Economie du patrimoine forestier et naturel

Chapitre 1 : Les principes de l'estimation de la valeur d'une forêt - Annexe

Gauthier LIGOT

Université de Liège – Gembloux Agro-Bio Tech

20/01/2021

Sommaire

Soit un ticket qui est immédiatement échangeable contre la somme d'1 €. La valeur de ce ticket est de 1 €.

Soit un ticket qui permet à son propriétaire d'obtenir 1€ chaque année. La valeur de ce ticket est de 50 € si l'on utilise un taux d'actualisation de 2%.

$$VAN = \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^\infty} = \frac{1}{r}$$

On appelle série géométrique de raison z la série de terme général z^m. Ces sommes partielles sont données par :

$$S_m = a + a.z + a.z^2 + ... + a.z^m = \begin{cases} a.\frac{1-z^{m+1}}{1-z} \text{ si } z \neq 1 \\ a.(m+1) \text{ si } z = 1 \end{cases}$$

- si $\mid z \mid < 1$, la série est convergente
- si $\mid z \mid \geq 1$, la série est divergente, son terme général ne tend pas vers zéro.

https://www.youtube.com/watch?v=sU2N0S6pBcw

Si la raison d'une série géométrique $z = \frac{1}{1+r}$ et $a = 1$, la série géométrique correspondante est :

$$VAN + 1 = 1 + \frac{1}{1+r} + \left(\frac{1}{1+r}\right)^1 + \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{1+r}\right)^\infty$$

la raison étant < 1 la suite converge et la somme est égale à :

$$VAN + 1 = a.\frac{1 - z^{m+1}}{1 - z} = \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{m+1}}{1 - \frac{1}{1+r}}$$

Si $m \to \infty$ alors $\left(\frac{1}{1+r}\right)^{m+1} \to 0$ et le résultat de la somme devient :

$$VAN + 1 = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+r}} = \frac{1}{\frac{1+r-1}{1+r}} = \frac{1+r}{r} = \frac{1}{r} + 1$$

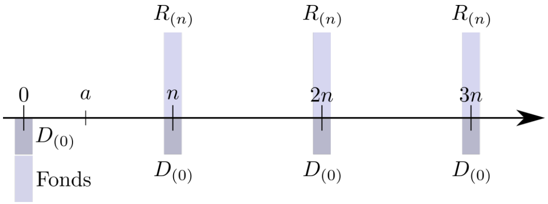
$$VAN = \frac{1}{r}$$

VAN d'un cycle de dépense et recette répété à perpétuité

Soit un cycle composé d'une dépense initiale $D_{(0)}$ et d'une recette après n année $R_{(n)}$. Comme illustré dans le chapitre 2, ce cas particulier est rapidement généralisé en actualisation d'éventuelles dépenses et recettes intermédiaire.

Si le cycle se répète à l'infini, la VAN à l'année a est :

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} + \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{2n-a}} + \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{3n-a}} + \ldots$$



VAN d'un cycle de dépense et recette répété à perpétuité

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} + \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{2n-a}} + \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{3n-a}} + \ldots$$

On factorise l'équation :

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}}.(1 + \frac{1}{(1+r)^{n}} + \frac{1}{(1+r)^{2n}} + \frac{1}{(1+r)^{3n}} + \ldots)$$

où le terme entre parenthèse correspond à une série géométrique de raison $z = \frac{1}{(1+r)^n} < 1$ dont le résultat de la somme est $S_m = a\frac{1-z^{m+1}}{1-z}$

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} . \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{n(m+1)}}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}$$

VAN d'un cycle de dépense et recette répété à perpétuité

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{n(m+1)}}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}$$

si $m \to \infty$ alors $\left(\frac{1}{1+r}\right)^{n(m+1)} \to 0$

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}$$

$$V_a = \frac{R_{(n)} - D_{(0)}}{(1+r)^{n-a}} \cdot \frac{1}{\frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n}} = (R_{(n)} - D_{(0)}) \cdot \frac{(1+r)^a}{(1+r)^n - 1}$$