

# A la mémoire du géomètre François Jongmans

Jacques BAIR <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Liège, Boulevard du Rectorat 7 ; Bât. B31, 4000 Liège (Belgique).

## Résumé

Le mathématicien François Jongmans, né en 1921 et mort en 2014, était à la fois géomètre et historien. Nous retraçons ici brièvement les grands traits de sa carrière académique au sein de l'Université de Liège, puis son parcours scientifique en géométrie, en insistant particulièrement sur les travaux menés au sein de l'Ecole liégeoise de géométrie convexe qu'il a créée puis dirigée.

*Mots clés* : géométrie algébrique (code PACS : 14-00) ; géométrie convexe (codes PACS : 52-00 et 52-03).

## Abstract

The mathematician François Jongmans (1921-2014) was a geometer and a historian. We describe here briefly the dominant features of his academic career within the University of Liège, and then the development of geometry at this university. We focus in particular on the work of the Liège School of convex geometry which he created and led.

## 1. Introduction

Bien que l'Université de Liège ait été fondée trois années après la naissance d'Eugène Catalan (1814-1894), donc en 1817, on peut affirmer, sans être trop simpliste, que ce dernier a été le premier mathématicien d'envergure liégeois, même s'il était français de nationalité mais se qualifiait lui-même de *quasi-belge* ([2] et [9]). Comme les grands mathématiciens de son époque, celui-ci s'intéressait à la théorie des nombres, mais ses recherches portaient également sur l'analyse mathématique ainsi que sur la géométrie, notamment l'étude des polyèdres convexes ; son nom est encore associé de nos jours à diverses conjectures célèbres, à une constante donnant la valeur d'une série convergente, et aussi aux nombres de triangulations possibles d'un polygone convexe ; il fut encore l'auteur d'une étude complète et systématique, dans l'espace classique à trois dimensions, des polyèdres semi-réguliers [9].

Les successeurs de Catalan se cantonnèrent principalement en mathématiques qualifiées de « pures » (par opposition aux mathématiques « appliquées »), spécialement en analyse (qui se spécialisa ultérieurement vers l'analyse fonctionnelle) et en géométrie algébrique dans le sillage des membres d'une Ecole italienne célèbre. Un de ces mathématiciens liégeois, parmi les plus réputés, fut Lucien Godeaux (1887-1975) : il rédigea une multitude de publications en géométrie ainsi qu'une remarquable étude historique sur les mathématiciens belges du passé ([5]).

F. Jongmans a perpétué le travail de ses illustres prédécesseurs, aussi bien en géométrie qu'en histoire.

Né à Liège le 7 juillet 1921, il fit, à l'Université de Liège, des études brillantes en mathématiques pendant la seconde guerre mondiale (de 1938 à 1942) ; comme il l'écrivit lui-même dans une lettre privée adressée à E. Seneta [10], cette période fut caractérisée par la « présence » de l'armée allemande sur le sol liégeois ainsi que par le manque de professeurs (certains étant retenus comme prisonniers de guerre).

Après l'obtention de son diplôme de licencié en sciences mathématiques (en 1942), il commença une carrière professionnelle qui s'est entièrement déroulée à l'Université de Liège. Il fut d'abord nommé comme assistant au Service du Professeur L. Godeaux, décrochant en sus les diplômes de Docteur en Sciences (en 1944), puis d'Agrégé de l'Enseignement supérieur (en 1947), toujours avec le plus haut grade possible. Après deux séjours d'études en France, à Strasbourg et à Paris, il fut nommé successivement chef de travaux (en 1951), chargé de cours (en 1957) et enfin professeur ordinaire (en 1961).

Il reçut diverses distinctions scientifiques et honorifiques : lauréat du Prix François Deruyts en 1946, lauréat du Concours Universitaire en 1947, lauréat du Prix des Amis de l'Université de Liège en 1948, Commandeur de l'Ordre de la Couronne en 1973, Grand Officier de l'Ordre de Léopold II en 1983. Il fut également membre actif de diverses commissions nationales ou régionales : Conseil supérieur de statistique, Commission de mathématiques du FNRS, président de la Société royale des Sciences de Liège en 1979, secrétaire du Conseil académique de l'Université de Liège en 1984-1985, président du Comité Sluse, ... ; il dirigea encore la bibliothèque de l'Institut de Mathématique pendant de nombreuses années.

Sa chaire mathématique appartenait entièrement à la Faculté des Sciences, mais avait la particularité d'avoir une double mission : elle comprenait en effet des cours

- pour les étudiants inscrits en sciences mathématiques, à savoir le cours obligatoire de topologie générale en troisième année du programme en plus de cours spécialisés à option dans les deux dernières années de ces études.
- de mathématiques de base pour les élèves débutant des études universitaires en sciences économiques ou de gestion ; ces enseignements-ci étaient dispensés non à la Faculté d'origine du titulaire, mais à la Faculté de Droit, ainsi qu'à son annexe, l'Ecole supérieure de sciences commerciales et économiques, dont F. Jongmans fut secrétaire de 1962 à 1964, avant de la présider de 1964 à 1967.

Durant la partie officielle de sa carrière académique (jusqu'en 1988), les recherches mathématiques de F. Jongmans ont été d'abord orientées par le domaine de recherches de son premier Patron L. Godeaux, puis ont été naturellement guidées par ses propres enseignements. Son œuvre scientifique est imposante et variée. Ses nombreuses publications originales ont porté successivement sur la géométrie algébrique, les variétés kählériennes, l'algèbre matricielle, la topologie générale, l'optimisation, la géométrie convexe et l'histoire des mathématiques.

L'auteur étudia spécialement des courbes et surfaces dans divers espaces, des problèmes topologiques ou apparentés, ainsi que la théorie de l'optimisation qui joue un rôle crucial pour les applications économiques des mathématiques. A cette occasion, il s'intéressa particulièrement aux propriétés topologiques ou algébriques dans des espaces vectoriels, surtout à des concepts liés de près ou de loin à celui de convexité. A la fin de sa vie et surtout après son admission à l'éméritat, son activité scientifique n'a nullement ralenti, bien au contraire. Mais elle changea de cap et s'orienta résolument vers un travail d'historien, principalement axé vers les productions mathématiques du dix-neuvième siècle.

Dès lors, nous distinguons schématiquement trois phases dans ses recherches :

- au début de sa carrière professionnelle (années 1940 et 1950) : la géométrie algébrique
- durant les décennies suivantes (de plus ou moins 1960 jusque vers 1980) : la géométrie convexe
- à la fin de sa carrière (principalement depuis les années 1980 et jusqu'au 23 mai 2014, date du décès à Chambéry en France) : l'histoire des mathématiques (19<sup>ème</sup> siècle).

Nous nous proposons de développer ici succinctement les deux premières étapes de sa carrière professionnelle ; la troisième partie fera ultérieurement l'objet d'un article spécial, avec des compléments biographiques additionnels ; il sera rédigé en langue anglaise sous la direction

d'Eugène Seneta, professeur émérite de l'Université de Sydney en Australie, avec qui F. Jongmans a écrit de nombreux articles.

Nous terminons cette note par la liste des publications scientifiques de l'auteur. Par souci de complétude, nous avons repris, en appendice, les intitulés de toutes les productions en géométrie ainsi qu'en histoire.

## **2. La géométrie algébrique à l'italienne**

Dès la fin de ses études universitaires de base, F. Jongmans fut engagé par la Faculté des Sciences de l'Université de Liège pour devenir assistant au service du Professeur Lucien Godeaux. Ses premiers travaux s'inscrivaient dans le cadre choisi par son réputé patron : ils se situaient en géométrie projective différentielle mais surtout en géométrie algébrique telle qu'elle était développée par plusieurs mathématiciens italiens de renom, tels que Corrado Segre (1863 - 1924), Federigo Enriques (1871 - 1946), Guido Castelnuovo (1865 - 1952), Francesco Severi (1879 - 1961) ; ces derniers s'intéressaient particulièrement à la théorie des courbes algébriques et ont formé ce qu'on appelle désormais « la géométrie italienne ».

Lucien Godeaux était un travailleur infatigable, auteur prolifique dans quasi tous les domaines de sa discipline. Un de ses apports majeurs a été la théorie des involutions sur les surfaces algébriques : il l'a initiée et en a été son principal artisan. Il a dirigé une équipe de chercheurs qui lui ont emboîté le pas en abordant divers problèmes comme les congruences de droites, les transformations birationnelles, l'étude des genres des surfaces algébriques, les congruences linéaires de courbes, ... ([4], p. 61).

Mais, à cette époque, la géométrie italienne connut des détracteurs à la tête desquels se trouvait Oscar Zariski (1899 - 1986) qui fut l'élève d'Enriques et de Castelnuovo à Rome (de 1921 à 1926), avant d'émigrer (en 1927) vers les Etats-Unis où il devint professeur à l'Université de Harvard. Cet Ukrainien d'origine jugea trop intuitive la géométrie de ses anciens professeurs italiens ; il lui substitua une nouvelle théorie basée sur des méthodes d'« Algèbre moderne ». Parallèlement, au Brésil, le Français André Weil (1906 - 1998), un des fondateurs du célèbre groupe Bourbaki, suivit une voie assez similaire. De la sorte, vers 1945, quand les échanges internationaux commencèrent à revenir vers Liège (après la guerre), la géométrie italienne fut de plus en plus délaissée (sauf par Lucien Godeaux) et de nouvelles figures de la géométrie algébrique s'imposèrent, notamment le réputé mathématicien allemand (naturalisé français en 1971) Alexandre Grothendieck (né en 1928).

C'est pourquoi, F. Jongmans décida d'abandonner, pour ses recherches, l'orientation italienne au profit d'autres secteurs de la géométrie ; il changea ainsi de sujet de recherches, sous le

contrôle de L. Godeaux, qui, lui, resta fidèle à la conception transalpine. Il s'orienta vers l'étude géométrique des ensembles convexes ([10]).

### 3. L'Ecole liégeoise de géométrie convexe et ses ramifications

Le concept de convexité n'était guère étudié pour lui-même au moment où François Jongmans décida de s'y investir. Il intervenait bien dans diverses situations rencontrées depuis longtemps par des mathématiciens, notamment dans les études des polygones et polyèdres convexes en géométrie euclidienne, de la longueur ou de singularités de courbes, dans des problèmes de physique faisant intervenir des centres de gravité, ... ([3]), mais la première étude systématique sur le sujet fut réalisée au début du 20<sup>ème</sup> siècle par le mathématicien allemand Hermann Minkowski (1864-1909). Assez rapidement, les ensembles convexes furent exploités dans deux domaines qui se développèrent de plus en plus : d'abord en analyse fonctionnelle, dont une partie appréciable se situe dans des espaces qualifiés de « localement convexes », puis surtout en recherche opérationnelle et spécialement en théorie de l'optimisation où la convexité joue un rôle primordial.

C'est ainsi qu'est née ce que l'on a nommé la *géométrie convexe*. Deux de ses fondateurs les plus influents ont été des mathématiciens américains de renom : Frederick Albert Valentine (1911 – 2002), professeur à l'Université de Los Angeles et auteur du célèbre livre *Convex Sets* ([12]), et Victor L. Klee Jr. (1925 – 2007), professeur à l'Université de Washington à Seattle, dont l'imposante production scientifique a influencé fortement de nombreux travaux réalisés par des convexistes liégeois, en particulier tous ceux de l'auteur de cet article.



**Figure 1.** Remise, par F. Jongmans, de la médaille de l'Université à V. Klee

Analysée a posteriori, la décision prise par F. Jongmans d'orienter ses recherches, ainsi que celles de ses collaborateurs, vers cette théorie alors naissante et prometteuse semblait assez naturelle. En effet, elle correspondait fort bien à la double mission qui était dévolue à sa chaire, puisque celle-ci comprenait, d'une part, un cours général de topologie et des cours spécialisés sur les espaces vectoriels topologiques dispensés à de futurs mathématiciens professionnels, et, d'autre part, des cours appliqués à l'économie et à la gestion pour des étudiants plutôt utilisateurs de mathématiques, avec une attention toute particulière apportée aux problèmes d'optimisation mathématique souvent rencontrés dans l'univers économique. Dans ces deux situations sont rencontrés des problèmes mathématiques dans lesquels s'impose une étude en profondeur de questions liées à la convexité.

Après des travaux initiaux sur l'optimisation, F. Jongmans et ses proches collaborateurs, à savoir par ordre chronologique J. Vangeldère, L. Bragard, J. Bair, A. Dessard, R. Fourneau et P. Goossens, s'efforcèrent de conférer une plus grande généralité à bon nombre de propriétés connues auparavant pour les espaces numériques. Ces chercheurs s'intéressèrent notamment à l'étude des ensembles étoilés, expansés ou irradiés, ainsi qu'à la découverte de nouvelles propriétés en programmation mathématique.

Une autre arrière-pensée des premières recherches liégeoises en géométrie convexe, qui était assez novatrice à l'époque, cherchait à distinguer aussi clairement que possible, au sein d'un espace vectoriel topologique, les propriétés qui sont spécifiques à la seule structure vectorielle et celles qui sont liées à la structure topologique additionnelle. De fait, les notions d'ensembles convexes, équilibrés, absorbants, d'enveloppe convexe ou équilibrée, par exemple, sont prétopologiques, mais leur étude fait quelquefois appel à des particularités topologiques du corps des scalaires sur lequel est construit l'espace vectoriel considéré. Ces réflexions ont abouti à l'introduction de substituts algébriques pour les opérateurs topologiques usuels, à savoir l'intérieur, l'adhérence (ou l'enveloppe algébrique) et la marge associés respectivement à l'intérieur, l'adhérence et la frontière ([1] et [11]). Leurs propriétés sont particulières dans le cas de la convexité ou de notions similaires considérées par l'équipe liégeoise.

Il nous a semblé intéressant de reproduire ici l'introduction des notes du cours spécialisé sur les espaces vectoriels topologiques ([6]). En effet, ce texte met en évidence la préoccupation

permanente et fondamentale des géomètres liégeois de distinguer les apports respectifs du vectoriel et du topologique, mais, en sus, il illustre à merveille le savoureux style, alerte et souvent métaphorique, de l'auteur.

*« Je chante les amours du bachelier Vectoriel et de la gente damoiselle Topologique. Au lieu de s'unir sous le régime de la communauté, ils ont choisi de dresser un contrat de mariage en bonne et due forme, où figure explicitement l'apport de chaque partie. Celui de la gente damoiselle est décrit dans les ouvrages de topologie générale, regardons cette chose comme réglée [référence au cours en question]. Pour le damoiseau, on va droit aux traités d'algèbre, mais ceux-ci sont fort discrets sur les extravagances d'icelui à dater du jour où son cœur fut épris. Il est donc indispensable de narrer ici ce chapitre délicat de l'algèbre vectorielle. »*

Les premières recherches menées par les membres de l'équipe dirigée par F. Jongmans ont fait l'objet d'un séminaire régulièrement organisé à Liège et communément appelé « Séminaire Jongmans – Valette », car il était assidûment fréquenté par le Professeur bruxellois Guy Valette (appartenant aux deux Universités francophone et néerlandophone de Bruxelles) et ses collaborateurs J.P. Doignon, M. Geivaerts et E. Degreef. Des chercheurs étrangers s'intéressèrent et participèrent souvent à ces séances de travail ; c'était le cas pour les français du Nord G. Coquet, J.C. Dupin et J.L. Valein, ainsi que pour les allemands T. Zamfirescu, K.E. Elster, R. Nehse et J. Gwinner, l'anglais V. Bryant et le tchèque M. Vlach (ces cinq derniers intervenant par courrier). Ce fut le point de départ d'une fructueuse collaboration entre tous ces scientifiques, avec de multiples échanges épistolaires, l'organisation de colloques, des publications en collaboration,...

Munis ainsi d'un imposant bagage théorique sur la géométrie des espaces vectoriels, synthétisé dans l'ouvrage *Etude géométrique des espaces vectoriels* publié dans la collection *Lectures Notes in Mathematics* de chez Springer ([1]), F. Jongmans et ses collaborateurs se mirent à étudier divers problèmes liés de près ou de loin à la convexité. Sans chercher à être exhaustif, tant les sujets abordés ont été nombreux et variés, citons-en quelques-uns qui nous semblent particulièrement significatifs : l'étude de propriétés du type de Hahn-Banach, et plus généralement celles de séparation de deux, et même de plusieurs, ensembles convexes (ou parfois non convexes), la considération d'espaces à convexité, l'examen de lattis de convexes et notions apparentées, la caractérisation des simplexes de Choquet, l'élaboration de règles de décomposition et de simplifications de convexes, l'étude asymptotique de convexes.

Ce dernier thème inspira particulièrement F. Jongmans, ce qui l'amena à réaliser une étude approfondie sur divers types de cônes associés à un ensemble (convexe ou non) dans un espace vectoriel (éventuellement muni d'une topologie compatible avec la structure vectorielle) : enveloppe conique, cône visuel, cône asymptote ou asymptotique, cône d'infinitude, cône de récession, cône d'ouverture interne (ou intérieure), cône-barrière, ... Cet imposant travail fut concrétisé par de nombreux articles rédigés avec certains de ses collaborateurs ainsi que par un nouveau séminaire résumé dans un article imposant ([8]) ; ce fut une sorte d'apothéose de son apport en convexité.

Dans les années 1980, la source s'est tarie. Le leader de ce que l'on appelait désormais l'*Ecole liégeoise de convexité* partit à la retraite en 1988 et son service se disloqua peu à peu : ses différents disciples occupèrent alors différents postes, à l'Université ou ailleurs, de sorte que les travaux de cette Ecole sur les ensembles convexes se firent de plus en plus rares. Signalons toutefois que les activités géométriques de F. Jongmans furent couronnées par deux événements marquants pour l'Ecole liégeoise de convexité.

D'une part, F. Jongmans et son collègue M. De Wilde proposèrent à la Faculté des Sciences de l'Université de Liège que celle-ci octroie le titre de *docteur honoris causa* à Victor Klee. Le 22 juin 1983, le Recteur de l'époque, E.H. Betz, écrivait à l'Américain qu'il recevrait ce grade le 30 mars 1984, en précisant que « cette marque exceptionnelle d'estime vous apportera le témoignage de l'admiration que notre Maison professe à l'égard de votre personne, de vos travaux et des services que vous avez rendus à la science » ; V. Klee organisa une tournée scientifique en Europe en passant par Liège pour recevoir cette éminente distinction.

D'autre part, l'auteur de cet article déposa le 26 octobre 1984 une dissertation intitulée *Structure asymptotique et propriétés de séparation en géométrie convexe* ; elle était présentée en vue de l'obtention du grade d'Agrégé de l'Enseignement supérieur. La Faculté des Sciences désigna deux experts internationaux pour juger cette thèse, à savoir Victor Klee et l'allemand K.H. Elster (1931-1996) qui fut Recteur, de 1969 à 1972, de la *Technischen Universität Ilmenau* (anciennement en Allemagne de l'Est) et dirigea pendant plus de 20 ans la revue internationale *Optimization*. Le diplôme en question fut obtenu, à l'unanimité du Jury composé de tous les membres du corps académique de la Faculté des Sciences, le 15 février 1985 ; il fut remis en séance solennelle présidée par le Recteur Betz, secondé par le Secrétaire académique qui était, cette année-là, l'ancien Patron du candidat.





**Figure 2.** Cortège précédant la leçon publique de J. Bair, encadré par F. Jongmans et le Recteur Betz, suivis par des professeurs de la Faculté des Sciences

F. Jongmans se consacra par après, pratiquement jusqu'à son décès, à l'histoire des mathématiques, suivant en cela la voie tracée par son prédécesseur L. Godeaux, et découvrant à cette occasion du courrier original envoyé à son illustre devancier E. Catalan.

**Remerciements.** Nous tenons à remercier vivement toutes les personnes qui nous ont apporté une aide précieuse et efficace dans la préparation de cette note. Il s'agit, par ordre alphabétique, de

- Batholomeus Danielle, du secrétariat de l'Institut mathématique : elle a scanné pour nous les photos de cet article ;
- Borsus Olivier, de la bibliothèque des Sciences Appliquées et de Mathématique : il nous a fait bénéficier de son expérience professionnelle pour retrouver des références anciennes produites par F. Jongmans ;
- Bragard Léopold., le premier doctorant liégeois en géométrie convexe, ancien Administrateur de l'Université et Doyen de la Faculté d'Economie, de Gestion et de Sciences sociales : il nous a éclairé sur la carrière académique de son ancien Patron ;
- Crama Yves, professeur ordinaire à HEC-Université de Liège : il nous a renseigné sur la présidence de l'Ecole de Commerce ;

- Jongmans Claire, fille de François : elle nous a témoigné toute sa confiance en nous cédant de nombreux livres, tirés-à-part, photos et documents personnels provenant de son père ; elle a également relu ce texte et nous a permis d'améliorer la version originale ;
- Seneta Eugène, professeur émérite de l'Université de Sydney en Australie, ami et co-auteur de F. Jongmans : il nous a sans cesse encouragé et conseillé dans notre entreprise ; il nous a également confié une lettre manuscrite au sein de laquelle F. Jongmans expliquait son abandon de la géométrie algébrique et son entrée en géométrie convexe ; il nous a également aidé à compléter la liste des publications donnée en appendice ;
- Van Baelen Nicole, du secrétariat de la Société royale des Sciences de Liège : elle a établi pour nous la liste des publications de F. Jongmans à la Société SRSL.

## Références

- [1] Bair J. – Fourneau R., *Etude des Espaces Vectoriels I – une Introduction*, Lecture Notes in Mathematics, 489, Springer – Verlag, 1975.
- [2] Bair J. – Haesbroeck G., Eugène Catalan, “la vie est un combat”, *Tangente*, n° 158, 2014, pp. 6-8.
- [3] Berger M., Convexity, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 97, No. 8, *Special Geometry Issue* (Oct., 1990), pp. 650-678.
- [4] De Wilde M. *at al*, Les Mathématiques, in *Apports de Liège au progrès des sciences et des techniques*, publié sous l'égide de l'A.S.B.L. Le Grand Liège et le Rotary Club de Liège, Eugène Whale éditeur, 1881.
- [5] Godeaux L., *Esquisse d'une histoire des sciences mathématiques en Belgique*, Bruxelles, 1943.
- [6] Jongmans F., *Espaces vectoriels topologiques*, notes de cours, Université de Liège, 1968.
- [7] Jongmans F., Quelques développements récents liés à la notion de convexité. *Comptes rendus des journées nationales*, Centre belge de recherches mathématiques, Bruxelles, 1970, 22-36
- [8] Jongmans F., Cris et chuchotements de cônes, *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 49, n° 9 – 10 (1980), pp. 312 – 342.
- [9] Jongmans F., *Eugène Catalan, Géomètre sans patrie - Républicain sans république*, Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française, Mons, 1996.
- [10] Jongmans F., Lettre à E. Seneta, courrier manuscrit, Preslette, 12-5-2010.

- [11] Klee V., Separation and support properties of convex sets. In Balakrishnan, *Control theory and the calculus of variations*, Acad. Press, New York, 1969.
- [12] Valentine F.A., *Convex sets*, Mc Graw Hill, 1964.
- [13] Verdier N., Eugène Catalan (1814-1894, X 1833) Le bicentenaire et le « fonds d'archives Catalan-Jongmans ». *Bulletin des amis de l'Ecole polytechnique* (SABIX). 2014.

## **Appendice : publications scientifiques de François JONGMANS**

Sur les mouvements d'un espace à quatre dimensions. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, série 5, t. 27 et 28 (1942), 650-665 et 35-42.

Sur les complexes linéaires de quartiques gauches rationnelles dans l'espace à quatre dimensions. *Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège*, sér. 4 , t. VI (1942), 56 pages.

Transformations birationnelles et complexes linéaires de courbes rationnelles normales. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 11 (1942), 272-287.

Etude d'un système homaloïdal de l'espace à quatre dimensions. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, série 5, t. 28 (1942), 792-793.

Complexes linéaires  $\infty^{n-1}$  de courbes rationnelles normales dans un espace à  $n$  dimensions. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 12 (1943), 2-20.

Recherches sur les congruences linéaires de cubiques gauches. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 12 (1943), 279-289.

Les variétés algébriques à trois dimensions dont les courbes-sections ont le genre trois. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, série 5, t. 29 (1943), 766-782 et 823-835.

Mémoire sur les surfaces et les variétés algébriques à courbes sections de genre quatre. *Mémoire de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, tome 23, 1949, 95 pages.

Les transformations conformes non biunivoques du plan. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 14 (1945), 164-175.

Un théorème sur les polaires des surfaces de l'espace à trois dimensions. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 14 (1945), 431-436.

Les limitations du nombre des modules des surfaces algébriques. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, série 5, t. 31 (1945), 639-646.

A propos des propriétés des surfaces polaires, *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 16 (1947), 289-291.

*Contribution à la théorie des variétés algébriques.* Bruxelles, Hayez, 1947, 103 pages.

Observations sur les courbes algébriques hyperspatiales. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, série 5, t. 33 (1947), 548-555.

Les générations d'une surface algébrique au moyen de deux réseaux réciproques de surfaces. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, série 5, t. 34 (1948), 754-762.

En collaboration avec L. Nollet : Classification géométrique des faisceaux de courbes algébriques planes de genre deux. *Bulletin des Sciences Mathématiques*, t. LXXII (1948), 80-96.

En collaboration avec L. Nollet : Un théorème sur les systèmes linéaires de courbes algébriques planes à système adjoint réductible. *Bulletin de l'Académie des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 34 (1948), 617-625.

En collaboration avec L. Nollet : La classification des systèmes linéaires de courbes algébriques planes de genre quatre. *Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*, t. LXV (1948), 139-188.

Les séries abéliennes sur une courbe algébrique. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 34 (1948), 892-905.

En collaboration avec L. Nollet : Classification des systèmes linéaires de courbes algébriques planes de genre trois. *Mémoire de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, t. 24, 1949, 47 pages.

Quelques propriétés nouvelles des séries abéliennes. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 35 (1949), 245-257.

Etude sur le genre linéaire des surfaces algébriques. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 35 (1949), 470-483.

Le problème des séries spéciales d'une courbe algébrique, *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 35 (1949), 1027-1041 et 1113-1124.

Observations complémentaires sur les séries spéciales des courbes algébriques. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 36 (1950), 128-137.

La répartition des séries spéciales sur les courbes algébriques de genre sept. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 36 (1950), 220-237.

Sur l'étude des surfaces algébriques caractérisées par la condition  $p$ . *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 36 (1950), 485-494.

Extension d'une borne inférieure pour le genre linéaire des surfaces algébriques, *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 19 (1950), 250-266.

Remarques sur les formes qui contiennent une variété algébrique donnée. *Rendiconti Accademia Nazionale Lincei*, sér. 8, vol. 8 (1950), 476-479.

Adaptation d'un résultat de géométrie hyperspatiale au cas des courbes planes. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 19 (1950), 349-350.

Les diviseurs de zéro de l'anneau de cohomologie des variétés kählériennes. *Comptes Rendus Acad. Sciences (France)*, t. 233 (1951), 1254-1256.

Relations entre les périodes des formes harmoniques attachées à une variété kählérienne. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 21 (1952), 18-23.

Les variétés kählériennes. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 21 (1952), 345-363.

Etude de géométrie kählérienne. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, sér. 5, t. 39 (1953), 77-93.

Etude des périodes des formes harmoniques. *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 83 (1955), 89-102.

Périodes des formes harmoniques attachées aux variétés kählériennes. *Bulletin de la Société Mathématique de Belgique*, t. VII (1954-1955), 24-34.

Le problème duopliste. *Bulletin de la Société royale des Sciences de Liège*, 24 (1955), 366-387

Etude algébrique des matrices de Hodge. *Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège*, 5<sup>ème</sup> Série, 1958, 68 pages.

Remarque sur le problème des extrema, *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 32(1961), 229-242

Variations sur le thème des extrema, *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 31 (1962), 334-335.

Incidents de frontière. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 32 (1963), 814-822.

Complainte sur un algorithme de Ford-Fulkerson. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 34 (1965), 57-65.

Théorème de Krein-Milman et programmation mathématique. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 37 (1968), 261-270.

Petit choral et fugue sur le thème de la séparation. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 37 (1968), 539-541.

Quelques développements récents liés à la notion de convexité. *Comptes rendus des journées nationales*, Centre belge de recherches mathématiques, 1970, 22 – 36.

En collaboration avec J. Bair : Séparation franche dans un espace vectoriel. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 39 (1970), 474-477.

Propos divers sur l'optimisation. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 40 (1971), 438-447.

En collaboration avec J. Bair : La séparation vraie dans un espace vectoriel. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 41 (1972), 163-170.

Une propriété des demi-variétés marginales d'un ensemble convexe. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 42 (1973), 21-22.

Sur les complications d'une loi de simplification dans les espaces vectoriels. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 42 (1973), 529-534.

En collaboration avec J. Bair : De frictions internes en incidents de frontière. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 44 (1975), 63-71.

En collaboration avec J. Bair : De l'art d'ériger sans péril des séparations branlantes. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 44 (1975), 354-362.

En collaboration avec J. Bair et J. Vangeldere : Avatars et prospérité du théorème de Hahn-Banach. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 44 (1975), 561-567.

Réflexions sur l'art de sauver la face. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 45 (1976), 294-306.

En collaboration avec J. Bair et R. Fourneau : Vers la domestication de l'extrémisme. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 46 (1977), 126-132.

En collaboration avec J. Bair : Sur les graves questions qui naissent quand la décomposition des ensembles atteint un stade avancé. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 46 (1977), 12-26.

De la concentration vers la sélection par la dilatation. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 47 (1978), 132-142.

En collaboration avec G. Coquet et J.C. Dupin : Sur l'intersection des translatés d'ensembles convexes. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 47 (1978), 307-310.

De l'art d'être à bonne distance des ensembles dont la décomposition atteint un stade avancé. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 48 (1979), 237-261.

Cris et chuchotement des cônes. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 49 (1980), 312-316.

Contribution aux fondements de la calvitie mathématique. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 50 (1981), 8-15.

En collaboration avec C. Dubois : Essai sur la pluralité des chemins qui mènent à Rome. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 50 (1981), 138-152.

Quelques pièces choisies dans la correspondance d'Eugène Catalan. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 50 (1981), 287-309.

En collaboration avec J. Bair : Du bon usage des cônes dans l'aménagement de la tour de Babel. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 51 (1982), 74-81.

Avec C. DUBOIS : Invitation à la gestion des stocks de cônes. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 51 (1982), 107-120.

Enquête socio-géométrique sur les vertus de l'ignorance. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 52 (1983), 5-10.

En collaboration avec J. Bair : Further results on the asymptotic cone, *Resultate der Mathematik*, Vol. 6 (1983), 135-139.

En collaboration avec J. Bair : Relation entre l'enveloppe, le cône d'infinitude et la gaine d'un ensemble convexe. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 52 (1983), 17-21.

En collaboration avec J. Bair : Sur l'énigme de l'enveloppe conique fermée. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 52 (1983), 285-294.

En collaboration avec J. Bair : Some remarks about recent results on the asymptotic cone. *Results in Mathematics*, Vol. 7 (1984), 117-118.

*Les Sluse et leur temps : une famille, une ville, un savant au XVII<sup>e</sup> siècle : [à l'occasion de l'exposition « Les Sluse et Leur Temps » organisée à la Chapelle des Sépulcrines, à Visé, du 23 mars au 8 avril 1985]*. Bruxelles : Crédit Communal, 1985.

Une élection orageuse à l'Institut. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 55 (1986), 581-603.

La chute du Second Empire dans les papiers du mathématicien Eugène Catalan. *Technologia*, 9 (1986), 159-174.

*Les mathématiciens au XIX<sup>e</sup> siècle*. Ed. APPS, Bruxelles, 1987.

En collaboration avec P. Butzer : P.L. Chebyshev (1821-1894) and his contacts with Western European scientists. *Historia Mathematica*, 16 (1989), 46-68.

En collaboration avec P. Butzer : Eugène Catalan and the rise of Russian Science. *Bulletin de l'Académie royale des Sciences de Belgique*, Classe des Sciences, 6, t.2 (1991), 59-90

En collaboration avec H. Breny et E. Seneta : Annexe : A. Meyer et l'Académie. *Regards sur 175 ans de science à l'Université de Liège*, Bernes AC (ed.), Centre d'Histoire des Sciences et des Techniques. Université de Liège, 1992, 13-22 bis.

Eugène Catalan : sa vie, ses nombres, dans *Sciences de l'Expérimentation aux Concepts*, éd. J.

Aghion, J. Depireux et R. Holvoet, CsiPwic, Liège, 1992, 24-44.

En collaboration avec E. Seneta : In Memoriam Henri Breny (1923-1991), *Mathématique et Pédagogie*, 89 (1992), 45–49.

En collaboration avec B. Bru et E. Seneta : I.-J. Bienaymé: Family information and proof of the criticality theorem. *International Statistical Review*, 60 (1992), 177–183.

Recrutement, au 19<sup>e</sup> siècle, de mathématiciens étrangers par l'Université de Liège. *Actes du LI<sup>e</sup> congrès de la fédération des cercles d'archéologie et d'histoire de Belgique*, II (1992), 600-611.

En collaboration avec E. Seneta : The Bienaymé Family History from archival materials and background to the turning-point test. *Bulletin de la Société royale des Sciences de Liège*, 62 (1993), 121-145.

En collaboration avec E. Seneta : A Probabilistic « New Principle » of the 19<sup>th</sup> Century. *Archive for History of Exact Sciences*, 47 (1994), 93-102.

André Weil : Souvenirs d'apprentissage. *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol. 43, n° 131 (1993), 425-427.

*Eugène Catalan: Géomètre sans patrie. Républicain sans république.* Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française, Mons, 1996.

Bienaymé, Bruges et la Belgique. *Centre d'Analyse et de Mathématiques Sociales*, EHESS-CNRS, Paris, 1997, 5-21.

Godeaux Lucien. *Nouvelle biographie nationale*, Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, tome 4 (1997), 188-191.

Les mathématiciens liégeois au 19<sup>e</sup> siècle. Dans *Charlemagne and his Heritage 1200 Years of Civilization and Science in Europe*, vol. 2, edited by P. Butzer, H. Jongen, W. Oberschelp, Brepols, Turnhout, 1998, 107-117.

En collaboration avec P. Butzer : P.L. Chebychev (1812-1894). *Journal of Approximation Theory*, vol. 96 (1999), 111-138.

En collaboration avec E. Seneta : Bruges, pépinière de mathématiciens. *Mathématique et Pédagogie*, 127 (2000), 37–50.

En collaboration avec P. Butzer, L. Carbone et F. Palladino : Les relations épistolaires entre Charles Hermite et Ernesto Cesàro. *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, Classe des Sciences, 6<sup>e</sup> série, tome XI (2000), 377- 417.



En collaboration avec K. Parshall et E. Seneta : Nineteenth-Century Developments in Geometric Probability: J.J. Sylvester, M. W. Crofton, J. É. Barbier, and J. Bertrand. *Archive for History of Exact Sciences*, 55 (2001), 501-524.

En collaboration avec J.J. Droesbeke : Adolphe Quetelet. Dans *Statisticians of the Centuries*, par C.C. Heyde et E. Seneta, Springer-Verlag, New York, 2001, 127-131.

Sur les traces d'Eugène Catalan. *Bulletin de l'Académie royale de Belgique, Classe des Sciences*, 6<sup>e</sup> série, tome XIII (2002), 73-90.

Un regard nouveau sur l'œuvre de Jules Bienaymé à la lumière des archives familiales et de la correspondance. Dans *Studies in History of Mathematics dedicated to A.P. Youschkevitch - Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Congress of History of Science* (Liège, 20-26 June 1997), édité par E. Knobloch, J. Mawhin et S. Demidov; Brepols, Turnhout, vol. 13 (2002), 251-256.

En collaboration avec E. Seneta : The Problem of the Broken Rod and Ernesto Cesàro's early Work in Probability. *Math. Scientist*, 30 (2005), 67-76.

In vino veritas, in dolio calamitas. *Math. Scientist*, 33 (2008), 1-7.

Le jaugeage des tonneaux: un jardin secret en mathématiques pures et appliquées. *Quadrature*, 75 (2010), 23-34.