps pour tester cette idée

Etape 4 :
Fusionner la théorie et les exercices

Enrichir son outil d'étude

Enrichir son outil d'étude

Exercice 73

Déterminer, en discutant selon les valeurs du paramètre réel a , tous les vecteurs \vec{x} tels que :

$$\begin{cases} \vec{x} \cdot \vec{v} = 7 \\ \vec{x} \wedge \vec{v} = \vec{u} \end{cases}$$

avec $\vec{u} = (a, -3, a)$ et $\vec{v} = (2, 1, 1)$.

Produit scalaire & composantes scalaires

$$\begin{aligned} \vec{x} \cdot \vec{v} = 7 &\Leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) \cdot (2, 1, 1) = 7 \\ &\Leftrightarrow 2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{aligned}$$

$$\vec{x} \wedge \vec{v} = \vec{u} \Leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) \wedge (2, 1, 1) = (a, -3, a)$$

$$\Leftrightarrow (x_2 \cdot 1 - x_3 \cdot 1, x_3 \cdot 2 - x_1 \cdot 1, x_1 \cdot 1 - x_2 \cdot 2) = (a, -3, a)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 - x_3 = a \\ 2x_3 - x_1 = -3 \\ x_1 - 2x_2 = a \end{cases}$$

Résolution d'un système de 3 équations à 3 inconnues

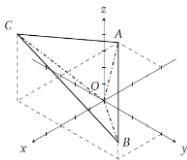
Enrichir son outil d'étude

Exercice 90

Soient les points $A \equiv (-4, -3, 0)$, $B \equiv (3, 4, 1)$ et $C \equiv (3, -3, 4)$. Calculer :

- le volume du tétraèdre $OABC$,
- l'aire du triangle OAB ,
- la distance de C au plan OAB

Connaître les formules géométriques les plus courantes



$$\begin{aligned} a) \quad V_{OABC} &= \frac{1}{6} |(\vec{OA} \wedge \vec{OB}) \cdot \vec{OC}| \\ &= \frac{1}{6} |(-3.1 - 0.4; 0.3 - (-4).1; -4.4 - (-3).3) \cdot (3, -3, 4)| \\ &= \frac{1}{6} |(-3.1 - 0.4; 0.3 + 4; -4.4 + 9)| \\ &= \frac{1}{6} |(-3.5; 4.3; 4.6)| \\ &= \frac{1}{6} | -9 - 12 - 28 | \\ &= \frac{1}{6} | -49 | \\ &= \frac{49}{6} \text{ u.v. } (\approx 8,2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{OAB} &= \frac{1}{2} \text{Aire du parallélogramme } OADB \\ &= \frac{1}{2} \|\vec{OA} \wedge \vec{OB}\| \\ &= \frac{1}{2} \|(-3; 4; -7)\| \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{9 + 16 + 49} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{74} \text{ u.a. } (\approx 4,3) \end{aligned}$$

Interprétation géométrique du produit triple mixte = Volume parallélépipède

$$\begin{aligned} V_{\text{tétraèdre}} &= \frac{A_{\text{Base triangle}} \cdot H}{3} \\ &= \frac{A_{\text{Base parallélogramme}}}{2} \cdot H \\ &= \frac{1}{6} \cdot A_{\text{Base parallélogramme}} \cdot H \\ &= \frac{1}{6} \cdot V_{\text{parallépipède}} \end{aligned}$$

Enrichir son outil d'étude

PRODUIT SCALAIRE → SCALAIRE
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta$
 $= u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$

Projection orthogonale:
 $\vec{p} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \vec{v}$

Propriétés:
 - Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos 90^\circ = 0$
 - Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ alors $\vec{u} \perp \vec{v}$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$
 - $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$ et $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$
 - Commutatif: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
 - Distributif: $\vec{u} \cdot (a\vec{v} + b\vec{w}) = a(\vec{u} \cdot \vec{v}) + b(\vec{u} \cdot \vec{w})$
 - Associatif mixte: $(a\vec{v} + b\vec{w}) \cdot \vec{u} = a(\vec{v} \cdot \vec{u}) + b(\vec{w} \cdot \vec{u})$

$\nabla (\vec{u}, \vec{v})$ arcos $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} = \frac{u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}$

Opérations sur les vecteurs
 dans une base orthonormée directe.

Vecteur = \vec{AB}
 - grandeur
 - sens
 - direction

Produit vectoriel → Vecteur
 - Aire et 4 formules pour $\vec{u} \wedge \vec{v}$
 $\vec{u} \wedge \vec{v}$ = Vecteur
 - grandeur: $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin \theta$
 - direction: $\vec{u} \wedge \vec{v}$ est \perp à \vec{u} et \vec{v}
 - sens: règle de la main droite

$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$
 $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} u_y v_z - u_z v_y \\ u_z v_x - u_x v_z \\ u_x v_y - u_y v_x \end{pmatrix}$

Propriétés:
 - $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$
 - $\vec{u} \wedge \vec{u} = \vec{0}$
 - $\vec{u} \wedge (a\vec{v} + b\vec{w}) = a(\vec{u} \wedge \vec{v}) + b(\vec{u} \wedge \vec{w})$
 - $(a\vec{u} + b\vec{v}) \wedge \vec{w} = a(\vec{u} \wedge \vec{w}) + b(\vec{v} \wedge \vec{w})$

Double produit vectoriel
 $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$
 $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{w})\vec{u}$

Triple produit vectoriel
 = aire parallélogramme $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$
 $\vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = \vec{v} \cdot (\vec{w} \wedge \vec{u}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{v})$
 $= \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix}$
 $= \vec{u} \cdot (\vec{w} \wedge \vec{v}) = -\vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w})$
 = 0 si $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ coplanaires
 = volume parallélepède

Résolution d'une équation du second degré

Aires/volumes formes géométriques

**LIÈGE université
Gembloux
Agro-Bio Tech**

Conclusions

Conclusions

- Importance d'intégrer l'activité dans une UE
- Importance de travailler en collaboration avec l'enseignante
- Aider les étudiants à percevoir ce qui peut être fait
- Donner des pistes mais ne pas les faire culpabiliser
- Possibilité de poursuivre cette activité en entretien individuel avec l'étudiant

Merci de votre attention

Catherine.colaux@uliege.be