

ANALYSE TRIDIMENSIONNELLE D'UNE AUBE DE TURBINE EN THERMO-VISCOPLASTICITÉ

par

M. GÉRADIN(*), J. C. GOLINVAL(*) et J. P. MASCARELL(**)

RÉSUMÉ

Des lois élasto-viscoplastiques unifiées ont été introduites dans le code général d'éléments finis SAMCEF utilisé dans l'industrie pour le dimensionnement de structures soumises à des niveaux de chargements cycliques importants. Cet article illustre l'utilisation de ces modèles pour l'analyse tridimensionnelle des redistributions de contraintes dans une aube de turbine SNECMA au cours des cycles de charge pour la prévision de durée de vie. La solution tridimensionnelle obtenue est comparée à la solution uniaxiale trouvée dans l'hypothèse classique de sections planes.

Mots clés (lexique CEDOCAR) : Aube turbine – Analyse contrainte – Durée vie matériel – Modèle continu – Équation différentielle non linéaire – Charge cyclique.

THREE-DIMENSIONAL TURBINE BLADE ANALYSIS IN THERMO-VISCOPLASTICITY

ABSTRACT

Unified elasto-viscoplastic constitutive equations models have been used in a general purpose finite element code used industrially for calculating the stressing of structures submitted to high cyclic loading levels. A continuum damage model is used for the lifetime prediction of the structures. This paper illustrates the use of these models on a three-dimensional turbine blade analysis, to predict the stress redistributions during the loading cycles, and the lifetime. The three-dimensional solution is compared to the solution found according to the classical uniaxial plane cross-section assumption.

Keywords (NASA thesaurus): Turbine blades—Stress analysis—Lifetime prediction—Model—Non linear equations—Loading cycle.

(*) LTAS, Université de Liège, Belgique.

(**) SNECMA, Centre de Villaroche.

I. INTRODUCTION

La prédiction de durée de vie des pièces de turbine soumises à des niveaux de température et de charge élevés est devenue un problème de la plus haute importance pour les industries aéronautiques. L'accroissement des performances des turbomachines nécessite une augmentation des températures d'entrée turbine et par conséquent des températures de fonctionnement des distributeurs et des aubes de turbine. Des modèles de comportement viscoplastique unifiés doivent être utilisés pour le calcul des redistributions de contraintes et de déformations dans les pièces, et en ce qui concerne la prédiction de durée de vie la SNECMA utilise des modèles d'endommagement continu. Ces modèles rhéologiques ont été proposés par l'ONERA depuis une quinzaine d'années déjà et l'objectif de cet article est d'illustrer leur utilisation dans le cas d'une analyse 3D par éléments finis pour la prédiction des redistributions de contraintes et de la durée de vie sur cycle stabilisé. Cet article présente les résultats de calcul d'une aube soumise à un chargement thermique et centrifuge sur banc d'essai de fatigue dans des conditions suffisamment bien connues pour éviter les accumulations d'erreurs et les approximations.

Des lois de comportement élasto-viscoplastique unifiées pour le matériau ont été introduites dans le code général d'éléments finis SAMCEF pour prédire la réponse de structures à des chargements cycliques. Ces lois nécessitent l'intégration temporelle d'un système d'équations différentielles non linéaires du premier ordre. C'est réalisé dans le code à l'aide des formules d'intégration d'Adams à pas de temps et à ordre variable. L'algorithme qui en résulte est basé sur une méthode prédictor-correcteur (méthode PECE) avec contrôle automatique de l'ordre et du pas de temps d'intégration [11].

II. — IMPLANTATION NUMÉRIQUE

II.1. — COMPORTEMENT MÉCANIQUE

La description du comportement viscoplastique du matériau est basée sur les modèles de lois constitutives unifiées proposées par **Chaboche** [2]. Ces modèles très complets peuvent être utilisés pour décrire un grand nombre de phénomènes. Ils s'appliquent aussi à une gamme très étendue de matériaux. Le modèle viscoplastique utilisé pour ce problème est une loi à cinq paramètres à écrouissage cinématique non linéaire. Ce modèle est bien adapté à la description des effets cycliques de stabilisation en viscoplasticité. Il peut

s'écrire sous la forme suivante :

● Loi d'écoulement

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\sigma' - X'}{J(\sigma' - X')} \quad (1)$$

avec

$$J(\sigma' - X') = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma' - X') \cdot (\sigma' - X')}$$

$$\sigma' = \sigma - \frac{1}{3} \text{Tr}(\sigma) \mathbf{I}$$

$$X' = X$$

où

$\dot{\varepsilon}^p$, est le tenseur des vitesses de déformations viscoplastiques;

σ , est le tenseur des contraintes;

\dot{p} , est la vitesse de déformation plastique cumulée définie par $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p \cdot \dot{\varepsilon}^p}$;

\mathbf{I} , est la matrice unité;

X , est le tenseur des contraintes internes associées à l'écrouissage cinématique.

● Critère de plasticité

$$\dot{p} = \left\langle \frac{J(\sigma' - X') - k}{K} \right\rangle^n \quad (2)$$

● Loi d'écrouissage cinématique

$$\dot{\alpha} = \dot{\varepsilon}^p - c \alpha \dot{p} \quad (3)$$

$$X = \frac{2}{3} c a \alpha \quad (4)$$

Les équations (2) à (4) font intervenir cinq paramètres caractéristiques du matériau :

● le paramètre k mesure la taille du domaine élastique à déformation plastique nulle; il correspond à la limite d'élasticité initiale du matériau;

● le paramètre K est un paramètre de résistance caractérisant la viscosité du matériau;

● l'exposant n traduit la non-linéarité du phénomène de déformation viscoplastique, d'autant plus forte que n est élevé (viscosité en puissance);

● le paramètre c contrôle le taux de convergence du modèle vers le cycle stabilisé;

(1) $\langle f(x) \rangle = \begin{cases} f(x), & \text{si } f(x) > 0; \\ 0, & \text{si } f(x) \leq 0. \end{cases}$

● le paramètre a correspond à la valeur de saturation de la contrainte interne X . Le produit $(c \times a)$ représente le module d'érouissage cinématique.

Afin de prendre en compte les effets de variation de température sur le taux de déformation plastique, les cinq paramètres caractéristiques du matériau dépendent de la température suivant une loi parabolique par morceaux. Ils ont été déterminés expérimentalement par la SNECMA dans un large domaine de température.

II.2. — ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE

La discrétisation par éléments finis de la structure découle directement du Principe des Travaux Virtuels dans le cadre d'une formulation lagrangienne. Les équations d'équilibre de la structure peuvent s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{f} + \mathbf{f}^p \quad (5)$$

où

\mathbf{K} , est la matrice de raideur;
 \mathbf{q} , est le vecteur des déplacements nodaux;
 \mathbf{f} , est le vecteur des charges nodales équivalentes;
 \mathbf{f}^p , est le vecteur des charges nodales équivalentes induites par les déformations plastiques.

II.3. — INTÉGRATION TEMPORELLE DES ÉQUATIONS CONSTITUTIVES

L'intégration des équations constitutives du modèle est réalisée à l'aide d'un schéma prédictor-correcteur basé sur une formulation à pas de temps variable et à ordre variable des formules d'Adams :

● Formule d'Adams-Bashforth d'ordre k utilisée pour la prédiction

$$\mathbf{Y}_{n+1}^{\text{Pred}} = \mathbf{Y}_n + h_{n+1} \sum_{i=1}^k a_{k,i} \dot{\mathbf{Y}}_{n+1-i} \quad (6)$$

● Formule d'Adams-Moulton d'ordre $(k+1)$ utilisée pour la correction

$$\mathbf{Y}_{n+1}^{\text{Cor}} = \mathbf{Y}_n + h_{n+1} \sum_{i=1}^k a_{k,i}^* \dot{\mathbf{Y}}_{n+1-i} + h_{n+1} a_{k,0}^* \dot{\mathbf{Y}}_{n+1}^{\text{Pred}} \quad (7)$$

où

\mathbf{Y} , représente le vecteur des variables indépendantes c'est-à-dire les déformations viscoplastiques et les variables internes;

h_{n+1} , est le pas de temps;

$a_{k,i}$, $a_{k,i}^*$ représentent un ensemble de coefficients dépendant de l'ordre et du pas de temps.

Le critère d'acceptation du résultat d'un pas ainsi que la stratégie de choix du pas de temps et de l'ordre sont basés sur les estimations des erreurs locales d'intégration à différents ordres et différents pas. Il en résulte un algorithme efficace en ce qui concerne la précision, la facilité d'utilisation et les temps de calcul bien que les calculs viscoplastiques restent intrinsèquement coûteux. De plus amples détails sur la stratégie de sélection du pas et de l'ordre et sur l'implantation de cette méthode dans le code SAMCEF ont été présentés dans un article précédent [8].

III. — ANALYSE D'UNE AUBE DE TURBINE

III.1. — DESCRIPTION DU PROBLÈME

L'exemple considéré dans cet article est celui d'une aube de turbine refroidie par air, conçue par la SNECMA et située dans l'étage haute-pressure de la turbine du moteur d'avion LARZAC. Le moteur LARZAC, développé en commun par Turboméca et SNECMA est un moteur de 1350 daN de poussée (1450 daN dans une version plus récente) équipant l'avion d'entraînement franco-allemand Alphajet. La hauteur de l'aube étudiée fait environ 35,4 mm et sa corde de l'ordre de 24 mm. L'aube est réalisée en un superalliage inoxydable de type IN100 et incorpore un système de refroidissement montré à la figure 1.

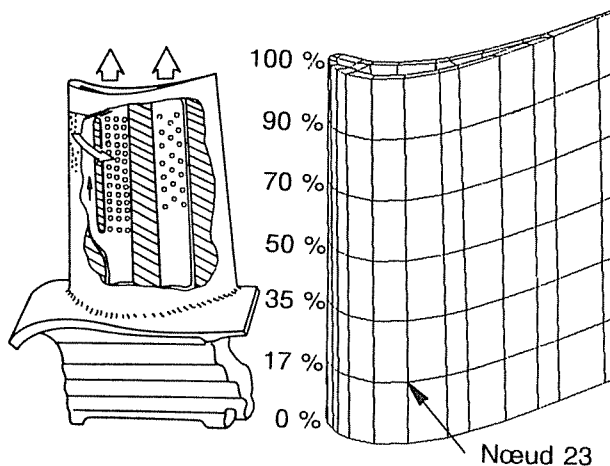


Fig. 1. — Géométrie et maillage éléments finis de l'aube.

III.2. — CYCLE DE CHARGEMENT

La figure 2 illustre l'histoire du chargement thermique et centrifuge de l'aube pour des conditions de test partiel au banc d'essai. Les variations de température sur le bord d'attaque et le bord de fuite sont

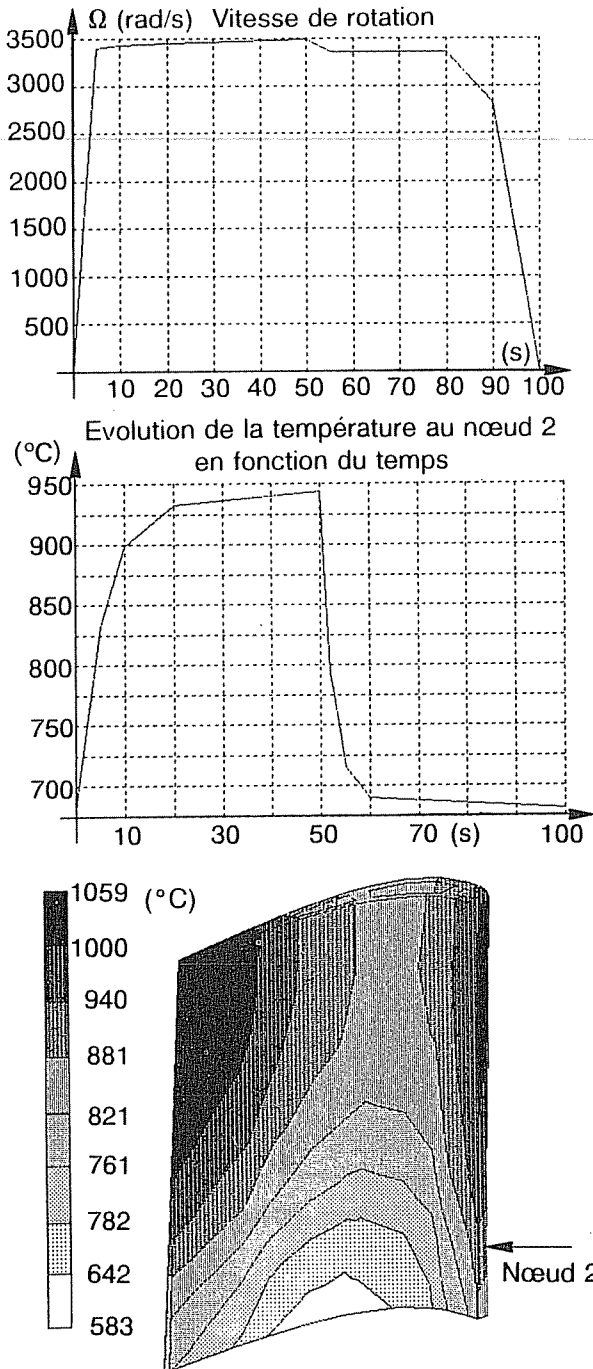


Fig. 2. — Cycle de chargement thermique et centrifuge de l'aube.

représentatives d'un cycle typique de fonctionnement du moteur; elles conduisent à la fois à un endommagement de fatigue dû à la répétition des cycles de charge et à un endommagement de fluage dû au temps de maintien à température élevée et à chargement centrifuge important. Les distributions de température sur l'aube ont été calculées par la SNECMA aux instants repris à la figure 2. Elles sont montrées ici à la vitesse de rotation maximale où les températures les plus hautes apparaissent. Ces cartes thermiques calculées vérifient les données expérimentales

recueillies par thermocouples et pyromètre optique dans les zones critiques.

III.3. — MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

La discrétisation par éléments finis de la structure est reprise à la figure 1. Le modèle comprend 150 éléments cubiques à 8 nœuds dans lesquels le champ de déplacement est quadratique. L'aube est subdivisée en 6 rangées de 25 éléments correspondant aux coupes à différents niveaux (0, 17, 35, 50, 80, 90 et 100%). La structure totalise 308 nœuds et 877 degrés de liberté. Tous les nœuds de la section de base au pied de l'aube sont contraints à se déplacer dans le plan de base. Des conditions aux limites additionnelles ont été appliquées afin de prévenir tout mouvement rigide de l'aube.

IV. — RÉSULTATS DU CALCUL VISCOPLASTIQUE

Plusieurs cycles de charge ont été calculés à l'aide du code général d'éléments finis SAMCEF. La figure 3 montre les boucles d'hystérésis (contrainte-déformation viscoplastique) de la composante radiale à l'intrados de l'aube pour le nœud 2 de la coupe à 17% ainsi que l'évolution temporelle de la déformation radiale. Cette figure montre l'importance des contraintes centrifuges qui s'ajoutent aux contraintes thermiques lors de la montée en charge. Les effets de déformations plastiques s'atténuent au cours des cycles et l'on considère ici que le cycle stabilisé est atteint à la fin du quatrième cycle. Le cinquième cycle sera appelé le cycle stabilisé dans la suite. A titre indicatif, le temps de calcul sur ordinateur VAX-Digital 3600 est d'environ 6 heures CPU pour le premier cycle et de l'ordre de 3 heures CPU pour les cycles suivants.

Au temps initial, des contraintes et des déformations plastiques transitoires élevées sont induites à cause de conditions non isothermes et ensuite lors de chaque phase de chauffage et de refroidissement de l'aube. Les courbes d'isovaleurs de la déformation plastique cumulée sont dessinées à la figure 4 à la fin du cycle stabilisé (à l'instant 100 secondes). Les valeurs les plus grandes apparaissent au bord de fuite à la mi-hauteur de l'aube. La figure 5 donne les distributions correspondantes de la contrainte équivalente de Von Mises à niveaux maximum et minimum de charge pour le cycle stabilisé. Pendant le temps de maintien le plus bas, le niveau de contrainte au bord d'attaque est élevé à cause de l'existence de gradients de température importants.

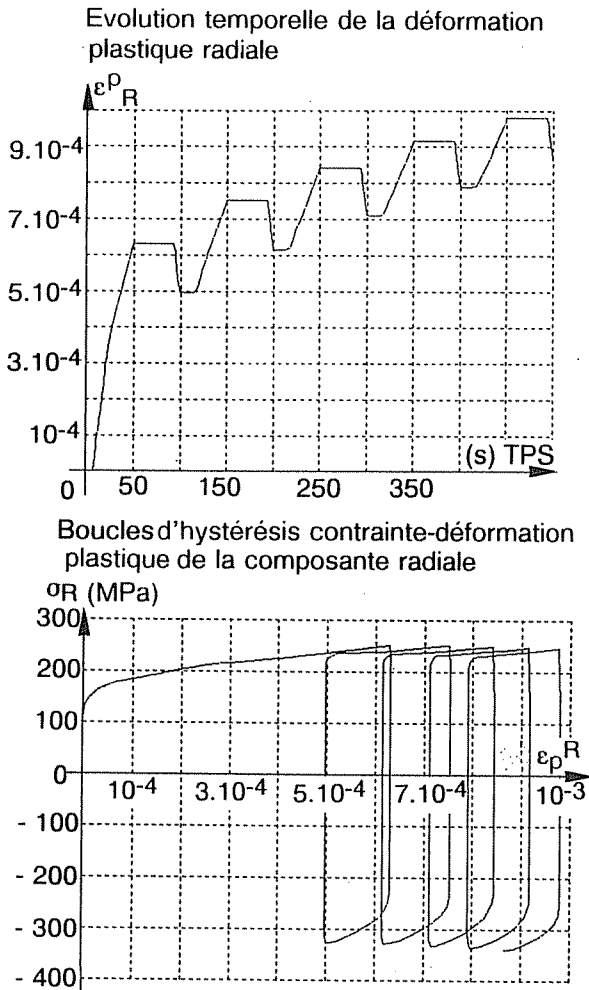


Fig. 3. — Résultats au nœud 2.

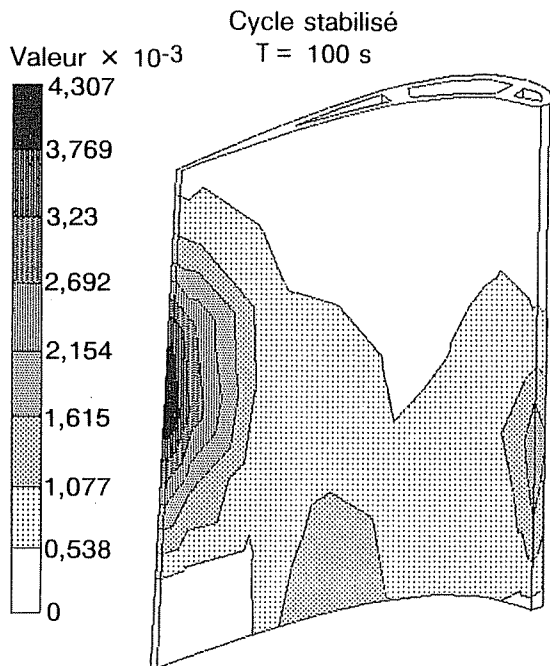


Fig. 4. — Distribution de la déformation plastique cumulée en fin de cycle stabilisé.

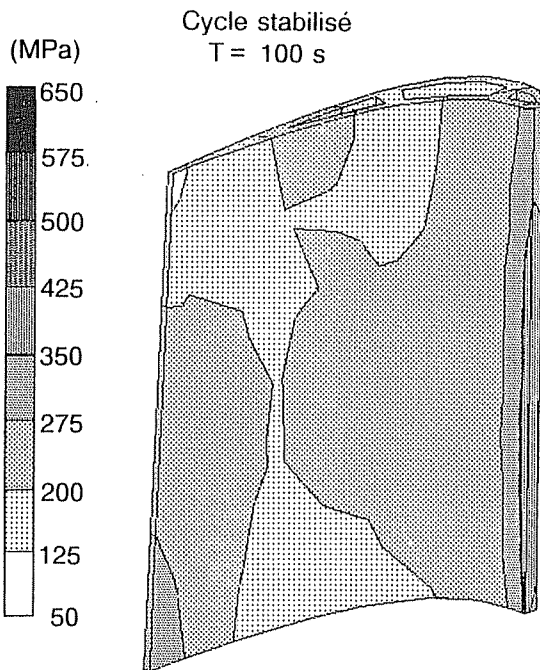
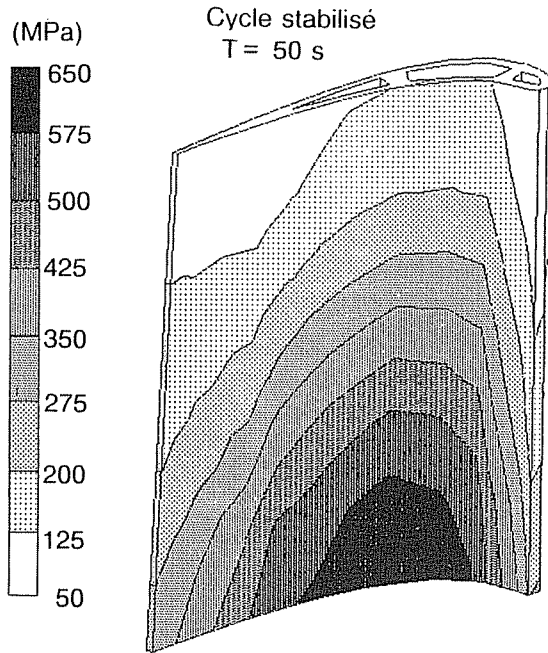


Fig. 5. — Distribution de la contrainte équivalente de Von Mises à des niveaux maximum et minimum de charge.

Jusqu'à tout récemment encore, les calculs en viscoplasticité et les prédictions de durée de vie des aubes de turbine étaient réalisés à l'aide de modèles uniaxiaux [5]. Les calculs étaient effectués pour différentes sections planes de l'aube sur base des hypothèses suivantes :

- deux sections voisines, initialement planes et parallèles, restent planes au cours du processus de déformation mais peuvent tourner l'une par rapport à l'autre;

● la contrainte équivalente de Von Mises est perpendiculaire à la section plane de l'aube et est pratiquement identique à la composante radiale du tenseur des contraintes, l'effet de triaxialité des contraintes étant supposé négligeable.

Le calcul 3D présenté dans cet article permet de vérifier la validité de ces hypothèses. La comparaison des résultats de l'analyse viscoplastique tridimensionnelle avec des résultats uniaxiaux classiques a été effectuée sur les sections de l'aube à 17 et à 50% considérées comme zones critiques. Tout d'abord, une vue des courbes d'isovaleurs des déplacements radiaux

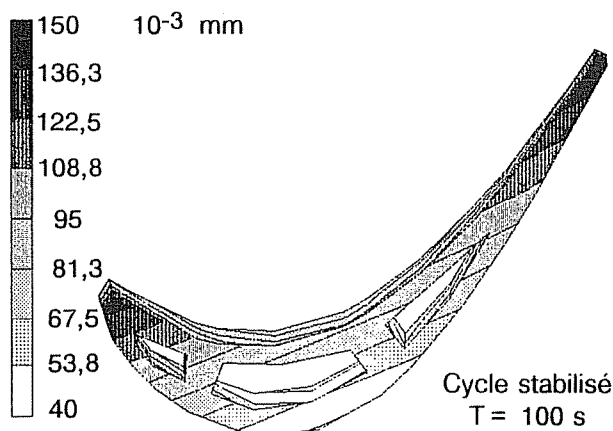
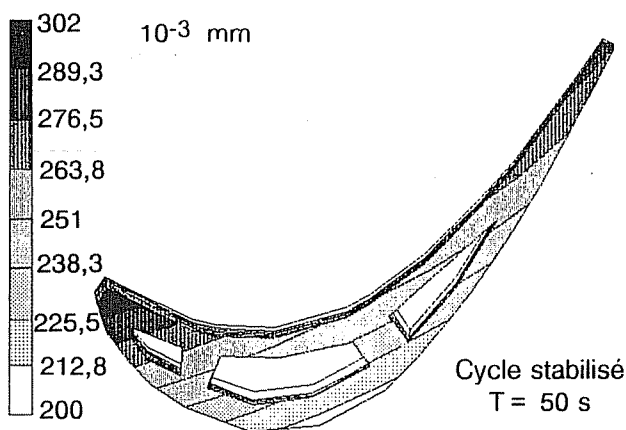


Fig. 6. — Distributions des iso-déplacements radiaux sur la coupe à 17% à des niveaux maximum et minimum de charge.

sur la coupe à 50% (Fig. 6) montre que celle-ci reste pratiquement plane au cours du processus de déformation. D'autre part, l'évolution temporelle de la composante radiale du tenseur des contraintes a été comparée à la contrainte équivalente de Von Mises en différents points de la section critique à 17%. En particulier, les résultats au nœud 23 y sont comparés avec le résultat uniaxial (Fig. 7). Cette figure montre que les résultats de l'étude 3D sont proches des résultats fournis par le calcul uniaxial. Cependant, dans le cas présent, la composante radiale du tenseur des contraintes apparaît significativement plus petite que la contrainte équivalente de Von Mises. Ceci indique

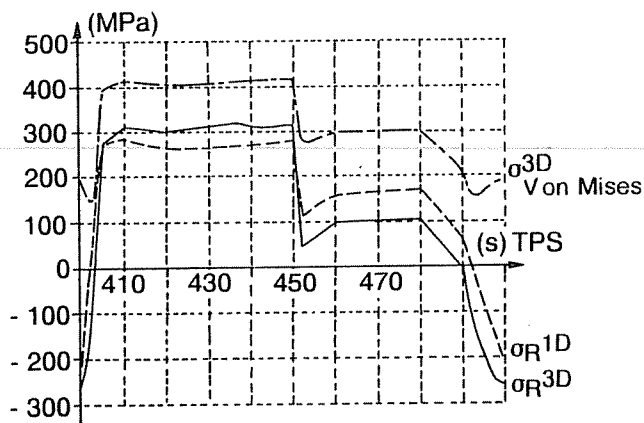


Fig. 7. — Comparaison de la contrainte radiale et de la contrainte équivalente de Von Mises au nœud 23.

que l'effet de triaxialité des contraintes est important sur l'aube. Dans cet exemple, le calcul 3D est en bon accord avec l'hypothèse de sections planes mais il apporte néanmoins des informations supplémentaires sur la distribution des contraintes, bien que la précision du modèle uniaxial semble être suffisante dans beaucoup de cas.

V. — PRÉDICTION DE LA DURÉE DE VIE

L'endommagement de fatigue et de fluage peut être calculé à partir de l'histoire des contraintes, des déformations et des températures. Comme les deux processus interagissent à haute température, les deux

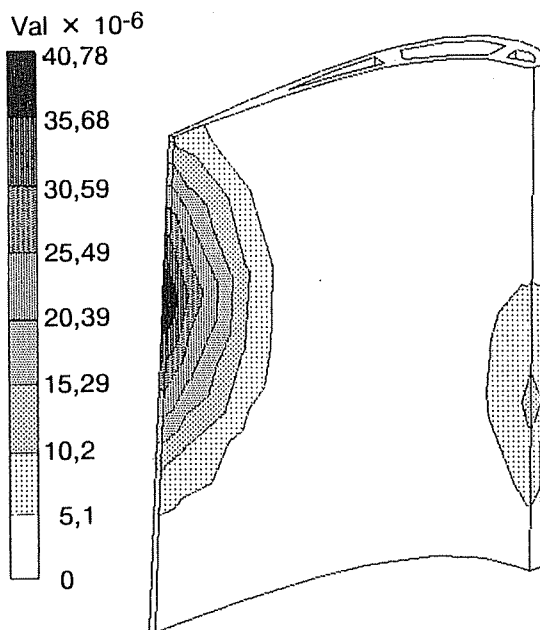


Fig. 8. — Distribution de l'endommagement de fluage à la fin du cycle stabilisé.

effets sont cumulatifs. L'endommagement en fatigue pure peut être prédit à partir d'un critère dépendant des niveaux maximum et moyen de contrainte mais il a été jugé négligeable dans l'analyse présente. L'endommagement de fluage est calculé à partir de la loi de Kachanov en supposant un dommage différent pour les modes de traction et de compression. Cette loi peut être écrite de la manière suivante :

$$\dot{D} = \left\langle \frac{\chi_k(\sigma)}{A} \right\rangle^r (1-D)^{r-k} \quad (8)$$

où

D , est la variable d'endommagement de fluage;

χ_k , est un critère de contrainte combinant les trois premiers invariants de contraintes;

A , r , k , sont des paramètres dépendant de la température.

La distribution de l'endommagement de fluage sur le cycle stabilisé est représentée à la figure 8. Les zones les plus critiques coïncident avec les prédictions uniaxiales.

VI. — CONCLUSION

Cet exemple illustre bien les possibilités des codes éléments finis 3D quant à l'utilisation de lois viscoplastiques sophistiquées pour des calculs de structures tridimensionnelles complexes. Ces méthodes de calcul ont été intégrées dans le code général d'éléments finis SAMCEF utilisé par la SNECMA pour le dimensionnement de moteurs d'avions. Pour des aubes en superalliage polycristallin isotrope, le calcul 3D est en bon accord avec les modèles uniaxiaux. Toutefois, ceux-ci s'avèreraient inadaptés pour des analyses d'aubes monocristallines ou pour des études de contraintes locales.

Manuscrit remis le 28 février 1989.

RÉFÉRENCES

- [1] BOUCHERIT A. et MASCARELL J. P. — *Dimensionnement à chaud des disques de turbomachines*, Bulletin S.F.M., Revue Française de Mécanique, n° 1988-1.
- [2] CHABOCHE J. L. — *Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité cyclique avec endommagement*, Thèse, Publication ONERA, 1978-3.
- [3] CHABOCHE J. L. — *Stress calculations for lifetime prediction in turbine blades*, Int. J. Solids Structures, vol. 10, (1974), p. 473-481.
- [4] CHABOCHE J. L. et CULIE J. P. — *On turbine blade creep and fatigue analysis by special kinematic assumptions*, Intern. Conf. on Engineering Aspects of Creep, Sheffield, G.-B., 15-19 septembre, (1980).
- [5] CHABOCHE J. L. et STOLTZ. — *Détermination des durées de vie des aubes de turbine à gaz*, Revue Française de Mécanique, n° 52, (1974), p. 37-47.
- [6] DAMBRINE B. et MASCARELL J. P. — *About the interest of using unified viscoplastic models in engine hot components life prediction*, Intern. Sem. on High Temperature Fracture Mechanisms and Mechanics, Dourdan, France, (1987).
- [7] GEAR C. W. — *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1971).
- [8] GOLINVAL J. C. et GÉRADIN M. — *Implementation of thermo-viscoplastic constitutive equations into the finite element code SAMCEF for the response of structures to cyclic loading*, Intern. Sem. on High Temperature Fracture Mechanisms and Mechanics, Dourdan, France, (1987).
- [9] KAUFMAN A., TONG M., SALTSMAN J. F. et HALFORD G. R. — *Structural analysis of turbine blades using unified constitutive models*, IMechE 1987 CO 4/87.
- [10] LEMAITRE J. et CHABOCHE J. L. — *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, (1985).
- [11] SAMCEF, Module de réponse en viscoplasticité cyclique : VISCO, LTAS, (1988).
- [12] SHAMPINE L. F. et GORDON M. K. — *Computer solution of ordinary differential equations: the initial value problem*, W.H. Freeman and Company, (1975).

