Les difficultés de l'apprentissage de la trigonométrie

Valérie Henry [1⋆,⋄], Marie Pierard [2⋆,⋄]

⋆ Institut de Recherche en Didactique et en Éducation de l'UNamur (IRDENa) – Belgique
⋄ Université de Namur (UNamur) – Belgique

Nous développons actuellement une thèse en didactique des mathématiques sur l'enseignement de la trigonométrie dans le secondaire. Dans le cadre de ce travail, nous avons relevé plusieurs difficultés auxquelles les élèves devaient faire face lors de leur apprentissage de la trigonométrie, depuis la trigonométrie dans le triangle rectangle jusqu'aux fonctions trigonométriques. Certaines des difficultés que nous avons relevées pourraient représenter des obstacles, épistémologiques ou didactiques, au sens de Brousseau (1998). En voici deux exemples.

Notre premier exemple s'inspire d'une erreur fréquente chez les élèves : l'utilisation des formules des triangles rectangles pour la résolution d'un triangle quelconque. D'après les programmes actuels, c'est au grade 9 que les rapports trigonométriques d'un angle (sinus, cosinus et tangente) sont définis pour la première fois et ce, dans les triangles rectangles. Les élèves ne sortiront de ce contexte qu'au grade 10 et devront alors construire de nouvelles définitions des rapports trigonométriques, plus générales et valables dans les triangles quelconques. Les définitions étudiées au grade 9 constituent un obstacle à la résolution des triangles quelconques : elles ont fonctionné longtemps et les élèves doivent perdre l'habitude d'y avoir recours. Nous nous sommes donc interrogées sur les raisons de cette organisation du savoir à enseigner (Chevallard, 1991) : du cas particulier des triangles rectangles au cas général des triangles quelconques. Nous avons notamment analysé les programmes belges des 50 dernières années dans cette optique.

Notre second exemple fait appel à la notion d'artefact. Inspirées par le travail de Rabardel (1995), nous définissons un artefact comme un élément apporté en classe par l'enseignant, dans le but de soutenir un apprentissage. Cet élément est d'abord un simple objet puis, grâce au processus de genèse instrumentale, il devient un instrument permettant à l'élève d'accomplir une tâche donnée. En trigonométrie, les artefacts auxquels on pense rapidement sont les instruments de mesure : règle graduée, compas et rapporteur. Pour nous, le cercle trigonométrique est également un artefact. En effet, c'est avant tout un objet plutôt abstrait mais quand on en maîtrise les propriétés, il permet de résoudre aisément différents types de tâches. Cependant, certaines des propriétés du cercle trigonométrique peuvent très bien rester implicites pour l'élève. Prenons l'exemple de la définition du cosinus d'un angle. Au grade 9, le cosinus d'un angle est défini comme le rapport entre les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle. Au grade 10, il est défini comme l'abscisse d'un point du cercle trigonométrique. Cependant, bien que sa définition ait changé, le cosinus reste un rapport de longueurs dans le cercle trigonométrique, au signe près et avec un dénominateur qui ne s'écrit plus car il est égal à 1. Ce type d'implicite est un obstacle à la construction de connexions entre la trigonométrie dans les triangles rectangles, la trigonométrie dans les triangles quelconques et les fonctions trigonométriques.

À la suite de notre réflexion sur les obstacles, nous travaillons aujourd'hui sur une réorganisation du savoir à enseigner, d'après la théorie de la transposition didactique de Chevallard (1991). Notre stratégie est de partir d'une définition des rapports trigonométriques qu'on ne trouve plus si souvent dans les ouvrages de référence ou dans les manuels scolaires : une définition basée sur les projections orthogonales. Notre savoir à enseigner vise à respecter les trois principes suivants.

1. Les projections orthogonales permettent de définir les rapports trigonométriques des angles, ces

1. valerie.henry@unamur.be
2. marie_pierard@hotmail.com

derniers étant pris comme des régions situées entre deux demi-droites partant d'un même sommet et non comme des éléments constitutifs d'une figure géométrique.

2. La définition des nombres trigonométriques est une définition générale qui sera appliquée aux différents cas particuliers que sont les triangles rectangles et quelconques, le cercle (trigonométrique ou non), ou n'importe quelle figure géométrique. Cela permettra d'insister sur les liens qui unissent tous ces cas.
3. Grâce aux projections orthogonales, la facette géométrique de la trigonométrie pourra être étudiée sans faire référence au cercle trigonométrique. Ce dernier ne sera construit que pour pouvoir travailler la facette analytique de la trigonométrie, à savoir les fonctions trigonométriques.

Notre organisation du savoir à enseigner ayant pris forme, nous nous penchons actuellement sur son analyse par l'écriture d'un modèle épistémologique de référence (Bosch & Gascon, 2006). Avec ce modèle, nous travaillons dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique de Chevallard et décrivons les différentes organisations mathématiques liées à la trigonométrie (type de tâche, technique, technologie, théorie) en gardant une question importante à l'esprit : notre organisation du savoir à enseigner permet-elle une meilleure gestion des obstacles que son organisation dans les programmes actuels ?

Bibliographie

Bosch, M. & Gascon,J., Twenty-five years of the didactic transposition, *ICMI Bulletin, 58*, 56-57, 2006.

Brousseau, G., Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques* (115-160). La Pensée Sauvage, 1998.

Chevallard, Y., *La transposition didactique.* La Pensée Sauvage, 1991.

Rabardel, P., *Les hommes et les technologies - Une approche cognitive des instruments contemporains.* Armand Colin, 1998.

Mots-clés : trigonométrie, projection orthogonale, obstacle, modèle épistémologique de référence, transposition didactique