Un modèle relatif à la TSUS (Transition Secondaire-Université en Statistique)

par Jacques Bair

Mots clés. Transition Secondaire-Université (TSU) ; statistique ; savoirs savant, à enseigner, enseigné et appris ; modélisation.

1 Introduction

Nous allons nous intéresser à l'enseignement de la statistique au niveau de la TSU (Transition Secondaire-Université) ; nous nous restreignons au cas de la statistique descriptive pour des séries univariées. Cette matière, par laquelle commence habituellement toute formation en statistique, figure dans les programmes officiels (en quatrième année) de l'enseignement secondaire en Belgique francophone, au sein d'un chapitre du cours de mathématique sous l'appellation « traitement des données » ; elle est également dispensée (en première année) dans de nombreux cursus universitaires (en mathématiques, en informatique, en sciences appliquées, en biologie, en économie, en gestion,. . .).

La présence de la statistique dans la formation intellectuelle des jeunes est assez récente, comme nous le verrons ultérieurement, et de plus en plus importante. Ce nouveau courant peut être expliqué par le développement (relativement) récent de cette matière, mais aussi par l'importance que celle-ci a prise dans la société contemporaine, notamment par l'omniprésence dans les media de données statistiques sur des thèmes sociétaux d'ampleur (situation sanitaire, écologie, biodiversité, informations politiques ou économiques, . . .) et par son recours fréquent et conséquent dans toutes les disciplines scientifiques.

Nous portons notre attention sur des questions de didactique, c'est-à-dire sur des sujets liés essentiellement à la statistique, en laissant ainsi de côté « des disciplines qui s'intéressent à l'apprentissage (la psychologie), à l'enseignement (la pédagogie), à l'école et à la transmission des savoirs (la sociologie) » ([**?**], p. 79).

Nous allons construire de façon progressive un modèle se rapportant à cet enseignement.

2 Les savoirs en jeu et leur évolution

En premier lieu, nous nous focalisons sur le « savoir propre à la statistique » . Selon la théorie des situations didactiques de Brousseau [**?**], il diffère des connaissances : un savoir est une construction sociale et culturelle qui vit dans une institution [**?**], tandis qu'une connaissance est mise en jeu par un individu quand il aborde une situation [**?**].

En suivant les pas de Chevallard [**?**], nous distinguons quatre formes du savoir en statistique :

a) le **savoir savant**, en abrégé SS, est celui élaboré par des chercheurs et des savants, diffusé dans des publications scientifiques (livres, articles originaux), analysé puis avalisé par des pairs, spécialistes du sujet. Il évolue sans cesse au cours du temps. Dans la suite, nous distinguerons deux états de ce savoir : SS se réfère au savoir véhiculé dans l'enseignement secondaire, tandis que SS+ se rapporte à celui rencontré dans l'enseignement supérieur ; le signe + symbolise donc un supplément de matière parce que l'enseignement universitaire suit en principe de près l'actualité scientifique de sorte que SS+ est généralement plus étoffé que le SS rencontré dans le secondaire.

   Ce savoir, qui est la base de la statistique et des probabilités, est plus récent que celui figurant dans les autres chapitres traditionnels des mathématiques (la géométrie, l'arithmétique, l'algèbre, la trigonométrie, l'analyse) enseignés classiquement au niveau de la TSU. Contentons-nous de donner quelques dates qui pourront faire office de points de repères ; elles sont issues, pour les premières d'entre elles, de l'ouvrage [**?**].

– 1602 : l'astronome danois Tycho Brahé (1546-1601) exploite une moyenne arithmétique pour étudier des données astronomiques, ce qui permit à Johannes Képler (1571-1630), célèbre astronome, astrologue, mathématicien et philosophe allemand, de formuler ses trois lois régissant l'orbite des planètes ;
– 1722 : le mathématicien anglais Roger Cotes (1682-1716) fait appel à une moyenne arithmétique pondérée pour connaître la position exacte d'un point au sujet duquel existent quatre observations de fiabilité inégale ;
– 1757 : le jésuite italien Roger Joseph Boscovich (1711-1787) qui était à la fois mathématicien, physicien, astronome, diplomate, poète et philosophe, introduit le concept de médiane ;
– 1835 : le mathématicien, astronome, statisticien et sociologue belge Adolphe Quetelet (1796-1874) recueille et analyse des données sur l'homme et crée une théorie (controversée à son époque) relative à ≪ l'homme moyen ≫ ; en 1846, ce même auteur réalisa une étude faisant intervenir l'écart entre les quartiles ;
– 1867 : le mathématicien russe Pafnouti Tchebychev (1921-1994) publie un article, intitulé *Des valeurs moyennes*, où il présente un théorème qui porte désormais le nom d'*inégalité de Bienaymé-Tchebychev* ; ce résultat est important car il conduira plus tard à une loi générale des grands nombres ;
– 1874 : William Stanley Jevons (1935-1882), économiste et logicien britannique, a recours aux notions de moyenne géométrique et de moyenne harmonique dans son ouvrage *The principle of science* ;
– 1893 : le statisticien anglais Karl Pearson (1857-1936) introduit le terme anglais de *standard deviation* même si l'idée de la variance était née un peu plus tôt avec les moindres carrés ;
– 1933, le mathématicien russe Andreï Kolmogorov propose une théorie axiomatisée des probabilités ;
– 1977 : le statisticien américain John Tukey (1915-2000) publie un livre au sein duquel il développe sa théorie de *l'analyse exploratoire des données* ; il y introduit des résumés innovants de séries statistiques univariées ainsi que des techniques graphiques suggestives (comme des boîtes à moustaches).

b) SS n'est en principe pas prévu pour être enseigné tel qu'il a été initialement construit. Pour faire l'objet d'un enseignement, il doit être trié, transformé, reconstruit de façon cohérente en étant adapté à un projet pédagogique convenant aux besoins de la société et à ceux des apprenants ainsi qu'à leurs capacités. Il devient alors un **savoir à enseigner**, SàE en abrégé. Celui-ci se trouve, en ce qui concerne l'enseignement secondaire, consigné dans des programmes auxquels tous les établissements scolaires concernés doivent se conformer ainsi que dans les manuels destinés aux enseignants ou aux apprenants ; les programmes précisent les compétences qui devraient être visées. En Belgique francophone, on peut consulter les programmes sur le site officiel de la Communauté française (enseignement.be). Ceux-ci sont élaborés par des spécialistes issus de différents horizons (des professeurs du secondaire, des universitaires, ou encore des représentants des parents d'élèves, du monde politique, de la société civile, ...). Tout ce monde forme ce que des didacticiens appellent la *noosphère* [**?**] ; on nomme encore la transformation du SS en SàE une *transposition* (qualifiée ici d'externe) : ≪ son but déclaré reste l'élaboration d'un curriculum de type didactique qui puisse rendre accessible la science sans pour autant la sacrifier ≫ [**?**].

L'introduction de la statistique dans les programmes officiels de mathématiques est assez récente. En Belgique francophone, elle date de la seconde moitié du siècle précédent et s'est produite à l'occasion de la réforme des programmes (en 1968) causée par l'épisode dit ≪ la guerre des mathémathiques modernes ≫ (voir [**?**], [**?**], [**?**]) ; elle a été initiée en Belgique principalement par le professeur Henri Breny (1923-1991) de l'Université de Liège : celui-ci ≪ s'efforça de préciser la manière dont les probabilités et la statistique pouvaient s'insérer au sein de l'enseignement secondaire ≫ ([**?**], p. 61).

Il est à noter que le SàE n'a pas d'équivalent pour l'enseignement universitaire.

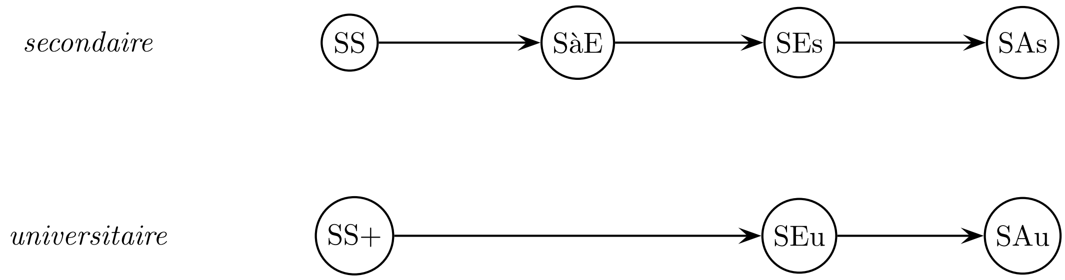
c) Dans l'enseignement secondaire, le SàE requis est donc précisé par les programmes. Toutefois, il doit être adapté par l'enseignant en fonction de ses connaissances et de son expérience, du projet pédagogique de l'établissemnt où il enseigne, de la classe avec laquelle il travaille (du niveau atteint par ses élèves, mais aussi de leur motivation, de leurs centres d'intérêt, ...). Avec ce travail du professeur, qui consiste principalement en la recherche de situations adéquates (didactiques, adidactiques

et problèmes, d'après [?]) développant et contextualisant le SàE, ce dernier devient alors ce que l'on nomme tout naturellemment le **savoir enseigné**, SEs en abrégé ; la dernière lettre minuscule ≪ s ≫ rappelle que ce savoir se réfère ici à l'enseignement secondaire. Ce SEs est parfois inspiré par des manuels rédigés par des collègues ou peut faire l'objet de notes écrites distribuées par le professeur à ses élèves. Il doit former avec les autres chapitres un tout cohérent. Le passage de SàE à SEs fait l'objet d'une transformation nommée parfois en didactique une transposition interne.
Dans l'enseignement universitaire, le savoir savant correspondant, soit le SS+, est transmis directement aux étudiants par un ≪ enseignant-chercheur ≫ qui possède, en général, une double mission : il doit faire progresser le savoir statistique publié dans des revues scientifiques spécialisées (avec si possible des referees) ou exposé lors de congrès et colloques réunissant des spécialistes ; il lui faut aussi transmettre au mieux ce qu'il connaît du savoir savant (SS+), l'idéal étant pour lui d'incorporer de façon pertinente le plus grand nombre possible de ses découvertes scientifiques dans ses cours. À cet effet, il bénéficie de ce que l'on appelle la **liberté académique** ; celle-ci est définie officiellement (dans l'article 67 du décret dit "de Bologne") comme suit : ≪ tout responsable d'un enseignement jouit de la liberté académique dans l'exercice de cette mission. Ceci suppose le choix des méthodes pédagogiques, des contenus scientifiques et techniques, de l'évaluation et des diverses activités mises en œuvre afin d'atteindre les objectifs particuliers (visés à l'article 63, aliéna 3) de cet enseignement au sein du programme d'études. Cette liberté s'exerce dans le respect des dispositions de ce décret ≫ [?].
La matière proposée aux étudiants est sans surprise appelée le **savoir enseigné à l'université**, en abrégé SEu. Dans le supérieur, on passe donc directement de SS+ à SEu, de sorte que la transposition est ici à la fois interne et externe, et n'est réalisée en principe que par une seule personne pour chaque enseignement.

d) Ainsi, l'apprenant est initié à un certain savoir statistique, SEs dans le secondaire et SEu à l'université. Bien entendu, il transforme le savoir enseigné en fonction de son parcours antérieur, de ses centres d'intérêt, de son investissement dans les études, de ses dispositions intellectuelles, ... Le savoir qui en résulte porte le nom de **savoir appris**, SA en abrégé ; plus précisément, il s'agit, en reprenant une convention déjà utilisée, de SAs dans le cas du secondaire et de SAu à l'Université. Il est à noter que la lettre majuscule A peut se référer à d'autres mots que ≪ appris ≫ , par exemple ≪ acquis ≫ , ou ≪ assimilé ≫ ou ... ; mais, dans chaque cas, le sens est assez identique.

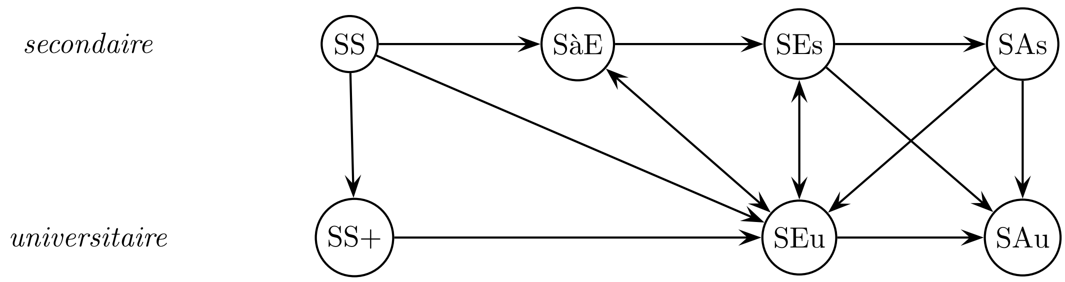
Les considérations précédentes conduisent à une visualisation très simple montrant l'évolution des savoirs aussi bien dans le secondaire et dans le supérieur. Dans chaque situation, on trouve des sommets ou pôles indiquant les types de savoir et des arcs ou flèches traduisant l'influence directe d'un pôle sur un autre. Les deux cas sont très semblables et comportent quasiment les mêmes pôles avec les mêmes liaisons entre ceux-ci, mais avec l'emploi de la lettre minuscule s ou u pour indiquer le niveau d'étude et aussi avec un sommet de plus pour le secondaire.

On obtient de la sorte deux figures similaires qui semblent, à première vue, auto-suffisantes et indépendantes ; elles forment en les réunissant un graphe dont les sommets sont les pôles et les arcs traduisent une transformation du savoir en une étape ; ce graphe est non connexe en raison de la présence des deux parties concernant les deux niveaux d'enseignement considérés.



3 Un modèle avec des liens tacites entre les savoirs

Dans la pratique, les sept pôles de la figure précédente ont des liens autres que ceux relatifs à l'évolution des savoirs : il existe des liaisons entre certains des quatre pôles concernant le secondaire avec des pôles universitaires. Celles-ci peuvent être visualisées par le graphe ci-dessous au sein duquel les sommets sont les différents pôles tandis que la présence d'un arc indique qu'un pôle influence un autre : l'entrée de l'arc est le pôle influenceur et l'arrivée le pôle influencé ; dans certains cas, il s'agit d'une arête, c'est-à-dire une ligne avec deux flèches allant dans des sens opposés, signifiant que les deux extrémités peuvent s'influencer mutuellement. Ce graphe est visiblement connexe.



Fixons notre attention sur les degrés[1] des sept sommets ; ils pourraient être interprétés intuitivement comme un indicateur (certes rudimentaire) relatif à l'importance des différents pôles dans le processus de l'enseignement au niveau de la TSUS. Les degrés des différents sommets sont rassemblés dans ce tableau :

1. Rappelons que, dans un graphe G, le *degré extérieur* (resp. *degré intérieur*) du sommet i est le nombre d'arcs de départ (resp. d'arrivée) i ; il est noté $d^+(i)$ (resp. $d^-(i)$). Le *degré total* de i est le nombre $d(i)$ égal à la somme des degrés intérieur et extérieur de i. Si n (resp. p) désigne le nombre de sommets (resp. d'arcs) dans G, on a

$$\sum_{i=1}^{n} d^+(i) = \sum_{i=1}^{n} d^-(i) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d(i) = p$$

.

pôles	degré total	degré intérieur	degré extérieur
SS+	2	1	1
SS	3	0	3
SAu	3	2	1
SAs	4	1	3
SàE	4	2	2
SEs	5	3	2
SEu	9	6	3

Expliquons quelque peu ce tableau en parcourant rapidement les sommets dans l'ordre croissant de leur degré total.

Les deux sommets qui ont le degré total le moins élevé sont ceux situés le plus à gauche sur le graphe, c'est-à-dire ceux relatifs aux savoirs savants, à savoir SS et SS+. Ce n'est guère surprenant puisque leur objectif prioritaire n'est pas d'ordre pédagogique. De plus, ils peuvent être sophistiqués, réclament un bagage théorique important, et de ce fait sont difficiles à transmettre à des étudiants au niveau de la TSU. Ils sont toutefois exploités, par les concepteurs des programmes en secondaire et directement par les enseignants dans le supérieur, pour construire un enseignement efficient et adapaté aux apprenants. A leur sujet, mentionnons la présence au sein du graphe d'un arc reliant le sommet SS à SS+ : elle traduit l'évolution historique du savoir statistique. Celle-ci diffère de celle de savoirs scientifiques en général. En effet, ces derniers progressent généralement, comme l'écrivait le physicien et philosophe français Pierre Duhem (1861-1916), par renouvellement d'édifices construits. De fait, lorsqu'une théorie y a été élaborée, elle est confrontée à la réalité, ce qui conduit à deux conclusions possibles : soit elle est provisoirement conservée si les résultats théoriques semblent en accord avec les observations, soit au contraire elle est jugée inacceptable au vu des faits expérimentaux et dès lors doit être retouchée ou carrément remplacée. Mais les mathématiques évoluent autrement, car lorsqu'un résultat est établi de façon cohérente, il n'est pas confronté à la réalité : il est alors admis par tous et de façon éternelle. De la sorte, la savoir mathématique s'obtient par accumulation de résultats ; ainsi, au cours du temps, il n'est jamais complètement renouvelé, mais il augmente sans cesse. Il en va ainsi, en particulier, pour le savoir statistique : comme le SS utilisé pour confectionner le SàE dans le secondaire est antérieur au savoir statistique exploité par l'enseignant-chercheur qui confectionne son cours universitaire, le savoir savant utilisé par le professeur d'université inclut SS : c'est pour cette raison qu'il est noté SS+.

Les deux sommets du graphe situés le plus à droite (c'est-à-dire en fin du processus d'enseignement) sont ceux du savoir appris des étudiants, soit SAs pour le secondaire et SAu pour l'université. La répartition de leurs degrés intérieur et extérieur n'est pas la même, puisque $d^+(SAs) = 3$ et $d^-(SAs) = 1$, tandis que $d^+(SAu) = 1$ tandis que $d^-(Sau) = 2$. Cette différence s'explique essentiellement par la place tenue par la position des étudiants dans le déroulement de la TSU : ceux du supérieur sont passés auparavant par le secondaire et SAs sert donc de tremplin pour SAu. Notons que les savoirs relatifs à ces deux sommets doivent être consultés par les enseignants lorsque ceux-ci élaborent leurs cours.

Le sommet SàE possède un degré total médian. Il ne concerne a priori que l'enseignement secondaire, mais il est en liaison réciproque avec la pratique des professeurs d'université : d'une part, celui-ci doit être au courant des programmes du secondaire pour construire ses cours ; d'autre part, l'expérience du passé a montré que les personnes travaillant dans la noosphère s'inspirent fortement de cours dispensés dans certaines universités du pays. Ainsi, la dernière réforme du secondaire a introduit dans les programmes officiels les boîtes à moustaches et l'inégalité de Tchebycheff [?] parce que ces sujets sont enseignés avec bonheur depuis un certain temps dans des cours universitaires de référence.

Les deux sommets qui ont le degré total le plus élevé concernent le savoir enseigné, en fait SEs pour le secondaire et SEu pour l'universitaire. Ces pôles doivent bien entendu participer à l'élaboration des SA des apprenants concernés ; leurs acteurs, les professeurs, doivent en retour être attentifs à ces derniers pour adapter au mieux leurs cours. En particulier, le professeur d'université doit savoir comment la matière a été transposée dans le secondaire et il doit approfondir celle-ci, éventuellement rectifier ou compléter. En effet, comme le faisait déjà remarquer Breny [?] dans le passé, ≪ l'expérience montre que l'étudiant qui a étudié l'aspect intuitif et élémentaire de la théorie et passe ensuite à un exposé rigoureux de l'aspect formel éprouve de notables difficultés si les deux exposés usent de présentations conceptuelles différentes [...] Il faut d'ailleurs admettre que les auteurs qui se consacrent à l'aspect intuitif et élémentaire de la théorie ne se mettent guère en peine, en général, de préparer l'étude de l'aspect formel et rigoureux ; or, rien n'est plus pénible pour l'étudiant que désapprendre ce qu'il a appris ≫ . En d'autres termes, le professeur d'université doit savoir que, comme l'écrivaient les didacticiens français Antibi et Brousseau, ≪ toute introduction didactique d'un savoir nouveau est suivie d'une phase de dé-transposition volontaire ou spontanée, qu'il est important pour l'enseignant de connaître et de diriger [...] La dé-transposition ne consiste pas à faire le procès des enseignements antérieurs mais au contraire à les reconnaître et à s'appuyer sur eux pour poursuivre une marche des élèves vers une culture et une pratique mathématique de plus en plus ample et authentique. ≫ [?].

On peut aussi relever la présence de trois arêtes (ou doubles flèches) aboutissant au sommet SEu. De fait, le professeur d'université influence mais est également influencé par les pôles SàE, SEs et SAu. Ceci illustre l'importance didactique exercée par le statisticien universitaire au sein de la TSU puisqu'il participe à la construction mais également diffuse le SS dont il est garant : il sert de référence (et souvent forme) les professeurs du secondaire et, bien entendu, il enseigne à ses étudiants universitaires ; dans la construction de son cours, il doit à la fois tenir compte des SàEs, SEs et SAs, mais aussi préparer les enseignements de plus haut niveau, notamment en probabilités, que les étudiants suivront dans leur parcours universitaire ; dans ce sens, sa marche de manœuvre est moins grande que par le passé.

À la lumière du modèle ci-dessus, il semble donc révolu le temps où un mathématicien écrivait, dans la préface de son cours en première année à l'Université, que ≪ l'exposé est indépendant de toute connaissance préalable ≫ ([?], p. 3).

Attardons-nous sur ce qui précède en narrant un cas qui s'est réellement passé à l'Université de Liège. À la fin des années 1960, le cours de stastistique était assuré par H. Breny en première licence (troisième année) ; il était le premier cours que recevaient les étudiants sur cette matière car la statistique ne figurait pas au programme des humanités ni à celui des deux années de candidature. Mais, le professeur militait pour l'introduction de la statistique dans le secondaire (voir [?]). Sur base de son expérience dans l'enseignement universitaire, il recommandait de ne pas introduire la moyenne arithmétique d'une série par la formule que tout le monde connaît, à savoir $m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, comme c'était fait dans la plupart des manuels de l'époque. En effet, il argumentait, dans [?] (pp. 46-47), qu' ≪ alors

- l'élève ne voit guère pourquoi la moyenne mérite le nom de valeur centrale ;
- il n'est nullement préparé à utiliser la même notion avec d'autres formules dans des situations différentes (par exemple, en théorie des probabilités, à propos de variables aléatoires). ≫

Le professeur préconisait d'introduire la moyenne (ainsi que la médiane d'ailleurs) à partir d'un ≪ graphe sigmoïde ≫ , concept qu'il introduisait en premier lieu de façon abstraite et générale, avant de définir la valeur centrale comme une valeur privilégiée sur un tel graphe : ≪ la moyenne est un nombre qui fait apparaître, à gauche et à droite, deux aires égales, tandis que la médiane est un nombre qui fait apparaître, à gauche et à droite, deux hauteurs égales ≫ [?] (p. 46). De nos jours, alors que la statistique descriptive figure dans le programme du secondaire, il semble inapproprié de tenir le raisonnement suivi par le passé, car les étudiants entrant dans le supérieur ont appris, lors de leurs humanités, les paramètres en question de façon algorithmique au moyen de formules. Le professeur d'université contemporain tient compte préférentiellement de cet acquis en illustrant éventuellement ce concept par des exemples, mentionnant l'analogie mécanique avec un centre de gravité et, pour préparer le calcul des probabilités, montrant sa caractéristique géométrique sur un graphe sigmoïde, en l'occurence sur un diagramme cumulatif (voir [?], p. 24).

Cet exemple témoigne du fait que le travail d'un professeur d'université peut différer selon que l'élève du secondaire a reçu ou non un enseignement sur la matière considérée.

4 Conclusion

En guise de conclusion, nous pourrions nous étonner de la présence d'autant de sommets et d'arcs au sein du graphe ci-desssus. Cela s'explique par l'évolution du savoir au cours du temps, mais surtout par l'existence de deux niveaux d'enseignement repérés par les minuscules s pour le secondaire et u pour l'universitaire.

Nous ne reviendrons pas ici sur la différence d'organisation de ces deux types d'enseignement, même s'il y aurait évidemment beaucoup de choses à mentionner sur la délicate TSUM (Transition Secondaire-Université en Mathématiques). Sur ce sujet, nous renvoyons le lecteur intéressé au 'working paper' rassemblant des idées récoltées sur le thème au cours de toute une carrière [**?**].

Contentons-nous de signaler que les cours de statistique de l'université approfondissent ceux du secondaire. Cela semble 'logique' de 'monter en régime' au fur et à mesure que l'on progresse dans les études. Il n'est pas difficile d'expliquer en quoi les cours universitaires étendent les cours correspondants du secondaire : nouveaux concepts, théorèmes neufs avec leur démonstration, étude dans des situations plus générales, autres questions étudiées, applications plus variées, ...

Il est d'ailleurs intéressant de souligner également que, d'une manière générale, les cours du supérieur approfondissent ceux du secondaire, ce qui est tout aussi 'naturel' que le point précédent. À ce sujet, notons qu'on qualifie parfois l'enseignement secondaire de 'superficiel', tandis que celui du supérieur est 'profond' [**?**], mais cette appellation ne nous semble pas très heureuse car elle pourrait être perçue négativement par certains.

Mentionnons une explication limpide et simple fournie par Terence Tao. Ce génial mathématicien décrit, sur son blog 'What's new' [**?**], les trois étapes dans la formation globale en mathématiques. La première étape est qualifiée de 'pré-rigoureuse' : l'on y fait appel à l'intuition, à des représentations graphiques, à des algorithmes, des calculs, ...sans insister exagérément sur le côté conceptuel. C'est par là qu'il faut commencer et c'est ce qui est effectivement réalisé dans l'enseignement secondaire où l'accent est surtout porté sur le côté procédural de la statistique ; par exemple, on insiste souvent sur le calcul de différents paramètres (de position, de dispersion) d'une série statistique. En fait, cette première approche avec la statistique est conforme à cet aphorisme qu'aimait dire le professeur Garnir, réputé notamment pour la haute qualité pédagogique de ses cours d'analyse : ≪ avant de comprendre les mathématiques, il faut d'abord en faire ≫ . La seconde étape, qui commence à l'université, est celle qualifiée de 'rigoureuse' ; on y insiste sur l'aspect conceptuel et sur une présentation rigoureuse, plus abstraite et générale ; notamment, les paramètres statistiques sont présentés avec certaines de leurs propriétés qui sont démontrées. Pour la petite histoire (car cela ne nous concerne guère pour ce propos), la troisième étape est dite 'post-rigoureuse' et allie intuition, rigueur, abstraction, complétude et créativité ; elle est réservée à ceux qui veulent faire une carrière dans la recherche mathématique (donc au niveau post-Master).

Observons encore que la classification en trois étapes de T. Tao s'adapte dans les grandes lignes au savoir lui-même. De fait, l'étape pré-rigoureuse correspond à la statistique decriptive, la rigoureuse au calcul des probabilités et la post-rigoureuse à la statistique inférentielle. C'est d'ailleurs grosso modo dans cet ordre que ces théories ont été découvertes. Cette similitude n'est évidemment pas le fruit du hasard.

Ce qui précède signifie qu'un étudiant entrant à l'université et y suivant un cours de statistique est confronté à une double transition : celle (souvent difficile) entre deux types d'enseignements assez (c'est un euphémisme) différents, mais aussi celle entre des mathématiques 'pré-rigoureuses' et des 'rigoureuses', ce qui n'est pas rien non plus.

Pour que la formation soit fructueuse, il importe que tous les acteurs interagissent constamment entre eux et tiennent compte les uns et des autres. Cela demande beaucoup d'investissement, d'application et de travail.

Références

[1] ALBERT A., *Biostatistique*, Co-édition Céfal et Presses Universitaires de Liège, Faculté de Médecine, édition 2005, 214 pages.

[2] ANTIBI A. - BROUSSEAU G., Vers l'ingénierie de la dé-transposition, *Les Dossiers des Sciences de l'Éducation*, 2002, n° 8, pp. 45-57.

[3] Bair J., Méditations expérimentées sur la TSUM (Transition Secondaire-Université), E-print/Working paper sur le site Orbi de ULiège, 2017, accessible à l'adresse électronique : : http ://hdl.handle.net/2268/213509.

[4] Bair J., *Deux siècles de statistique à l'Université de Liège*, Univerité de Liège, 2018, 108 pages, accessible à l'adresse électronique : http ://hdl.handle.net/2268/221572.

[5] Bair J., Analogies entre deux querelles relatives à l'enseignement des mathématiques en Belgique. E-print/Working paper sur le site Orbi de ULiège, 2020, accessible à l'adresse électronique : http ://hdl.handle.net/2268/249839.

[6] Bosch M. - Chevallard Y., La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 19(1), 1999, pp. 77-124.

[7] Breny H., *Petit traité élémentaire de théorie des probabilités*, Université de Liège. Édition et diffusion Edibon, Liège, 1968, 427 pages.

[8] Breny H., Réflexions méthodologiques sur l'enseignement de la statistique au niveau secondaire, *Nico*, 1, 1968, pp. 42-50.

[9] Brousseau G., *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 1998.

[10] Chevallard Y., *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée sauvage, Grenoble, 1985 (deuxième édition augmentée 1991), 126 pages.

[11] De Bock D. - Vanpaemel G., *Rods, Sets and Arrows. The Rise and Fall of Modern Mathematics in Belgium*, Springer, 2019, 293 pages.

[12] Dehon C. - Droesbeke J.-J. - Vermandele C., *Éléments de statistique*, Université de Bruxelles et Ellipses, sixième édition, 2015, 698 pages.

[13] Delgrange X., *La liberté académique*, Meldel book, 2007, pp. 407-424.

[14] Douglas M., *Comment pensent les institutions* (A. Abeillé, Trad.), La découverte, Paris, 2004.

[15] Droesbeke J.-J., Tassi P., *Histoire de la statistique*, Presses université de France, Collection ≪ Que sais-Je ≫ , n° 2527, 1990, 128 pages.

[16] Garnir H.-G., *Analyse mathématique*, volume 1, fascicule 1, édition remaniée provisoire, Université de Liège, Faculté des Sciences, 1961.

[17] Henry V. - Miewis J., Statistique et probabilités : les nouveautés du référentiel, *Losanges*, n° 32, 2016, pp. 35-41.

[18] Laparra M. - Margolinas C., Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans *La construction des inégalités scolaires* par Rochex J.-Y. et Crinon J., Presses Universitaires de Rennes, 2011, pp.19-32 ; consulatable par voie électronique à l'adresse : hal-00779196.

[19] Noël G., Regards sur les mathématiques modernes, *Losanges*, 45, 2019, pp. 66-67.

[20] Paun E., Transposition didactique : un processus de construction du savoir scolaire. *Carrefours de l'éducation*, 2006/2, n° 22, pp. 3-13.

[21] Schneider M. - Mercier A., Situation adidactique, situation didactique, situation-problème : circulation de concepts entre théorie didactique et idéologies pour l'enseignement. *AFIRSE*, 2005, Bordeaux, France, hal-01995384.

[22] Tao T., There's more to mathematics than rigour and proofs, *What's new*, https ://terrytao.wordpress.com/career-advice/.

[23] Wolfs J.-L., *Méthodes de travail et stratégies d'apprentissage. Du secondaire à l'université. Recherche, théorie, application.* Edition De Boeck Université, Bruxelles-Paris, 1998 ; cet ouvrage a été réédité en 2001, avec une section complémentaire.