

NOTE SUR LA STRUCTURE ET LA COMPOSITION INTERNE DU SOLEIL

par Paul LEDOUX

Institut d'Astrophysique de l'Université de Liège

Présenté par Pol SWINGS

SOMMAIRE. — *L'étude des modèles composés d'un noyau convectif et d'une enveloppe radiative de poids moléculaires moyens différents μ_i et μ_e est justifiée et étendue au cas où l'abondance de l'hélium est considérable. On trouve encore que si μ_i/μ_e devient appréciablement plus grand que 1, une zone de transition à μ variable est formée par mélange turbulent à la surface de séparation. Cependant, pour les mêmes valeurs de μ_i/μ_e , elle joue un rôle moins important que lorsque l'abondance de l'hélium est négligeable.*

Dans le cas du Soleil, pour obtenir l'accord entre l'énergie libérée et l'énergie rayonnée, on doit adopter un modèle dans lequel les abondances de l'hydrogène et de l'hélium sont respectivement égales à $X_e = 0,56$ et $Y_e = 0,40$ dans l'enveloppe et $X_i = 0,26$ et $Y_i = 0,70$ dans le noyau convectif. Si on suppose que la composition chimique initiale du Soleil était uniforme et identique à celle de l'enveloppe, on trouve que le temps nécessaire pour créer la différence de composition actuelle est de l'ordre de 5.10^9 années, ce qui est du même ordre de grandeur que les autres estimations de l'âge du Soleil.

I. INTRODUCTION.

Dans un article précédent, auquel nous nous référerons désormais par [1], nous avons discuté les effets d'une discontinuité du poids moléculaire moyen à l'intérieur des étoiles, en particulier quand cette discontinuité se produit à la surface de séparation entre le noyau convectif et l'enveloppe radiative.

Une telle discontinuité doit résulter de la transformation progressive de l'hydrogène en hélium au cours des réactions nucléaires (cycle de BETHE) qui prennent place dans le noyau convectif. En effet, le noyau étant continuellement brassé par des courants de convection rapides, sa composition chimique peut être considérée comme uniforme à chaque instant. D'autre part, à la base de l'enveloppe radiative, la température est déjà assez basse pour que les modifications de la composition chimique due aux réactions nucléaires y soient négligeables. Par conséquent, le poids moléculaire moyen μ_e de l'enveloppe peut être considéré comme constant au cours du temps, tandis que le poids moléculaire moyen μ_i du noyau doit grandir sans cesse.

Cependant, la plupart des étoiles sont animées de mouvement de rotation et dans ce cas, d'après le théorème de VON ZEIPPEL [2], il n'existe pas d'état d'équilibre purement statique. Les déviations par rapport à celui-ci doivent prendre la forme de grands courants dans les plans méridiens de l'étoile et on a souvent fait appel à ceux-ci pour justifier une uniformité complète de la composition chimique à l'intérieur des étoiles.

Cependant, il est certain qu'un même courant ne s'étendra pas du centre à la surface de l'étoile. En particulier, la différence de régime entre le noyau convectif et l'enveloppe radiative suffit pour forcer cette circulation méridienne à se diviser en deux cellules indépendantes séparées par la surface du noyau convectif.

Dans le noyau central en équilibre convectif, la turbulence générale sera toujours suffisante pour que le fluide puisse y être considéré comme autobarotrope, aucun champ de solénoïdes ne pouvant y apparaître. Si de petites circulations cellulaires sont superposées à la turbulence générale dans cette région, elles seront entretenues par l'énergie qui devient disponible du fait de l'instabilité de l'équilibre radiatif et s'arrêteront naturellement à la limite de cette zone d'instabilité.

La rotation peut déformer légèrement le noyau convectif et créer une certaine asymétrie du flux d'énergie à sa surface [3]. Dans la partie adjacente de l'enveloppe radiative, ceci conduira à une légère diminution de la température le long d'une surface de niveau, du pôle vers l'équateur, et à l'apparition d'un champ de solénoïdes normaux aux plans méridiens, ce qui tendra à créer une circulation dans ces plans [4]. Dès que ces circulations s'amorcent, la force de Coriolis leur communique une composante zonale. D'autre part, dans une région où le gradient de température radiatif est stable, un petit élément de matière qui se déplace, disons dans le sens opposé à l'attraction gravifique, comme aux environs de l'axe, devient rapidement plus froid et plus lourd que la matière environnante au repos ou en provenance d'un niveau plus élevé. Ceci limitera fortement les déplacements dans la direction du rayon et créera, sur une surface de niveau un peu plus élevée, une distribution de température inverse de celle régnant à la surface du noyau convectif. De cette façon, la circulation méridienne tendra à se décomposer en une série de cellules à circulation hélicoïdale, superposées les unes aux autres et entre lesquelles aucun mélange ne se produira. De plus, dans la première cellule de l'enveloppe radiative contiguë au noyau convectif, la matière, qui s'échauffe en descendant dans les régions équatoriales, tendra à créer à la surface du noyau convectif une couche de température un peu plus élevée (inversion) que dans l'état primitif, et ceci stabilisera considérablement les conditions à la surface du noyau convectif. Par conséquent, même dans le cas d'une étoile en rotation, une différence peut exister entre la composition chimique du noyau convectif et celle de l'enveloppe radiative.

En tenant compte de la condition de continuité de la luminosité [5] à la surface de séparation, il a été établi dans [1] que, si μ_1/μ_e devient appréciablement plus grand que l'unité, une couche de transition, où μ est variable, se forme par mélange turbulent entre le noyau convectif et l'enveloppe radiative.

On a obtenu ce résultat sans tenir compte de la rotation de l'étoile, mais l'influence de celle-ci sera négligeable. En effet, si, dans une étoile en rotation, nous introduisons, à la base de l'enveloppe radiative, de la matière de poids moléculaire moyen μ supérieur à μ_e , dont la quantité de mouvement moyenne le long des méridiens des surfaces de niveau soit nulle, la circulation méridienne sera freinée le long de ces surfaces et beaucoup plus encore

dans les régions où les lignes de flux s'en écartent (mouvements ascendants et descendants). Dans ces régions, l'énergie cinétique disponible se transformera rapidement en énergie potentielle et, après quelques oscillations, la matière de poids moléculaire moyen supérieur à μ_e se stabilisera à la surface du noyau convectif. On peut d'ailleurs imaginer facilement, pour cette couche, un état d'équilibre statique entièrement compatible avec la rotation. En effet, d'une part il suffit que la composition chimique y varie légèrement le long des surfaces de niveau pour que le théorème de VON ZEIPPEL cesse d'y être applicable, d'autre part, si le long d'une surface de niveau μ diminue légèrement du pôle vers l'équateur, ceci nous permet d'avoir des températures un peu plus élevées au pôle qu'à l'équateur, tout en gardant les surfaces isostères et isobares confondues avec les surfaces de niveau, c'est-à-dire sans qu'aucun champ de solénoïdes apparaisse dans la couche en question. La turbulence qui crée cette couche de transition sera légèrement favorisée aux environs de l'axe de rotation, c'est-à-dire justement là où il est nécessaire de mélanger à la matière de l'enveloppe un peu plus de la matière plus dense du noyau, pour obtenir la distribution du poids moléculaire moyen requise par notre raisonnement précédent. Comme, dans une étoile, la diffusion est pratiquement nulle, une fois cet état atteint, il peut subsister indéfiniment. Par conséquent, nous pouvons considérer les modèles qu'on obtient en négligeant la rotation, comme constituant une bonne première approximation pour les étoiles réelles.

Dans [1], les propriétés de ces modèles ont été étudiées pour le cas où l'abondance de l'hélium est négligeable. Cependant, l'interprétation du spectre de τ Scorpii conduit UNSÖLD [6] à des abondances en poids de l'hydrogène et de l'hélium égales respectivement à 0,56 et à 0,41 et depuis, cette grande abondance de l'hélium dans les atmosphères d'étoiles a été confirmée dans différents cas.

D'autre part, depuis longtemps déjà, les tentatives [7] d'ajuster exactement l'énergie rayonnée et l'énergie libérée dans le cas du Soleil ont conduit maints auteurs à suggérer une abondance considérable de l'hélium à l'intérieur de celui-ci. Récemment M. SCHWARZSCHILD [8] a montré que l'accord pouvait être réalisé de cette façon, pourvu que l'on adopte, pour les abondances en masse de l'hydrogène et de l'hélium respectivement, les valeurs 0,47 et 0,41. Cependant, dans sa discussion, la composition chimique du noyau convectif est supposée identique à celle de l'enveloppe radiative. Mais nous venons de voir que μ doit être plus élevé dans le noyau convectif que dans l'enveloppe radiative.

La méthode développée dans [1] peut être adaptée facilement au cas où l'abondance de l'hélium est considérable.

2. MODÈLES OU $\mu_1/\mu_e > 1$ ET OU L'ABONDANCE DE L'HÉLIUM EST CONSIDÉRABLE.

Si les abondances en poids de H et He sont désignées respectivement par X et Y , le poids moléculaire moyen est donné en première approximation par

$$(1) \quad \mu = \frac{2}{1 + 3X + 0,5Y},$$

et le coefficient d'absorption par :

$$(2) \quad \kappa = \kappa_0(1 + X)(1 - X - Y)\rho T^{-3,5}.$$

Comme la perte de masse correspondant à l'énergie émise lors de la transformation de quatre noyaux d'hydrogène en un noyau d'hélium est négligeable, la masse totale par gramme de ces deux éléments a dû rester constante au cours de l'évolution. Par conséquent, puisque l'enveloppe radiative n'est pas affectée par ces réactions, on doit avoir à chaque instant et en chaque point de l'étoile :

$$(3) \quad X + Y = X_e + Y_e,$$

si on suppose que la composition chimique initiale était uniforme. Dans ce cas, le facteur $(1 - X - Y)$ figurant dans l'expression (2) du coefficient d'opacité est donc constant.

Comme dans [1], nous emploierons les variables

$$(4) \quad U = \frac{d \log m(r)}{d \log r},$$

$$V = -\frac{2}{5} \frac{d \log P}{d \log r},$$

et l'index polytropique effectif n , défini par

$$(5) \quad (n + 1) = \frac{d \log P}{d \log T}.$$

On peut mener la discussion tout à fait parallèlement à celle du § 6 de [1] en remplaçant partout le facteur $(1 - X^2)$ par $(1 + X)(1 - X - Y)$.

Dans une région en équilibre radiatif où le flux total d'énergie peut être considéré comme constant, on vérifie facilement que les équations différentielles pour U , V et n peuvent s'écrire :

$$(6) \quad \frac{d \log U}{d \log r} = 3 - U - \frac{5}{2} \frac{n}{n + 1} V - \frac{5}{2} V \frac{d \log \mu}{d \log P},$$

$$(7) \quad \frac{d \log V}{d \log r} = U + \frac{5}{2} \frac{1}{n + 1} V - 1 - \frac{5}{2} V \frac{d \log \mu}{d \log P},$$

$$(8) \quad \frac{d \log (n + 1)}{d \log r} = U - \frac{5}{2} \left(\frac{6,5 - 2n}{n + 1} \right) V + \frac{5}{2} V \frac{d \log \mu(1 + X)(1 - X - Y)}{d \log P}.$$

De même, à la surface de discontinuité de μ , la condition de continuité de la luminosité devient :

$$(9) \quad (n_e + 1)\mu_e(1 + X_e)(1 - X_e - Y_e) = (n_i + 1)\mu_i(1 + X_i)(1 - X_i - Y_i).$$

Nous ne pouvons plus, comme dans [1], négliger les variations du facteur $(1 + X)(1 - X - Y)$ vis-à-vis de celle de μ . Cependant, si l'on prend pour $(X + Y)$ une valeur comparable à celle qui résulte des abondances de UNSÖLD, soit $(X + Y) = 0,96$, les

variations de $\mu(1 + X)$ pour X compris entre 0,60 et 0,20 peuvent être représentées d'une façon très approchée par celles de $\mu^{1/3,5}$. Dès lors, l'équation (8) peut s'écrire :

$$(10) \quad \frac{d \log (n+1)}{d \log r} = U - \frac{5}{2} \left(\frac{6,5 - 2n}{n+1} \right) V + \frac{5}{7} V \frac{d \log \mu}{d \log P}.$$

On trouve encore que si la condition (9) n'est pas satisfaite, une région de transition en équilibre radiatif stable où μ varie et où n est égal à $3/2$ sera créée par mélange turbulent entre les régions de poids moléculaire moyen μ_1 et μ_e . Par conséquent, dans cette région, T et P doivent, d'après la définition (5), être reliés entre eux par

$$(11) \quad T = C_1 P^{2/5}.$$

Introduisant $n = 3/2$ dans l'équation (8) et tenant compte des définitions de U et V , nous obtenons après intégration :

$$(12) \quad \mu(1 + X) = C_2 m(r) P^{7/5}.$$

En éliminant $d \log \mu / d \log P$ et $d \log r$ entre les équations (6), (7) et (10) où n est pris égal à $3/2$, nous obtenons :

$$(13) \quad \frac{dV}{dU} = \left(\frac{V}{U} \right) \frac{4,5 U - 11,25 V - 1}{2,5 U - 13,75 V + 3},$$

qui est l'équation différentielle des courbes représentant la zone de transition dans le plan des (U, V) . Les isoclines ($dV/dU = C^{te}$) sont des hyperboles qui passent toutes par le point singulier $U = 1,407$, $V = 0,474$. Les solutions de (13) sont encore des spirales qui s'enroulent autour de ce point singulier.

Dans une région où μ varie, la condition de stabilité peut s'écrire (voir [1], éq. 8) :

$$(14) \quad \frac{d \log \mu}{d \log P} \geq \frac{1}{n+1} - \frac{2}{5}.$$

Dans la zone de transition, puisque $n = 3/2$, cette condition se réduit à

$$(14') \quad \frac{d \log \mu}{d \log P} \geq 0.$$

Mais d'après (10), le long d'une des spirales,

$$\frac{d \log \mu}{d \log P} = -\frac{7}{5} \left(U - \frac{7}{2} V \right),$$

et les points de ces spirales qui tombent en dessous de la droite

$$(15) \quad 2U - 7V = 0$$

ne peuvent pas correspondre à des solutions stables. Par conséquent, seules les portions de spirales situées au-dessus de la droite (15) sont utilisables.

D'autre part, d'après l'équation (10), la variation de n , quand μ est constant, est donnée par

$$(16) \quad \frac{d \log (n+1)}{d \log r} = U - \frac{5}{2} \left(\frac{6,5 - 2n}{n+1} \right) V.$$

En particulier, si nous voulons en un point (U_c, V_c) continuer vers le centre (dr négatif) une solution spirale ($n = 3/2$) par une solution pour laquelle μ est constant, la variation de n juste au delà de ce point est égale à

$$(dn)_c = \frac{5}{2} \frac{dr}{r_c} \left[U_c - \frac{7}{2} V_c \right].$$

Ainsi, si le point (U_c, V_c) où la solution spirale s'arrête est au-dessus de la droite (15), n commence par grandir à nouveau et prend des valeurs supérieures à $3/2$. Par conséquent dans ce cas, la solution au delà de r_c serait une solution radiative stable.

Dans notre cas, nous voulons que le noyau convectif succède à la région de transition représentée par cette spirale et par conséquent, il faut que le point (U_c, V_c) tombe exactement sur la droite (15), puisque, d'autre part, nous ne pouvons dépasser cette droite vers le bas le long d'une des spirales. De plus, la solution polytropique d'Emden $E_{3/2}$ qui représente le noyau convectif ne coupe cette droite qu'en un seul point ($U = 2,422$; $V = 0,692$), avec lequel le point (U_c, V_c) doit donc coïncider. Ceci détermine complètement la portion de spirale S_0 (voir figure 1) qui peut représenter la zone de transition entre le noyau convectif et l'enveloppe radiative.

Le tableau I contient les coordonnées de S_0 déduites de l'intégration numérique de l'équation (13).

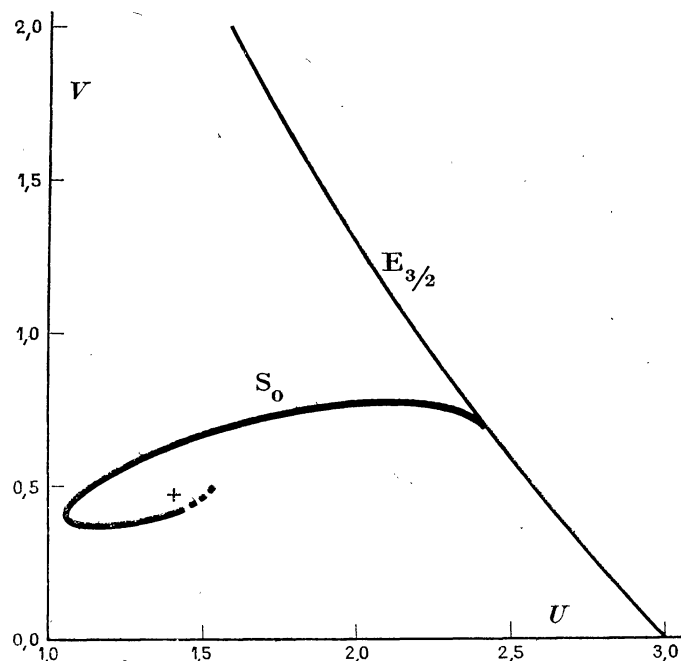


FIG. 1. — Solution spirale représentant dans le plan des (U, V) la zone de transition à poids moléculaire moyen variable.

TABLEAU I
SOLUTION SPIRALE S_0

U	V	U	V
2,422	0,692	1,422	0,636
2,322	0,746	1,322	0,590
2,222	0,760	1,222	0,544
2,022	0,761	1,122	0,486
1,822	0,741	1,052	0,415
1,622	0,694	1,122	0,376
1,522	0,672	1,222	0,375

Dans ce cas, comme $\mu(1 + X)$ varie beaucoup plus lentement que $\mu(1 - X^2)$, la variation de n correspondant par l'équation (9) à une discontinuité donnée de μ sera appréciablement plus petite que dans [1]. On doit donc s'attendre à pouvoir combiner directement l'enveloppe radiative au noyau convectif, jusqu'à des valeurs du rapport μ_i/μ_e plus grandes que dans [1].

Pour ces modèles, le rayon et la luminosité sont données par les formules suivantes :

$$(17) \quad R = \frac{2}{5} \frac{GM}{\mathfrak{R}T_m} \mu_e \left[\frac{\mu_i(1 + X_i)m_s}{\mu_{ts}(1 + X_{ts})m_c} \right]^{2/7} \frac{\theta_{es}}{u_c},$$

$$(18) \quad L = Q \frac{256 \pi^3 ac}{3x_0(1 + X_e)(1 - X_e - Y_e)} \left(\frac{2G}{5\mathfrak{R}} \right)^7 M^5 \mu_e^7 \left[\frac{\mu_{ts}(1 + X_{ts})m_c}{\mu_i(1 + X_i)m_s} \right]^{1/7} \left(\frac{u_c}{\theta_{es}} \right)^{1/2} T_m^{1/2},$$

où Q représente la valeur numérique du facteur

$$(19) \quad Q = \frac{3x_0(1 + X_e)(1 - X_e - Y_e)}{256 \pi^3 ac \mu_e^{7.5}} \left(\frac{5 \mathfrak{R}}{2 G} \right)^{7.5} \frac{LR^{0.5}}{M^{5.5}}$$

adoptée pour intégrer les équations de l'équilibre radiatif dans l'enveloppe extérieure.

Les différents symboles figurant dans ces expressions ont la signification suivante :

G : constante de gravitation ; $\mathfrak{R} = k/m_H$, où k est la constante de Boltzman et m_H la masse de l'atome d'hydrogène ; a : constante de Stefan ; c : vitesse de la lumière ; X_e : abondance en poids de l'hydrogène dans l'enveloppe extérieure ; M : masse totale de l'étoile ; m_s : masse du noyau convectif m_c + masse de la zone de transition.

Le paramètre θ est relié à la température T dans l'enveloppe radiative par

$$(20) \quad \theta = \frac{T}{T_1} \quad \text{où} \quad T_1 = \frac{2}{5} \frac{\mu_e}{\mathfrak{R}} \frac{GM}{R}$$

et θ_{es} est la valeur de θ du côté extérieur de la surface r_s séparant l'enveloppe radiative ($\mu = \mu_e$) de la zone de transition (μ variable). La valeur de μ du côté intérieur de cette surface est représentée par μ_{ts} .

Le paramètre u est relié à la température dans le noyau convectif par $u = T/T_m$, où T_m est la température centrale.

La formule (17) se déduit facilement de la définition (20) appliquée du côté extérieur de r_s , si on exprime T_{es} en fonction de T_m en tenant compte des lois de variation (11) et (12) de T et μ dans la zone de transition.

Pour obtenir la formule (18), il suffit de remplacer R par sa valeur (17) dans la définition (19) de Q .

En suivant la même méthode que dans [1] et grâce à une série de solutions à sources ponctuelles (employées pour représenter l'enveloppe radiative) mises à notre disposition par le Professeur S. CHANDRASEKHAR, nous avons calculé les caractéristiques de quelques configurations construites sur ce modèle et pour lesquelles

$$M = M_\odot, \quad T_m = 20.10^6 \text{ degrés}, \quad X_e = 0,56, \quad Y_e = 0,40, \quad x_0 = 10^{25}.$$

Le tableau II résume les résultats principaux de ces calculs.

TABLEAU II

Caractéristiques des modèles composés d'un noyau convectif et d'une enveloppe radiative de poids moléculaires moyens différents μ_i et μ_e dans le cas d'une grande abondance de l'hélium.

μ_i/μ_e	μ_{ts}/μ_e	m_c/M	r_c/R	m_s/M	r_s/R	R/R_\odot	L/L_\odot	X_i	$\log Q$	$\rho_m/\bar{\rho}$
1,0	—	0,150	0,171	—	—	0,719	0,661	0,560	4,9900	36,7
1,076	—	0,151	0,163	—	—	0,760	0,739	0,488	3,0499	44,67
1,21	—	0,155	0,150	—	—	0,864	0,873	0,362	3,1499	62,67
1,374	1,364	0,150	0,130	0,155	0,132	1,006	1,018	0,248	3,2499	90,41
1,47	1,418	0,138	0,120	0,153	0,126	1,067	1,083	0,187	3,2894	107,6

3. APPLICATION DE CES MODÈLES AU SOLEIL.

Si nous introduisons dans la formule (19) les valeurs numériques relatives au Soleil, $L = L_\odot$, $M = M_\odot$ et prenons pour X_e et Y_e des valeurs de l'ordre de celles proposées par UNSÖLD, $X_e = 0,56$, $Y_e = 0,40$ et pour κ la valeur 10^{25} , nous obtenons $\log Q = 3,2408$. Par comparaison avec l'avant-dernière colonne de la table II, on voit que le modèle approprié pour représenter l'état actuel du Soleil est proche de celui qui est décrit par la quatrième ligne de cette table. Par interpolation, on trouve que les valeurs correspondantes des différents paramètres sont :

$u_c = 0,713$, $\theta_{es} = 2,188$, $\rho_m/\bar{\rho} = 89$, $m_s/M = 0,155$, $m_c/M = 0,151$, $\mu_{ts}/\mu_e = 1,345$.
et

$$\mu_i/\mu_e = 1,352.$$

D'après les équations (1) et (3), on déduit pour X_i et Y_i les valeurs

$$(21) \quad X_i = 0,26 \quad \text{et} \quad Y_i = 0,70.$$

Avec ces valeurs, les équations (17) ou (18) nous donnent pour la température centrale :

$$(22) \quad T_m = 19,7 \cdot 10^6 \text{ degrés.}$$

L'énergie totale libérée à l'intérieur d'une étoile est donnée par

$$L = \int_0^{r_c} 4\pi\rho\epsilon r^2 dr.$$

Si nous introduisons dans cette expression la valeur de ϵ correspondant au cycle du carbone [9], nous pouvons encore l'écrire sous la forme

$$(23) \quad L = \frac{9M^2}{4\pi R^3} \frac{1}{T_m^{2/3}} \left(\frac{\rho_m}{\bar{\rho}}\right)^2 \epsilon_0 C_N X_i \int_0^{r_c} u^{7/3} e^{-\frac{15.250}{T_m^{1/3} u^{1/3}} x^2} dx,$$

où ϵ_0 est une constante de l'ordre de $8 \cdot 10^{31}$ et C_N représente l'abondance en poids de l'azote.

Si nous introduisons dans l'expression (23) les valeurs (21) et (22) et prenons pour C_N la valeur suggérée par les travaux d'UNSÖLD, soit $C_N = 0,0053$, nous obtenons :

$$(24) \quad L = 1,1 L_\odot.$$

Évidemment, seul l'ordre de grandeur de l'accord que nous obtenons ainsi est significatif, car il subsiste une certaine incertitude sur les vitesses des réactions nucléaires intervenant dans le cycle du carbone, ainsi d'ailleurs que sur la valeur de κ_0 . De plus, nous avons négligé les variations du facteur de guillotine dans la loi d'opacité. Seule une intégration numérique détaillée pourrait tenir compte de l'influence de ce dernier facteur. Cependant, aucune de ces causes d'erreur ne peut avoir d'effets que nous ne puissions balancer par un réajustement minime de la composition chimique de l'enveloppe radiative et du noyau convectif.

Un autre critère peut être appliqué à ce modèle. En effet, puisque la matière du noyau convectif et celle de l'enveloppe radiative ne se mélangent pas, et que seule la première est affectée par les réactions nucléaires, la différence de composition entre elles doit être reliée à l'âge du Soleil.

La quantité d'énergie ΔE libérée par la formation d'un atome d'hélium à partir de quatre atomes d'hydrogène est

$$\Delta E = (4m_{\text{H}} - m_{\text{He}})c^2.$$

D'autre part, si nous négligeons la variation de μ , qui est très faible dans la zone de transition du modèle proposé ici, la masse totale d'hydrogène qui a été transformée en hélium est égale à :

$$m_{\text{s}}(X_{\text{e}} - X_{\text{i}})$$

si la composition initiale était uniforme.

Par conséquent, l'énergie totale libérée est

$$E = \frac{m_{\text{s}}(X_{\text{i}} - X_{\text{e}})}{m_{\text{He}}} \Delta E = M_{\odot} \frac{m_{\text{s}}}{M_{\odot}} (X_{\text{e}} - X_{\text{i}}) \left(\frac{4m_{\text{H}}}{m_{\text{He}}} - 1 \right) c^2.$$

Comme, d'après la table II, la luminosité varie peu au cours de l'évolution considérée, la luminosité moyenne au cours de cette période peut en première approximation être prise égale à la luminosité actuelle du Soleil et la durée de cette évolution est donnée par

$$(25) \quad t = \frac{E}{L_{\odot}} = \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} \left(\frac{m_{\text{s}}}{M_{\odot}} \right) (X_{\text{e}} - X_{\text{i}}) \left(\frac{4m_{\text{H}}}{m_{\text{He}}} - 1 \right) c^2.$$

Si on introduit les valeurs numériques dans cette expression, on obtient

$$t \simeq 5.10^9 \text{ années.}$$

Ce résultat est en bon accord avec le reste des données concernant l'âge du Soleil, puisque l'évidence géologique indique qu'il a dû exister dans un état voisin de son état actuel pour une durée de l'ordre de 2.10^9 années et que l'évidence cosmologique introduit une limite supérieure de l'ordre de 10^{10} années pour l'âge de l'univers. Les mêmes remarques s'imposent en ce qui concerne la précision de la valeur (26) que celles faites précédemment à propos de l'accord entre l'énergie libérée et l'énergie rayonnée [éq. (24)]. Néanmoins, il est remarquable que la condition de compatibilité entre notre modèle et l'état actuel du Soleil permette à elle seule de retrouver, pour l'âge de celui-ci, une valeur de l'ordre de grandeur correct.

Nous avons traité le problème comme si toute la variation de l'hélium dans le noyau convectif était due au cycle du carbone, alors qu'en réalité, d'autres réactions nucléaires conduisant à la formation de l'hélium ont dû se produire au début de l'évolution. Cependant, si nous passons en revue les réactions possibles entre éléments légers et protons, nous voyons que la plupart d'entre elles (L_i , B_e , ${}^{10}B$) laissent le poids moléculaire moyen inchangé et tombent par conséquent en dehors de la période considérée. Cependant, la fraction de la vie d'une étoile qui y correspond doit être très petite, car à en juger par l'évidence tant empirique que théorique, les abondances cosmiques de ces éléments ont toujours dû être très faibles.

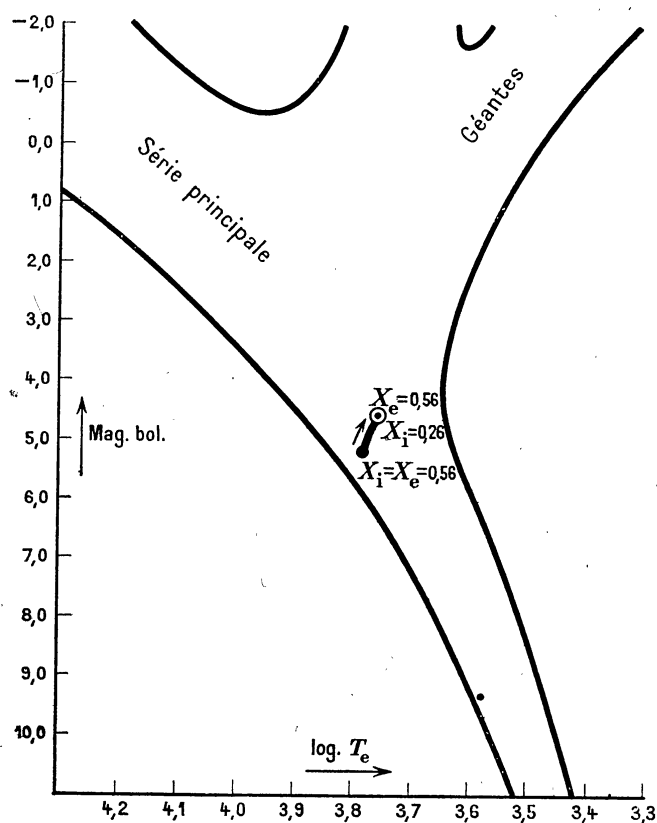


FIG. 2. — Représentation dans le diagramme de Hertzsprung-Russell de l'évolution du Soleil depuis le début du cycle du carbone.

Seule la réaction proton-deutéron accroît également le poids moléculaire moyen et se produit pour une température centrale plus petite que celle adoptée ici, toutefois il est probable qu'à part le cas des étoiles de masses appréciablement plus petites que celle du Soleil, cette réaction ne joue un rôle important que durant une période très courte, où la réserve éventuelle de deutérons formée à un stade préstellaire s'épuise rapidement.

Ainsi, les modèles donnés dans le tableau II peuvent servir à représenter l'évolution du Soleil durant la plus grande partie de la période de 5.10^9 années obtenue plus haut.

On pourrait déterminer la variation de la température centrale T_m au cours de cette évolution en exprimant que, à chaque instant, l'énergie libérée doit être égale à l'énergie rayonnée. Mais comme T_m intervient à une puissance très élevée ($\simeq 20$) dans l'expression de l'énergie libérée, il est évident que, en pratique, ses variations seront tout à fait négligeables.

Dans ce cas, réajustant la luminosité et le rayon aux valeurs observées pour $\mu_i/\mu_e = 1,352$, nous pouvons dresser le tableau III.

TABLEAU III

Variations de L et R au cours de l'évolution du Soleil

μ_i/μ_e	L/L_\odot	R/R_\odot
1,0	0,656	0,729
1,076	0,733	0,772
1,210	0,866	0,877
1,352	1,000	1,000
1,374	1,020	1,010

Si nous transformons ces luminosités et rayons en magnitudes absolues et températures effectives, nous pouvons représenter l'évolution du Soleil dans un diagramme de HERTZPRUNG-RUSSELL (fig. 2). On voit que le déplacement du point représentatif est très petit au cours de cette évolution, bien que sa durée soit cependant très longue. Comme beaucoup d'étoiles sont dans le même cas que le Soleil, elles doivent donc passer une grande partie de leur existence dans une bande étroite du diagramme de HERTZPRUNG-RUSSELL et ceci pourrait servir à expliquer la grande concentration des étoiles dans la séquence principale.

Manuscrit reçu le 19 mai 1948.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. LEDOUX, *Ap. J.*, **105**, 1947, p. 305.
- [2] H. VON ZEIPEL, *Festschrift für H. v. Seeliger*, 1924, p. 144.
- [3] G. RANDERS, *Ap. J.*, **95**, 1942, p. 454. — Voir aussi les remarques de T. G. COWLING, *M. N.*, **105**, 1945, p. 166, appendix, qui montrent que l'effet sera faible.
- [4] V. BJERKNES, *Astrophysica Norvegica*, vol. II, 1937, p. 263.
- [5] HOYLE et LYTTLETON, *M. N.*, **102**, 1942, p. 218 et *M. N.*, **106**, 1946, p. 525.
- [6] A. UNSÖLD, *Zs. f. Aph.*, **21**, 1941, p. 22. — Voir aussi : L. H. ALLER, *Ap. J.*, **104**, 1946, p. 347.
- [7] G. BLANCH, A. N. LOWAN, R. E. MARSHACK and H. A. BETHE, *Ap. J.*, **94**, 1941, p. 37. — Voir aussi : N. R. SEN and U. R. BURMAN, *Ap. J.*, **100**, 1944, p. 347.
- [8] M. SCHWARZSCHILD, *Ap. J.*, **104**, 1946, p. 203. — Voir aussi : J. C. PECKER et E. SCHATZMAN, *Annales d'Astrophysique*, **10**, 1947, p. 181.
- [9] H. A. BETHE, *Phys. Rev.*, **55**, 1939, et *Ap. J.*, **92**, 1940, p. 1178.