



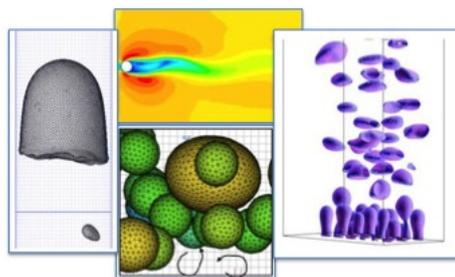
RAPPORT DE PROJET DE FIN D'ETUDE

Simulation et modélisation des interactions fluide structure en écoulements diphasiques

Dumas Jonathan

CEA

2011/2012



Encadrante de stage Marion Chandesris
marion.chandesris@cea.fr

Table des matières

1	Contexte industriel	5
2	Cadre mathématique des IFS	7
2.1	Introduction	7
2.2	Expression de l'équation régissant la dynamique d'un tube GV sous écoulement	10
2.2.1	Equations du couplage fluide structure, cas général	10
2.2.2	Décomposition du couplage en deux contributions	11
2.2.3	Analyse linéaire de la force de couplage fluide-élastique	12
2.2.4	Conclusion	15
2.3	Les excitations aléatoires découplées	17
2.4	Calcul de la réponse des tubes sous écoulement et détermination de leurs caractéristiques modales	18
2.4.1	Description du couplage fluide-élastique	18
2.4.2	Réponse du tube en air à une impulsion unité	19
2.4.3	Réponse du tube sous écoulement	20
2.4.4	Détermination des caractéristiques modales du tube sous écoulement	22
2.4.5	Conclusion	23
2.5	Généralités sur les mécanismes d'instabilités	25
2.5.1	Introduction	25
2.5.2	Système à un degré de liberté, instabilité dynamique	26
2.5.3	Système à un degré de liberté, instabilité statique	27
2.5.4	Système à un degré de liberté, influence de la force d'excitation aléatoire sur l'instabilité	27
2.5.5	Système à plusieurs degrés de liberté	30
2.5.6	Conclusion	32
2.6	Stabilité d'un faisceau de tubes GV	33
2.6.1	Stabilité d'un faisceau de tubes flexibles, approche historique avec le critère de Connors	33
2.6.2	Conclusion	36
3	Etat de l'art des recherches sur les forces d'excitations aléatoires et le couplage fluide-élastique	37
3.1	Forces d'excitations aléatoires	37
3.1.1	Introduction	37
3.1.2	Méthode de détermination du spectre d'excitation turbulente	39
3.1.3	Adimensionnement du spectre d'excitation turbulente	40
3.2	Couplage fluide-élastique	42
3.2.1	Introduction	42
3.2.2	Analyse fluide-élastique : adimensionnement des forces fluide-élastique	45
3.2.3	Adimensionnement de l'amortissement fluide de référence	47
3.2.4	Adimensionnement de l'amortissement fluide quelque soit le régime d'écoulement	49
3.2.5	Conclusion	49

4	Simulation numérique des écoulements diphasiques	51
4.1	Introduction	51
4.2	Simulation numérique des écoulements monophasique et diphasique	52
4.2.1	Approche multi-échelles	52
4.3	Méthodes eulériennes de suivi d'interfaces	53
4.3.1	Formulation mono-fluide	53
4.3.2	Méthode Level-Set	55
4.4	Méthodes de frontières immergées	56
4.4.1	Introduction	56
4.4.2	Méthode non incrémentale de correction de la pression	57
4.4.3	Méthode de forçage direct	58
4.4.4	Méthode de pénalisation	60
4.4.5	Méthode de forçage direct pénalisée	61
4.4.6	Reconstruction du champ de vitesse à l'interface	62
4.4.7	Calcul des efforts à l'interface fluide solide	63
4.5	Les méthodes numériques envisagées pour la thèse	64
5	Conclusion	65

Table des figures

1	Schéma de la démarche adoptée	3
2	Principe de fonctionnement d'un REP	4
1.1	Principe de fonctionnement d'un GV	5
1.2	Partie basse du faisceau	6
1.3	Partie haute du faisceau	6
2.1	Principe de fonctionnement d'un GV	8
2.2	Exemple de spectre de force aléatoire sur un tube seul en écoulement transverse diphasique	18
2.3	Fonction de transfert associée	28
3.1	Amortissement fluide normalisé à de faible vitesse réduite pour un taux de vide de 20-30 % pour la première et 30-40% pour la deuxième	47
3.2	Amortissement fluide normalisé à de faible vitesse réduite pour un taux de vide de 40-50 % pour la première et 50-60% pour la deuxième	48
3.3	Amortissement fluide normalisé à de faible vitesse réduite pour un taux de vide de 60-70 % pour la première et 70-80% pour la deuxième	48
4.1	Approche multi-échelles	52
4.2	Représentation du domaine numérique fictif sur un maillage cartésien avec le domaine solide Ω_S et le domaine fluide Ω_F et la frontière immergée Σ_h	57
4.3	Représentation de la méthode dans laquelle la vitesse du solide est imposé dans les mailles traversées par l'interface	63
4.4	Représentation de la méthode d'interpolation linéaire de la vitesse à l'interface	63

Introduction

Les **interactions fluide structure (IFS)** sont présentes dans de nombreux domaines. Il n'est pas possible d'en faire une liste exhaustive tant ils sont nombreux, on peut cependant citer quelques exemples :

- l'aéronautique avec notamment les problématiques de flottement des ailes,
- l'hydraulique, on peut citer les problématiques de vibrations des barrages souples,
- le génie civil, on peut donner comme exemple la rupture du pont de Tacoma ayant pour origine l'effet du vent sur les vibrations du pont,
- l'électronique avec la stabilisation des têtes de lecture,
- l'industrie nucléaire.

De manière générale les IFS sont sources de vibrations excessives et constituent donc un critère de dimensionnement. Elles résultent d'**un couplage entre le fluide en contact avec la structure**. La modélisation des IFS repose donc sur une modélisation conjointe de la mécanique des fluides et de la mécanique des solides. Ce couplage peut selon les applications se révéler complexe et dans bien des cas les mécanismes physiques qui lui donnent naissance ne sont pas bien compris.

Dans l'**industrie nucléaire**, en ce qui concerne les réacteurs à eau pressurisés (REP) on rencontre des IFS au niveau des échangeurs de chaleur que sont les **générateurs de vapeur GV** ainsi que dans la partie basse des assemblages combustibles.

Le circuit primaire d'un REP est constitué d'eau sous pression à **155 bars et 325 °C**. Il véhicule la chaleur dégagée par les réactions nucléaires au sein des assemblages combustible. Cette chaleur est transmise au circuit secondaire par l'intermédiaire des GV **au niveau des tubes de GV**. Le fonctionnement d'un REP est illustré sur la figure 2. Ce sont ces tubes en interactions avec le fluide secondaire circulant autour d'eux qui sont soumis à l'IFS. Cette IFS entre les tubes de GV et le fluide secondaire est étudiée depuis les premiers dimensionnement des GV et est encore aujourd'hui mal comprise. Elle résulte d'**un couplage entre les tubes GV disposés dans un faisceau et le fluide diphasique eau-vapeur du circuit secondaire**.

On comprend aisément qu'une vibration excessive de ces tubes conduit à créer de la **fatigue mécanique** et qu'en cas de vibrations de fortes amplitudes, l'IFS peut être à l'origine de leur **rupture**. On perd alors l'intégrité de la seconde barrière ce qu'on cherche à éviter à tout prix.

Jusqu'à présent cette IFS a été principalement étudiée à l'aide d'expériences à l'aide de :

- maquettes de GV entier pour étudier le phénomène d'un point de vue global,
- maquettes dites analytiques, donc de petites tailles par exemple un faisceau de 25 tubes GV, pour étudier un phénomène physique particulier.

Ces expériences sont très coûteuses et difficiles à mettre en oeuvre. C'est pourquoi, suite à l'amélioration des méthodes numériques permettant de simuler un fluide diphasique ainsi que l'augmentation des puissances de calculs on envisage d'utiliser la simulation numérique pour étudier de phénomène. Compte tenu des conditions de pression et de température à l'oeuvre dans les GV on comprend aisément l'intérêt de la simulation numérique pour étudier l'IFS des tubes de GV. Il est en effet très difficile et coûteux de réaliser une expérience grandeur nature à une telle pression et qui plus est d'étudier la rupture des tubes ! **Les avantages de la simulation numérique** sont donc nombreux :

- simuler l'IFS dans les **conditions nominales** de température et de pression des GV avec un fluide diphasique eau-vapeur,

- étudier les instabilités des tubes **sans risque d'endommager les tubes** comme cela pourrait être le cas lors des expériences,
- faire **varier les paramètres caractéristiques** de l'écoulement et des tubes pour étudier le phénomène d'IFS sous plusieurs angles et déterminer les paramètres physiques clés qui en sont à l'origine.

Les tubes de GV sont soumis en permanence à des **forces d'excitations aléatoires** qui sont créés par **la turbulence ainsi que l'intermittence diphasique de l'écoulement eau-vapeur du circuit secondaire**. Ces forces excitent le tube dans une large gamme de fréquence et donc potentiellement dans les fréquences de résonance des tubes. Les vibrations des tubes ont pour conséquence une **adaptation dynamique** du mouvement du fluide à ces vibrations qui se caractérise par une **force fluide-élastique**. Cette force a pour conséquence de modifier certaines caractéristiques modales des tubes comme leur amortissement ou leur raideur. Plusieurs types d'instabilités mécaniques existent comme l'instabilité par annulation de raideur, annulation de l'amortissement... Dans le cas tubes de GV, à savoir plusieurs tubes flexibles disposés dans un faisceau, on constate expérimentalement que l'instabilité naît lorsque **l'amortissement du système devient proche de zéro**. Les vibrations des tubes, induites par les forces d'excitations aléatoires, ne sont plus atténuées, c'est ce qu'on appelle **l'instabilité fluide élastique**.

L'objectif de cette thèse est d'utiliser la simulation numérique des écoulements diphasiques pour étudier l'interaction fluide structure des tubes GV.

En utilisant la **pseudo simulation numérique directe** on espère progresser dans la compréhension des mécanismes physiques à l'origine de l'IFS en diphasique et déterminer les paramètres physiques clés intervenant dans les équations de couplage. Un des objectifs est de proposer un **adimensionnement pertinent des forces fluides élastique et des forces d'excitation aléatoires** afin de prédire l'instabilité fluide élastique ainsi que l'amplitude des vibrations induites par les forces d'excitation aléatoires.

On pourrait alors à l'aide d'un code de thermohydraulique calculer les paramètres physiques, retenus pour l'adimensionnement de ces forces, dans le GV selon les conditions de débit, température, pression etc choisies et injecter ces valeurs dans les équations de couplage adimensionnées déterminées à l'aide de la simulation numérique. Cela permettrait de prédire la stabilité et la réponse des tubes en fonction des divers régimes d'écoulement.

L'objectif de ce rapport est de présenter les démarches et le formalisme mathématique associés aux IFS pour tenter de prédire la réponse des tubes GV quelque soit le régime de fonctionnement de la centrale. Le plan de ce rapport s'articule autour de la trame suivante illustrée sur la figure 1 :

La première partie présente **le contexte industriel** des IFS des tubes GV. On s'attache à mettre en évidence les enjeux industriels associés.

La deuxième partie, on présente **le cadre mathématique des IFS** avec le formalisme et l'analyse vibratoire des tubes. On ne peut pas comprendre les IFS des tubes GV si on ne s'imprègne pas un peu du formalisme et des méthodes associés. Dans les deux premières sections, on expose les bases du formalisme mathématique du couplage entre les tubes et l'écoulement. On y montre comment on peut calculer la réponse des tubes dans le cadre du couplage avec le fluide. Une fois que l'on a introduit le cadre mathématique des IFS on présente dans la troisième section l'analyse vibratoire des tubes GV. A l'aide de cette analyse, dans la dernière section on met en évidence la possibilité de définir un critère de départ en instabilité fluide-élastique des tubes GV.

La troisième partie est une **synthèse de l'état actuel des connaissances sur les forces d'excitations aléatoires et le couplage fluide élastique**. Dans la première section on s'attache à présenter les méthodes principales pour étudier les forces d'excitations aléatoires sur les tubes GV. Ces méthodes permettent à l'aide de l'analyse physique de proposer des adimensionnements plus ou moins pertinents de ces forces. De même dans la deuxième section on présente les méthodes principales utilisées actuellement pour étudier les forces fluide-élastique. Cette partie permet de mettre en évidence le manque de connaissance sur les IFS en écoulements diphasiques et la nécessité de données de base pour les étudier. Ces données de base pouvant être fournies soit par l'expérience, soit par la simulation numérique puisque les méthodes mises en évidence dans cette partie peuvent s'appliquer directement à la simulation.

La quatrième partie aborde le sujet de la **simulation numérique des écoulements diphasiques pour les IFS des tubes GV**. Dans la première section on aborde succinctement les différents types de simulation numérique des écoulements diphasiques et on présente à quelle échelle on se place ainsi que l'approche numérique envisagée. Dans la deuxième et troisième section on fait un état des lieux des méthodes numériques envisageables pour notre étude. Enfin dans la dernière section on présente les méthodes numériques que l'on envisage de mettre en oeuvre dans un premier temps.

Enfin, en conclusion, on reprend les principaux points clés des différentes parties et on s'attachera à présenter l'objectif à long terme de ce travail.

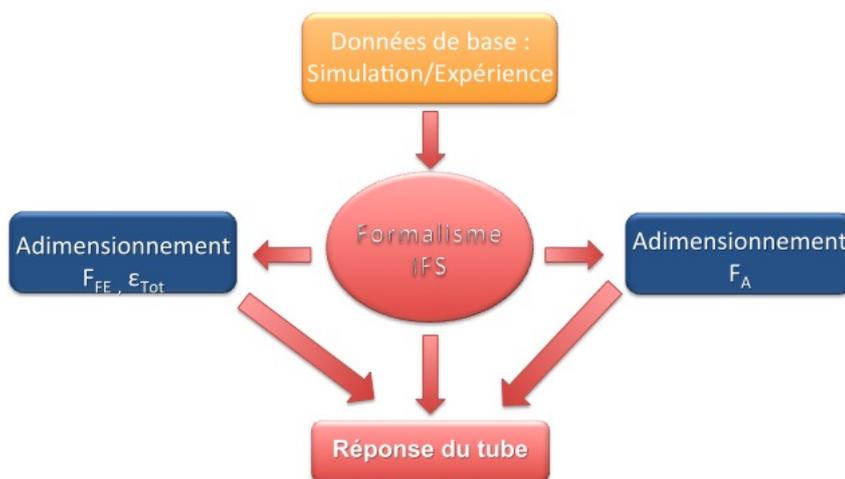


FIG. 1 – Schéma de la démarche adoptée

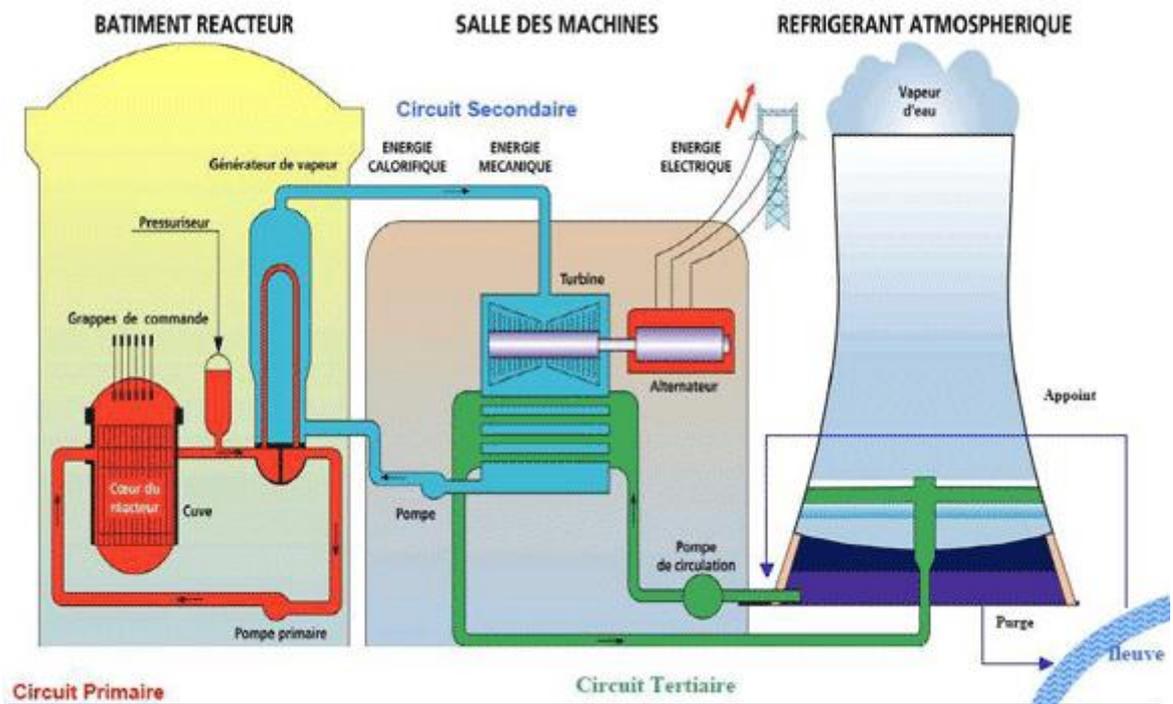


FIG. 2 – Principe de fonctionnement d'un REP

Chapitre 1

Contexte industriel

Les Générateurs de Vapeur permettent les échanges de chaleur entre le circuit primaire (eau liquide, $P_{prim} = 155$ bars et $T_{prim} = 320^{\circ}\text{C}$) et le circuit secondaire (mélange liquide-vapeur, $P_{sec} = 70$ bars et $T_{sec} = 280^{\circ}\text{C}$). Ils sont constitués d'un faisceau tubulaire dans lequel circule le fluide du circuit primaire tandis que le fluide du circuit secondaire circule à l'extérieur des tubes. Une vue schématisée est représentée sur la figure 1.1.

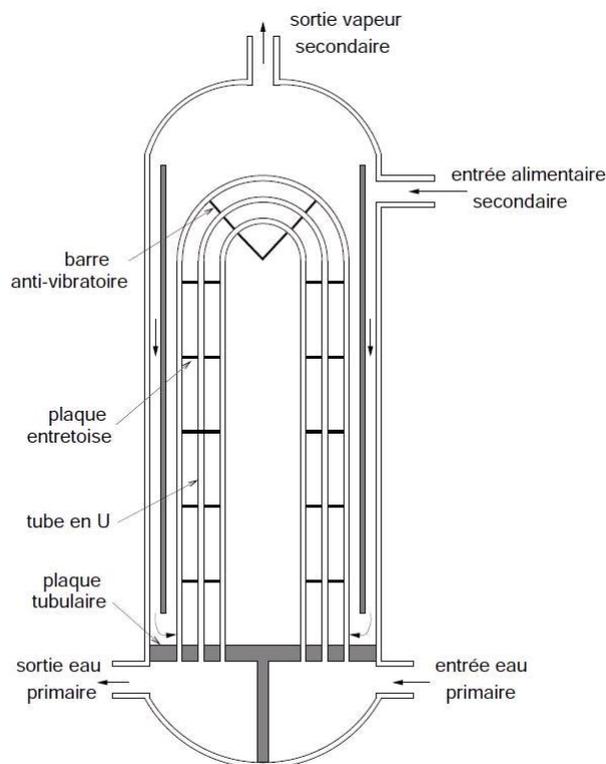


FIG. 1.1 – Principe de fonctionnement d'un GV

L'eau du circuit secondaire arrive à l'état liquide sous-saturé dans la partie basse du GV, se réchauffe progressivement au contact du faisceau de tubes et se vaporise pour donner un mélange diphasique eau-vapeur. Il est important de garder en tête que le taux de présence de la phase gazeuse **atteint 80 % dans la partie haute du faisceau** de tubes, zone des cintres appelée chignon. Les figures 1.2 et 1.3 présentent respectivement la topologie de l'écoulement dans la partie basse et haute du GV.

Les tubes de GV sont donc soumis à un **écoulement transverse diphasique eau-vapeur** dans la partie haute du faisceau au sein duquel les forces d'excitation aléatoires excitent les tubes. De plus, le couplage entre les tubes et l'écoulement a pour effet de modifier les caractéristiques modales du

faisceau de tubes et donc son comportement vibratoire ce qui a deux effets :

- les tubes vibrent et leur amplitude de vibration varie selon la force d'excitation aléatoire,
- les tubes peuvent selon le régime d'écoulement entrer en instabilité fluide-élastique, leur amplitude de vibration augmente alors de manière exponentielle.

Ces effets sont alors susceptibles d'engendrer un endommagement significatif des tubes : usure, fatigue conduisant parfois même jusqu'à la rupture comme en témoignent les accidents survenus dans les centrales à Indian point, North Anna et Mihama (voir [43]). D'un point de vue industriel, l'intérêt porté sur les vibrations des faisceaux de tubes GV en interaction avec l'écoulement transverse diphasique se justifie pleinement sur :

- **la sûreté**, afin d'éviter une rupture de tube de GV et donc une perte d'intégrité de la seconde barrière,
- **la disponibilité** des centrales, en limitant au maximum les arrêts de tranche pour cause de fuites ou de fissuration des tubes, les pertes financières associées à l'arrêt d'une tranche s'évaluent en millions d'euros par jour,
- **la durée de vie** du GV en limitant l'usure des tubes GV, le coût d'un GV est d'environ 25 millions d'euros.

Afin de répondre à ces enjeux il est nécessaire d'améliorer la compréhension du phénomène d'IFS des tubes GV soumis à un écoulement transverse diphasique. Nous allons voir dans la partie suivante qu'à l'aide du formalisme mathématique des IFS on peut tenter de prédire la réponse des tubes sous écoulement, donc connaître l'amplitude des vibrations et donc prédire l'usure et la fatigue associées.

Cependant, pour connaître la réponse des tubes quelque soit le régime d'écoulement il est nécessaire de connaître les forces d'excitations aléatoires et fluide-élastique quelque soit le régime d'écoulement. Or elles varient en fonction de plusieurs paramètres physiques de l'écoulement et de la structure. Il est donc essentiel de déterminer quels sont ces paramètres afin de pouvoir espérer prédire la réponse des tubes quelque soit le régime d'écoulement ce qui n'est pas le cas actuellement comme nous pourrons le voir dans la troisième partie. C'est à ce niveau que l'expérience et la simulation numérique sont deux approches complémentaires, car la simulation numérique permet d'accéder à des paramètres thermodynamiques locaux qu'il est parfois difficile et coûteux de mesurer à l'aide d'expériences et l'expérience permet de valider les résultats de la simulation dans des régimes d'écoulement bien connus. Par le biais de la simulation et de l'expérience on peut donc fournir des données de base qui on l'espère pourront nous aider à **déterminer la dépendance des forces d'excitations aléatoires et fluide-élastique en fonction de paramètres thermohydrauliques moyen de l'écoulement**.

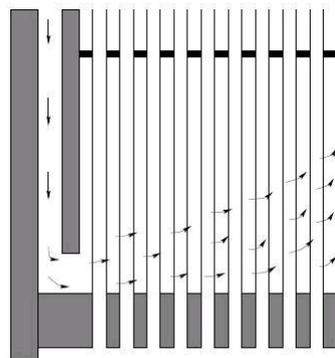


FIG. 1.2 – Partie basse du faisceau

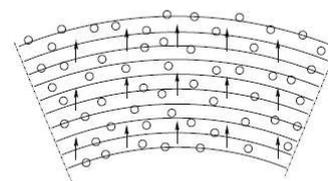


FIG. 1.3 – Partie haute du faisceau

Chapitre 2

Cadre mathématique des IFS

2.1 Introduction

Dans la partie haute du GV, les tubes sont soumis à un écoulement transverse eau-vapeur à fort taux de vide (environ 0.8). Quelque soit le régime d'écoulement, ces tubes sont excités en permanence par les forces d'excitations aléatoires dues à la turbulence de l'écoulement et à son intermittence diphasique ce qui a pour conséquence d'induire des vibrations dont l'amplitude varie selon le régime d'écoulement. On constate expérimentalement que **pour certaines valeurs de la vitesse d'écoulement les tubes entrent en instabilité fluide-élastique**, c'est à dire que l'amplitude de vibration d'un ou plusieurs tubes augmente brutalement, ce qui peut les conduire à la rupture.

Le couplage fluide structure résulte d'une **interaction entre le fluide et le mouvement de la structure**. Nous verrons qu'il est caractérisé par deux équations. Dans le cas des faisceaux de tubes soumis à un écoulement transverse, on fait l'hypothèse que la force de couplage du fluide sur la structure peut se **décomposer en deux parties** (voir [14]) :

- **une force d'excitation aléatoire** découplée du mouvement des tubes. On suppose alors que l'instantanéité de l'écoulement n'est pas modifiée par la vibration des tubes GV. Cette force est notée $F_A(t)$. Pour un écoulement monophasique elle est créée par la turbulence de l'écoulement alors que pour un écoulement diphasique elle est créée par **la turbulence de l'écoulement et l'intermittence des phases eau-vapeur**.
- **une force de couplage fluide-élastique** caractérisant l'adaptation dynamique du fluide aux mouvements des tubes. **L'analyse linéaire** du couplage fluide-élastique consiste à modéliser la composante fluide-élastique en terme de **coefficients de masse, de raideur et d'amortissement ajoutés**.

Dans le cas des **fluides monophasique** on distingue également un troisième type de couplage : le **couplage fluide-structure** avec fluide initialement au repos.

Dans ce couplage, le fluide initialement au repos, est mis en mouvement par les vibrations de la structure. Les forces de couplage dépendent alors fortement du mouvement de la structure. Ce couplage est intéressant d'une part pour la compréhension des phénomènes d'interaction fluide structure et d'autre part pour la validation des codes, car les forces de couplage sont relativement faciles à calculer et ont souvent une solution analytique. On peut donc valider les codes sur des cas simples avant de s'attaquer au couplage fluide-élastique où le fluide possède un mouvement propre et où les forces de couplages sont alors plus complexes.

De manière générale, quelque soit le régime d'écoulement considéré (laminaire, turbulent) et que le fluide soit monophasique ou diphasique, les effets du fluide sur la structure peuvent se traduire **dans le cadre de l'analyse linéaire en terme de masse, de raideur et d'amortissement ajoutés**. Cela suppose que la réponse de la structure à l'effet du fluide est linéaire ce qui est une **hypothèse de travail** puisque les équations de Navier-Stokes sont non linéaires. Cette hypothèse est acceptable tant que **les vibrations de la structure sont de faibles amplitudes**.

Cette hypothèse de linéarisation est retenue par plusieurs auteurs notamment Chen et al (voir [15])

qui montrent expérimentalement que les effets de l'amplitude vibratoire sur les coefficients linéarisés des forces fluide-élastiques sont négligeables pour une amplitude vibratoire inférieure à 70 % de l'espace inter-tubes.

La difficulté principale est de caractériser **la dépendance de ces coefficients** en fonction des paramètres caractéristiques de l'écoulement. Pour déterminer cette dépendance il est nécessaire de comprendre quels sont les mécanismes physiques responsables de ces IFS afin dans un premier temps d'isoler les paramètres intervenant dans le couplage puis dans un deuxième temps de proposer une loi de dépendance. Les paramètres physiques ainsi que leur dépendance varient selon :

- le caractère monophasique ou diphasique du fluide,
- le type de fluide : eau, vapeur, fréon par l'intermédiaire de la viscosité, de la tension de surface, de la masse volumique ... ,
- le régime d'écoulement : turbulent ou laminaire,
- de la structure de l'écoulement lorsqu'il est diphasique : à bulles, à poches ... ,
- des caractéristiques géométriques du faiseau et des tubes.

La figure 2.1 illustre l'évolution du niveau vibratoire d'un tube sous écoulement transverse d'un fluide monophasique en fonction de la vitesse d'écoulement. Le tube est constamment excité par les forces d'excitations aléatoires et on observe qu'il entre en instabilité fluide-élastique à partir d'une vitesse critique V_c , voir la partie C de 2.1. La partie B correspond au phénomène de détachement tourbillonnaire qui a lieu en monophasique mais qui n'est pas observé pour un écoulement diphasique. Cette observation illustre la différence des mécanismes physiques à l'oeuvre dans l'interaction fluide structure pour un fluide monophasique et diphasique.

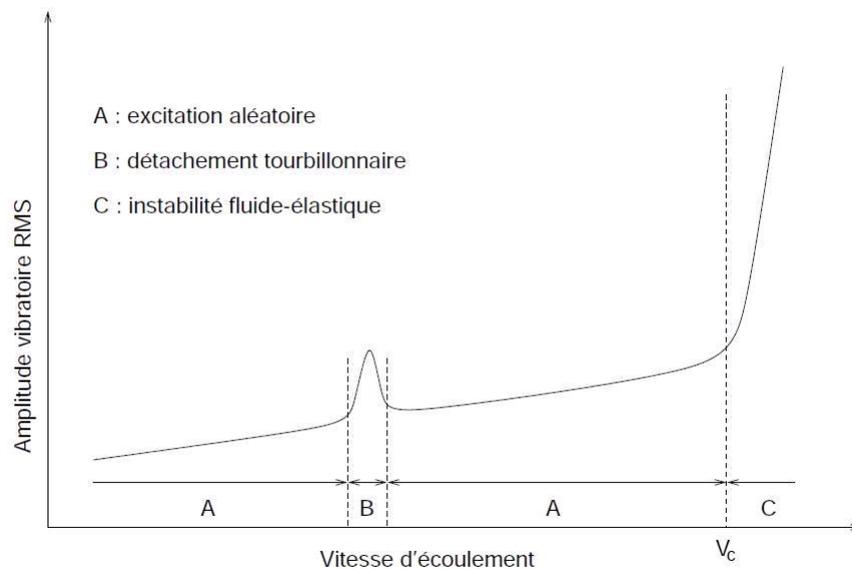


FIG. 2.1 – Principe de fonctionnement d'un GV

L'objectif de cette partie est d'**introduire le cadre mathématique des IFS des tubes GV**. Il est important de connaître les méthodes de base de l'analyse vibratoire des tubes GV sous écoulement pour déterminer les paramètres physiques pertinents intervenants dans l'expression des forces d'excitations aléatoires et fluide-élastique, ce que nous aborderons dans le prochain chapitre. Afin d'introduire ces notions :

Dans la section 2.2, on rappelle l'**équation de base régissant la dynamique des tubes GV sous écoulement**. Pour utiliser cette équation on rappelle qu'il est **nécessaire d'appliquer deux hypothèses** :

- décomposition de la force du fluide sur le solide en deux composantes (voir [14]) : une force d'excitation aléatoire et une force fluide-élastique, décomposition valable sous l'hypothèse de petits déplacement du tube devant son diamètre,
- linéarisation de la force fluide-élastique (voir [15]) en terme de masse, amortissement et raideur ajoutés, valable également sous l'hypothèse de petits déplacement du tube devant son diamètre.

On montre ensuite que dans un faisceau de N tubes flexibles, il n'est **pas nécessaire de tenir compte des termes de couplages entre tube** au premier ordre (approche utilisée dans [44]) pour l'étude de la réponse des tubes GV. La dynamique d'un faisceau de N tubes flexibles peut donc être étudiée par N équations découplées ce qui revient pour chaque tube à le considérer comme seul tube flexible dans un faisceau rigide. C'est cette approche qui est utilisée par la suite dans le reste du rapport.

Dans la **section 2.4 on rappelle comment on peut calculer la réponse d'un tube flexible dans un faisceau rigide sous écoulement** à partir de l'équation déterminée dans la section 2.2. On montre alors qu'il est nécessaire de connaître les caractéristiques modales du tube ainsi que l'expression de la force d'excitation aléatoire en fonction des paramètres physiques de l'écoulement pour calculer cette réponse. On expose alors une **méthode permettant de déterminer les caractéristiques modales d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide sous écoulement à savoir : ses coefficients de masse, amortissement et raideur ajoutés**, à l'aide de la connaissance du déplacement du tube. L'expérience et la simulation numérique permettent de fournir les déplacements d'un tube flexible dans un faisceau rigide et donc de remonter à ses caractéristiques modales pour un écoulement et une géométrie donnés. Pour déterminer l'expression de la force d'excitation aléatoire en fonction des paramètres physiques de l'écoulement nous verrons une méthode dans la partie suivante à la section 3.1.

Dans la **section 2.5 on fait une synthèse des instabilités mécaniques** que l'on peut rencontrer dans le cas d'un faisceau de tube couplé avec l'écoulement. On rappelle les deux grandes familles d'instabilités rencontrées en mécanique vibratoire qui sont les instabilités statiques et dynamiques et on donne quelques exemples appliqués aux tubes GV pour les illustrer.

Dans la **section 2.6, on utilise les résultats de la section 2.5 pour étudier la stabilité d'un faisceau de tubes GV**. On suit une approche historique de l'étude de la stabilité des tubes GV et on fait l'état actuel des connaissances en ce qui concerne le départ en instabilité des tubes que l'on suppose être la conséquence d'une annulation de l'amortissement total du tube couplé avec l'écoulement (voir [6]).

2.2 Expression de l'équation régissant la dynamique d'un tube GV sous écoulement

L'objectif de cette section est de rappeler l'expression régissant la dynamique d'un tube GV sous écoulement ainsi que les hypothèses associées.

Dans la sous section 2.2.1 **on part de l'échelle locale** où le couplage entre les tubes et l'écoulement est caractérisé par les équations de Navier-Stokes dans le fluide, les équations de la mécanique des milieux continus dans le solide et deux équations de couplage à l'interface fluide-solide pour **établir l'équation d'un tube sous coulement** (voir [23]).

Dans la sous section 2.2.2 **on expose la décomposition de la force de couplage** entre le tube et le fluide en deux contributions. On rappelle alors le cadre de validité de cette hypothèse (voir [14]).

Dans la sous section 2.2.3 **on expose la linéarisation de la force fluide-élastique** en terme de coefficients de masse, amortissement et raideur ajoutés. On y précise également le cadre de validité de cette hypothèse (voir [15]).

2.2.1 Equations du couplage fluide structure, cas général

Afin d'établir l'équation du couplage entre le fluide et la structure on fait préalablement quelques hypothèses :

- le fluide est **incompressible** ce qui suppose un faible nombre de Mach, (il faut cependant garder à l'esprit que ce n'est pas forcément le cas dans le GV) : ainsi $\rho_F(\underline{x}, t)$ devient ρ_F^0 ,
- le solide est en **transformation infinitésimale**, cette hypothèse porte sur le gradient du champ de déplacement : $\|\nabla \underline{\xi}\| \ll 1$ implique celle des déformations infinitésimales [47]. On peut donc écrire que $\rho_S \simeq \rho_S^0$.

Moyennant ces hypothèses on peut établir les équations de champ dans le fluide et dans le solide.

On considère un **fluide homogène, newtonien, incompressible et de viscosité constante et uniforme** μ . D'après [27], on peut écrire comme suit l'équation de **conservation de la masse** :

$$\operatorname{div} \underline{U} = 0, \quad (2.1)$$

et de la **conservation de la quantité de mouvement** :

$$\rho_F \frac{d\underline{U}}{dt} = -\rho_F g e_z - \operatorname{grad} p + \mu \Delta \underline{U} \quad (2.2)$$

Ces deux équations constituent les **équations de champ dans le fluide**.

En ce qui concerne le solide, outre l'hypothèse de petites transformations, on suppose le matériau **linéaire, isotrope** et les forces de volume sont nulles en dehors de la pesanteur. La conservation de la quantité de mouvement relie les variables $\underline{\xi}(\underline{X}, t)$ (déplacement du solide) et le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t)$:

$$\rho_S \frac{\partial^2 \underline{\xi}}{\partial t^2} = -\rho_S g e_z + \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} \quad (2.3)$$

avec la loi de comportement :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \operatorname{Tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} \quad (2.4)$$

où

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\nabla}}^t \underline{\underline{\xi}} + \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{\xi}}). \quad (2.5)$$

Ces deux équations constituent les **équations de champ dans le solide**. On complète les équations de champ dans le fluide et le solide par des conditions initiales et des conditions aux limites pour chaque domaine. Celles ci peuvent être scindées entre :

- celles qui s'appliquent aux **frontières externes** du domaine total,
- celles qui s'appliquent à l'**interface** entre le fluide et le solide.

Les interactions fluide structure résultent du couplage entre le mouvement du solide et le mouvement du fluide. Quelque soit la nature du couplage, il se traduit par l'intermédiaire de deux conditions :

- **une condition cinématique** qui exprime la continuité du vecteur vitesse au passage de l'interface fluide solide,
- **une condition dynamique** qui exprime la continuité du vecteur contrainte au passage de cette interface.

Condition cinématique :

$$\underline{U}(x,t) = \frac{\partial \underline{\xi}(x,t)}{\partial t} \quad (2.6)$$

Condition dynamique :

$$[-p(x,t)\underline{1} + 2\mu \underline{d}(x,t)].\underline{n}(x,t) = \underline{\underline{\sigma}}(x,t).\underline{n}(x,t) \quad (2.7)$$

Avec :

$$\underline{d} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\nabla}}^t \underline{U} + \underline{\underline{\nabla}} \underline{U}). \quad (2.8)$$

Ce sont ces deux équations qui expriment le couplage entre le fluide et le solide à l'échelle locale. Cependant, on s'intéresse à la dynamique d'un tube flexible dans un faisceau. Ce tube est supposé être un solide indéformable on peut donc d'après [23] utiliser la théorie des modes propres des systèmes à N degrés de liberté pour décrire la dynamique du tube par une équation matricielle, en notant \underline{x}_s le vecteur de déplacement global du tube puisqu'on suppose que c'est un solide indéformable :

$$\boxed{M_s \ddot{\underline{x}}_s + C_s \dot{\underline{x}}_s + K_s \underline{x}_s = \int_{\partial \Omega_{FS}} [\underline{\underline{\sigma}}(x,t).\underline{n}(x,t)] dA = F_{FS}} \quad (2.9)$$

Où Ω_{FS} représente l'interface fluide-solide. On continue par contre d'utiliser les équations de Navier-Stokes pour calculer les champs de vitesses et de pressions dans le fluide et donc pouvoir calculer la force du fluide sur le solide F_{FS} en intégrant sur la surface du solide la condition dynamique.

2.2.2 Décomposition du couplage en deux contributions

La condition cinématique et la condition dynamique caractérisent le couplage entre le fluide et la structure dans le cas général. Nous avons mentionné dans l'introduction de cette section la possibilité de décomposer la force de couplage notée F_{FS} en deux parties :

- une **force d'excitation aléatoire découplée** du mouvement des tubes notée $F_A(t)$ (voir [14]), on suppose alors que l'instationnarité de l'écoulement n'est pas modifiée par la vibration des tubes GV,
- une **force de couplage fluide-élastique** notée F_{FE} caractérisant l'adaptation dynamique du fluide aux mouvements des tubes.

$$F_{FS} = F_{FE} + F_A \quad (2.10)$$

$$F_{FE} = F_{FE}(\underline{x}_s, \dot{\underline{x}}_s, \ddot{\underline{x}}_s) \quad (2.11)$$

$$\Rightarrow \boxed{M_s \ddot{\underline{x}}_s + C_s \dot{\underline{x}}_s + K_s \underline{x}_s = \int_{\partial\Omega_{FS}} [\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) \cdot \underline{n}(\underline{x}, t)] dA = F_{FE} + F_A} \quad (2.12)$$

\underline{x}_s est un vecteur à N composantes contenant les déplacements du tube selon ses N degrés de liberté, M_s, C_s, K_s sont les matrices de masse, d'amortissement et de raideur de la structure en air. Dans le cas d'un **solide indéformable le système comporte au maximum six degrés de liberté**. Un solide indéformable possède six degrés de liberté : trois de rotation et trois de translation. Les tubes GV sont fixés à leur extrémités, **chaque tube comporte donc deux degrés de liberté** : en portance et en trainée.

2.2.3 Analyse linéaire de la force de couplage fluide-élastique

Dans cette sous section on va **exprimer les forces fluide-élastique F_{FE} en terme de masse, raideur et amortissement ajoutés**. Pour arriver à une telle expression, il est nécessaire de se placer dans le cadre de **petits déplacements du tube**, afin d'appliquer l'**hypothèse de linéarisation** malgré le caractère non linéaire des équations de Navier-Stokes. L'idée générale étant que dans le cadre de petits mouvements, la force exercée par le fluide sur la structure est au premier ordre une fonction linéaire du déplacement, de la vitesse et de l'accélération de la structure.

On considère une seule structure vibrante en contact avec un fluide en mouvement, il peut s'agir par exemple d'un tube flexible dans un faisceau rigide de GV sous écoulement transverse. Dans l'air la structure (possédant N degrés de liberté) a un ensemble de modes propres caractérisés par les vecteurs propres $(\underline{X}_i(\underline{r}))_i, i \in [1, N]$, qui forment une base orthonormée et on note \underline{x}_s le déplacement de l'interface fluide-solide qui s'exprime dans cette base avec $a_i(t)$ la déformée modale selon le mode i et $\underline{X}_i(\underline{r})$ le vecteur propre du mode i :

$$\underline{x}_s(\underline{r}, t) = \sum_i a_i(t) \underline{X}_i(\underline{r}) \quad (2.13)$$

$$\Rightarrow \dot{\underline{x}}_s(\underline{r}, t) = \sum_i \dot{a}_i(t) \underline{X}_i(\underline{r}) \quad (2.14)$$

$$\Rightarrow \ddot{\underline{x}}_s(\underline{r}, t) = \sum_i \ddot{a}_i(t) \underline{X}_i(\underline{r}) \quad (2.15)$$

On rappelle que si l'on considère un tube de GV dans un faisceau rigide, on suppose qu'il s'agit d'un solide indéformable fixé à ses deux extrémités, le nombre de degrés de liberté est de deux : $i \in [1, 2]$

On suppose que la structure admet un comportement vibratoire en air caractérisé par des opérateurs de masse M_s , d'amortissement C_s et de raideur K_s diagonalisables (matrices $N \cdot N$ pour une structure à N degrés de liberté et matrices $2 \cdot 2$ pour un tube de GV flexible dans un faisceau rigide). Cette structure est soumise à la force fluide-élastique F_{FE} (pour établir l'expression de la force fluide-élastique en terme de masse, amortissement et raideur ajoutés on ne considère par la force d'excitation aléatoire car celle ci est indépendante du mouvement de l'écoulement). On projette l'équation matricielle du système sur le mode propre n , caractérisé par le vecteur propre \underline{X}_n :

$$\Rightarrow (\underline{X}_n, [M_s \ddot{\underline{x}} + C_s \dot{\underline{x}} + K_s \underline{x}]) = (\underline{X}_n, F_{FE}) \quad (2.16)$$

$$\Rightarrow (\underline{X}_n, M_s \ddot{a}_n \underline{X}_n) + (\underline{X}_n, C_s \dot{a}_n \underline{X}_n) + (\underline{X}_n, K_s a_n \underline{X}_n) = (\underline{X}_n, F_{FE}) \quad (2.17)$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_n (\underline{X}_n, M_s \underline{X}_n) + \dot{a}_n (\underline{X}_n, C_s \underline{X}_n) + a_n (\underline{X}_n, K_s \underline{X}_n) = (\underline{X}_n, F_{FE}) \quad (2.18)$$

Où m_n la masse généralisée, ω_n la pulsation généralisée et ε_n l'amortissement généralisée du mode n (voir Chapitre 2 de [23]) :

$$(\underline{X}_n, M_s \underline{X}_n) = m_n = m_{nn} \quad (2.19)$$

$$(\underline{X}_n, C_s \underline{X}_n) = 2m_n \omega_n \varepsilon_n = c_{nn} \quad (2.20)$$

$$(\underline{X}_n, K_s \underline{X}_n) = \omega_n^2 = k_{nn} \quad (2.21)$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{a}_n m_n + \ddot{a}_n 2m_n \omega_n \varepsilon_n + a_n m_n \omega_n^2 = (\underline{X}_n, F_{FE}) \forall n \in [1 \cdot N]} \quad (2.22)$$

Le système est alors représenté par un ensemble d'oscillateurs découplés dans la base des \underline{X}_n . Il reste à exprimer la force de couplage projetée dans cette base où $(\underline{X}_n, F_{FE})$ s'appelle vecteur des forces généralisées :

$$(\underline{X}_n, F_{FE}) = \int_{\partial\Omega_{FS}} (\underline{X}_n, \underline{T}) dA \quad (2.23)$$

$$\underline{T} = [\underline{\sigma}(x, t) \cdot \underline{n}(x, t)] \quad (2.24)$$

Il est intéressant d'analyser la dépendance du terme de couplage fluide-élastique F_{FE} à l'aide de des conditions cinématique et dynamique ainsi que la loi de comportement élastique du solide.

La condition cinématique exprime la continuité du champ de vitesse à l'interface fluide solide :

$$\underline{U}(x, t) = \frac{\partial x_s(r, t)}{\partial t} = \sum_i \dot{a}_i(t) \underline{X}_i(r) \quad (2.25)$$

$$\Rightarrow \underline{U}(x, t) = f(\dot{a}_i) \quad (2.26)$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{U}}{dt}(x, t) = f(\ddot{a}_i) \quad (2.27)$$

La condition dynamique exprime la continuité du champ de contrainte à l'interface fluide solide, F_{FE} dépend donc de la pression et du tenseur des déformations \underline{d} :

$$[-p(x, t)\underline{1} + 2\mu\underline{d}(x, t)] \cdot \underline{n}(x, t) = \underline{\sigma}(x, t) \cdot \underline{n}(x, t) \quad (2.28)$$

$$\Rightarrow \underline{T} = [\underline{\sigma}(x, t) \cdot \underline{n}(x, t)] = h(p, \underline{d}) \quad (2.29)$$

Le tenseur des déformations est la partie symétrique du tenseur de gradient des vitesses. Or nous venons de montrer que la vitesse du fluide à l'interface est fonction de \dot{a}_i . Il en est donc de même pour \underline{d} et F_{FE} .

$$\Rightarrow F_{FE} = g(\dot{a}_i) \quad (2.30)$$

La pression intervient dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement du fluide qui relie $\underline{\text{grad}} p$ à $\frac{d\underline{U}}{dt}$ qui dépend de \ddot{a}_i . Il en est donc de même pour $\underline{\text{grad}} p$ et F_{FE} .

Enfin, d'après la loi de comportement élastique du solide :

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\underline{\nabla}^t \underline{x}_s(r, t) + \underline{\nabla} \underline{x}_s(r, t)) = g(a_i) \quad (2.31)$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\underline{\sigma}) \underline{1} \quad (2.32)$$

$$\Rightarrow \underline{\sigma} = h(a_i) \quad (2.33)$$

On peut donc conclure que :

$$\underline{T} = f(\ddot{a}_i, \dot{a}_i, a_i) \quad (2.34)$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{FE} = f(\ddot{a}_i, \dot{a}_i, a_i) \forall i \in [1 \cdot N]} \quad (2.35)$$

Ainsi, F_{FE} est bien fonction du déplacement, de la vitesse et de l'accélération de la structure.

Dans le **cadre de l'analyse linéaire** de la réponse du fluide au déplacement du solide \underline{x}_s , **on suppose que la force du fluide sur le solide $\underline{T}(x_s, t)$ est linéaire en fonction du déplacement :**

$$\underline{x}_s(\underline{X}, t) = \sum_m a_m(t) \underline{X}_m(r) \quad (2.36)$$

$$\text{Analyse linéaire} \Rightarrow \boxed{\underline{T}(x_s, t) = \underline{T}(\sum_m a_m(t) \underline{X}_m(r)) = \sum_m \underline{T}(a_m(t) \underline{X}_m) = \sum_m \underline{T}_m} \quad (2.37)$$

$$\underline{T}_m = \underline{T}(a_m(t) \underline{X}_m(r)) \quad (2.38)$$

On rappelle que cette **hypothèse n'est valable que lorsque l'amplitude des vibrations du solide est faible devant la distance inter-tubes**, ce qui est en pratique le cas puisque les tubes ne peuvent vibrer que dans un faible espace à cause des barres anti-vibratoires (sauf dans le cas de l'instabilité fluide-élastique où l'amplitude de vibration des tubes devient très importante). Le terme de couplage devient donc :

$$(\underline{X}_n, F_{FE}) = \int_{\partial\Omega_{FS}} (\underline{X}_n, \underline{T}) dA = \int_{\partial\Omega_{FS}} (\underline{X}_n, \sum_m \underline{T}_m) dA \quad (2.39)$$

$$\Rightarrow (\underline{X}_n, F_{FE}) = \sum_m \int_{\partial\Omega_{FS}} (\underline{X}_n, \underline{T}_m) dA = \sum_m F_{FE_{nm}} \quad (2.40)$$

$$\text{Avec } F_{FE_{nm}} = \int_{\partial\Omega_{FS}} (\underline{X}_n, \underline{T}_m) dA \quad (2.41)$$

$F_{FE_{nm}}$ est la force induite par un mouvement de faible amplitude $a_m(t)$ du mode $\underline{X}_m(r)$ sur le mode $\underline{X}_n(r)$. $F_{FE_{nm}}$ a la même dépendance en fonction du déplacement que F_{FE} :

$$F_{FS_{nm}} = f(\ddot{a}_m, \dot{a}_m, a_m) \quad (2.42)$$

Si l'on fait un **développement limité autour de la position d'équilibre** afin de ne considérer que les forces fluctuantes de $F_{FE_{nm}}$:

$$F_{FE_{nm}} = f(\ddot{a}_m, \dot{a}_m, a_m) \approx f(a_m^0, \dot{a}_m^0, \ddot{a}_m^0) + \left(\frac{\partial f}{\partial a_m}\right)^0 a_m + \left(\frac{\partial f}{\partial \dot{a}_m}\right)^0 \dot{a}_m + \left(\frac{\partial f}{\partial \ddot{a}_m}\right)^0 \ddot{a}_m \quad (2.43)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial a_m}\right)^0 = -M_{a_{nm}} \quad (2.44)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \dot{a}_m}\right)^0 = -C_{a_{nm}} \quad (2.45)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \ddot{a}_m}\right)^0 = -K_{a_{nm}} \quad (2.46)$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{a}_n m_n + \ddot{a}_n 2m_n \omega_n \varepsilon_n + a_n m_n \omega_n^2 = -[\sum_m M_{a_{nm}} \ddot{a}_m + C_{a_{nm}} \dot{a}_m + K_{a_{nm}} a_m]} \quad (2.47)$$

$$(2.48)$$

On obtient ainsi les coefficient de masse, raideur et ammortissement ajoutés dans le cadre de l'hypothèse de linéarisation. Le couplage en amortissement peut conduire à un couplage non-conservatif

de la structure selon son signe. Dans ce formalisme, les forces fluide-élastiques **modifient les caractéristiques modales de la structure**.

Le système couplé à N degrés de liberté est alors régi par l'équation matricielle (pour un tube flexible dans un faisceau rigide, les matrices sont $2 \cdot 2$) :

$$\boxed{(M_s + M_a)\ddot{x}_s + (C_s + C_a)\dot{x}_s + (K_s + K_a)x_s = F_A(t)} \quad (2.49)$$

M_a, C_a, K_a sont les matrices de masse, d'amortissement et de raideur ajoutées. Elles n'ont **aucune raison d'être diagonales** car la présence du fluide est source de couplages entre modes. Ce sont ces matrices qui sont **dépendantes des paramètres caractéristiques de l'écoulement** et de la structure. La difficulté est de déterminer quels sont les paramètres physiques intervenants dans le couplage fluide-élastique ainsi que la dépendance de ces matrices aux paramètres physiques identifiés. M_s, C_s, K_s sont des matrices diagonales dans la base des vecteurs propres \underline{X}_n dont on peut déterminer les coefficients lorsque le système est en air à l'aide d'un lâché.

2.2.4 Conclusion

Nous avons utilisé deux hypothèses essentielles pour décrire l'équation matricielle régissant la dynamique d'une structure couplée avec un fluide :

- l'hypothèse de **décomposition de la force de couplage fluide structure en deux termes** : une force d'excitation aléatoire découplée des mouvements de la structure et une force fluide-élastique dépendante des mouvements de la structure. **Validité de l'hypothèse** : l'instationnarité de l'écoulement n'est pas modifiée par les vibrations de la structure (donc de petits déplacements des tubes GV, voir [14]).
- **hypothèse de réponse linéaire de la force fluide-élastique en fonction du mouvement de la structure** : décomposition de la force fluide-élastique en terme de masse, amortissement et raideur ajoutés. **Validité de l'hypothèse** : dans le cadre de petits déplacements de la structure, donc de petits déplacements du tube dans le faisceau (voir [15]).

Ainsi l'équation matricielle (2.2) régissant la dynamique d'**un seul tube flexible à deux degré de liberté dans un faisceau rigide** est :

$$\boxed{(M_s + M_a)\ddot{x}_s + (C_s + C_a)\dot{x}_s + (K_s + K_a)x_s = F_A(t)} \quad (2.50)$$

Si on considère N **tubes flexibles dans un faisceau** alors chaque tube ayant 2 degrés de liberté, le système possède $2N$ degrés de liberté. Le mouvement de chaque tube dans le fluide induit une force de couplage sur les $N - 1$ autres tubes, l'équation matricielle du tube i avec F^i représentant la force des $N - 1$ autres tubes sur le tube i est donc :

$$\boxed{(M_s + M_a)^i \ddot{x}_s^i + (C_s + C_a)^i \dot{x}_s^i + (K_s + K_a)^i x_s^i = F_A(t)^i + F^i(\ddot{x}_s^i, \dot{x}_s^i, x_s^i)} \quad (2.51)$$

On peut **dans le cadre de l'analyse linéaire** décomposer F^i en terme de masse, amortissement et raideur ajoutés :

$$\Rightarrow F^i(\ddot{x}_s^i, \dot{x}_s^i, x_s^i) = \sum_{k \in [1, N]} \alpha_{ik} \ddot{x}_s^k + \beta_{ik} \dot{x}_s^k + \delta_{ik} x_s^k \quad (2.52)$$

Où α_{ik} , β_{ik} et δ_{ik} représentent respectivement les coefficients de masse, amortissement et raideur ajoutés. Ils représentent l'influence des forces de couplages des $N - 1$ autres tubes sur le tube i . Le système de N tubes couplés avec le fluide est donc régi par une équation matricielle $2N \cdot 2N$.

Cependant, plusieurs expérimentateurs (pour n'en citer que quelques uns : [44], [39] ou [4]) négligent ces forces de couplage entre tubes. L'analyse sur un seul tube flexible dans un faisceau rigide est suffisante au premier ordre pour décrire la stabilité et la réponse du tube. Nous adoptons également cette hypothèse dans la suite de ce rapport. Cela signifie qu'un faisceau de N tubes flexibles est décrit par N équations découplées, soit pour le tube i :

$$\boxed{(M_s + M_a)^i \ddot{x}_s^i + (C_s + C_a)^i \dot{x}_s^i + (K_s + K_a)^i x_s^i = F_A(t)^i} \quad (2.53)$$

L'étude des forces d'excitations aléatoires ainsi que des forces fluide-élastique peut donc se faire sur un seul tube flexible dans un faisceau rigide puisqu'on néglige l'influence du mouvement des autres tubes.

2.3 Les excitations aléatoires découplées

Les tubes de GV sont constamment soumis à des forces d'excitation aléatoires qui sont qualifiées pour un faisceau de tubes : **d'excitation aléatoire à large bande** car la densité spectrale de puissance de ces forces présente une large bande à basse fréquence. Ces excitations peuvent dans le cas d'un écoulement diphasique :

- être dues **au caractère intermittent** de l'écoulement diphasique (répartition spatio-temporelle aléatoire des deux phases),
- être dues **à la turbulence de l'écoulement**.

Elles sont **indépendantes** du mouvement de la structure c'est pourquoi on ne parle pas de couplage fluide-élastique. La structure réagit à un spectre d'excitation donné et il n'y a pas de rétroaction du mouvement de la structure sur ce spectre. Il s'agit bien sur d'une hypothèse de travail. **On suppose que les mouvements de la structure ne perturbe pas l'instationnarité de l'écoulement**. La réponse de l'écoulement aux mouvements de la structure est prise en compte dans le terme de couplage fluide-élastique.

Dans le cadre de cette hypothèse, ces fluctuations aléatoires ne dépendent pas du déplacement de la structure (mais peuvent être différentes en deux points du tube) et l'équation matricielle régissant la dynamique d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide est :

$$(M_s + M_a)\ddot{x}_s + (C_s + C_a)\dot{x}_s + (K_s + K_a)x_s = F_A(t) \quad (2.54)$$

$F_A(t)$ est la force d'excitation aléatoire intégrée sur la structure c'est pourquoi elle ne dépend plus de l'abscisse curviligne du tube.

Cette force d'excitation aléatoire a pour effet d'exciter le tube quelque soit le régime d'écoulement et donc de le faire vibrer, ce qui **induit une fatigue des tubes**. Il est essentiel de **connaître l'amplitude de ces vibrations en fonction des différents paramètres caractéristiques de l'écoulement**.

Afin de déterminer les paramètres physiques pertinents, on étudie **la densité spectrale de puissance** de cette force afin d'en déterminer le contenu fréquentiel. L'objectif étant de **proposer un adimensionnement correct de ces spectres** afin de pouvoir transposer les résultats d'une expérience à une autre. Actuellement plusieurs tentatives d'adimensionnement des spectres pour les écoulements diphasiques ont été proposés avec plus ou moins de succès. Nous reviendrons sur ce point dans la prochaine partie.

Pour étudier cette force d'excitation aléatoire il suffit de mesurer les forces s'appliquant à un **cylindre rigide fixe** (on peut aussi le faire sur un tube flexible). On peut également obtenir ces spectres par l'intermédiaire de la simulation numérique en intégrant les efforts le long du cylindre. On pourra alors comparer les spectres obtenus par la simulation aux spectres expérimentaux. L'objectif étant de valider la simulation numérique pour pouvoir ensuite l'utiliser en faisant varier plusieurs paramètres de l'écoulement comme le taux de vide, le diamètre des tubes etc afin de proposer un adimensionnement pertinent de ces spectres.

Voici un exemple de spectre non adimensionné de force aléatoire sur un tube en écoulement transverse diphasique tiré de [40]. Les différentes courbes correspondent à différent taux de vide locaux allant de 11 à 80 %. On constate que plus le taux de vide augmente, plus le niveau de DSP des forces d'excitation aléatoires augmentent et cela quelque soit la fréquence.

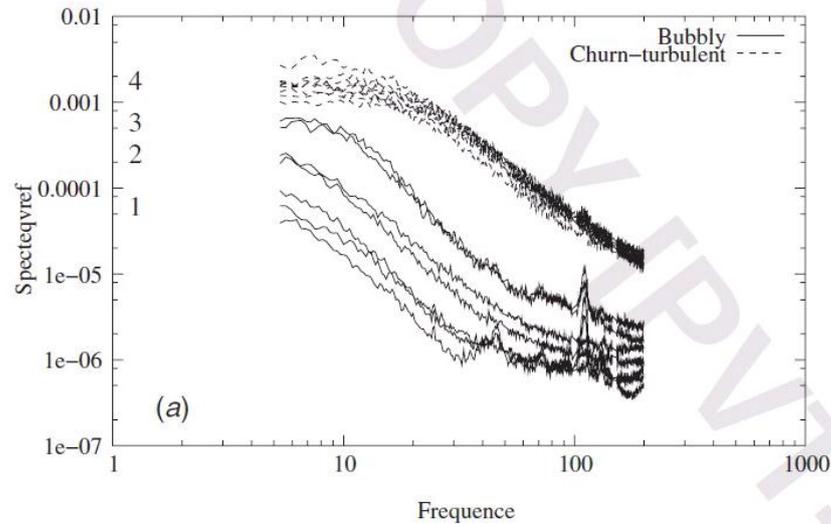


FIG. 2.2 – Exemple de spectre de force aléatoire sur un tube seul en écoulement transverse diphasique

2.4 Calcul de la réponse des tubes sous écoulement et détermination de leurs caractéristiques modales

L'objectif de cette section est de rappeler comment on peut calculer la réponse d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide sous écoulement à l'aide de l'équation 2.50 en partant de cas simples.

Dans la sous section 2.4.1 on fait quelques rappels sur la nature du couplage fluide-élastique des tubes GV.

Dans la sous section 2.4.2 on expose la réponse d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide en air à une impulsion unité (voir [23]). On rappelle alors l'expression de la fonction de transfert du tube, qui dans cette sous section est en air, il n'y a donc pas d'influence du fluide sur les caractéristiques modales du tubes.

Dans la sous section 2.4.3 on expose la réponse d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide couplé avec l'écoulement à une impulsion unité (voir [23]). On rappelle alors l'expression de la fonction de transfert du tube couplé avec l'écoulement. Dans cette sous section, le tube est soumis à l'écoulement, les coefficients de masse, amortissement et raideur ajoutés sont donc présents. La fonction de transfert est utilisée pour déterminer les caractéristiques modales du tube dans 2.4.4.

Dans la sous section 2.4.4 on expose la méthode pour déterminer les caractéristiques modales tube à savoir les coefficients de masse, amortissement et raideur ajoutés à partir de la mesure du déplacement du tube flexible (voir [23]). C'est cette méthode qui est utilisée actuellement dans de nombreuses expériences, par exemple [4] l'utilise pour déterminer l'amortissement d'un tube flexible dans un faisceau rigide. Nous utiliserons également cette méthode pour déterminer les caractéristiques modales du tube dans nos simulations numériques.

2.4.1 Description du couplage fluide-élastique

Les excitations fluide-élastique résultent d'une interaction entre une structure en mouvement et un fluide soumis à un écoulement moyen. Par opposition aux fluctuations aléatoires découplées, les excitations fluide-élastique sont la conséquence d'une adaptation dynamique de l'écoulement aux mouvements de la structure.

Ce mécanisme peut avoir un caractère autoexcitateur ayant pour conséquence une croissance exponentielle des vibrations du solide si un mode instable se développe : c'est l'instabilité fluide-élastique.

Le moteur de cette instabilité est le transfert d'énergie du fluide vers le solide qui permet au solide d'extraire de l'énergie de l'écoulement. Si c'est un mode stable qui se développe, le transfert d'énergie a lieu du solide vers le liquide, ce qui a pour effet d'amortir les mouvements du solide.

L'instabilité fluide élastique a lieu lorsque **l'amplitude des vibrations de la structure augmente de manière exponentielle**, dans le cas des tubes GV **plusieurs auteurs comme [4] ou [44] supposent que cette instabilité est due à une annulation de l'amortissement du système couplé** (tube flexible dans un faisceau rigide couplé avec le fluide). A titre d'information, on peut rencontrer d'autres types d'instabilités comme l'instabilité par annulation de la raideur issue du couplage symétrique en raideur, l'instabilité par confusion de fréquence issue d'un couplage antisymétrique en raideur ...

L'instabilité fluide-élastique peut être à l'origine de la rupture des tubes GV. Il est donc nécessaire de prédire les régimes d'écoulement dans lesquels les tubes peuvent entrer en instabilité. Il faut donc connaître les coefficients ajoutés de la force fluide-élastique pour pouvoir prédire l'annulation de l'amortissement total ;

Cependant, **on ne connaît pas bien la dépendance des coefficients de masse, raideur et amortissement ajoutés en fonction des paramètres caractéristiques de l'écoulement et de la structure.**

2.4.2 Réponse du tube en air à une impulsion unité

Les résultats de cette sous section sont tirés de [23]. On expose la réponse d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide en air à une impulsion unité. On rappelle alors l'expression de la fonction de transfert du tube, qui dans cette sous section est en air, il n'y a donc pas d'influence du fluide sur les caractéristiques modales du tubes.

Considérons l'équation matricielle régissant la dynamique d'un tube flexible seul dans un faisceau rigide dans le cadre de l'hypothèse de linéarisation des forces fluide-élastique et de la décomposition de la force fluide sur le solide (voir 2.50) :

$$(M_s + M_a)\ddot{x}_s + (C_s + C_a)\dot{x}_s + (K_s + K_a)x_s = F_A(t) \quad (2.55)$$

Afin d'établir la réponse du système couplé au fluide et soumis aux forces d'excitation aléatoires de l'écoulement, on va dans un premier temps chercher à établir la réponse du système à **une impulsion localisée au niveau du degré de liberté i**, $f(t) = \mu(t)X_i$. Pour illustrer la démarche on suppose dans cette sous section que le tube vibre dans l'air. **On ne considère donc pas pour l'instant l'effet du fluide sur le tube.** En air, les matrices de masse, d'amortissement et de raideur sont **diagonales** (puisqu'on suppose que le tube est dans l'air les matrices de masse, d'amortissement et de raideur ajoutées sont nulles). Soit (\underline{X}_i) la base de vecteurs propres des modes propres en air, l'équation matricielle du système couplé est :

$$\underline{x}_s(\underline{r}, t) = \sum_i a_i(t)\underline{X}_i(\underline{r}) \quad (2.56)$$

$$\text{Tube en air} \Rightarrow M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s = f(t) \quad (2.57)$$

$$\text{Avec } f(t) = \mu(t)X_i \quad (2.58)$$

On projette sur le vecteur de base X_n :

$$(\underline{X}_n, [M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s]) = (\underline{X}_n, f(t)) \quad (2.59)$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_n m_n + \dot{a}_n 2m_n \omega_n \varepsilon_n + a_n m_n \omega_n^2 = (\underline{X}_n, f(t)) = (X_n)_i \mu(t) \quad (2.60)$$

$(X_n)_i$ est la i ième composante du vecteur \underline{X}_n . On utilise la **transformée de Laplace** sachant que $L[\mu(t)] = 1$ et on peut par recombinaison modale obtenir la réponse du système $X(p)$:

$$\Rightarrow (m_n p^2 + 2m_n \omega_n \varepsilon_n p + m_n \omega_n^2) A_n(p) = (X_n)_i \quad (2.61)$$

$$\Rightarrow A_n(p) = \frac{(X_n)_i}{(m_n p^2 + 2m_n \omega_n \varepsilon_n p + m_n \omega_n^2)} \quad (2.62)$$

$$L[\underline{x}_s] = \underline{X}(p) = L\left[\sum_n a_n \underline{X}_n\right] = \sum_n A_n(p) \underline{X}_n \quad (2.63)$$

Et on définit $H_{ij}(p)$ comme la réponse du j -ième degré de liberté à l'impulsion unité exercée au i -ième degré de liberté :

$$(\underline{X}_j, \underline{X}(p)) = \sum_n A_n(p) (\underline{X}_j, \underline{X}_n) = \sum_n A_n(p) (X_n)_j \quad (2.64)$$

$$\Rightarrow \boxed{H_{ij}(p) = \sum_n \frac{(X_n)_i (X_n)_j}{(m_n p^2 + 2m_n \omega_n \varepsilon_n p + m_n \omega_n^2)}} \quad (2.65)$$

La fonction de Green du système ou réponse temporelle à une impulsion unité localisée est donnée par la transformée inverse de Laplace :

$$G_{ij}(t) = L[H_{ij}(p)]^{-1} = \sum_n \frac{(X_n)_i (X_n)_j}{m_n \omega_n} \exp(-\varepsilon_n \omega_n t) \sin(\omega_n t) \quad (2.66)$$

Et la réponse établie à une sollicitation sinusoïdale unité d'amplitude complexe est donnée par la transformée de Fourier de la fonction de Green ou encore en remplaçant p par $i\omega$ dans la fonction de transfert :

$$H_{ij}(i\omega) = G_{ij}(\omega) = \sum_n \frac{(X_n)_i (X_n)_j}{m_n (-\omega^2 + 2i\omega_n \varepsilon_n \omega + \omega_n^2)} \quad (2.67)$$

On peut **décomposer en série de Fourier une excitation quelconque si cette excitation est suffisamment régulière** comme une somme sur n d'excitation sinusoïdale de pulsation $n\omega$. La réponse du j -ième degré de liberté à cette excitation exercée au i -ième degré de liberté est donc la somme sur n de $H_{ij}(n\omega)$. Nous avons dans cette sous section exposé la réponse d'un tube flexible à une impulsion unité qui se calcule à l'aide de la fonction de transfert du tube. Cette expression de la fonction de transfert permet de déterminer les caractéristiques modales du tube en air. En effectuant un lâché du tube en air on peut mesurer sa réponse à l'aide d'une instrumentation appropriée, à partir de cette réponse on mesure les coefficients de masse, d'amortissement et de raideur du système en air donc M_s , C_s et K_s . On montre en effet que la réponse du tube à un lâché est une sinusoïde en décroissance exponentielle et à l'aide du décrétement logarithmique on détermine l'amortissement. La pulsation des oscillations est directement reliée à la raideur, tandis que le niveau d'oscillation est relié à la masse.

2.4.3 Réponse du tube sous écoulement

Les résultats de cette sous section sont tirés de [23]. **On expose désormais la réponse du tube à une excitation quelconque, notée $f(t)$, en tenant compte l'effet du fluide.** On précise que le tube est soumis à un écoulement, le fluide n'est donc pas au repos. On reprend donc l'équation 2.50 qui régit la dynamique d'un tube flexible dans un faisceau rigide soumis à un écoulement transverse en remplaçant les forces d'excitations aléatoires par une force quelconque $f(t)$:

$$(M_s + M_a) \ddot{\underline{x}}_s + (C_s + C_a) \dot{\underline{x}}_s + (K_s + K_a) \underline{x}_s = \underline{f}(t) \quad (2.68)$$

Les matrices de masse, d'amortissement et de raideur ajoutées n'ont aucune raison d'être diagonales.

Les matrices que l'on considère sont donc de dimension 2 puisque le tube a deux degrés de liberté. **On va projeter l'équation matricielle du système couplé dans la base des modes propres en air.** Ainsi les équations projetées sur le mode propre X_1 sont :

$$\underline{x}_s = a_1(t)\underline{X}_1 + a_2(t)\underline{X}_2 \quad (2.69)$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_1 m_1^s + \dot{a}_1 2m_1^s \omega_1^s \varepsilon_1^s + a_1 m_1^s (\omega_1^s)^2 + (\underline{X}_1, [M_a \underline{X}_1 \ddot{a}_1 + C_a \underline{X}_1 \dot{a}_1 + K_a \underline{X}_1 a_1]) + (\underline{X}_1, [M_a \underline{X}_2 \ddot{a}_2 + C_a \underline{X}_2 \dot{a}_2 + K_a \underline{X}_2 a_2]) = (\underline{X}_1, \underline{f}(t)) \quad (2.70)$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_1 (m_1^s + m_{11}^a) + \dot{a}_1 (2m_1^s \omega_1^s \varepsilon_1^s + 2m_{11}^a \omega_{11}^a \varepsilon_{11}^a) + a_1 (m_1^s (\omega_1^s)^2 + m_{11}^a \omega_{11}^a) + \ddot{a}_2 m_{12}^a + \dot{a}_2 2m_{12}^a \omega_{12}^a \varepsilon_{12}^a + a_2 m_{12}^a \omega_{12}^a = (\underline{X}_1, \underline{f}(t)) \quad (2.71)$$

Idem en projection sur X_2 :

$$\ddot{a}_2 m_2^s + \dot{a}_2 2m_2^s \omega_2^s \varepsilon_2^s + a_2 m_2^s (\omega_2^s)^2 + (\underline{X}_2, [M_a \underline{X}_2 \ddot{a}_2 + C_a \underline{X}_2 \dot{a}_2 + K_a \underline{X}_2 a_2]) + (\underline{X}_2, [M_a \underline{X}_1 \ddot{a}_1 + C_a \underline{X}_1 \dot{a}_1 + K_a \underline{X}_1 a_1]) = (\underline{X}_2, \underline{f}(t)) \quad (2.72)$$

$$\ddot{a}_2 (m_2^s + m_{22}^a) + \dot{a}_2 (2m_2^s \omega_2^s \varepsilon_2^s + 2m_{22}^a \omega_{22}^a \varepsilon_{22}^a) + a_2 (m_2^s (\omega_2^s)^2 + m_{22}^a \omega_{22}^a) + \ddot{a}_1 m_{21}^a + \dot{a}_1 2m_{21}^a \omega_{21}^a \varepsilon_{21}^a + a_1 m_{21}^a \omega_{21}^a = (\underline{X}_2, \underline{f}(t)) \quad (2.73)$$

Plusieurs auteurs constatent expérimentalement comme [4] et [44] qu'il y a peu de couplages entre modes, ils supposent alors que les termes non diagonaux des matrices totales de masse, amortissement et raideur sont négligeables devant les termes diagonaux :

$$\ddot{a}_1 (m_1^s + m_{11}^a) + \dot{a}_1 (2m_1^s \omega_1^s \varepsilon_1^s + 2m_{11}^a \omega_{11}^a \varepsilon_{11}^a) + a_1 (m_1^s (\omega_1^s)^2 + m_{11}^a (\omega_{11}^a)^2) = (\underline{X}_1, \underline{f}(t)) \quad (2.74)$$

$$\ddot{a}_2 (m_2^s + m_{22}^a) + \dot{a}_2 (2m_2^s \omega_2^s \varepsilon_2^s + 2m_{22}^a \omega_{22}^a \varepsilon_{22}^a) + a_2 (m_2^s (\omega_2^s)^2 + m_{22}^a (\omega_{22}^a)^2) = (\underline{X}_2, \underline{f}(t)) \quad (2.75)$$

On pose pour simplifier les notations : $(m_1^s + m_{11}^a) = m_1$, $(2m_1^s \omega_1^s \varepsilon_1^s + 2m_{11}^a \omega_{11}^a \varepsilon_{11}^a) = 2m_1 \omega_1 \varepsilon_1$ et $(m_1^s (\omega_1^s)^2 + m_{11}^a (\omega_{11}^a)^2) = m_1 \omega_1^2$. **On définit ainsi la masse, l'amortissement et la pulsation totale du système couplé selon le mode 1.** On fait de même pour le deuxième mode.

Ainsi le système d'équations pour un seul tube flexible dans un faisceau rigide soumis à un écoulement transverse devient de l'hypothèse de faible couplage entre les deux modes du tube :

$$\ddot{a}_1 m_1 + \dot{a}_1 2m_1 \omega_1 \varepsilon_1 + a_1 m_1 \omega_1^2 = (\underline{X}_1, \underline{f}(t)) \quad (2.76)$$

$$\ddot{a}_2 m_2 + \dot{a}_2 2m_2 \omega_2 \varepsilon_2 + a_2 m_2 \omega_2^2 = (\underline{X}_2, \underline{f}(t)) \quad (2.77)$$

Soit en notation matricielle :

$$\left[\begin{array}{cc} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{a}_1 \\ \ddot{a}_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 2m_1 \omega_1 \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 2m_2 \omega_2 \varepsilon_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} m_1 \omega_1^2 & 0 \\ 0 & m_2 \omega_2^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} (\underline{X}_1, \underline{f}(t)) \\ (\underline{X}_2, \underline{f}(t)) \end{array} \right] \quad (2.78)$$

On se rapporte donc ainsi au problème précédent (tube flexible en air) de la sous section 2.4.2 pour évaluer la réponse de chaque mode du tube à une impulsion puisque les deux modes sont découplés.

Cependant, contrairement à la sous section 2.4.2, le tube est soumis à un écoulement, la fonction de transfert du tube couplé avec le fluide comporte donc les termes de masse, amortissement et raideur ajoutés.

On ne peut pas comme pour le tube en air effectuer un lâché du tube sous écoulement et déterminer ces coefficients. Le tube étant sous écoulement il est soumis aux forces d'excitations aléatoires de l'écoulement alors que dans la sous section précédente il n'était soumis à aucune force hormis l'impulsion unité à $t = 0$. Nous allons voir dans la sous section suivante une méthode utilisant les propriétés des forces d'excitations aléatoires et basée sur la réponse du tube pour les déterminer.

2.4.4 Détermination des caractéristiques modales du tube sous écoulement

Les résultats de cette sous section sont tirés de [23]. L'objectif de cette sous section est **déterminer les coefficients des matrices de masse, d'amortissement et de raideur ajoutées** lorsque le tube est soumis à ces forces d'excitation aléatoires.

Les tubes GV sont **constamment soumis aux forces d'excitation aléatoire qualifiées de forces d'excitation à large bande**. Ces forces ont un contenu fréquentielle leur permettant d'**exciter toutes les fréquences propres du tube** et pour certains régimes d'écoulement on observe des instabilités fluide-élastique. Il est donc essentiel de déterminer le contenu fréquentiel de ces forces d'excitations aléatoires ainsi que les coefficients des matrices de masse, amortissement et raideur ajoutées de l'équation 2.78 pour prédire l'instabilité fluide-élastique des tubes GV.

La méthode expérimentale adoptée consiste à mesurer la réponse du tube, à savoir son déplacement, et en **calculant la densité spectrale de puissance de ce déplacement** on accède au contenu fréquentielle de la réponse du tube. A partir de cette densité spectrale on peut déterminer l'amortissement ajouté ainsi que les fréquences propres dans le cadre de l'analyse linéaire des forces fluide-élastique.

Il faut bien garder à l'esprit que cette modélisation des forces fluide-élastique en terme de matrices de masse, amortissement et raideur ajoutées est **une approximation et suppose une réponse linéaire du tube**. A partir du moment où le tube entre en instabilité fluide-élastique, le déplacement du tube selon le degré de liberté instable augmente exponentiellement et l'hypothèse des petits déplacements n'est plus valable. Cependant, **on cherche à prédire l'instabilité**, on se place donc dans des régimes où les vibrations du tube sont faibles ce qui justifie cette hypothèse pour notre étude.

On reprend donc l'équation matricielle régissant la dynamique d'un tube flexible dans un faisceau rigide soumis à un écoulement transverse diphasique 2.50 :

$$(M_s + M_a)\ddot{\underline{x}}_s + (C_s + C_a)\dot{\underline{x}}_s + (K_s + K_a)\underline{x}_s = \underline{F}_A(t) \quad (2.79)$$

Nous avons exposé dans la sous section précédente que l'équation matricielle régissant la dynamique des deux degrés de liberté du tube sous écoulement est (2.78) puisqu'on néglige les couplages entre les deux modes propres du tube :

$$\left[\begin{array}{cc} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{a}_1 \\ \ddot{a}_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 2m_1\omega_1\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 2m_2\omega_2\varepsilon_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} m_1\omega_1^2 & 0 \\ 0 & m_2\omega_2^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} (X_1, f(t)) \\ (X_2, f(t)) \end{array} \right] \quad (2.80)$$

Puisque les deux modes sont découplés, **on peut s'en perdre de généralité étudier la réponse d'un des deux modes à la force d'excitation aléatoire et généraliser la démarche à l'autre mode**. On considère par exemple le premier mode X_1 du déplacement global $\underline{x}_s = a_1(t)X_1 + a_2(t)X_2$ du tube :

$$\Rightarrow \ddot{a}_1 m_1 + \dot{a}_1 2m_1\omega_1\varepsilon_1 + a_1 m_1\omega_1^2 = (X_1, F_A(t)) \quad (2.81)$$

2.4. CALCUL DE LA RÉPONSE DES TUBES SOUS ÉCOULEMENT ET DÉTERMINATION DE LEURS CARACTÉRISTIQUES

Pour simplifier les notations on remplace a_1 par x et on omet les indices 1 qu'on remplace par Tot pour bien rappeler qu'il s'agit de la masse, de l'amortissement et de la pulsation totale selon ce degré de liberté (somme de la contribution du fluide et de la structure en écoulement en air) :

$$\Rightarrow m_{Tot}\ddot{x} + 2m_{Tot}\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}\dot{x} + m\omega_{Tot}^2x = F_{A1}(t) \quad (2.82)$$

On cherche la **réponse établie** de ce système à une sollicitation aléatoire **stationnaire** (le caractère stationnaire étant également une hypothèse). Avec ces hypothèses on montre dans [23], que la réponse établie $x(t)$ est un processus aléatoire stationnaire dont les caractéristiques sont données par la relation :

$$x(t) = \lim_{t_0 \rightarrow +\infty} x(t, t_0) = \int_0^{t_0} G(\tau)F_{A1}(t + t_0 - \tau)d\tau \quad (2.83)$$

Où $G(\tau)$ est la fonction de Green du système qui est la réponse du tube sous écoulement à une impulsion unité.

Dans [23] on montre alors que :

$$DSP(x) = \delta(f) = |G(f)|^2\delta(f)_{F_{A1}} \quad (2.84)$$

$$\text{Avec } |G(f)|^2 = |H(i\omega)|^2 = \frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{\sqrt{(\omega_{Tot}^2 - \omega^2)^2 + (2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot})^2}} \quad (2.85)$$

Où $DSP(x)$ est la densité spectrale de puissance du déplacement du tube et $\delta(f)_{F_{A1}}$ la densité spectrale de puissance de la force d'excitation aléatoire selon ce mode. La densité spectrale de puissance du déplacement x est **double de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de $x(t)$** à savoir $\rho(\tau)$:

$$\delta(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) \exp(-2i\pi f\tau) d\tau \quad (2.86)$$

$$\rho(\tau) = \overline{x(t)x(t+\tau)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t+\tau) dt \quad (2.87)$$

On peut à l'aide de l'expérience ou de la simulation numérique mesurer $x(t)$, déterminer sa DSP et à l'aide de la relation 2.84 **identifier l'amortissement total et les fréquences propres totales du tube couplé à l'écoulement**. En effet, la DSP de $x(t)$ présente un pic pour $\omega = \omega_{Tot}$ ce qui permet d'identifier sa valeur et la largeur à demi hauteur de pic donne ε_{Tot} .

Cette identification est possible car **les forces d'excitations aléatoires ont un spectre large bande** et sont quasi assimilables à un bruit blanc, **elles n'ont pas d'influences sur la largeur des pics ni de leur position en fréquence dans la DSP de $x(t)$** , elles changent seulement le niveau de DSP. Pour plus de détails sur l'identification voir la sous section 2.5.4.

2.4.5 Conclusion

Dans le cadre de l'**analyse linéaire de la réponse établie d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide aux forces d'excitation aléatoire et en négligeant le couplage entre les deux modes** ([4] et [44]), le système de deux équations régissant la dynamique du système couplé est dans la base des modes propres en air (2.76) :

$$\ddot{a}_1 m_1 + \dot{a}_1 2m_1 \omega_1 \varepsilon_1 + a_1 m_1 \omega_1^2 = (\underline{X}_1, \underline{F}_A(t)) \quad (2.88)$$

$$\ddot{a}_2 m_2 + \dot{a}_2 2m_2 \omega_2 \varepsilon_2 + a_2 m_2 \omega_2^2 = (\underline{X}_2, \underline{F}_A(t)) \quad (2.89)$$

La détermination des coefficients de masse m_i , d'amortissement ε_i et pulsation ω_i ($i = 1, 2$) généralisés est effectuée en calculant la DSP de a_i , obtenue à partir de la mesure du déplacement du tube selon le mode i , à l'aide de la relation (2.84) :

$$\boxed{DSP(a_i) = \delta(f) = |G_i(f)|^2 \delta(f)_{F_{A_i}}} \quad (2.90)$$

$$(2.91)$$

Cette identification est possible car **les forces d'excitations aléatoires ont un spectre large bande** et sont quasi assimilables à un bruit blanc.

Pour un **fluide monophasique** on suppose que la matrice de masse ajoutée est indépendante de la vitesse de l'écoulement. On détermine donc la valeur de des coefficients m_1 et m_2 en considérant le tube dans un fluide au repos. Ensuite on détermine à l'aide de la relation 2.84 et au moyen d'expériences les coefficients d'amortissement et de raideur ajoutés.

Pour un **fluide diphasique** on ne peut pas déterminer les coefficients de la matrice de masse ajoutée car le fluide ne peut pas par définition être au repos. Il est donc nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires si on veut accéder à la valeur de m_1 et m_2 . Cependant, ces coefficients n'interviennent pas dans le départ en instabilité du tube.

A partir de la connaissance à la fois de la force d'excitation aléatoire et des caractéristiques modales du tube couplé à l'écoulement nous allons caractériser le départ en instabilité du système couplé dans les deux prochaines sections.

2.5 Généralités sur les mécanismes d'instabilités

L'objectif de cette section est d'exposer une synthèse des instabilités mécaniques que l'on peut rencontrer dans le cas d'un faisceau de tube couplé avec l'écoulement. On rappelle dans l'introduction de cette section les deux grandes familles d'instabilités rencontrées en mécanique vibratoire qui sont les instabilités statiques et dynamiques et on donne quelques exemples appliqués aux tubes GV pour les illustrer. Les principaux résultats de cette section sont tirés de [23].

Dans la sous section 2.5.2 on expose l'instabilité dynamique d'un tube à un degré de liberté sous écoulement et on rappelle qu'un amortissement total négatif entraîne nécessairement une instabilité dynamique du tube.

Dans la sous section 2.5.3 on expose l'instabilité statique d'un tube à un degré de liberté sous écoulement et on rappelle qu'une raideur total négatif entraîne nécessairement une instabilité statique du tube.

Dans la sous section 2.5.4 on expose plus en détails la méthode de détermination des coefficients ajoutés de masse, amortissement et raideur.

Dans la sous section ?? on considère un tube à deux degrés de liberté et sur un exemple on montre que la détermination du type d'instabilité du tube ne dépend plus simplement du signe des coefficients d'amortissement ou de raideur.

2.5.1 Introduction

On caractérise le départ en instabilité fluide-élastique de la structure par une **une augmentation exponentielle de l'amplitude vibratoire de la structure**.

Dans le cas général, divers types d'instabilités existent, on **constate expérimentalement que dans le cas des faisceaux de tubes GV, l'instabilité fluide-élastique naît de l'annulation de l'amortissement total du système couplé**. C'est pourquoi pour cette application, plusieurs auteurs caractérisent l'instabilité fluide-élastique par l'annulation de l'amortissement total du système.

Historiquement, on a commencé par chercher une instabilité fluide-élastique par couplage anti-symétrique en raideur entre plusieurs tubes du faisceau. C'est d'ailleurs à partir de ce couplage que Connors a proposé son critère de départ en instabilité. On s'est rendu compte par la suite que l'instabilité fluide-élastique des tubes GV est due à une annulation de l'amortissement total du système couplé. On peut donc négliger le couplage avec les autres tubes du faisceau puisque cette instabilité ne peut avoir lieu que s'il y a un couplage entre modes d'au moins deux tubes.

C'est pourquoi depuis les années 80, on étudie la stabilité des faisceaux de tubes GV en ne considérant en général qu'un seul tube flexible dans un faisceau rigide sous écoulement transverse. Et on cherche à **caractériser le départ en instabilité en essayant de prédire l'annulation de l'amortissement total du système d'où le soucis constant de déterminer les coefficients des matrices d'amortissement et de raideur ajoutées**.

Dans le cas des tubes de GV soumis à un écoulement transverse diphasique, les coefficients de la matrice d'amortissement et de raideur varient en fonction de plusieurs paramètres et notamment **la vitesse de l'écoulement**. En ce qui concerne que les coefficients de la matrice de masse, on constate expérimentalement qu'ils sont indépendants de la vitesse de l'écoulement.

L'étude de l'instabilité du système est faite à l'aide des pôles de la fonction de transfert.

On distingue **deux types d'instabilités** (voir [23] Chap. 12) :

- **l'instabilité statique** : le système est statiquement instable si sa fonction de transfert possède **au moins un pôle réel positif**. La réponse du système à un transitoire quelconque est alors caractérisée par une évolution exponentielle divergente. On rencontre cette instabilité lors de **l'annulation de la raideur du système** ce qui n'est pas le cas pour les tubes GV. Cependant, on observe expérimentalement que **la matrice de raideur ajoutée évolue en fonction de divers**

paramètres et notamment la vitesse de l'écoulement ce qui a pour conséquence une évolution des fréquences propres des tubes en fonction de la vitesse de l'écoulement.

- **l'instabilité dynamique** : le système est dynamiquement instable si sa fonction de transfert possède **au moins un pôle à partie réelle positive et à partie imaginaire non nulle**. La réponse du système est caractérisée par une **évolution oscillante divergente**.

On rappelle dans cette section l'instabilité dynamique et statique d'un système à un degré de liberté puis à deux degrés de liberté. Nous utiliserons les résultats pour étudier dans la section suivante l'instabilité des tubes de GV.

2.5.2 Système à un degré de liberté, instabilité dynamique

Un système à **un degré de liberté** ne peut présenter d'instabilité dynamique que si son amortissement devient négatif. Typiquement si l'on considère un seul tube flexible dans un faisceau rigide ne pouvant vibrer que selon un degré de liberté (en portance ou en trainée), il existe une **vitesse critique d'écoulement** pour laquelle l'amortissement total peut devenir négatif.

On étudie la stabilité du système en **cherchant les pôles de la fonction de transfert**. On se place dans le cadre de l'analyse linéaire et on utilise la transformée de Laplace et on suppose que le tube est excité par la force d'excitation aléatoire $F_A(t)$ de l'écoulement. On suppose que la vitesse d'écoulement est supérieure à la vitesse critique V_c pour laquelle l'amortissement du système s'annule. Le système possède alors un **amortissement négatif**, on va montrer que le système est instable dynamiquement.

On reprend le système d'équations (2.76) et puisqu'il n'y a qu'un seul degré de liberté on note x_s le déplacement du tube et la masse m_{Tot} , l'amortissement ε_{Tot} et la pulsation ω_{Tot} total (contribution de la structure en écoulement en air plus la contribution du fluide) selon cet unique degré de liberté :

$$m_{Tot}\ddot{x}_s - 2m_{Tot}\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}\dot{x}_s + m_{Tot}\omega_{Tot}^2x_s = F_A(t) \quad (2.92)$$

$$L[\] \Rightarrow m_{Tot}X_s(p)[p^2 - 2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}p + \omega_{Tot}^2] = F_A(p) \quad (2.93)$$

$$\Rightarrow X_s(p) = \frac{F_A(p)}{m_{Tot}} \frac{1}{p^2 - 2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}p + \omega_{Tot}^2} = H(p)F_A(p) \quad (2.94)$$

$H(p)$ est la fonction de transfert du système. On résout l'équation du second ordre en p pour trouver les deux pôles de la fonction de transfert et **on suppose que les forces d'amortissements sont petites devant les forces de raideurs et de masses** (voir [23] p.5). Ceci est généralement vrai en mécanique vibratoire sauf pour des cas très particulier, **donc** $\varepsilon_{Tot} \ll 1$:

$$p^2 - 2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}p + \omega_{Tot}^2 = 0 \quad (2.95)$$

$$\Rightarrow \Delta = 4i^2\omega_{Tot}^2(1 - \varepsilon_{Tot}^2) \text{ On a } (1 - \varepsilon_{Tot}^2) > 0 \text{ par hypothèse} \quad (2.96)$$

$$\Rightarrow p_{1,2} = \varepsilon_{Tot}\omega_{Tot} \pm i\omega_{Tot}\sqrt{1 - \varepsilon_{Tot}^2} \quad (2.97)$$

Il s'agit bien d'une instabilité dynamique car $\Re p_{1,2} > 0$ et $\Im p_{1,2} \neq 0$. On développe au premier ordre en ε puisque par hypothèse $\varepsilon_{Tot} \ll 1$ ($\Rightarrow \sqrt{1 - \varepsilon_{Tot}^2} \approx 1 - \frac{1}{2}\varepsilon_{Tot}^2 \approx 1$) :

$$\Rightarrow \boxed{p_{1,2} \approx \varepsilon_{Tot}\omega_{Tot} \pm i\omega_{Tot}} \quad (2.98)$$

Les deux pôles de la fonction de transfert du système possède une **partie réelle positive** car l'amortissement du système est négatif. Le système est donc **instable dynamiquement** et caractérisé par **des oscillations divergentes**. En effet la réponse x_s du système est donnée par la convolution de la réponse du système à une impulsion unité $G(t)$ ($G(t) = L^{-1}H(p)$) et de la force $F_A(t)$:

$$x_s(t) = \int_0^t G(t-t_0)F_A(t_0) dt_0 = L^{-1}[H(p)F_A(p)] \quad (2.99)$$

$$G(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{p^2 - 2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}p + \omega_{Tot}^2}\right] = L^{-1}\left[\frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{(p-p_1)(p-p_2)}\right] \quad (2.100)$$

$$\Rightarrow \boxed{G(t) = A_1 \exp(p_1 t) + A_2 \exp(p_2 t) = A \exp(\varepsilon_{Tot}\omega_{Tot}t) \cos(\omega_{Tot}t + \phi)} \quad (2.101)$$

La force d'excitation aléatoire ne change pas qualitativement l'évolution de $G(t)$ car elle est assimilable à une excitation large bande (quasiment un bruit blanc), **donc** $x_s(t)$ **diverge**.

Si $V < V_{Rc}$, l'amortissement du système reste positif, la partie réelle des deux pôles de la fonction de transfert du système reste négative et alors le système est ammorti.

2.5.3 Système à un degré de liberté, instabilité statique

Bien que cette instabilité ne soit **pas rencontrée dans les faisceaux de tubes GV** nous l'illustrons à titre d'indication sur un exemple. On reprend l'équation du tube à un degré de liberté. On suppose que l'**amortissement du système est positif**, on considère donc une vitesse d'écoulement inférieure à la vitesse critique. Cependant, on fait l'hypothèse que on a atteint une vitesse pour laquelle **la raideur du système s'annule et change de signe** :

$$\ddot{x}_s m_{Tot} + \dot{x}_s 2m_{Tot}\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot} - x_s m_{Tot}\omega_{Tot}^2 = F_A(t) \quad (2.102)$$

$$\Rightarrow p^2 + 2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}p - \omega_{Tot}^2 = 0 \quad (2.103)$$

$$\Rightarrow \Delta = 4^2\omega_{Tot}^2(1 + \varepsilon_{Tot}^2) > 0 \quad (2.104)$$

$$\Rightarrow p_{1,2} \approx -\varepsilon_{Tot}\omega_{Tot} \pm \omega_{Tot} \quad (2.105)$$

Il s'agit d'une **instabilité statique car au moins un des pôles de la fonction de transfert est réel positif**, le système a donc une réponse exponentielle.

2.5.4 Système à un degré de liberté, influence de la force d'excitation aléatoire sur l'instabilité

On reprend l'équation d'un **seul tube flexible dans un faisceau rigide à un degré de liberté** et on suppose que son **amortissement est positif**, on se place donc dans les régimes de vitesse pour lesquels le système est stable :

$$m_{Tot}\ddot{x}_s + 2m_{Tot}\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}\dot{x}_s + m_{Tot}\omega_{Tot}^2 x_s = F_A(t) \quad (2.106)$$

$$(2.107)$$

Nous avons vu dans la section précédente que la DSP de la réponse établie du système est caractérisée par (2.84) :

$$\delta(f) = |G(f)|^2 \delta(f)_F \quad (2.108)$$

$$G(f) = H(i\omega) = \frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{(\omega_{Tot}^2 - \omega^2) + 2i\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot}} \quad (2.109)$$

$$|G(f)|^2 = \frac{1}{m_{Tot}^2} \frac{1}{\sqrt{(\omega_{Tot}^2 - \omega^2)^2 + (2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot})^2}} \quad (2.110)$$

$F_A(t)$ est à l'origine de l'instabilité fluide-élastique. Sans excitation il ne peut pas y avoir de vibrations du tube et donc pas de départ en instabilité. L'excitation aléatoire étant considérée comme une

excitation à large bande, elle excite toutes les basses fréquences et notamment la fréquence propre du tube ω_{Tot} pour laquelle, le module de la fonction de transfert atteint son maximum, ce qui correspond aux **vibrations de plus grandes amplitudes**. Le maximum et la largeur de bande ont pour expression :

$$\boxed{|G(f)|_{MAX} = |H(i\omega)|_{MAX} = \frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{2\omega_{Tot}^2 \varepsilon_{Tot}}} \quad (2.111)$$

$$\Delta\omega = 2\varepsilon_{Tot} \omega_{Tot} \quad \Delta\omega \text{ est déterminé avec :} \quad (2.112)$$

$$|H(i\omega)| = \frac{|H(i\omega)|_{MAX}}{\sqrt{2}} \Rightarrow |H(i\omega_1)| = \frac{|H(i\omega)|_{MAX}}{\sqrt{2}}, |H(i\omega_2)| = \frac{|H(i\omega)|_{MAX}}{\sqrt{2}} \quad (2.113)$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad (2.114)$$

$$\boxed{Q = \frac{\omega_{Tot}}{\Delta\omega} = \frac{1}{2\varepsilon_{Tot}}} \quad (2.115)$$

Le tracé de la fonction de transfert est illustrée sur la figure 2.3, il s'agit d'un filtre passe bande.

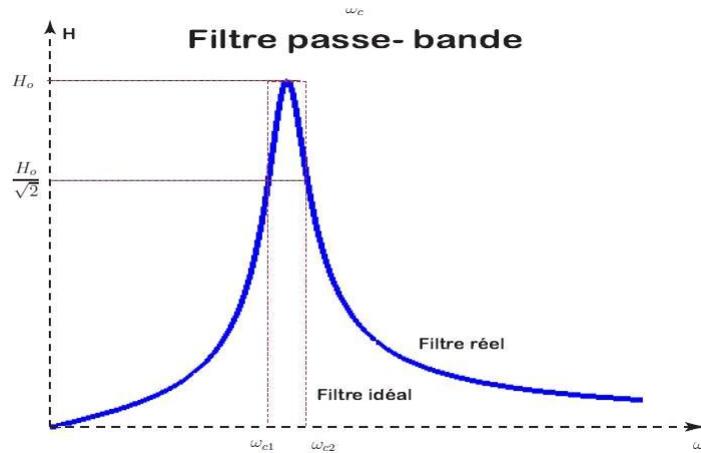


FIG. 2.3 – Fonction de transfert associée

La pulsation de résonance ω_{Tot} s'interprète comme étant la valeur de ω donnant le **maximum d'amplification**, c'est à dire lorsque le déplacement du système est en **quadrature de phase** avec la force d'excitation puisqu'il y a un déphasage de $\frac{\pi}{2}$.

L'amortissement réduit ε_{Tot} s'interprète comme étant la demi-largeur relative du pic de résonance à mi-hauteur. Si l'amortissement du système s'annule alors **le maximum de la fonction de transfert tend vers l'infini**, le système est non amorti c'est le départ en instabilité fluide-élastique. Le système dissipe de l'énergie en entrant en vibration de manière exponentielle comme nous avons pu le voir pour l'instabilité dynamique.

De manière générale, puisque $F_A(t)$ a un spectre à large bande, le contenu fréquentiel de la réponse du tube sera le plus élevé dans la bande passante de la fonction de transfert, le maximum étant atteint pour $\omega = \omega_{Tot}$.

La DSP de $F_A(t)$ donne le niveau de DSP de vibrations du tube ($\delta(f)_{MAX} = |H(i\omega)|_{MAX}^2 \delta(f)_{F_{MAX}}$), selon le régime d'écoulement le niveau de DSP de $F_A(t)$ varie et les vibrations du tubes sont plus ou moins amplifiées. Connaître et prédire le contenu fréquentiel de $F_A(t)$ permet de connaître et prédire l'amplitude des vibrations du tube et donc de quantifier l'usure associée.

C'est pourquoi il est nécessaire de :

- **déterminer la dépendance de ω_{Tot} et ε_{Tot}** en fonction de paramètres caractéristiques de l'écoulement et de la géométrie afin de prédire l'instabilité fluide-élastique,
- **déterminer la dépendance de $F_A(t)$** pour prédire le niveau de vibration des tubes quelque soit le régime d'écoulement.

Se placer dans un régime d'écoulement pour lequel le système couplé est stable est nécessaire afin d'éviter la rupture des tubes mais il est également essentiel de connaître la réponse des tubes dans ces régimes stables afin de prédire l'usure à long terme.

2.5.5 Système à plusieurs degrés de liberté

Introduction

Pour les systèmes à **plusieurs degrés de liberté**, l'existence d'un amortissement négatif n'est plus une condition nécessaire d'instabilité. Il faut **étudier les pôles de la fonction de transfert du système** pour déterminer si le système est stable ou instable. Dans le cas d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide l'équation matricielle régissant la dynamique du système couplé est :

$$(M_s + M_a)\ddot{x}_s + (C_s + C_a)\dot{x}_s + (K_s + K_a)x_s = F_A(t) \quad (2.116)$$

$$\Rightarrow M_{Tot}\ddot{x}_s + C_{Tot}\dot{x}_s + K_{Tot}x_s = F_A(t) \quad (2.117)$$

$$L[] \Rightarrow (M_{Tot}p^2 + C_{Tot}p + K_{Tot})\underline{X}(p) = L[F_A(t)] \quad (2.118)$$

La recherche des pôles de la fonction de transfert du système se ramène à la recherche des zéros du déterminant :

$$Det[(M_{Tot}p^2 + C_{Tot}p + K_{Tot})] = 0 \quad (2.119)$$

$$(2.120)$$

De manière générale, les instabilités des systèmes à plusieurs degrés de liberté sont soit du type amortissement négatif, soit du type confusion de deux fréquences si le couplage est dissymétrique entre deux modes du système. On rappelle qu'en ce qui concerne les faisceaux de tubes flexibles de GV, **l'instabilité observée est du type par amortissement négatif**. Le couplage antisymétrique entre modes de plusieurs tubes est du deuxième ordre par rapport au couplage du tube flexible seul dans un faisceau rigide avec le fluide.

Système à deux degrés de liberté, instabilité statique et dynamique

Nous allons illustrer l'instabilité dynamique et statique d'un système à plusieurs degrés de liberté. Pour simplifier le problème on **considère un système à deux degrés de liberté avec un couplage en raideur**. Bien qu'on rappelle que ce couplage soit négligé dans le cas des faisceaux de tubes flexibles de GV, il peut avoir lieu pour d'autres systèmes. Il est donc intéressant d'en avoir un aperçu d'autant plus que Connors a établi son critère à partir de ce couplage comme nous le verrons dans la prochaine section. On néglige l'amortissement du système, ce qui simplifie les calculs mais ne change pas les conclusions que l'on veut démontrer :

$$\ddot{x}_s + x_s\omega_1^2 + \Omega_{12}^2 y_s = 0 \quad (2.121)$$

$$\ddot{y}_s + y_s\omega_2^2 + \Omega_{21}^2 x_s = 0 \quad (2.122)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{y}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \Omega_{12}^2 \\ \Omega_{21}^2 & \omega_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

On cherche les fréquences propres Ω du système donc les zéros du déterminant :

$$Det[(Mp^2 + K)] = Det[(-M\Omega^2 + K)] = 0 \quad (2.124)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \omega_1^2 - \Omega^2 & \Omega_{12}^2 \\ \Omega_{21}^2 & \omega_2^2 - \Omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.125)$$

$$\Rightarrow (\omega_1^2 - \Omega^2)(\omega_2^2 - \Omega^2) - \Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 = 0 \quad (2.126)$$

$$\Rightarrow \Omega^4 - \Omega^2(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \omega_1^2 \omega_2^2 - \Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 = 0 \quad (2.127)$$

Cette équation du second degré en Ω^2 a donc deux solutions : Ω_1^2 et Ω_2^2 . Le système dans la base des modes propres est, avec les deux fréquences propres Ω_1^2 et Ω_2^2 solutions de l'équation ci dessus :

$$\ddot{a}_1 + \Omega_1^2 a_1 = 0 \quad (2.128)$$

$$\ddot{a}_2 + \Omega_2^2 a_2 = 0 \quad (2.129)$$

On a une **instabilité statique** si au moins une des racines de 2.127 est réelle négative, par exemple Ω_1^2 alors les deux équations régissant la dynamique du système deviennent :

$$\ddot{a}_1 - \Omega_1^2 a_1 = 0 \quad (2.130)$$

$$\ddot{a}_2 + \Omega_2^2 a_2 = 0 \quad (2.131)$$

Et $a_1(t)$ est une exponentielle divergente, le système est donc instable.

On a une **instabilité dynamique** si les racines de 2.127 sont complexes conjuguées avec une partie réelle non nul, alors :

$$\ddot{a}_1 + \Omega_1^2 a_1 = \ddot{a}_1 + (c_1 + id_1)a_1 = 0 \quad (2.132)$$

$$\ddot{a}_2 + \Omega_2^2 a_2 = \ddot{a}_2 + (c_1 - id_1)a_2 = 0 \quad (2.133)$$

Et l'évolution des modes propres est caractérisée par des oscillations divergentes.

On peut déterminer les conditions pour qu'on ait un système stable, statiquement instable ou dynamiquement instable. On reprend 2.127 et on calcule son discriminant :

$$\Delta = (\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - 4\omega_1^2 \omega_2^2 + 4\Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 \quad (2.134)$$

$$\Rightarrow \Delta = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 \quad (2.135)$$

Si le **couplage en raideur est symétrique**, alors :

$$\ddot{x}_s + x_s \omega_1^2 + \Omega_{12}^2 y_s = 0 \quad (2.136)$$

$$\ddot{y}_s + y_s \omega_2^2 + \Omega_{21}^2 x_s = 0 \quad (2.137)$$

Le discriminant donc est toujours positif (on ne peut donc pas avoir d'instabilité dynamique) et Ω_1^2 et Ω_2^2 sont réelles et données par :

$$\Omega_{1,2}^2 = (\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2} \quad (2.138)$$

Si $\Omega_{1,2}^2$ sont toutes deux positives alors le système est stable par contre si au moins une est négative alors on a une instabilité statique. On a une racine négative si :

$$\sqrt{\omega_1 \omega_2} < \sqrt{\Omega_{12} \Omega_{21}} \quad (2.139)$$

Ainsi **lorsque le couplage est symétrique**, le système initialement stable (donc deux fréquences propres positives) peut devenir instable lorsqu'une des deux fréquences propres devient négative. On passe donc par un état où une des deux fréquences propres s'annule c'est pour cela que l'on parle **d'instabilité par annulation de raideur qui est une instabilité par couplage symétrique en raideur**.

Si le **couplage en raideur est antisymétrique**, alors :

$$\ddot{x}_s + x_s \omega_1^2 + \Omega_{12}^2 y_s = 0 \quad (2.140)$$

$$\ddot{y}_s + y_s \omega_2^2 - \Omega_{21}^2 x_s = 0 \quad (2.141)$$

$$\Rightarrow \Delta = (\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - 4\omega_1^2 \omega_2^2 - 4\Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 \quad (2.142)$$

$$\Rightarrow \Delta = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 - 4\Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 \quad (2.143)$$

Si le discriminant est négatif alors les racines $\Omega_{1,2}^2$ sont complexes et on a une instabilité dynamique. Si le discriminant est positif alors le système est stable. Le discriminant est négatif si :

$$\sqrt{\left| \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2) \right|} < \sqrt{\Omega_{12} \Omega_{21}} \quad (2.144)$$

$$\Rightarrow \Omega_{1,2}^2 = (\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm i \sqrt{(4\Omega_{12}^2 \Omega_{21}^2 - (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2)} \quad (2.145)$$

On retiendra donc que dans le cas d'un couplage antisymétrique en raideur, le système initialement stable ($\Delta > 0$), devient instable dynamiquement lorsque son discriminant s'annule, les fréquences propres sont alors confondues. On dit donc que **l'instabilité naît de la confusion des fréquences propres du système**.

2.5.6 Conclusion

On retiendra de cette section que :

Pour un système à un degré de liberté un amortissement total négatif entraîne nécessairement une instabilité dynamique du tube alors qu'une raideur total négatif entraîne nécessairement une instabilité statique du tube (2.5.2 et 2.5.3).

Pour un système à deux degrés de liberté la détermination du type d'instabilité du tube ne dépend plus simplement du signe des coefficients d'amortissement ou de raideur (??). Il faut étudier la stabilité d'un système à plusieurs degrés de liberté en cherchant les pôles de sa fonction de transfert. Nous allons désormais mettre à profit les conclusions de cette section pour l'étude de la stabilité d'un faisceau de tube GV.

2.6 Stabilité d'un faisceau de tubes GV

Depuis les années 1980, on étudie la stabilité d'un faisceau de N tubes flexibles en ne considérant qu'un seul tube flexible dans un faisceau rigide sous écoulement transverse. En effet, plusieurs auteurs postulent que les forces de couplage entre tubes sont négligeables et que l'instabilité naît d'une annulation de l'amortissement total du tube couplé à l'écoulement.

L'équation matricielle du système couplée dans la base des modes propres en air a_1 et a_2 du tube est (2.78) :

$$\left[\begin{array}{cc} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{a}_1 \\ \ddot{a}_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 2m_1\omega_1\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 2m_2\omega_2\varepsilon_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} m_1\omega_1^2 & 0 \\ 0 & m_2\omega_2^2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} (X_1, F_A(t)) \\ (X_2, F_A(t)) \end{array} \right] \quad (2.146)$$

Puisqu'il n'y a pas de couplage entre mode on étudie la stabilité pour chacun des modes et on se ramène à la stabilité d'un système à un degré de liberté que nous avons déjà étudié dans la sous section 2.5.2. **L'instabilité d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide est donc du type amortissement négatif et il s'agit d'une instabilité dynamique.**

Il est intéressant d'adopter une approche historique de l'étude de la stabilité des tubes GV car la critère de départ en instabilité utilisé actuellement par EDF et AREVA est une généralisation du critère de Connors (voir [16]). Or ce critère a été formulé au début des années 1970 en considérant un autre type d'instabilité que l'instabilité par annulation de l'amortissement.

2.6.1 Stabilité d'un faisceau de tubes flexibles, approche historique avec le critère de Connors

Introduction

Historiquement, **Connors a mis en évidence l'instabilité de flottement** sur une rangée de tubes vibrants en écoulement air (voir [16]). On pensait alors que le mécanisme physique à l'origine de l'instabilité des tubes de GV était du même type c'est pourquoi de nombreux auteurs à cette époque ont publiés sur ce sujet.

Il est important de comprendre comment le critère de Connors a été formulé, pour un mécanisme physique différent de l'instabilité observée dans les GV et comment on a pu généraliser son critère pour prendre en compte l'instabilité par annulation de l'amortissement total du système couplé des tubes GV.

Critère de Connors

On considère deux tubes voisins d'une rangée du faisceau, Connors a montré expérimentalement qu'un mouvement de translation imposé x à très basse fréquence dans la direction Ox du tube 1 crée une force quasi-statique f_y , proportionnelle au déplacement du tube 1, dans la direction Oy du tube 2.

De la même manière un mouvement y dans la direction Oy du tube 1 crée une force f_x , proportionnelle au déplacement du tube 1, dans la direction Ox du tube 2. Ces forces quasi-statiques entraînent un **couplage fluide-élastique linéaire et antisymétrique en raideur entre les tubes**. On s'attend donc à des **instabilités dynamiques** issues de la confusion des fréquences propres du systèmes comme évoquées précédemment dans 2.5.5.

Chaque tubes possède deux degrés de liberté, un en x et l'autre en y et on suppose que l'écoulement est selon la direction Ox . On fait l'hypothèse que les deux tubes ont la même masse ([23] chapitre 16 pour plus de détails). On note L la longueur des tubes et V la vitesse de l'écoulement. On reprend les équations régissant la dynamique d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide auxquelles on ajoute les forces de couplage entre les deux tubes.

Pour le tube 1 avec la masse m , l'amortissement ε_{x1} et la pulsation ω_{x1} totale (contribution de la structure en écoulement air et du fluide) selon le degré de liberté Ox , idem selon Oy :

$$\ddot{x}_1 m + \dot{x}_1 2m\omega_{x1}\varepsilon_{x1} + x_1 m\omega_{x1}^2 = f_{x1} = -K_2 \rho_f V^2 L y_2 \quad (2.147)$$

$$\ddot{y}_1 m + \dot{y}_1 2m\omega_{y1}\varepsilon_{y1} + y_1 m\omega_{y1}^2 = f_{y1} = -K_1 \rho_f V^2 L x_2 \quad (2.148)$$

Pour le tube 2 :

$$\ddot{x}_2 m + \dot{x}_2 2m\omega_{x2}\varepsilon_{x2} + x_2 m\omega_{x2}^2 = f_{x2} = K_2 \rho_f V^2 L y_1 \quad (2.149)$$

$$\ddot{y}_2 m + \dot{y}_2 2m\omega_{y2}\varepsilon_{y2} + y_2 m\omega_{y2}^2 = f_{y2} = K_1 \rho_f V^2 L x_1 \quad (2.150)$$

L'équation du tube 1 selon Ox est couplée avec l'équation du tube 2 selon Oy et inversement pour l'équation du tube 1 selon Oy qui est couplée avec l'équation du tube 2 selon Ox :

$$\ddot{x}_1 m + \dot{x}_1 2m\omega_{x1}\varepsilon_{x1} + x_1 m\omega_{x1}^2 = f_{x1} = -K_2 \rho_f V^2 L y_2 \quad (2.151)$$

$$\ddot{y}_2 m + \dot{y}_2 2m\omega_{y2}\varepsilon_{y2} + y_2 m\omega_{y2}^2 = f_{y2} = K_1 \rho_f V^2 L x_1 \quad (2.152)$$

$$\ddot{y}_1 m + \dot{y}_1 2m\omega_{y1}\varepsilon_{y1} + y_1 m\omega_{y1}^2 = f_{y1} = -K_1 \rho_f V^2 L x_2 \quad (2.153)$$

$$\ddot{x}_2 m + \dot{x}_2 2m\omega_{x2}\varepsilon_{x2} + x_2 m\omega_{x2}^2 = f_{x2} = K_2 \rho_f V^2 L y_1 \quad (2.154)$$

Soit sous forme matricielle pour le couplage du tube 1 selon Ox avec le tube 2 selon Oy :

$$m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\omega_{x1}\varepsilon_{x1} & 0 \\ 0 & 2\omega_{y2}\varepsilon_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{x1}^2 & K_2 \rho_f V^2 L \\ -K_1 \rho_f V^2 L & \omega_{y2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.155)$$

Soit sous forme matricielle pour le couplage du tube 1 selon Oy avec le tube 2 selon Ox :

$$m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\omega_{y1}\varepsilon_{y1} & 0 \\ 0 & 2\omega_{x2}\varepsilon_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{y1}^2 & K_1 \rho_f V^2 L \\ -K_2 \rho_f V^2 L & \omega_{x2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.156)$$

On cherche **les pôles de la fonction de transfert** donc les zéros du déterminant de l'équation matricielle en transformée de Laplace de ce système de quatre équations. Si on remplace p par $i\omega$ on a **la réponse établie du système à une excitation sinusoïdale de pulsation ω** et l'équation à résoudre est :

$$Det[(Mp^2 + Cp + Kp)] = Det[(-M\omega^2 + i\omega C + K)] = 0 \quad (2.157)$$

Soit :

$$\begin{aligned} & [(\omega_{x1}^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_{x1}\varepsilon_{x1})(\omega_{y2}^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_{y2}\varepsilon_{y2}) + K_1 K_2 \left(\frac{\rho_f V^2 L}{m}\right)^2] \\ & [(\omega_{y1}^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_{y1}\varepsilon_{y1})(\omega_{x2}^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_{x2}\varepsilon_{x2}) + K_1 K_2 \left(\frac{\rho_f V^2 L}{m}\right)^2] = 0 \end{aligned} \quad (2.158)$$

Pour simplifier le problème, on suppose que ω_{x1} et ω_{y1} sont identiques et proche de la pulsation ω_0 qui serait la pulsation d'un tube en position centrale (si le tube se trouvait au milieu entre le tube 1 et le tube 2). On suppose également que l'amortissement réduit ε_{x1} et ε_{y1} sont égaux et petits devant l'unité. On fait les mêmes hypothèses pour le tube 2 ce qu'on peut résumer par :

$$\omega_{x1} = \omega_{y1} = \omega_1 = \omega_0(1 - \alpha) \text{ Avec } \alpha \ll 1 \quad (2.159)$$

$$\omega_{x2} = \omega_{y2} = \omega_2 = \omega_0(1 + \alpha) \quad (2.160)$$

$$\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{y1} = \varepsilon_1 \ll 1 \quad (2.161)$$

$$\varepsilon_{x2} = \varepsilon_{y2} = \varepsilon_2 \ll 1 \quad (2.162)$$

Et on pose :

$$\omega = \omega_0(1 + \Omega) \text{ Avec } \Omega \ll 1 \quad (2.163)$$

$$K^2 = K_1 K_2 \left(\frac{\rho_f V^2 L}{2m\omega_0^2} \right)^2 \quad (2.164)$$

Alors 2.158 devient au premier ordre en α, Ω et ε :

$$(\Omega + \alpha - i\varepsilon_1)(\Omega - \alpha - i\varepsilon_2) + K^2 = 0 \quad (2.165)$$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{i(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2} \pm \frac{i}{2} \sqrt{4(K^2 - \alpha^2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + 4i\alpha(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \quad (2.166)$$

Le système est instable si la partie imaginaire de Ω est négative puisque la réponse du système sera proportionnelle à $\exp i\omega t = \exp i\omega_0 t \exp i\Omega t$.

Dans le cas le plus simple $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ et $\alpha = 0$ alors :

$$\Omega = i\varepsilon \pm iK \quad (2.167)$$

Le système est instable lorsque $K > \varepsilon$ soit :

$$\sqrt{K_1 K_2} \frac{\rho_f V^2 L}{2m\omega_0^2} > \varepsilon \quad (2.168)$$

$$\Rightarrow V > \sqrt{\frac{4\pi}{\sqrt{K_1 K_2}}} \sqrt{\frac{2\pi\varepsilon m f_0^2}{\rho_f L}} \quad (2.169)$$

En introduisant la vitesse réduite et le nombre de Scruton on obtient le critère de Connors :

$$\boxed{V_R > C\sqrt{A_R}} \quad (2.170)$$

$$V_R = \frac{V}{Lf_0} \quad (2.171)$$

$$A_R = \frac{m\delta}{\rho_f L^2} \text{ Avec } \delta = 2\pi\varepsilon \quad (2.172)$$

$$C = \sqrt{\frac{4\pi}{\sqrt{K_1 K_2}}} \quad (2.173)$$

Il est intéressant de noter que l'instabilité naît de la quasi confusion des fréquences propres. En effet lorsque la vitesse est faible devant la vitesse critique à laquelle les deux fréquences se confondent (c'est à dire lorsque le discriminant s'annule) :

Avec $\varepsilon \ll \alpha$:

$$\Omega = i\varepsilon \pm i\sqrt{K^2 - \alpha^2} = i\varepsilon \pm \sqrt{\alpha^2 - K^2} \approx \pm \sqrt{\alpha^2 - K^2} \quad (2.174)$$

Les deux fréquences propres ω_1 et ω_2 sont données par :

$$\omega_1 = \omega_0(1 + \sqrt{\alpha^2 - K^2}) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right)^2 - K^2\omega_0^2} \quad (2.175)$$

$$\omega_2 = \omega_0(1 - \sqrt{\alpha^2 - K^2}) = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right)^2 - K^2\omega_0^2} \quad (2.176)$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (2.177)$$

$$\omega_0\alpha = \omega_2 - \omega_1 \quad (2.178)$$

L'instabilité se produit lorsque ces deux fréquences se rencontrent donc quand $\alpha^2 - K^2 = 0$, alors les racines deviennent Ω imaginaires purs.

2.6.2 Conclusion

Historiquement on a pensé que l'instabilité fluide-élastique rencontrée dans les faisceaux de tubes flexibles des GV était une instabilité par couplage antisymétrique en raideur entre au moins deux tubes flexibles du faisceau. C'est pourquoi on a utilisé le critère de Connors pour prédire l'instabilité :

$$\boxed{V_R > C\sqrt{A_R}} \quad (2.179)$$

Les cartes de Connors ont donc été utilisées massivement et remplies à l'aide des données expérimentales dans les années 1970. On a déterminé le coefficient C nécessaire pour que la courbe expérimentale corresponde au critère de Connors.

Dans les années 1980 on s'est rendu compte qu'un seul tube flexible dans un faisceau rigide pouvait entrer en instabilité par un mécanisme physique différent : **l'amortissement total du système couplé devenait nul pour une certaine vitesse critique**. On a continué à placer les points expérimentaux sur la carte de Connors puisque celles ci étaient déjà bien renseignées, bien que le critère de Connors n'ait pas été formulé pour ce mécanisme physique.

Expérimentalement lorsqu'on étudie les départs en instabilité des faisceaux de tubes flexibles GV, on **rencontre principalement l'instabilité dynamique par annulation de l'amortissement total du système**. Cette instabilité à la différence du couplage antisymétrique en raideur ne requiert pas de couplages entre tube. C'est comme si le tube qui entre en instabilité ne voit pas l'influence des vibrations des autres tubes.

On peut donc dans le cadre de cette approximation, étudier l'instabilité fluide-élastique d'un faisceau de N tubes flexibles par N équations indépendantes puisqu'on a négligé les termes de couplages. Cela revient donc à trouver le tube i qui sera le premier à partir en instabilité lorsque son amortissement total deviendra nul pour une vitesse critique.

Plusieurs auteurs ont alors proposés depuis les années 80 des modèles physiques permettant de modéliser les forces fluide-élastique d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide afin de prédire l'instabilité. Nous verrons plus en détails ces modèles ainsi que les adimensionnements proposés de ces forces dans la section suivante.

Chapitre 3

Etat de l'art des recherches sur les forces d'excitations aléatoires et le couplage fluide-élastique

Cette troisième partie est une **synthèse de l'état actuel des connaissances sur les forces d'excitations aléatoires et le couplage fluide élastique**.

Dans la première section 3.1 on s'attache à présenter les méthodes principales pour étudier les forces d'excitations aléatoires sur les tubes GV. Ces méthodes permettent à l'aide de l'analyse physique de proposer des adimensionnements plus ou moins pertinents de ces forces.

Dans la deuxième section 3.2 on présente les méthodes principales utilisées actuellement pour étudier les forces fluide-élastique. Cette partie permet de mettre en évidence le manque de connaissance sur les IFS en écoulements diphasiques et la nécessité de données de base pour les étudier. Ces données de base pouvant être fournies soit par l'expérience, soit par la simulation numérique puisque les méthodes mises en évidence dans cette partie peuvent s'appliquer directement à la simulation.

3.1 Forces d'excitations aléatoires

3.1.1 Introduction

Nous avons vu dans la sous section 2.5.4 que la force d'excitation aléatoire de l'écoulement était la source d'excitation des faisceaux de tubes flexibles GV. Elle est caractérisée par un **spectre d'excitation à large bande**, elle excitera donc toutes les basses fréquences des tubes flexibles et **notamment leur fréquence propre** pour laquelle la réponse (en déplacement) du tube est maximale (2.84) :

$$\begin{aligned}\delta(f) &= |G(f)|^2 \delta(f)_F \\ |G(f)|^2 &= \frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{\sqrt{(\omega_{Tot}^2 - \omega^2)^2 + (2\omega_{Tot}\varepsilon_{Tot})^2}} \\ \Rightarrow \delta(f)_{MAX} &= |G(f)|_{MAX}^2 \delta(f)_{F_{MAX}} = \left(\frac{1}{m_{Tot}} \frac{1}{2\omega_{Tot}^2 \varepsilon_{Tot}} \right)^2 \delta(f)_{F_{MAX}}\end{aligned}\tag{3.1}$$

$$\tag{3.2}$$

$F_A(t)$ ne change pas les fréquences propres ni l'amortissement propre du système couplé mais influe sur le niveau de DSP de la réponse du tube. Plus $\delta(f)_{F_{MAX}}$ est élevé plus $\delta(f)_{MAX}$ l'est également. Il en est de même pour les autres fréquences.

$\delta(f)_F$ est dépendant de plusieurs paramètres caractéristiques de l'écoulement ainsi que la géométrie du faisceau. Ainsi selon les régimes d'écoulement on peut avoir des vibrations des tubes plus ou moins importantes. Il est donc essentiel de connaître quels sont les paramètres physiques qui influent sur $F_A(t)$ ainsi que leur lois de dépendance afin de prédire l'amplitude de vibration des tubes et donc

en quantifier l'usure. Pour déterminer ces paramètres ainsi que leur dépendance il est nécessaire **de comprendre les mécanismes physiques qui sont à l'origine de cette force**. Pour un fluide monophasique cette force est créée par la turbulence de l'écoulement alors que pour un fluide diphasique elle est également issue de l'intermittence des phases. $F_A(t)$ est donc dépendante du régime d'écoulement et de la structure de l'écoulement pour un fluide diphasique et c'est là que réside la principale difficulté car actuellement **on ne sait pas prédire les régimes d'écoulements et leur structure dans le GV en fonction de paramètres comme le taux de vide, la vitesse de la phase gaz, de la phase liquide, la tension superficielle** etc.

En ce qui concerne les écoulements monophasiques, un adimensionnement de la DSP de $F_A(t)$ a été proposé avec succès et a permis de définir un spectre enveloppe, voir [2] et [10]. C'est dans cette optique que plusieurs auteurs essayent depuis les années 80 de **proposer un adimensionnement possible de $F_A(t)$** pour un écoulement diphasique ([2], [3], [34], [35], [49], [50], [17], [19]), [18] et plus récemment [38], [40], [44] afin de pouvoir **prédire l'amplitude de la réponse des tubes pour différentes configurations de faisceaux, différents régimes d'écoulements...**

Deux approches peuvent être adoptées :

- utiliser **un tube flexible** et le laisser vibrer sous écoulement transverse (voir [24] et [26]). A l'aide d'une analyse spectrale du mouvement du tube, en supposant que le modèle modal du tube est assez simple, on peut déterminer la DSP de $F_A(t)$. Cependant, si le couplage entre deux tubes flexibles adjacents du faisceau est assez élevé, ce qui est typiquement le cas pour des faisceaux de tubes flexibles à faible taux de vide, il faut adopter une approche plus spécifique.
- utiliser **un tube rigide** dans un faisceau placé dans un écoulement transverse (voir [2] et [34]). On peut alors mesurer les forces qui s'appliquent le long du tube à l'aide d'un capteur de force. On peut alors tracer la DSP de cette force en faisant varier plusieurs paramètres comme le taux de vide, le diamètre des tubes etc et ensuite proposer un adimensionnement de ces spectres.

On utilise des sondes bi-optique pour mesurer des paramètres locaux de l'écoulement diphasique comme le taux de vide local, le diamètre de Sauter des bulles etc. L'idée générale étant de proposer un adimensionnement de la DSP de $F_A(t)$ avec les paramètres locaux de l'écoulement.

3.1.2 Méthode de détermination du spectre d'excitation turbulente

On utilise la **théorie de la réponse linéaire d'un système à plusieurs degrés de liberté excité par une force aléatoire** (voir le chapitre 17 de [23]) pour calculer sa réponse. On trouvera des développements similaires dans [2] et [18].

On considère un tube flexible dans un faisceau de tubes (flexible ou non) et on note $F(s, t)$ la **force aléatoire par unité de longueur** induite par l'écoulement (qu'il soit monophasique ou diphasique). s est l'abscisse curviligne le long du tube sur lequel on cherche à caractériser la réponse en fonction de $F(s, t)$.

On suppose que cette force aléatoire est :

- **stationnaire** : c'est à dire que $F(s, t)$ est invariant par translation t_0 de la variable temps t , cela implique que son espérance mathématique est constante dans le temps et que pour tout couple t_1, t_2 la fonction d'autocorrélation $\rho(t_1, t_2)$ est telle que $\rho(t_1, t_2) = \rho(\tau)$. Ainsi la DSP de $F(s, t)$ est le double de la transformée de Fourier de $\rho(\tau)$.
- **ergodique** : c'est à dire que les moyennes statistiques et temporelles effectuées sur $F(s, t)$ sont équivalentes. On a donc $\rho(\tau) = \overline{x(t)x(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t)x(t+\tau) dt$.

Avec ces deux hypothèses, la DSP de $F(s, t)$ est notée $\Psi_F(s_1, s_2, f)$ et est égale à :

$$\Psi_F(s_1, s_2, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_F(s_1, s_2, \tau) \exp(-2i\pi f\tau) d\tau \quad (3.3)$$

$$\rho_F(s_1, s_2, \tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} F(s_1, t) F(s_2, t + \tau) dt \quad (3.4)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Psi_F(s_1, s_2, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} [\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} F(s_1, t) F(s_2, t + \tau) dt] \exp(-2i\pi f\tau) d\tau} \quad (3.5)$$

$\rho_F(s_1, s_2, \tau)$ est la fonction d'intercorrélation des efforts et permet de quantifier la corrélation des efforts entre deux points séparés du tube. Afin d'éviter de modéliser F , on fait une hypothèse supplémentaire permettant de séparer les variables d'espace et de fréquence dans la DSP de $F(s, t)$. Cette hypothèse signifie qu'on suppose que le **niveau de corrélation entre les efforts en deux points du tube ne dépend que de la distance entre ces points et pas de la fréquence considérée** :

$$\Rightarrow \boxed{\Psi_F(s_1, s_2, f) = \Phi(f) \exp(-\frac{|s_1 - s_2|}{\lambda_c})} \quad (3.6)$$

$\Phi(f)$ est le spectre d'autocorrélation des forces aléatoires par unité de longueur, λ_c est une longueur caractéristique de corrélation des efforts le long du tube. $\Phi(f)$ et λ_c dépendent fortement de la géométrie et de l'écoulement considéré.

Il est assez difficile de mesurer λ_c dans le cas d'un faisceau de tubes, mais quelques mesures ont été effectuées à Saclay ([8]) et ont montrées que les valeurs de λ_c ne dépassent pas quelques diamètres du tubes et que bien souvent elles valent même moins d'un diamètre du tube. Fort heureusement on va montrer que la valeur exacte de λ_c n'est pas requise et qu'il suffit d'avoir $\frac{\lambda_c}{L} < 1$, avec L la longueur du tube.

La réponse du tube aux forces fluctuantes induites par l'écoulement transverse est une fonction aléatoire gaussienne en temps. Elle peut être caractérisée par son spectre d'autocorrélation :

$$\Phi_R(s, f) = \int_0^l \int_0^l H(s, s_1, f) H(s, s_2, f)^* \Psi_F(s_1, s_2, f) ds_1 ds_2 \quad (3.7)$$

Avec $H(s, s_1, f)$ la fonction de transfert du tube entre l'abscisse s et s_1 , l la longueur du tube soumise à l'écoulement transverse et $H(s, s_2, f)^*$ est le complexe conjugué de $H(s, s_1, f)$. On remarque que si on suppose que la fonction de transfert ne dépend pas des variables d'espace alors : $\Phi_R(f) = |H(f)|^2 \Psi_F(s_1, s_2, f)$ ce qui est la relation (2.84).

La fonction de transfert peut être calculée comme une série modale comme nous avons pu le voir dans la section précédente. On peut alors calculer l'écart type du déplacement du tube $\sigma^2(s)$ par la relation :

$$\sigma^2(s) = \int_0^{+\infty} \Phi_R(s, f) df = \sum_{n=1}^{+\infty} \sigma_n^2(s) \quad (3.8)$$

Avec $\sigma_n^2(s)$ la contribution du mode n à l'écart type du déplacement. Si on fait l'hypothèse supplémentaire que l'amortissement total du système est faible, que l'écoulement est transverse uniforme et $\frac{\lambda_c}{L} < 1$ alors on peut écrire $\sigma_n(s)$ comme :

$$\sigma_n^2(s) = \frac{\phi_n^2(s) L \lambda_c a_n}{64 \pi^3 f_n^3 M_n^2 \xi_n} \Phi_n(f_n) \quad (3.9)$$

Avec L , ϕ_n , M_n , f_n et ξ_n la longueur du tube, la déformée modale selon le mode n , la masse totale (contribution du fluide et de la structure) selon le mode n , la fréquence propre du mode n et l'amortissement total du mode n . a_n est le facteur de corrélation modal et définit par :

$$a_n = \frac{1}{\lambda_c L} \int_0^L \int_0^L \phi_n(s_1) \phi_n(s_2) \exp\left(-\frac{|s_1 - s_2|}{\lambda_c}\right) ds_1 ds_2 \quad (3.10)$$

$$\frac{\lambda_c}{L} < 1 \Rightarrow a_n = \frac{2}{L} \int_0^L \phi_n^2(s) ds \quad (3.11)$$

$$\Rightarrow \sigma_n^2(s) = \frac{\phi_n^2(s) L^2 a_n}{64 \pi^3 f_n^3 M_n^2 \xi_n} \left[\frac{\lambda_c}{L} \Phi_n(f_n) \right] = A_n^2 \frac{\lambda_c}{L} \Phi_n(f_n) \quad (3.12)$$

Tous les paramètres de A_n^2 peuvent être calculés. Ainsi à partir de l'écart type de la réponse vibratoire du mode n on peut accéder à $\frac{\lambda_c}{L} \Phi_n(f_n)$ que l'on appelle le spectre équivalent :

$$\boxed{\Phi_E(f) = \frac{\lambda_c}{L} \Phi_n(f_n)} \quad (3.13)$$

On évite ainsi de formuler d'autres hypothèses sur la valeur de λ_c . Ce spectre équivalent peut être vu comme si toutes les forces aléatoires par unité de longueur étaient entièrement corrélées et auraient le même effet sur le tube que les forces aléatoires définies à l'équation 3.5.

La relation entre le spectre équivalent de différentes géométries est :

$$\Phi_E(f) = \frac{L_0}{L} \frac{D}{D_0} \Phi_E^0(f) \quad (3.14)$$

Avec $\Phi_E^0(f)$ le spectre équivalent associé à une géométrie de référence avec une longueur L_0 et un diamètre D_0 de tube de référence.

3.1.3 Adimensionnement du spectre d'excitation turbulente

Maintenant qu'on a établi la relation permettant à partir de la mesure du déplacement du tube de calculer son écart type et par le biais de la relation ?? de calculer le spectre équivalent, il est nécessaire d'adimensionner ce spectre pour pouvoir étendre les résultats d'une géométrie de faisceau à une autre ou pour plusieurs régimes d'écoulement différents.

Pour cela il faut isoler les paramètres physiques intervenants dans les mécanismes physiques à l'origine de la création des forces aléatoires. **Deux paramètres adimensionnels sont nécessaires** pour adimensionner $\Phi_E^0(f)$:

- un paramètre pour l'**échelle de temps** permettant de définir une fréquence réduite : $f_R = \frac{f}{f_0}$,
- un paramètre pour l'**échelle de pression** p_0 .

La fréquence f_0 est déterminée à partir de la vitesse V par la relation : $f_0 = \frac{V}{D}$. On définit alors de la manière suivante le spectre équivalent adimensionnel :

$$\overline{\Phi_E^0}\left(\frac{f}{f_0}\right) = \frac{f_0}{(p_0 D)^2} \Phi_E^0(f) \quad (3.15)$$

C'est à ce niveau qu'intervient la différence d'adimensionnement entre un fluide monophasique et diphasique. Puisque les mécanismes physiques à l'origine des forces d'excitations aléatoires sont différents entre un fluide monophasique et diphasique, les paramètres physiques intervenants dans l'adimensionnement du spectre équivalent sont différents.

Pour un **fluide monophasique** plusieurs auteurs ont montrés qu'avec $f_0 = \frac{V}{D}$ et $p_0 = \frac{1}{2}\rho V^2$ on obtient des spectres adimensionnels comparables pour une large gamme d'expériences (voir [2] et [10]). Pour précision $V = V_0 \frac{P}{\rho D}$, c'est à dire la vitesse inter-tube.

Pour un **fluide diphasique** la recherche de paramètres adéquats pour adimensionner le spectre équivalent est toujours d'actualité (voir [38] et [40]).

3.2 Couplage fluide-élastique

3.2.1 Introduction

Nous avons vu que nous pouvons faire l'hypothèse que la force de couplage du fluide sur les tubes peut se décomposer en deux contributions (2.2.2) :

- **une force d'excitation aléatoire** découplée du mouvement des tube, notée $F_A(t)$. Pour un écoulement monophasique elle est créée par la turbulence de l'écoulement alors que pour un écoulement diphasique elle est créée par **la turbulence de l'écoulement et l'intermittence des phases eau-vapeur**.
- **une force de couplage fluide-élastique** notée F_{FE} caractérisant l'adaptation dynamique du fluide aux mouvements des tubes.

Le système couplé est alors régi par l'équation matricielle :

$$M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s = F_{FS} = F_A(t) + F_{FE} \quad (3.16)$$

D'une manière générale les équations qui régissent le couplage fluide-élastique sont **non linéaires** puisque les équations de Naviers-Stokes ne sont pas linéaires. Cependant, nous avons vu que si **l'amplitude des vibrations des tubes restent faibles devant la distance inter-tubes** alors on peut se placer dans le cadre de l'analyse linéaire (2.2.3) où on considère que la contribution du fluide pour le couplage fluide-élastique se fait en terme de masse, d'amortissement et de raideur ajoutés :

$$F_{FE} = F_{FE}(x_s, \dot{x}_s, \ddot{x}_s) = -M_A \ddot{x}_s - C_A \dot{x}_s - K_A x_s \quad (3.17)$$

Ainsi l'équation de la dynamique du mouvement du tube est (2.49) :

$$(M_s + M_a) \ddot{x}_s + (C_s + C_a) \dot{x}_s + (K_s + K_a) x_s = F_A(t) \quad (3.18)$$

Si l'on considère que les tubes sont fixés à leur deux extrémités et sont des solides indéformables alors ils n'ont que deux degrés de liberté, un en portance et l'autre en trainée. De plus, en général on néglige le couplage entre les deux modes (constatation expérimentale) par conséquent les matrices totales de masse, amortissement et raideur ajoutées sont diagonales dans la base des modes propres du tube :

$$\ddot{a}_1 m_1 + \dot{a}_1 2m_1 \omega_1 \varepsilon_1 + a_1 m_1 \omega_1^2 = (\underline{X}_1, \underline{F}_A(t)) \quad (3.19)$$

$$\ddot{a}_2 m_2 + \dot{a}_2 2m_2 \omega_2 \varepsilon_2 + a_2 m_2 \omega_2^2 = (\underline{X}_2, \underline{F}_A(t)) \quad (3.20)$$

Afin de prévoir l'instabilité fluide-élastique, **la carte de Connors [16]** est en général utilisée quelque soit le fluide considéré (monophasique ou diphasique). Cette carte d'instabilité permet de relier **les vitesses réduites critique V_{R_c} au nombre de Scruton A_R** . Nous avons mis en évidence ce critère sur un cas simple dans 2.6.1. Historiquement le phénomène d'instabilité fluide-élastique a d'abord été étudié sur des **faisceaux de tubes en air** et Connors a observé expérimentalement que les forces de couplage entre tubes voisins étaient proportionnelles aux déplacements des tubes. C'est ce que nous avons supposé dans 2.6.1 pour établir le critère de départ en instabilité fluide-élastique. Il ne s'agit cependant pas de l'instabilité rencontrée dans les faisceaux de tubes flexibles GV.

Du point de vue expérimental, les essais menés sur des faisceaux de tubes consistaient à rechercher **la vitesse critique de départ en instabilité fluide-élastique** pour une configuration d'écoulement

donnée et un type de fluide donné. On placait alors le point expérimental correspondant dans la carte de Connors avec en abscisse A_R et en ordonné R :

$$V_{R_c} = K \sqrt{A_R} \quad (3.21)$$

$$V_{R_c} = \frac{V}{fD} \quad (3.22)$$

$$A_R = 2\pi\xi_0 \frac{m}{\rho D^2} \quad (3.23)$$

m la masse totale du tube, ξ_0 l'amortissement du tube lorsque le fluide est au repos, V la vitesse du fluide, ρ la masse volumique du fluide, f la fréquence de vibration du tube sous écoulement et D le diamètre du tube. Ce critère a été initialement déterminé pour un fluide monophasique car pour un fluide diphasique ξ_0 l'amortissement du tube lorsque le fluide est au repos n'a **pas de sens physique**. De plus, qu'elle sera la valeur de ρ pour un fluide diphasique ? Ce critère ne peut donc pas être appliqué tel quel pour un fluide diphasique.

Nous avons étudiés dans la section précédente **deux types d'instabilités** :

- une **instabilité fluide-élastique par couplage antisymétrique en raideur**, les termes prépondérants intervenants sont ceux de la matrice en raideur et on néglige ceux de la matrice d'amortissement. Pour que cette instabilité apparaisse il est **nécessaire d'avoir un couplage entre au moins deux modes**, donc entre deux tubes du faisceau. C'est cette instabilité qui a été étudiée dans les années 70 car on la pensait à l'origine de l'instabilité fluide-élastique observée dans les faisceaux de tubes GV.
- une **instabilité fluide-élastique due à un amortissement du système qui devient négatif** à partir d'une certaine vitesse réduite. Dans cette instabilité les termes prépondérants intervenants sont ceux de la matrice d'amortissement. Il n'est pas nécessaire d'avoir un couplage en amortissement entre deux tubes du faisceau pour que cette instabilité apparaisse. Elle peut donc se produire sur un seul tube flexible dans un faisceau rigide. C'est cette instabilité qui est actuellement étudiée depuis les années 80 car c'est elle qui est reconstruite expérimentalement.

Dans les deux cas il s'agit d'une instabilité dynamique puisque les pôles de la fonction de transfert sont complexes. Quelque soit l'origine de l'instabilité fluide-élastique, on a toujours placé les points expérimentaux dans une carte de Connors et on a essayé à partir du critère de Connors de définir une courbe enveloppe.

Plusieurs auteurs ont essayé de développer d'autres modèles depuis Connors comme [11],[9], [32], [12] [13],[37], [14], [41],[46]. Cependant, **toutes ces formulations sont construites sur ces deux paramètres adimensionnels**. Par contre la dépendance de chacun des termes à divers paramètres de l'écoulement peut varier. Par exemple pour un fluide diphasique ou monophasique, la vitesse du fluide V dans l'expression de la vitesse réduite ne sera pas la même, la masse volumique du fluide ρ intervenant dans le nombre de Scruton différera également ...

Nous allons dans les deux sous sections suivantes **détailler l'état actuel des connaissances sur l'instabilité fluide-élastique**. Divers auteurs ont proposé au cours des dernières décennies plusieurs modèles prédictif de départ en instabilité fluide-élastique. Pour cela ils ont dû identifier les paramètres intervenant dans cette instabilité. Nous allons voir que ces paramètres diffèrent selon que l'on considère un fluide monophasique ou diphasique. A l'heure actuelle, le phénomène d'instabilité fluide-élastique n'est pas encore entièrement compris pour un fluide monophasique alors que la complexité est moindre que pour un fluide diphasique. Cela explique pourquoi il existe une marge de progression si importante dans la compréhension et la prédiction de ces phénomènes pour les fluides diphasique.

Cette différence de connaissance sur le couplage fluide structure entre un fluide monophasique et diphasique est due :

- à la **différence de complexité des phénomènes**. Les mécanismes physiques à l'oeuvre dans l'interaction fluide structure sont plus complexes pour un fluide diphasique que pour un fluide

monophasique puisque des nouveaux paramètres interviennent comme le taux de vide, la vitesse du gaz, du liquide ...

- à la **difficulté de concevoir une expérience** en diphasique par rapport à un fluide monophasique. De même pour la simulation numérique, on ne connaît pas tous les mécanismes physiques à l'oeuvre dans un fluide diphasique il est donc plus difficile de réaliser une simulation numérique fidèle à la réalité.

3.2.2 Analyse fluide-élastique : adimensionnement des forces fluide-élastique

Il est essentiel d'acquérir une meilleure connaissance du comportement de l'amortissement d'un tube flexible dans un faisceau rigide soumis à un écoulement transverse diphasique pour deux raisons :

- afin de **conduire une analyse prédictive de la réponse du tube** à l'écoulement diphasique il est nécessaire de **connaître l'évolution de l'amortissement en fonction du régime d'écoulement**. En effet, nous avons vu dans la section précédente que l'amortissement intervenait dans la fonction de transfert du système qui permet de calculer la réponse du système.
- afin de **proposer un critère d'instabilité fluide-élastique**. Or la plupart des critères sont de la forme du critère de Connors à savoir $V_{R_c} = K\sqrt{A_R}$, dans lequel intervient **un amortissement de référence du système** ξ_0 qui est l'amortissement du système lorsque le fluide est au repos. Ces critères sont étendus pour les fluides diphasiques il est donc nécessaire de donner une valeur pertinente de ξ_0 pour un fluide diphasique.

On doit donc proposer un adimensionnement pertinent de l'amortissement total ξ du système, valable quelque soit le régime d'écoulement. Ce paramètre est celui qui est étudié actuellement car c'est **l'instabilité par annulation de l'amortissement total du système qui est responsable de l'instabilité fluide-élastique des faisceaux de tubes GV**.

On considère donc un tube flexible seul dans un faisceau rigide. Nous avons vu que l'expression des forces fluide-élastique est dans le cadre de l'analyse linéaire :

$$F_{FE} = -M_a \ddot{x}_s - C_a \dot{x}_s - K_a x_s \quad (3.24)$$

Nous avons vu que dans le cas d'un seul tube flexible dans un faisceau rigide on néglige le couplage entre les deux degrés de liberté du tube. Les matrices de masse, d'amortissement et de raideur total sont donc diagonales. Et on peut donc étudier l'évolution de chacun des degrés de liberté indépendamment de l'autre (voir 2.76), les résultats que l'on obtient pour l'un des degrés de liberté sont totalement transposable à l'autre. On ne considère donc qu'un degré de liberté et on omet l'indice i pour alléger les notations :

$$\Rightarrow (m_s + m_a) \ddot{x}_s + (c_s + c_a) \dot{x}_s + (k_s + k_a) x_s = F_A(t) \quad (3.25)$$

On pose :

$$m = m_s + m_a \quad (3.26)$$

$$2m\omega\xi = c_s + c_a \quad (3.27)$$

$$m\omega^2 = k_s + k_a \quad (3.28)$$

Puis les coefficients de masse m_a , amortissement c_a et raideur ajoutés k_a sont rendus sans dimension à partir des grandeurs physiques liées à la structure et à l'écoulement qui sont notamment la masse volumique ρ du fluide, la vitesse V du fluide et le diamètre D du tube :

$$\Rightarrow m_a = \frac{1}{2} \rho_f D^2 L C_m \quad (3.29)$$

$$\Rightarrow c_a = -\frac{1}{2} \rho_f D V C_d \quad (3.30)$$

$$\Rightarrow k_a = -\frac{1}{2} \rho_f V^2 L C_k \quad (3.31)$$

L'objet de l'analyse fluide-élastique est d'**étudier ces coefficients de masse C_m , d'amortissement C_d et de raideur C_k en fonction des paramètres adimensionnels caractéristiques de l'écoulement.** Comme nous avons pu le voir la connaissance de l'évolution de l'amortissement en fonction de ces paramètres est nécessaire pour pouvoir prédire l'instabilité fluide-élastique et prédire la réponse dynamique du tube quelque soit le régime d'écoulement.

On remarque immédiatement que C_d et C_k ne dépendent que de la vitesse réduite V_R , or on conçoit sans grandes difficultés que les forces fluide-élastique dépendent également du pas réduit du faisceau $\frac{P}{D}$, du nombre de Reynolds, du nombre de Stokes... Dans le cas d'un écoulement diphasique ces coefficients vont également dépendre du taux de vide, de la vitesse de la phase gaz, de la phase liquide ...

Plusieurs auteurs ont essayé de proposer des modèles pour modéliser ces forces fluide-élastique ([11],[9], [32], [12] [13],[37], [14], [41],[46]) mais lorsque ces modèles sont appliqués au cas des écoulements diphasique ils se révèlent incapables de modéliser l'instabilité fluide-élastique. Jusqu'à présent l'approche quantitative du couplage fluide-élastique reste donc essentiellement expérimentale. Cependant, les méthodes numériques peuvent apporter des éléments de compréhension sur la physique du couplage fluide-élastique.

Dans un article récent de [39], un adimensionnement de l'amortissement total du système est proposé. On y montre également que $F_{FE} = F(V_R, G_r, Re, Cap, \alpha, \dots)$, et que les paramètres physiques clés à prendre en compte pour l'adimensionnement de l'amortissement sont : $\alpha, V_g, V_r, J_L, d_b, f$. Cependant, il reste encore beaucoup de travailler à effectuer.

3.2.3 Adimensionnement de l'amortissement fluide de référence

D'après l'équation ??, l'amortissement total ξ du système dans un écoulement fluide peut être divisé en deux parties, un amortissement de la structure en air ξ_s et un amortissement fluide ξ_f encore appelée amortissement ajoutée.

Lorsque l'on considère un fluide monophasique on définit l'amortissement fluide de référence total ξ_0 qui est donc la somme de ξ_s et de ξ_f lorsque le fluide est au repos (noté alors ξ_0^f) et on a $\xi_0 = \xi_s + \xi_0^f$. On peut voir cet amortissement fluide de référence comme l'effet de la viscosité du fluide sur le tube. On peut calculer cet amortissement fluide de référence (il s'agit en fait d'une interaction fluide structure au repos) par l'intermédiaire de l'équation de Stokes lorsque le nombre de Stokes $St = \frac{fd^2}{\nu} > 2100$, voir [45] :

$$\xi_0^f = \frac{\pi}{\sqrt{8}} \frac{\rho D^2}{m} \sqrt{\frac{2}{\pi St}} \frac{1+\gamma^3}{(1+\gamma^2)^2} \quad (3.32)$$

Avec $\gamma = \frac{D}{D_e}$ le rapport entre le diamètre du tube D et le diamètre entre les deux frontières de l'écoulement D_e , m la masse totale par unité de longueur qui prend en compte la masse hydrodynamique, f la fréquence du mouvement du tube et ν la viscosité cinématique. **La comparaison avec l'expérience donne de bon résultats** (voir [42]). On peut donc dire que dans le cas d'un fluide monophasique on est capable de donner une bonne expression de l'amortissement fluide de référence, nous verrons que ce n'est pas le cas pour un fluide diphasique.

D'un point de vue physique, il n'est pas possible de manipuler un fluide diphasique au repos puisque la densité de chacune des phases est différente et va donc mettre le fluide en mouvement. Cependant, comme le critère de Connors fait intervenir un amortissement de référence au repos de nombreux auteurs ont étendus la notion d'amortissement de référence à un fluide diphasique.

Une manière de définir un amortissement fluide de référence pour un fluide diphasique est d'effectuer des mesures de l'amortissement à de faibles vitesses et ensuite d'extrapoler la courbe obtenue pour obtenir une valeur extrapolée de l'amortissement à la vitesse nulle, c'est ce qui est fait dans [5]. La figure 3.1, 3.2 et 3.3 représentent cette extrapolation pour divers taux de vide, elles sont tirées de [5].

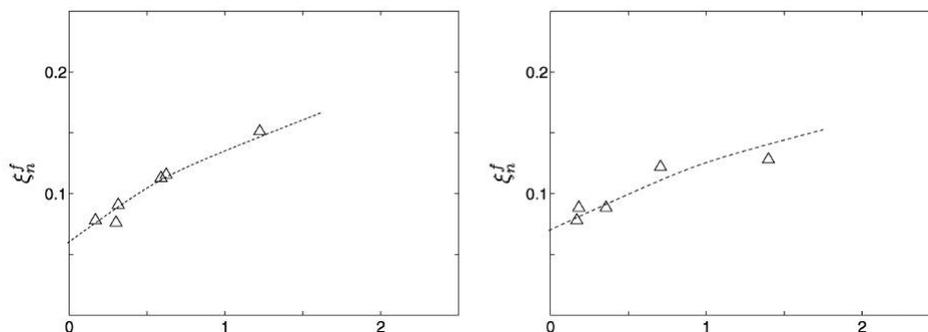


FIG. 3.1 – Amortissement fluide normalisé à de faible vitesse réduite pour un taux de vide de 20-30 % pour la première et 30-40% pour la deuxième

Dans [5], l'adimensionnement de l'amortissement fluide pour les faibles vitesses réduites est :

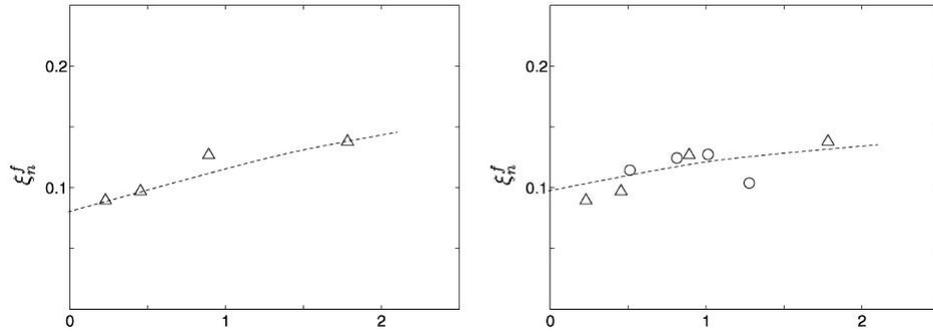


FIG. 3.2 – Amortissement fluide normalisé à de faible vitesse réduite pour un taux de vide de 40-50 % pour la première et 50-60% pour la deuxième

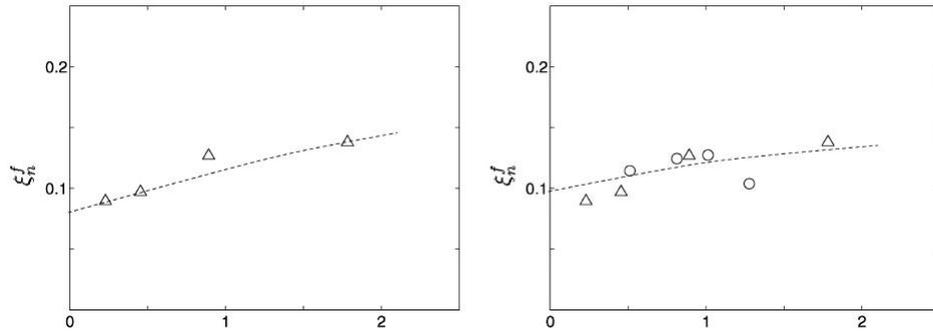


FIG. 3.3 – Amortissement fluide normalisé à de faible vitesse réduite pour un taux de vide de 60-70 % pour la première et 70-80% pour la deuxième

$$\xi_n^f = \frac{\xi^f}{\frac{\rho D^2 D_{ref}}{m} \delta} \quad (3.33)$$

$$m = m_t + m_h \quad (3.34)$$

$$m_h = \frac{\beta \pi \rho D^2}{4} \quad (3.35)$$

$$\beta = \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2} \quad (3.36)$$

$$\delta = \frac{1 + \gamma^3}{(1 - \gamma^2)^3} \quad (3.37)$$

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f \quad (3.38)$$

$$\alpha = \frac{Q_g}{Q_l + Q_g} \quad (3.39)$$

$$V = V_\infty \frac{P}{P - D} \quad (3.40)$$

$$V_R = \frac{V}{fD} \quad (3.41)$$

Le réseau de tube induit un effet de confinement sur le tube flexible qui est pris en compte dans la masse hydraulique m_h et l'amortissement fluide par l'intermédiaire des coefficients β et δ . $\gamma = \frac{D}{D_e}$ avec $D_e = f(P)$ où P est le pas du réseau et donc $f(P)$ est déterminé pour un réseau de tubes donné.

Il d'agit d'un adimensionnement possible, il en existe beaucoup d'autre. On remarque que [5] ont utilisé le modèle homogène pour déterminer le taux de vide et la vitesse du fluide. D'autres auteurs

utilisent d'autres modèles comme celui de [21].

Ce qu'il faut retenir c'est que ce type d'étude cherche à utiliser le critère de Connors sous sa forme habituelle. La difficulté avec ce critère est la nécessité de définir un amortissement de référence pour un fluide diphasique. D'autres auteurs n'utilisent pas ce critère et cherche directement un critère d'instabilité sous une autre forme comme par exemple [6].

3.2.4 Adimensionnement de l'amortissement fluide quelque soit le régime d'écoulement

Il existe de nombreux adimensionnements différents pour les fluides diphasique. Afin de vérifier que l'adimensionnement proposé permet de réduire les données on trace l'amortissement fluide adimensionné en fonction de la vitesse réduite. A titre d'exemple [5] propose :

$$\xi_n^{fe} = \frac{\xi_n^{fe}}{\frac{\rho_l D^2 D_{ref}}{m} \delta} \quad (3.42)$$

$$\xi^{fe} = \xi^f - \xi_0^f \quad (3.43)$$

$$V_R = (J_I)_R = (1 - \alpha) \frac{V}{fD} \quad (3.44)$$

On utilisant cette adimensionnement, on remarque que les données pour divers taux de vide sont assez bien réduite et que le comportement de ξ_n^{fe} en fonction de V_R pour un fluide diphasique est similaire à celui d'un fluide monophasique. Cependant, il ne s'agit que de ressemblance qualitative, [39] propose un autre type d'adimensionnement et des pistes de paramètres physiques pouvant intervenir.

3.2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans cette troisième partie les méthodes expérimentales utilisées pour déterminer les paramètres physiques pertinents intervenant dans l'expression des forces d'excitations aléatoires et des coefficients ajoutés des forces fluide-élastique.

Dans la première section (3.1) nous avons exposé une méthode qui utilise un tube rigide instrumenté dans un faisceau rigide sous écoulement diphasique. On peut à l'aide de la mesure de l'écart type du déplacement du tube calculer la densité spectrale de puissance des forces d'excitations aléatoires pour un régime d'écoulement donné. On peut donc en réalisant plusieurs mesures pour plusieurs régimes d'écoulements mesurer plusieurs densités spectrale de puissance des forces d'excitations aléatoires. On cherche alors à réduire ces spectres en proposant un adimensionnement pertinent à l'aide d'une échelle de pression et de fréquence. La difficulté principale est de sélectionner les paramètres physiques pertinents pour construire ces deux échelles. Nous avons vu que pour un fluide monophasique plusieurs auteurs (voir [2] et [10]) proposent des adimensionnements pertinents puisque les spectres sont bien réduits. En revanche en ce qui concerne les écoulements diphasiques, on ne sait pas quels sont les paramètres physiques pertinents intervenant dans l'expression de la force d'excitation aléatoire (voir [38] et [40]).

Dans la deuxième section (3.2) nous avons exposé à l'aide du critère de Connors un moyen de prédire l'instabilité fluide-élastique des tubes pour un écoulement monophasique à l'aide du calcul de l'amortissement de référence [5]. Cependant, cette méthode a ses limites et ne peut pas s'appliquer à un écoulement diphasique bien que [5] tente de la généraliser. En ce qui concerne l'adimensionnement de l'amortissement on ne connaît pas actuellement les paramètres physiques pertinents intervenant dans l'expression des coefficients ajoutés et différents auteurs proposent différentes relations ([5] ou [39]).

Si on veut être capable de prédire la réponse des tubes quelque soit le fonctionnement du GV il est donc nécessaire d'améliorer la connaissance des mécanismes physiques responsables des forces d'excitations aléatoires et des forces fluide-élastique pour sélectionner les paramètres physiques intervenant dans leur expression. Il faut donc élargir les bases de données actuelles ce qui implique de

réaliser de nombreuses expériences et si possible dans le domaine de fonctionnement des GV ce qui est très coûteux. La simulation numérique peut apporter des informations complémentaires aux expériences et des données dans des régimes d'écoulements difficiles à expérimenter comme l'eau-vapeur à 70 bars.

Chapitre 4

Simulation numérique des écoulements diphasiques

4.1 Introduction

Pour étudier les instabilités vibratoires un certain nombre **d'expériences analytiques** ont été continuent à être menées au CEA. Ces expériences portent sur un tube isolé ou en faisceau, rigide ou flexible, et sur une large gamme d'écoulement (maquettes AMOVI et DIVA). Leur objectif est de caractériser les instabilités vibratoires en fonction des **paramètres globaux** (débit de gaz, débit liquide, taux de présence...) de l'écoulement mais aussi de certains **paramètres locaux** (taux de vide local, taille des bulles...).

Comme nous avons pu le voir ces paramètres mesurés ou estimés localement sont ceux qui permettent d'obtenir les adimensionnements les plus pertinents à la fois sur les forces de couplage fluide-élastique et sur les forces d'excitations aléatoires.

Cependant, les mécanismes physiques sont mal compris, on connaît pas toutes les lois de dépendance de ces paramètres ni lesquels interviennent. De plus, les adimensionnements proposés sont tributaires du choix de la localisation des mesures, du fluide utilisé, des caractéristiques géométriques ...

Des informations beaucoup plus riches pourraient être obtenues par la simulation numérique. Depuis quelques années les puissances de calcul et les méthodes numériques ont beaucoup progressés, et l'approche numérique commence à donner **des résultats prometteurs sur l'étude des forces de couplage fluide-élastique pour les écoulements monophasique** à l'aide de la mise en oeuvre de méthodes de couplage entre code de mécanique des fluides et code de mécanique des structures.

Dans cette thèse on aborde la simulation numérique des écoulements diphasique à l'aide de la pseudo DNS. L'idée générale est de **capter les structures diphasique** car on pense que ce sont elles qui **contribuent au premier ordre au couplage fluide-élastique et à la création des forces d'excitation aléatoires**. Il s'agit de pseudo DNS car on a recours à des méthodes de suivi des interfaces pour suivre les structures diphasique et l'interface fluide-solide. De plus, la turbulence de l'écoulement n'est pas simulée, les nombre de Reynolds sont de l'ordre de plusieurs dizaines de milliers, il est donc inenvisageable de capter les plus petites structures turbulentes. On aura donc recours à un modèle simplifié pour modéliser la turbulence. On pourrait donc penser que l'on néglige un aspect important du problème mais on fait l'hypothèse que contrairement au fluide monophasique où la turbulence est entièrement responsable des forces d'excitations aléatoires, dans le cas d'un fluide diphasique à très fort taux de vide ce sont les structures diphasiques que l'on captera qui sont principalement responsables de ces forces.

La simulation numérique est plus riche que l'expérience car elle donne **accès aux vitesses liquide, aux vitesses gaz, au taux de vide, aux diamètres des bulles ...** ainsi qu'à leur fluctuations respectives dans l'ensemble du domaine simulé. On peut également **calculer l'effort global intégré sur le ou les tubes**, ce qui permet d'approfondir l'analyse des phénomènes menant aux vibrations des tubes.

4.2 Simulation numérique des écoulements monophasique et diphasique

4.2.1 Approche multi-échelles

Il faut garder à l'esprit que pour l'étude des dispositifs industriels, les modèles diphasiques utilisés sont des modèles moyennés (en espace, en temps ou statistiquement). Ainsi, lors de la détermination des paramètres thermohydrauliques de l'écoulement et pertinents pour modéliser les forces fluide-élastiques et les forces d'excitations aléatoires, on tentera de déterminer, si cela est possible, des paramètres basés sur des données moyennes et non pas locales. Si cela n'est pas possible il sera nécessaire d'effectuer une remonté d'échelle à l'aide de modèles.

La Figure 4.1 illustre l'approche multi-échelles réalisée actuellement dans le domaine de la thermohydraulique des réacteurs.

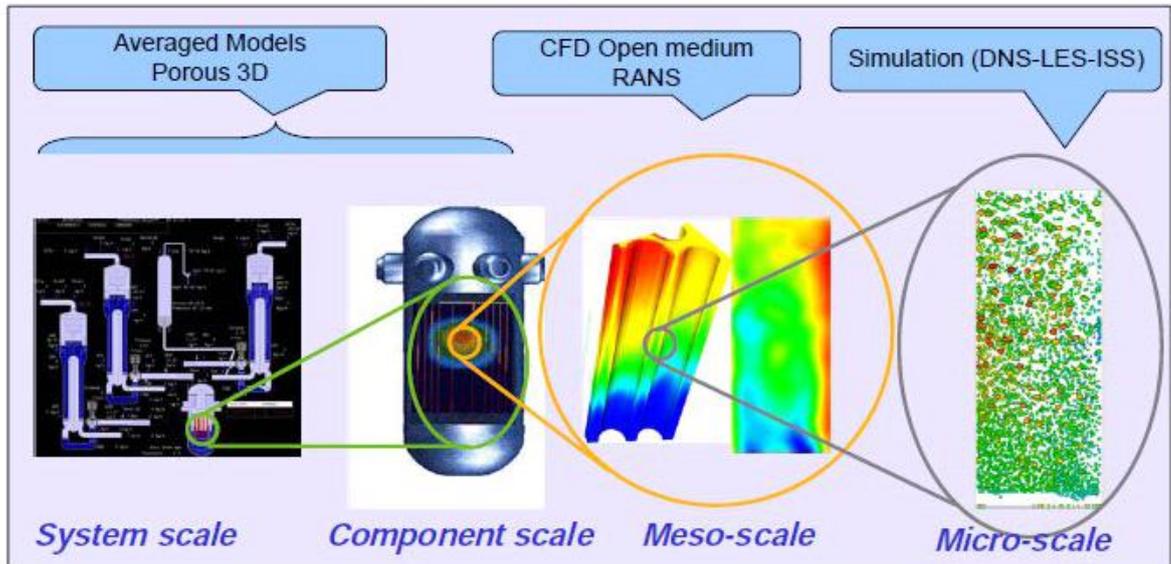


FIG. 4.1 – Approche multi-échelles

4.3 Méthodes eulériennes de suivi d'interfaces

L'implémentation d'une méthode eulérienne à maillage fixe est plus facile qu'avec un maillage curviligne et confère également un gain de robustesse. Il est nécessaire d'adopter une formulation particulière des équations appelée : **formulation mono-fluide**, afin de résoudre les équations sur un maillage **fixe** tout en suivant le déplacement des interfaces. Plusieurs méthodes numériques de suivi d'interfaces ont été développées, selon les phénomènes que l'on cherche à capturer nous verrons que chaque méthodes possèdent ses avantages et ses défauts. Cependant, elles ont toutes un même point commun à savoir un échange d'information entre l'interface et le maillage fixe.

4.3.1 Formulation mono-fluide

La **formulation mono-fluide** permet de résoudre les équations du mouvement sur un maillage eulérien fixe tout en prenant en compte les équations du mouvement des phases ainsi que les conditions d'interface (elles se déplacent sur le maillage fixe). Cette formulation mono-fluide est présentée en détails dans [30].

L'idée générale de cette méthode est de proposer un système d'équations **équivalent au sens des distributions** à la formulation initiale.

On utilise la fonction indicatrice de phase χ_k définie par :

$$\chi_k(\underline{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } M(\underline{x}, t) \in \text{phase } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.1)$$

Cette fonction indicatrice de la phase k est discontinue aux interfaces et permet d'écrire les équations au sens des distributions. Si on considère par exemple un mélange eau-vapeur, on note χ la fonction indicatrice de la vapeur. On va écrire la formulation équivalente au sens des distributions des équations initiales de conservations de la masse.

On suppose l'eau et la vapeur incompressible, si bien que dans chacune des deux phases on peut écrire la conservation de la masse comme :

$$\operatorname{div} \rho_1 \underline{u}_1 = 0 \text{ dans la phase vapeur : } 1 \quad (4.2)$$

$$\operatorname{div} \rho_2 \underline{u}_2 = 0 \text{ dans la phase liquide : } 2 \quad (4.3)$$

On considère également le bilan de masse à l'interface eau-vapeur, il y a continuité du flux de masse normale à l'interface si l'on suppose que la masse surfacique de l'interface est négligeable :

$$(\rho_1^i \underline{u}_1^i - \rho_2^i \underline{u}_2^i) \cdot \underline{n}^i = 0 \text{ à l'interface eau-vapeur} \quad (4.4)$$

La formulation mono-fluide consiste à déterminer une unique équation pour tout le domaine : eau, vapeur et l'interface eau-vapeur. Pour cela on introduit le champ de vecteur $\rho \underline{u}$ défini dans tout le domaine par :

$$\rho \underline{u} = \chi \rho_1 \underline{u}_1 + (1 - \chi) \rho_2 \underline{u}_2 \quad (4.5)$$

Puis en multipliant l'équation de conservation de la masse dans la phase 1 par χ et en l'additionnant à l'équation de la conservation de la masse dans la phase 2 multipliée par $(1 - \chi)$:

$$\Rightarrow \chi \operatorname{div} \rho_1 \underline{u}_1 + (1 - \chi) \operatorname{div} \rho_2 \underline{u}_2 = 0 \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} [\chi \rho_1 \underline{u}_1 + (1 - \chi) \rho_2 \underline{u}_2] = (\rho_2 \underline{u}_2 - \rho_1 \underline{u}_1) \cdot \nabla \chi \quad (4.7)$$

Avec :

$$\nabla \chi = -\underline{n}^i \delta^i \quad (4.8)$$

$$\operatorname{div} [\chi \rho_1 \underline{u}_1 + (1 - \chi) \rho_2 \underline{u}_2] = -(\rho_2^i \underline{u}_2^i - \rho_1^i \underline{u}_1^i) \cdot \underline{n}^i \delta^i = 0 \quad (4.9)$$

$$\operatorname{div} [\rho \underline{u}] = 0 \quad (4.10)$$

Cette équation est à interpréter au sens des distributions, elle est équivalente à la formulation initiale de la conservation de la masse constituée de trois équations : une pour le domaine vapeur, une pour le domaine eau et une pour l'interface eau-vapeur. De plus, cette unique équation est valable dans tout le domaine, c'est elle que l'on résoudra sur le maillage eulérien fixe.

La démarche est identique pour l'équation de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{d\underline{u}}{dt} = \rho \underline{g} - \nabla p + \mu \Delta \underline{u} + \sigma \kappa \underline{n} \delta^i \quad (4.11)$$

Chaque variable est à interpréter au sens des distributions et est une combinaison linéaire en χ de sa valeur dans la phase 1 et dans la phase 2 (comme pour $\rho \underline{u}$ dans l'équation de la conservation de la masse).

Il reste à propager l'interface qui est définie par la fonction indicatrice de phase de la phase vapeur χ :

$$\frac{d\chi}{dt} = 0 = \frac{\partial \chi}{\partial t} + \underline{u}^i \cdot \nabla \chi = \frac{\partial \chi}{\partial t} + \underline{u}^i \cdot \underline{n} \delta^i = 0 \quad (4.12)$$

La vitesse de déplacement de l'interface \underline{u}^i est égale à la vitesse du fluide à l'interface si l'on suppose que le transfert de masse est nul à l'interface ce qui n'est pas le cas pour un équilibre eau-vapeur.

Cette formulation mono-fluide est commune à toutes les méthodes de suivi d'interface sur un maillage eulérien fixe.

4.3.2 Méthode Level-Set

La méthode Level-Set utilise une **description purement implicite** de l'interface à l'aide d'une **fonction régulière en temps et en espace** $\phi(\underline{x}, t)$. La position de l'interface est repérée par l'iso-valeur 0 de la fonction ϕ .

L'avantage de cette méthode de suivi d'interface réside dans :

- la **simplicité de programmation** de cette méthode grâce à la description purement implicite de l'interface par opposition à une description explicite comme dans la méthode ALE ou Front-Tracking où l'interface est définie par un maillage lagrangien,
- le **gain en robustesse numérique**, puisque l'advection de fonction régulière pose moins de problèmes numériques que celle des fonctions présentant de fortes variations spatiales comme la VOF.

On recommande de se référer à [36] pour une description complète de cette méthode. On en fait cependant une description succincte dans cette sous section. Tout d'abord, la fonction ϕ est telle que :

$$\phi(\underline{x}, t) = \begin{cases} > 0 & \text{si } \underline{x} \in \Omega \\ < 0 & \text{si } \underline{x} \notin \Omega \\ 0 & \text{si } \underline{x} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (4.13)$$

Cette fonction permet de déterminer aisément les caractéristiques géométriques de l'interface à l'aide des équations suivantes :

$$\underline{n} = -\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \text{ définie la normale à l'interface} \quad (4.14)$$

$$\underline{\kappa} = -\text{div}\left[\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right] \text{ définie la courbure moyenne de l'interface} \quad (4.15)$$

L'interface étant repérée par cette fonction, le déplacement de l'interface est déterminé par l'advection de la fonction ϕ :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \underline{u}^i \cdot \nabla\phi = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \underline{u}_N^i |\nabla\phi| = 0 \quad (4.17)$$

Avec \underline{u}_N^i la composante normale à l'interface de la vitesse d'interface \underline{u}^i .

On peut définir très simplement à l'aide de la fonction ϕ définir la fonction caractéristique de phase χ :

$$\chi(\underline{x}, t) = H(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi > 0 \\ 0 & \text{si } \phi < 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Ainsi la fonction χ reste parfaitement discontinue alors que ϕ est prise de manière à ce qu'elle soit la plus régulière possible pour que la résolution de l'équation d'advection soit la plus précise possible. Il s'agit de la caractéristique de la méthode Level-Set qui **adecte une fonction très régulière** afin d'être la plus robuste possible du point de vue numérique tout en gardant une **fonction caractéristique de phase parfaitement discontinue**.

4.4 Méthodes de frontières immergées

4.4.1 Introduction

De nombreuses applications industrielles et de recherche comportent des écoulements fluides autour d'obstacles mobiles ou immobiles comme l'industrie nucléaire ou encore la mécanique des fluides appliquée à la biologie (écoulement du sang dans le coeur).

Le traitement numérique de ces problèmes d'interaction de fluide structure est complexe à cause de la dépendance en temps de la frontière fluide-solide. Deux approches numériques sont possibles :

- discrétisation des équations de Navier-Stokes sur un **maillage non structuré** dont les frontières du domaine numérique coïncident avec les frontières du domaine physique. Ainsi les conditions aux limites du domaine physique sont directement appliquées sur le domaine numérique ce qui constitue l'avantage de la méthode. Le désavantage principal est **la nécessité de remailler à chaque pas de temps le domaine fluide lorsque le solide est en mouvement**.
- discrétisation des équations de Navier-Stokes sur un **maillage cartésien**. L'avantage de ces méthodes est qu'elles permettent d'utiliser des **méthodes numériques rapides et robustes** car il n'est pas nécessaire de remailler le domaine fluide lorsque le solide est en mouvement. Par contre le domaine numérique sur lequel sont résolues les équations ne coïncident pas avec le domaine physique, il est donc nécessaire **d'utiliser des méthodes d'interpolation ou d'extrapolation** pour appliquer les conditions aux limites du domaine physique sur le maillage cartésien.

Nous détaillerons dans cette partie que les méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes sur un maillage cartésien. Ces méthodes peuvent se décomposer en deux grandes classes :

- les **méthodes Cartésiennes** rassemblant les méthodes d'interfaces immergées (IIM) et de conditions de saut à la frontière immergée (JEBC) dans lesquelles la présence de l'interface est modélisée par une **modification du schéma numérique** à la proche paroi.
- les méthodes dans lesquelles un **terme de forçage** est ajouté dans les équations de Navier-Stokes au lieu de changer le schéma numérique. Ces méthodes sont appelées **méthodes de frontières immergées (IBM)**. Dans cette classe de méthode nous détaillerons la méthode de forçage direct qui consiste à "forcer" la vitesse du fluide à l'interface fluide structure comme la vitesse du solide.
- les méthodes de pénalisation dans lesquelles, un **terme de pénalisation de la vitesse** est ajouté dans les équations de Navier-Stokes.

Nous détaillerons plus en détails les méthodes de forçage et de pénalisation ainsi qu'une combinaison de ces méthodes appelée méthode de forçage pénalisée. La Figure 4.2 illustre l'approche numérique par frontière immergée.

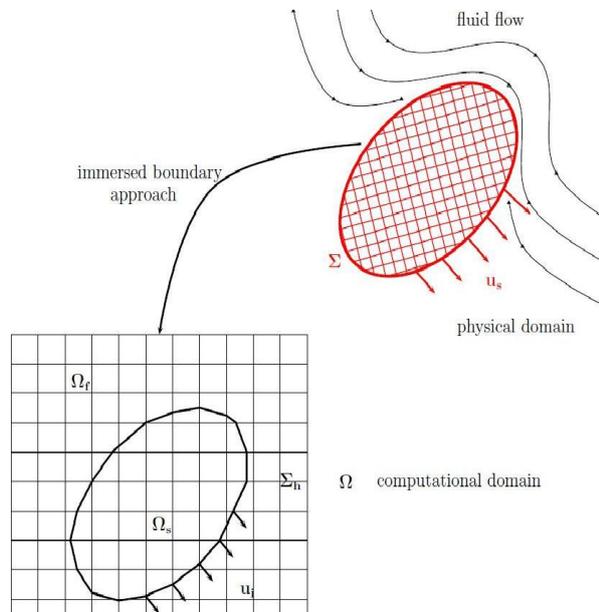


FIG. 4.2 – Représentation du domaine numérique fictif sur un maillage cartésien avec le domaine solide Ω_S et le domaine fluide Ω_F et la frontière immergée Σ_h

4.4.2 Méthode non incrémentale de correction de la pression

Il s'agit d'une méthode numérique de résolution de l'équation de Navier-Stokes, pour plus de détails sur ces méthodes on peut se référer à [25].

On ne détaille dans cette section que la méthode non incrémentale de correction de la pression. Elle repose sur **la décomposition de Helmholtz** qui permet d'écrire un champ de vecteur de carré intégrable comme la composition de deux champs de vecteurs :

- un champ de vecteur à **divergence nul**.
- un champ de vecteur à **rotationnel nul** que l'on peut donc écrire comme le gradient d'un scalaire plus une constante.

Ce qui donne la décomposition suivante :

$$\underline{u} = \underline{u}_1 + \underline{u}_2 \quad (4.19)$$

$$\text{div} \underline{u}_1 = 0 \quad (4.20)$$

$$\underline{u}_2 = \nabla \phi + \text{constante} \quad (4.21)$$

Si l'on considère l'équation de Navier-Stokes pour un fluide incompressible, la solution de cette équation est le couple (\underline{u}, p) avec \underline{u} à divergence nul. L'idée de la méthode est d'utiliser cette décomposition pour calculer le champ de vitesse final, elle se caractérise par :

- une étape de **prédiction** de la vitesse qui consiste à résoudre Navier-Stokes sans le terme de pression.
- une étape de **projection** dans laquelle on calcule la pression nécessaire pour que le champ final soit à divergence nul.
- une étape de **correction** dans laquelle on écrit que le champ de vitesse final est égal au champ de vitesse prédit moins la correction calculée à l'étape précédente.

On considère les équations de Navier-Stokes discrétisé en temps pour un fluide incompressible :

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right] = \underline{f} - \underline{\text{grad}} p + \mu \Delta \mathbf{u} \quad (4.22)$$

$$\text{div} \mathbf{u} = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \quad (4.24)$$

$$\text{div} \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (4.25)$$

$$\underline{RHS}^n = \nu \Delta \mathbf{u}^n - \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n + \frac{1}{\rho} \underline{f}^n \quad (4.26)$$

\underline{RHS} rassemble les termes de convection, de diffusion et d'éventuelles forces qui sont évalués ici ne manière explicite mais on pourrait très bien évaluer la diffusion en implicite etc.

On peut décomposer cette équation en deux étapes :

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n \text{ Etape de prédiction} \quad (4.27)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \text{ Etape de correction} \quad (4.28)$$

Si on applique l'opérateur de divergence à l'étape de correction on projette le champ de vitesse \mathbf{u}^{n+1} sur l'espace des champs de vecteurs à divergence nul :

$$\nabla \cdot \left[\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} \right] = \nabla \cdot \left[-\frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \right] \text{ Etape de projection} \quad (4.29)$$

Ce qui donne :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = \nabla \cdot \frac{\Delta t}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \text{ puisque } \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (4.30)$$

La projection du champ de vitesse sur l'espace des champs à divergence nul, permet de résoudre une équation de poisson sur la pression p^{n+1} afin de déterminer la pression nécessaire pour que le champ de vitesse final \mathbf{u}^{n+1} soit à divergence nul :

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \text{ Etape de correction} \quad (4.31)$$

C'est en utilisant cette méthode de résolution que nous calculerons numériquement la solution des équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. Sauf que nous utiliserons une méthode Runge Kutta d'ordre 3 pour calculer la dérivé locale de la vitesse mais cela ne change rien au principe de la méthode.

4.4.3 Méthode de forçage direct

Principe de la méthode

La méthode de forçage direct a été introduite par [33] et puis adaptée par [20]. Le principe de cette méthode est d'appliquer directement sur la solution du problème, le champ de vitesse souhaitée autour du solide sans aucun processus dynamique.

On considère la discrétisation en temps des équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible :

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right] = \underline{f} - \underline{\text{grad}} p + \mu \Delta \mathbf{u} \quad (4.32)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \quad (4.33)$$

$$\underline{RHS}^n = \nu \Delta \mathbf{u}^n - \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n + \frac{1}{\rho} \underline{f}^n \quad (4.34)$$

RHS rassemble les termes de convection, de diffusion et d'éventuelles forces. On suppose qu'ils sont déterminés de manière explicite en temps pour exposer le principe de la méthode mais ce n'est évidemment pas forcément le cas. Cette équation est résolue sur le domaine fluide. On cherche maintenant à modéliser la frontière d'un solide dans ce domaine. On impose donc à la frontière du solide, une vitesse du fluide égale à la vitesse du solide par l'intermédiaire d'un terme de forçage \underline{F} . Ce terme de forçage est non nul uniquement à l'interface dans le cas continue et dans le cas de la discrétisation en espace non nul à l'interface et non nul dans les mailles traversées par l'interface. On a donc :

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \underline{F} \quad (4.35)$$

$$\underline{F} = \begin{cases} \frac{u_{impose} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} - \underline{RHS}^n + \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} = \frac{u_{impose} - \mathbf{u}^{n+1}}{\Delta t} & \text{sur la frontière} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left[\underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \underline{F} \right] \quad (4.37)$$

La dernière équation est valable dans tout le domaine de calcul. Si on est en dehors de la frontière le terme de forçage est nul et on résoud l'équation de Navier-Stokes habituelle.

A ce stade on peut choisir d'imposer le terme de forçage uniquement à la frontière fluide structure dans les mailles traversées par l'interface ou bien on peut l'imposer dans tout le domaine solide et à l'interface. Dans les deux cas, étant donné que le maillage de résolution des équations est un maillage cartésien dont les noeuds ne coïncident pas avec ceux du solide, il est nécessaire **d'utiliser une méthode numérique d'interpolation du champ de vitesse pour appliquer le terme de forçage.**

On peut également choisir d'imposer le terme de forçage seulement dans l'étape de prédiction du champ de vitesse \mathbf{u}^* ou dans **l'étape de prédiction ainsi que l'étape de projection.**

Forçage dans l'étape de prédiction

Si on applique le terme de forçage uniquement dans l'étape de prédiction alors :

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n + \underline{F} \text{ Etape de prédiction} \quad (4.38)$$

$$\underline{F} = \begin{cases} \frac{u_{impose} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} - \underline{RHS}^n = \frac{u_{impose} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} & \text{sur la frontière} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.39)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}^* = \mathbf{u}^* + \Delta t \underline{F} = \begin{cases} u_{impose} & \text{sur la frontière} \\ \mathbf{u}^* & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.40)$$

$$\nabla \cdot \left[\frac{\Delta t}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \right] = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}^* \text{ Etape de projection} \quad (4.41)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \Delta t \underline{F} \text{ Etape de correction} \quad (4.42)$$

Dans cette méthode le champ de vitesse \mathbf{u}^{n+1} ne vérifie pas exactement la condition à la frontière imposée puisque le terme de forçage est appliqué sur le champ de vitesse prédit \mathbf{u}^* . En effet si on

suppose que l'on se trouve dans une zone proche de l'interface ou le terme de forçage est non nul alors :

$$\underline{u}^{n+1} = \underline{u}_{impose} - \frac{\Delta t}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \text{ Etape de correction} \quad (4.43)$$

$$\nabla \cdot \left[\frac{\Delta t}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \right] = \nabla \cdot \underline{u}_{impose} \quad (4.44)$$

L'impact de cette approximation est fortement lié au pas de temps du calcul à cause du lien entre la vitesse prédite \underline{u}^* et la vitesse finale \underline{u}^{n+1} . On pourra se référer au rapport de [22] qui utilise un forçage direct dans l'étape de prédiction pour des objets immobiles puis mobiles et met alors en évidence la nécessité d'utiliser un terme de forçage également dans l'étape de projection.

Forçage dans l'étape de prédiction et de correction

Si on applique le terme de forçage dans l'étape de prédiction et dans l'étape de projection alors :

$$\frac{\underline{u}^{n+1} - \underline{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \underline{F} \quad (4.45)$$

$$\frac{\underline{u}^* - \underline{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n + \underline{F}_1 \text{ Etape de prédiction} \quad (4.46)$$

$$\frac{\underline{u}^{n+1} - \underline{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \underline{F}_2 \text{ Etape de correction} \quad (4.47)$$

$$\underline{F} = \begin{cases} \frac{\underline{u}_{impose} - \underline{u}^{n+1}}{\Delta t} & \text{sur la frontière} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.48)$$

$$\underline{F}_1 = \begin{cases} \frac{\underline{u}_{impose} - \underline{u}^*}{\Delta t} & \text{sur la frontière} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.49)$$

$$\underline{F}_2 = \begin{cases} \frac{\underline{u}^* - \underline{u}^{n+1}}{\Delta t} & \text{sur la frontière} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.50)$$

Ainsi l'équation résolue satisfait exactement la condition en proche paroi à la fin de chaque pas de temps. On pourra se référer à l'article de [28] qui utilise un forçage direct dans les deux étapes.

4.4.4 Méthode de pénalisation

Cette méthode de frontière immergée utilise un terme de pénalisation de la vitesse dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour modéliser l'interface du solide. On pourra se référer à l'article de [1] pour plus détails sur cette méthode.

Soit Ω le domaine total qui contient le fluide représenté par Ω_f et le solide Ω_s . Ω est l'union de ces deux domaines. L'idée générale de cette méthode tout comme la méthode de forçage direct est de résoudre les équations de Navier-Stokes dans le domaine total Ω . Au lieu d'introduire un terme de forçage, cette méthode introduit **un terme de pénalisation** et on résoud les équations de Navier-Stokes pénalisées dans tout le domaine :

$$\rho \left[\frac{\partial \underline{u}_\eta}{\partial t} + \underline{u}_\eta \cdot \nabla \underline{u}_\eta \right] + \frac{1}{\eta} 1_{\Omega_s} \underline{u}_\eta = \underline{f} - \underline{\text{grad}} p_\eta + \mu \Delta \underline{u}_\eta \quad (4.51)$$

$$\text{div} \underline{u}_\eta = 0 \quad (4.52)$$

$$\underline{u}_\eta = \underline{u} + \eta \tilde{\underline{u}} \quad (4.53)$$

$$p_\eta = p + \eta \tilde{p} \quad (4.54)$$

[1] montre que pour un η donné, il existe un unique couple solution $(\underline{u}_\eta, p_\eta)$ de l'équation de Navier-Stokes généralisée. Il montre également que lorsque η tend vers zero, $(\underline{u}_\eta)_\eta$ tend vers une limite \underline{u} solution des équations de Navier-Stokes homogène :

$$\underline{u}|_{\Omega_S} = u_S \quad (4.55)$$

$$\underline{u}|_{\Omega_F} = u \text{ solution des équations de Navier-Stokes dans le fluide} \quad (4.56)$$

De plus, en intégrant le terme de pénalisation sur le domaine solide lorsque η tend vers zero on peut calculer les efforts du fluide sur le solide :

$$-\lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{\Omega_S} \frac{1}{\eta} 1_{\Omega_S} \underline{u}_\eta d\Omega = \int_{\partial\Omega_S} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} dS \quad (4.57)$$

4.4.5 Méthode de forçage direct pénalisée

Principe de la méthode

Cette méthode est une combinaison de la méthode de forçage direct et de la méthode de pénalisation dans le sens où le terme ajouté dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement est similaire à un terme de forçage et que l'on résoud l'équation de Navier-Stokes pénalisé. Pour plus de détails sur cette méthode on pourra lire les articles de [29], [7] et [48].

On se place dans le cas où on cherche à imposer la vitesse dans le solide et dans les mailles cartésiennes traversées par la frontière. Le terme de forçage pénalisé est :

$$\underline{F} = \frac{\chi_S \alpha}{\eta} (\underline{u}_{impos} - \underline{u}) \quad (4.58)$$

Avec η un réel de l'ordre de 10^{-12} et χ_S la fonction caractéristique du solide qui est égale à 1 dans le solide et qui vaut le rapport du volume de l'obstacle au volume de fluide en dehors de la frontière. Ainsi le terme de forçage pénalisé s'applique dans le solide et dans les mailles traversées par l'interface. η est le coefficient de pénalisation.

On considère les équations de Navier-Stokes pénalisées discrétisées en temps :

$$\frac{\underline{u}_\eta^{n+1} - \underline{u}_\eta^n}{\Delta t} = \underline{RHS}_\eta^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p_\eta^{n+1} + \frac{\chi_S \alpha}{\eta} (\underline{u}_{impos} - \underline{u}_\eta^{n+1}) \quad (4.59)$$

\underline{u}_η^{n+1} est la solution de Navier-Stokes pénalisé et nous avons vu que quand η tend vers zero, $(\underline{u}_\eta)_\eta$ tend vers une limite \underline{u} solution des équations de Navier-Stokes homogène : $\lim_{\eta \rightarrow 0} \underline{u}_\eta^{n+1} = \underline{u}^{n+1}$.

Quand η tend vers zero, le terme de pénalisation tend vers $+\infty$ ce qui revient donc à :

$$\frac{\chi_S \alpha}{\eta} (\underline{u}_{impos} - \underline{u}_\eta^{n+1}) = 0 \quad (4.60)$$

Et donc $\underline{u}^{n+1} = \underline{u}_{impos}$ dans le solide et dans les mailles traversées par l'interface. Sauf qu'à la différence de la méthode de forçage direct on impose pas directement la vitesse. Cette formulation du terme de forçage pénalisé peut être vu comme une limite de l'expression du terme de forçage direct avec :

$$\alpha = \frac{\eta}{\Delta t} \quad (4.61)$$

$$\underline{F}_{DF} = \frac{\chi_S}{\eta \Delta t} (\underline{u}_{impos} - \underline{u}^{n+1}) = \frac{\chi_S}{\Delta t} (\underline{u}_{impos} - (\underline{u}^n + \Delta t [\underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1}])) \quad (4.62)$$

PDF dans l'étape de prédiction et de projection

Tout comme pour la méthode de forçage direct, on peut choisir d'utiliser le terme de forçage pénalisé dans l'étape de prédiction seul, alors on aura pas une vitesse finale respectant parfaitement les conditions à l'interface fluide solide. Ou on peut appliquer le terme dans l'étape de prédiction et de projection (normalement on devrait écrire $\underline{u}_{\eta}^{n+1}$ à la place de \underline{u}^{n+1} car on résoud les équations de Navier-Stokes pénalisées mais comme $\eta \ll 1$ on peut considérer qu'on tend vers \underline{u}^{n+1}) :

$$\frac{\underline{u}^{n+1} - \underline{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n - \frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \frac{\chi_S}{\eta \Delta t} (\underline{u}_{impos} - \underline{u}^{n+1}) \quad (4.63)$$

$$\frac{\underline{u}^* - \underline{u}^n}{\Delta t} = \underline{RHS}^n + \frac{\chi_S}{\eta \Delta t} (\underline{u}_{impos} - \underline{u}^*) \text{ Etape de prédiction} \quad (4.64)$$

$$\frac{\underline{u}^{n+1} - \underline{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} + \frac{\chi_S}{\eta \Delta t} (\underline{u}^* - \underline{u}^{n+1}) \text{ Etape de correction} \quad (4.65)$$

On peut écrire l'étape de correction comme :

$$\check{\rho} \frac{\underline{u}^{n+1} - \underline{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \text{ Etape de correction} \quad (4.66)$$

$$\check{\rho} = (1 + \frac{\chi_S}{\eta}) \quad (4.67)$$

$$\nabla \cdot [\frac{\Delta t}{\check{\rho}} \underline{\text{grad}} p^{n+1}] = \nabla \cdot \underline{u}^* \text{ Etape de projection} \quad (4.68)$$

$$\underline{u}^{n+1} = \underline{u}^* - \frac{\Delta t}{\check{\rho}} \underline{\text{grad}} p^{n+1} \text{ Etape de correction} \quad (4.69)$$

4.4.6 Reconstruction du champ de vitesse à l'interface

Quelque soit la méthode de frontière immergée, il est nécessaire d'**utiliser une méthode numérique pour reconstruire le champ de vitesse** à imposer sur le maillage cartésien. Différentes méthodes numériques existent, l'approche la plus simple consiste à imposer directement la vitesse du solide sur les noeuds du maillage cartésien les plus proches de l'interface sans interpolation. On pourra se référer à [20] pour cette méthode qui est d'ordre un en précision d'espace par rapport à la taille des mailles. C'est ce qui est illustré sur la figure 4.2 :

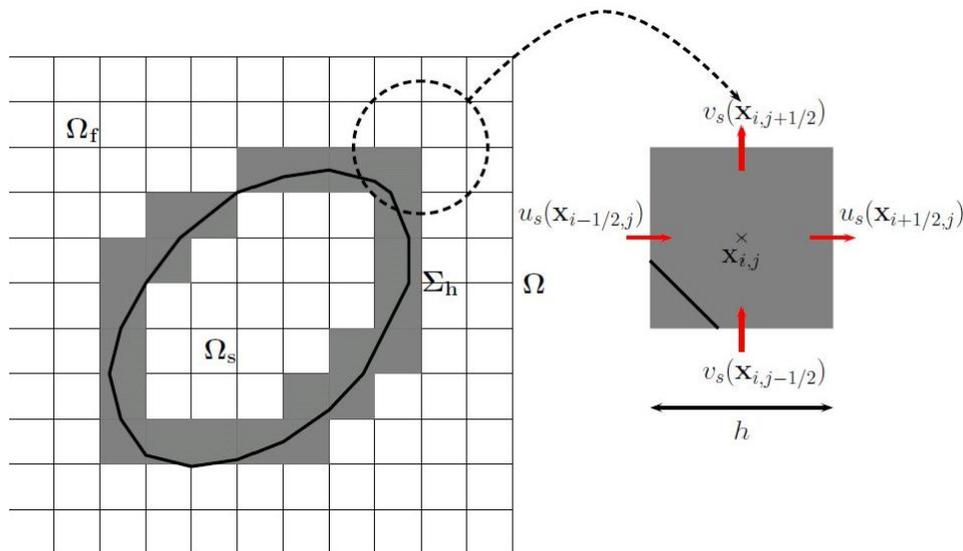


FIG. 4.3 – Représentation de la méthode dans laquelle la vitesse du solide est imposé dans les mailles traversées par l'interface

[28] utilise une méthode d'interpolation pour calculer la vitesse à imposer. Les méthodes d'interpolation et d'extrapolation permettent à partir des contributions de la vitesse du fluide et du solide de calculer la vitesse à imposer aux noeuds concernés. On peut ensuite interpoler et extrapoler selon une ou plusieurs directions privilégiées. [29] utilise une méthode d'interpolation linéaire d'ordre deux en précision d'espace dans laquelle une reconstruction du gradient de vitesse moyen près de l'interface est effectuée. C'est ce qui est illustré dans la figure 4.2 :

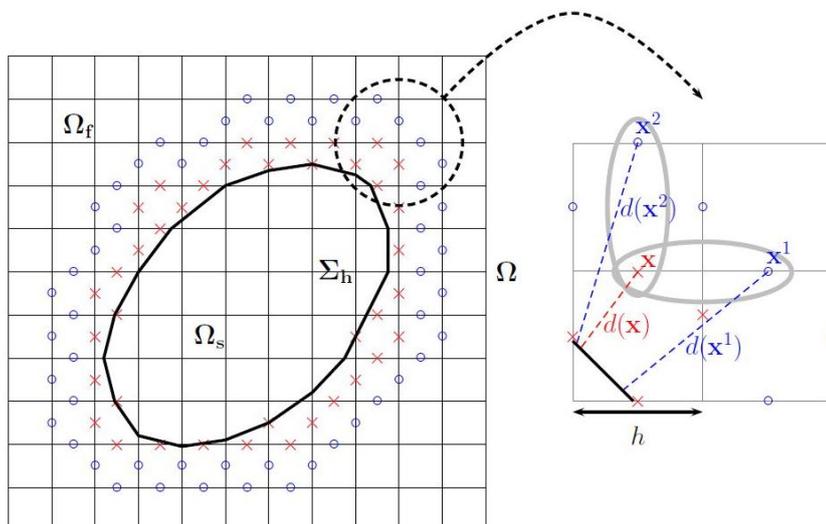


FIG. 4.4 – Représentation de la méthode d'interpolation linéaire de la vitesse à l'interface

4.4.7 Calcul des efforts à l'interface fluide solide

L'objectif de la simulation numérique est de calculer les efforts fluide à l'interface solide qui sont principalement dus à la pression à haut nombre de Reynolds. On peut procéder de deux manières :

- intégrer **la pression et la contrainte visqueuse** sur la paroi solide.
- intégrer **le terme de forçage** qu'il soit pénalisé ou pas dans le volume solide.

En ce qui concerne l'intégration du terme de pénalisation on pourra se référer à [31] et [1]. En ce qui concerne l'intégration de la pression et de la contrainte visqueuse sur la paroi solide, on pourra choisir ou non d'interpoler la pression et la vitesse afin d'avoir un résultat plus ou moins précis. Il sera nécessaire de comparer les deux résultats à des cas tests de référence ce qui est aisément réalisable pour un cylindre soumis à un écoulement transverse monophasique à faible nombre de Reynolds.

L'objectif étant de disposer une méthode numérique assez précise pour **mesurer les efforts du fluide sur le solide à haut nombre de Reynolds et pour un écoulement transverse diphasique**.

4.5 Les méthodes numériques envisagées pour la thèse

Les méthodes numériques envisagées actuellement sont dans un premier temps :

- une méthode non incrémentale de correction de la pression pour la résolution des équations de Navier-Stokes,
- une méthode de forçage direct pour la méthode de frontière immergée avec un forçage direct dans l'étape de prédiction de la vitesse mais pas nécessairement dans l'étape de correction,
- une de reconstruction du champ de vitesse à l'aide d'une interpolation linéaire afin de calculer les efforts fluide sur la paroi solide,
- une méthode level set pour le suivi d'interface des bulles lorsque l'on simulera un fluide diphasique.

L'objectif étant d'obtenir rapidement (dans les mois qui viennent) un premier calcul des forces sur un cylindre rigide soumis à un écoulement transverse monophasique à faible nombre de Reynolds afin de savoir si on la méthode de forçage direct donne des résultats satisfaisants. Si ce n'est pas le cas on envisagera d'étendre le forçage à l'étape de correction ou d'utiliser une méthode de forçage pénalisé.

Dans un deuxième temps mais assez rapidement on simulera un cylindre dans un faisceau 5·5 ou 7·7 afin de prendre en compte l'effet du faisceau sur l'écoulement et on simulera un fluide diphasique. Nous pourrons alors tester notre méthode level set.

Dans un troisième temps le cylindre central du faisceau sera flexible et nous pourrons alors calculer les coefficients des matrices ajoutés. On pourra comparer les résultats aux expériences analytiques. Nous verrons à ce moment si la méthode numérique de forçage direct permettra de simuler les vibrations du tube flexible et si le calcul des forces est pertinent.

Chapitre 5

Conclusion

L'objectif de ce rapport était de présenter les démarches et le formalisme mathématique associés aux IFS pour tenter de prédire la réponse des tubes GV quelque soit le régime de fonctionnement de la centrale.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté **le cadre mathématique des IFS** avec le formalisme et l'analyse vibratoire des tubes. Dans les deux premières sections, on a exposé les bases du formalisme mathématique du couplage entre les tubes et l'écoulement. On a montré comment on peut calculer la réponse des tubes dans le cadre du couplage avec le fluide. Une fois que l'on a introduit le cadre mathématique des IFS on a présenté dans la troisième section l'analyse vibratoire des tubes GV. A l'aide de cette analyse, dans la dernière section de cette partie on a mis en évidence la possibilité de définir un critère de départ en instabilité fluide-élastique des tubes GV.

La troisième partie est une **synthèse de l'état actuel des connaissances sur les forces d'excitations aléatoires et le couplage fluide élastique**. Dans la première section on s'est attaché à présenter les méthodes principales pour étudier les forces d'excitations aléatoires sur les tubes GV. Ces méthodes permettent à l'aide de l'analyse physique de proposer des adimensionnements plus ou moins pertinents de ces forces. De même dans la deuxième section on a présenté les méthodes principales utilisées actuellement pour étudier les forces fluide-élastique. Cette partie permet de mettre en évidence le manque de connaissance sur les IFS en écoulements diphasiques et la nécessité de données de base pour les étudier. Ces données de base pouvant être fournies soit par l'expérience, soit par la simulation numérique puisque les méthodes mises en évidence dans cette partie peuvent s'appliquer directement à la simulation.

La quatrième partie aborde le sujet de la **simulation numérique des écoulements diphasiques pour les IFS des tubes GV**. Dans la première section on a abordé succinctement les différents types de simulation numérique des écoulements diphasiques et on a présenté à quelle échelle on se place ainsi que l'approche numérique envisagée. Dans la deuxième et troisième section on fait un état des lieux des méthodes numériques envisageables pour notre étude. Enfin dans la dernière section on a présenté les méthodes numériques que l'on envisage de mettre en oeuvre dans un premier temps.

L'objectif à long terme est d'utiliser la simulation numérique pour **élargir la de base données sur les forces d'excitations aléatoires et les forces fluide-élastique**. Et ainsi de pouvoir les étudier de manière complémentaire à l'expérience en apportant des données **dans des régimes d'écoulements difficiles et coûteux à atteindre avec l'expérience**. On espère qu'on pourra alors améliorer la connaissance des mécanismes physiques à l'oeuvre dans ces deux forces et donc sélectionner les paramètres physiques responsables de leurs variations.

On peut alors espérer proposer un adimensionnement des forces d'excitations aléatoires et des forces fluide-élastique qui permette de rendre compte de leurs variations quelque soit le fonctionnement du GV. Ces adimensionnements pourront alors être intégrés à la chaîne de calcul déjà existante d'AREVA et EDF. Dans cette chaîne de calcul, un code composant (GENEPI pour AREVA et THYCV pour EDF) fournit les données thermohydrauliques dans tout le GV (vitesse de la phase liquide, de la phase gaz, le taux de vide ...), ensuite un code (GERBOISE pour AREVA et GEVIBUS pour EDF) calcule la réponse des tubes à l'aide de ces données thermohydrauliques à l'aide d'une équation simi-

laire à celle que nous avons pu voir dans la deuxième partie. Sauf que les adimensionnements utilisés dans ces codes ne sont pas complets.

Si dans le cadre de notre étude à l'aide de la simulation numérique on réussit à exprimer des adimensionnements complets en fonction des données fournies par les codes composants alors les codes de calculs GERBOISE ou GEVIBUS pourront en fonction des régimes d'écoulements calculer l'amplitude de vibration des tubes et donc quantifier l'usure des tubes et prédire l'instabilité fluide-élastique. Il s'agit de l'objectif ultime à atteindre et on en est très loin actuellement.

Bibliographie

- [1] Bruneau C.H. Angot, P. and P. Fabrie. A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows. *Numerische Mathematik*, Vol. 81 :p. 497–520, 1999.
- [2] Antunes J. et Villard B. Axisa, F. Random excitation of heat exchanger tubes by cross-flows. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 4 :p. 321–341, 1990.
- [3] F. Axisa and B. Villard. Random excitation of heat exchanger tubes by two-phase cross-flow. In *Proceedings Fourth International Symposium on Flow-Induced Vibration and Noise*, Vol. 1 :p. 119–139, 1992.
- [4] F. Baj. Synthèse des actions CRETIF-I et CRETIF-II. Technical Report NT SEMT/DYN/RT/09-017/A, CEA, 2009.
- [5] F. Baj and De Langre E. Scaling of damping induced by bubbly flow across tubes. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 17 :p. 351–364, 2003.
- [6] Franck Baj. *Amortissement et instabilités fluide-élastique d'un faisceau de tubes sous évoulement diphasique*. PhD thesis, Université de Paris VI Pierre et Marie Curie, 1998.
- [7] M. Belliard and C. Fournier. Penalized direct forcing and projection schemes for navier-stokes. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, Vol. 348 :p. 1133–1136, 2010.
- [8] Gibert R. Blevins, R. and Villard B. Experiment on vibration of heat exchanger tube arrays in cross-flow. *Transactions 6th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology.*, page Paper B6/9, 1981.
- [9] R. Blevins. Fluid-elastic whirling of a tube rows and tube arrays. *Journal of Fluid Engineering.*, 1977.
- [10] R. Blevins. *Flow-Induced Vibration*. New York : Van Nostrand Reinhold, 2nd edition., 1991.
- [11] R.D. Blevins. Fluid-elastic whirling of a tube row. *Journal of Pressure Vessels Technology*, 1974.
- [12] S. Chen. Instability mechanisms and stability criteria of a group of circular cylinders subjected to cross-flow. part i : Theory. *Journal of Vibration, Acousticsn Stress and Reliability in Design*, Vol. 105 :p. 51–58, 1983.
- [13] S. Chen. Instability mechanisms and stability criteria of a group of circular cylinders subjected to cross-flow. part ii : Numerical results and discussions. *Journal of Vibration, Acousticsn Stress and Reliability in Design*, Vol. 105 :p. 253–260, 1983.
- [14] S. Chen. A general theory for dynamic instability of tube arrays in cross-flow. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 1 :p. 35–53, 1987.
- [15] Zhu S. et Jendrzejczyk J.A. Chen, S.S. Fluid damping and fluid stiffness of a tube row in cross-flow. In *Flow Induced Vibration, N.Y. : ASME, PVP-Vol. 273* :p. 15–31, 1994.
- [16] H. J. Connors. Fluid elastic vibration of tube arrays excited by cross flow. *ASME*, 1970.
- [17] E De Langre and B. Villard. Two-phase flow random forces in tube arrays. In *proceedings Second International Conference on Engineering Hydro-Aeroelasticity.*, pages p. 32–36, 1994.
- [18] E. De Langre and B. Villard. An upper bound on random buffeting forces caused by two-phase flows across tubes. *Journal of Fluids and Structures*, 12 :1005–1023, 1998.
- [19] Villard B. et Entenmann K. De Langre, E. A spectrum of two-phase flow random forces on tube arrays. In *Proceedings Sixth International Conference on Flow-Induced Vibration.*, pages p. 107–117, 1995.

- [20] y P. Orlandi E. A. Fadlun, R. Verzicco and J. Mohd-Yusofz. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 161 :p. 35–60, 2000.
- [21] D.S. Feenstra. An improved void fraction model for two-phase cross-flow in horizontal tube bundles. *Int. J. Multiphase Flow*, 26 :1851–1873, 2000.
- [22] Clarisse Fournier. Méthode ibc. Technical report, CEA/DEN, 2009.
- [23] R.J. GIBERT. *Vibrations des structures. Interactions avec les fluides. Sources d'excitation aléatoires*. 1988.
- [24] S. Granger. A new signal processing method for investigating fluid-elastic phenomena. *Journal of Fluids and Structures*., Vol. 4 :p. 73–97, 1990.
- [25] Mineev P. Guermond, J.L. and J. Shen. An overview of projection methods for incompressible flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 195 :p. 6011–6045, 2006.
- [26] De Langre E. Hadj-Sadok, C. and S. Granger. Inverse methods for the measurement of fluid-elastic forces in tube bundles. *In Proceedings Sixth International Conference on Flow-Induced Vibration*., pages p. 363–371, 1995.
- [27] P. Huerre. *Mécanique des fluides*. 1998.
- [28] T. Ikeno and T. Kajishima. Finite-difference immersed-boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 226 :p. 1485–1508, 2007.
- [29] Belliard M. Introïni, C. and C. Fournier. A second order penalized direct forcing for hybrid cartesian/immersed boundary flow simulations. Technical report, CEA, DEN/DANS/DM2S/STMF/LMEC, 2012.
- [30] I. Kataoka. Local instant formulation of two-phase flow. *International Journal of Multiphase flow*, Vol. 12 :p. 745–758, 1986.
- [31] Angot P. Parneix S. Khadra, K. and J. Caltagirone. Fictitious domain approach for numerical modelling of navier stokes equation. *International Journal for numerical methods in fluids*, Vol. 34 :p. 651–684, 2000.
- [32] Weaver D.S. Lever, J.H. A theoretical model for fluid-elastic instability in heat exchanger tube bundles. *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 104 :p. 147–158, 1982.
- [33] J. Mohd-Yusofz. Combined immersed-boundary/b-spline methods for simulations of flow in complex geometries. *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs*, 1997.
- [34] Fujita K. Kawanishi K. Yamagushi N. Nakamura, T. and A. Tsuge. Study on the vibrational characteristics of a tube array caused by two-phase flow. part 1 : Random vibration. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 114 :p. 472–485, 1992.
- [35] Fujita K. Kawanishi K. Yamagushi N. Nakamura, T. and A. Tsuge. Study on the vibrational characteristics of a tube array caused by two-phase flow. part 1 : Random vibration. . *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 9 :p. 519–538, 1995.
- [36] S. Osher and R. Fedkiw. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. 2003.
- [37] Mavriplis M.P Price S.J. Paidoussis, M.P. A potential flow theory for dynamics of cylinder arrays in cross-flow. *Journal of Fluids Mechanics*., Vol. 146 :p. 227–252, 1984.
- [38] S. Pascal-Ribot and Y. Blanchet. Buffeting lift forces and local air-water flow aspects around a rigid cylinder. *Int. J. Multiphase Flow*, 33 :1237–1254, 2007.
- [39] S. Pascal-Ribot and Y. Blanchet. Improving the scaling of two-phase damping by local observations in a tube bundle. *In ASME 2010 Pressure Vessels & Piping Division / K-PVP Conference, Bellevue, Washington, USA, July 18-22, 2010*.
- [40] S. Pascal-Ribot and Y. Blanchet. An improved scaling model of buffeting lift forces in air-water flows. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 133 :1–8, 2011.
- [41] M. J. Pettigrew and C. E. Taylor. Two-phase flow-induced vibration : An overview. *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 116 :p. 233–253, 1994.

- [42] R.J. Pettigrew M.J, Rogers and F. Axisa. Damping of multi-span heat exchanger tubes. part 2 : in liquids. *Proceedings Pressure Vessel and Piping Conference. ASME*, pages p. 89–98, 1986.
- [43] C. Phalippou. Forces fluide-élastiques et turbulentes en diphasique : Résultats 2009 et 2010. Technical Report NT DANS/DM2S/SEMT/DYN/11-005, CEA, 2011.
- [44] Piteau. Essais amovi. Technical Report NT SEMT/DYN, CEA, 2011.
- [45] Taylor C.E. Rogers, R.J. and M.J. Pettigrew. Fluid effects on multi-span heat-exchanger tube vibration. *Proceedings Pressure Vessel and Piping Conference. ASME*, pages p. 17–26, 1984.
- [46] Granger. S and M.P. Païdoussis. An improvement to the quasi-steady model with application to cross-flow-induced vibration of tube arrays. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 320 :p. 163–184, 1996.
- [47] J. Salençon. *Mécanique des milieux continus*. 2000.
- [48] Vincent S. Sarthou, A. and J.P. Caltagirone. Consistant velocity-pressure coupling for second-order l2-penalty and direct-forcing methods. 2011.
- [49] C. E. Taylor. Random excitation forces in tube arrays subjected to two-phase cross flow. *In proceedings ASME International Symposium on Flow-induced Vibration and Noise.*, Vol. 1 :p. 89–107, 1992.
- [50] Pettigrew M.J Taylor, C. E. and I.G. Currie. Random excitation forces on tube bundles subjected to two-phase cross-flow. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 118 :p. 265–277.

