APPLICATION DES SERIES LOGARITHMIQUES DE FISHER-WILLIAMS A LA CLASSIFICATION DES HYMENOPTERES CRABRONIENS

par

M. DEHALU et J. LECLERCQ
(Université de Liège).

J. C. WILLIS (1922) attira l'attention sur le fait que les classifications des Naturalistes distribuent les genres et les espèces végétales et animales suivant une loi mathématique ; il tenta d'exprimer celle-ci par une courbe du type hyperbolique. C. B. WILLIAMS (1944, 1947) démontra que ces relations correspondent beaucoup mieux à des « séries logarithmiques » (R. A. FISHER, A. S. CORBET et C. B. WILLIAMS, 1943 ; C.B. WILLIAMS, loc. cit.).

L'un de nous (J. LECLERCQ), ayant préparé un nouveau catalogue des genres et des espèces de Crabroniens (*Hymenoptera, Sphecidae*) du globe, nous avons cherché à savoir si les séries logarithmiques pourraient être appliquées à la taxonomie de ce groupe. Le cas des Crabroniens présente un aspect particulier du fait qu'on a longtemps discuté sur le point de savoir si cette sous-famille comprend un seul genre *Crabro* et une multitude de sous-genres, ou si elle doit être divisée en un certain nombre d'entités d'ordre générique. Les taxonomistes modernes ont opté pour la seconde solution et l'arrangement que nous examinerons est en bon accord avec les opinions de V. S. L. PATE (1944) et K. V. KROMBEIN (1951). Mais le fait qu'il y a eu désaccord pendant cent ans sur la façon avec laquelle il convient d'élaborer une classification naturelle des Crabroniens, traduit entre autres la difficulté que l'on a longtemps éprouvée à séparer correctement les genres de ce groupe. Si l'arrangement proposé par l'un de nous obéit à une loi mathématique du type des séries logarithmiques, on pourra en conclure que cet arrangement est, sinon correct, tout au moins logique et cohérent.

Les groupes zoologiques que C. B. WILLIAMS (1944) a examinés pour mettre en évidence la valeur représentative des séries logarithmiques à l'échelle des classifications mondiales sont les *Man-*

tidae, les *Acrididae*, les *Blattidae*, les *Forficulidae* et les *Coccidae*, c'est-à-dire des familles d'Insectes relativement anciens, dont la grande majorité des espèces actuelles vivent dans les pays chauds. Les Crabroniens diffèrent des groupes précédents par le fait qu'ils sont incontestablement plus récents et qu'ils comptent plus d'espèces dans la région holarctique que sous les latitudes tropicales. Enfin, chez tous les groupes étudiés par C. B. Williams, il y a une proportion considérable de genres monotypiques et proportionnellement beaucoup plus de genres que chez les Crabroniens (Tableau I). Ces différences ne tiennent pas à ce que les classifications d'Orthoptères, de Dermaptères et de Coccidae seraient l'œuvre d'auteurs enclins à admettre un très grand nombre de genres, tandis que nous aurions été portés à reconnaître un minimum de genres de Crabroniens. En effet, tous les spécialistes d'Orthoptères, etc., quels qu'ils soient acceptent toujours un nombre de genres proportionnellement plus élevé que ce que les spécialistes d'Hyménoptères Aculéates acceptent pour un même nombre d'espèces ; les Crabroniens illustrent bien cette comparaison puisque d'éminents spécialistes de ce groupe, naguère encore, n'acceptaient qu'un seul genre pour toutes les espèces du monde. Il y avait donc intérêt, au point de vue théorique, à voir si on peut appliquer les séries logarithmiques à la classification des Crabroniens et à noter les particularités que les courbes peuvent présenter dans un groupe aussi différent des exemples classiques.

TABLEAU I.

Nombre de genres, de genres monotypiques et d'espèces chez les groupes zoologiques considérés.

Groupes zoologiques	Nombre d'espèces	Nombre de genres monotypiques	Nombre de genres
Mantidae	805	82	209
Acrididae	4112	320	826
Blattidae	1612	54	197
Forficulidae	480	12	52
Coccidae (Mac Gillivray)	1762	181	352
Coccidae (Fernald)	1439	65	166
Crabroninae	700	4	31

DONNEES NUMERIQUES, CALCULS ET RESULTATS.

TABLEAU II.

Données numériques tirées du catalogue des Crabroniens du monde.

Nom des genres	Nombre d'espèces	Nom des genres	Nombre d'espèces
Turneriola	1	Anacrabro	6
Notocrabro	1	Foxita	8
Taruma	1	Williamsita	8
Chimila	1	Neodasyproctus	10
Holcorhopalum	2	Enoplolindenius	15
Hingstoniola	2	Encopognathus	16
Vechtia	2	Podagritus	20
Lamocrabro	2	Entomognathus	30
Paë	2	Lestica	33
Arnoldita	3	Lindenius	36
Chimiloides	3	Dasyproctus	53
Quexua	5	Rhopalum	61
Piyuma	5	Crabro	80
Tracheliodes	5	Crossocerus	133
Moniaecera	6	Ectemnius	144
Entomocrabro	6	TOTAL	700

Nombre d'espèces par genre	Nombre de genres	Nombre d'espèces par genre	Nombre de genres
1	4	16	1
2	5	20	1
3	2	30	1
4	—	33	1
5	3	36	1
6	3	53	1
7	—	61	1
8	2	80	1
9	—	133	1
10	1	144	1
15	1	TOTAL	31

Soient N = le nombre total d'espèces (700)
S = le nombre total de genres (31)
n_1 = le nombre de genres à 1 espèce
n_2 = le nombre de genres à 2 espèces
n_3, n_4, etc. = le nombre de genres à 3, 4, etc. espèces
x = une constante inférieure à 1
et α = une constante dénommée « Index de diversité ».

Calcul de la série de Fisher-Williams.

Une première approximation est donnée par la formule harmonique

$$n_1 + \frac{n_1}{2} + \frac{n_1}{3} + \frac{n_1}{4} + \ldots\ldots \tag{1}$$

Cette approximation est généralement insuffisante.

A la série (1), Fisher a proposé de substituer la suivante :

$$n_1 + \frac{n_1 x}{2} + \frac{n_1 x^2}{3} + \frac{n_1 x^3}{4} + \ldots\ldots$$

Pour la calculer, on part des données d'observation N et S, d'où l'on déduit

$$\frac{N}{S} = 22{,}6$$

A l'aide de cette valeur, les tables 2 de C. B. Williams (1947, p. 258) donnent

$$x = 0{,}99059 \qquad \text{et} \qquad n_1 = 6{,}58700$$

On peut vérifier ces valeurs par l'emploi de la série

$$\alpha x + \alpha \frac{x^2}{2} + \alpha \frac{x^3}{3} + \ldots\ldots$$

où

$$x = \frac{N}{N + \alpha}$$

A cet effet, on part de la valeur trouvée plus haut $\frac{N}{S} = 22{,}6$; la table 6 de C. B. Williams (1947, p. 266) fournit les valeurs de

$\log. \frac{N}{\alpha}$ pour les différentes valeurs de $\log. \frac{N}{S}$.

Partant de

$\log. \frac{N}{S} = \log. 22{,}6 = 1{,}35411$, la table en question donne

pour log. 1,35	$\log. \frac{N}{\alpha} = 2{,}01804$	log. 1,35	= 2,01804
» log. 1,36	» = 2,03073		
différence: 0,01	0,01169	différence pour 0,411	= 0,00480
		$\log. \frac{N}{\alpha}$	= 2,02284

D'où

$$\frac{N}{\alpha} = 105{,}46 \text{ et } \alpha = \frac{700}{105{,}4} = 6{,}641$$

La valeur de x vaut donc

$$x = \frac{N}{N + \alpha} = \frac{700}{706{,}641} = 0{,}990602$$

D'où

$$n_1 = 6{,}57859.$$

Les deux valeurs de n_1 ainsi calculés (6,58700 et 6,57859) concordent suffisamment, mais on peut aussi vérifier la valeur obtenue pour x par approximations successives en partant de la formule

$$\frac{1 - x}{x} [- \log. (1 - x)] = \frac{1}{2{,}30258} \frac{S}{N} = 0{,}0019218$$

et en essayant différentes valeurs de x. Prenons par exemple $x = 0{,}990589$, nous trouvons, 0,001925, valeur suffisamment proche de 0,001922. Nous pouvons donc admettre comme valeur de x,

$$x = 0{,}99059.$$

Partant des valeurs $x = 0{,}99059$, $\log. x = \bar{1}{,}99590 = -0{,}00410$
$n_1 = 6{,}58742$, $\log. n_1 = 0{,}81871$

on trouve pour les différents termes de la série (Tableau III) :

TABLEAU III.

Calcul des termes de la série.

Nombre d'espèces par genre	log. n_1 + (r-1) log. x	log. $\frac{1}{r}$	Σ log.	Nombre de genres calculé	log. des termes
1	0.81871			6.59	0.
2	0.81461	—0.30103	0.51358	3.26	0.3
3	0.81051	—0.47712	0.33339	2.15	0.48
4	0.80638	—0.60206	0.20430	1.60	0.6
5	0.80231	—0.69897	0.10334	1.27	0.7
6	0.79821	—0.77815	0.02006	1.05	0.78
7	0.79411	—0.84910	$\bar{1}.94501$	0.88	0.85
8	0.79001	—0.90309	$\bar{1}.88692$	0.77	0.9
9	0.78591	—0.95424	$\bar{1}.83167$	0.68	0.95
10	0.78181	—1.00000	$\bar{1}.78181$	0.61	1.00
15	0.81871 — (14 × 0.00410) = 0.76131	+ $\bar{2}.83493$	$\bar{1}.58522$	0.38	1.18
16	0.75721	+ $\bar{2}.79598$	$\bar{1}.55319$	0.36	1.20
20	0.81871 — (19 × 0.00410) = 0.74081	+ $\bar{2}.69897$	$\bar{1}.43978$	0.28	1.30
30	0.81871 — (29 × 0.00410) = 0.69981	+ $\bar{2}.52288$	$\bar{1}.22269$	0.18	1.48

Les valeurs calculées ont servi à dresser deux graphiques (fig. 1), l'un en coordonnées arithmétiques, l'autre en coordonnées logarithmiques. Une difficulté apparaît lorsqu'il s'agit de placer sur les graphiques les valeurs < 1, les genres ne pouvant descendre en dessous de cette valeur.

Le Dr. C. B. WILLIAMS (in litteris, 7 février 1951) a bien voulu nous indiquer le procédé qu'il a suivi pour résoudre cette difficulté. Il groupa un nombre entier d'espèces, par exemple de 25 à 50, comprenant 5 unités ; la moyenne relative aux genres est alors $\frac{5}{25} = 0,2$. Dans notre cas, nous avons groupé les valeurs comprises entre 11 et 36 espèces, soit 25 groupes, pour lesquels nous avons 6 genres, soit comme moyenne $\frac{6}{25} = 0,24$, ce qui correspond à l'abcisse $\frac{11 + 36}{2} = 23,5$. De même, en groupant les espèces de 36 à 61, nous obtenons comme moyenne 0.12 à peu près, dont l'abcisse est 49. Enfin, le groupe de 62 à 143, qui contient 3 espèces donne comme moyenne 0,04, dont l'abcisse est 102 (ce dernier point ne figure pas sur le diagramme).

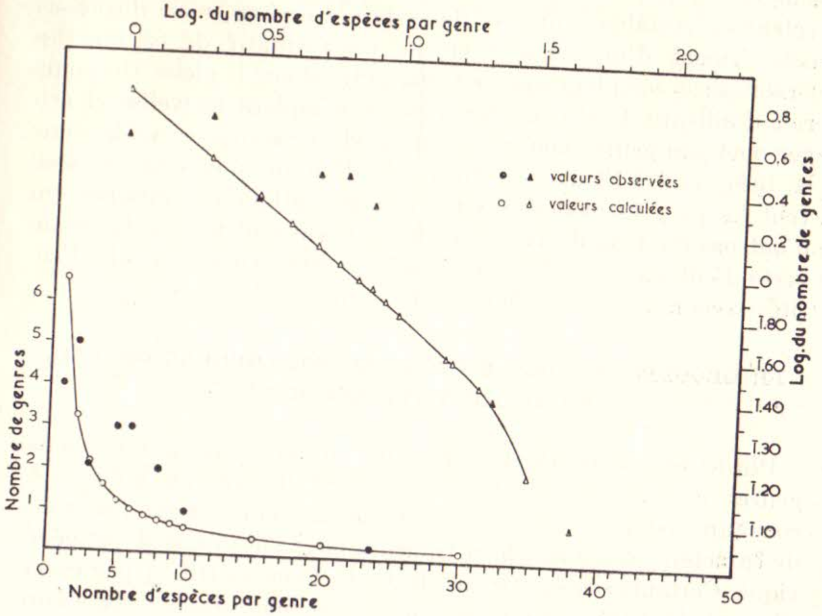

FIG 1.

CONCLUSIONS.

Dans l'exemple traité, x est très voisin de l'unité, ce qui rend la série très peu convergente. Malgré cette difficulté, on peut conclure que la classification des Crabroniens en genres et en espèces obéit à la même loi générale que les classifications examinées par C. B. WILLIAMS.

Dans notre classification, la somme des nombres des genres comptant de 1 à 9 espèces est 19, tandis que la même somme calculée en additionnant les termes correspondants de la série logarithmique est 18.2. Il est difficile de croire que ce résultat soit purement accidentel.

Le fait que la classification des Crabroniens obéit à une loi mathématique au point que connaissant le nombre total de genres et le nombre total d'espèces, on peut calculer avec une approximation suffisante le nombre de genres à 1, 2, 3, 4... espèces, montre que, dans son état actuel, cette classification est cohérente. En d'autres termes, on peut considérer que malgré les lacunes de nos connaissances sur la faune de nombreux pays, malgré les imperfections inévitables de nos conceptions sur la valeur de certains genres et de certaines espèces, nous disposons actuellement d'un échantillonnage représentatif de ce que les Crabroniens comptent comme formes vivant sur le globe. On pourrait d'ailleurs décrire un bon nombre d'espèces nouvelles et ériger quelques genres nouveaux sans modifier sérieusement la courbe théorique et l'Index de diversité ; d'autant plus que très souvent les progrès modernes dans la systématique des groupes qui n'ont pas été trop délaissés, conduisent non seulement à la découverte d'entités nouvelles mais aussi à la mise en synonymie d'entités reconnues anciennement comme valables.

LE GROUPEMENT DES ESPECES EN SOUS-GENRES OBEIT-IL A UNE LOI MATHEMATIQUE ?

Plusieurs genres de Crabroniens ont été partagés en sous-genres, c'est-à-dire en catégories qui ont chacune assez de traits communs pour mériter un statut taxonomique, mais pas assez de caractères originaux bien tranchés pour mériter le statut générique. Certains systématiciens, R. C. L. PERKINS (1913) par exemple, ont dû penser que ce que nous nommons sous-genres assure un groupement qui a une signification, car ils ont considéré comme genres tout ce que l'on s'accorde à considérer aujourd'hui comme sous-genres. Le problème posé ici est de savoir si une classification du type de celle de R. C. L. PERKINS, laquelle ferait abstraction du regroupement des sous-genres en genres, et comporterait par conséquent plus de groupes d'espèces, suivrait la même loi mathématique que la classification examinée précédemment.

Dans l'arrangement qui a été adopté pour le nouveau catalogue des Crabroniens du globe, 18 genres ont été fragmentés en sous-genres, les 13 autres ont été considérés comme assez homogènes pour ne pas être sous-divisés. Nous devons donc considérer un nombre total de groupes S = 82, pour un même nombre total d'espèces N = 700. La fréquence des groupes à 1, 2, 3... espèces est donnée au Tableau IV.

TABLEAU IV.

Fréquence des groupes supra-spécifiques (sous-genres + genres homogènes) à 1, 2, 3, ... espèces (pour le détail, voir le catalogue en préparation).

Nombre d'espèces par groupe	Nombre de groupes	Nombre d'espèces par groupe	Nombre de groupes
1	15	15	3
2	11	16	1
3	7	18	1
4	10	21	2
5	9	22	2
6	4	34	1
7	1	37	1
8	3	43	1
9	2	49	1
10	2	50	1
11	3	53	1

En effectuant les mêmes opérations que précédemment, on trouve :

$x = 0{,}96614$ et $n_1 = 23{,}3741$

$$\log. \frac{N}{S} = 0{,}93131$$

Avec ces données, de la table 6 de C. B. WILLIAMS (1947, p. 266), nous tirons :

$$x = 0{,}96671,$$

valeur vérifiée par approximations successives, d'où nous déduisons :

$$\alpha = 24{,}101 \quad \text{et} \quad n_1 = 23{,}303.$$

Les calculs des termes de la série sont mentionnés au Tableau V.

Calcul des termes de la série.

Nombre d'espèces par groupe	log. n_1 + (r-1) log. x	log. $\frac{1}{r}$	Σlog.	Nombre de groupes calculés	log. des termes
1	1.36741	0.	1.3674	23.30	0.
2	1.35271	$\bar{1}$.69897	1.0517	11.26	0.30
3	1.33801	$\bar{1}$.52288	0.8609	7.21	0.48
4	1.32331	$\bar{1}$.39794	0.7213	5.26	0.60
5	1.30861	$\bar{1}$.30103	0.6096	4.07	0.70
6	1.29391	$\bar{1}$.22185	0.5158	3.28	0.78
7	1.27921	$\bar{1}$.15490	0.4341	2.72	0.85
8	1.26451	$\bar{1}$.09691	0.3614	2.30	0.90
9	1.24981	$\bar{1}$.04576	0.2956	1.98	0.95
10	1.23511	$\bar{1}$.00000	0.2351	1.72	1.00
11	1.22041	$\bar{2}$.95861	0.1790	1.51	1.04
15	1.16161	$\bar{2}$.82391	$\bar{1}$.9855	0.97	1.18
16	1.14691	$\bar{2}$.79588	$\bar{1}$.9428	0.88	1.20
18	1.11741	$\bar{2}$.74473	$\bar{1}$.8621	0.73	1.26
21	1.07341	$\bar{2}$.67778	$\bar{1}$.7512	0.56	1.32
22	1.05871	$\bar{2}$.65758	$\bar{1}$.7163	0.52	1.34
29	0.95581	$\bar{2}$.53760	$\bar{1}$.4934	0.31	1.46
52	0.61771	$\bar{2}$.28400	$\bar{2}$.9017	0.08	1.72

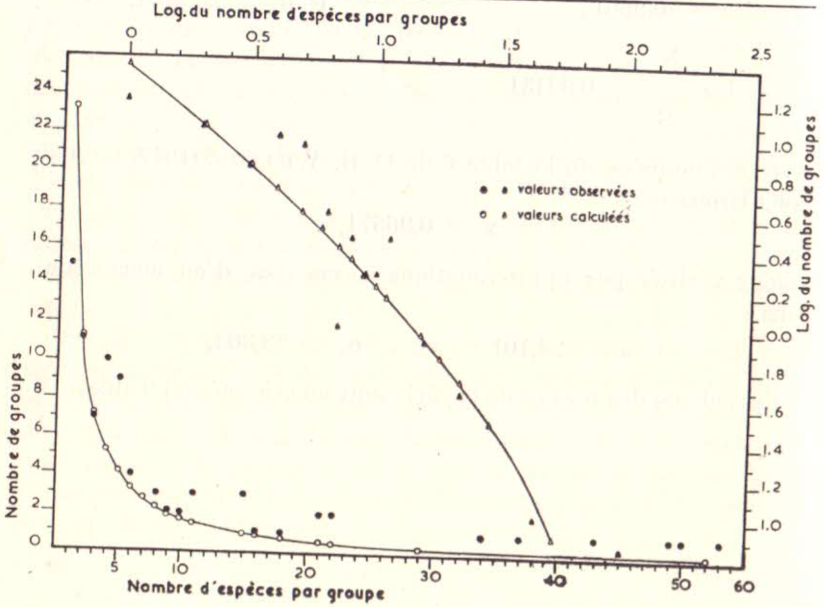

FIG. 2.

CONCLUSIONS.

Les termes calculés sont remarquablement voisins des termes observés. *La somme des nombres de groupes comptant de 1 à 6 espèces est 56 dans notre classification, tandis que la même somme calculée en additionnant les 6 termes correspondants de la série logarithmique vaut 54.3* De même, la somme des termes 7 à 11 observés vaut 11, tandis que la somme des mêmes termes calculés vaut 10.2. Ici encore, on peut croire que le résultat n'est pas le fait d'une coïncidence fortuite et admettre que le groupement considéré peut être exprimé par une série logarithmique. La comparaison des graphiques des fig. 1 et 2 suggère même que le groupement en entités supra-spécifiques plus nombreuses est, du point de vue statistique, sensiblement plus cohérent que le groupement en genres. Ceci ne veut évidemment pas dire qu'une classification suivant le type de celle de R. C. L. PERKINS (1913) soit plus naturelle que celle qui a été retenue pour le catalogue (cf. C. B. WILLIAMS, 1944, p. 39).

APPLICATION DES SERIES LOGARITHMIQUES A UN GROUPEMENT ZOOGEOGRAPHIQUE DES CRABRONIENS.

C. B. WILLIAMS (1943, 1944, 1947) a montré que les séries logarithmiques s'appliquent aussi lorsqu'on analyse la composition en espèces vivantes de Plantes et d'Animaux des populations de certains biotopes et de certaines aires géographiques (florule de certaines associations végétales ; Coléoptères, Lepidoptères des Iles Britanniques, etc.). Nous avons dit que la sous-famille des Crabroniens se singularise parmi tous les groupes zoologiques dont on a analysé la composition en genres et en espèces pour le globe, par le fait qu'il s'agit d'un groupe relativement récent, qui est plus riche en espèces dans la région holarctique. Or une étude phylogénétique détaillée, qui sera publiée prochainement par l'un de nous, montre qu'il en est des Crabroniens comme de la plupart des autres groupes zoologiques : les régions zoogéographiques australienne et néogéenne sont habitées par une forte proportion de genres et d'espèces relativement primitives, tandis que le reste du monde (« L'Arctogée » des biogéographes) est habitée par une proportion dominante de formes évoluées et de lignées récentes. Il y avait donc intérêt à voir si les séries logarithmiques sont applicables dans les mêmes conditions aux Crabroniens de l'Arctogée d'une part et aux Crabroniens des régions australienne et néogéenne d'autre part.

Une remarque doit être faite préalablement : dans la mesure où on peut estimer les lacunes de nos informations, il est évident que la faune de l'Arctogée nous est beaucoup mieux connue que celle des autres régions. Si les faunes africaines et orientales restent encore insuffisamment explorées, il y a peu de chances que les listes de Crabroniens des régions paléarctique et néarctique s'accroissent encore de nouvelles espèces et surtout de nouveaux genres. Il n'en est pas de même pour les faunes australes, où on trouvera sans doute encore de nouveaux genres et certainement bon nombre d'espèces nouvelles.

D'après les données du nouveau catalogue des Crabroniens, il y a dans les régions australienne et néogéenne 195 espèces (S) et 28 genres (N), tandis qu'il y a dans l'Arctogée 499 espèces (S) et 17 genres (N). Les fréquences s'établissent comme suit (Tableau VI).

TABLEAU VI (1).

Régions Australienne et Néogéenne		Ensemble des autres Régions Zoogéographiques (Arctogée)	
Nombre d'espèces par genre	Nombre de genres	Nombre d'espèces par genre	Nombre de genres
1	8	1	2
2	5	2	3
3	2	3	1
4	—	4	—
5	2	5	1
6	2	6	—
7	1	7	—
8	2	8	—
9	—	9	1
10	—	10	—
11	1	16	1
13	1	24	1
14	1	28	1
20	1	30	1
31	1	34	1
37	1	42	1
		76	1
		96	1
		123	1

(1) Les 19 espèces hawaïennes n'ont pas été retenues pour cette discussion.

En effectuant les mêmes opérations que précédemment, on arrive aux résultats suivants :

1° *Faune des Régions Australienne et Néogéenne.*

$$\frac{N}{S} = 6{,}964286$$

$$x = 0{,}95558 \qquad n_1 = 8{,}5834$$

Vérification : $\log.\ \dfrac{N}{S} = 0{,}84288 \qquad \log.\ \dfrac{N}{\alpha} = 1{,}33649$

$$\frac{N}{\alpha} = 21{,}7015 \qquad \alpha = 8{,}98554$$

$$x = \frac{195}{203{,}98554} = 0{,}95595 \qquad n_1 = \alpha x = 8{,}58973$$

Après vérification par approximations successives, nous adoptons les valeurs :

$$x = 0{,}956 \qquad n_1 = 8{,}5648$$

d'où on calcule les termes successifs mentionnés au Tableau VII.

TABLEAU VII.

Nombre d'espèces par genre	log. n_1 + (r-1) log. x	log. $\frac{1}{r}$	Σ log.	Nombre de genres calculés	log. des termes
1	0.93271		0.9327	8.6	0.0
2	0.91317	—0.3010	0.6121	4.1	0.3
3	0.89363	—0.4771	0.4165	2.6	0.48
4	0.87409	—0.6021	0.2720	1.9	0.6
5	0.85455	—0.6990	0.1556	1.4	0.7
6	0.83501	—0.7782	0.0569	1.1	0.78
7	0.81547	—0.8491	$\bar{1}$.9664	0.9	0.85
8	0.79593	—0.9031	$\bar{1}$.8928	0.8	0.9
9	0.77639	—0.9542	$\bar{1}$.8222	0.7	0.95
10	0.75685	—1.0000	$\bar{1}$.7569	0.6	1.00
24	0.48329	$\bar{2}$.6198	$\bar{1}$.1031	0.13	1.38

Remarque. Cette distribution est excellente et la correspondance entre les valeurs observées et les valeurs calculées est tout à fait satisfaisante. *La somme des nombres de genres comptant de 1 à 6 espèces vaut 19, tandis que la même somme calculée en additionnant les termes correspondants de la série logarithmique vaut 19.7.* De même, la somme des nombres de genres comptant de 1 à 10 espèces vaut 22, tandis que la même somme obtenue en additionnant les 10 premiers termes calculés vaut 22.7.

2°. *Faune de l'Arctogée.*

$$\frac{N}{S} = 29{,}059$$

$x = 0{,}993126$ $n_1 = 3{,}38861$ $\alpha = 3{,}41$

Après les vérifications habituelles, nous adoptons

$\log. x = 1{,}99699$ et $\log. n_1 = 0{,}53002$

TABLEAU VIII.

Calcul des termes successifs.

Nombre d'espèces par genre	$\log. n_1 + (r\text{-}1) \log. x$	$\log. \frac{1}{r}$	Σ log.	Nombre de genres calculés
1	0.53002			3.4
2	0.52701	—0.3010	0.2260	1.7
3	0.52400	—.0.4771	0.0469	1.1
4	0.52099	—.0.6021	$\bar{1}.9189$	0.8
5	0.51798	—0.6990	$\bar{1}.8190$	0.7
6	0.51497	—0.7782	$\bar{1}.7368$	0.5
7	0.51296	—0.8491	$\bar{1}.6629$	0.45
8	0.50895	—0.9031	$\bar{1}.6059$	0.4
9	0.50594	—0.9542	$\bar{1}.5517$	0.35
10	0.50293	$\bar{1}.0000$	$\bar{1}.5029$	0.3
22	0.46681	$\bar{2}.6575$	$\bar{1}.1243$	0.1
79	0.29524	$\bar{2}.1023$	$\bar{2}.3976$	0.03

Remarque. La distribution obtenue dans ce cas est moins bonne que la précédente. Toutefois la correspondance reste très suffisante, puisque *le nombre total de genres comptant de 1 à 3 espèces vaut 6, tandis que la somme des trois termes calculés correspondants vaut 6.2.* De même, le nombre total de genres comptant de 1 à 9 espèces vaut 8, tandis que la somme des neuf termes calculés correspondants vaut 9.4.

CONCLUSIONS GENERALES.

1. — Les séries logarithmiques de FISHER-WILLIAMS ont été appliquées avec succès à l'analyse statistique de plusieurs aspects de la classification moderne des Hyménoptères Crabroniens. Les calculs basés sur cette théorie conduisent à une concordance suffisante, parfois très précise, entre les fréquences calculées et les fréquences observées pour les genres et les sous-genres groupés suivant le nombre d'espèces qu'ils réunissent.

2. — Il semble légitime de conclure de ces résultats que le mode de classement auquel on est arrivé est aussi cohérent et basé sur un échantillonnage de la faune mondiale aussi représentatif, que ce qui est le cas pour les groupes d'Insectes Inférieurs analysés par C. B. WILLIAMS (1944). Il serait invraisemblable en effet, qu'une classification purement artificielle, basée sur des matériaux disparates et non représentatifs, puisse suivre une loi mathématique.

3. — Contrairement aux Insectes Inférieurs, les Crabroniens sont groupés en genres suivant une série peu convergente, avec un Index de Diversité relativement bas et des valeurs peu élevées pour n_1, n_2, etc. En analysant le mode de groupement qui prévoit le plus de catégories supra-spécifiques (sous-genres + genres homogènes), on conserve encore ces particularités. Nous savons que les Crabroniens constituent un groupe plus récent que ceux qui ont été étudiés jusqu'ici. On pourrait donc penser qu'au cours de l'évolution, les genres tendent d'abord à produire un grand nombre d'espèces, puis à s'appauvrir en espèces à mesure qu'ils vieillissent. Cette conclusion mériterait d'être examinée à l'aide de nouvelles données, résultant de l'analyse d'autres groupes ; elle n'est pas incompatible avec l'idée qu'on se fait généralement des mécanismes de l'évolution des lignées. On remarquera, car c'est un argument complémentaire, qu'au sein du groupe des Crabroniens, c'est le groupe zoogéographique qui compte la plus forte proportion d'éléments primitifs qui compte aussi le plus grand nombre de genres (28 genres pour 199 espèces), et l'Index de Diversité le plus élevé (8.9), tandis que le groupe zoogéographi-

que qui compte la plus forte proportion de formes évoluées est celui qui compte proportionnellement le plus petit nombre de genres (17 pour 499 espèces) et qui présente l'Index de Diversité le plus bas (3.4).

BIBLIOGRAPHIE.

FISHER, R. A., CORBET, A. S. and WILLIAMS, C. B., 1943, The relation between the number of individuals and the number of species on a random sample of an animal population (*J. Animal Ecology, 12,* 42).

KROMBEIN, K. V., 1951, Hymenoptera of America North of Mexico — Synoptic Catalog. (*U.S. Dept. Agric., Agric. Monograph n° 2,* 1013).

LECLERCQ, J., 1952, Monographie systématique, phylogénétique et zoogéographique des Hyménoptères Crabroniens (en préparation).

PATE, V. S. L., 1944, Conspectus of the genera of Pemphilidine Wasps (*Amer. Midland Naturalist, 31,* 329).

PERKINS, R. C. L., 1913, The classification of the British Crabronidae. (*Trans. Entom. Soc.* London, 1913, 183).

WILLIAMS, C. B., 1943, Area and number of species. (*Nature, 152,* 264).

WILLIAMS, C. B., 1944, Some applications of the logarithmic series and the index of diversity to ecological problems. (*J. Ecology, 32,* 1).

WILLIAMS, C. B., 1947, The generic relations of species in small ecological communities. (*J. Animal Ecology, 16,* 11).

WILLIAMS, C. B., 1947, The logarithmic series and its application to biological problems. (*J. Ecology, 34,* 253).

WILLIS, J. C., 1922, Age and area. (*Cambridge Univ. Press*).