LIÈGE université
Applied Sciences

Structural & Stochastic Dynamics
Urban & Environmental Engineering

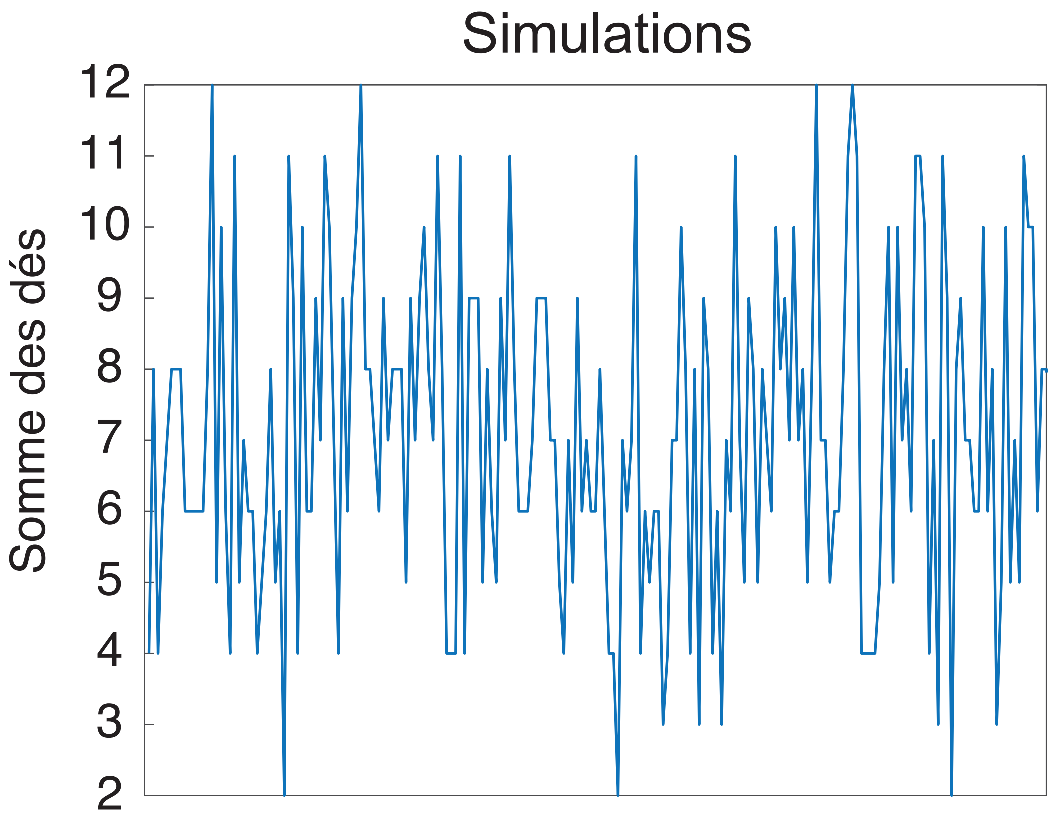
Multiple Timescale Spectral Analysis of Floating Bridges

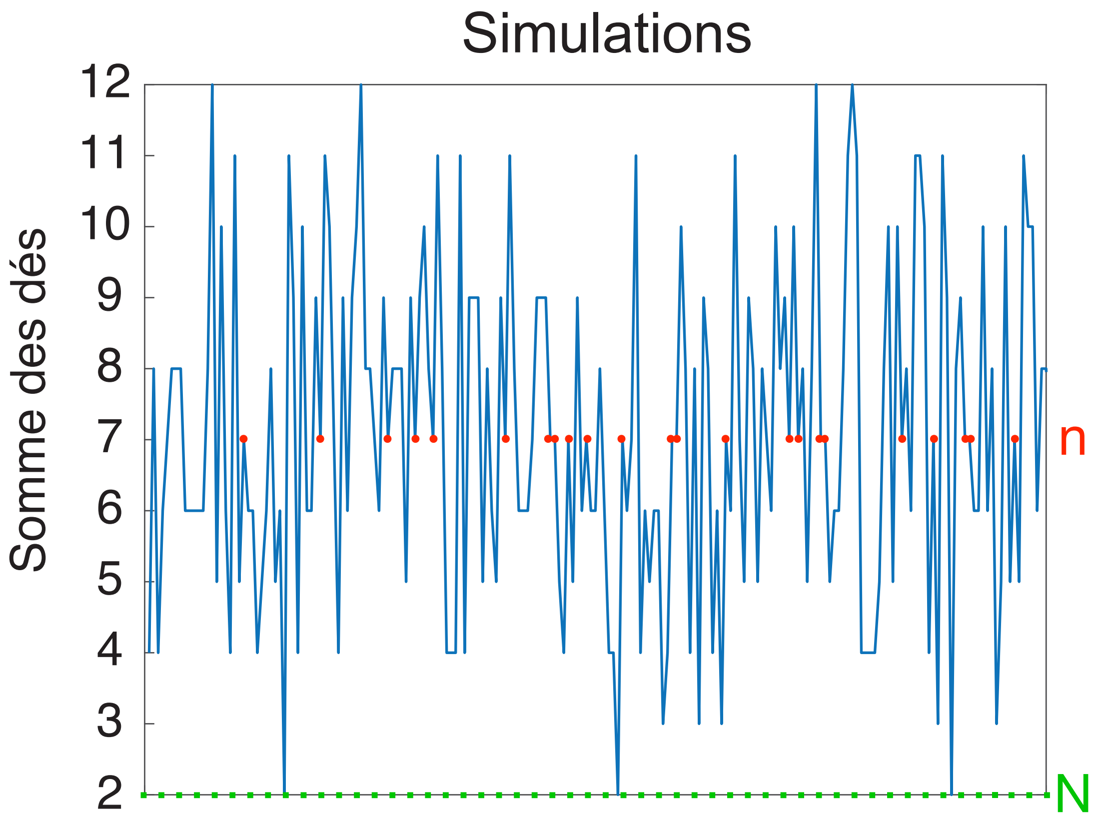
Analyse spectrale à plusieurs échelles temporelles de ponts flottants

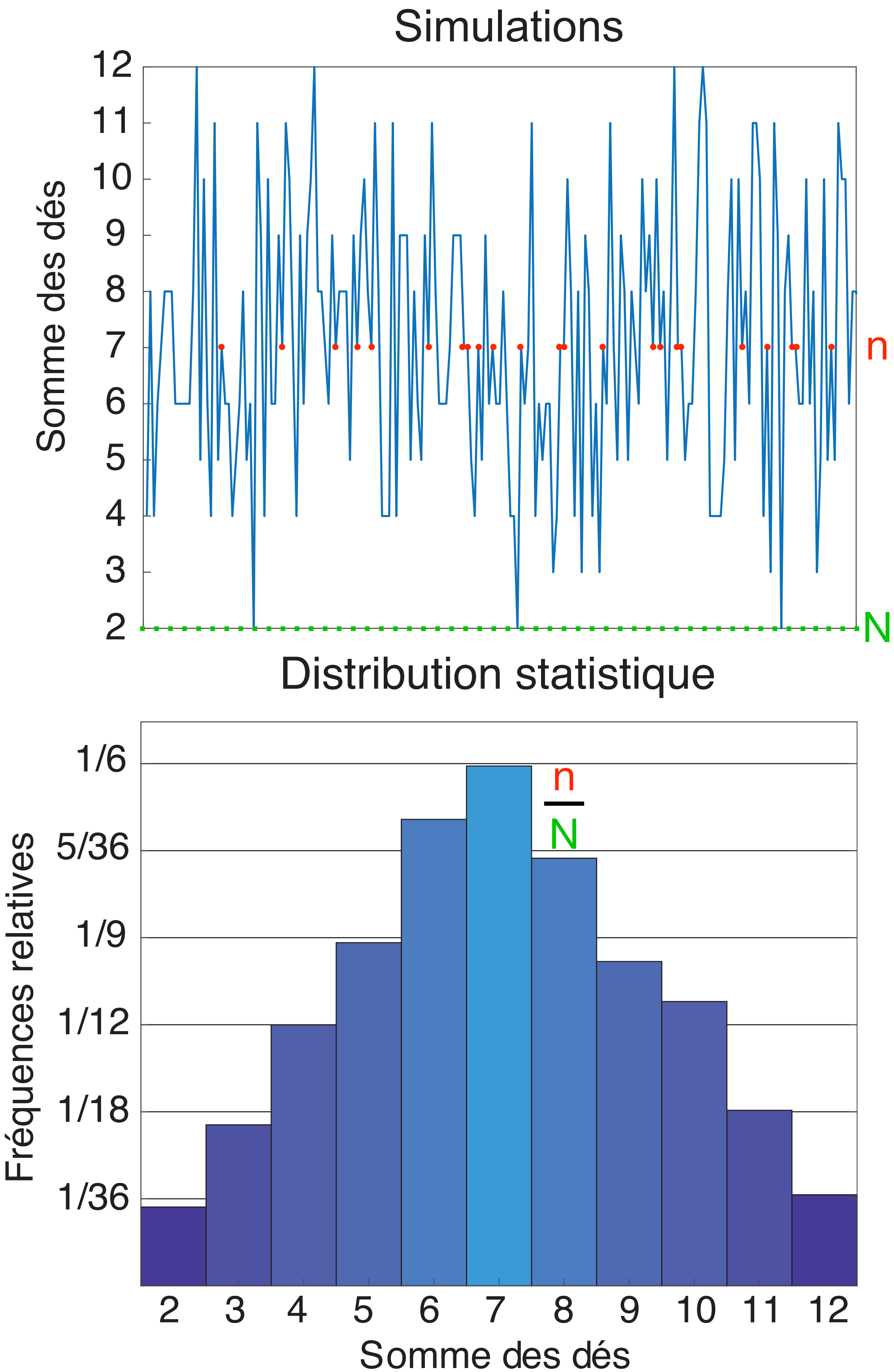
Margaux Geuzaine

Promoteur : Vincent Denoël
Co-promoteur : Vincent de Ville

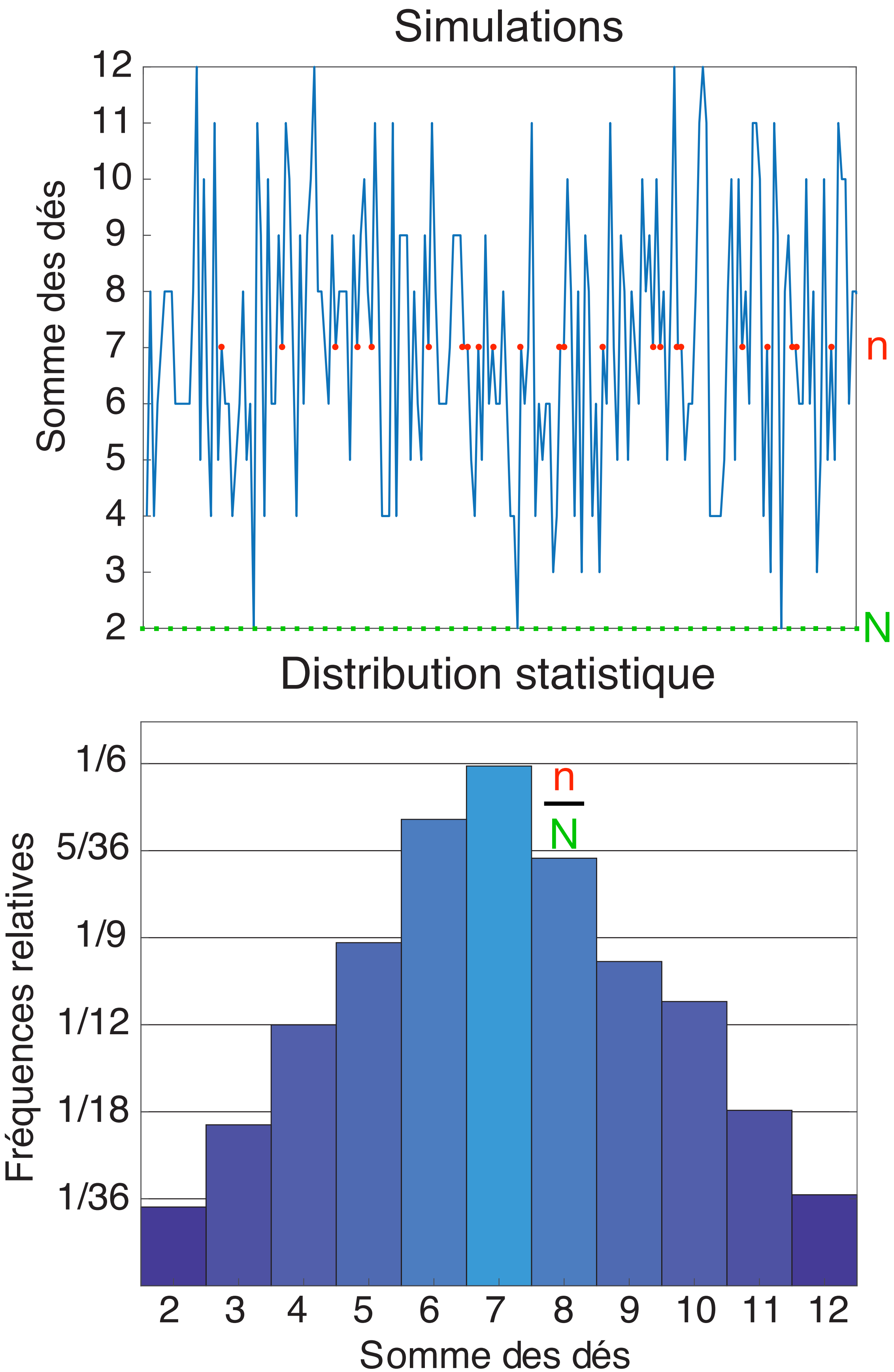
fnrs
FREEDOM TO RESEARCH


Simulations
Somme des dés
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2


Simulations
Somme des dés
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
n
N

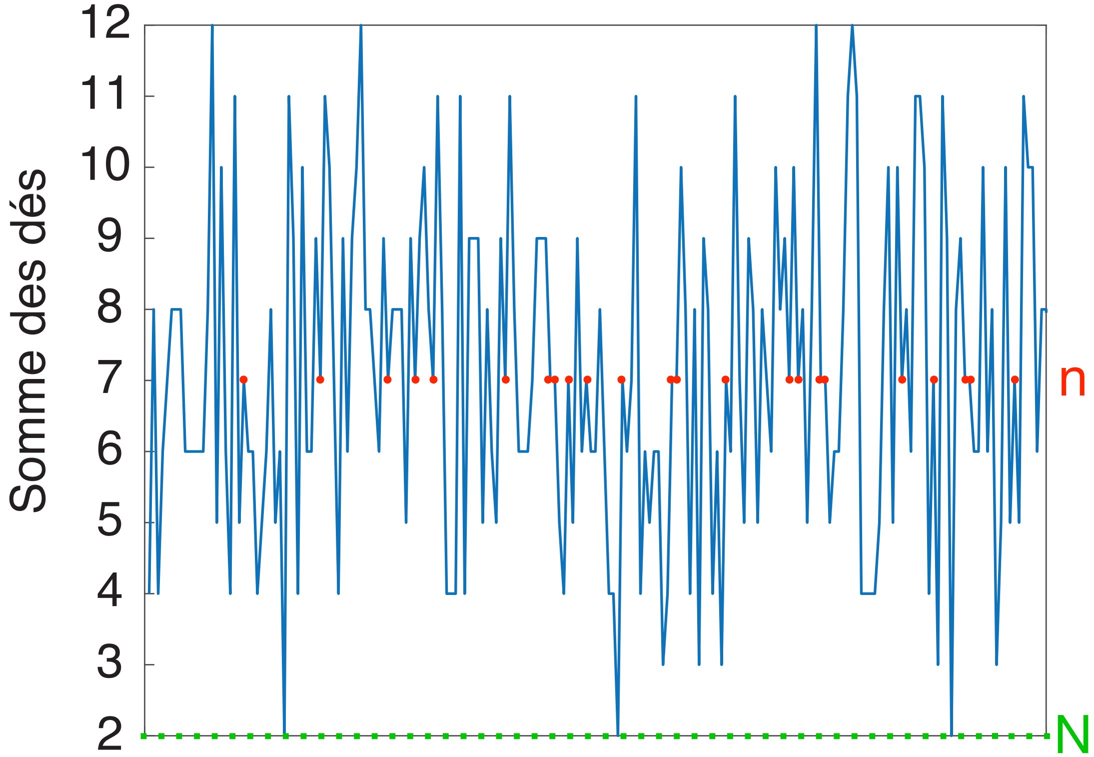


Simulations
Somme des dés
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
n
N
Distribution statistique
Fréquences relatives
1/6
5/36
1/9
1/12
1/18
1/36
n
N
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Somme des dés

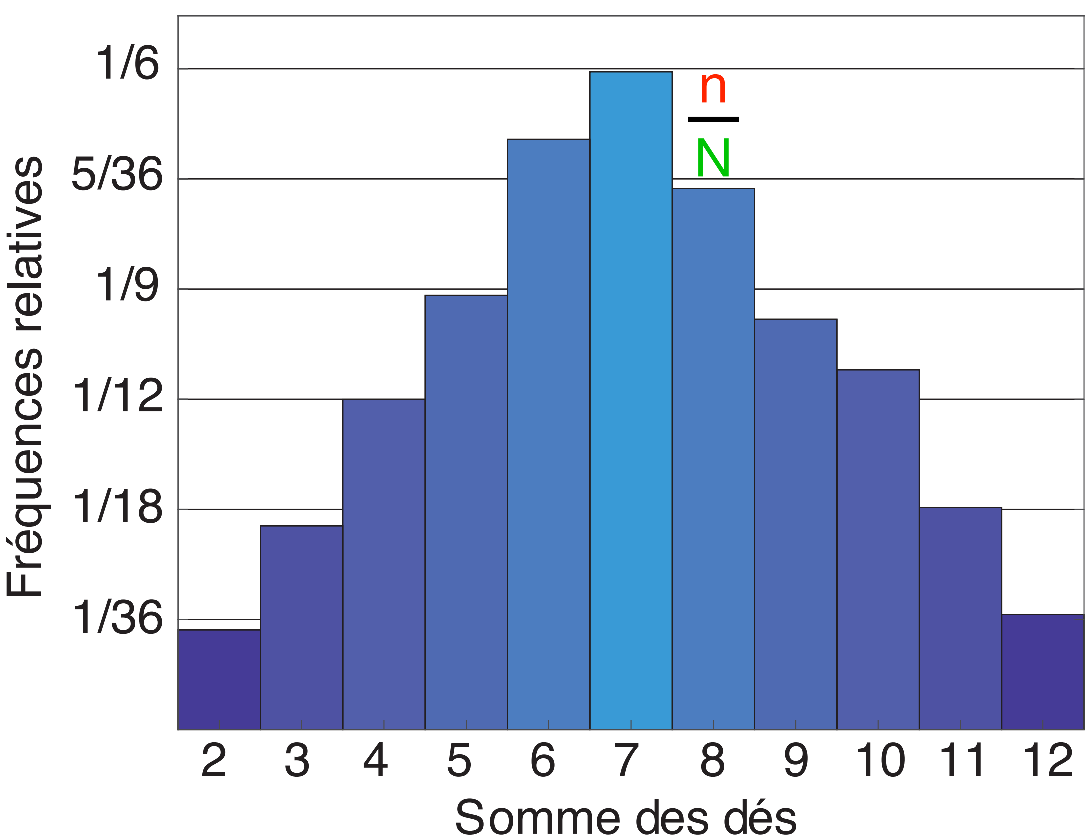


Approche statistique

Simulations



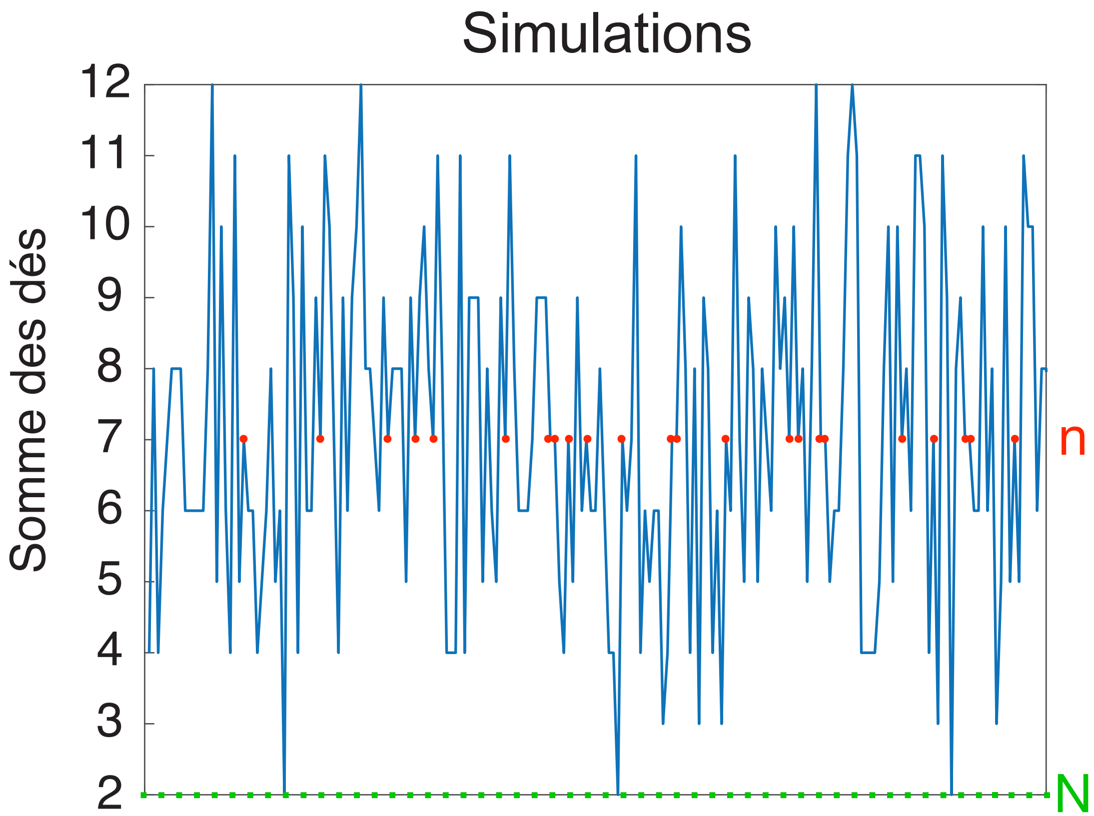
Distribution statistique

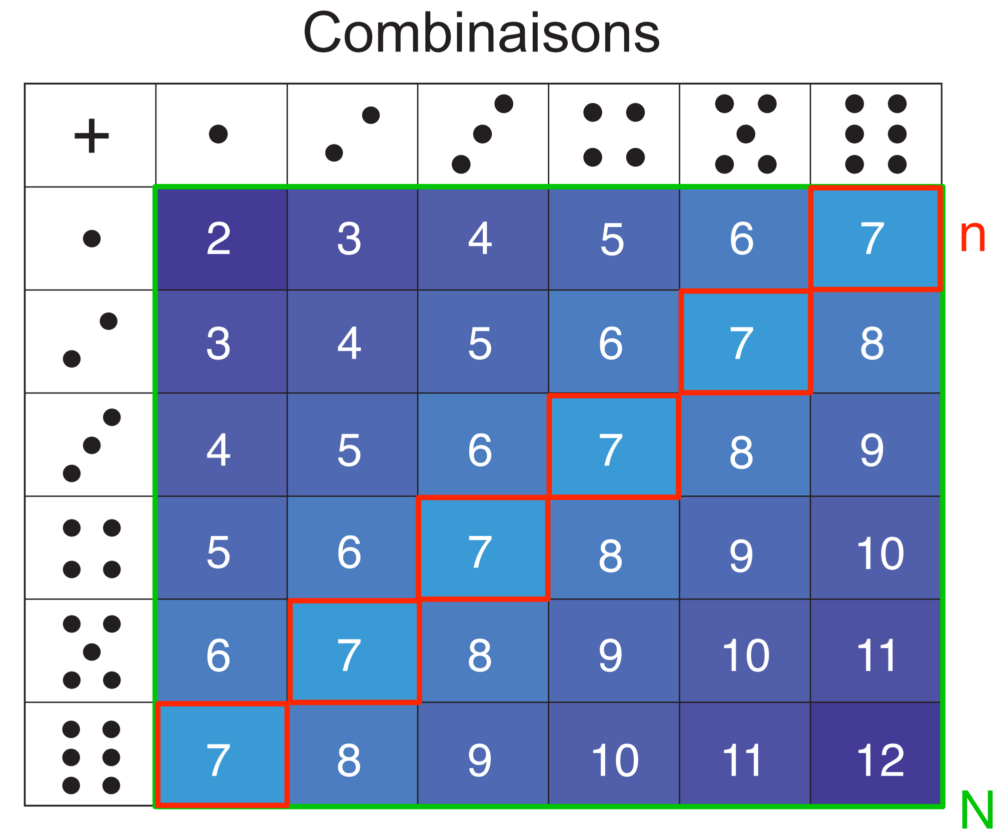


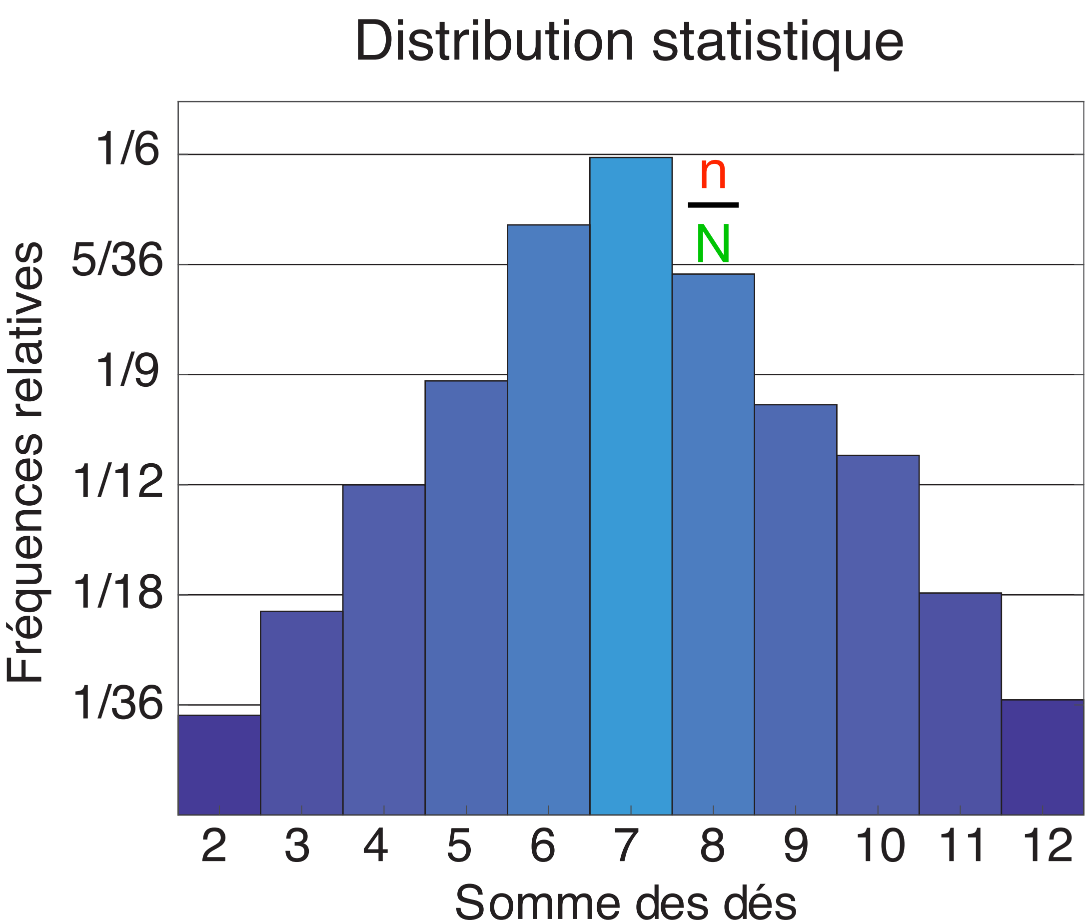
Combinaisons

+	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	2	3	4	5	6	7
⚁	3	4	5	6	7	8
⚂	4	5	6	7	8	9
⚃	5	6	7	8	9	10
⚄	6	7	8	9	10	11
⚅	7	8	9	10	11	12

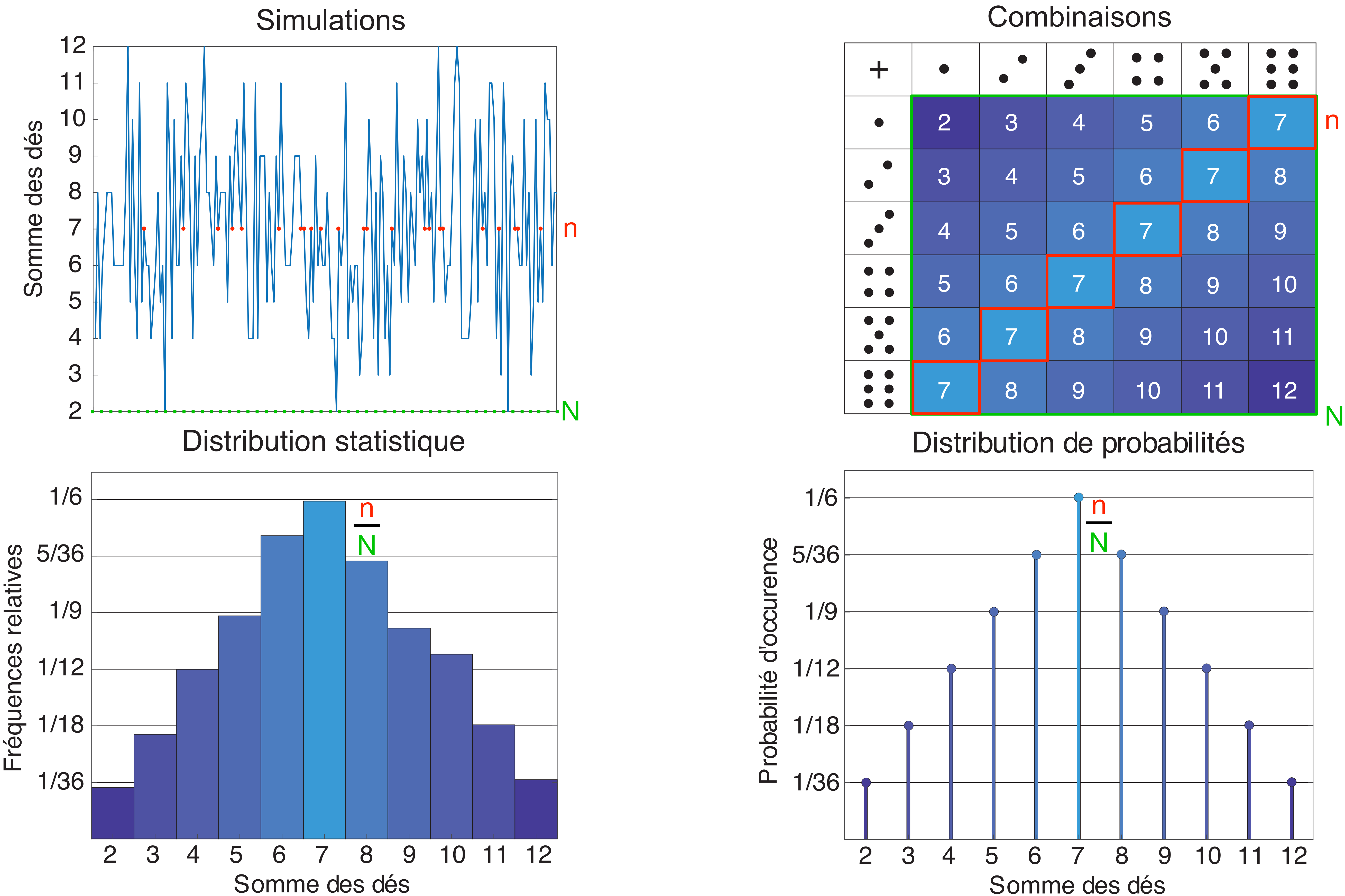
Approche statistique



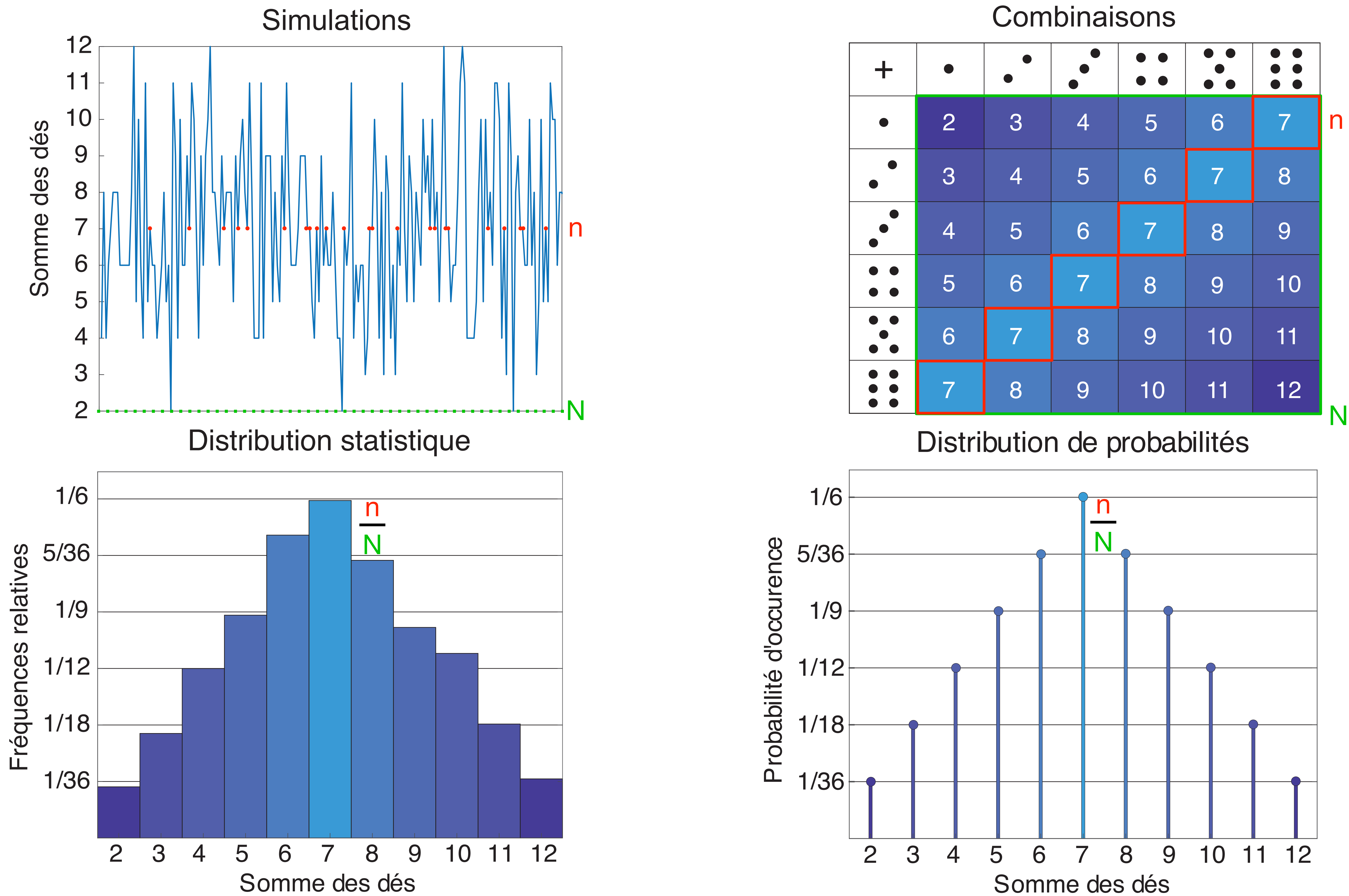




Approche statistique

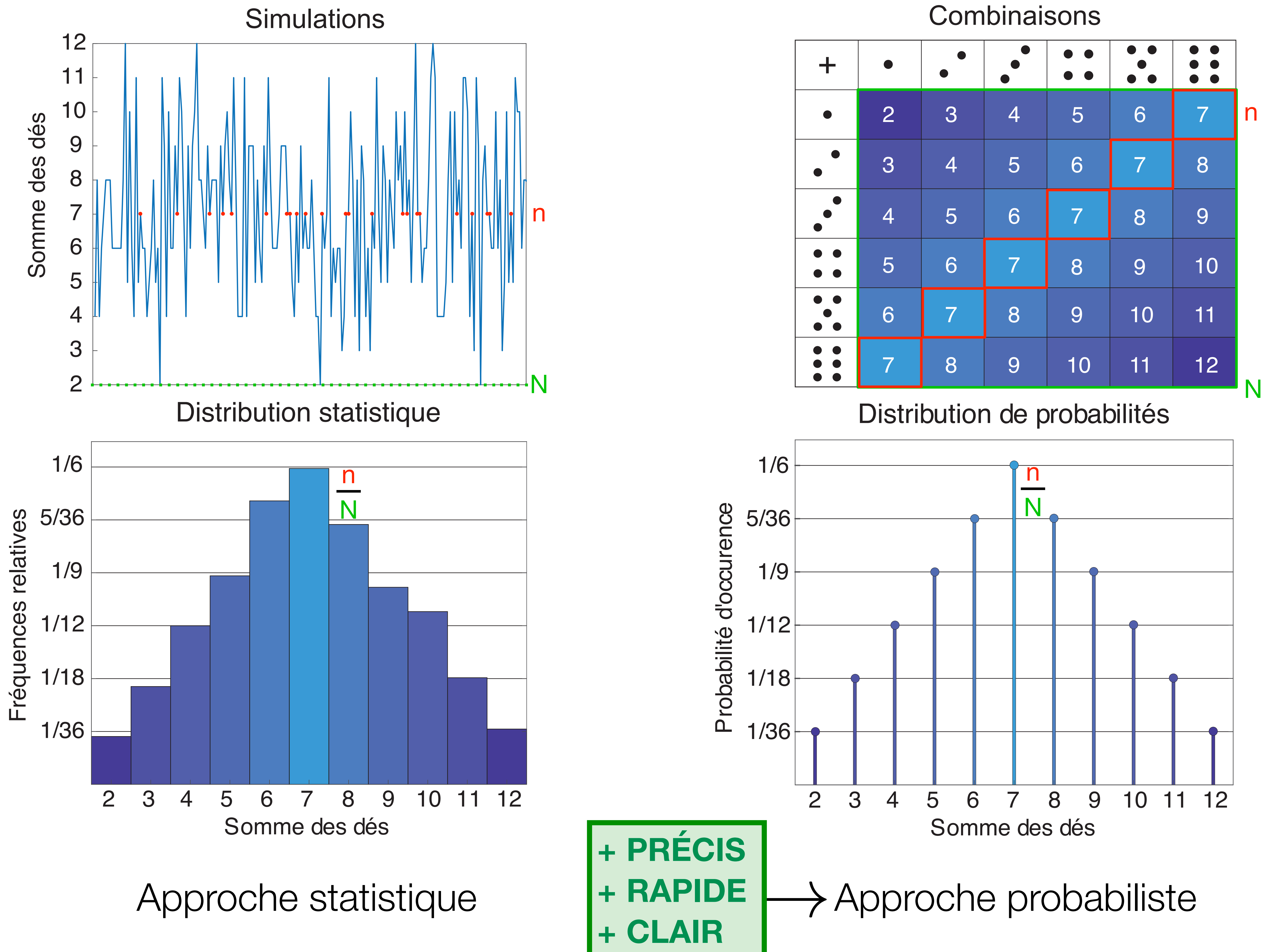


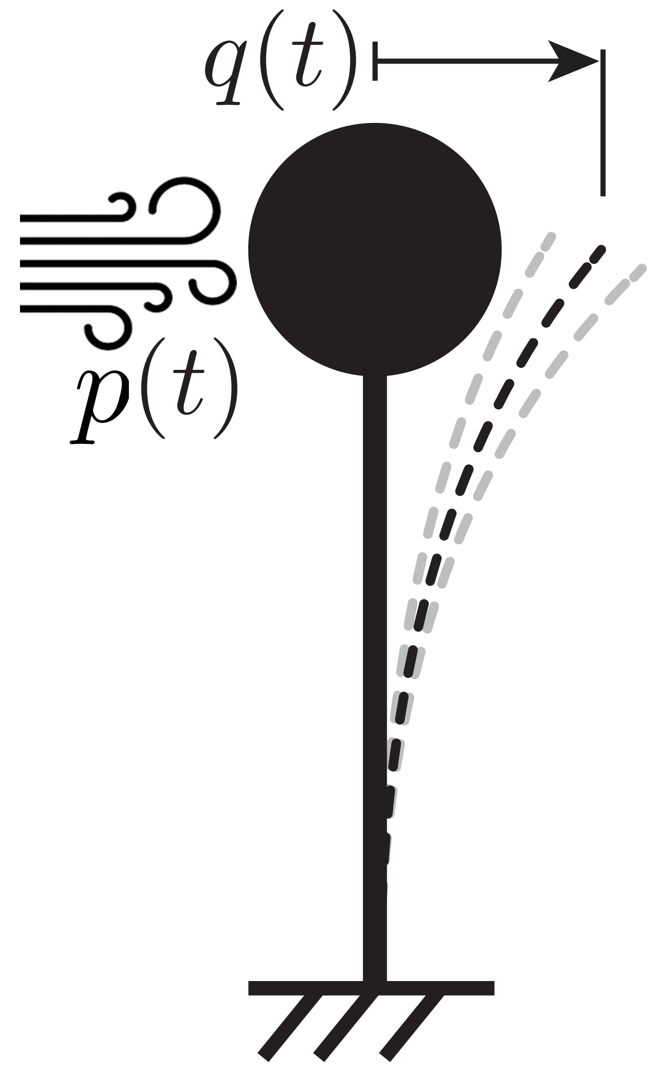
Approche statistique

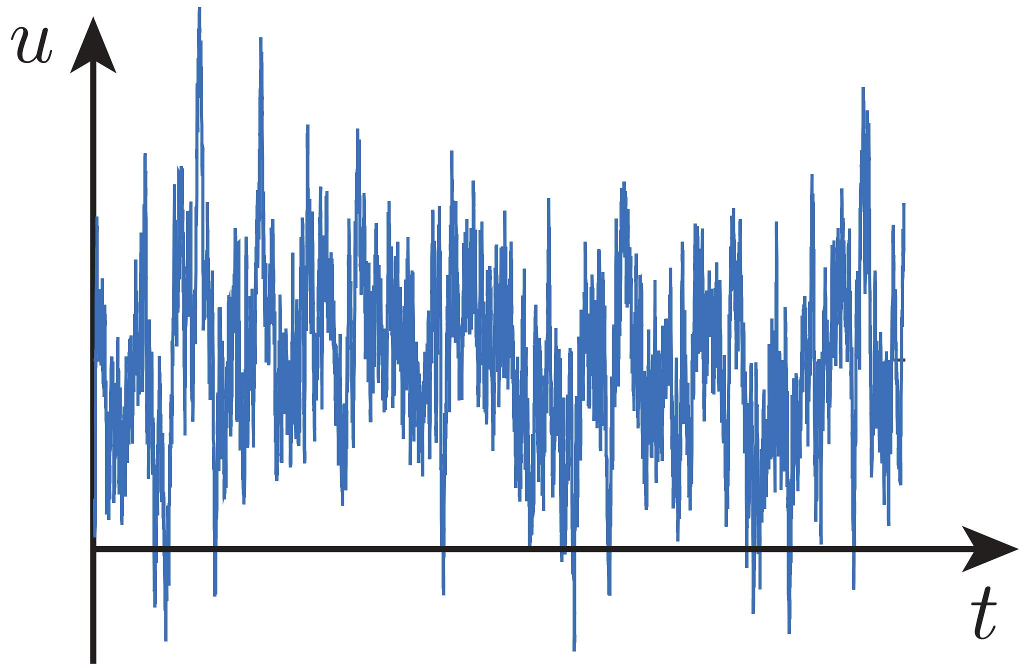


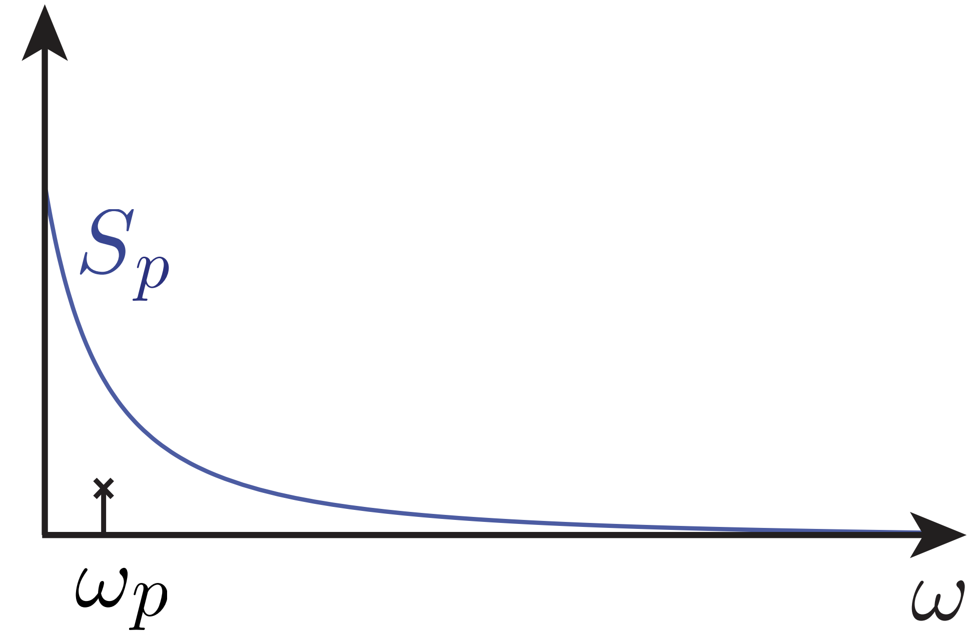
Approche statistique

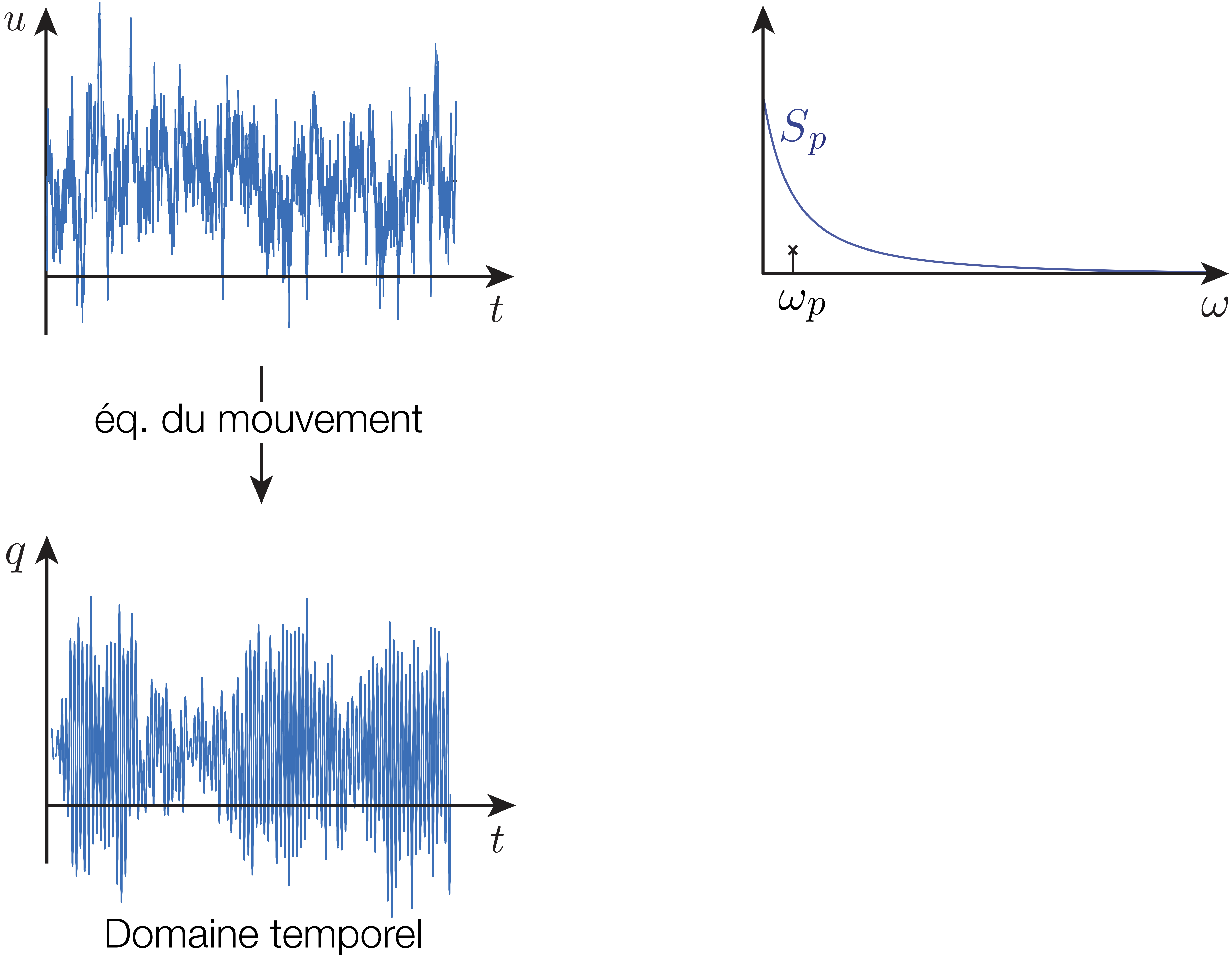
Approche probabiliste


Simulations
Somme des dés
n
N
Combinaisons
+
n
N
Distribution statistique
Fréquences relatives
1/6
5/36
1/9
1/12
1/18
1/36
n
N
Somme des dés
Distribution de probabilités
Probabilité d'occurence
1/6
5/36
1/9
1/12
1/18
1/36
n
N
Somme des dés
Approche statistique
+ PRÉCIS
+ RAPIDE
+ CLAIR
Approche probabiliste

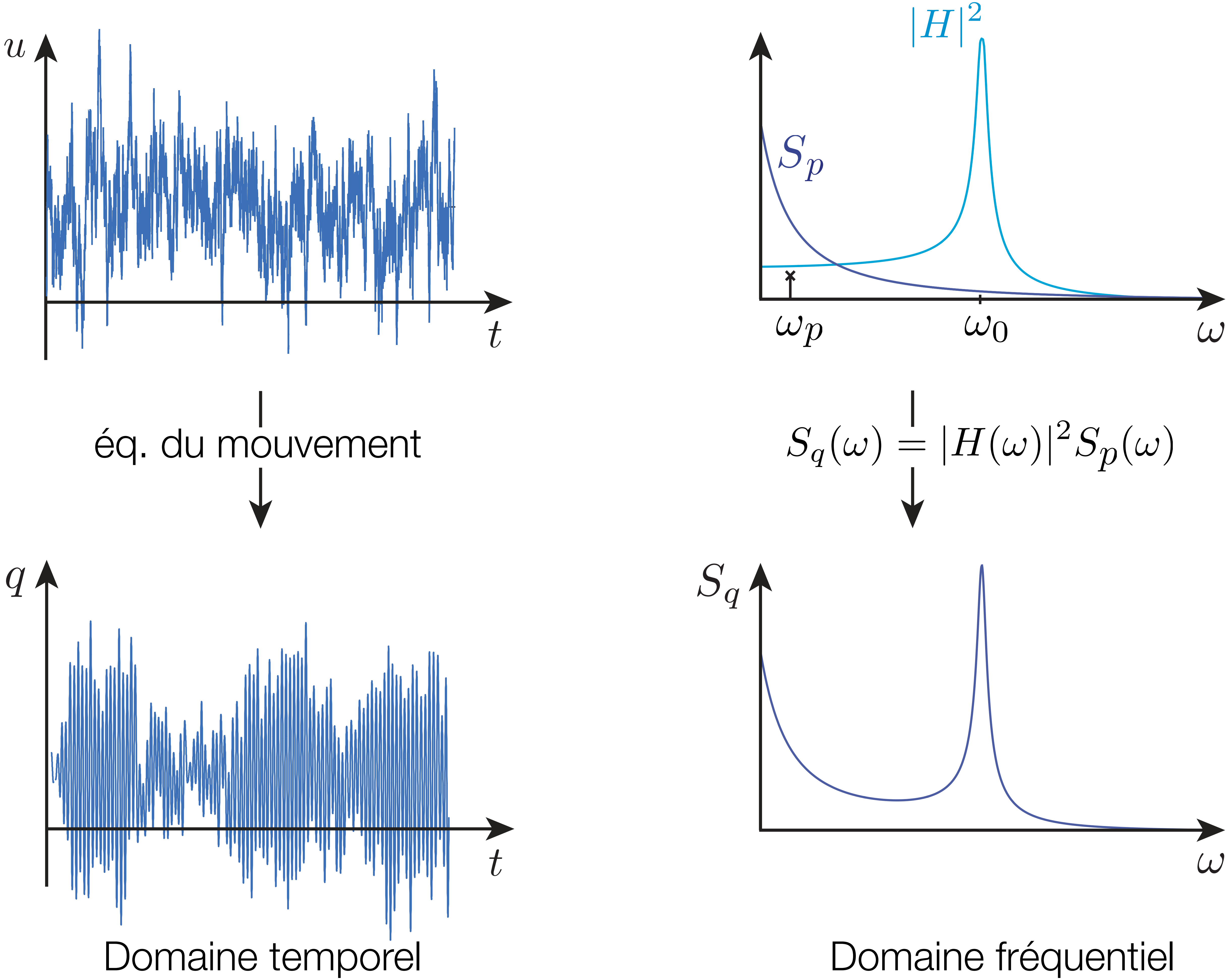

q(t)
p(t)


u
t

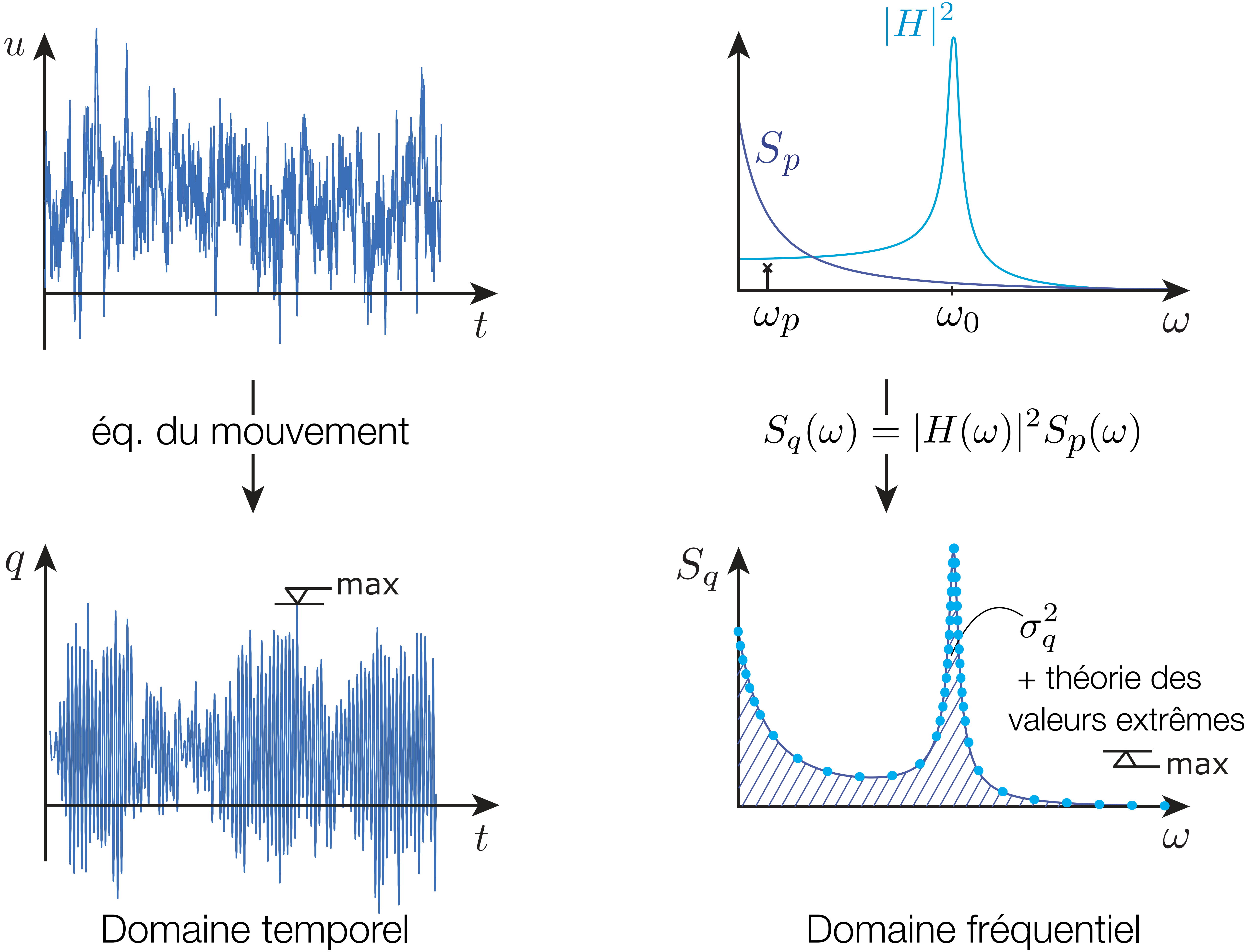

S_p
ω_p
ω



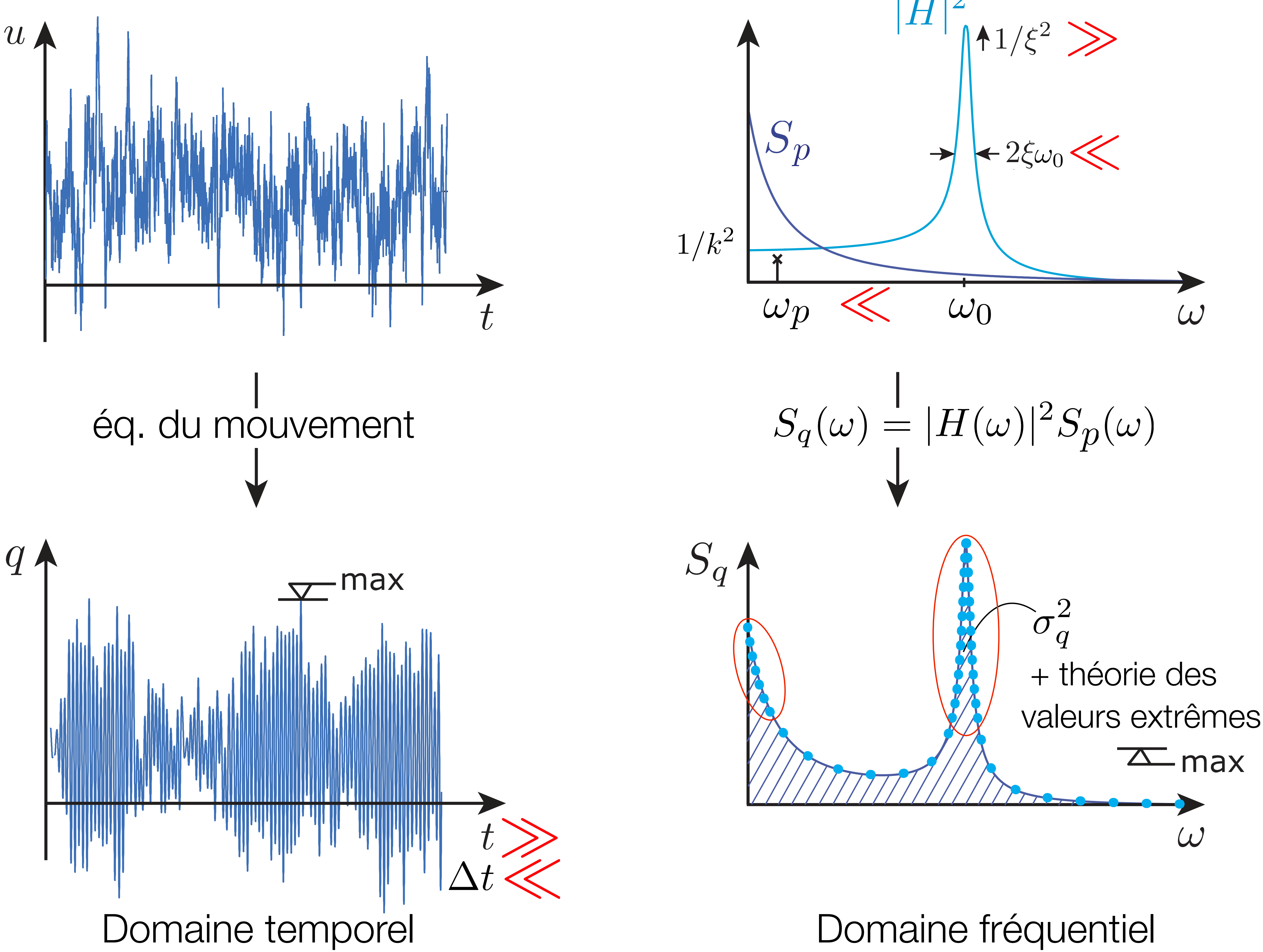
u
t
S_p
ω_p
ω
éq. du mouvement
q
t
Domaine temporel



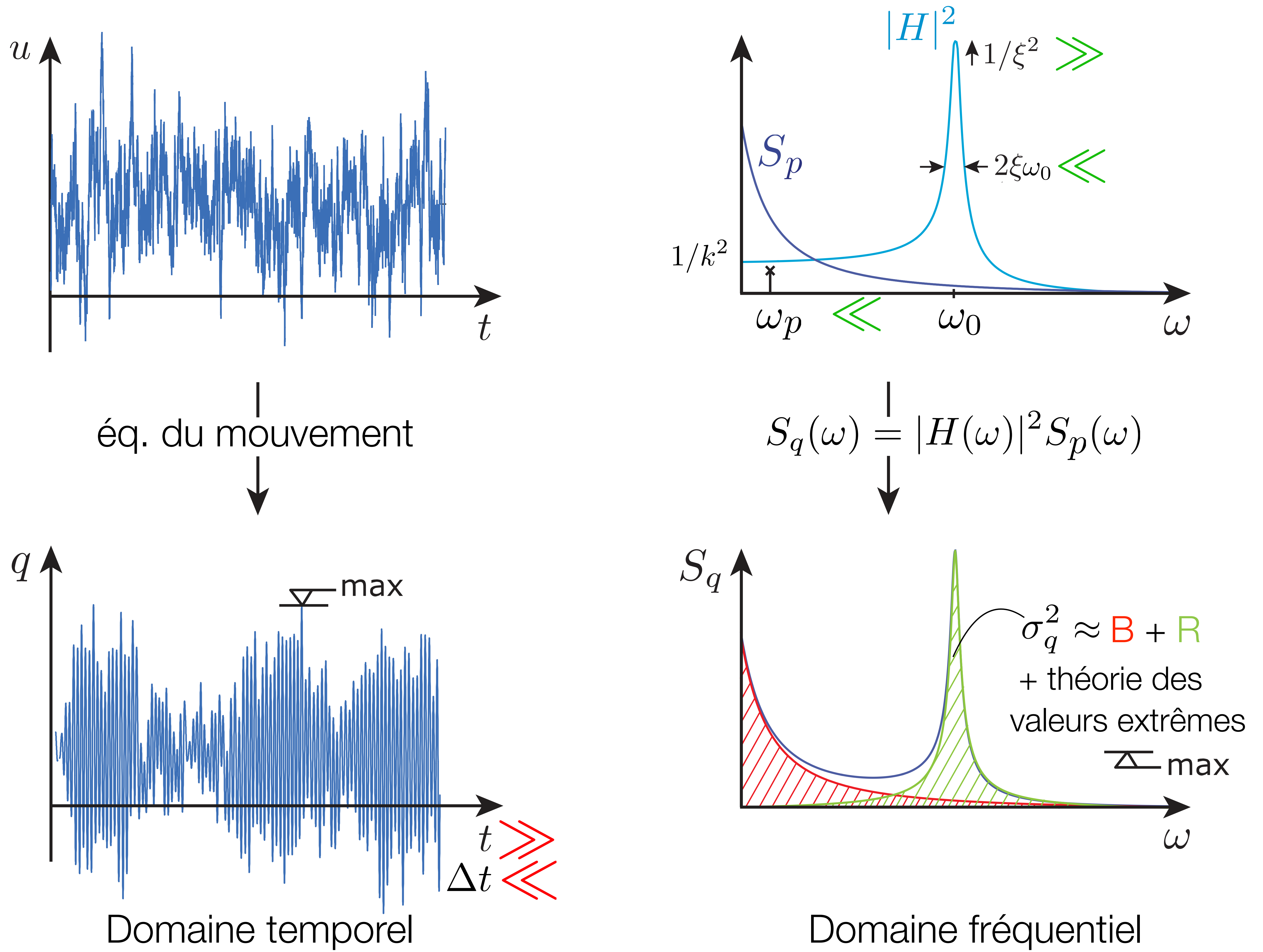
u
t
$|H|^2$
S_p
ω_p
ω_0
ω
éq. du mouvement
$S_q(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega)$
q
t
S_q
ω
Domaine temporel
Domaine fréquentiel



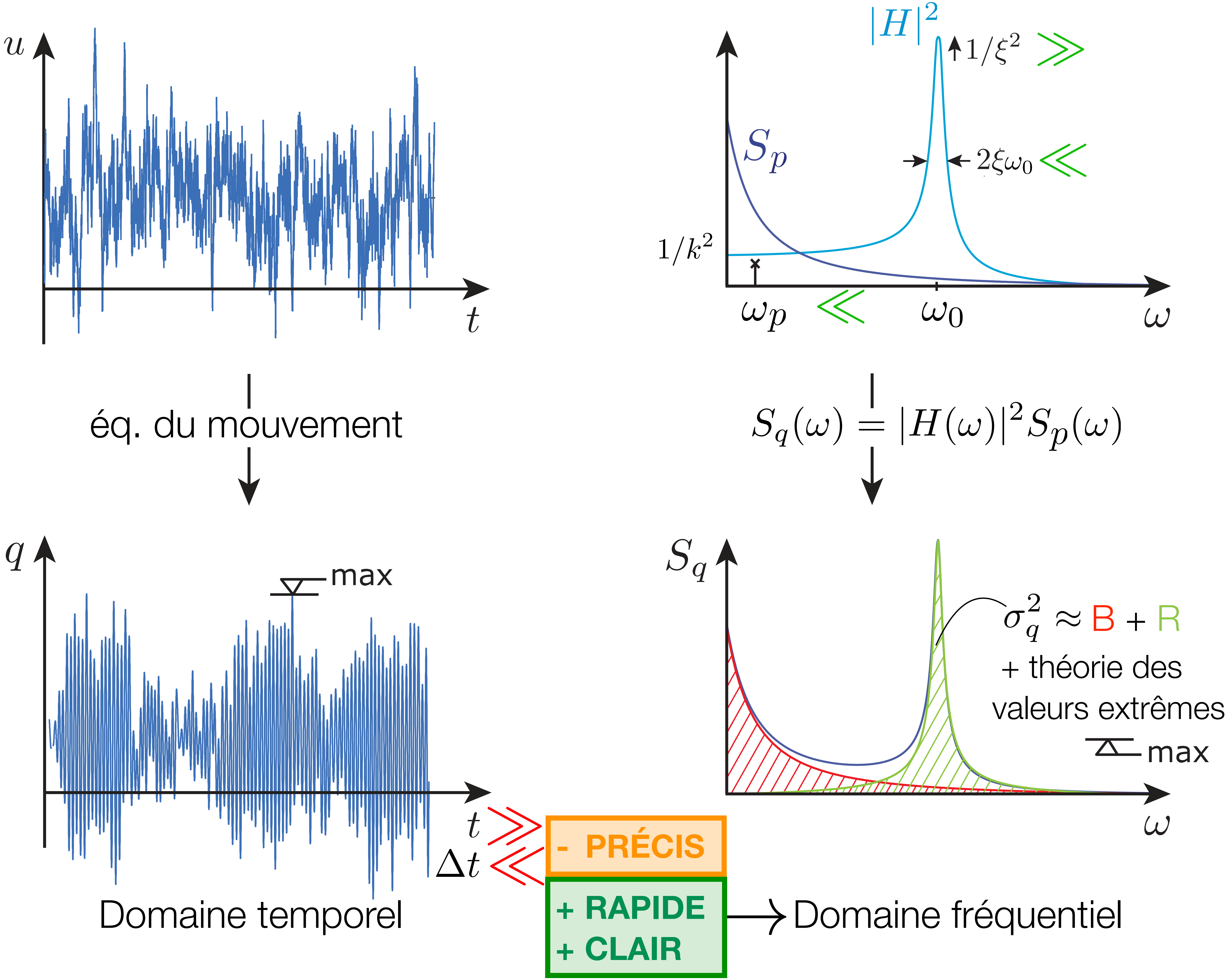
u
t
$|H|^2$
S_p
ω_p
ω_0
ω
éq. du mouvement
$S_q(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega)$
q
max
t
S_q
σ_q^2
+ théorie des
valeurs extrêmes
max
ω
Domaine temporel
Domaine fréquentiel



u
t
éq. du mouvement
q
max
t
Δt
Domaine temporel
|H|²
1/ξ²
S_p
2ξω₀
1/k²
ω_p
ω₀
ω
S_q(ω) = |H(ω)|² S_p(ω)
S_q
σ_q²
+ théorie des
valeurs extrêmes
max
ω
Domaine fréquentiel



u
t
$|H|^2$
$1/\xi^2$
S_p
$2\xi\omega_0$
$1/k^2$
ω_p
ω_0
ω
éq. du mouvement
$S_q(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega)$
q
max
S_q
$\sigma_q^2 \approx$ B + R
+ théorie des
valeurs extrêmes
max
t
Δt
ω
Domaine temporel
Domaine fréquentiel


u
t
$|H|^2$
$1/\xi^2$
S_p
$2\xi\omega_0$
$1/k^2$
ω_p
ω_0
ω
éq. du mouvement
$S_q(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega)$
q
max
t
Δt
S_q
$\sigma_q^2 \approx$ B + R
+ théorie des valeurs extrêmes
max
ω
- PRÉCIS
+ RAPIDE
+ CLAIR
Domaine temporel
Domaine fréquentiel

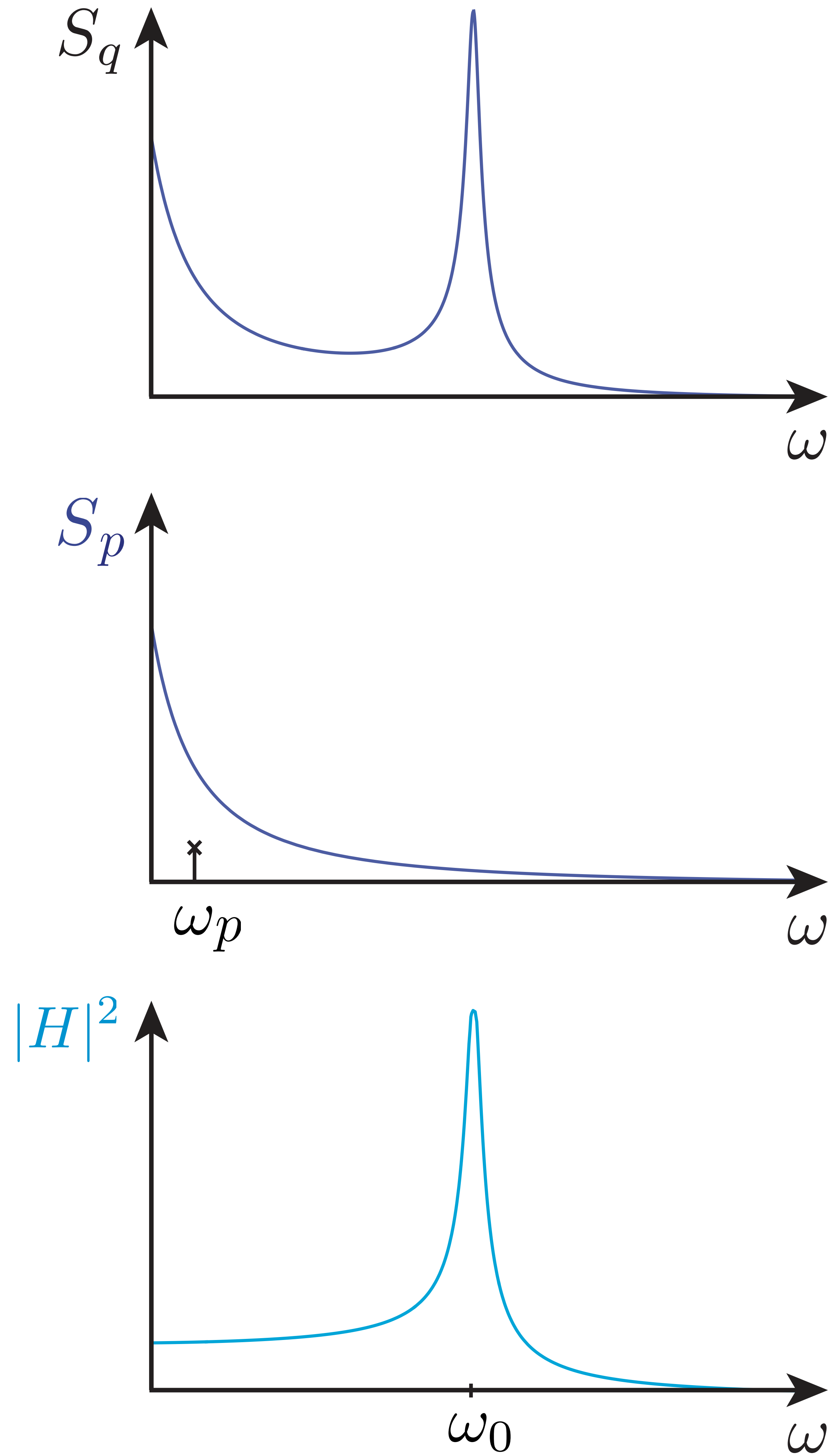
Méthode par perturbation pour les intégrales

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

BACKGROUND

RESONANTE

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu



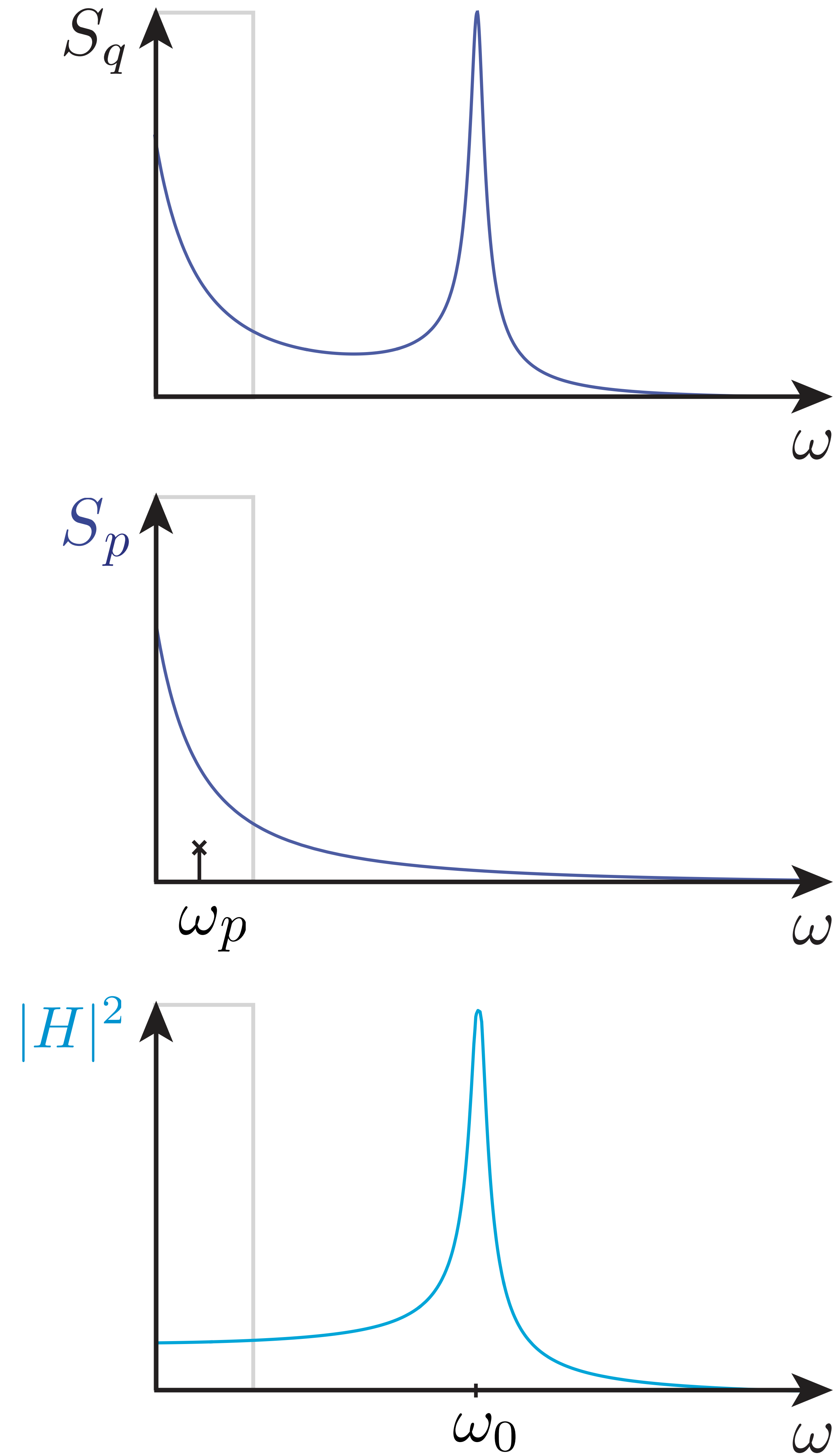
Méthode par perturbation pour les intégrales

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

BACKGROUND

RESONANTE

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu



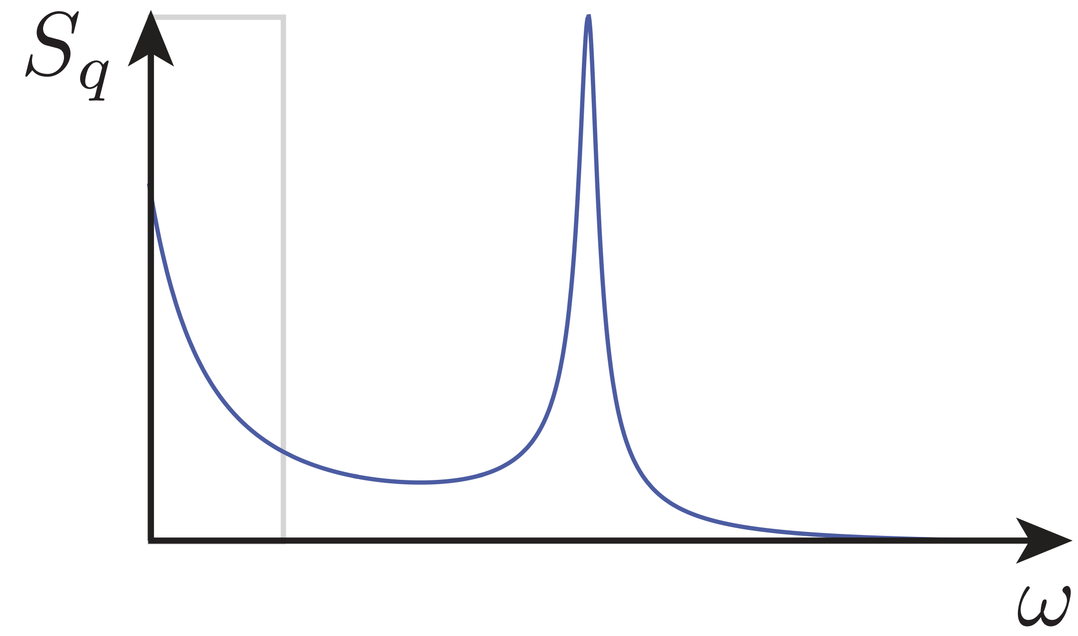
Méthode par perturbation pour les intégrales

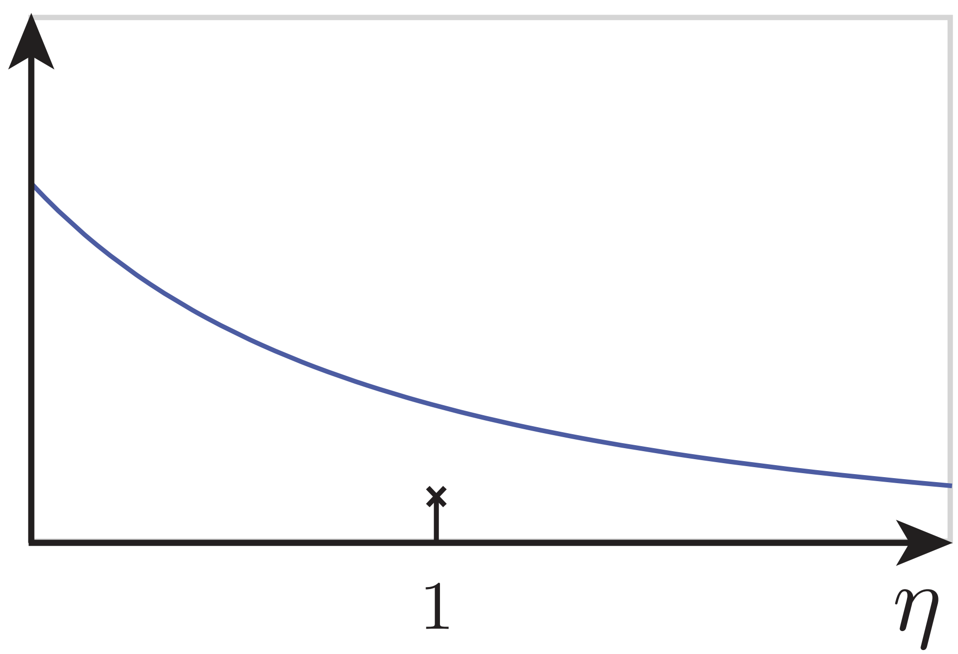
$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

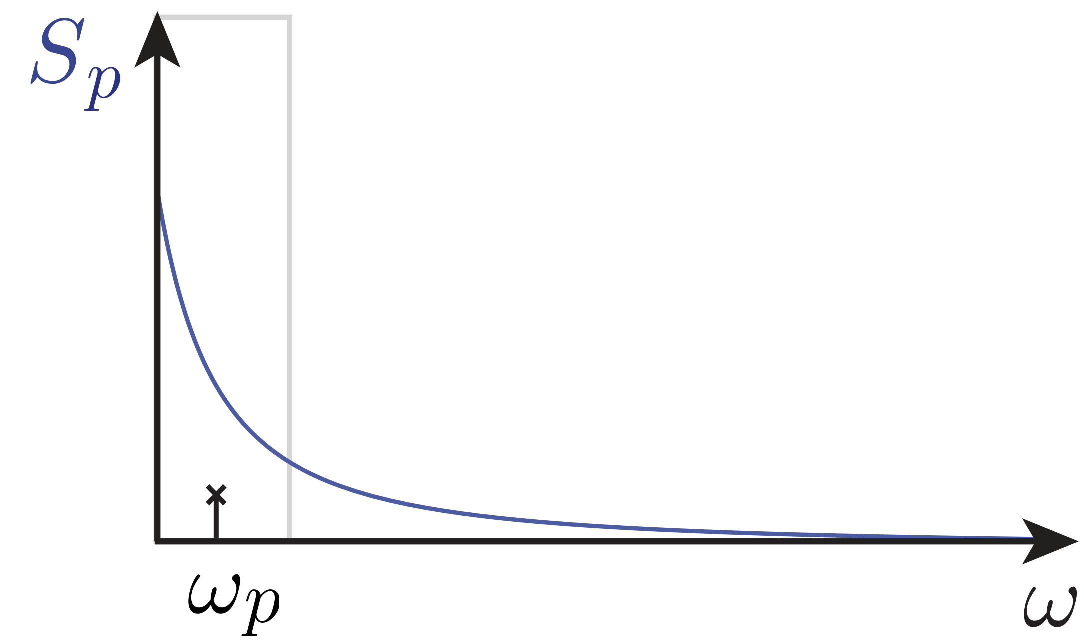
1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

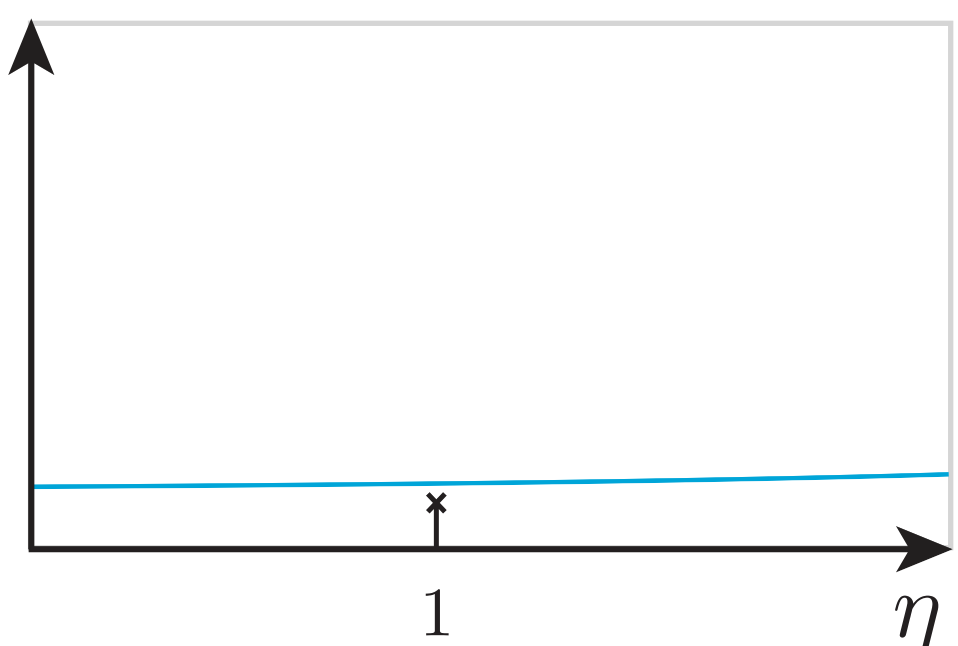
BACKGROUND

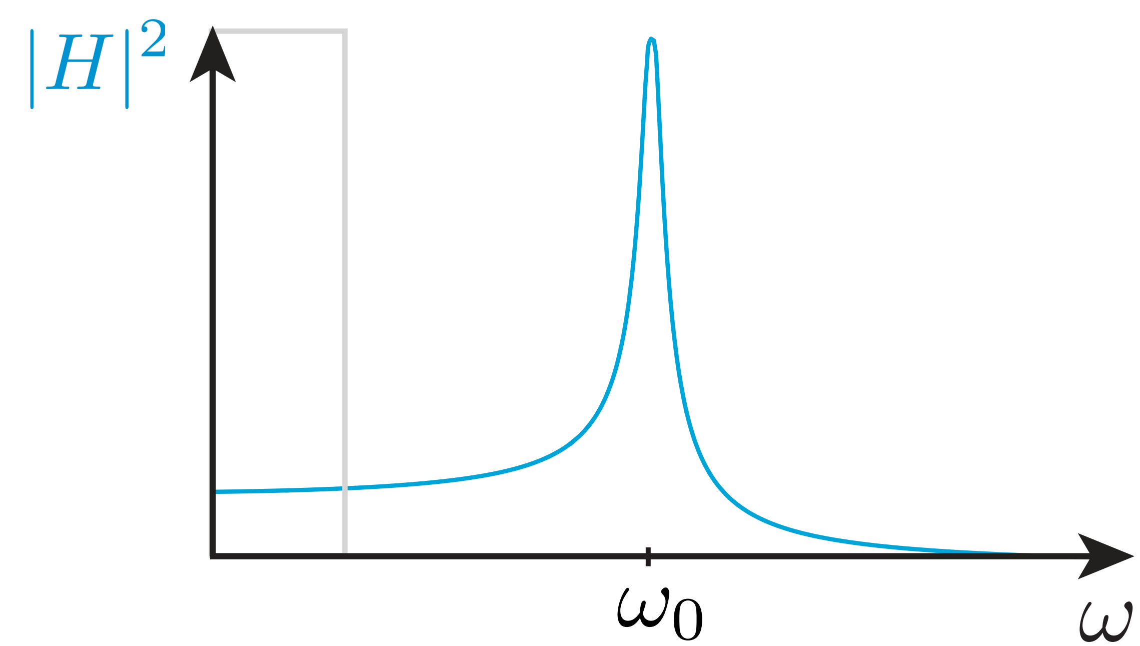
RESONANTE











Méthode par perturbation pour les intégrales

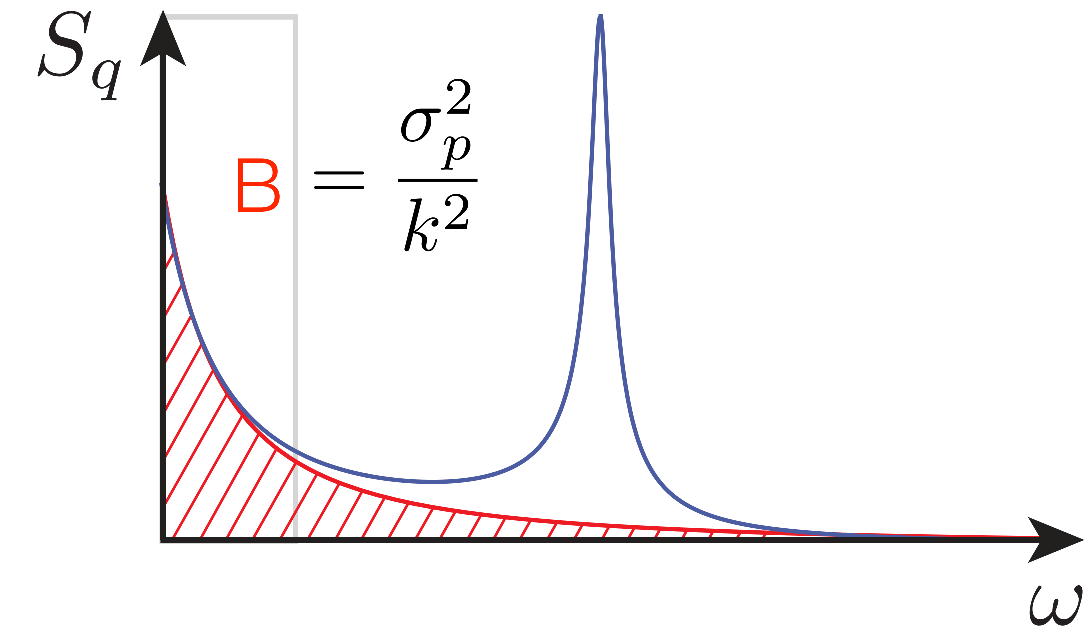
$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

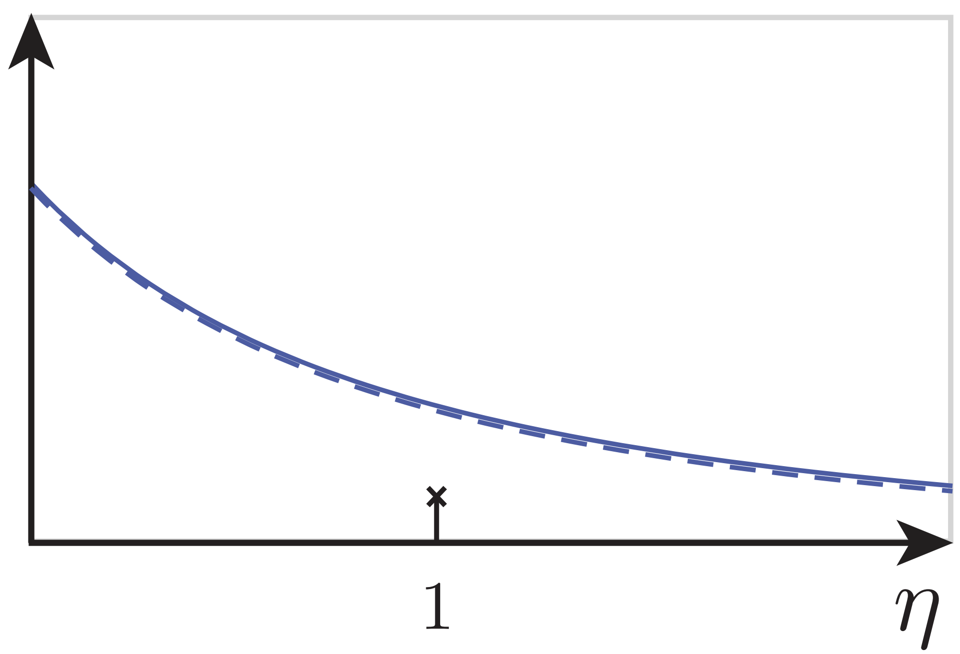
1. Repère la contribution principale

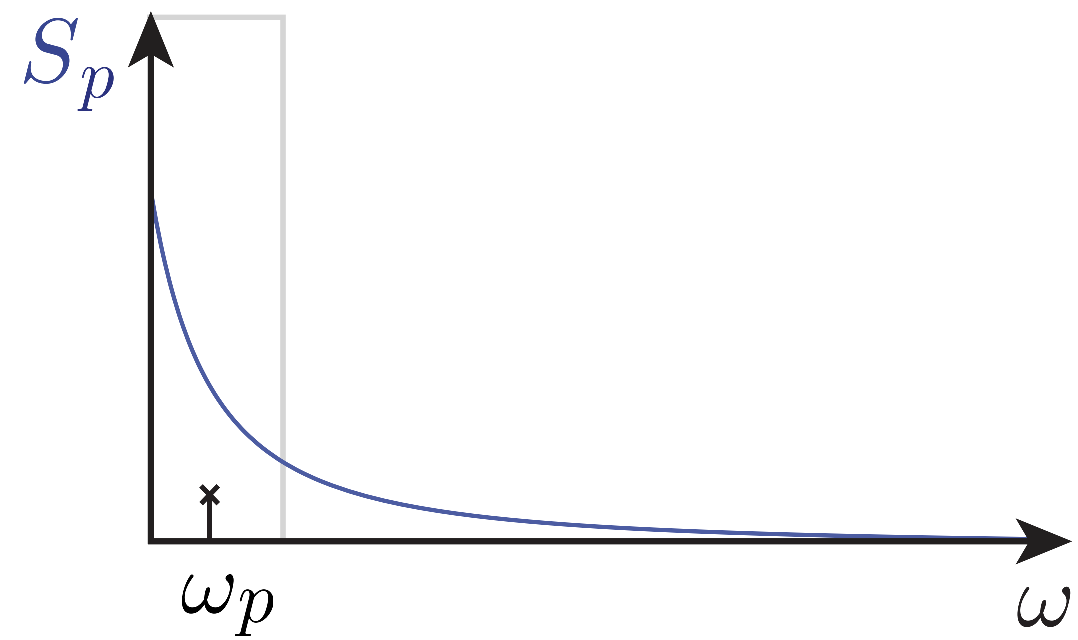
BACKGROUND

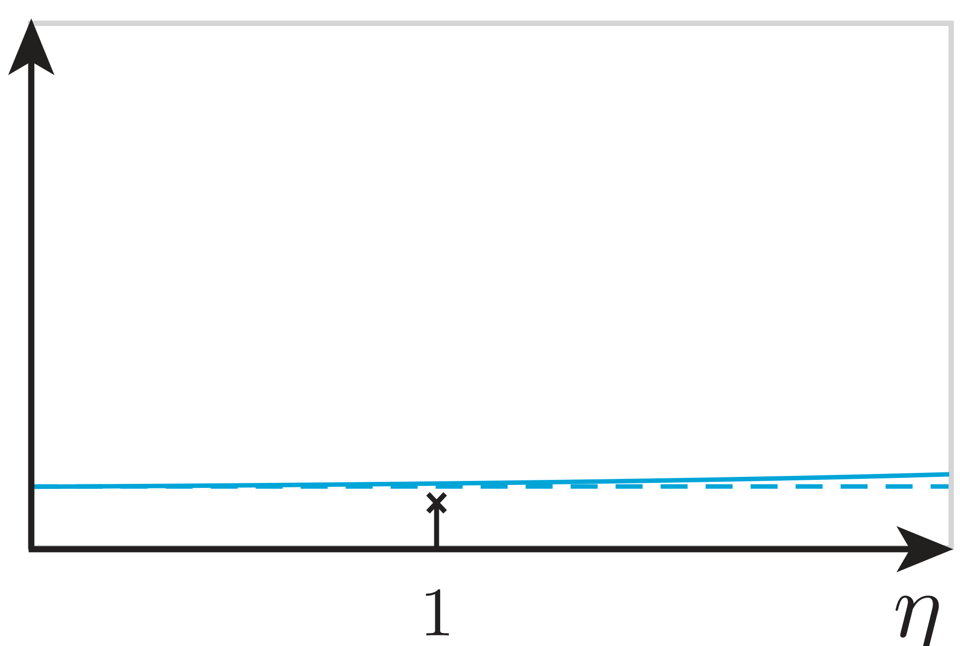
RESONANTE

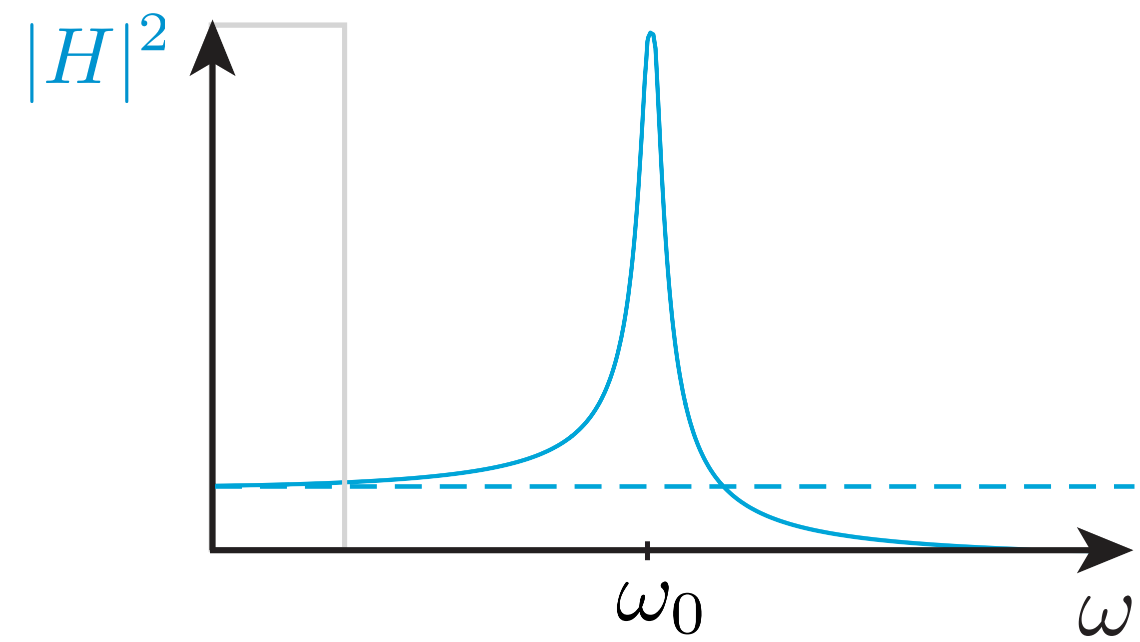
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu







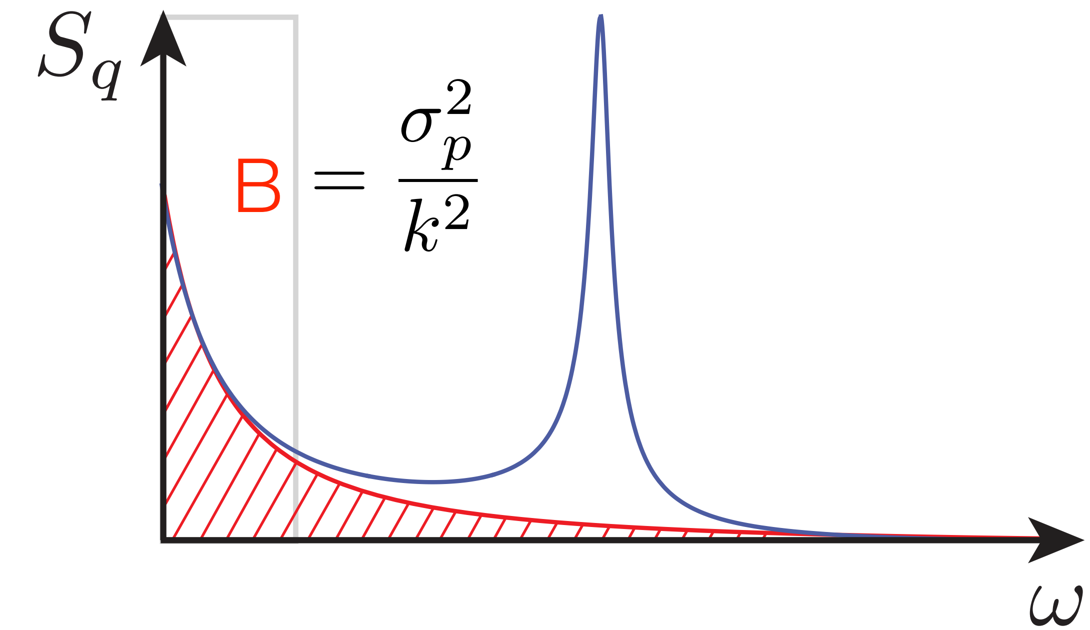


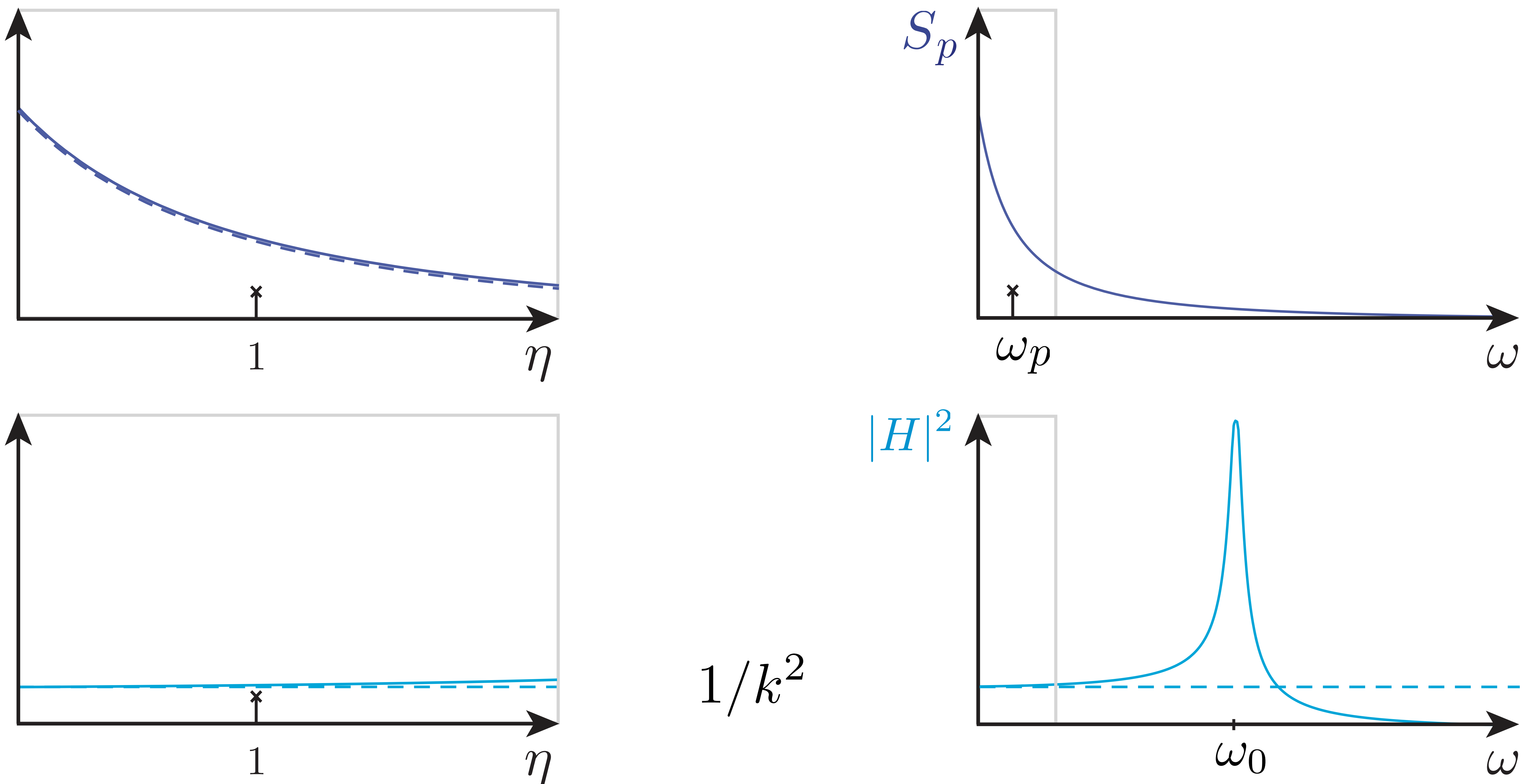


Méthode par perturbation pour les intégrales

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale — BACKGROUND / RESONANTE
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu





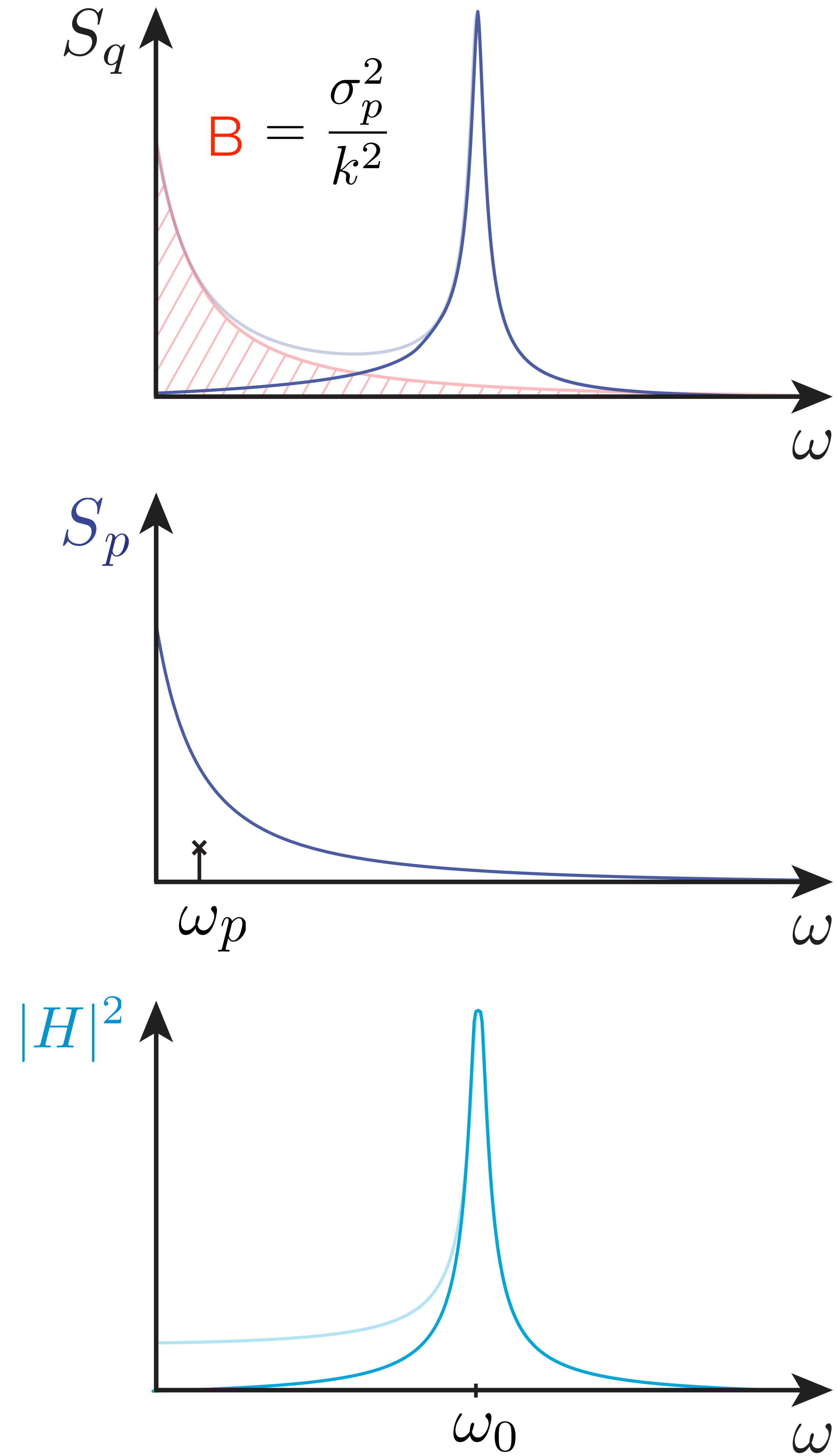
Méthode par perturbation pour les intégrales

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

BACKGROUND

RESONANTE

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

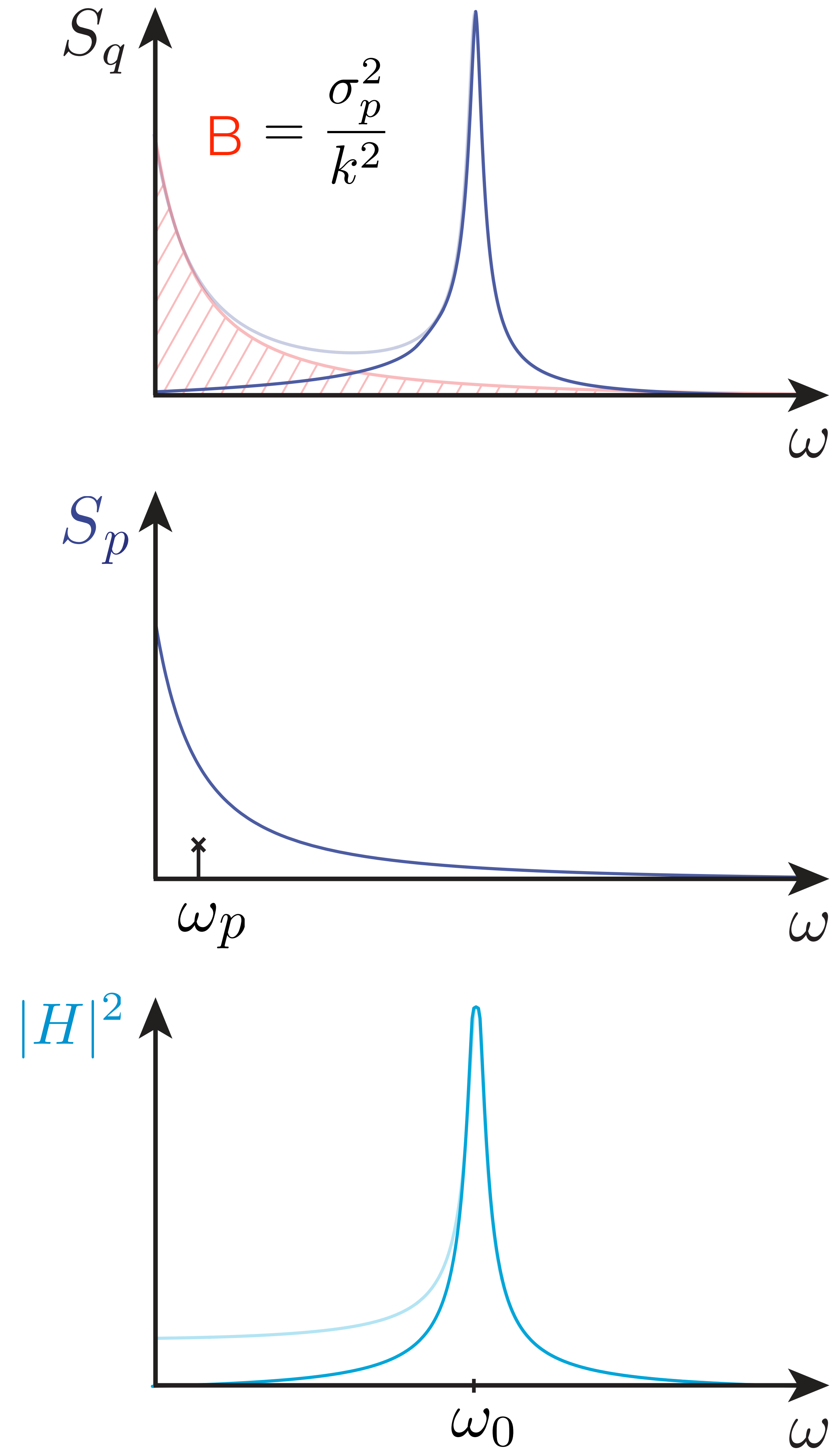


Méthode par perturbation pour les intégrales

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

BACKGROUND

1. Repère la contribution principale RESONANTE
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu



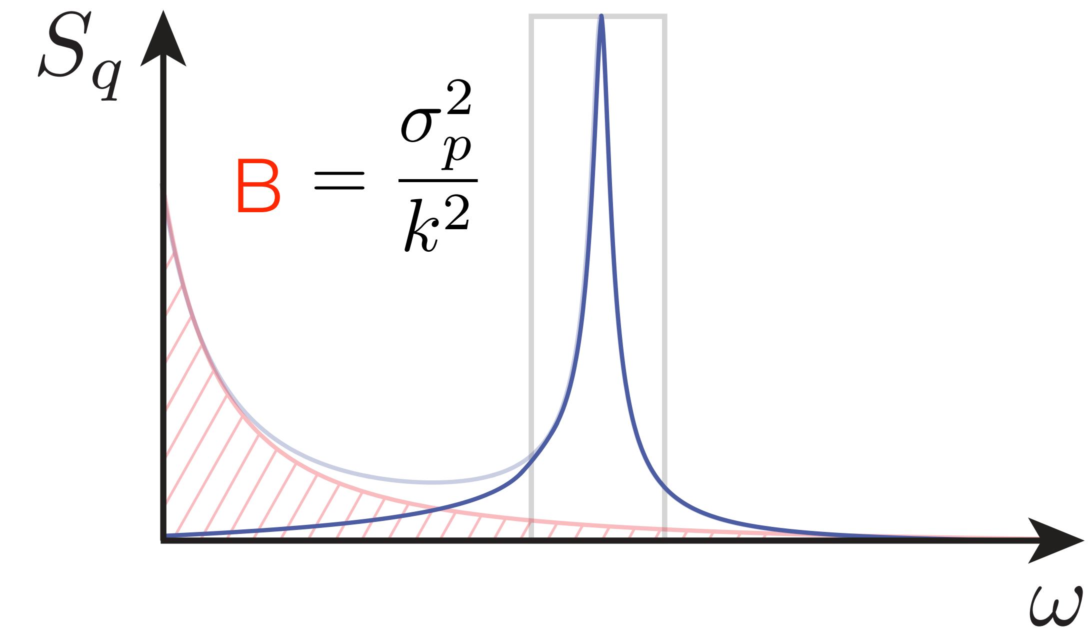
Méthode par perturbation pour les intégrales

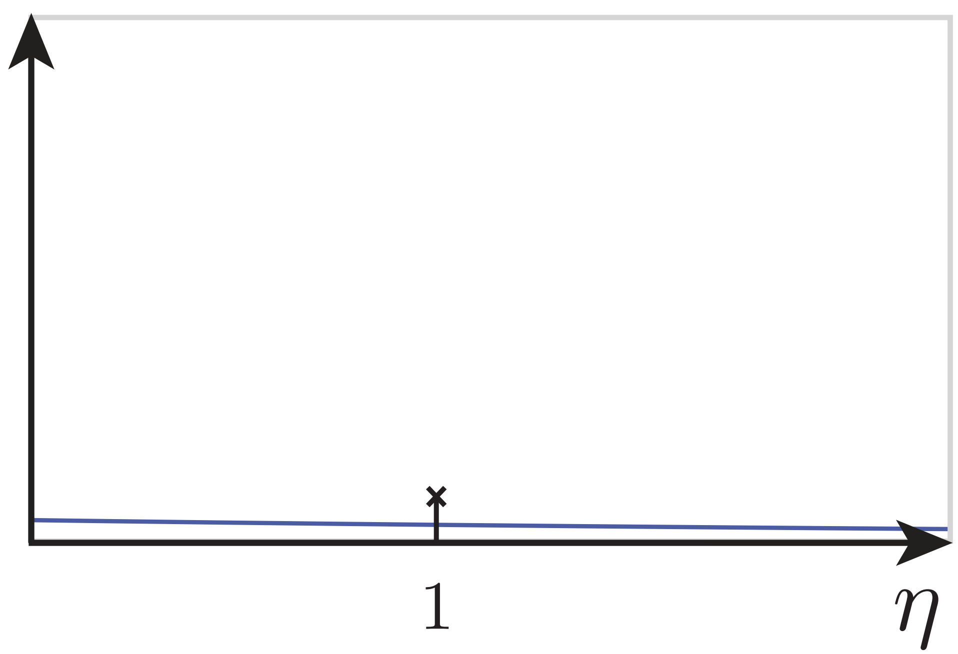
$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

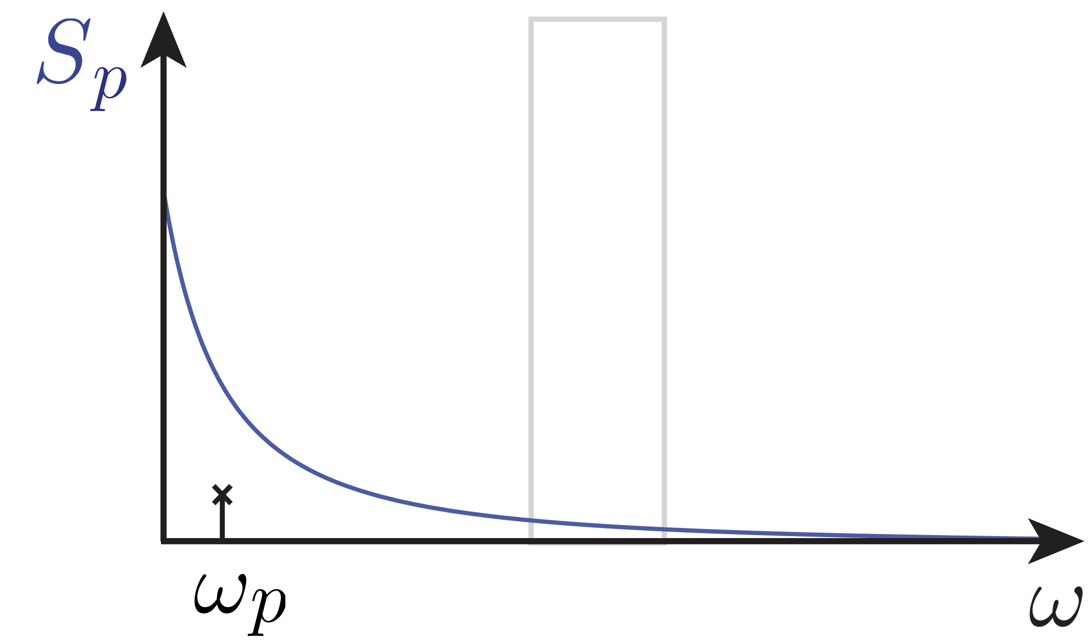
BACKGROUND

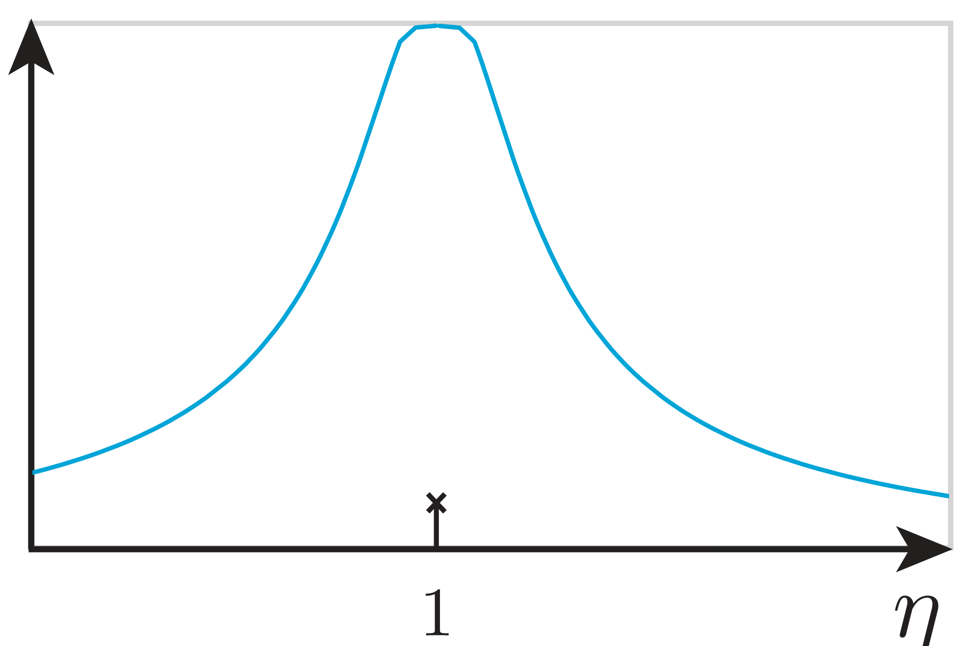
RESONANTE

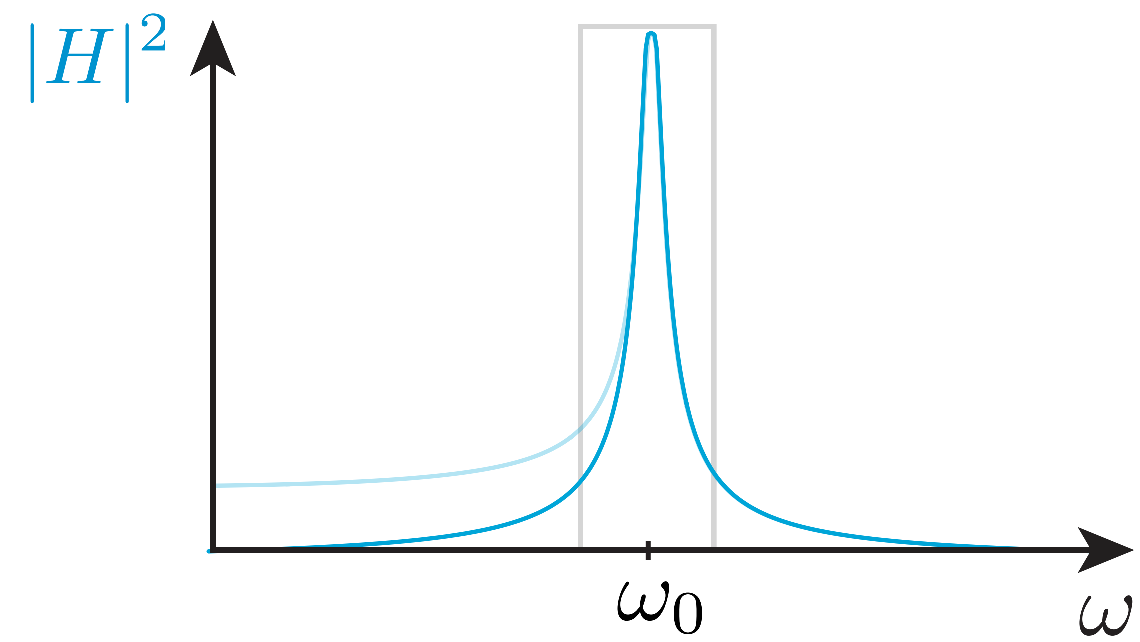
1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu











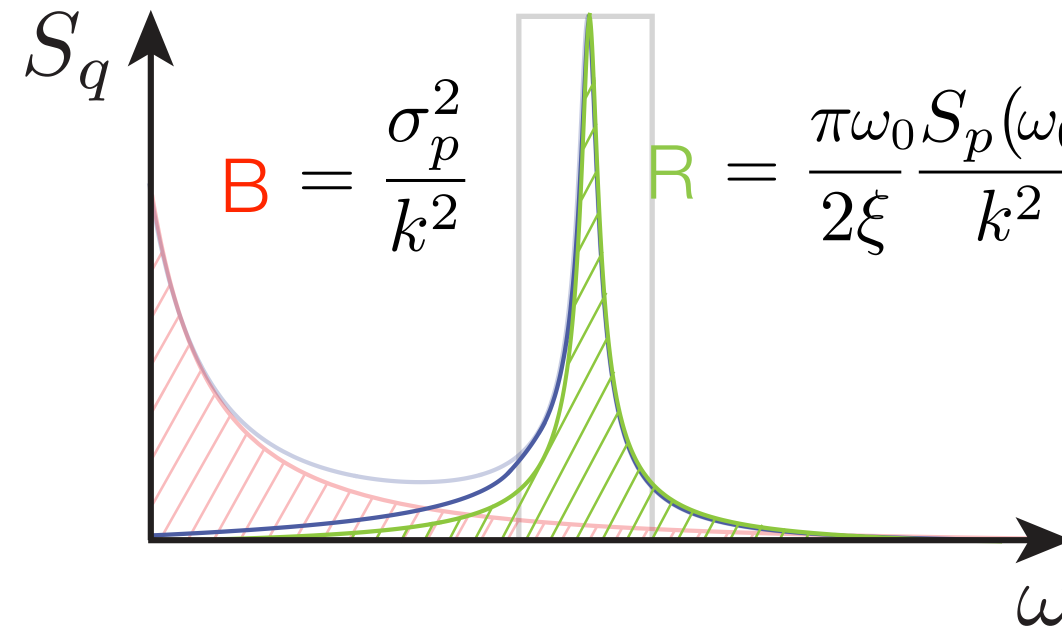
Méthode par perturbation pour les intégrales

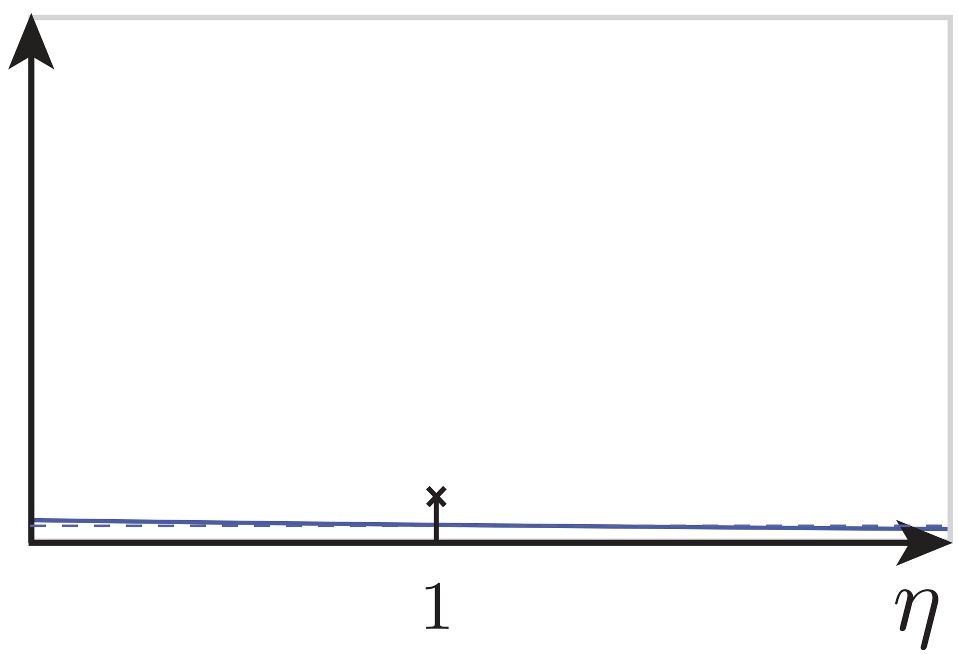
$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

BACKGROUND

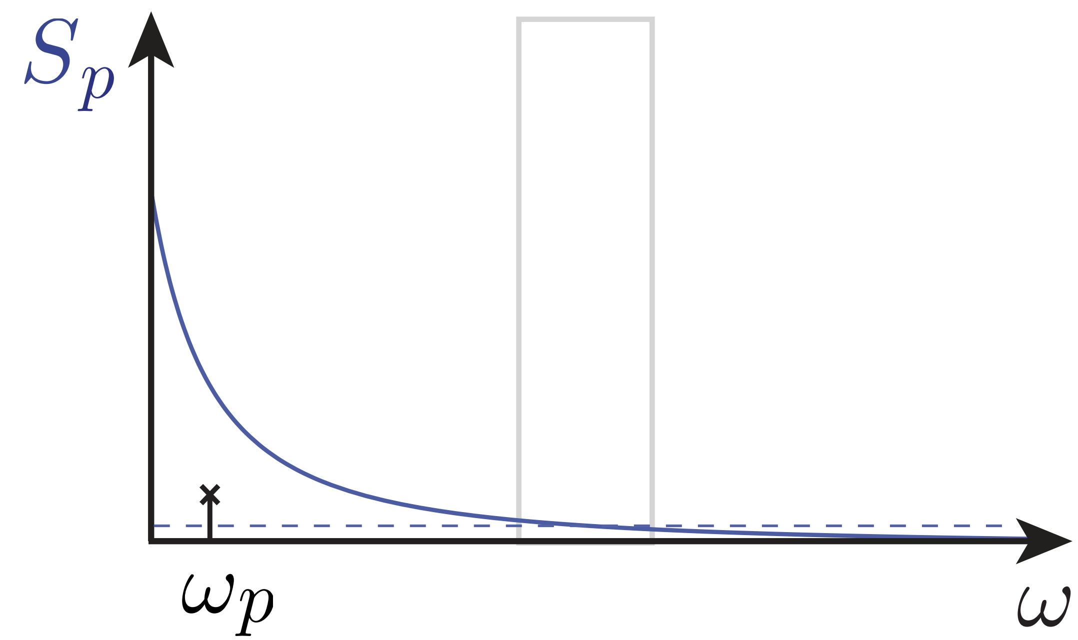
RESONANTE

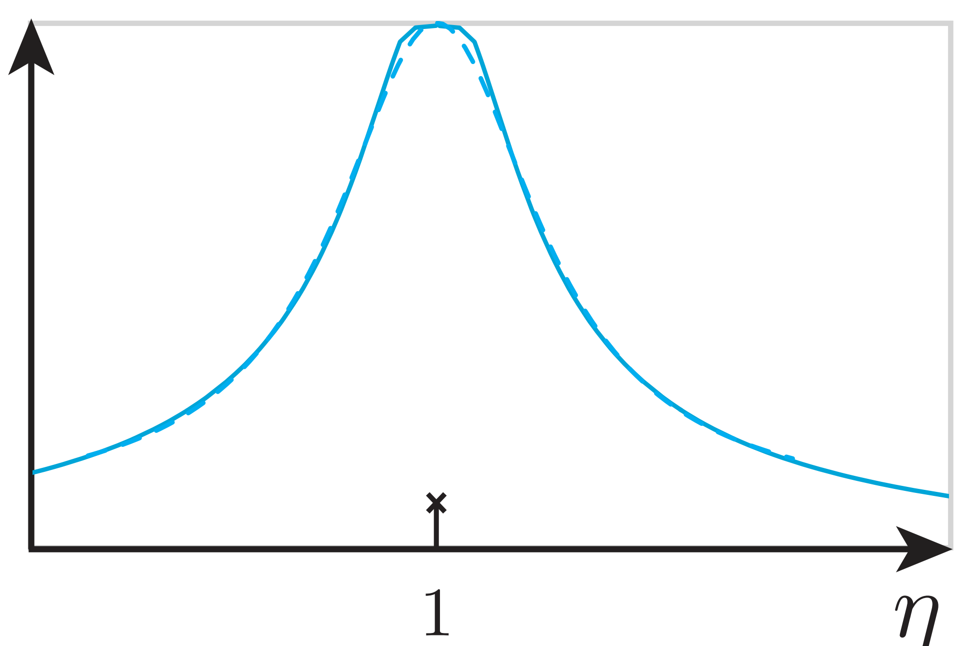
1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu



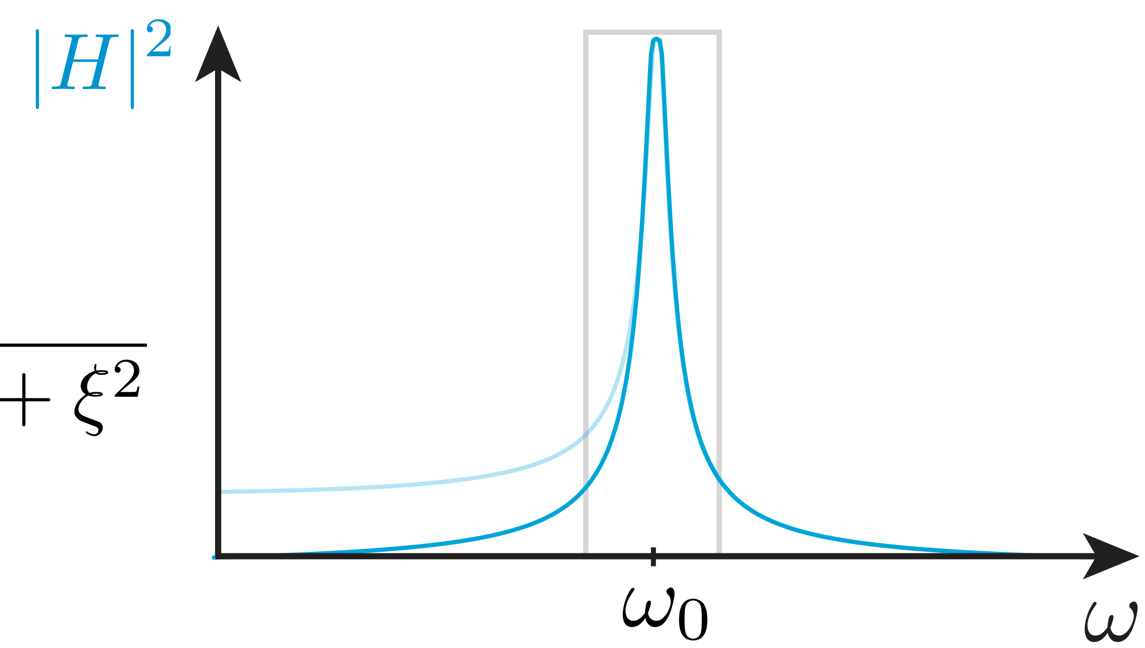


$$S_p(\omega = \omega_0)$$





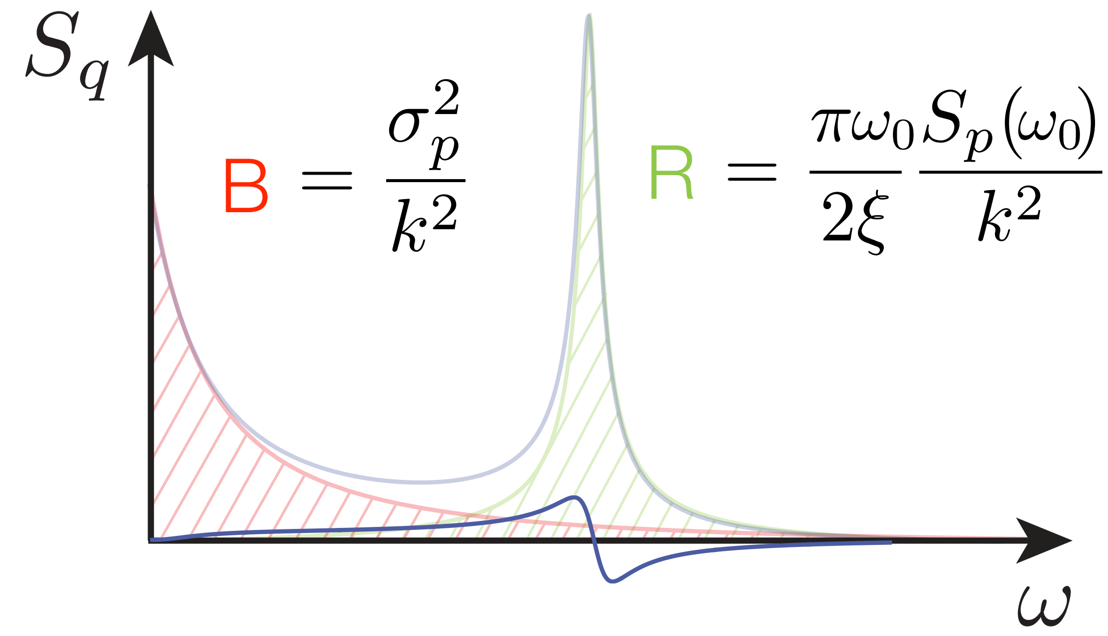
$$\frac{1}{(\omega/\omega_0 - 1)^2 + \xi^2}$$



Méthode par perturbation pour les intégrales

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale BACKGROUND RESONANTE
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

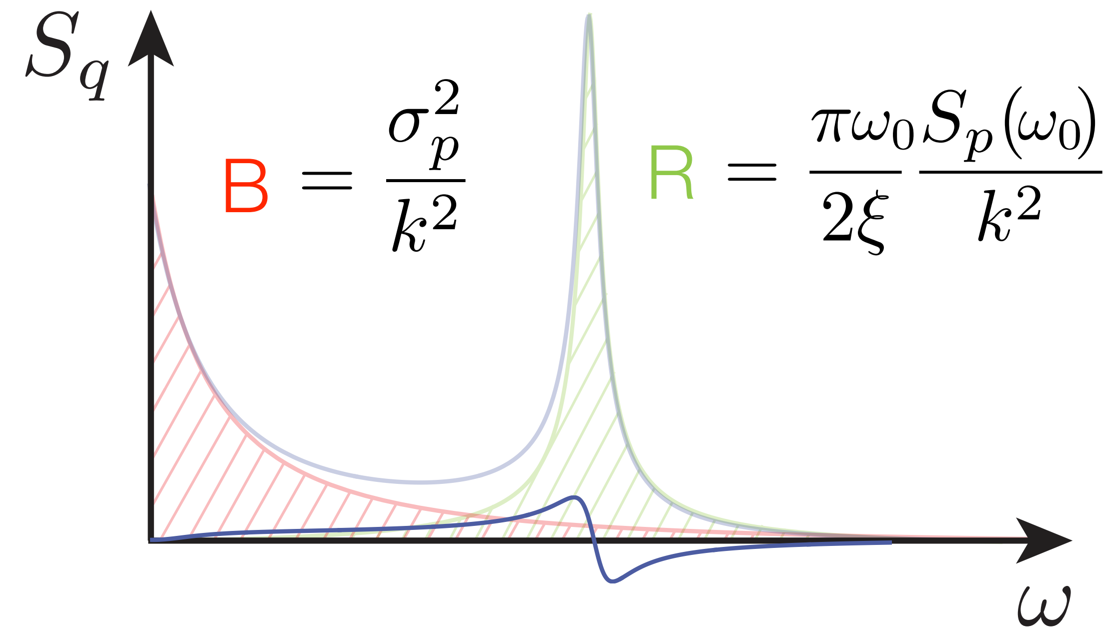


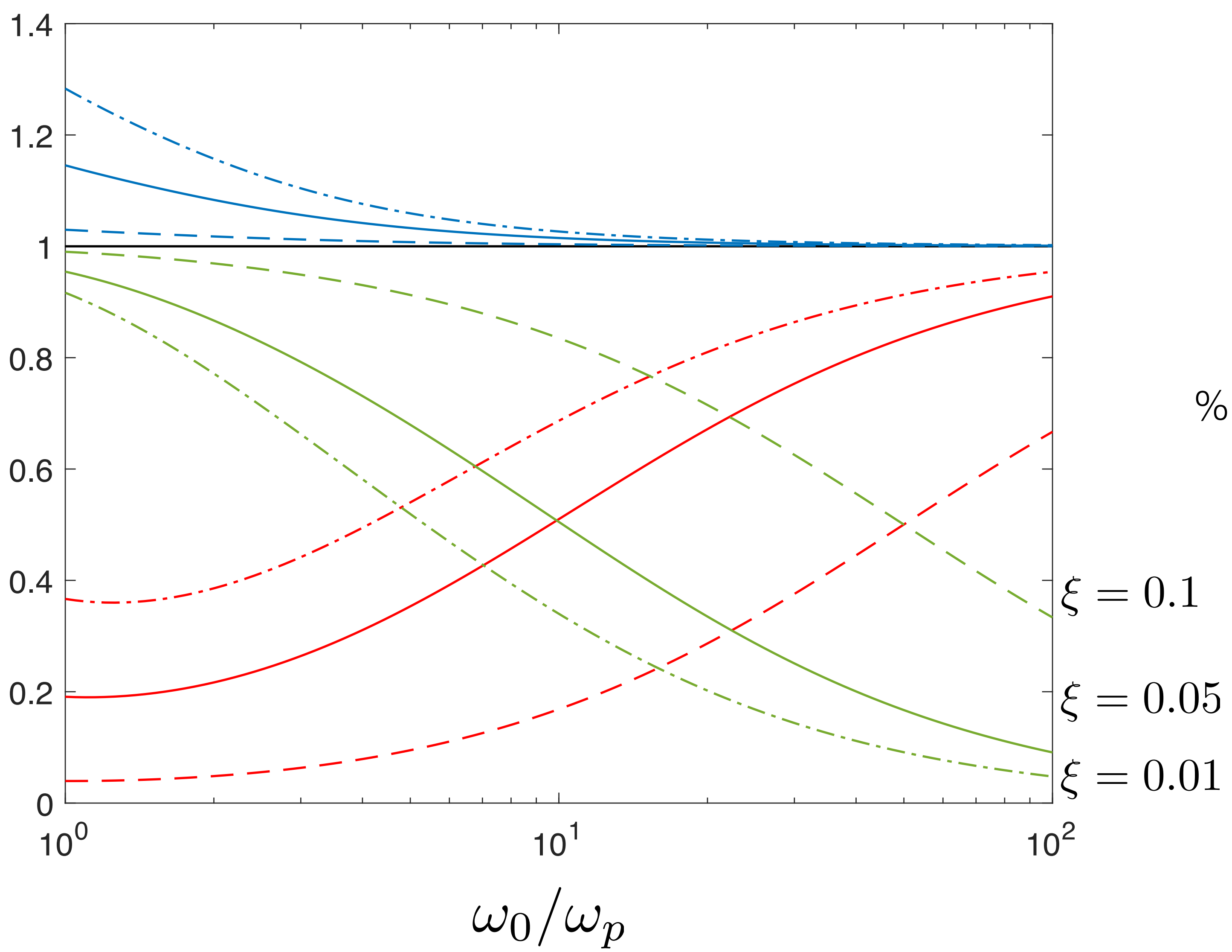
Méthode par perturbation pour les intégrales

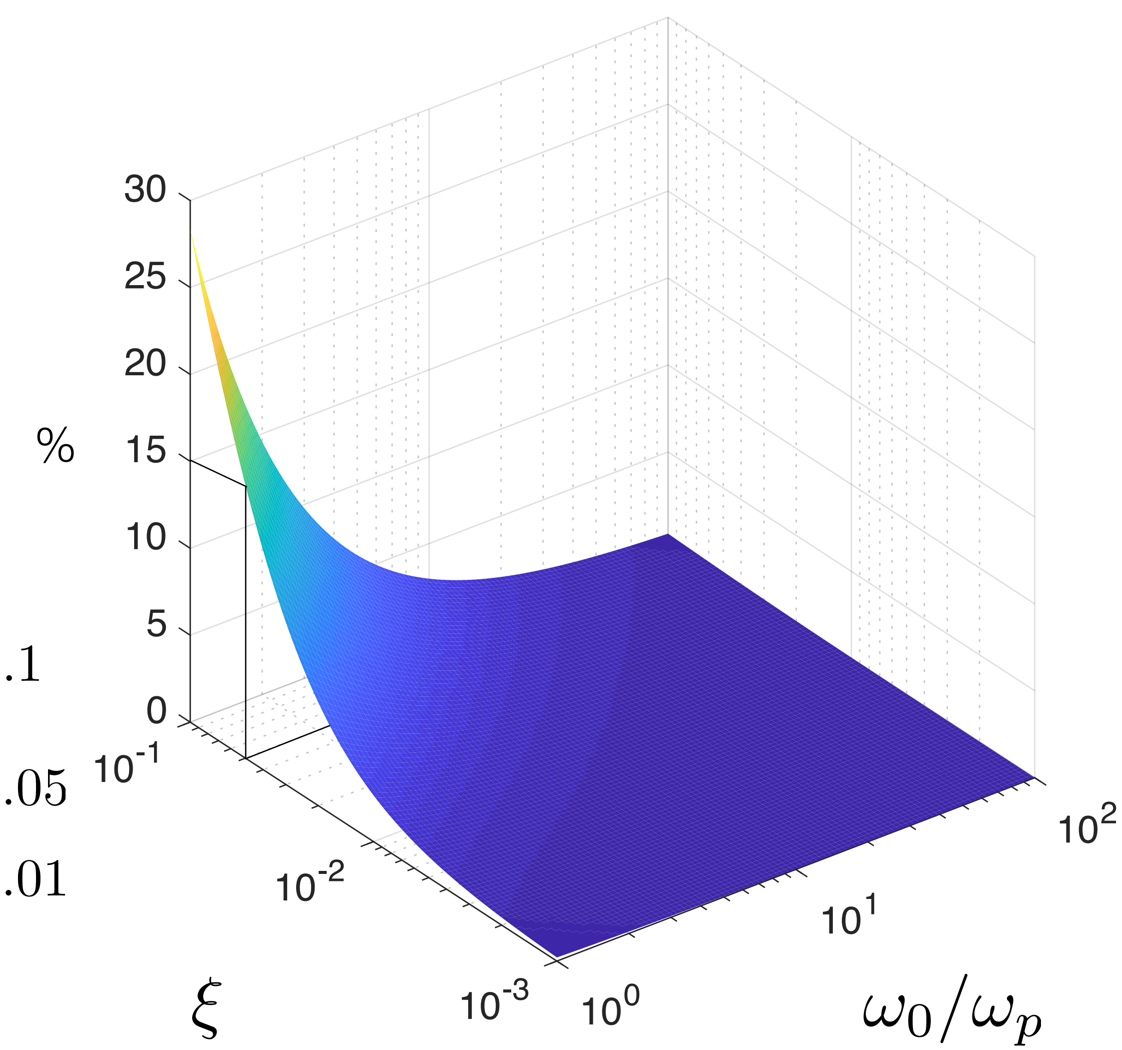
$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale BACKGROUND RESONANTE
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

Néglige la contribution suivante, ou continue encore...

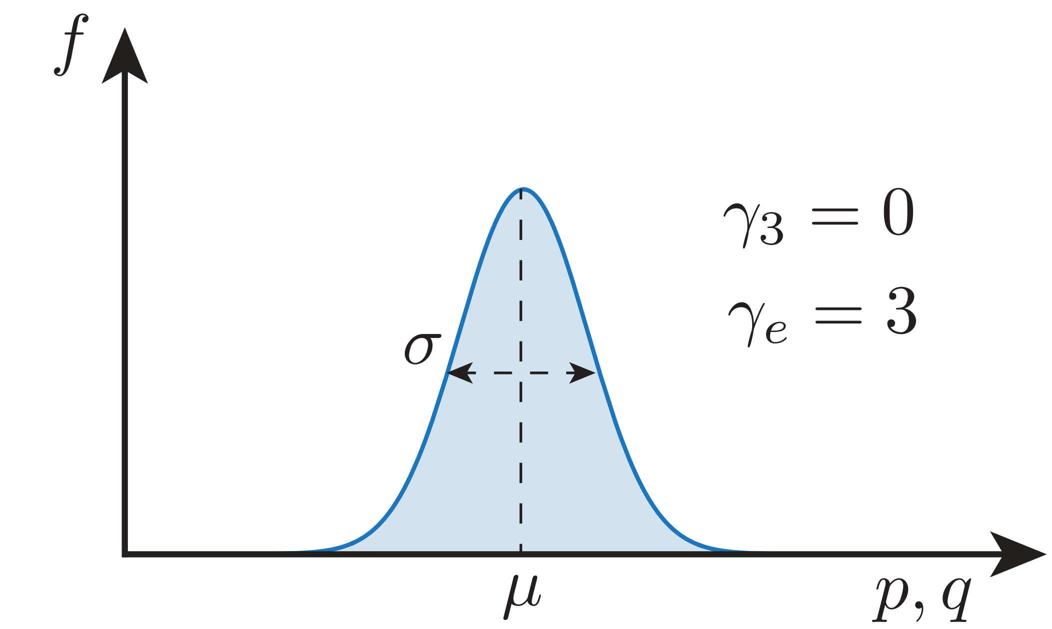




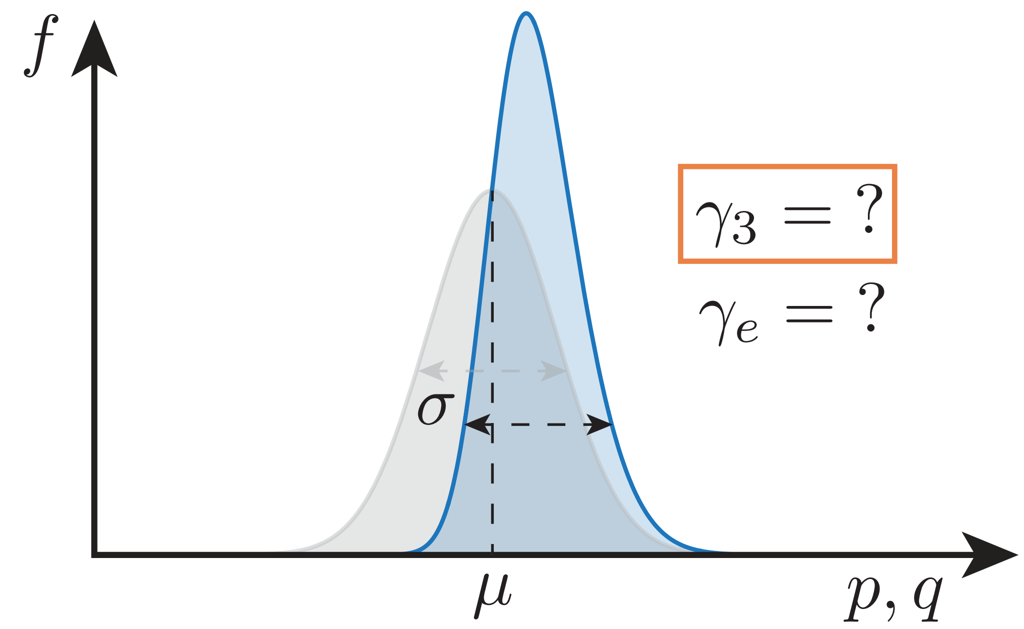


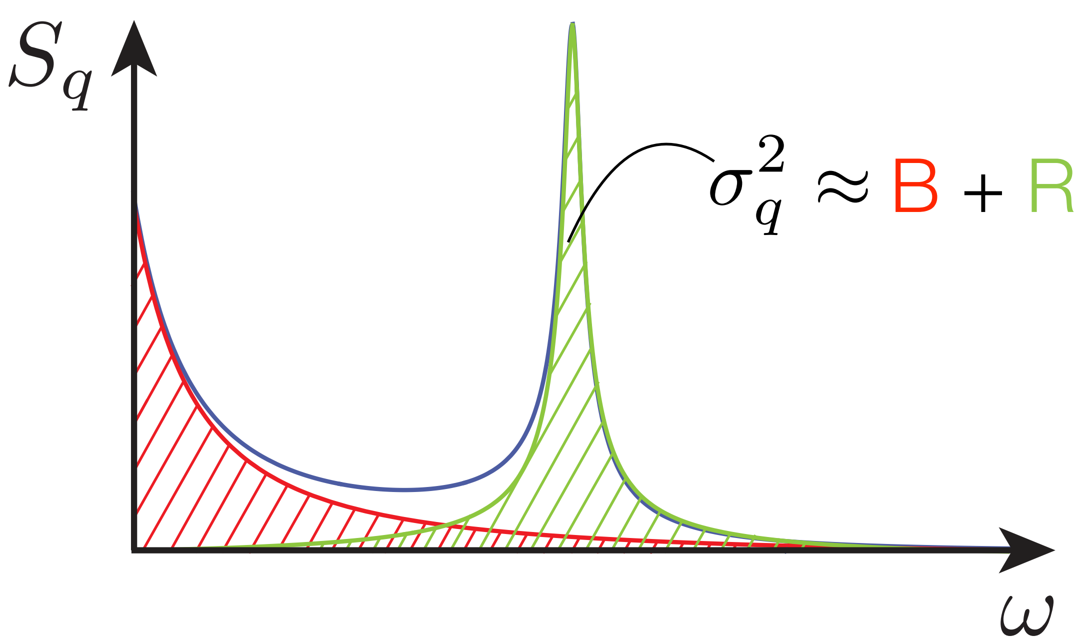
Généralisation aux ordres supérieurs, une nécessité ?

processus gaussien



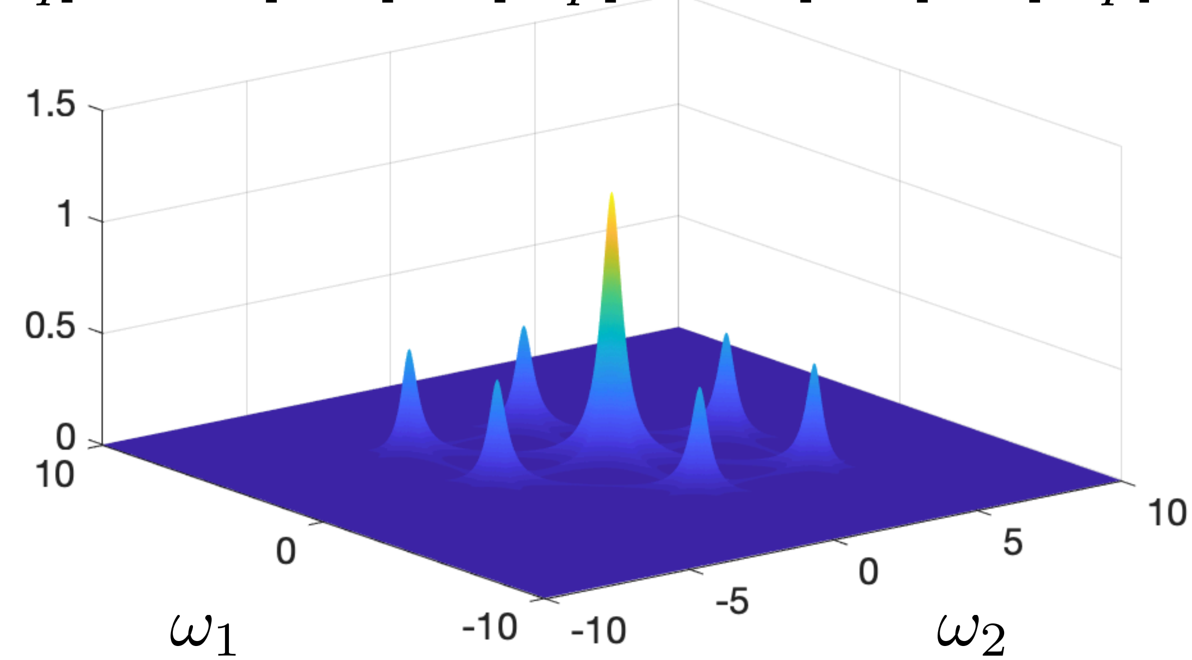
processus non-gaussien





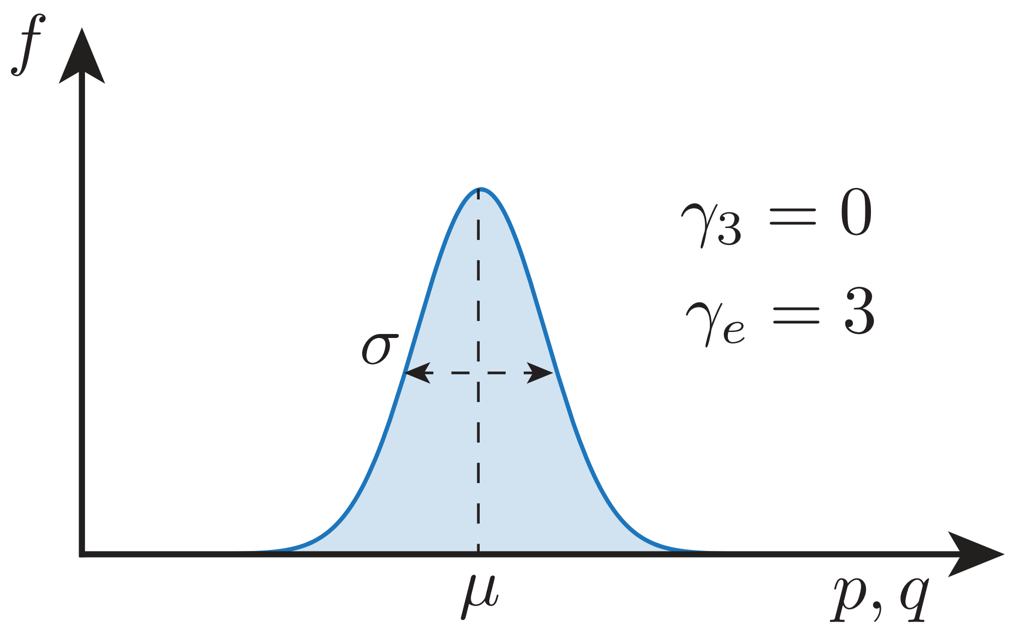
$$B_q(\omega_1, \omega_2) = K_3(\omega_1, \omega_2) B_p(\omega_1, \omega_2)$$

$$\Re\left[B_q\right] = \Re\left[K_3\right]\Re\left[B_p\right] - \Im\left[K_3\right]\Im\left[B_p\right]$$

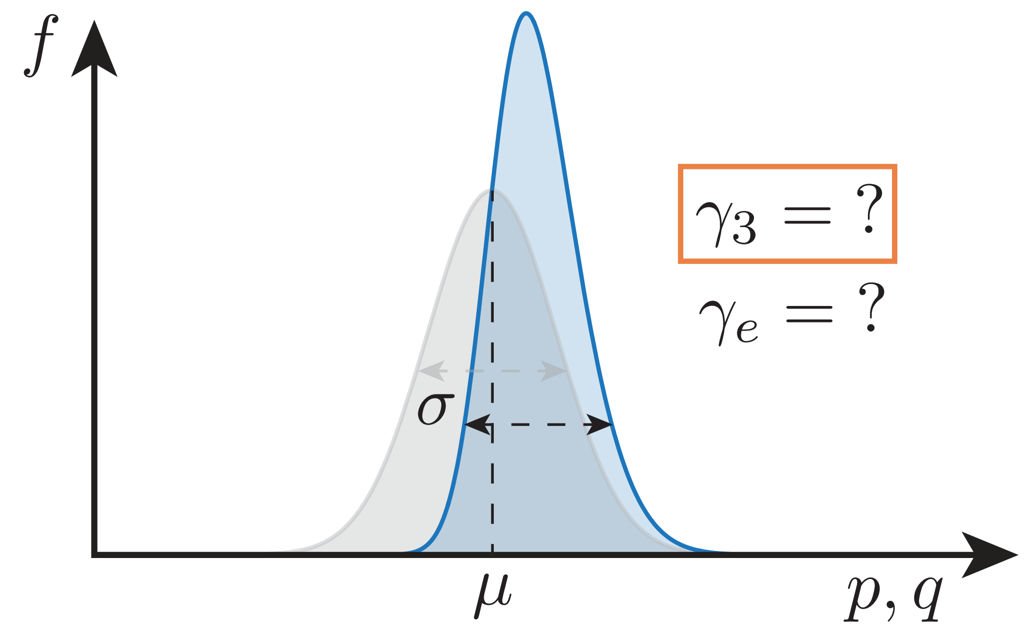


Généralisation aux ordres supérieurs, une nécessité ?

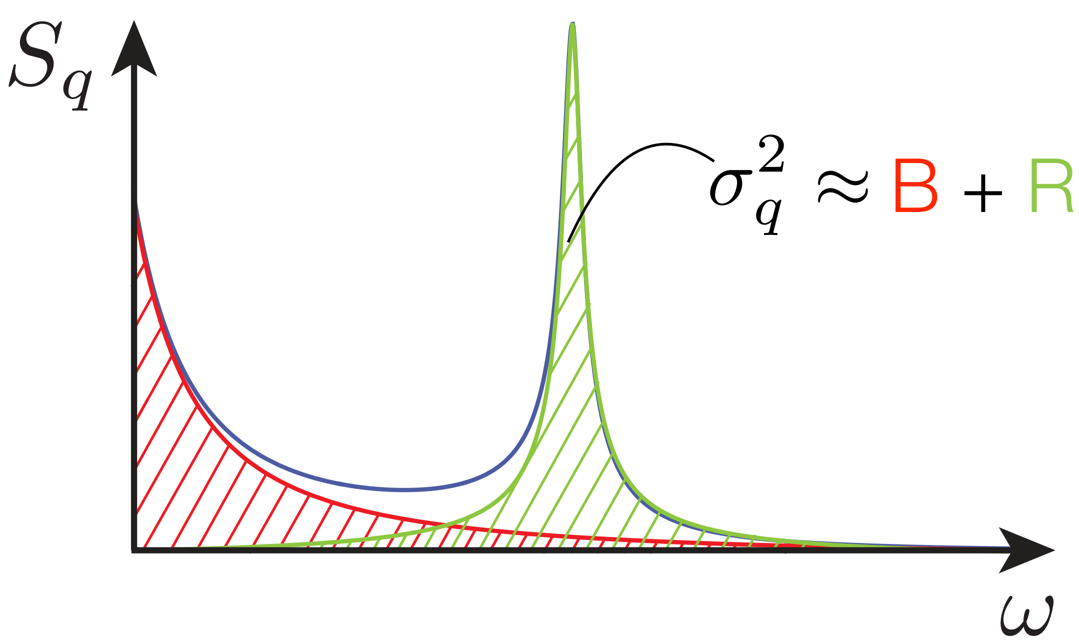
processus gaussien



processus non-gaussien

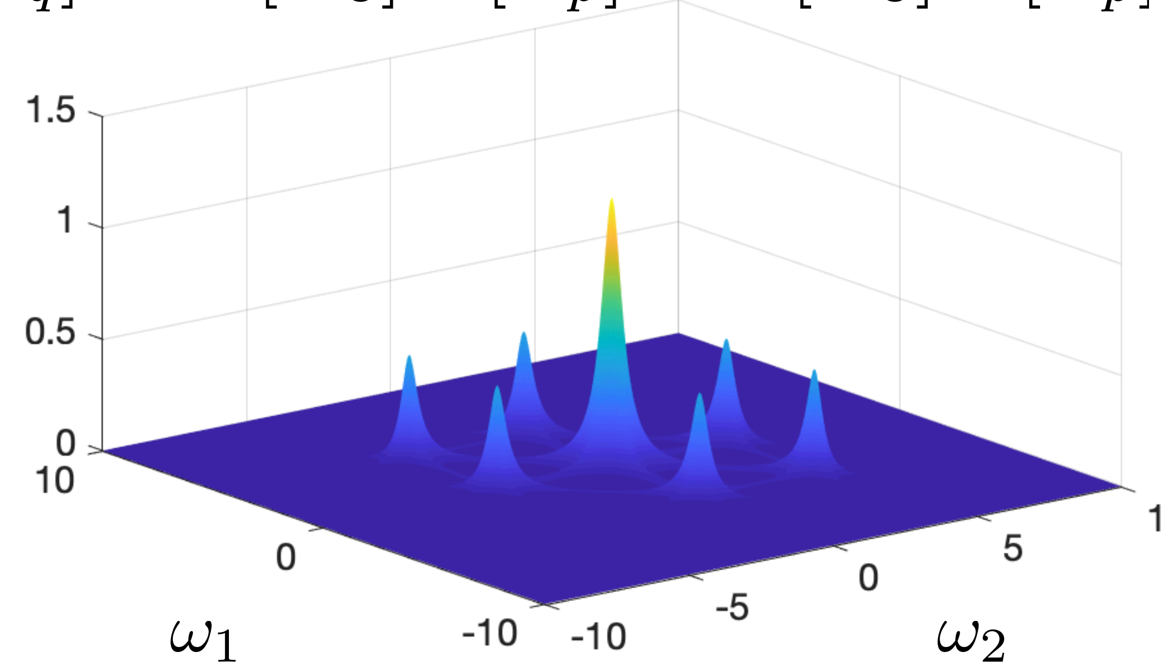


$$S_q(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega)$$



$$B_q(\omega_1, \omega_2) = K_3(\omega_1, \omega_2) B_p(\omega_1, \omega_2)$$

$$\Re\left[B_q\right] = \Re\left[K_3\right] \Re\left[B_p\right] - \Im\left[K_3\right] \Im\left[B_p\right]$$



Le noyau est complexe, mais quid du bispectre du chargement ?

$$B_p\left(\omega_1, \omega_2\right) = \int R_p\left(t_1, t_2\right) \exp\left(-\mathrm{i}\omega_1 t_1 - \mathrm{i}\omega_2 t_2\right) \mathrm{d}t_1 \mathrm{d}t_2$$

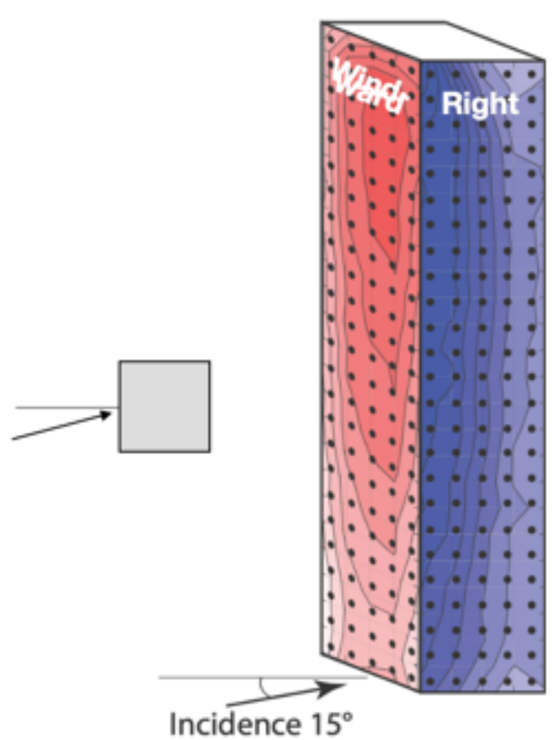
Si le chargement est un processus temps-réversible, alors non ! $R_p\left(t_1, t_2\right) = R_p\left(-t_1, -t_2\right)$
C'est par exemple le cas si le chargement est une fonction polynomiale d'un processus gaussien...

Dynamic wind pressures acting on a tall building model – proper orthogonal decomposition

Hirotoshi Kikuchi[a,*], Yukio Tamura[b], Hiroshi Ueda[c], Kazuki Hibi[a]

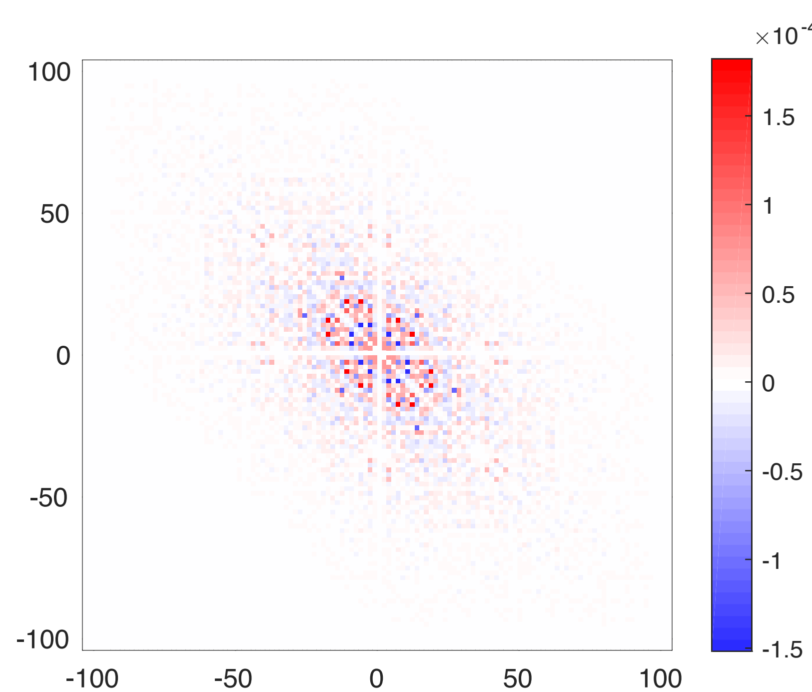
[a] Institute of Technology, Shimizu Corporation, Tokyo, Japan
[b] Tokyo Institute of Polytechnics, Kanagawa, Japan
[c] Chiba Institute of Technology, Chiba, Japan

IJWEIA, 1997

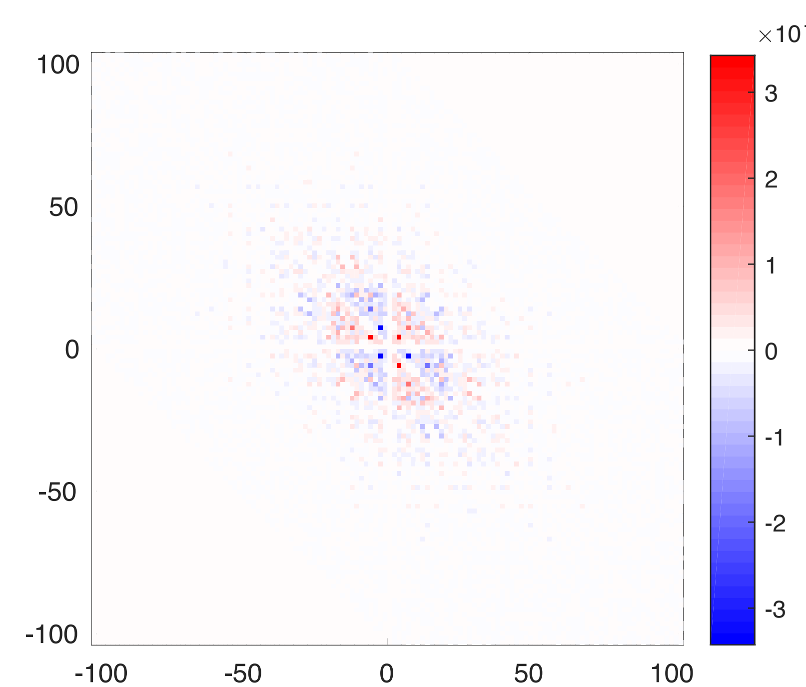


Dans d'autres cas, l'expérience nous montre que oui !
Or, on recourt à la translation cubique dans ce contexte ?!

$\Re\left[B_p\right]$



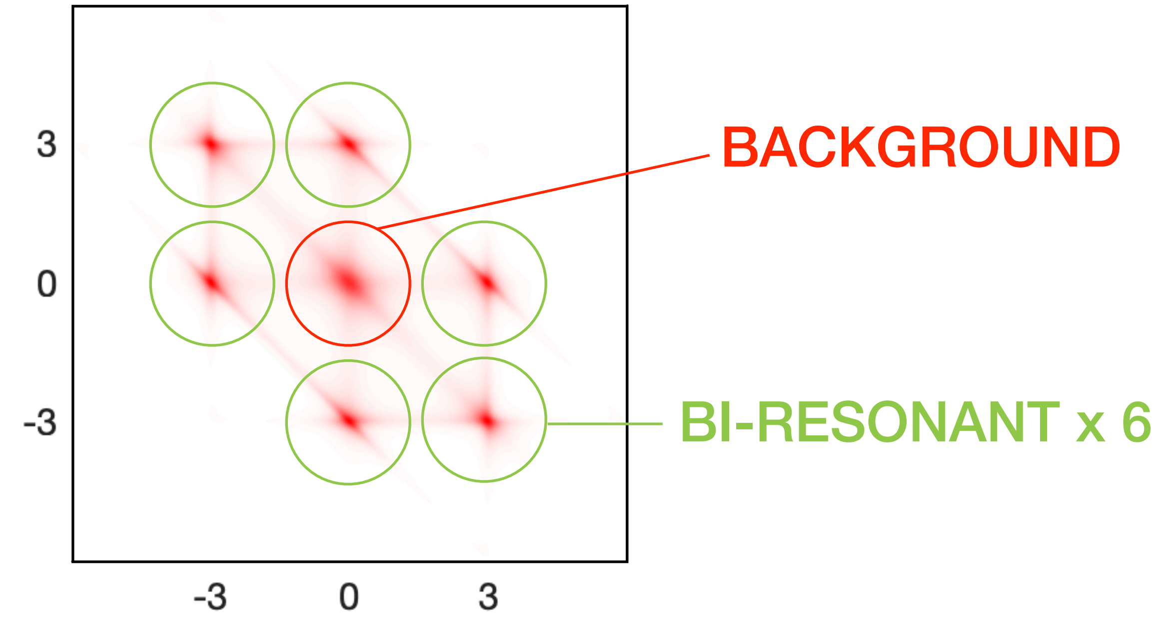
$\Im\left[B_p\right]$

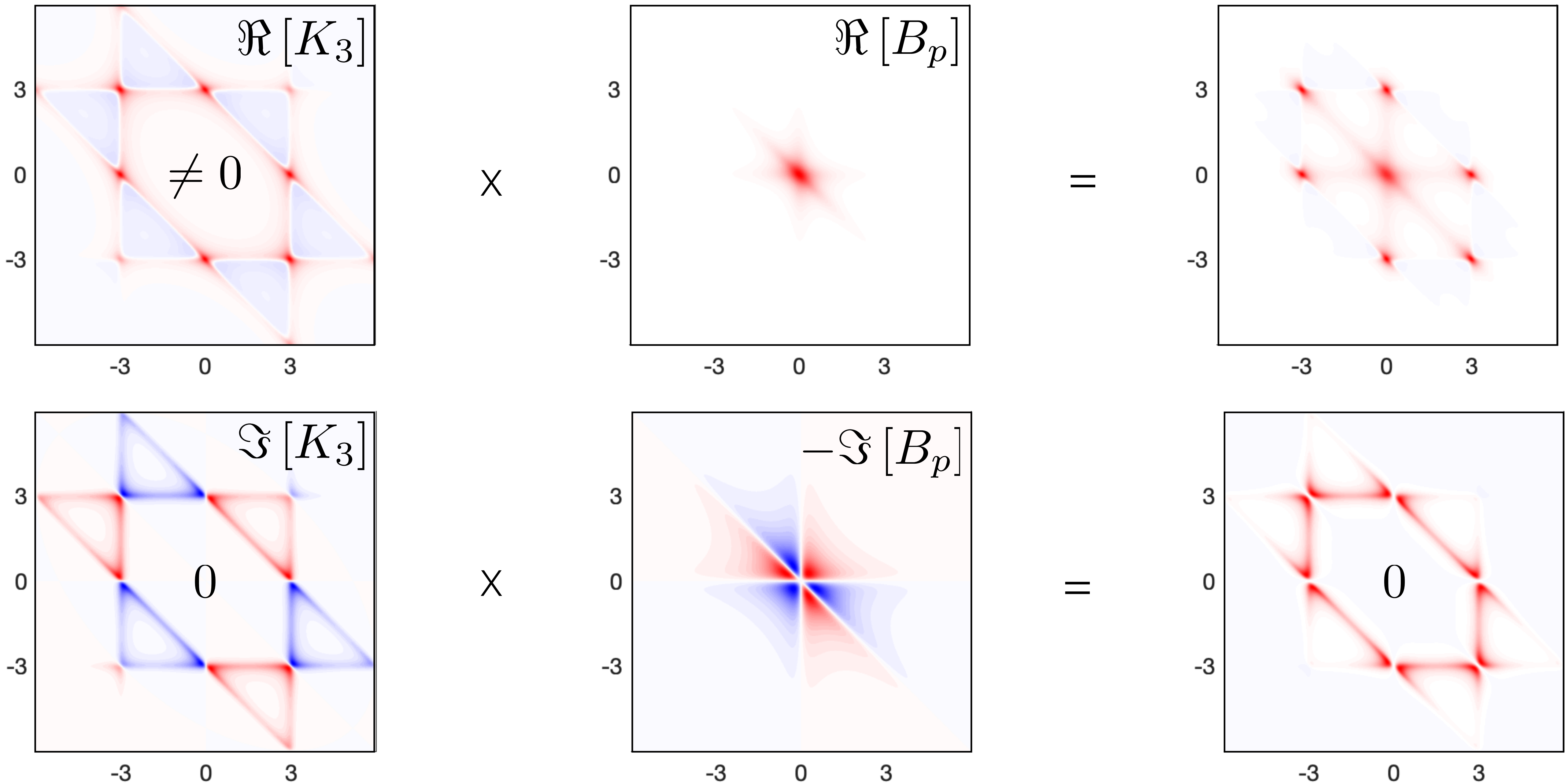


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

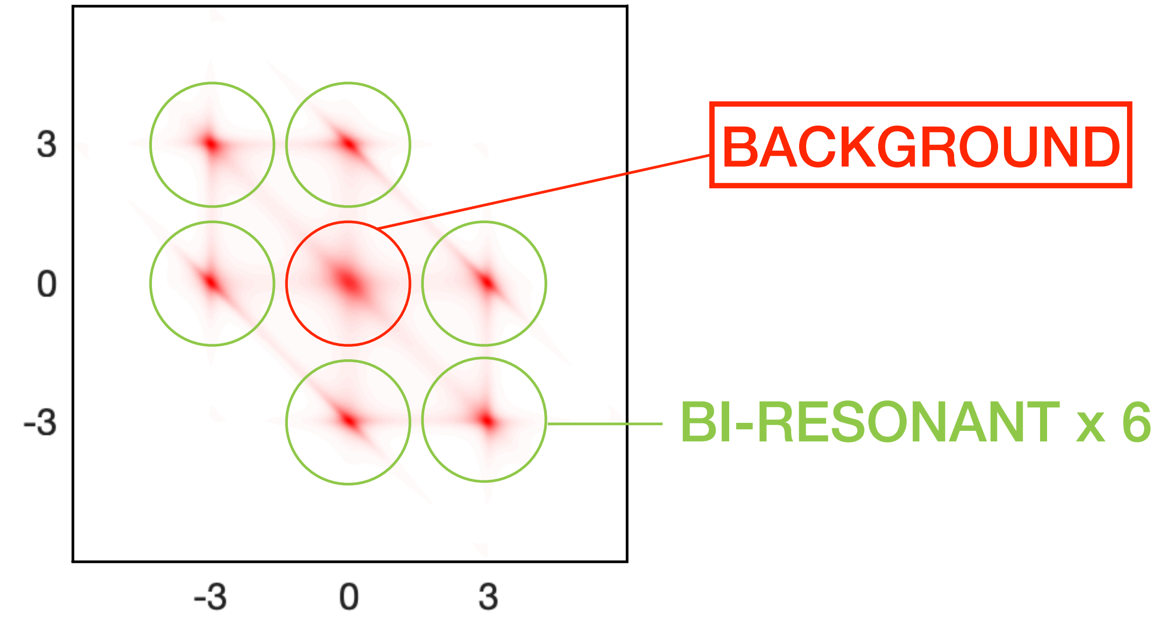


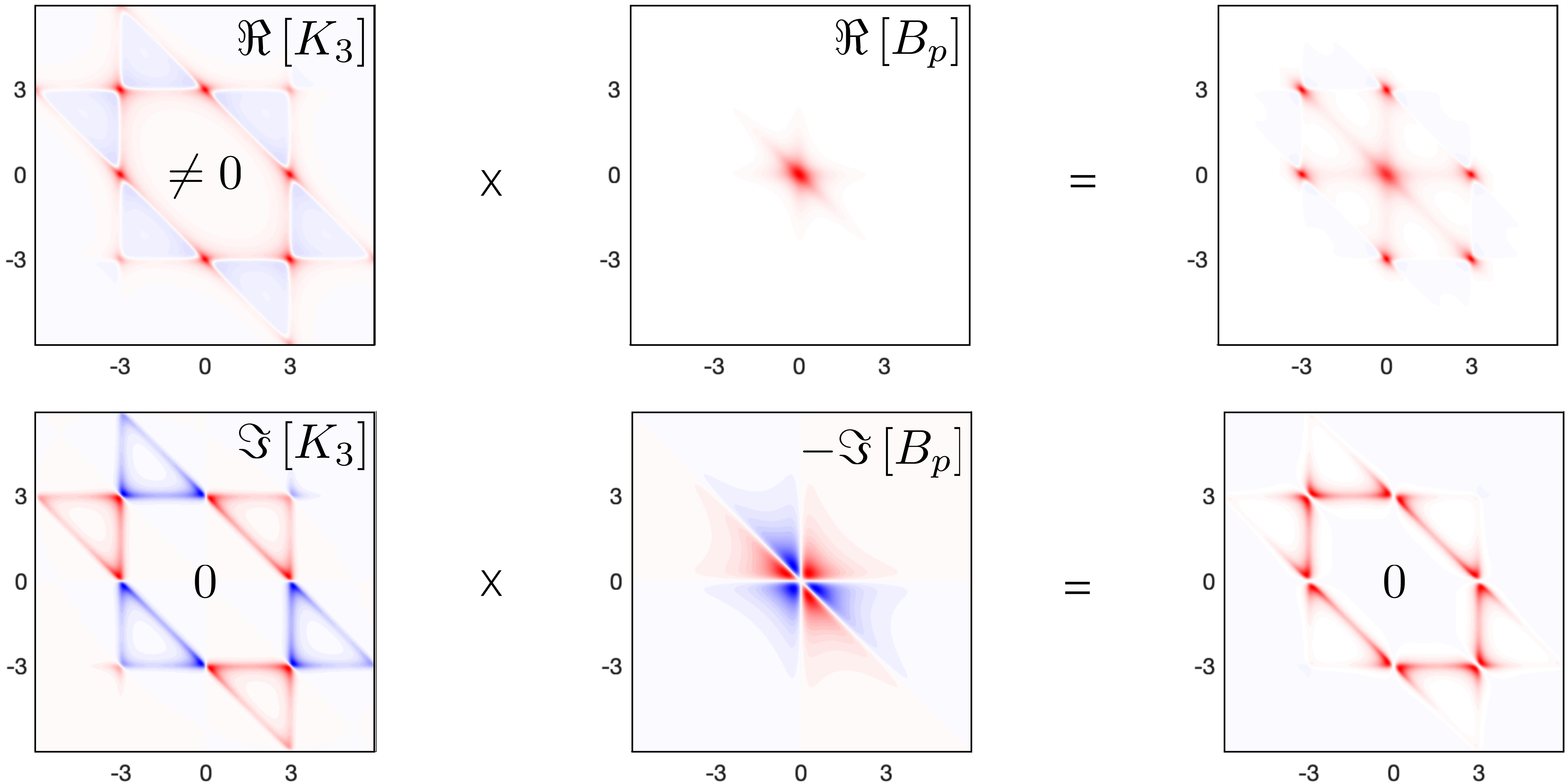


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \;;\; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

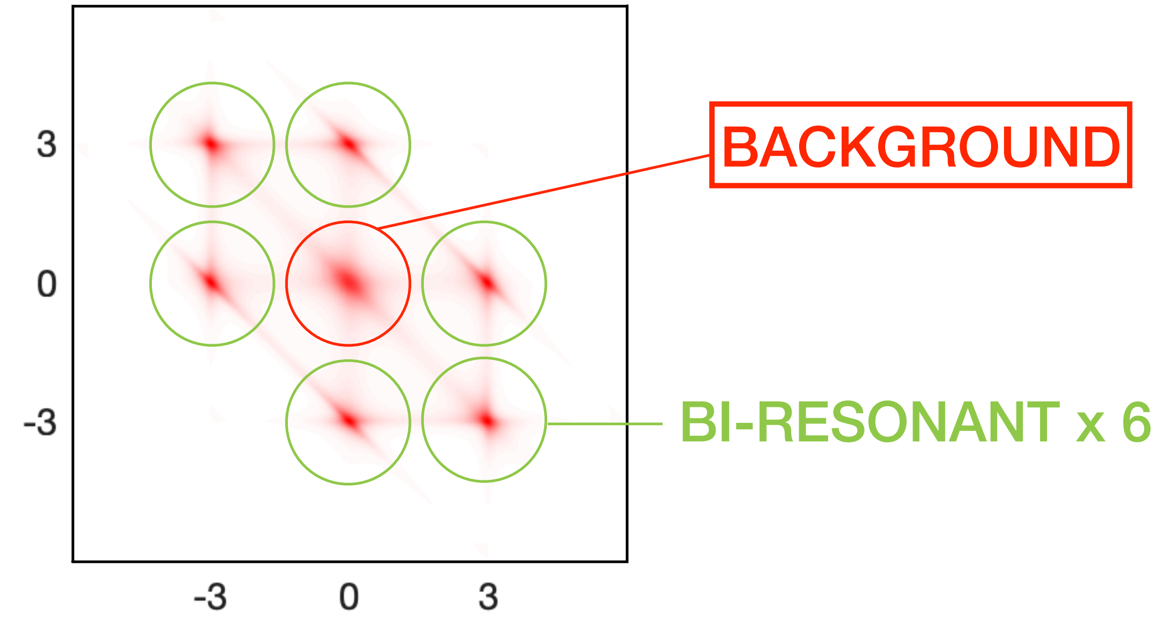


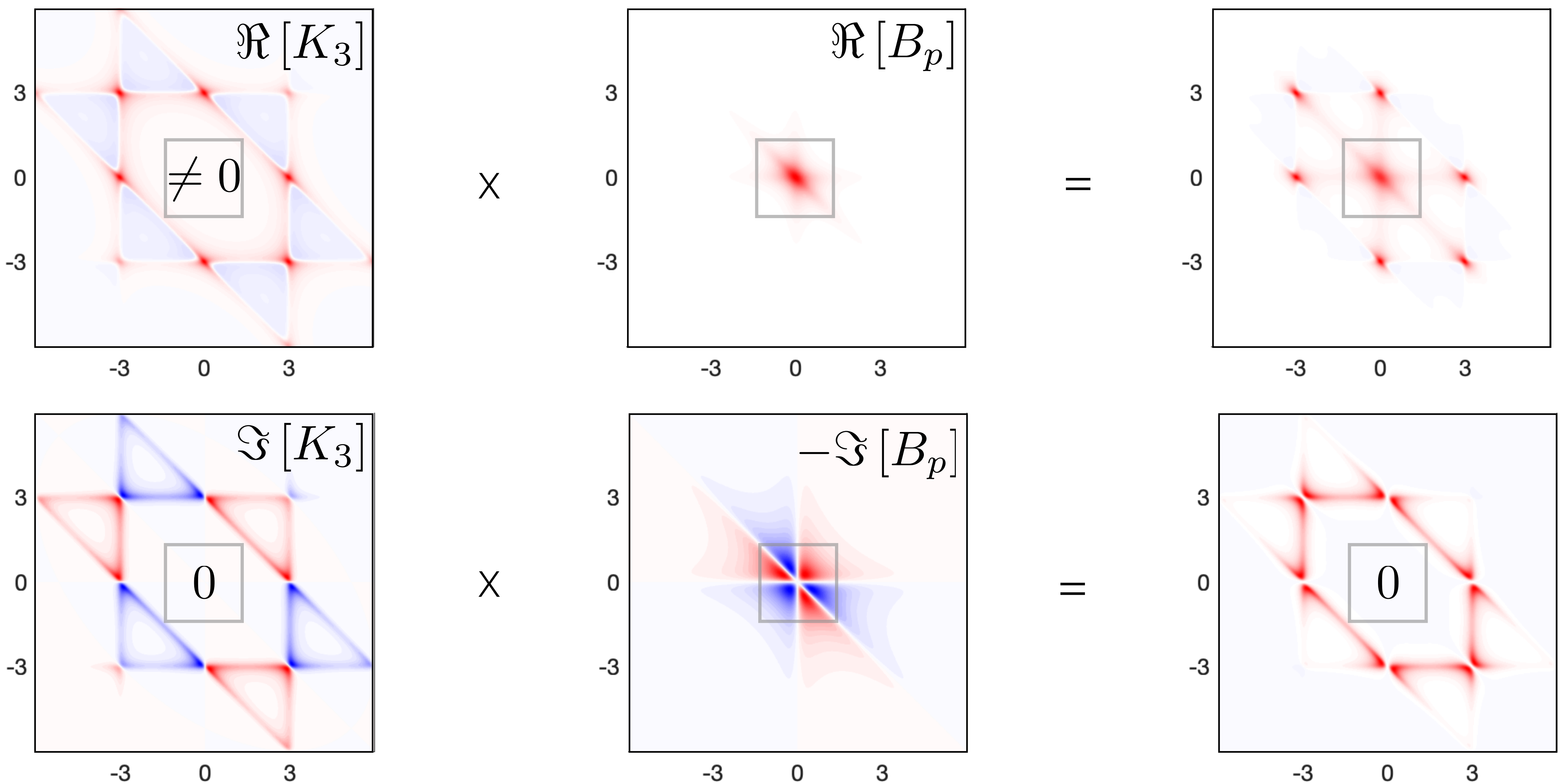


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

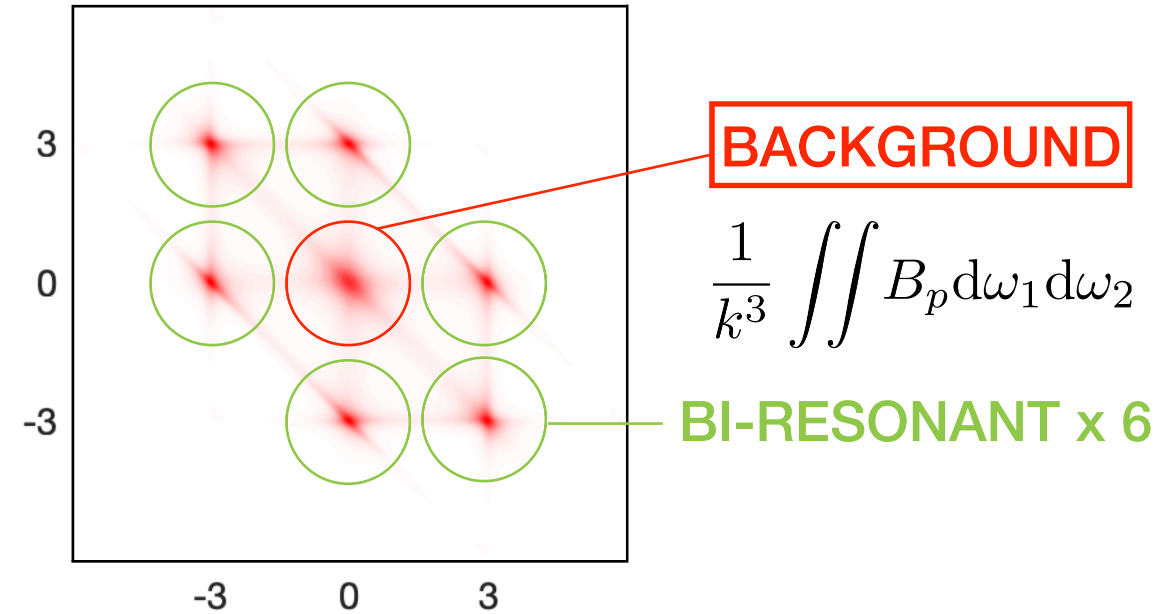


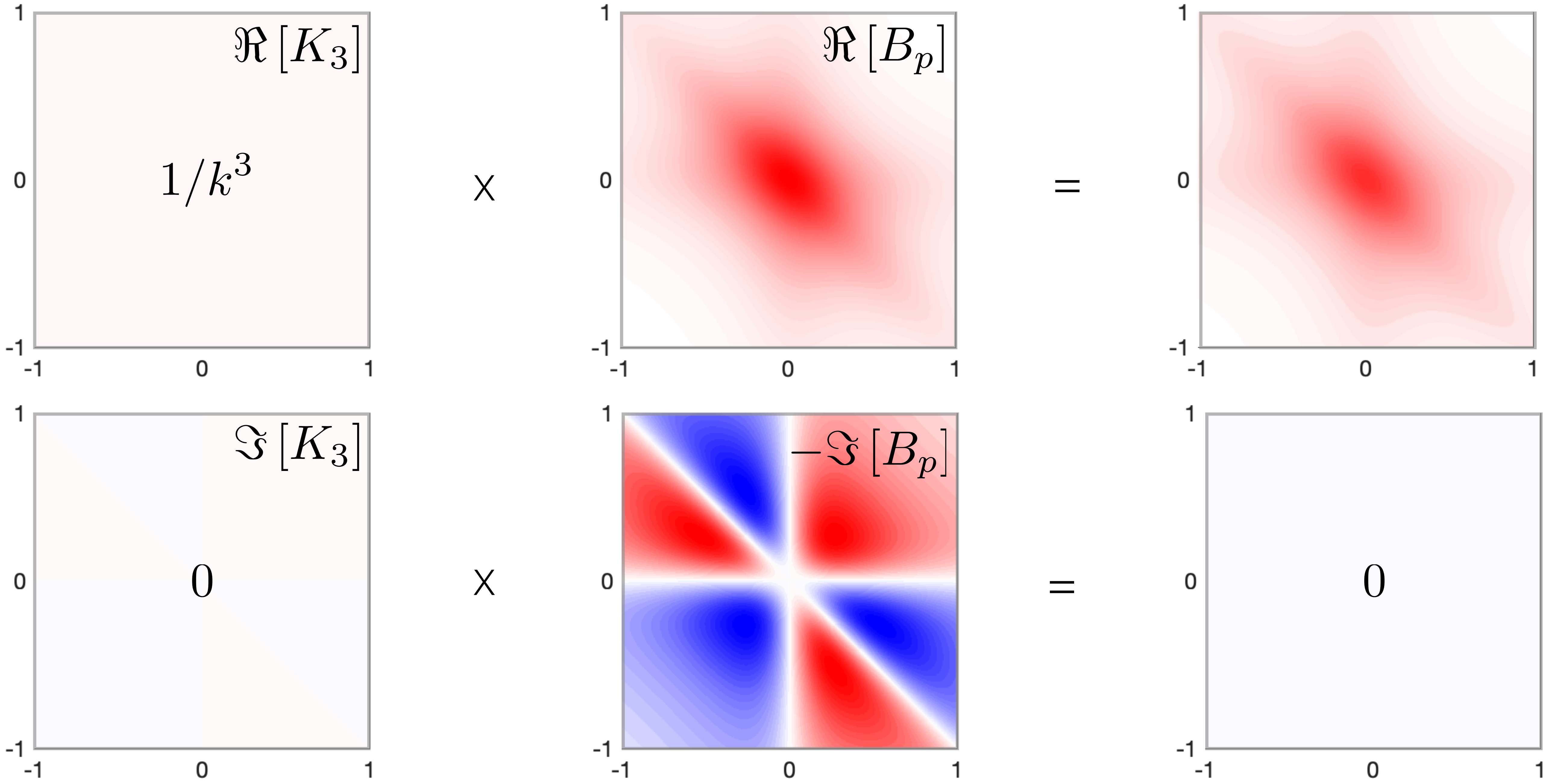


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

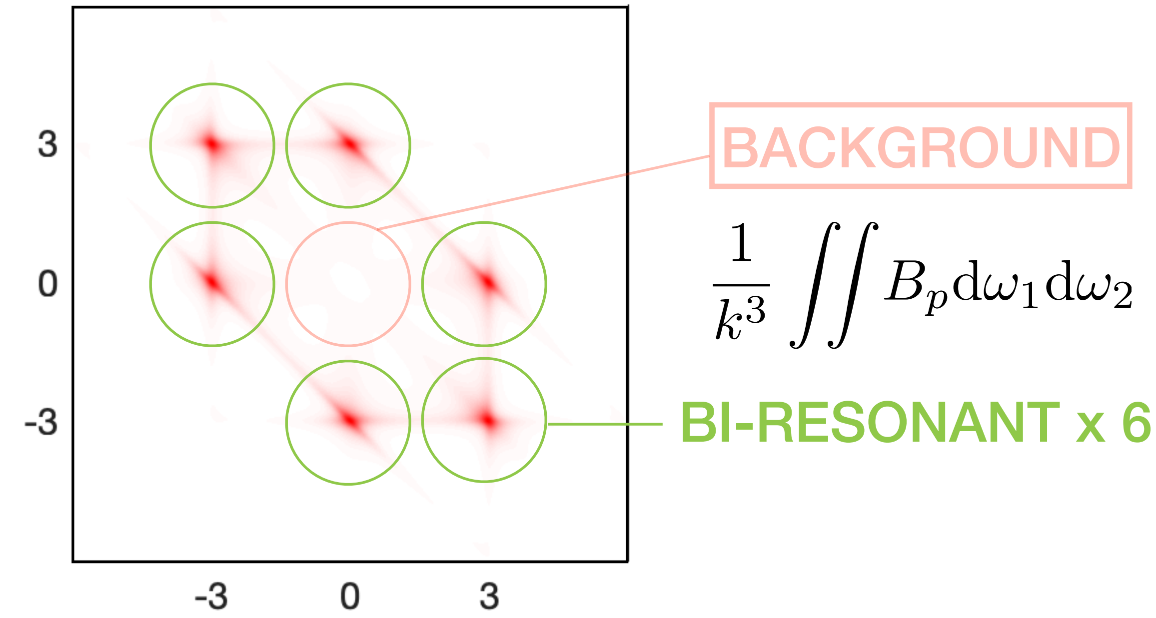


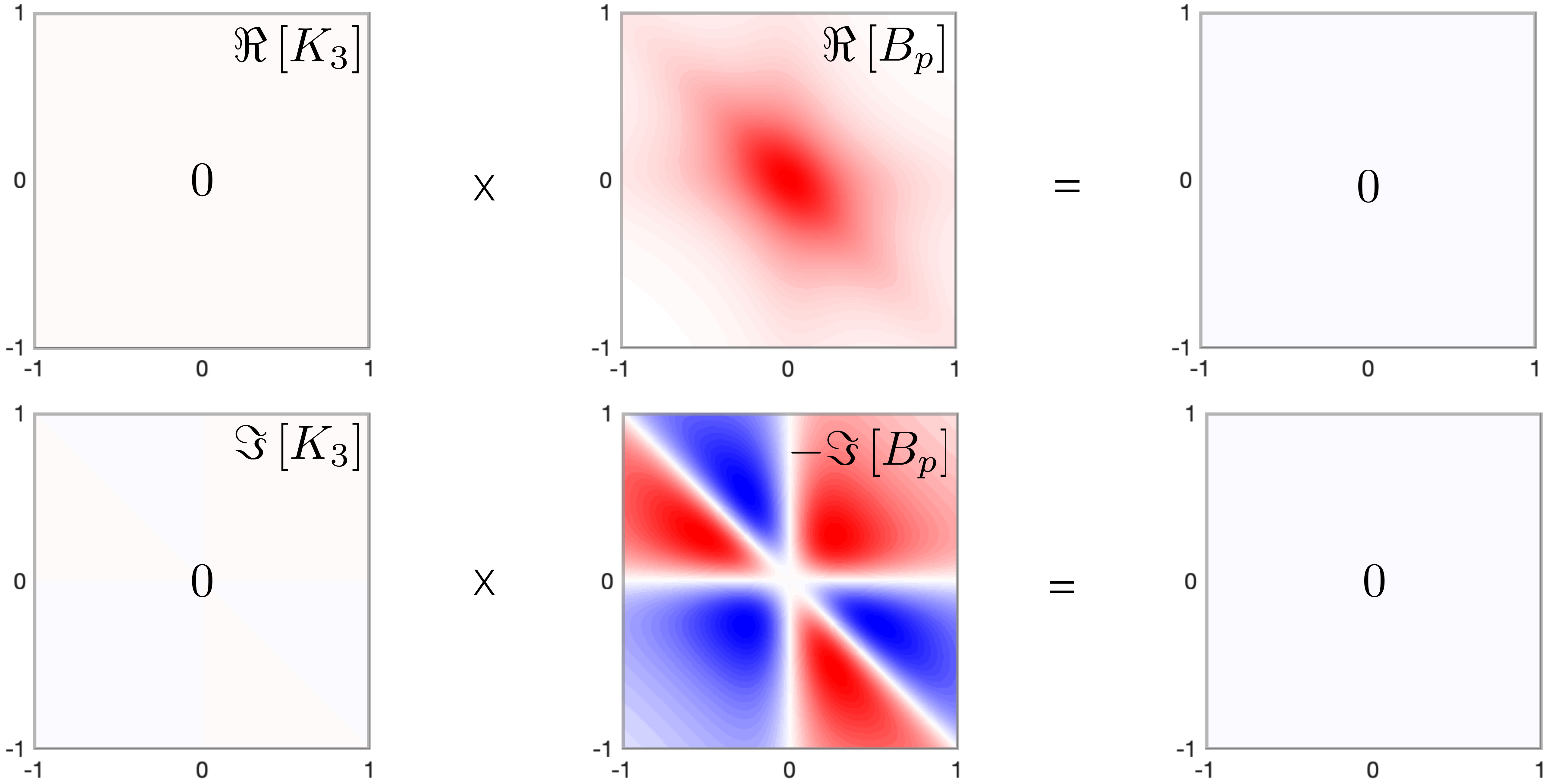


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

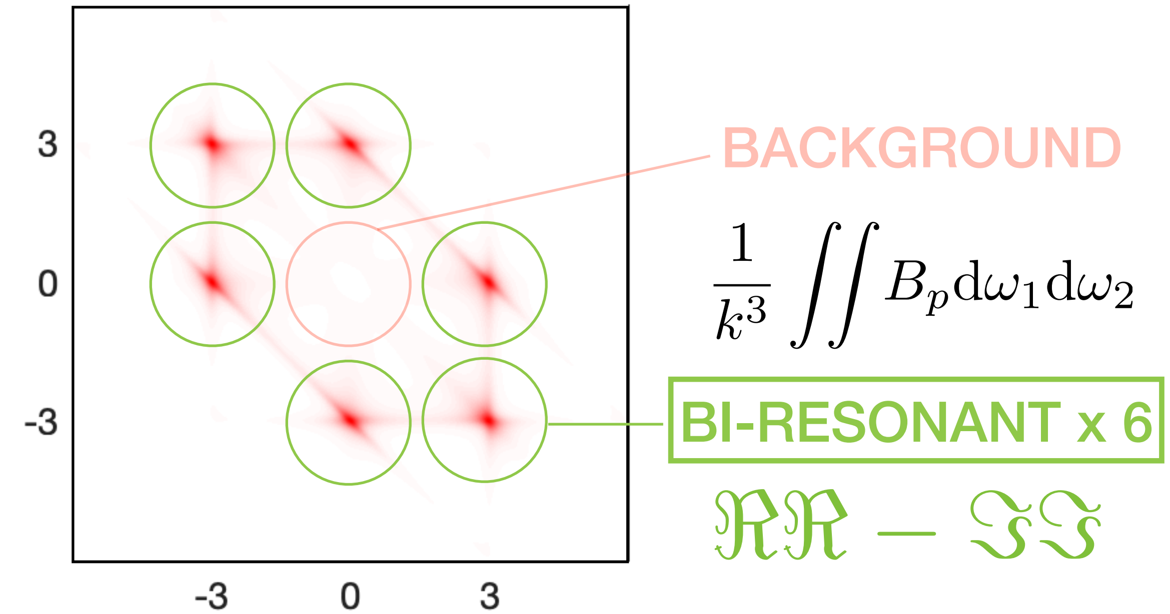


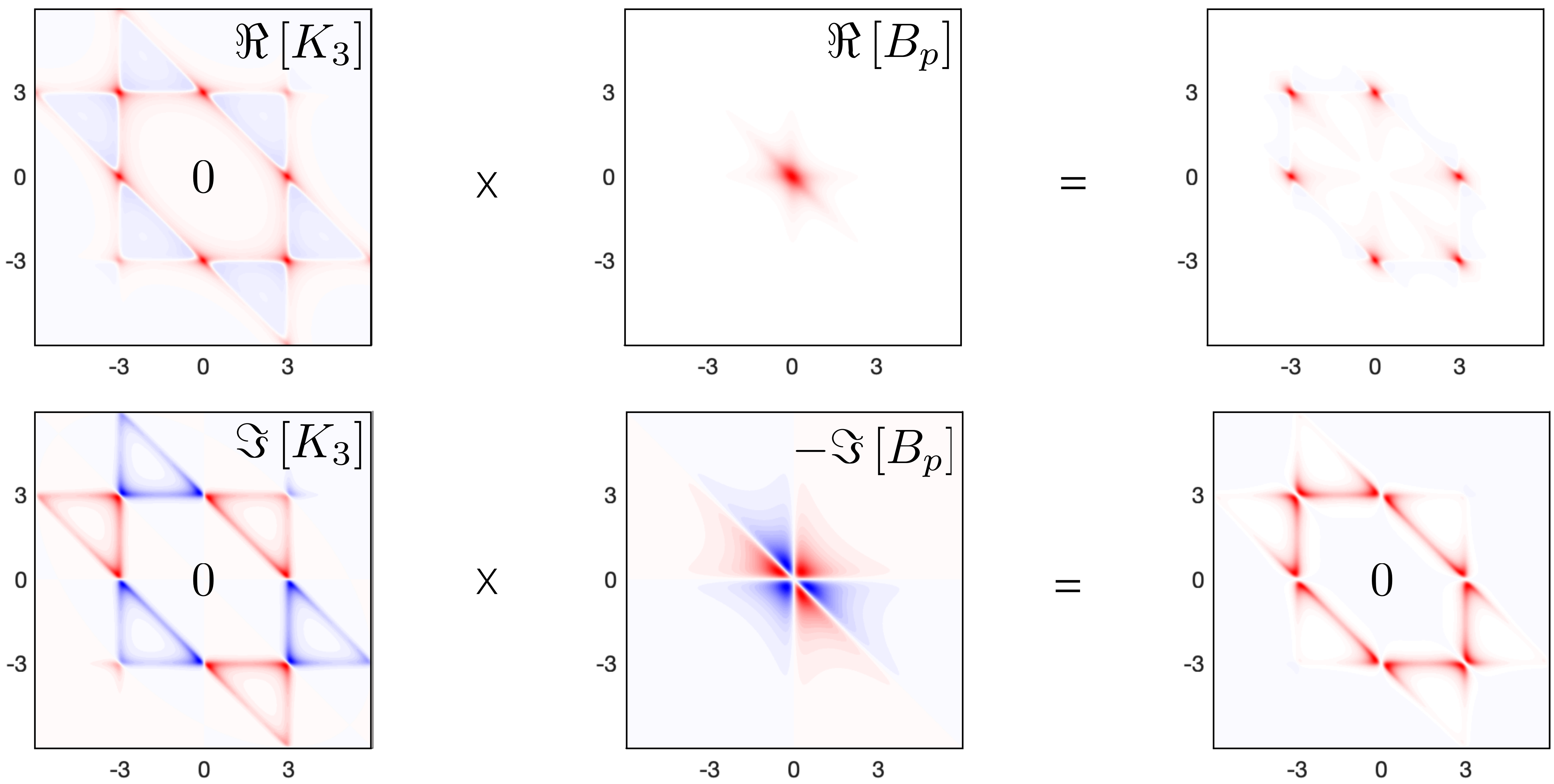


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \ ; \ \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

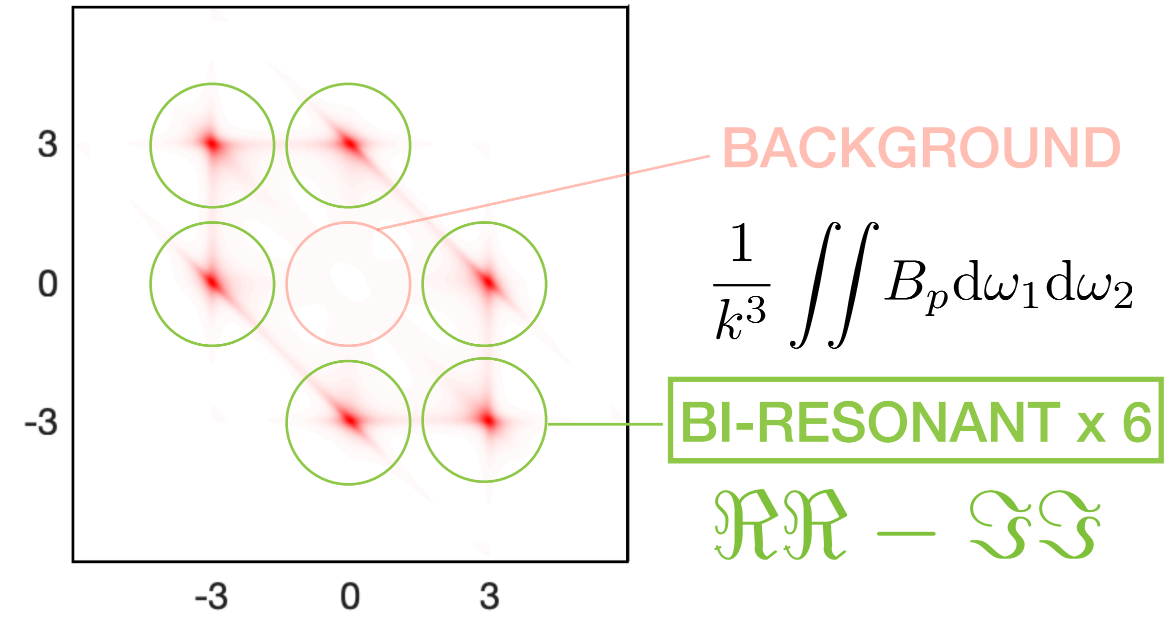


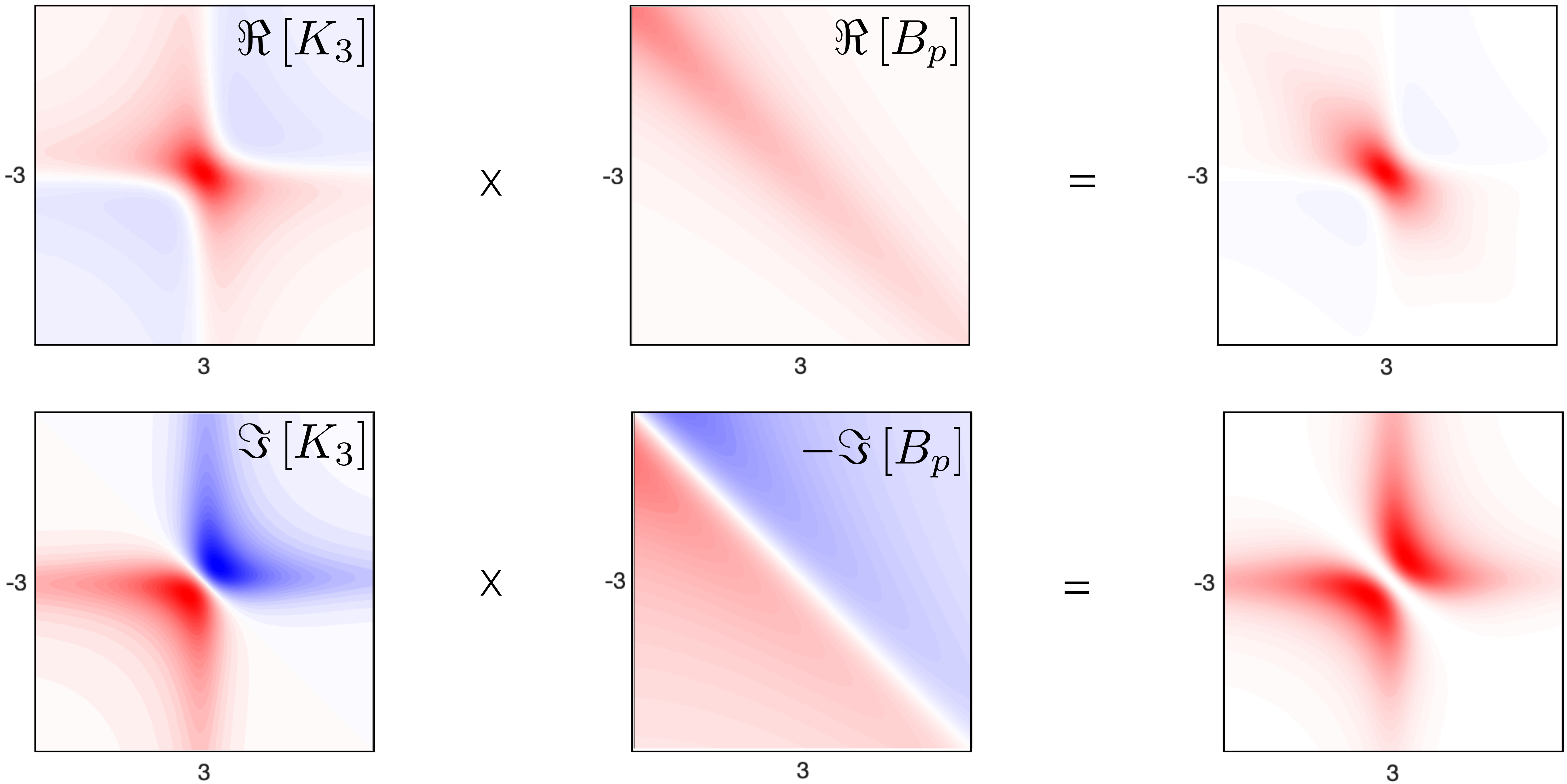


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

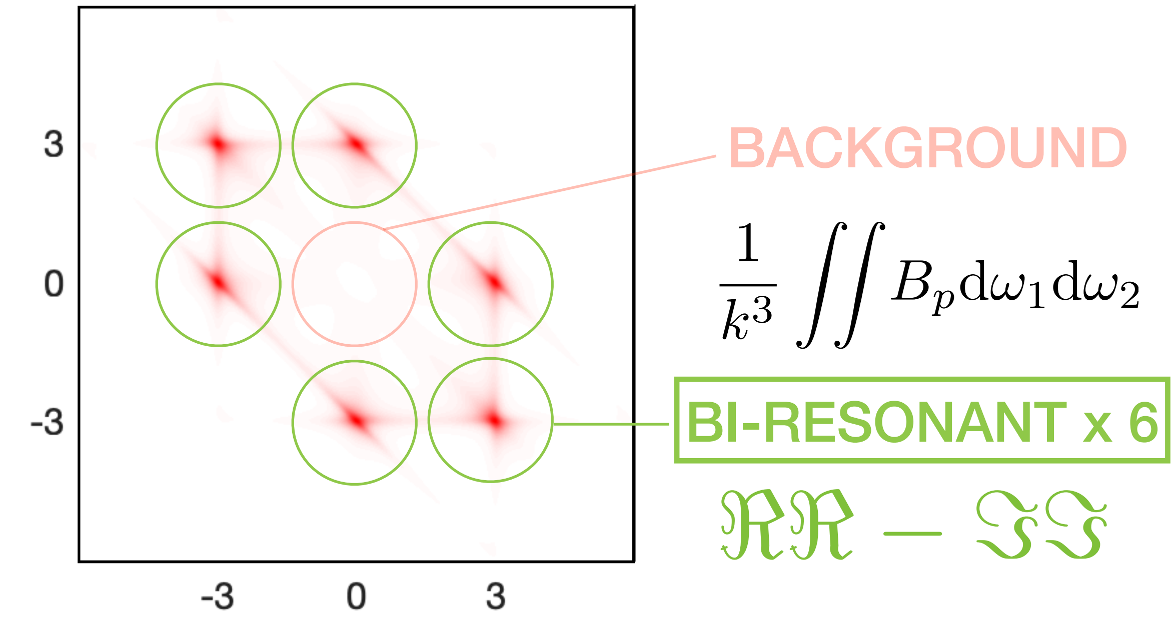


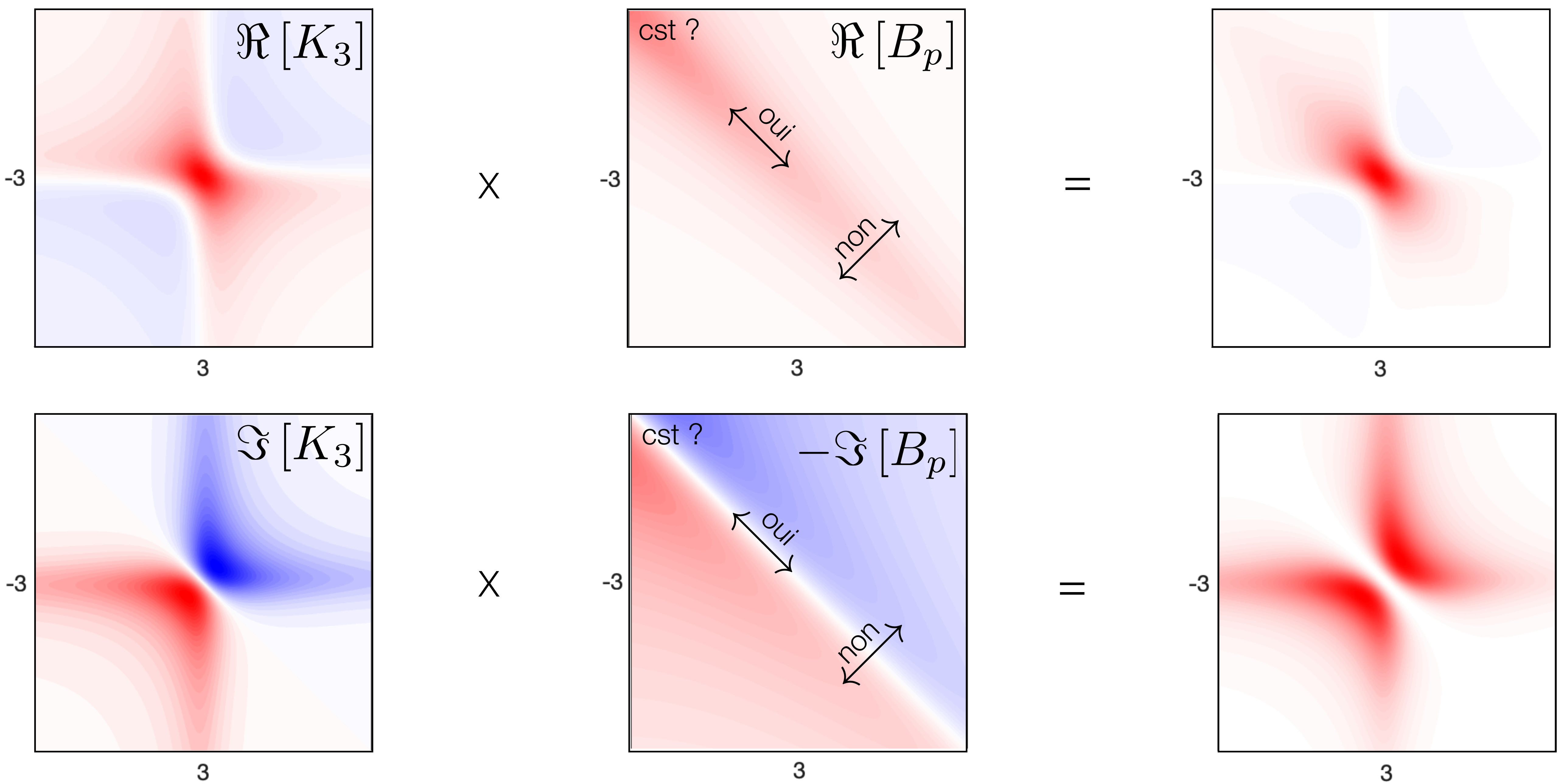


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

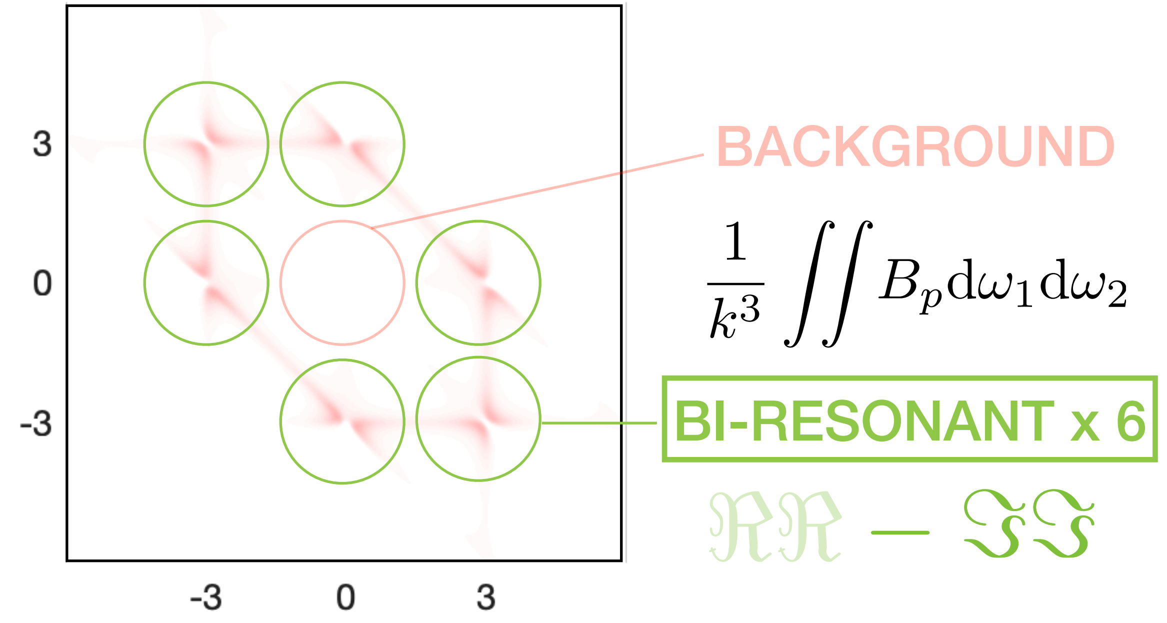


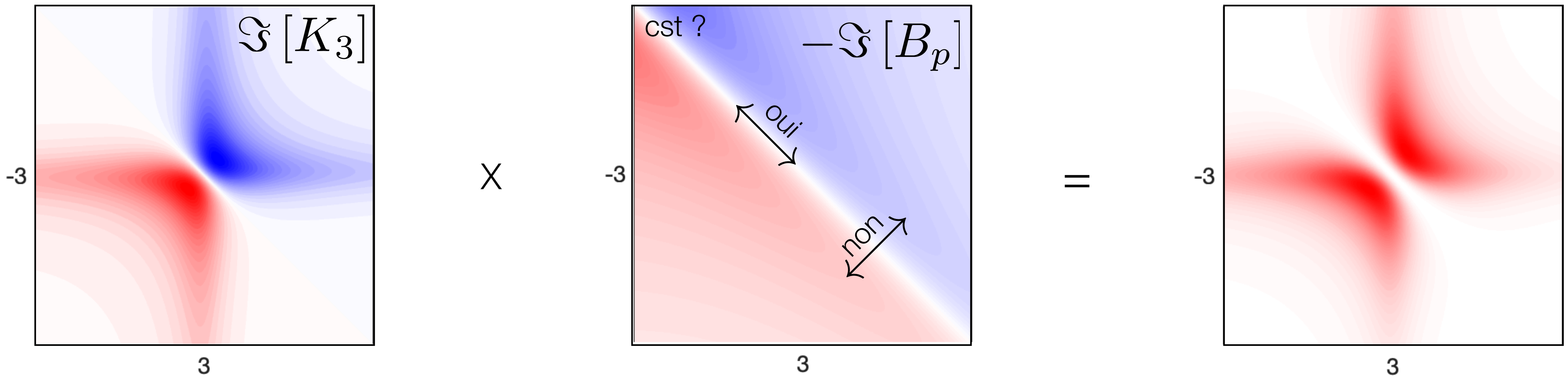


Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

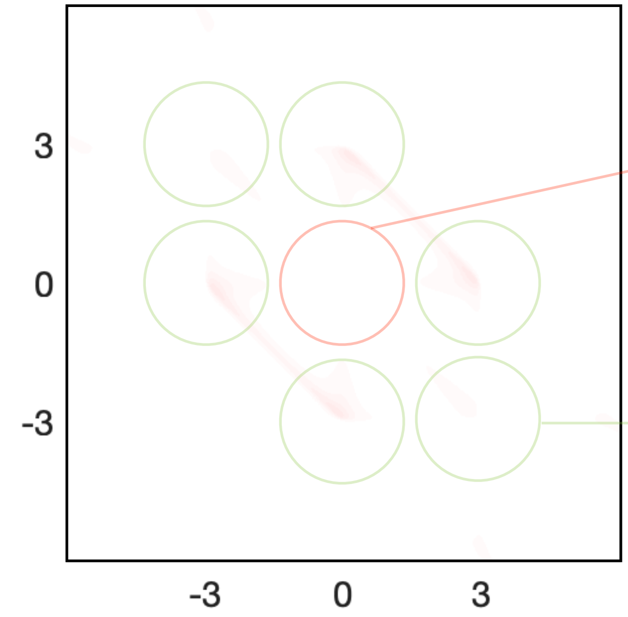




Multiple Timescales Spectral Analysis

$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu



$$\frac{1}{k^3} \iint B_p \mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2$$

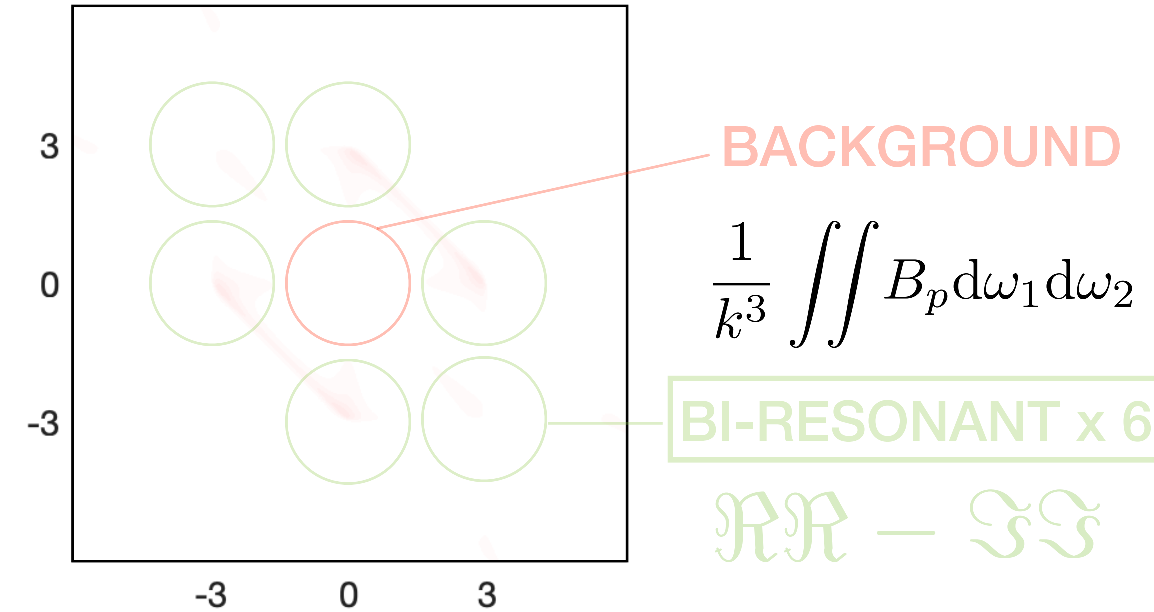
$$\Re\Re - \Im\Im$$

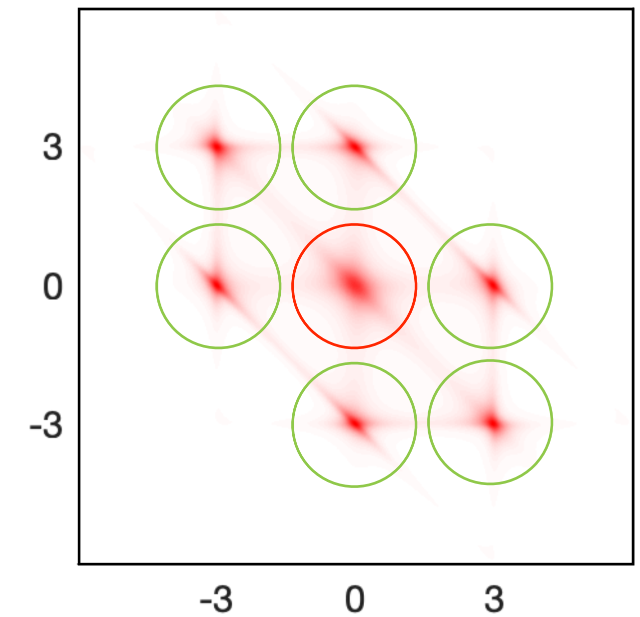
Multiple Timescales Spectral Analysis

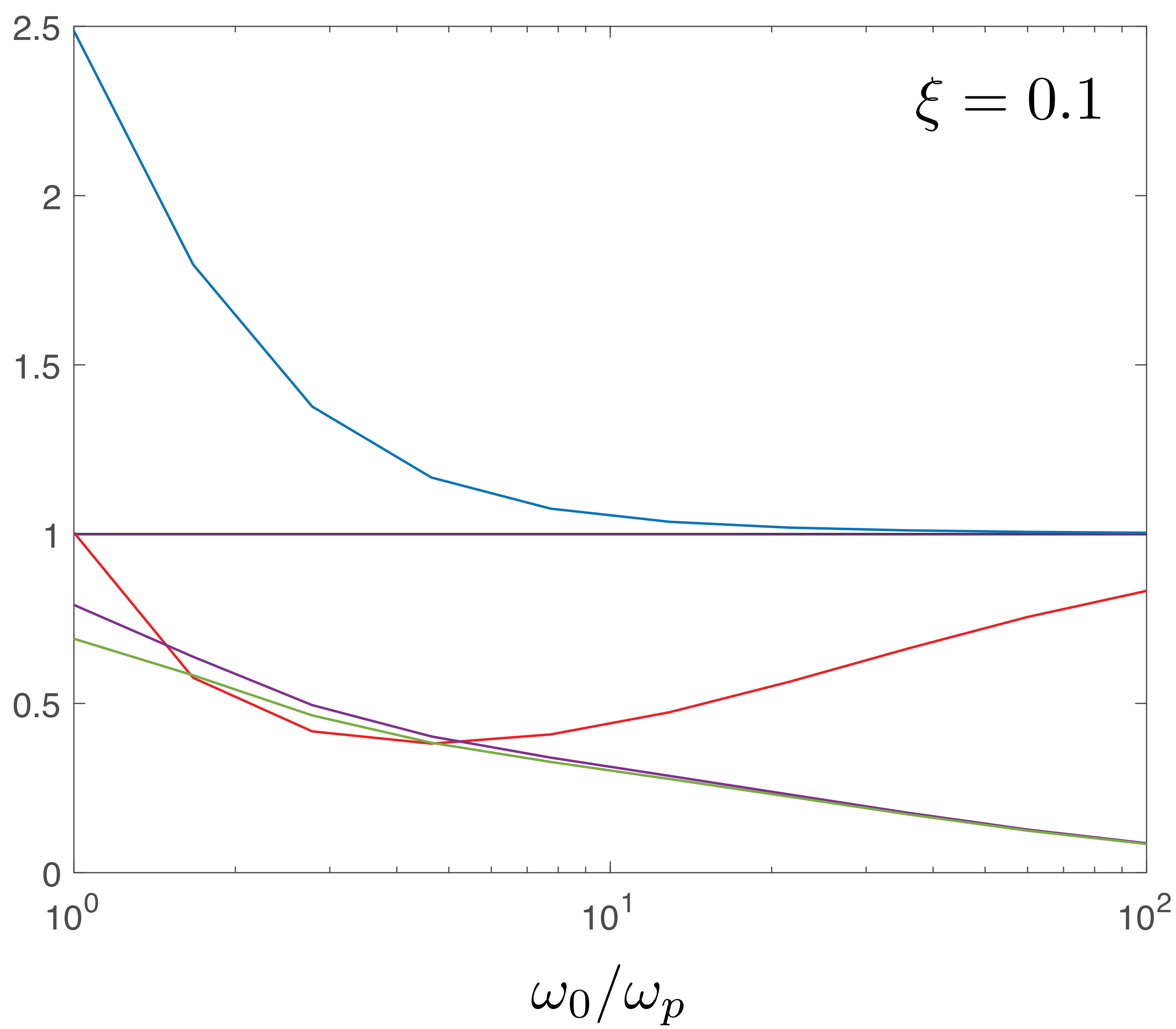
$$\xi \ll 1 \; ; \; \frac{\omega_p}{\omega_0} \ll 1$$

1. Repère la contribution principale
2. Introduit une coordonnée étirée appropriée
3. Trouve une approximation locale et intégrable
4. Soustrait-la pour former un nouveau résidu

Néglige la contribution suivante, ou continue encore...







Multiple Timescales Spectral Analysis

Provides :

- Meaningful analytical approximations
- Large reduction of computational time
- Small loss of accuracy,

Needs to be developed for :

- Inertial components in SDOF systems
- Frequency dependency of m, k and c
- Complex eigenvalues and eigenmodes

in MDOF systems (aerodynamics, hydrodynamics)

LIÈGE université
Applied Sciences

Structural & Stochastic Dynamics
Urban & Environmental Engineering

Multiple Timescale Spectral Analysis of Floating Bridges

Analyse spectrale à plusieurs échelles temporelles de ponts flottants

Margaux Geuzaine

Promoteur : Vincent Denoël
Co-promoteur : Vincent de Ville

fnrs
FREEDOM TO RESEARCH