1965AnAp...28..353B

STABILITÉ VIBRATIONNELLE DES ÉTOILES D'HÉLIUM PUR

par A. BOURY et P. LEDOUX

(Institut d'Astrophysique de l'Université de Liège, Cointe-Sclessin, Belgique)

RÉSUMÉ. — *En se servant des modèles de* DEINZER *et* SALPETER (1964), *on a trouvé que les étoiles d'hélium pur cessent d'être stables vis-à-vis des oscillations radiales lorsque leur masse dépasse* 7-8 $M_{\odot}$. *L'amplification des oscillations étant beaucoup plus rapide que l'évolution ultérieure, l'instabilité est relativement violente. L'évolution ne change guère la valeur de la masse critique.*

ABSTRACT. — *From models computed by* DEINZER *and* SALPETER (1964), *it is found that pure helium stars are unstable towards radial pulsations when their mass is above* 7-8 $M_{\odot}$. *The increase of the pulsation amplitude is much faster than subsequent evolution, creating a relatively violent instability. The critical mass doesn't change appreciably when evolution proceeds.*

Резюме. — Пользуясь моделями Дейнцера и Салпетера (1964), было найдено, что звезды из чистого гелия перестают быть устойчивыми по отношению к радиальным колебаниям, когда их масса превышает 7-8 $M_{\odot}$. Усиление колебаний будучи намного более быстрым нежели последующая эволюция, неустойчивость является относительно бурной. Эволюция почти не изменяет значение критической массы.

Si les théories de la nucléosynthèse à l'intérieur des étoiles interprètent de façon assez satisfaisante les abondances de beaucoup d'éléments dans l'univers, l'abondance totale considérable de l'hélium pose cependant des problèmes difficiles. Une possibilité de répandre suffisamment d'hélium dans le milieu interstellaire réside peut-être dans l'instabilité vibrationnelle d'étoiles massives qui, par suite d'effets mécaniques tels que rotation ou marées, resteraient homogènes au cours de leur évolution (LEDOUX, 1964). L'étude de cette possibilité est en cours. Mais avant tout, nous avons examiné le cas d'étoiles formées d'hélium pur. En fait cet état serait pratiquement atteint à quelque moment au cours de l'évolution d'une étoile homogène et si la masse critique M_{Cr} (He) en présence des réactions de l'hélium est beaucoup plus petite que celle, M_{Cr} (H), que l'on trouve en présence des réactions de l'hydrogène, une telle étoile, de masse supérieure à M_{Cr} (He), devrait bien se débarrasser de la différence de masse M_{Cr} (H) — M_{Cr} (He) dont une partie considérable se trouvera sous forme d'hélium.

Nous avons, pour ces étoiles d'hélium pur, utilisé les récents modèles de Deinzer et Salpeter (1964) en négligeant cependant les faibles corrections de dégénérescence introduites pour les masses inférieures à 6 $M_{\odot}$. Ces modèles sont formellement les mêmes que ceux construits par SCHWARZSCHILD et HÄRM (1958) pour les étoiles de composition chimique ordinaire. Nous négligeons les effets, sur la stabilité, de la convection (BOURY, GABRIEL et LEDOUX, 1964) et de l'emploi éventuel de modèles à opacité de diffusion non constante (BOURY, 1964). Ceci n'entraîne aucune erreur appréciable. Dans ce qui suit, nous utilisons les notations de SCHWARZSCHILD et HÄRM (1958) ou de BOURY (1963).

I. VALEUR DE LA MASSE CRITIQUE.

Le coefficient de stabilité vis-à-vis des oscillations radiales s'écrit

$$(1) \quad \sigma' = -\frac{\int_0^M \frac{\delta T}{T}\,\delta\varepsilon\,dm - \int_0^M \frac{\delta T}{T}\,\frac{d\delta L_R}{dm}\,dm}{2\int_0^M \sigma^2 r^2 \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2 dm} = -\frac{D - S}{2E_P}.$$

que l'on évalue en substituant pour les amplitudes δr, δT, $\delta\varepsilon$, δL, etc., ces valeurs calculées pour l'oscillation adiabatique. Comme, dans les circonstances envisagées, le mode le plus instable est le mode fondamental d'oscillation radiale, nous n'effectuerons les calculs que pour ce dernier.

Le terme D est facilement calculable à l'aide de la série de relations :

$$(2) \quad D = \int_0^M \frac{\delta T}{T}\,\delta\varepsilon\,dm = \int_0^M \frac{\delta T}{T}\,\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\,dm$$
$$= \overline{\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\,\frac{\delta T}{T}} \int_0^M \varepsilon\,dm \simeq \left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_c \left(\frac{\delta T}{T}\right)_c L.$$

C.N.R.S. • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1965AnAp...28..353B

l'indice c désignant une valeur prise au centre de l'étoile. Le dernier membre de (2) constitue, dans le cas d'une réaction aussi sensible à la température que la réaction 3α, une excellente approximation.

Pour le taux de génération d'énergie, nous utilisons, comme DEINZER et SALPETER, l'expression

$$(3) \quad \varepsilon_{3\alpha} = 3.46 \times 10^{11} \rho^2 T_8^{-3} \times \exp(-43.2/T_8) \propto \rho^2 T_8^{\nu},$$

avec

$$\nu = \frac{43.2}{T_8} - 3.$$

Le calcul de $\delta\varepsilon$ peut parfois être délicat (voir, par exemple, BOURY [1963]) mais dans le cas qui nous occupe, PERDANG (1964) a vérifié que l'on pouvait écrire

$$(4) \quad \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = 2\frac{\delta\rho}{\rho} + \nu\frac{\delta T}{T}.$$

Dans les étoiles très massives à opacité constante, les distributions de $\frac{\delta r}{r}$, $\frac{\delta\rho}{\rho}$, $\frac{\delta T}{T}$, etc. et ω^2 ne dépendent que de β_c, le rapport, au centre, de la pression gazeuse à la pression totale. Dès lors, pour obtenir les données nécessaires pour les modèles considérés ici, il suffit d'interpoler dans les résultats de SCHWARZSCHILD et HÄRM (1959) et de BOURY (1963). Les résultats concernant D sont repris à la table I. Nous avons conservé la convention de normalisation $\left(\frac{\delta r}{r}\right)_c = 1$.

L'évaluation du terme d'amortissement radiatif S que l'on peut écrire

$$\int_{q=\frac{m}{M}=0}^{q=1} \frac{\delta T}{T}(q)\, d\delta L_R(q),$$

est aisée, si l'on observe que $\delta L_R(q)/L_R(q)$, qui est fonction de $\frac{\delta r}{r}$, $\frac{\delta\rho}{\rho}$, $\frac{\delta T}{T}$ ne dépend non plus que

TABLE I

EFFET DÉSTABILISANT

β_c	$M/M_\odot$	$(T_8)_c$	ν	$2\frac{\delta\rho}{\rho}$	$\frac{\delta T}{T}$	$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}$	L	D
0.8573	3.986	1.653	26.13	—6	—1.429	—43.34	5.735 (37)	3.068 (39)
0.7664	6.588	1.759	24.56	—6	—1.291	—37.31	1.901 (38)	9.255 (39)
0.6006	14.80	1.914	19.57	—6	—1.158	—28.66	9.719 (38)	3.226 (40)
0.4519	32.10	2.044	18.14	—6	—1.093	—25.83	3.472 (39)	9.802 (40)
0.3133	78.21	2.178	16.83	—6	—1.054	—23.74	1.196 (40)	2.993 (41)

de β_c. De plus, en utilisant les notations et les équations de SCHWARZSCHILD et HÄRM (1958), on montre que

$$L_R(q) = L\frac{x^{*2}}{p^*}\frac{t^{*4}}{\beta}\frac{dt^*}{dx^*}\frac{p_f^*\,\beta_f}{x_f^*\,t_f^{*4}}\left(\frac{dt^*}{dx^*}\right)_f^{-1} = L\varphi(\beta_c)$$

et

$$L = \frac{\Phi(\beta_c)}{(1+x_H)\,\mu^2}.$$

Dès lors

$$S \propto (1+x_H)^{-1}\,\mu^{-2} \qquad (\beta_c \text{ fixé}),$$

où x_H désigne l'abondance d'hydrogène.

Ainsi, par interpolation parmi les valeurs trouvées par SCHWARZSCHILD et HÄRM (1959) pour les étoiles de composition chimique normale et par BOURY (1963) pour les étoiles d'hydrogène pur, et tenant compte du facteur de composition chimique, on trouve les valeurs de la table II.

TABLE II

EFFET STABILISANT

$M/M_\odot$	S
3.986	9.00 (39)
6.588	1.10 (40)
14.80	1.72 (40)
32.10	2.80 (40)
78.20	4.56 (40)

C.N.R.S. • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1965AnAp...28..353B

On en déduit que S = D lorsque

$$M = M_{Cr}\,(He) = 7 \text{ à } 8\ M_\odot.$$

Ainsi les étoiles d'hélium pur cessent d'être stables dès que leur masse dépasse 7 à 8 $M_\odot$, alors que pour les étoiles de composition normale, SCHWARZSCHILD et HÄRM avaient trouvé M_{Cr} (H) $\simeq$ 60 $M_\odot$ et pour les étoiles d'hydrogène initialement pur, sans éléments lourds à l'origine, BOURY (1963) avait obtenu M_{Cr} (H) $\simeq$ 280 $M_\odot$. Ainsi, sur cette base, on peut s'attendre effectivement à ce qu'une étoile quelque peu massive, soit de composition normale, soit d'hydrogène initialement pur, évoluant en restant homogène, éjecte une fraction considérable de sa masse avant d'atteindre l'état où la plus grande partie de sa matière serait convertie en Hélium. Évidemment, ceci requiert une instabilité vibrationnelle efficace, autrement dit que le temps d'amplification des oscillations radiales soit relativement court vis-à-vis du temps d'évolution. De même, si on considère les étoiles d'hélium pur *indépendamment de leur origine*, c'est-à-dire de l'évolution *antérieure* qui les a produites, il faut aussi estimer l'efficacité de l'instabilité par rapport à l'évolution *ultérieure*. C'est ce qui est discuté dans la section suivante.

II. INFLUENCE DE LA STABILITÉ VIBRATIONNELLE.

Le calcul du coefficient d'amortissement ou d'amplification σ' nécessite encore les valeurs de

$$\text{(5)}\quad E_P = \int_0^M \sigma^2 \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2 r^2\, dm = \int_0^1 \sigma^2 R^2 M \left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 x^2\, dq = \omega^2 \frac{GM^2}{R} \int_0^1 \left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 x^2\, dq = \frac{GM^2}{R}\, \omega^2 I_1.$$

De nouveau, les valeurs de $\omega^2 I_1$ peuvent être obtenues par interpolation dans les résultats de SCHWARZSCHILD et HÄRM (renormalisés à $\left(\frac{\delta r}{r}\right)_c = 1$) E_P s'ensuit immédiatement.

Les résultats concernant la stabilité sont donnés à la Table III.

TABLE III

STABILITÉ ET TEMPS CARACTÉRISTIQUES

$M/M_\odot$	D — S	E_P	σ'	$\lvert\sigma'\rvert^{-1}$	$\tau_{\text{années}}$	$\log_{10}[\exp(-\sigma'\tau)]$
3.986	— 5.93 (39) (stable)	1.477 (50)	4.00 (— 11)	800 (amortis.)	6.6 (5)	— 350.6
6.588	— 1.75 (39) (stable)	2.370 (50)	7.39 (— 12)	4500 (amortis.)	4.0 (5)	— 44.7
14.80	+ 1.51 (40) (instable)	4.818 (50)	— 1.56 (— 11)	2100 (amplific.)	2.3 (5)	47.3
32.10	+ 7.00 (40) (instable)	9.882 (50)	— 3.54 (— 11)	900 (amplific.)	1.6 (5)	75.0
78.20	+ 2.54 (41) (instable)	2.298 (51)	— 5.50 (— 11)	600 (amplific.)	1.2 (5)	85.6

Pour mesurer l'influence de l'instabilité vibrationnelle, il faut comparer le temps d'amplification $|\sigma'|^{-1}$ des oscillations avec le temps τ d'évolution. Appelons τ la durée mise par une étoile pour modifier dans son noyau convectif l'abondance d'hélium de $x_\alpha = 1$ à $x_\alpha = 0.5$. On a, en utilisant les notations de DEINZER et SALPETER

$$\text{(6)}\qquad \frac{dx_\alpha}{dt} = -\frac{4\,\varepsilon_{3\alpha}}{N_A\,Q}\left(3 + \frac{G_c\,x_{12}}{x_\alpha^2}\right).$$

où $Q = 7.28$ MeV $= 1.17 \times 10^{-5}$ erg et $N_A = 6 \times 10^{23}$. Si l'on adopte les conditions régnant lorsque l'étoile se trouve encore sur la séquence principale ($x_\alpha = 1$, $x_{12} = 0$), on a pour l'abondance x_α redistribuée dans le noyau, en supposant la convection très efficace,

$$-\frac{\Delta x_\alpha}{\Delta t} \simeq 1.71 \times 10^{-18}\, \overline{\varepsilon_{3\alpha}} \simeq 1.71 \times 10^{-18}\, \frac{L}{Mq_f}.$$

En prenant $\Delta x_\alpha = -0.5$, on a pour Δt les différentes valeurs reprises à la 6e colonne de la table III. On constate de plus que, lors de l'évolution, la diminution de x_α n'est pas compensée très efficacement par la présence de la réaction $C^{12}(\alpha, \gamma)\, O^{16}$. G_C diminue en effet quand la température augmente. Pour $x_\alpha = 0.5$, la parenthèse dans (6) vaut 3.5, 3.6 et 4 pour $M = 4\ M_\odot$, 14.8 $M_\odot$ et 78.2 $M_\odot$, respectivement. $\varepsilon_{3\alpha}$, elle, ne

C.N.R.S. • Provided by the NASA Astrophysics Data System

1965AnAp...28..353B

varie guère. On peut donc écrire, pour notre propos,

$$\tau \simeq \Delta t.$$

Ainsi, le temps d'amplification est nettement plus court que le temps d'évolution et l'instabilité est assez violente pour que l'amplitude puisse croître jusqu'à conduire à des vitesses d'éjection, comme l'indiquent les facteurs d'accroissement exp ($-\sigma' \tau$) de la table III. C'est dire qu'il faut s'attendre à ce que l'évolution ultérieure à la séquence principale de l'hélium soit fortement affectée par l'instabilité vibrationnelle.

IV. Effets de l'évolution ultérieure sur l'instabilité.

Les valeurs de σ' utilisées dans les paragraphes précédents correspondent aux oscillations prenant place sur la séquence principale de l'hélium. Il nous faut voir maintenant si l'évolution ultérieure ne modifie pas appréciablement σ' :

1. *Dans les étoiles massives ordinaires*, transmutant de l'hydrogène, l'évolution provoque un recul du noyau convectif. L'instabilité diminue appréciablement quand le temps passe et des étoiles, initialement instables, cessent de l'être assez rapidement. Ce phénomène, cependant, est dû au rôle de l'abondance x_H d'hydrogène dans l'opacité par diffusion électronique.

Quand l'hydrogène est, comme ici, absent, l'étendue du noyau convectif augmente légèrement avec le temps. Les caractéristiques de l'oscillation s'altèrent un peu, favorisant l'instabilité, quoique l'effet ne soit probablement pas très important.

2. *Dès que les étoiles quittent la séquence principale de l'hélium*, la réaction C^{12} (α, γ) va jouer un rôle dans le calcul de D. Comme on a, approximativement,

$$\varepsilon_{C\to O} \propto \rho T_8^{\nu'},$$

avec

$$\nu' = \frac{1}{3}(69.2\ T_8^{-1/3} - 2) \lesssim \nu \ (\text{si } T_8 \lesssim 2.5),$$

il vient

$$\left|\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{C\to O}\right| = \left|\frac{\delta\rho}{\rho} + \nu'\frac{\delta T}{T}\right| < \left|\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{3\alpha}\right|$$

et ceci diminuera l'instabilité.

Toutefois, dans le calcul de $\delta\varepsilon/\varepsilon$ donné par l'expression

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{3\alpha}\frac{L_{3\alpha}}{L_{3\alpha}+L_{C\to O}} + \left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{C\to O}\frac{L_{C\to O}}{L_{3\alpha}+L_{C\to O}}.$$

l'influence de la réaction en question est relativement faible (table IV) car, lorsque la masse devient considérable, $\left|\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{C\to O}\right|$ n'est pas beaucoup plus petit que $\left|\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{3\alpha}\right|$. Les résultats de la table IV se rapportent au moment (τ) où $x_\alpha = 0.5$.

TABLE IV

$M/M_\odot$	ν'	$\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{C\to O}$	$\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_{3\alpha}$	$\frac{L_{C\to O}}{L_{3\alpha}}$	$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}$
3.986	18.4	—29.3	—43.3	0.5	—39
14.80	17.5	—23.3	—28.6	0.7	—26
78.20	16.8	—20.7	—23.7	1.0	—22

En conclusion, la masse critique effective des étoiles d'hélium pur est bien de 7 à 8 $M_\odot$ sur leur séquence principale. Au cours de l'évolution ultérieure, de légers effets stabilisant et déstabilisant s'opposeront sans modifier appréciablement cette valeur et l'évolution, elle, sera sensiblement perturbée par les oscillations radiales.

Manuscrit reçu le 16 *décembre* 1964.

RÉFÉRENCES

Boury A., 1963, *Ann. Ap.*, **26**, 354.
Boury A., 1964, *Ap. J.*, **140**, 1322.
Boury A., Gabriel M. et Ledoux P., 1964, *Ann. Ap.*, **27**, 92.
Ledoux P., 1964, Congrès Solvay (sous presse).
Perdang J., 1964, non publié.
Schwarzschild M. et Härm R., 1958, *Ap. J.*, **128**, 348.
Schwarzschild M. et Härm R., 1959, *Ap. J.*, **129**, 637.

C.N.R.S. • Provided by the NASA Astrophysics Data System