

UNIVERSITE DE LIEGE

FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES

**ETUDE DU COMPORTEMENT
AU FEU
DES STRUCTURES MIXTES
ACIER – BETON**

par

J.- M. FRANSSEN

Aspirant du F.N.R.S.

**Thèse présentée à la Faculté des Sciences Appliquées
de l'Université de Liège en vue de l'obtention du
grade scientifique de Docteur en Sciences Appliquées.**

1986

A mon père.

A ma mère.

AVANT-PROPOS

Ce travail est le fruit de quatre années de recherches consacrées à l'étude du comportement au feu des structures mixtes acier-béton. Si la présente thèse apporte une solution au problème précité, la méthode de calcul proposée est cependant susceptible d'évolution suivant les résultats des recherches qui seront encore entreprises sur le sujet. Le présent texte est basé sur l'état de nos connaissances au moment de sa rédaction (début 1986).

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur le Professeur Baus, Directeur du Service des Ponts et Charpentes où cette thèse a été réalisée. Il a constamment favorisé le développement de cette recherche et m'a vivement encouragé à mener ce travail à bien.

La complexité du domaine abordé impose la nécessité d'un certain travail en équipe, sans lequel aucun résultat appréciable ne pourrait voir le jour. Dans cet ordre d'idées, il convient de mentionner la collaboration des personnes suivantes;

Monsieur J.-C. Dotreppe, Chargé de Cours, Maître de Recherches du Fonds National de la Recherche Scientifique, qui a initié le calcul des structures soumises au feu à l'Université de Liège. Il m'a fourni certains éléments de base pour le démarrage de la recherche et a constamment suivi les développements du travail,

Monsieur J.-B. Schleich, Chef de Service à ARBED-Recherches Luxembourg, infatigable moteur de ce travail. Les discussions passionnées que nous avons eues ensemble, les idées qui en résultaient ont permis à cette recherche d'aboutir.

Puissent-ils trouver ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

De vifs remerciements doivent également être adressés;

- à Monsieur M. Hogge, Chargé de Cours, pour les conseils qu'il m'a prodigués à propos du calcul des températures,*
- à Monsieur S. Cescotto, Chargé de Cours, et à Monsieur V. de Ville de Goyet, Ingénieur de Recherches, pour les informations qu'ils m'ont fournies à propos de certains aspects particuliers de la méthode des éléments finis,*
- aux personnes et aux instituts qui ont contribué à la réussite de la partie expérimentale de la recherche, en particulier le Professeur W. Klingsch, de l'Université de Wuppertal, qui a veillé au dimensionnement des éléments à tester et a permis ainsi une campagne d'essais fructueuse, ainsi que les laboratoires d'essais au feu des Universités de Braunschweig et de Gent où les tests ont été effectués,*
- au personnel du Service Recherches et Promotion technique - Structures de ARBED-Recherches Luxembourg pour l'aide apportée dans le traitement de nombreux exemples numériques,*
- à Messieurs E. Lemaire et P. Villers, programmeurs, pour le soutien apporté sur le plan informatique,*
- à Madame L. Petit qui a dactylographié le manuscrit et à Monsieur R. Van Santfort qui a réalisé les figures, ainsi qu'à l'ensemble du personnel du Service des Ponts et Charpentes pour l'aide matérielle fournie.*

Enfin, il faut signaler que les recherches mentionnées dans cet ouvrage ont été menées avec l'aide financière de la Communauté Européenne du Charbon et de l'Acier (CECA).

RESUME

Ce travail est divisé, dans sa présentation, en deux parties distinctes.

La première partie est consacrée à l'exposé de la méthode de calcul développée pour la simulation du comportement au feu des structures mixtes acier-béton. On y examine tout d'abord l'élément fini de type poutre plane sur lequel est basée la résolution pas-à-pas. Ensuite, on aborde les relations uniaxiales qui existent au sein des matériaux entre contraintes, déformations et températures. Le fluage y est intégré de manière implicite. On explique également la façon dont les températures sont calculées au sein des matériaux, par une méthode explicite aux différences finies. Enfin, on donne quelques informations sur le code de calcul numérique dans lequel sont intégrés les éléments théoriques cités ci-dessus.

La deuxième partie illustre, grâce à quinze exemples concrets, la manière dont l'application de cette méthode de calcul permet de retirer des enseignements précieux sur le comportement des structures soumises à l'incendie. On examine ainsi successivement ;

- deux essais sur des colonnes massives en acier, soumises à un effort normal excentré,
- sept essais sur des colonnes mixtes acier-béton, avec différentes conditions d'appuis et des efforts normaux centrés ou non,
- quatre essais sur des poutres mixtes (deux poutres simplement appuyées et deux autres qui étaient encastrees-appuyées),
- deux essais sur des cadres hyperstatiques composés chacun d'une colonne et d'une poutre mixte.

ABSTRACT

This thesis is divided into two different parts.

The first part is dedicated to the calculation method that has been developed for the simulation of the behaviour of composite steel-concrete structures submitted to fire. At first, the examination is made of the plane beam finite element, on which the step-by-step solution is based. Then, the uniaxial relations within materials between stresses, strains and temperatures are described. The creep effect is taken into account in an implicit manner. The way temperatures within materials are calculated is also considered ; by an explicit finite difference method. At last, some informations are provided about the numerical code in which the above-mentioned theoretical elements are incorporated.

The second part illustrates, by means of fifteen real examples, how the application of that method let us draw some important informations on the behaviour of structures submitted to the fire. One after the other are discussed ;

- two tests on heavy steel columns, submitted to an eccentric load,
- seven tests on composite steel-concrete columns, with different support conditions and centric or eccentric loads,
- for tests on composite beams (two simply supported beams and two beams with an end fixed) ,
- two tests on frames, each of them made of one composite beam and one composite column.

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

RESUME

TABLE DES MATIERES

NOTATIONS

CHAPITRE I - INTRODUCTION

I.1. - Nature du problème.	1
I.2. - Etat de la question.	3
I.3. - Apports personnels.	9

PREMIERE PARTIE : LA METHODE DE CALCUL. 13

CHAPITRE II - EQUATIONS DE RESOLUTION DU PROBLEME STATIQUE 15

II.1. - Equation générale d'équilibre.	17
II.1.1. - Principe des travaux virtuels en description lagrangienne totale.	17
II.1.2. - Expression incrémentale du principe des travaux virtuels en D.L.T.	18
II.1.3. - Expression incrémentale du principe des travaux virtuels en description lagrangienne relative.	19
II.2. - Formulation de l'équation d'équilibre appliquée aux éléments finis.	20
II.2.1. - Déréctisation du champ de déplacement.	20
II.2.2. - Champ de déformation discrétisé.	24
II.2.3. - Transformation de l'équation d'équilibre.	26
II.2.3.1. - Matrice de rigidité infinitésimale.	27
II.2.3.2. - Matrice des contraintes initiales.	29
II.2.3.3. - Forces nodales appliquées.	31
II.2.3.4. - Equation finale.	32
II.3. - Apparition d'un processus itératif.	33
II.3.1. - Forces hors équilibre.	33
II.3.2. - Méthode de convergence.	36
II.3.3. - Test de convergence.	39
CHAPITRE III - LOIS DE COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX	47
III.1.- Déformations thermiques.	49
III.1.1. - Considérations générales.	49
III.1.2. - Acier.	50
III.1.3. - Béton.	51
III.2.- Déformations reliées aux contraintes.	53
III.2.1. - Considérations générales.	53
III.2.2. - Acier.	55
III.2.3. - Béton.	63

III.3.- Déformations de fluage.	70
III.3.1. - Acier.	70
III.3.2. - Béton.	75
III.4.- Lois de comportement.	76
CHAPITRE IV - CALCUL DES CHAMPS THERMIQUES DANS LES ELEMENTS SOU MIS A L'INCENDIE	87
IV.1. - Modélisation de l'incendie.	89
IV.2. - Conditions d'échanges thermiques entre milieu ambiant et structure	90
IV.2.1. - Echanges convectifs.	90
IV.2.2. - Echanges radiatifs.	92
IV.3. - Transmission de la chaleur à l'intérieur de l'élément testé.	95
IV.3.1. - L'équation de la chaleur.	95
IV.3.2. - Méthodes de solution.	97
IV.3.3. - Propriétés du schéma d'intégration temporelle.	105
IV.3.4. - Prise en compte de l'eau libre.	113
IV.4. - Propriétés thermiques des matériaux.	118
IV.4.1. - Acier.	118
IV.4.2. - Béton.	118
CHAPITRE V - ORGANISATION, POSSIBILITES ET LIMITATIONS DU PROGRAMME	127
V.1. - Organisation du programme.	129
V.2. - Possibilités du programme.	132
V.3. - Limitations du programme.	133
<u>DEUXIEME PARTIE : LES ESSAIS.</u>	139
CHAPITRE IV - COLONNES MASSIVES EN ACIER	141
VI.1. - Colonne massive non protégée	143
VI.1.1. - Calcul des températures	143
VI.1.1.1. - Conditions aux limites	144
VI.1.1.2. - Champ thermique	149
VI.1.1.3. - Comparaisons avec la température uniforme	151
VI.1.2. - Calcul de la stabilité	153
VI.1.2.1. - Evolution des contraintes	153
VI.1.2.2. - Résistance au feu	156
VI.1.2.3. - Colonne sous charge centrée	157
VI.2 - Colonne protégée thermiquement	159
VI.3. - Conclusions	162

CHAPITRE VII - COLONNES MIXTES SOUMISES A CHARGE CENTREE	171
VII.1 - Colonne A.F. non protégée (test 1.3)	172
VII.1.1. - Températures	173
VII.1.2. - Stabilité	175
VII.2.- Colonne A.F. protégée thermiquement (test 1.15)	178
VII.2.1. - Températures	179
VII.2.2. - Stabilité	180
VII.3.- Conclusions	181
CHAPITRE VIII - COLONNES MIXTES SOUMISES A UNE CHARGE EXCENTREE	183
VIII.1.- Sections avec armatures longitudinales	191
VIII.1.1.- Températures	192
VIII.1.2.- Stabilité	193
VIII.2.- Sections avec profilés en té	196
VIII.2.1.- Températures	196
VIII.2.2.- Stabilité	197
VIII.3.- Comparaison entre les deux types de colonnes	198
CHAPITRE IX - COLONNE MIXTE OCTOGONALE	207
IX.1. - Températures	209
IX.2. - Stabilité	211
CHAPITRE X - POUTRES MIXTES	217
X.1. - Poutres isostatiques	219
X.1.1. - Poutre avec dalle collaborante (test 2.11)	219
X.1.2. - Poutre avec dalle non collaborante (test 2.14)	221
X.2. - Poutres hyperstatiques	222
X.2.1. - Poutre non renforcée (test 2.12)	226
X.2.2. - Poutre renforcée sur l'appui (test 2.13)	227
X.2.3. - Influence des pertes de chaleur axiales	228
X.2.3.1. - Colonnes	229
X.2.3.2. - Poutres isostatiques	230
X.2.3.3. - Poutres hyperstatiques	232
X.3. - Résumé	234
CHAPITRE XI - ESSAIS SUR CADRES	243
XI.1. - Description des essais.	245
XI.2. - Test 3.9.	246
XI.3. - Test 3.10.	247
XI.4. - Particularités liées à l'étude d'une structure complète.	247
XI.4.1. - Etude de la poutre seule.	248
XI.4.2. - Etude de la colonne seule.	249

<u>CHAPITRE XII - CONCLUSIONS GENERALES</u>	255
XII.1. - Bilan de la thèse	257
XII.2. - Réflexions à propos du calcul par simulation	258
XII.3. - Perspectives d'avenir	260
ANNEXE	263
BIBLIOGRAPHIE	267

NOTATIONS

Avant de présenter les notations, nous devons attirer l'attention sur deux points particuliers.

Tout d'abord, certaines notations vraiment particulières ne sont pas reprises ici car elles sont d'un usage trop restreint et/ou contredisent celles des autres chapitres. Elles sont alors définies dans le texte lors de leur emploi.

D'autre part, nous avons classé les différentes notations reprises ci-dessous par ordre alphabétique et nous avons indiqué en regard de chacune d'elles le numéro de la page où ce symbole apparaît pour la première fois. De la sorte, le lecteur qui se réfère à cette partie pour connaître la signification d'une notation pourra également se reporter à la page indiquée et obtenir des informations supplémentaires.

SYMBOLES

$\underline{X}$	: matrice	$\frac{d}{dx}$	: dérivée totale
$\underline{x}$	: vecteur	$\frac{\partial}{\partial x}$	: dérivée partielle
x	: vecteur disposé en colonne	T	: température en degré Kelvin
x	: vecteur disposé en ligne	T	: température en degré Celsius
dx	: différentielle	Δx	: accroissement
δx	: variation		

INDICES

a	: acier
b	: béton
e	: eau

A_θ	: facteur d'amplification de l'erreur	106
b°	: exprime la partie linéaire du tenseur de Green	27
b_j	: largeur d'une maille de la section droite	28
c	: chaleur spécifique d'un matériau	96
C	: terme de capacité dans l'équation de la chaleur	99
e	: excentricité d'une charge	191
e_i	: épaisseur d'une maille de la section droite	28
E_t	: module d'élasticité tangent	27
E_0	: module d'élasticité à l'origine	56
E^*	: module d'écrouissage	56
E^-	: module de la branche descendante du béton	66
F	: force de volume	19
F_{ij}	: facteur de forme	145
g	: charge thermique	99
h	: coefficient d'échange par convection	91
$h_{i\alpha}$	: fonction d'interpolation	20
K	: terme de conductivité dans l'équation de la chaleur	99
K°	: matrice de rigidité infinitésimale	28
K^1	: matrice des contraintes initiales	30

K^t	: matrice de rigidité tangente	32
M	: moment de flexion	34
N	: effort normal	34
p	: teneur en eau	114
P	: force nodale appliquée	31
P^*	: force nodale interne	34
q	: déplacement nodal	20
q_c	: flux de puissance calorifique de convection	91
q_r	: flux de puissance calorifique de radiation	93
Q	: source interne dans l'équation de la chaleur	96
Q_e	: chaleur de vaporisation de l'eau	114
R	: force hors équilibre	33
R_f	: résistance au feu	156
R'_w	: résistance sur cube du béton	177
t	: temps	89
T_G	: température des gaz de combustion	89
T_0	: température initiale	89
T_S	: température à la surface du solide	91
$T_{i,j}$	: température dans une maille de la section droite	101
y	: champ de déplacement incrémental	18

α^*	: coefficient d'échange thermique	102
γ	: position d'équilibre du corps	18
ΔH	: déplacement horizontal	195
ΔV	: déplacement vertical	195
ϵ_{th}	: déformation thermique	49
ϵ_{σ}	: déformation reliée à la contrainte	54
ϵ_e	: déformation élastique	57
ϵ_{pl}	: déformation plastique	57
ϵ_{ult}	: déformation ultime du béton	65
ϵ_t	: déformation totale	76
ϵ^*	: émissivité relative	93
η	: partie linéaire du tenseur de Green	19
θ	: paramètre du schéma d'intégration temporelle	103
λ	: conductivité thermique d'un matériau	96
μ	: partie quadratique du tenseur de Green	19
ρ	: masse spécifique d'un matériau	96
σ	: contrainte	25
σ_y	: limite d'élasticité de l'acier	56
σ_{ult}	: contrainte ultime de compression du béton	65
σ_{ult}^t	: contrainte ultime de traction du béton	65
σ^*	: constante de Stefan-Boltzmann	93
ψ	: fonction réductrice de la température	225

CHAPITRE I - INTRODUCTION

I.1 - NATURE DU PROBLEME

La manière la plus efficace de lutter contre les effets néfastes d'un incendie est d'éviter son déclenchement. Lorsque, malgré les mesures de prévention, un incendie survient, il importe que la détection et l'alarme soient aussi rapides que possible. Dans ce cas, une extinction automatique du foyer naissant peut être envisagée (sprinkler). Malheureusement l'expérience montre que, malgré toutes les précautions prises, ces trois stades (prévention-détection-extinction) sont trop souvent dépassés. Des incendies se déclarent malgré tout.

Lorsque cette éventualité néfaste se produit, un compartimentage adéquat permet de limiter le développement dans l'espace de l'incendie qui fait rage. La conception du bâtiment doit, à ce moment, permettre de limiter les effets dangereux liés au feu, notamment grâce au choix de matériaux ne dégagant pas de fumées nocives ou à la présence d'exutoires pour ces fumées. Bien sûr, une évacuation rapide des personnes est absolument essentielle.

Cependant, pour que les mesures qui concernent le compartimentage, la nocivité et l'évacuation puissent produire leurs effets, il est nécessaire que l'intégrité de la structure portante soit maintenue durant un temps suffisant. Bien sûr, la majorité des décès survenus aux occupants de bâtiments incendiés sont dus à l'asphyxie (voire aux brûlures) plutôt qu'à un effondrement de la structure. Cependant les personnes qui se sont retrouvées bloquées aux étages supérieurs d'un immeuble-tour dont la base était en flammes ont bien compris que leur survie dépendait, autant que d'un bon compartimentage et d'une possibilité de fuite, aussi de la stabilité des étages inférieurs. Les pompiers également qui, grâce à leur équipement spécial, sont amenés à intervenir dans des bâtiments en proie aux flammes, doivent pouvoir compter sur une bonne résistance au feu de la structure. Enfin, même en dehors de toute considération relative aux personnes, on peut avoir intérêt à éviter l'effondrement d'un bâtiment afin de permettre des réparations et ainsi de réduire le coût lié à l'incendie (cas des entrepôts industriels).

Ainsi donc, une bonne résistance au feu de la structure est une condition non suffisante mais nécessaire pour limiter les effets néfastes d'un incendie.

On n'imagine plus aujourd'hui de concevoir un bâtiment sans se soucier de sa résistance au feu, ou de se limiter à ce propos à l'utilisation de règles empiriques. La première méthode scientifique destinée à prévoir la durée de résistance au feu d'une structure fut la réalisation d'essais en vraie grandeur. A l'heure actuelle (1985), cette méthode est en principe la seule qui soit admise légalement dans notre pays. Elle est donc encore très employée.

Si les tests en vraie grandeur possèdent des avantages irremplaçables, surtout en ce qui concerne l'observation de désordres locaux, ils ont aussi certains inconvénients. Le premier de ceux-ci est lié à la taille des fours d'essais. Le plus souvent, on reste limité à des éléments de structure simples : une poutre, une colonne, voire un cadre simple pour les plus grands fours. Des limites physiques existent aussi concernant la capacité portante des ponts levants dans les laboratoires, la grandeur des charges à appliquer ou le type de condition d'appui à réaliser. Enfin, des impératifs de délais et de coûts rendent impossible la conduite d'une étude paramétrique comme, par exemple, l'influence de la longueur de flambement sur la charge portante d'une colonne.

Il est donc nécessaire de disposer de méthodes théoriques basées sur le comportement réel des matériaux et permettant de calculer la résistance au feu des structures. L'objectif fixé pour la présente étude est l'élaboration d'une méthode de calcul de la résistance au feu des ossatures planes qui, tout en ayant un large domaine d'applicabilité, permette en particulier de traiter le problème non encore résolu des éléments mixtes acier-béton.

I.2 - ETAT DE LA QUESTION

Certains types de matériau ou de structure se prêtent mieux à l'établissement de méthodes de calcul simples, grâce à certaines de leurs propriétés physiques.

C'est notamment le cas des structures en bois dont on peut calculer directement la charge de ruine grâce notamment au fait que l'allongement thermique de ce matériau est nul. La connaissance de la vitesse de pénétration de la carbonisation et de la variation avec la température des propriétés mécaniques permettent un calcul semblable à celui qui serait conduit à température ordinaire. En effet, l'allongement thermique inexistant entraîne l'absence de contraintes thermiques sur la section droite ainsi que l'absence de variation des sollicitations même dans les structures hyperstatiques. On consultera à ce propos [B6] et [7].

Dans le cas des structures en acier, la grande conductivité thermique du matériau permet de considérer l'hypothèse de température uniforme sur la section droite des éléments. Ainsi donc, il n'apparaît pas de contraintes thermiques sur la section droite autres que celles qui sont dues aux variations des réactions d'appuis dans le cas des structures bridées. Dans ce cas, les sollicitations de bridage doivent être calculées par une méthode classique de résolution des structures. Si on connaît la manière dont s'échauffent les différentes sections et la variation avec la température des caractéristiques mécaniques de l'acier, on peut également effectuer un calcul plastique d'une structure en acier. Dans ce type de calcul, on néglige habituellement les non-linéarités géométriques. Des incertitudes demeurent, notamment en ce qui concerne le flambement des colonnes sous compression et flexion combinée. A propos du calcul des éléments en acier, on consultera [1].

Le béton quant à lui, est caractérisé par une faible conductivité thermique. Dans les éléments où ce matériau intervient, le champ thermique est fortement non uniforme et transitoire. Il ne peut être déterminé que par des techniques numériques. Dans le cas du béton armé, les sections d'acier sont faibles devant la quantité de béton, et on les néglige lors du calcul des températures. Pour les sections de formes simples (dalles, poutres rectangulaires ou en tôle), on présente les résultats types sous

forme de graphiques ou de tableaux. Ceux-ci peuvent être utilisés pour effectuer un calcul à la ruine qui n'est possible que moyennant certaines simplifications (par exemple la capacité portante du béton est intégralement maintenue aux températures inférieures à 500°C, alors qu'elle disparaît totalement pour des températures supérieures).

Le plus souvent, toutefois, la rupture des structures en béton armé survient par allongement excessif de l'armature de traction. On a ainsi développé le concept de température critique dans l'armature et des indications pratiques sont données à propos des enrobages d'armature et des dimensions de la section qui assurent telle ou telle résistance au feu. Ces recommandations pratiques sont déduites des champs thermiques calculés numériquement puis confrontés à des essais réels. Si elles s'appliquent assez simplement dans le cas des structures isostatiques, celui des structures hyperstatiques est en général beaucoup plus complexe. A propos du calcul des éléments en béton armé, on pourra consulter [D6].

Dans le domaine des constructions mixtes, la présence dans une même section de deux matériaux différents comme l'acier et le béton, chacun en quantité importante, rend la solution du problème encore plus difficile. Ces deux matériaux possèdent des caractéristiques thermiques différentes. Le champ de température sur la section droite est fortement non-uniforme et transitoire. Il ne peut être déterminé que par des techniques numériques. Le calcul de la capacité portante relative à ces éléments est compliqué car chaque point de la section droite possède à chaque instant sa propre température et donc ses propres caractéristiques mécaniques. Le concept de température critique n'est plus valable puisque, même dans l'acier, la température n'est pas uniforme. Des méthodes de calcul simplifiées ont toutefois été développées pour certains types de sections particulières.

1. Pour ses colonnes et poutres AF (chap.VII) ARBED a développé une méthode de calcul à la ruine basée sur des réductions de la section résistante et sur la diminution des caractéristiques mécaniques des matériaux [8-9]. Cette méthode simple donne de bons résultats dans son domaine d'application. Elle possède cependant de nombreuses limitations : dans les colonnes, la charge doit être axiale et la hauteur est limitée, la section droite ne doit pas être trop petite.

On se limite aux éléments simples (poutre ou colonne).

2. Pour ses colonnes composées de tubes en acier remplis de béton, COMETUBE a mis au point une méthode de calcul de la charge critique. Cette méthode impose l'utilisation de coefficients minorateurs pour les colonnes peu armées, de faible élancement ou fortement chargées. Les moments de flexion sont introduits sous la forme d'un coefficient de majoration de la charge qui est fonction de l'excentricité. On consultera à ce propos [G1].
3. Un type particulier de poutre est constitué par un profil en acier laminé, au dessus duquel se trouve une dalle en béton. Les deux matériaux acier et béton sont présents en quantités importantes et agissent en collaboration pour la reprise des charges extérieures. Il s'agit donc bien d'une structure mixte. Cependant, les deux matériaux ne sont pas mêlés intimement et le champ thermique se détermine facilement si on considère que dans la poutrelle en acier la température est uniforme et que dans la dalle en béton l'écoulement thermique est unidimensionnel. Pour ce type particulier de structure, un calcul à la ruine est aussi possible.

Outre le fait qu'elles sont limitées à un type particulier de matériau ou de section droite, ces méthodes à la ruine négligent deux phénomènes importants :

1. Les allongements thermiques différentiels dans une section droite ont un effet important au niveau des déformations de la structure, des sollicitations, des contraintes. Les contraintes thermiques qui apparaissent ainsi influencent la capacité portante d'une structure et il importe d'en tenir compte.
2. Les déformations d'une structure soumise à l'incendie sont souvent très grandes comparées aux déformations dans les conditions habituelles de service. Ces changements de géométrie modifient les sollicitations et il importe d'en tenir compte également.

Comme les contraintes thermiques et les déformations de la structure varient au fur et à mesure du déroulement de l'incendie (ou de l'essai), une solution satisfaisante à ce problème ne peut être obtenue que par la simulation numérique, grâce à une technique pas à pas, de l'essai permettant de décrire correctement l'état de la structure à chaque instant et retraçant ainsi tout l'historique de l'élément testé ou incendié. Il est généralement admis que cette voie est la plus porteuse d'avenir et c'est dans celle-là que se dirigent la majorité des recherches entreprises dans le domaine.

Des programmes numériques ont déjà été développés par ailleurs. Les premiers travaux sur le sujet sont généralement attribués à l'équipe du Professeur BRESLER qui, à Berkeley, développe en 1974 les programmes FIRES-T [B7] et FIRES-RC [B3] permettant l'analyse thermique (élément fini à deux dimensions) et le calcul statique des éléments en béton armé. Une matrice de rigidité sécante est utilisée et le moment de flexion est constant sur l'élément. En 1977, IDING, BRESLER et NIZAMUDDIN présentent une version modifiée des programmes précédents : FIRES-T3 [I1] (trois dimensions) et FIRES-RCII [I2]. On utilise cette fois une matrice de rigidité tangente et le moment de flexion peut varier linéairement sur l'élément. Plus récemment, le programme FASBUS-II [I3] a été développé pour l'analyse des planchers à ossature en acier.

Prenant comme point de départ le programme FIRES-RC, ANDERBERG réussit en 1976 à introduire dans le calcul numérique des éléments en béton armé les résultats de ses travaux sur le comportement mécanique des matériaux [A4, A5]. En 1982, FORSEN utilise le programme thermique TASEF-2 de WICKSTROM [W1] et poursuit le travail d'ANDERBERG en introduisant la prise en compte des éléments précontraints et les effets de changement de géométrie [F2]. Son programme CONFIRE ne s'applique qu'aux sections rectangulaires de béton armé.

Une autre école importante en ce qui concerne le calcul numérique des éléments soumis à l'incendie est celle de l'Université de Braunschweig en Allemagne. En 1976, KLINGSCH [K2] simule des essais au feu sur colonnes élancées en béton armé. Les cas étudiés sont bi-ou tridimensionnels et les effets des grands déplacements sont pris en compte.

Une année plus tard, HAKSEVER [H8] étend cette méthode des forces au cas des cadres en béton armé. Par la suite, ces travaux ont été poursuivis, simultanément aux recherches entreprises à Liège, par QUAIST, HASS et RUDOLPH [Q1] pour permettre l'analyse d'éléments mixtes linéaires (une colonne ou une poutre). A Braunschweig également, WALTER [W2] a conduit, à partir de 1981, des recherches théoriques dans le but de déterminer les forces de blocages et les déplacements horizontaux de dalles en béton armé.

En ce qui concerne l'application des éléments finis à l'analyse d'éléments en acier soumis à l'incendie, on peut citer les publications de CHENG en 1975 [C4], de HARMATHY en 1976 [H9], de FURUMORA en 1978 [F7] et de BABA en 1981 [B9].

Lorsque cette étude a débuté (1982), le problème du calcul numérique de la résistance au feu des éléments mixtes acier-béton n'était donc pas résolu.

La présente étude trouve sa filiation dans les travaux de J.C. DOTREPPE. Celui-ci, dans le cadre de sa thèse d'agrégation de l'enseignement supérieur [D2] a développé un code de calcul permettant l'analyse de la résistance au feu d'éléments fléchis, sans tenir compte des changements de géométrie. Bien que son programme ne s'applique qu'aux sections en acier ou en béton armé, le principe de la division de la section droite en un maillage rectangulaire (voir § II.2.3) est déjà appliqué. Ces travaux constituaient donc une base idéale pour les développements envisagés.

La connaissance de la température à chaque instant en tout point de l'élément est nécessaire pour permettre le calcul de la stabilité d'une structure soumise au feu. La détermination d'un champ thermique transitoire, même dans le cas de solides hétérogènes dont les propriétés thermiques dépendent de la température, a déjà fait l'objet de nombreux travaux précédents. Des modèles mathématiques et des méthodes de résolution existent. Celles-ci peuvent être appliquées après quelques adaptations d'ordre pratique destinées à mieux rencontrer certaines exigences posées par le type particulier d'élément que nous voulons analyser : l'élément mixte acier-béton.

La situation est moins claire, par contre, en ce qui concerne les propriétés thermiques des matériaux (acier - béton - isolant). En effet, malgré les très nombreux tests qui ont été conduits afin de déterminer ces caractéristiques, on ne peut pas considérer à l'heure actuelle (1985) que des recommandations précises et acceptées internationalement aient pu être dégagées. Il importera donc d'effectuer un choix à ce propos et de vérifier la bonne concordance entre la réalité et les températures calculées sur base de ces hypothèses.

En ce qui concerne les lois de comportement des matériaux, c'est-à-dire les relations existant entre température, contrainte et déformation, on observe une situation à peu près semblable. De très nombreux tests ont été effectués tant sur l'acier que sur le béton. Sur base de ces observations expérimentales, plusieurs auteurs ont présenté des modèles théoriques susceptibles de représenter le comportement mécanique des matériaux. On citera, par exemple, les importants travaux de ANDERBERG [A2, A3, A4, A5], ou bien ceux de SCHNEIDER [S4, S5, S7]. Hélas, comme pour les propriétés thermiques des matériaux, aucun modèle n'a réussi à s'imposer sur le plan international. Il semble plutôt que chacun reste farouchement attaché à son propre modèle et que chaque auteur de programme utilise ses propres lois de comportement des matériaux qui présentent toujours l'une ou l'autre particularité par rapport aux lois des autres chercheurs. Il importera donc, dans ce domaine également, d'examiner les différentes solutions qui ont été proposées et de juger si l'une d'entre elles peut être adoptée ici. On notera cependant que les modèles "béton" ont été développés en vue d'applications pour le béton armé et que les modèles "acier" ont été développés en vue d'application pour des structures en acier ou en béton armé. Il n'est pas certain que la juxtaposition d'un modèle "acier" et d'un modèle "béton" développés dans ces conditions, fournisse un modèle satisfaisant pour la construction mixte acier-béton.

I.3 - APPORTS PERSONNELS

Au terme de cette étude, on peut considérer qu'un pas décisif a été franchi en ce qui concerne l'étude du comportement au feu des structures mixtes acier-béton. En effet, on dispose maintenant d'une méthode numérique qui, étant basée sur les propriétés caractéristiques des matériaux et sur la réalité des phénomènes physiques, permet de déterminer de manière réaliste la résistance au feu d'une structure. La méthode de calcul développée dans le cadre de ce travail se distingue de toutes les méthodes existant jusqu'à ce jour pour le calcul des structures mixtes soumises au feu.

En effet, les méthodes manuelles ne fournissent comme résultat qu'une valeur de ruine, c'est-à-dire la charge maximum que peut supporter un élément pour atteindre une résistance au feu déterminée. Au contraire, grâce au calcul numérique, il est maintenant possible de simuler, minute après minute, tout le comportement de la structure au cours de l'incendie. C'est ainsi que, à tout instant, on connaît l'état de déformation de cette structure et les contraintes qui existent au sein des matériaux.

Il s'agit là d'un apport essentiel pour deux raisons principales. Tout d'abord, l'existence des grandes déformations et la présence des contraintes thermiques influencent la durée de résistance au feu, et donc la charge de ruine. C'est ainsi, par exemple, que la prise en compte des changements de géométrie a permis l'analyse de colonnes avec grande longueur de flambement, un domaine qui était inaccessible aux méthodes manuelles développées pour certaines colonnes mixtes. Ensuite, la connaissance de la durée de résistance au feu n'est pas toujours suffisante. Dans le cas des poutres notamment on désire souvent obtenir des renseignements sur la déformation ou sur la vitesse de déformation. Ceux-ci ne sont accessibles que par une méthode pas-à-pas.

L'intérêt de la méthode proposée réside également dans le fait que son application n'est pas limitée à un seul type de section droite, comme c'est le cas pour la plupart des méthodes manuelles. Le code de calcul élaboré dans le cadre de cette étude permet de considérer différentes configurations de la section droite, représentée par un maillage rectangulaire. Une limitation très sévère a donc été abolie.

C'est ainsi que, dans le cadre de cette étude, on a pu pour la première fois étudier de manière scientifique le comportement de certains éléments (colonnes hexagonales, colonnes comprenant des demis té) qu'il était impossible d'appréhender jusqu'à ce jour, à cause de la forme de leur section droite.

On remarquera également que les méthodes existant jusqu'à ce jour étaient limitées chacune à un seul type de sollicitation : flexion ou compression. Il est maintenant possible d'étudier, à l'aide d'une seule méthode de calcul, des structures soumises à différents types de sollicitations combinant la flexion et la compression. C'est ainsi que des colonnes soumises à flexion composée ont pu être analysées avec succès dans le cadre de ce travail alors que, jusqu'à présent, ce problème n'était qu'imparfaitement résolu à l'aide d'artifices plus ou moins valables (charge centrée "équivalente" le plus souvent).

Enfin, la modification des sollicitations, qui résulte surtout des contraintes thermiques et qui est particulièrement importante pour les structures hyperstatiques, est prise en compte automatiquement par cette méthode de calcul. Les effets de bridage sont évalués tout au long de l'essai et on connaît à chaque instant la valeur des réactions d'appuis et des sollicitations en chaque point de la structure. C'est à cette condition seulement que le calcul des poutres encastrees - appuyées et des cadres une fois hyperstatiques a pu être effectué. Il s'agit là d'une amélioration importante par rapport à ce qui existait jusqu'à présent comme méthode de calcul.

Pour arriver à ce résultat, on a repris le schéma d'intégration numérique sur les deux dimensions de la section droite (qui avait déjà été utilisé par certains auteurs) en adaptant, en améliorant ou en corrigeant certains schémas théoriques. La facette la plus originale de notre code numérique réside dans le fait que, à cause de la présence de matériaux différents, à cause des contraintes thermiques et à cause des différences de température, chaque point matériel suit en fait une loi de comportement différente (voir chapitre III).

Comme il n'existe pas de solution universellement admise pour les lois de comportement des matériaux, nous avons entrepris une étude bibliographique concernant les résultats d'essais et les modèles théoriques proposés. Nous avons ainsi défini des lois uniaxiales de comportement pour les matériaux acier et béton (voir chapitre III). Nous avons montré par expérimentation numérique que, si la prise en compte de l'écrouissage de l'acier est essentielle, il est possible d'obtenir des résultats satisfaisants lors de l'analyse des structures mixtes, même si on ne considère pas les effets du fluage de manière explicite.

L'application des théories sur la stabilité des schémas d'intégration numérique nous a permis de définir de manière exacte le critère du pas de temps lorsque, dans l'analyse thermique par une méthode explicite aux différences finies, différents matériaux et différentes dimensions du maillage sont présents. Le pas de temps exact qui est ainsi calculé est, pour les types de sections que nous avons étudiés, couramment supérieur ou égal à 1,5 fois le pas de temps fourni par le critère approché qui est généralement proposé (voir chapitre IV).

Lors du calcul des températures, l'influence de l'eau libre est prise en compte, non seulement lors de son évaporation, mais également lors de son éventuelle recondensation dans les zones plus froides (voir chapitre IV). A notre connaissance, c'est la première fois qu'une tentative de ce genre est appliquée au calcul des structures soumises à l'incendie.

A cause des différences qui existent parfois entre les valeurs recommandées dans la littérature pour les propriétés thermiques des matériaux, on a dû effectuer certains choix et vérifier la validité de ceux-ci par la comparaison entre températures calculées et températures mesurées.

La réalisation de 15 essais en vraie grandeur liée à cette étude constitue un apport original des plus importants. On peut signaler que certains tests effectués lors de cette campagne d'essais constituent de véritables premières : colonnes très massives en acier, colonne octogonale, poutre mixte à dalle non collaborante, cadres mixtes. Les enseignements d'ordre pratique et les informations sur le comportement de ces structures constituent un apport très important (voir deuxième partie).

Si cet apport expérimental est essentiellement original, il faut signaler que ces essais ont eu lieu dans le cadre d'une recherche ARBED-CECA et qu'ils ont été réalisés en étroite collaboration avec Monsieur SCHLEICH, Chef du Service R.P.S. de ARBED-Recherches Luxembourg.

Par l'application du code de calcul développé dans le cadre de cette étude, on a pu dégager des essais réels certaines indications qu'on n'aurait pas pu obtenir par la seule expérimentation :

- Echanges radiatifs moins importants dans certaines parties des sections concaves.
- Validité de l'hypothèse de température uniforme dans le cas des sections très massives en acier.
- Influence assez limitée de la teneur en eau libre.
- Grande importance des gradients thermiques.
- Extrême sensibilité des résultats à la déformée initiale du profil et à l'excentricité accidentelle de la charge, dans le cas des colonnes soumises à compression pure.
- Importance du refroidissement axial sur le gain de résistance lié à l'hyperstaticité d'une poutre.

PREMIERE PARTIE : LA METHODE DE CALCUL

Ce travail est divisé, dans sa présentation, en deux parties distinctes. La première partie est consacrée à l'exposé de la méthode de calcul développée pour l'évaluation de la résistance au feu des structures mixtes acier-béton, alors que la deuxième partie illustre par quelques exemples la manière dont l'application de cette méthode permet de retirer des enseignements précieux sur le comportement des structures soumises au feu.

Dans la première partie, on examine successivement la méthode des éléments finis sur laquelle est basée la résolution pas-à-pas, puis les relations qui existent au sein des matériaux entre contraintes, déformations et températures. On explique également la façon dont les températures sont calculées au sein des matériaux. Enfin, on donne quelques informations sur le code de calcul numérique dans lequel sont intégrés les éléments théoriques cités ci-dessus.

CHAPITRE II - EQUATIONS DE RESOLUTION DU PROBLEME STATIQUE

Dans ce chapitre, on présente l'équation générale d'équilibre basée sur le principe des travaux virtuels. Après avoir décrit le type d'élément choisi et les hypothèses qui s'y rattachent, on donne la forme que cette équation présente lorsque le champ de déplacements est discrétisé. On particularise pour le calcul de la matrice de rigidité et des forces hors équilibre. Enfin, on aborde le problème du processus de convergence vers l'équilibre ainsi que le test qui lui est associé.

Toute cette étude se place dans le cadre habituel du référentiel cartésien et de la description de Lagrange, c'est-à-dire que le mouvement d'un corps est décrit en suivant les trajets des différentes particules qui forment ce corps, à partir d'une position de référence. Cette description lagrangienne est celle qui convient le mieux pour étudier les problèmes des structures de la construction parce que les équations non linéaires d'équilibre s'y formulent et s'y résolvent mieux et parce que la configuration de référence revêt une signification naturelle.

II.1 - EQUATION GENERALE D'EQUILIBRE

II.1.1 - Principe des travaux virtuels en description lagrangienne totale

L'équation générale d'équilibre d'un corps déformable peut s'écrire sur base du théorème des déplacements virtuels.

Si un corps déformable en équilibre dans la configuration γ_n , par rapport à la configuration initiale Γ , est soumis à un champ de déplacements virtuels et cinématiquement admissibles, le travail virtuel des forces extérieures et celui des forces internes sont égaux

$$\int_V S_{ik} \delta E_{ik} dV = \int_V F_j \delta u_j dV + \int_A T_j \delta u_j dA \quad (II.1)$$

S_{ik} : contrainte dans la configuration γ_n (*)

F_j : force de volume

T_j : traction de surface

δu_j : déplacement virtuel à partir de la configuration γ_n

δE_{ik} : variation du tenseur de Green correspondant à la variation du champ de déplacement δu_i

$$= \frac{1}{2} (\delta u_{i,k} + \delta u_{k,i} + u_{j,i} \delta u_{j,k} + u_{j,k} \delta u_{j,i})$$

Si u est le champ de déplacement réel depuis Γ vers γ_n (figure II.1)

Ce théorème est établi à partir des équations d'équilibre du corps, il exprime cet équilibre et est indépendant du matériau constituant. Pour sa démonstration, on consultera par exemple [F1].

Le mode de représentation utilisé ici prend constamment comme référence la configuration initiale Γ du corps. On l'appelle Description Lagrangienne Totale (DLT).

(*) Il s'agit des contraintes de Piola-Kirchoff n°2 définies par exemple dans [F1].

L'application du théorème (II.1) ci-dessus, conduit à des équations hautement non linéaires. Celles-ci définissent la rigidité dite sécante du corps, ainsi que l'illustre la figure II.2 dans un cas à une dimension.

II.1.2 - Expression incrémentale du principe des travaux virtuels en D.L.T.

Il est profitable dans beaucoup d'applications d'établir une version linéarisée des équations mentionnées au paragraphe précédent.

Pour ce faire, on considérera une position d'équilibre du corps γ_n et une position très voisine incrémentée γ_{n+1} (figure II.3). On passe de la position γ_n à γ_{n+1} par une variation du mouvement qui est supposée suffisamment petite pour que les produits des composantes du déplacement soient négligeables devant ces composantes elles-mêmes.

En écrivant le théorème des travaux virtuels dans chacune des deux positions voisines, en soustrayant celui relatif à γ_n de celui établi en γ_{n+1} , et en négligeant les produits des accroissements, on obtient l'expression incrémentale du principe des travaux virtuels.

$$\int_V (S_{ik} \delta \mu_{ik} + R_{ik} \delta \zeta_{ik}) dV = \int_V \Delta F_j \delta v_j dV + \int_A \Delta T_j \delta v_j dA \quad (II.2)$$

S_{ik} : contrainte de Piola-Kirchoff n°2 dans la configuration γ_n

R_{ik} : accroissement des contraintes de PK2 entre γ_n et γ_{n+1}

ΔF_j : " " " forces de volume " " "

ΔT_j : " " " tractions de surface " " "

v_j : variation du mouvement " " "

μ_{ik} : partie non linéaire de l'accroissement du tenseur des déformations.

$$= \frac{1}{2} v_{j,i} v_{j,k}$$

ζ_{ik} : partie linéaire de l'accroissement de la déformation.

$$= \frac{1}{2} (z_{j,k} v_{j,i} + z_{j,i} v_{j,k})$$

z_j : coordonnée de la configuration γ_n par rapport à Γ .

La démonstration de ce principe se trouve dans [F1].

Les équations que l'on peut déduire du théorème (II.2) ci-dessus sont linéaires. Elles permettent de calculer, par applications successives, la position γ_{n+1} à partir de la position γ_n et de ses caractéristiques. Elles définissent la rigidité dite tangente du corps, ainsi que l'illustre la figure II.4 dans un cas à une dimension.

L'expression incrémentale développée dans ce paragraphe se situe toujours dans le cadre de la D.L.T. puisqu'elle résulte de la différence entre deux expressions écrites par rapport à la configuration d'origine r .

II.1.3 - Expression incrémentale du principe des travaux virtuels en description lagrangienne relative

Les deux expressions précédentes du théorème des travaux virtuels sont établies en prenant constamment comme référence la configuration initiale r du corps. La description lagrangienne n'oblige pas à se reporter à la configuration initiale, mais c'est la méthode la plus utilisée, peut-être parce que l'état initial d'un corps paraît être une référence naturelle.

En fait, on peut utiliser comme référence tout état connu de la structure. Dans l'optique d'un principe incrémentiel, où l'on veut trouver une configuration voisine à partir d'une configuration donnée, il semble logique d'employer comme configuration de référence cette dernière situation donnée. On se situe alors dans le cadre de la Description Lagrangienne Relative (D.L.R.) et l'expression incrémentale linéarisée du principe des travaux virtuels est la suivante [F1]:

$$\int_V (\sigma_{ik} \delta u_{ik} + r_{ik} \delta n_{ik}) dV = \int_V \Delta F_j \delta v_j dV + \int_A \Delta T_j \delta v_j da \quad (II.3)$$

σ_{ik} : contraintes vraies dans γ_n

r_{ik} : contraintes incrémentielles linéaires

ΔF_j : accroissement des forces de volume entre γ_n et γ_{n+1}

ΔT_j : " " des tractions de surface " "

v_j : champ de déplacement " "

μ_{ik} : partie quadratique du tenseur de Green correspondant à v

n_{ik} : partie linéaire " " " " " "

Si l'on compare ce formalisme à celui de la D.L.T., on constate que cette fois, le champ incrémental χ est le seul qui apparaît. Le champ total u est absent et le terme de couplage

$$\frac{1}{2} (u_{j,k} v_{j,i} + u_{j,i} v_{j,k})$$

a disparu. C'est l'un des gros avantages de la D.L.R. sur la D.L.T.

Dans la suite de ce travail, on appliquera l'expression incrémentale des travaux virtuels en description lagrangienne relative, c'est-à-dire l'expression (II.3) ci-dessus.

II.2 - FORMULATION DE L'EQUATION D'EQUILIBRE APPLIQUEE AUX ELEMENTS FINIS

II.2.1 - Discretisation du champ de déplacement

Selon la technique habituelle des éléments finis de déplacement, on fait choix d'un champ de déplacement sur tout le domaine occupé par l'élément. Ce champ $\chi(e)$, destiné à représenter au mieux le champ réel χ , est une combinaison des N inconnues nodales, déterminée par les fonctions d'interpolation. Les inconnues nodales sont en fait les valeurs des déplacements aux différents noeuds de l'élément. On écrit

$$v_i(e) = h_{i\alpha} q_\alpha \quad (II.4)$$

$v_i(e)$: ième composante du champ de déplacements discrétisé

q_α : ($\alpha = 1, 2, \dots, N$) les N inconnues nodales de l'élément

$h_{i\alpha}$: fonction d'interpolation montrant l'influence du déplacement nodal q_α sur la ième composante de $\chi(e)$

L'élément fini qui est utilisé dans cette étude est un élément du type poutre et possède un noeud à chacune de ses extrémités. On appellera "axe de référence" de la poutre la ligne droite joignant les deux noeuds de l'élément. Il s'agit donc d'une ligne fictive de l'espace au contraire de la "fibre moyenne" qui est le lieu des points matériels de l'élément qui joignent les deux noeuds lorsque la poutre n'est pas déformée. A ce moment, l'axe de référence coïncide avec la fibre moyenne mais cette dernière est la seule qui se déforme avec

l'élément (voir figure II.5).

On se limite à l'étude des forces et des déplacements situés dans un plan qui comprend l'axe de référence de la poutre. Le nombre de composante du champ de déplacement discrétisé est donc réduit à deux :

$v_1(e)$: composante du déplacement parallèle à l'axe moyen de la poutre

$v_2(e)$: composante du déplacement perpendiculaire à l'axe moyen.

Les degrés de liberté de chacun des deux noeuds sont au nombre de trois : deux translations et une rotation. Les 6 inconnues nodales de l'élément sont représentées à la figure II.6.

Comme nous nous trouvons dans la cadre de la description lagrangienne relative, le champ de déplacement que nous devons décrire est le champ incrémentiel χ obtenu à partir de la position d'équilibre précédente. Or, dans cette position, et en toute généralité, la poutre avait déjà été déplacée comme un corps rigide, mais elle avait également subi des déformations. De la sorte, les fibres de la poutre n'étaient pas nécessairement parallèles à l'axe de référence. La poutre présentait déjà une certaine courbure. Le champ incrémentiel exact est donc le champ χ représenté sur la figure II.5. Afin d'obtenir une expression plus simple du champ discrétisé $\chi(e)$, nous utiliserons l'approximation

$$\chi^* \approx \chi$$

et décrirons le champ incrémentiel à partir d'une position rectiligne de l'élément. Nous nous plaçons ainsi dans le cadre de la description lagrangienne relative approchée, appelée aussi Description Lagrangienne Actualisée Approchée (D.L.A.A.).

Cette simplification n'est bien entendu valable que si les déformations sont suffisamment petites, ce qui impose une discrétisation assez fine, c'est-à-dire un plus grand nombre d'éléments (voir figure II.7). Dans le cadre de la présente étude, cette restriction n'a pas une portée très importante. En effet, à cause du comportement hautement non linéaire

des matériaux, il est de toute façon nécessaire de discrétiser assez finement si l'on veut, par exemple, décrire correctement l'apparition et l'extension progressive des zones de plastification.

Par la suite, nous utiliserons la notation $v(e)$ pour le champ approché, l'approximation ayant été bien définie.

On suppose que, dans l'élément, l'hypothèse de Bernoulli est respectée, c'est-à-dire que les sections planes perpendiculaires à la fibre moyenne restent planes et perpendiculaires à la fibre moyenne au cours du processus de déformation. On dira que l'élément est du type "poutre d'ingénieur", par opposition à la "poutre de Hencky" dont les sections droites peuvent subir une rotation par rapport à la fibre moyenne.

Une des particularités de l'élément poutre est de présenter un niveau supplémentaire dans la discrétisation du champ de déplacement. En effet, on décrit d'abord la façon dont les déplacements de la fibre moyenne sont influencés par les déplacements nodaux, après quoi il reste à décrire les déplacements d'un point quelconque de l'élément à partir des déplacements de la fibre moyenne.

1ère étape : déplacements de la fibre moyenne = f (déplacements nodaux).

Si x et y sont les coordonnées des points dans l'élément (fig.II.6),

$U_0(x)$ est le déplacement longitudinal de la fibre moyenne

$V_0(x)$ est le " transversal " " "

$\theta_0(x)$ est la rotation " " " (fig.II.8)

2ème étape : déplacements d'un point quelconque = f (déplacements de la fibre moyenne).

Le champ de déplacement devrait donc s'écrire, d'après les considérations géométriques qui résultent de la fig.II.8,

$$v_1(e) = U_0(x) - y \sin \theta_0(x) \quad (II.5)$$

$$v_2(e) = V_0(x) - y (1 - \cos \theta_0(x))$$

Cependant, on sait que les déplacements de la structure lors de son chargement ou pendant l'incendie seront décrits pas à pas en une succession d'incréments qui font passer la structure d'un état γ_n vers un état voisin γ_{n+1} . Si on suppose que deux états successifs sont suffisamment proches pour que les incrément de déformation restent petits et que les incrément de rotation soient modérés, c'est-à-dire si

$$\sin \theta_o(x) \approx \theta_o(x)$$

$$\cos \theta_o(x) \approx 1$$

on peut utiliser comme champ de déplacement incrémentiel le même champ que lors d'une analyse infinitésimale :

$$\begin{aligned} v_1(e) &= U_o(x) - y \theta_o(x) \\ v_2(e) &= V_o(x) \end{aligned} \quad (II.6)$$

Si, enfin, on introduit l'hypothèse de Bernoulli,

$$\theta_o = \frac{dV_o}{dx}$$

$$\text{alors, } v_1(e) = U_o(x) - y \frac{dV_o(x)}{dx} \quad (II.7)$$

$$v_2(e) = V_o(x)$$

Si maintenant nous exprimons que, aux noeuds

$$v_i(e) = q_i$$

c'est-à-dire, par exemple, en $x = 0$ $U_o(x) = q_1$

en $x = L$ $V_o(x) = q_5$

nous pouvons expliciter l'expression (II.4) de la manière suivante :

$$v_i(e) = h_{i\alpha} q_\alpha \quad \begin{aligned} i &= 1, 2 \\ \alpha &= 1, \dots, 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{avec } h_{11} &= 1 - \frac{x}{L} & h_{21} &= 0 \\
 h_{12} &= -y \left(-\frac{6x}{L^2} + \frac{6x^2}{L^3} \right) & h_{22} &= 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\
 h_{13} &= -y \left(1 - \frac{4x}{L} + \frac{3x^2}{L^2} \right) & h_{23} &= x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\
 h_{14} &= \frac{x}{L} & h_{24} &= 0 \\
 h_{15} &= -y \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{6x^2}{L^3} \right) & h_{25} &= \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \\
 h_{16} &= -y \left(-\frac{2x}{L} + \frac{3x^2}{L^2} \right) & h_{26} &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}
 \end{aligned} \tag{II.8}$$

Par la suite, dans un souci de clarté, nous noterons simplement v le champ de déplacement discrétisé en omettant la notation (e) . La distinction entre $\tilde{v}(e)$ et $\tilde{v}$ a été clairement définie dans ce paragraphe mais, à partir d'ici, il n'existe plus aucun risque de confusion puisque le champ réel ne sera plus utilisé.

Donc : $\tilde{v}$ = champ de déplacement discrétisé.

II.2.2 - Champ de déformation discrétisé

Dans le plan, les expressions du tenseur de Green des déformations sont :

$$\begin{aligned}
 E_{xx} &= \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 \right] \\
 E_{yy} &= \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial y} \right)^2 \right] \\
 E_{xy} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \frac{\partial v_2}{\partial y} \right]
 \end{aligned} \tag{II.9}$$

Si on applique ces opérateurs au champ (II.5), on peut vérifier que la composante E_{yy} est identiquement nulle. La composante E_{xy} , elle, n'est pas identiquement nulle mais, pour conserver la cohérence avec les hypothèses de rotation modérée, de Bernoulli et de Von Karmann (voir ci-dessous), elle doit être négligée.

Retenons donc uniquement :

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 \right] \\ &= \frac{\partial v_1}{\partial x} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 \end{aligned}$$

Si, suivant l'hypothèse de Von Karmann, et puisque les déformations incrémentielles restent faibles, nous négligeons $\frac{1}{2} \frac{\partial v_1}{\partial x}$ devant l'unité, nous obtenons :

$$E_{xx} = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 \quad (II.10)$$

Telle quelle, l'expression (II.10) n'est pas satisfaisante. En effet, dans le cas très simple d'un matériau linéaire élastique et d'un élément dont la fibre moyenne coïncide avec le centre d'inertie de la section droite, on peut montrer que l'effort normal n'est pas constant le long de l'élément,

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma_{xx} dA \\ &= E \int_A \left[\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 \right] dA \\ &= EA \left[\frac{q_4 - q_1}{L} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (II.11) \end{aligned}$$

L'examen des fonctions d'interpolation $h_{2\alpha}$ $\alpha = 1, \dots, 6$ montre bien que le terme $\left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2$ dépend de la quatrième puissance de x . Cela ne correspond guère à la perception intuitive que l'on a de l'équation d'équilibre le long de l'élément. En effet, si on recherche cette équation d'équilibre suivant l'axe x par voie analytique, en exprimant que la première variation de l'énergie totale est nulle quelque soit le champ de déplacements discrétisé cinématiquement admissible que l'on adopte

on trouve [N1]

$$\frac{dN}{dx} = 0$$

Or, si l'expression (II.10) est utilisée, cette propriété n'est réalisée qu'en moyenne, ce qui est le propre d'un élément fini de type déplacement. C'est-à-dire que si $P^*(1)$ et $P^*(4)$ sont les deux forces axiales nodales, on aura :

$$P^*(1) + P^*(4) = 0$$

mais $\frac{dN}{dx} \neq 0$

Sur base de cette constatation, de Ville et Frey [D4] [D5] généralisent l'élément proposé par Jennings [J1] en adoptant pour les déformations l'expression suivante :

$$E_{xx} = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 dx \quad (II.12)$$

En considérant ainsi une valeur moyenne du terme quadratique, on conserve une déformation constante le long de la fibre moyenne. L'importance de cette hypothèse, que nous avons adoptée, sera mise en évidence par la suite lors du calcul des forces nodales (§ II.3.1).

N.B. : On gardera à l'esprit que v_1 , v_2 et E_{xx} désignent des grandeurs incrémentielles décrivant le passage de γ_n vers γ_{n+1} .

II.2.3 - Transformation de l'équation d'équilibre

Nous sommes maintenant en mesure de reprendre l'équation d'équilibre (II.3), pour examiner la façon dont chacun de ses termes se transforme lorsqu'elle s'applique au champ discrétisé (II.4).

II.2.3.1. Matrice de rigidité infinitésimale.

La partie linéaire du tenseur de Green η vaut d'après (II.12)

$$\eta = \frac{\partial v_1}{\partial x} = \langle b^0 \rangle \{q\} \quad (II.13)$$

$$\text{si } \langle b^0 \rangle = \langle h_{11,x} \ h_{12,x} \ h_{13,x} \ h_{14,x} \ h_{15,x} \ h_{16,x} \rangle$$

$$\text{et } \langle q \rangle = \langle q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \rangle$$

La variation est

$$\delta \eta = \frac{\partial \delta v_1}{\partial x} = \langle b^0 \rangle \{ \delta q \} \quad (II.14)$$

$$\text{si } \langle \delta q \rangle = \langle \delta q_1 \ \delta q_2 \ \delta q_3 \ \delta q_4 \ \delta q_5 \ \delta q_6 \rangle$$

On suppose qu'il existe une équation constitutive linéaire liant les incréments de déformation aux incréments de contraintes entre γ_n et γ_{n+1} .

Celle-ci prend la forme très simple

$$\Delta \sigma_{xx} = r = E_t \eta \quad (II.16)$$

où E_t : module d'élasticité tangent de la loi $\sigma - \epsilon$ du matériau.

Donc, par (II.13),

$$\begin{aligned} r &= E_t \langle b^0 \rangle \{q\} \\ &= \langle q \rangle \{b^0\} E_t \end{aligned} \quad (II.17)$$

puisque r est un scalaire.

$$\begin{aligned} \text{Enfin, } \int_V r_{ik} \delta n_{ik} dV &= \int_V r \delta n dV \\ &= \int_V \langle q \rangle \{b^0\} E_t \langle b^0 \rangle \{ \delta q \} dV \\ &= \langle q \rangle \int_V \{b^0\} E_t \langle b^0 \rangle dV \{ \delta q \} \\ &= \langle q \rangle \underline{K^0} \{ \delta q \} \end{aligned} \quad (II.18)$$

$\underline{K}^0$ est la matrice de rigidité infinitésimale classique, mais calculée dans la configuration courante.

$$\begin{aligned}\underline{K}^0 &= \int_V \{b^0\} E_t \langle b^0 \rangle dV \\ &= \int_0^L \left[\int_A \{b^0\} E_t \langle b^0 \rangle dA \right] dx\end{aligned}$$

La matrice apparaissant dans l'intégrale de surface et résultant de la multiplication des deux vecteurs, comporte des termes proportionnels à E_t , à $y.E_t$ et à $y^2.E_t$.

Comme d'une part le module tangent n'est pas constant sur la section (comportement non linéaire des matériaux) et que d'autre part l'axe moyen ne coïncide pas nécessairement avec le centre d'inertie de la section, il n'y a aucune raison pour que $\int_A y.E_t dA$ soit nul.

Comme nous voulons étudier des structures comportant différents types de matériaux dont les caractéristiques mécaniques ne sont pas uniformes sur une même section droite (à cause des températures différentes), il est impossible de réaliser l'intégration des propriétés de la section droite par une méthode analytique. Une méthode numérique d'intégration par la méthode de Gauss n'est pas davantage applicable, si ce n'est en apportant de sévères restrictions sur la forme et le type de section possibles. La seule façon de procéder est de discrétiser la section droite en un nombre de mailles rectangulaires de largeur b_j et de hauteur e_j (cfr. fig.II.9). D'une maille à l'autre, le type de matériau (acier, béton, isolant), les caractéristiques mécaniques (rigidité, limite élastique, contrainte, déformation), et la température peuvent varier.

Si on considère que ces propriétés sont uniformes à l'intérieur de chaque maille, on peut transformer les intégrales de surface en sommes effectuées sur les mailles.

$$\int_A E_t dA = \sum_i \sum_j E_t^{i,j} e_i b_j$$

$$\int_A y E_t dA = \sum_i \sum_j E_t^{i,j} y_i e_i b_j$$

$$\int_A y^2 E_t dA = \sum_i \sum_j E_t^{i,j} (y_i)^2 e_i b_j$$

L'originalité du programme réside donc dans la possibilité d'étudier n'importe quel type de section comportant différents types de matériaux, simplement par la définition du maillage. Bien sûr, par commodité, ce maillage est identique à celui qui permettra le calcul des températures.

Ces propriétés de la section droite sont évaluées dans deux sections différentes (fig. II.6) et l'intégration longitudinale est réalisée numériquement par la méthode de Gauss.

Le reste des calculs est méthodique et est donné à l'annexe 1.

II.2.3.2. Matrice des contraintes initiales.

La partie quadratique du tenseur des déformations μ vaut d'après (II.12) :

$$\mu = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} \right)^2 dx$$

et la variation

$$\begin{aligned} \delta \mu &= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial v_2}{\partial x} \frac{\partial \delta v_2}{\partial x} dx \\ &= \frac{1}{L} \int_0^L \langle q \rangle \{g\} \langle g \rangle \{\delta q\} dx \\ &= \langle q \rangle \frac{1}{L} \int_0^L \{g\} \langle g \rangle dx \{\delta q\} \end{aligned} \quad (II.19)$$

$$\text{si } \langle g \rangle = \langle h_{21,x} \ h_{22,x} \ h_{23,x} \ h_{24,x} \ h_{25,x} \ h_{26,x} \rangle$$

La matrice résultant du produit des deux vecteurs $\{g\}$ et $\langle g \rangle$ ne comporte que des termes dépendant de la seule coordonnée x (voir (II.8)).

Tous ces termes peuvent donc être intégrés analytiquement sur la longueur de l'élément. On constate donc que la matrice notée

$$\underline{G} = \int_0^L \{g\} \langle g \rangle dx \quad (II.20)$$

est aisément calculable et que ses éléments sont indépendants de x .

Finalement,

$$\begin{aligned} \int_V \sigma_{ik} \delta u_{ik} dV &= \int_V \sigma_{xx} \delta u dV \\ &= \int_V \sigma_{xx} \langle q \rangle \frac{1}{L} \underline{G} \{\delta q\} dV \\ &= \langle q \rangle \frac{1}{L} \underline{G} \int_V \sigma_{xx} dV \{\delta q\} \\ &= \langle q \rangle \underline{K}^1 \{\delta q\} \end{aligned} \quad (II.21)$$

$\underline{K}^1$ est la matrice géométrique ou des contraintes initiales, également calculée dans la configuration courante.

$$\begin{aligned} \underline{K}^1 &= \frac{1}{L} \underline{G} \int_V \sigma_{xx} dV \\ &= \frac{1}{L} \underline{G} \int_0^L \int_A \sigma_{xx} dA dx \end{aligned}$$

De nouveau, l'intégration sur la section est évaluée par sommation sur les différentes mailles et l'intégrale de longueur est estimée numériquement par évaluation de l'effort normal en deux sections différentes et application de la méthode de Gauss.

Le détail des calculs est présenté à l'annexe 1.

II.2.3.3. Forces nodales appliquées

Si on groupe dans deux vecteurs $\langle \Delta F \rangle$ et $\langle \Delta T \rangle$ les composantes des forces de volume et de surface, dans une matrice $\underline{H}$ les fonctions d'interpolation et dans le vecteur $\langle \delta q \rangle$ la variation des déplacements nodaux, on peut transformer comme suit la troisième partie de l'équation (II.3) après introduction du champ discrétisé

$$\begin{aligned}
 & \int_V \Delta F_j \delta v_j dV + \int_a \Delta T_j \delta v_j da \\
 &= \int_V \langle \Delta F \rangle \{ \delta v \} dV + \int_a \langle \Delta T \rangle \{ \delta v \} da \\
 &= \left[\int_V \langle \Delta F \rangle \underline{h} dV + \int_a \langle \Delta T \rangle \underline{h} da \right] \delta q \\
 &= \langle \Delta P \rangle \{ \delta q \}
 \end{aligned} \tag{II.22}$$

$\langle \Delta P \rangle$ est le vecteur des forces nodales appliquées.

Le calcul détaillé du vecteur $\langle \Delta P \rangle$ pour les différents types de charges appliquées ne sera pas donné ici en raison de son caractère fastidieux et peu original.

Signalons cependant que la construction du vecteur des forces nodales appliquée a été programmée dans le cas (trivial) des forces ponctuelles appliquées aux noeuds et dans le cas de forces linéiques appliquées à l'axe moyen et variant linéairement d'un noeud à l'autre.

La direction de ces charges reste constante tout au long du calcul. Le processus de chargement qui précède l'incendie est de type radial, c'est-à-dire que toutes les forces appliquées croissent simultanément et suivant le même facteur multiplicatif.

Lors de l'élévation de la température, les charges appliquées restent constantes, à l'exception d'une seule force concentrée qui, elle, peut varier à chaque instant.

II.2.3.4. Equation finale

Grâce aux expressions (II.18), (II.21) et (II.22) développées aux paragraphes précédents, l'expression incrémentale du principe des travaux virtuels (II.3) peut, après introduction du champ de déplacement discrétisé, s'écrire de la manière suivante :

$$\langle q \rangle \underline{K}^0 \{ \delta q \} + \langle q \rangle \underline{K}^1 \{ \delta q \} = \langle \Delta P \rangle \{ \delta q \}$$

ou

$$\langle q \rangle \left[\underline{K}^0 + \underline{K}^1 \right] = \langle \Delta P \rangle$$

puisque ce principe est vrai quelle que soit la variation δq .

Par symétrie des matrices de rigidité, on retient la forme classique

$$\left[\underline{K}^0 + \underline{K}^1 \right] \{ q \} = \{ \Delta P \}$$

Si finalement on note

$$\underline{K}^t = \underline{K}^0 + \underline{K}^1$$

la matrice tangente de l'élément, on obtient l'équation matricielle linéaire liant les déplacements nodaux incrémentiels aux accroissements de charges extérieures,

$$\underline{K}^t \{ q \} = \{ \Delta P \} \quad (II.23)$$

Les techniques habituelles de localisation, de rotation et d'assemblage sont utilisées pour former l'équation d'équilibre d'une structure comportant plusieurs éléments. Ces procédés ne présentent aucun caractère particulier et ne seront pas développés ici. L'équation finale possède une structure tout à fait semblable à (II.23), si ce n'est que la dimension des vecteurs et de la matrice de rigidité est plus importante.

II.3 - APPARITION D'UN PROCESSUS ITERATIF

II.3.1 - Forces hors équilibre

Comme on l'a indiqué au § II.1.3, l'équation (II.3), ainsi bien sûr que la matrice de rigidité qui en découle, représente une expression linéarisée du principe d'équilibre. C'est pourquoi on parle de la matrice de rigidité tangente du corps (fig.II.4).

De ce fait, la position que l'on atteint à partir de γ_n par application de l'équation (II.23) n'est pas exactement la position d'équilibre γ_{n+1} , mais une position voisine γ'_{n+1} , qui, elle, n'est pas en équilibre.

Cette discussion est illustrée par la figure II.10 qui peut s'appliquer à un cas à une dimension où le passage de γ_n vers γ_{n+1} résulte d'un accroissement de la charge extérieure.

On remarque en effet sur cette figure que l'application de la rigidité tangente du corps à partir de la position γ_n , et pour un accroissement de la charge extérieure ΔP , conduit à un accroissement de déplacement q qui n'est pas l'accroissement réel existant entre γ_n et γ_{n+1} .

Bien sûr, on peut toujours associer au déplacement calculé u'_{n+1} , la force P^*_{n+1} qui devrait être appliquée à la structure pour la maintenir en équilibre dans cette position. On connaît alors l'état γ^*_{n+1} qui représente bien un état d'équilibre mais

- il ne s'agit pas de l'état γ_{n+1} que l'on désirait obtenir,
- en toute généralité, dans les cas à plusieurs dimensions, cet état ne sera pas réellement atteint par la structure au cours du processus de chargement. Il s'agit d'une situation fictive qui ne correspond pas au mode de chargement imposé.

C'est pourquoi la force nécessaire pour faire évoluer le système de la position γ^*_{n+1} vers la position souhaitée γ_{n+1} est appelée force hors équilibre. Nous la noterons R.

$$R = P_{n+1} - P_{n+1}^*$$

ou, plus généralement

$$\{R\} = \{P_{n+1}\} - \{P_{n+1}^*\} \quad (II.24)$$

On appelle $\{P_{n+1}^*\}$ les forces internes énergétiquement équivalentes ou plus simplement, forces nodales internes. Elles sont données par le travail virtuel intérieur exprimé dans γ_{n+1}^* , c'est-à-dire

$$\langle P_{n+1}^* \rangle \{ \delta q \} = \int_V \sigma_{xx} \delta \eta \, dV$$

Après introduction du champ discrétisé (voir (II.14)), et puisque ce principe est vrai quelle que soit la variation, on obtient

$$\langle P_{n+1}^* \rangle = \int_V \sigma_{xx} \langle b^0 \rangle \, dV \quad (II.25)$$

Ici aussi, l'intégration sur la section est remplacée par une somme sur les différentes mailles et l'intégrale de longueur est approchée par la méthode de Gauss avec deux points d'intégration. Le résultat des calculs, présentés à l'annexe 1, vaut d'être noté ici.

Si N_1, N_2, M_1, M_2 sont les valeurs de l'effort normal et du moment de flexion internes calculés aux deux points d'intégration de Gauss, alors

$$\begin{aligned} \langle P^* \rangle = & \left\langle \frac{-(N_1 + N_2)}{2} ; \frac{(M_1 - M_2)\sqrt{3}}{L} ; \frac{(M_1 + M_2)}{2} + (M_1 - M_2) \frac{\sqrt{3}}{2} ; \frac{N_1 + N_2}{2} \right. \\ & \left. (M_2 - M_1) \frac{\sqrt{3}}{L} ; \frac{-(M_1 + M_2)}{2} + (M_1 - M_2) \frac{\sqrt{3}}{2} \right\rangle \end{aligned}$$

La longueur L intervenant dans cette expression est la longueur L de l'élément dans sa configuration γ_{n+1}^* c'est-à-dire après actualisation de la géométrie. On constate que les forces nodales axiales $P^*(1)$ et $P^*(4)$ ne sont rien d'autre que l'effort normal moyen. Ici se marque donc également l'importance des considérations développées au § II.2.2. pour

obtenir un effort normal constant en moyenne. En effet, quel que soit l'expression adoptée pour le calcul des déformations, on aura toujours

$$P^*(1) = - \frac{1}{L} \int_0^L N(x) dx$$

$$P^*(4) = \frac{1}{L} \int_0^L N(x) dx$$

et l'équilibre de l'élément, dans son ensemble, est réalisé puisque

$$P^*(1) + P^*(4) = 0$$

Cependant, l'équilibre local peut être violé, puisqu'on peut avoir

$$N_1 \neq N_2$$

C'est ainsi que, si aucune disposition n'avait été prise au niveau du tenseur des déformations pour assurer un effort normal aussi constant que possible dans l'élément, on aurait pu constater la situation suivante (voir fig. II.11b)

Effort normal appliqué sur l'élément = N

Effort normal calculé aux points de Gauss : $N_1 = N + \Delta N$

$$N_2 = N - \Delta N$$

Forces nodales

$$P^*(1) = - \left(\frac{N_1 + N_2}{2} \right) = -N$$

$$P^*(2) = \frac{N_1 + N_2}{2} = N$$

On aurait donc bien assuré l'équilibre global de l'élément, alors que, intérieurement, l'effort normal diffère de la réalité de la quantité ΔN , ce qui peut bien sûr entraîner des phénomènes parasites (plastification excessive ou au contraire trop tardive).

A cause du comportement non linéaire des matériaux, le fait d'utiliser l'expression (II.12) plutôt que (II.10) n'a pas totalement éliminé le problème. On a pu montrer cependant que la situation s'est fortement

améliorée : les écarts ΔN sont plus faibles.

Les forces nodales de flexion $P^*(3)$ et $P^*(6)$ pourraient être obtenues intuitivement par extrapolation linéaire vers les noeuds des moments de flexion internes calculés aux points de Gauss (fig. II.11a).

Les forces nodales transversales $P^*(2)$ et $P^*(5)$ résultent naturellement de l'équation d'équilibre liant l'effort tranchant à la variation du moment fléchissant.

II.3.2. Méthode de convergence

Grâce à l'expression (II.25), l'état γ_{n+1}^* est maintenant connu, ainsi que les forces hors équilibre (II.24) qu'il faut appliquer à la structure pour se rapprocher de l'état désiré γ_{n+1} .

Il est donc tout naturel de recalculer la matrice tangente de la structure dans la configuration γ_{n+1}^* pour, grâce à l'équation suivante, semblable à (II.23),

$$\underline{K}^{*t} \{q^*\} = \{R\} \quad (II.26)$$

estimer les déplacements additionnels $\{q^*\}$ associés aux forces hors équilibre. Comme la matrice $\underline{K}^{*t}$ est de nouveau issue d'une expression linéarisée de l'équation d'équilibre, on n'atteindra pas encore exactement l'état γ_{n+1} . Un léger déséquilibre subsistera encore, avec les forces hors équilibre qui lui sont associées. Il conviendra donc de répéter la séquence suivante :

- calcul des forces hors équilibre
- calcul de la matrice tangente
- calcul des déplacements additionnels

jusqu'à ce qu'on estime que les corrections apportées sont négligeables et qu'on a atteint l'état γ_{n+1} .

Le processus de convergence expliqué ici et caractérisé par le calcul de la nouvelle matrice tangente à chaque itération est connu sous le nom de méthode de Newton-Raphson pure (voir figure II.12a).

Il est également possible, à chaque nouvelle itération, de conserver comme valeur approchée de la nouvelle matrice de rigidité, la valeur que celle-ci présentait dans l'état d'équilibre précédent γ_n .

$$\underline{K}^t \{q^*\} = \{R\} \quad (II.27)$$

Cette matrice $\underline{K}^t$ que l'on conserve durant tout le processus d'itération n'est bien sûr plus tangente à chacun des états intermédiaires γ_{n+1}^* . Cependant, si les états γ_n et γ_{n+1} sont assez voisins, l'approximation peut se révéler suffisante et conduire vers l'équilibre en un nombre d'itérations raisonnable (voir figure II.12b).

L'avantage de cette méthode est que, lors de la détermination successive des déplacements additionnels, c'est-à-dire dans la résolution des systèmes d'équations de type (II.27), seul le terme indépendant se modifie. La matrice des inconnues ne varie pas. Ainsi donc, même si le nombre des itérations augmente, chacune d'entre elles donne lieu à moins de calcul numérique puisque la matrice $\underline{K}^t$ ne doit être construite puis triangularisée qu'une seule fois.

Cette méthode, caractérisée par l'utilisation d'une même matrice de rigidité tout au long du processus d'itération, est appelée méthode de Newton-Raphson modifiée.

Afin de mieux expliquer les raisons qui ont guidé notre choix quant à la méthode de convergence vers l'équilibre, nous séparerons en deux groupes distincts les phénomènes introduisant un caractère non linéaire dans le comportement de la structure.

1. Non linéarités continues

Il s'agit ici des phénomènes qui font évoluer la matrice de rigidité de la structure de manière continue, sans saut brusque. Les courbes P, u du corps soumis uniquement à ces non-linéarités sont, comme dans le cas de la figure II.12, continûment dérivables.

Dans l'étude qui nous occupe ici, on peut noter comme causes de non-linéarité continue,

- le caractère non linéaire de la courbe σ - ϵ du béton,
- la variation avec la température des propriétés mécaniques des matériaux,
- les changements de géométrie de la structure.

2. Non-linéarités discontinues

Il s'agit ici des phénomènes qui modifient la rigidité de la structure de manière brutale. La rigidité voit sa valeur modifiée d'une quantité finie pour une évolution du phénomène infinitésimale.

Les courbes P, u de structures soumises uniquement à ce type de non-linéarité sont composées de segment de droite (voir fig. II.13).

Dans le cadre de la présente étude, nous relevons comme causes de non-linéarité discrète,

- la plastification de l'acier,
- l'écrasement du béton,
- les retours élastiques dans les deux matériaux.

La méthode de Newton-Raphson modifiée peut se révéler inadaptée lorsque des non-linéarités discontinues importantes gouvernent le comportement de la structure. Pour s'en convaincre, examinons le problème des 3 barres en acier schématisé à la figure II.14. Si les déplacements sont petits, la seule cause de non linéarité réside dans la plastification des barres. Le diagramme P, u de cette structure est représenté à la figure II.13. A cause de la variation brutale de la rigidité, même si l'accroissement de charge est faible, la matrice constante ne constitue plus une très bonne approximation de la matrice tangente et le nombre d'itérations nécessaires pour converger vers l'équilibre peut se révéler très important.

C'est ce qui a parfois été observé dans les problèmes que nous traitons ici, principalement à cause de modifications soudaines de l'état de certaines mailles de béton dont la taille n'est pas négligeable, par exemple dans le cas de poutres mixtes couvertes d'une dalle en béton armé.

Pour ces raisons, nous avons opté pour la méthode de Newton-Raphson pure.

II.3.3 - Test de convergence

Il importe de définir clairement la manière dont sera testée la convergence du processus itératif qui doit mener la structure vers son état d'équilibre γ_{n+1} . Les études entreprises sur ce sujet sont peu nombreuses [B1] et aucune des nombreuses façons de procéder ne semble s'être imposée.

De manière générale, on teste la convergence en comparant la valeur d'un scalaire r représentatif de l'équilibre et une quantité petite e que l'on se fixe. D'ordinaire, e est compris entre 10^{-2} et 10^{-4} .

Le scalaire r est défini comme le rapport entre deux grandeurs :
le numérateur qui correspond à la dernière itération et qui s'amenuise lorsqu'on se rapproche de l'équilibre,
le dénominateur qui constitue une grandeur de référence, dimensionnellement égale au numérateur afin de rendre r non dimensionnel.

Notre choix fut le suivant :

Si q_{α}^k est l'incrément de déplacement du degré de liberté α de la structure au cours de la $k^{\text{ième}}$ itération, alors

$$r = \max_{\alpha} \left(\frac{q_{\alpha}^k}{\sum_{j=1}^k q_{\alpha}^j} \right) \quad (\text{II.28})$$

On construit donc, pour chaque composante du champ de déplacement discrétisé le rapport entre le déplacement produit par la dernière itération et le déplacement parcouru depuis le dernier état d'équilibre γ_n .

Lorsqu'on se rapproche de l'équilibre γ_{n+1} , le dénominateur représente ainsi une approximation de la valeur exacte du déplacement incrémentiel et paraît s'imposer tout naturellement comme valeur de référence à laquelle on compare la dernière correction apportée.

r est le plus grand de tous les rapports ainsi construits.

Nous avons imposé

$$r < 2.10^{-3} \quad (II.29)$$

Nous avons choisi de considérer les déplacements plutôt que les forces hors équilibre car, à cause des températures élevées qu'elles atteignent, les structures que nous étudions sont relativement déformables.

Aussi est-il rare de constater la présence de forces hors équilibre encore importantes sans que les déplacements additionnels afférents n'influencent le test de convergence que nous avons défini. Le cas pourrait toutefois se présenter pour des structures fortement bridées par leurs appuis avec le monde extérieur. C'est ainsi que l'effet de l'effort normal n'est pas pris en compte dans le processus de convergence que nous utilisons lorsqu'une poutre biencastrée à dilatation empêchée est soumise à une élévation de température (fig. II.15).

Comme cas d'école, on pourrait aussi citer la barre tendue dont la longueur reste constante. La relaxation des contraintes sous l'effet de l'élévation de température ne peut pas être analysée avec un critère du type déplacement, puisque ceux-ci sont nuls !

Le cas correspondant pour un critère de type forces est celui de la barre librement dilatable et non chargée. Son allongement thermique ne peut pas être analysé, puisqu'aucune force n'est appliquée au système !

La discussion précédente montre qu'il n'existe pas une solution universelle qui serait la meilleure dans tous les cas. Le type de problème à traiter doit être envisagé et l'expérimentation numérique personnelle joue un grand rôle. Le critère de convergence défini ci-dessus n'a, jusqu'à présent, donné lieu à aucun déboire particulier.

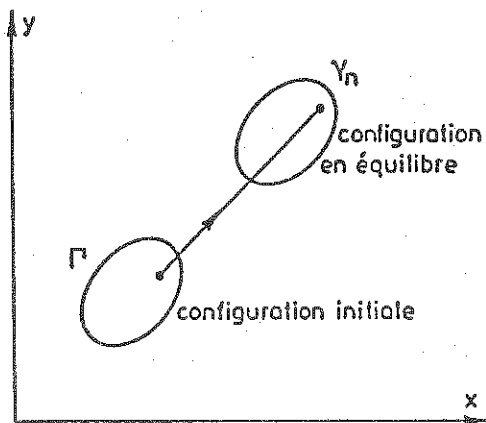


Figure II. 1. D.L.T.

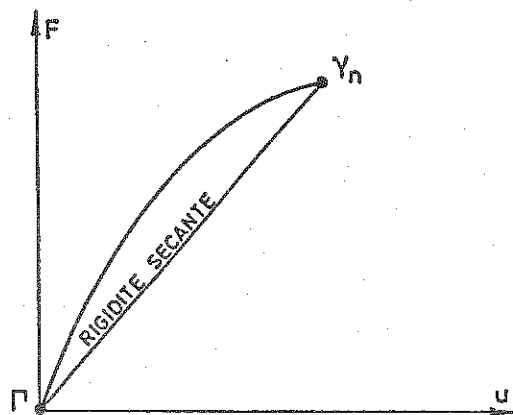


Figure II. 2. D.L.T.

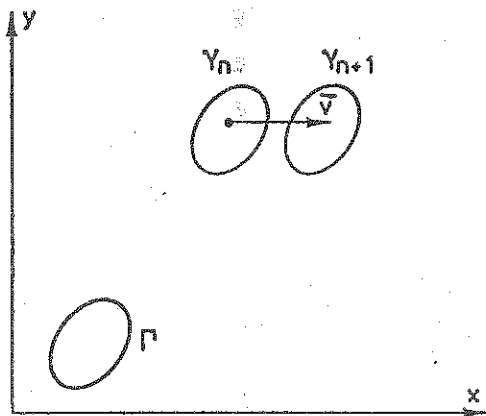


Figure II. 3. D.L.R.

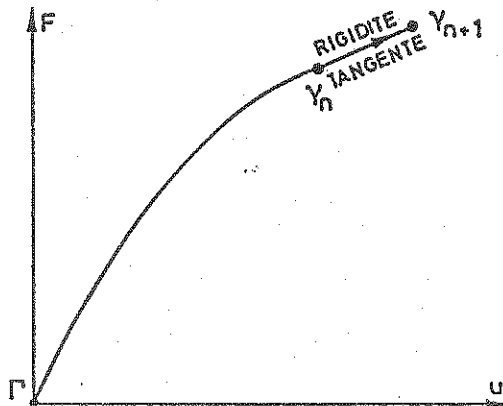


Figure II. 4. D.L.R.

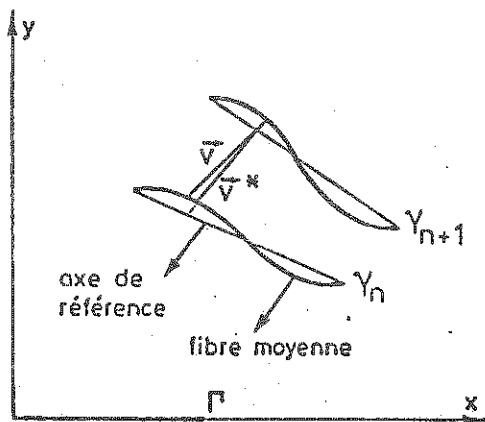


Figure II. 5 D.L.A.A.

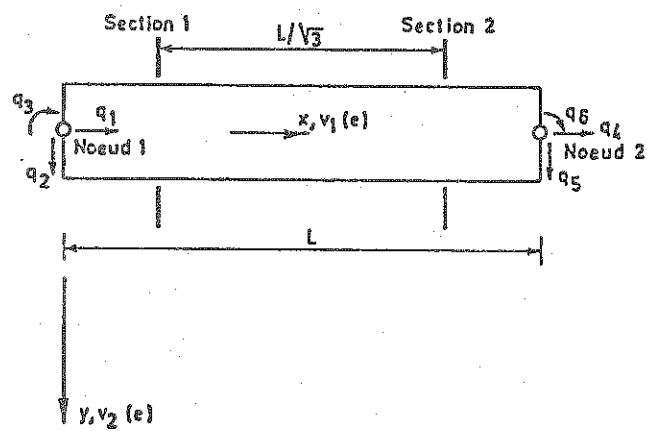


Figure II. 6.
Inconnues nœdles

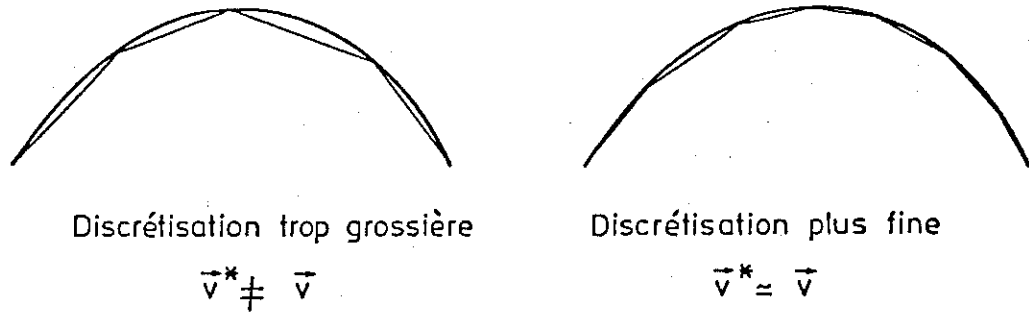


Figure II.7. D.L.A.A.

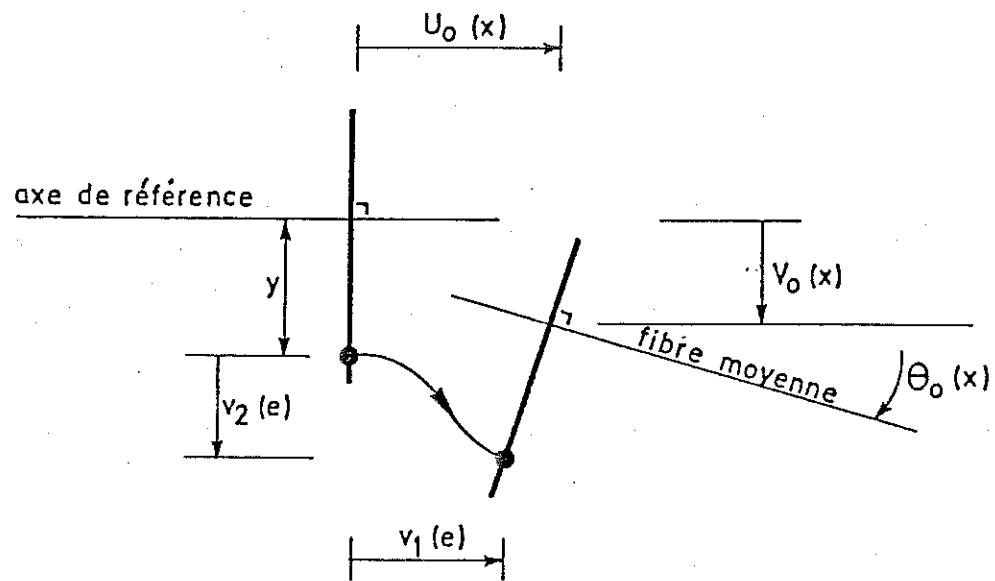


Figure II.8. : Les déplacements

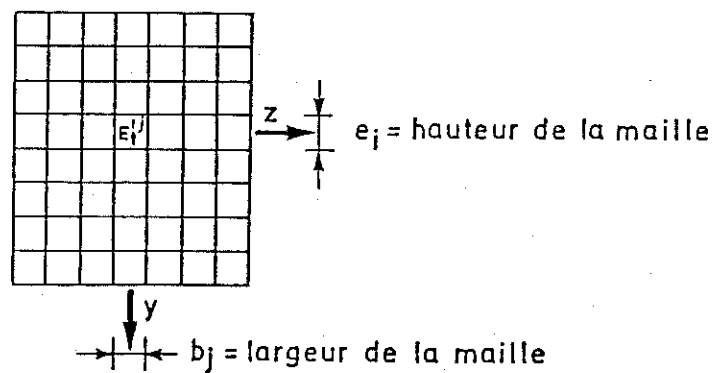


Figure II.9 : Discrétisation de la section droite

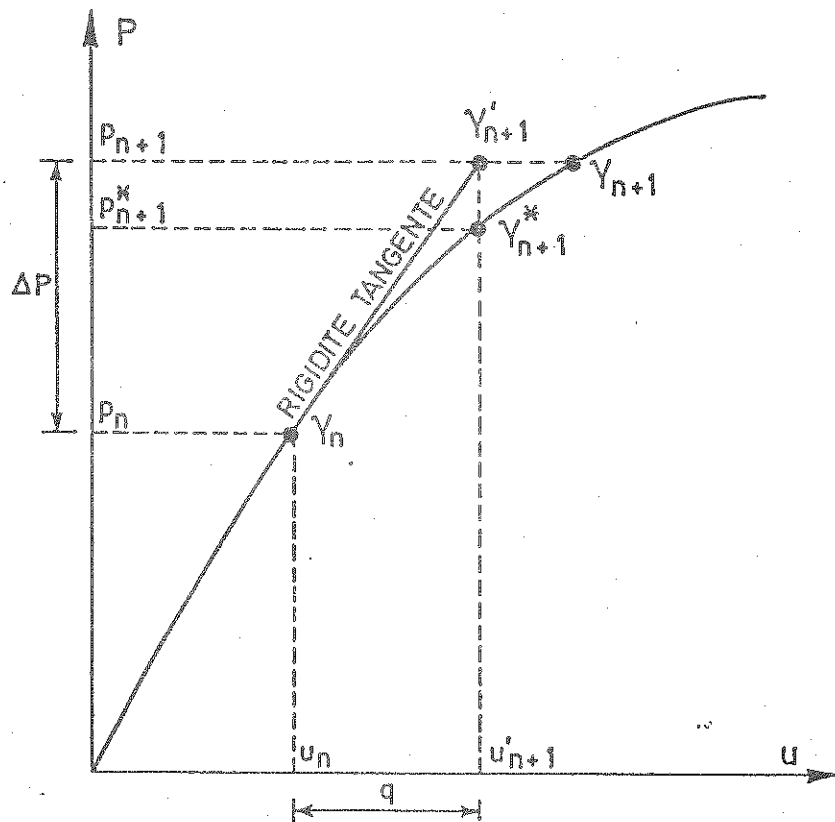


Figure II.10 Forces hors équilibre

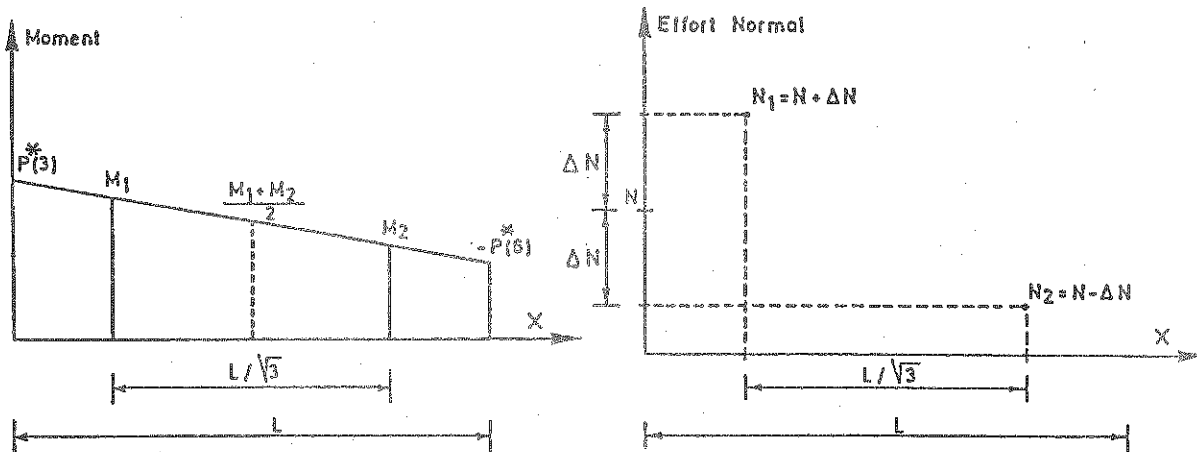


Figure II.11a

Figure II.11b

Forces nodales

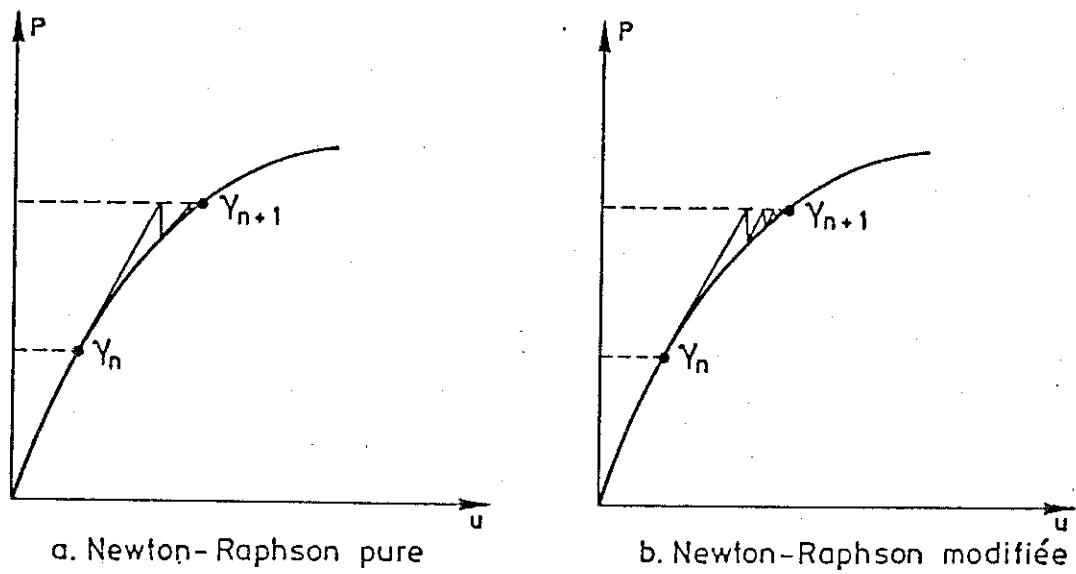


Figure II.12

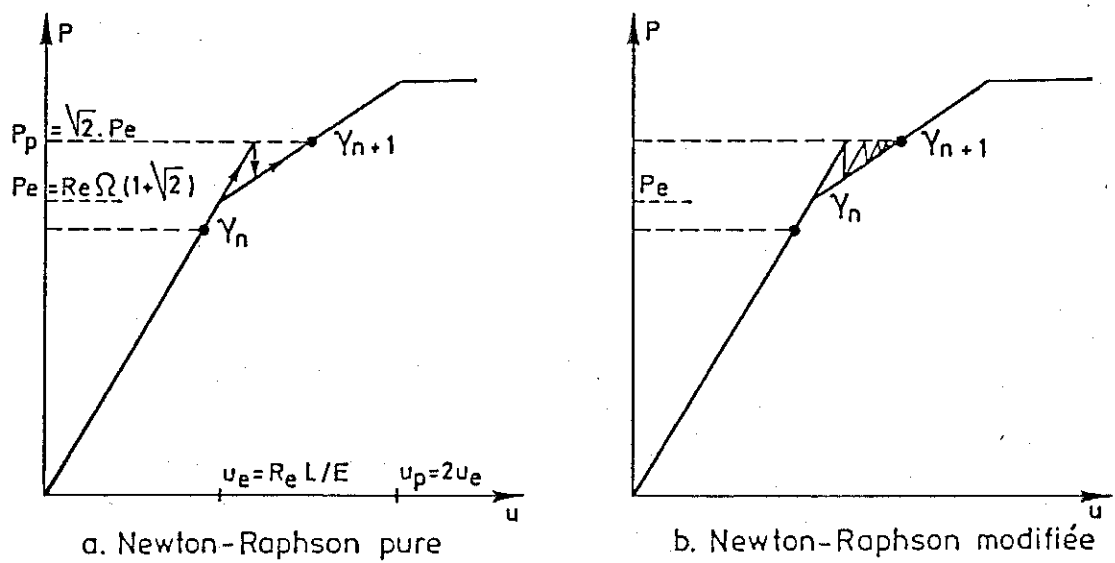


Figure II.13

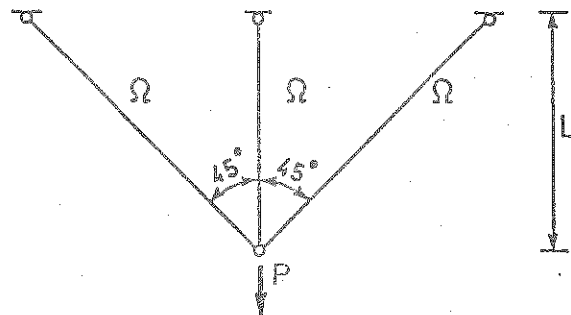


Figure II.14 Problème des 3 barres

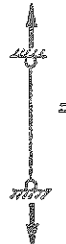
Critère de convergence basé sur		
	les déplacements	les forces
cas réels	 Longueur constante, $T \neq 0$ $\Rightarrow$ l'effort normal n'est pas pas considéré	 Structure très déformable, $T \neq 0$ $\Rightarrow$ les déplacements à la ruine sont importants
cas d'écoulement : fonctionnement impossible	 Longueur constante, $T \neq 0$ $\Rightarrow$ les déplacements sont nuls	 effort nul, $T = 0$ $\Rightarrow$ pas de forces

Figure II.15 Critère de convergence

CHAPITRE III - LOIS DE COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX

Il importe ici de décrire clairement le comportement macroscopique des matériaux sous l'effet des sollicitations. On doit donc définir la manière dont les déformations des matériaux sont influencées par les différentes sollicitations ainsi que les relations liant ces déformations aux contraintes internes.

Au paragraphe II.2.2., nous avons expliqué que seules les contraintes et les déformations longitudinales jouent un rôle dans l'élément poutre envisagé ici. Nous nous trouvons donc dans le cadre restreint de l'état de contrainte uniaxial, ce qui simplifie considérablement l'approche du problème.

III.1 - DEFORMATIONS THERMIQUES

III.1.1 - Considérations générales

Même en l'absence de toute charge appliquée, les matériaux usuels de construction comme le béton et l'acier se déforment sous l'action d'une variation de température. En général, un échauffement produit un allongement.

Si on note ϵ_{th} la déformation qui est provoquée par ce changement de température, on peut écrire

$$\frac{d\epsilon_{th}}{dT} = \alpha \quad (III.1)$$

où α est le coefficient de dilatation thermique du matériau.

Pour les températures ordinaires ($T < 100^\circ\text{C}$), on peut considérer que α présente une valeur constante, proche de $10^{-5}/^\circ\text{C}$. L'intégration immédiate de (III.1) fournit alors

$$\epsilon_{th} = \alpha (T - T_0) \quad (III.2)$$

où T_0 est la température de référence.

Etant donné l'étendue du domaine des températures qui sera couvert par les applications envisagées ($20^\circ \leq T \leq 1200^\circ\text{C}$), le coefficient de dilatation thermique ne peut pas être considéré comme constant. Sa valeur varie avec la température. L'intégration de (III.1) n'est plus immédiate. On doit écrire, en toute généralité

$$\epsilon_{th} = \int_{T_0}^T \alpha(T) dT \quad (III.3)$$

L'utilisation du coefficient de dilatation thermique présente alors beaucoup moins d'intérêt. En effet, expérimentalement, la seule grandeur accessible à la mesure est justement la déformation thermique du matériau en fonction de sa température

$$\epsilon_{th} = \epsilon_{th}(T) \quad (III.4)$$

Le coefficient α n'est donc accessible que par la dérivation de (III.4), suivant sa définition (III.1). Après quoi, lors des calculs numériques, il sera nécessaire d'intégrer α suivant (III.3) pour retrouver la grandeur qui nous intéresse, la dilatation thermique, c'est-à-dire exactement (dans le meilleur des cas) la courbe de départ !

Il est donc beaucoup plus logique de ne s'attacher qu'aux expressions du type (III.3), qui sont les résultats directs des essais, et d'utiliser celles-ci dans la programmation. On n'utilisera plus le coefficient de dilatation thermique, qui est une grandeur "de seconde main".

III.1.2 - Acier

On considère généralement que ni le type d'acier, ni sa limite élastique n'ont d'influence sur la dilatation thermique de l'acier. Les résultats sont assez semblables, qu'il s'agisse d'aciers de construction, de précontrainte ou d'aciers pour béton armé. La figure (III.1) présente les courbes d'essais provenant des références [R1 - S1 - S2 - A1 - H1]. On consultera également [S3]. Comme la figure (III.1) montre que la courbe proposée par la C.E.C.M. [1] s'inscrit très bien dans le fuseau des résultats d'essais, nous adopterons pour la dilatation thermique de l'acier l'expression suivante :

$$\epsilon_{th} = 0,4 \cdot 10^{-8} T^2 + 1,2 \cdot 10^{-5} T - 2,4 \cdot 10^{-4}$$

Le terme indépendant de cette expression a été quelque peu modifié par rapport à ce que propose la C.E.C.M., afin d'obtenir :

$$\epsilon_{th} (20^\circ) = 0$$

au lieu de :

$$\epsilon_{th} (26^\circ) = 0$$

dans l'expression originale.

Les courbes présentant les résultats d'essais sont souvent limitées aux températures inférieures à 700°C. Or, lorsque l'échauffement de l'acier se poursuit, entre 700/800°C et 800/900°C, le métal se contracte sous l'effet d'une transformation allotropique. La fourchette de température correspondant à cette zone de transformation austénitique dépend de la vitesse d'échauffement. Au delà de 800/900°C, la dilatation reprend plus rapidement qu'aux températures inférieures et suit une loi presque linéaire en fonction de la température [82].

La modélisation exacte de ces phénomènes n'est pas aisée. A titre d'approximation, nous utiliserons finalement la loi complète suivante, dont l'expression graphique est reprise à la figure (III.1) :

$$\begin{aligned} T \leq 750^\circ\text{C} \quad \epsilon_{th} &= -2,4 \cdot 10^{-4} + 1,2 \cdot 10^{-5} T + 0,4 \cdot 10^{-8} T^2 \\ 750 < T \leq 860^\circ\text{C} \quad \epsilon_{th} &= 11 \cdot 10^{-3} \\ 860^\circ\text{C} < T \quad \epsilon_{th} &= -6,2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-5} T \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Cette courbe théorique est, dans la zone des températures élevées, basée sur des données expérimentales assez peu nombreuses. Cela peut se justifier ici car, à cause des faibles résistances mécaniques liées à ces températures élevées, les zones d'acier concernées n'ont que peu d'influence sur la stabilité d'ensemble de la structure.

III.1.3 - Béton

Lorsqu'une éprouvette de béton est soumise à une élévation progressive de sa température, deux phénomènes contradictoires se produisent simultanément. D'une part l'expansion thermique de chacun des constituants du béton produit une dilatation de l'éprouvette. D'autre part l'évaporation de l'eau libre qui est présente dans le béton produit un retrait de celui-ci. Les résultats d'essais rendent compte de ces deux effets différents de l'élévation de la température. Cependant, puisque cette action simultanée des deux phénomènes existe également lors des essais sur structure réelle, rien n'empêche d'utiliser directement les résultats des tests en laboratoire, sans dissocier la part de retrait qui y est incluse.

Comme annoncé au paragraphe III.1.1, les dilatations thermiques ne varient pas linéairement avec la température. Elles tendent à augmenter de plus en plus rapidement jusqu'à des températures élevées (600 - 800°C) à partir desquelles la plupart des bétons ne présentent plus d'expansion supplémentaire. Parfois, une légère contraction se produit même à cause de certaines réactions chimiques qui prennent place dans les constituants du béton à ces températures élevées.

Le rapport eau/ciment ainsi que le type de ciment ont une influence relativement faible et qui ne se marque que pour les températures inférieures à 200°C. Ces paramètres peuvent être négligés.

La caractéristique du béton qui influence de façon significative les résultats est le type de granulat utilisé et plus particulièrement la structure de la roche dont sont composés les plus gros granulats.

Pour les agrégats les plus souvent utilisés, il convient de faire la distinction entre deux types de roche : d'une part les roches calcaires et d'autre part les grès et les quartzites.

Les figures III.2, III.3 et III.4 présentent (en traits pointillés) quelques résultats d'essais tirés des références [H2] , [S4] et [E1] . On pourra également consulter [B3].

On constate à l'examen des figures III.2 et III.3 que les dilatations thermiques sont plus importantes pour les grès et les quartzites que pour les roches calcaires. Cela doit être considéré et nous proposons d'utiliser deux expressions différentes de la dilatation thermique suivant le cas. Pour les deux types d'agrégats, nous limitons la déformation thermique à une valeur maximum, ce qui correspond bien à la réalité. Nous avons donc pour les roches calcaires :

$$\epsilon_{th} = 1,4 \cdot 10^{-11} T^3 + 6 \cdot 10^{-6} T - 1,2 \cdot 10^{-4}$$

avec $\epsilon_{th} \leq 12 \cdot 10^{-3}$ (III.6)

pour les grès et les quartzites :

$$\epsilon_{th} = 2,3 \cdot 10^{-11} T^3 + 9 \cdot 10^{-6} T - 1,2 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{avec } \epsilon_{th} \leq 12 \cdot 10^{-3} \quad (III.7)$$

Les courbes correspondant à ces deux expressions sont tracées en traits pleins aux figures III.2 et III.3 où on voit clairement qu'elles s'inscrivent bien dans les résultats des essais.

La figure III.4 montre que, lorsque des roches volcaniques comme le basalte ou l'andésite forment les agrégats les plus importants du béton, les dilatations thermiques sont encore plus faibles.

III.2 - DEFORMATIONS RELIEES AUX CONTRAINTES

III.2.1 - Considérations générales

C'est l'un des effets les plus connus de la mécanique des matériaux : l'application de contraintes produit des déformations.

Dans ce paragraphe consacré aux déformations reliées aux contraintes (en anglais : stress related strain), nous considérons que le paramètre "temps" n'intervient pas. Les phénomènes de choc (qui se produisent lorsque $\frac{\partial \sigma}{\partial t}$ est très grand) et de fluage (apparaissant pour des contraintes fixes) ne sont pas envisagés ici.

Il est très facile, lors des essais expérimentaux, d'éviter les phénomènes de choc. Il suffit d'appliquer la charge à l'éprouvette de manière progressive. Cela correspond bien à la réalité où les cas de ruine brutale donnant lieu à des chocs sont très rares dans les conditions d'incendie. Le concepteur se doit d'ailleurs de les éviter autant que possible. Quoiqu'il en soit, ce type particulier de rupture ne peut pas être envisagé par l'approche développée ici.

Il est par contre impossible d'éviter que le fluage n'apparaisse et n'influence les résultats expérimentaux puisque, la charge étant appliquée progressivement, la réalisation d'un essai nécessite une certaine

durée. Effectivement, on constate bien que les déformations liées aux contraintes dépendent également de la durée totale de l'essai. Il est possible d'aborder le problème suivant deux optiques différentes.

1. Les essais sur éprouvettes sont réalisés en un temps relativement court par rapport à la durée d'un essai au feu. On considère alors que le fluage n'a pas pu développer d'effet important et n'a pas influencé les résultats de l'essai (l'approximation se situe à ce niveau). Le fluage sera étudié par d'autres essais et sera considéré séparément lors de la modélisation.
2. La durée totale des essais sur éprouvettes est comparable à celle d'un essai au feu. On considère alors que les résultats intègrent automatiquement le fluage qui ne devra donc pas être étudié d'autre part. L'approximation réside ici dans le fait que la vitesse d'augmentation des contraintes lorsqu'on réalisera un essai au feu ne sera pas exactement celle des tests sur éprouvettes. Pour des raisons expliquées par ailleurs (§ III.3.1), nous avons utilisé ce deuxième type d'approche.

Un autre paramètre qui influence fortement les déformations liées aux contraintes est la température du matériau.

$$\epsilon_{\sigma} = f(\sigma, T)$$

La modélisation théorique que nous voulons utiliser est basée sur l'utilisation d'expressions du type

$$\epsilon_{\sigma} = f(\sigma) \Big|_T \quad (\text{III.8})$$

présentées pour différentes valeurs de la température (voir fig. III.5).

La manière la plus directe d'obtenir ces courbes lors des tests en laboratoire est d'amener la température de l'éprouvette à la valeur T souhaitée. Cette valeur étant gardée constante, on augmente progressivement la contrainte. Les déformations relevées fournissent directement l'une des courbes souhaitées (en anglais : steady state test).

On peut également maintenir la contrainte à une valeur constante et, augmentant progressivement la température de l'éprouvette, relever les déformations en fonction de la température du matériau (en anglais : transient test). Il est toujours possible de transformer les résultats ainsi obtenus, de manière à les présenter sous la forme (III.8). Anderberg [A3] a montré que pour l'acier les résultats obtenus par cette deuxième méthode sont fort semblables à ceux obtenus par la manière directe si la vitesse d'échauffement à contrainte constante est de environ 10°C/min.

Pour décrire de manière complète le comportement du matériau à partir des courbes établies à température constante, il conviendra encore d'émettre certaines hypothèses définissant la manière dont varient les déformations lorsque la contrainte et la température varient simultanément.

III.2.2 - Acier

Si on effectue des essais de traction sur des éprouvettes en acier portées à des températures constantes mais variant d'un essai à l'autre, les courbes $\sigma - \epsilon_{\sigma}$ se modifient de la manière indiquée à la figure III.5 tirée de [T1].

On constate une diminution des caractéristiques mécaniques de l'acier lorsque la température croît. A partir de 200 - 300°C, les aciers doux perdent leur caractère élastique - parfaitement plastique et présentent un écrouissage important. Lorsque la température augmente encore (300°C - 600°C), le palier horizontal tend à se rétablir.

Généralement, pour un même type d'acier, la forme des courbes $\sigma - \epsilon_{\sigma}$ n'est pas influencée par la limite élastique à froid de l'acier. C'est pourquoi ces courbes sont souvent présentées sous la forme non dimensionnelle $\sigma/f_{0,2;20^{\circ}\text{C}} - \epsilon_{\sigma}$.

Par différentes comparaisons, Anderberg [A4] a montré que tous les aciers non formés à froid présentent des courbes très semblables aux températures élevées. Or, à l'heure actuelle (1985), les barres à béton écrouies par torsion ont quasiment disparu du marché. Seules subsistent encore les barres tréfilées, lisses ou à nervure, dont le diamètre ne

dépasse pas 12 mm. Nous utiliserons donc un seul modèle théorique pour tous les types d'acier puisque les sections d'acier formé à froid seront faibles par rapport aux quantités d'acier de construction présentes dans les structures mixtes que nous comptons étudier en priorité. Peut-être cette approximation devrait-elle être affinée si on envisageait l'étude systématique de sections en béton armé. Cela n'est pas certain, étant donné le faible diamètre des barres mises en cause.

Le modèle théorique que nous utiliserons est représenté par la figure III.6. Il est constitué de deux parties linéaires dont la pente est définie par le module d'élasticité à l'origine $E_0(T)$ et par le module d'écrouissage $E^*(T)$. Ces deux parties se raccordent pour une valeur de la contrainte $\sigma_y(T)$ qui représente en fait la limite d'élasticité de l'acier. Bien que cela n'ait pas été vérifié expérimentalement, nous poserons l'hypothèse, généralement admise, que le comportement de l'acier en compression est le même qu'en traction. La connaissance de la variation de ces trois paramètres (E_0 , E^* et σ_y) avec la température permet de définir la relation entre σ et ϵ_σ pour toute température fixée, c'est-à-dire la relation (III.8).

$$\epsilon_\sigma = f(\sigma)|_T$$

Concernant le choix de ce modèle déjà appliqué dans [B3] et [F2], on peut dire que la loi élastique - parfaitement plastique qui est souvent utilisée pour les températures ordinaires, constitue une approximation trop grossière lorsque la température s'élève. Ce fait apparaît clairement à l'examen de la figure (III.5) et il a pu être vérifié numériquement puisque, dans un premier temps, nous avons utilisé un modèle de ce type qui n'a pas donné satisfaction.

Une relation non linéaire a également été utilisée. Nous l'avons finalement écartée pour les raisons suivantes :

- coût numérique plus important lié à la forme implicite de l'expression ,
- difficulté plus grande de comparer les courbes théoriques aux courbes d'essais sur éprouvette et de calibrer les paramètres qui définissent la loi,
- pas d'amélioration sensible de l'ensemble des résultats des simulations.

Il convient peut-être de marquer quelque réserve à propos du tout dernier point. Il est en effet possible qu'une étude plus approfondie des lois de comportement des matériaux permette de décrire encore mieux le comportement d'ensemble d'une structure soumise au feu. N'oublions cependant pas que, s'il est toujours possible d'établir des expressions très élaborées qui décrivent parfaitement le comportement de chaque éprouvette testée, il est certainement plus favorable de disposer d'un modèle plus simple mais s'appliquant de manière plus générale à l'ensemble des situations que l'on peut rencontrer.

L'acier, ainsi d'ailleurs que le béton, est un matériau qui à partir d'une certaine valeur de la contrainte perd son caractère élastique voir figure (III.7). Lorsque la contrainte diminue (à partir du point A par ex. sur la figure III.7), le déchargement ne suit pas le chemin parcouru lors de la mise en charge mais il a lieu suivant le module tangent à l'origine (jusque B par ex.). Si la contrainte augmente de nouveau, on suit le chemin parcouru précédemment jusqu'à rejoindre (en A) la courbe qui est valable pour un chargement monotonément croissant. A partir de là, c'est cette courbe qui est à nouveau parcourue (vers C). Généralement, on dissocie lors de l'analyse théorique la déformation en deux parties : élastique et plastique.

$$\epsilon_{\sigma} = \epsilon_e + \epsilon_{pl}. \quad (III.9)$$

Ces deux valeurs sont représentées sur la figure (III.7) pour le point B.

Si ce phénomène est bien connu et aisément modélisé lorsque la température est constante, il importe d'émettre certaines hypothèses concernant le comportement du matériau lorsque la contrainte et la température varient simultanément. La discussion suivante sera illustrée par la figure III.8.

Soit A le point représentatif de l'équilibre à la température T_1 du point matériel que nous étudions. Le module à l'origine $E_0(T_1)$ correspondant à la température T_1 est connu et donc également la déformation plastique $\epsilon_{pl}(A)$ du point A. Remarquons dès à présent qu'il n'importe pas de savoir si le point A est dans une phase plastique ou élastique des contraintes pour définir cette valeur $\epsilon_{pl}(A)$.

Nous dissocierons les variations simultanées de température et de contrainte (ou de déformation) en deux variations successives et distinctes.

Premièrement : variation de température

Si la température s'établit à une nouvelle valeur $T_2 > T_1$, nous poserons comme hypothèse que la déformation plastique n'en est pas modifiée (cette hypothèse semble en tout cas correcte dans le cas particulier où la contrainte serait nulle ; point m de la figure III.8).

Le matériau suivrait donc la courbe m - n - o définie par les nouvelles valeurs de E_0 , E^* et σ_y , s'il était chargé à partir d'une contrainte nulle correspondant à $\epsilon_\sigma = \epsilon_{pl}(A)$.

Nous supposerons également que, dans un premier temps, les variations de température n'ont pas eu d'effet sur les déplacements de la structure. C'est le même principe qui est appliqué dans la méthode de Duhamel [D1].

On applique ensuite la loi de comportement du matériau qui s'écrit

$$\epsilon_t = \epsilon_\sigma + \epsilon_{th} \quad (\text{voir § III.4})$$

avec ϵ_t = déformation totale, résultant des équations de comptabilité.

$$\text{Ainsi, } \epsilon_t(T_1) = \epsilon_\sigma(T_1) + \epsilon_{th}(T_1)$$

$$\text{et } \epsilon_t(T_2) = \epsilon_\sigma(T_2) + \epsilon_{th}(T_2)$$

$$\text{Comme } \epsilon_t(T_1) = \epsilon_t(T_2)$$

$$\text{alors } \epsilon_\sigma(T_2) = \epsilon_\sigma(T_1) - \Delta\epsilon_{th}(T_1 \rightarrow T_2) \quad (\text{III.10})$$

La déformation donnant lieu à contraintes sous la température T_2 est ainsi connue. Sur la nouvelle courbe m - n - o, on peut directement lui associer une contrainte (le point B dans ce cas ci) et un module tangent correspondant.

Deuxièmement : corrections d'équilibre

A cause de l'apparition de nouvelles déformations thermiques, de la modification de la contrainte non seulement au point matériel considéré mais dans toute la structure, celle-ci n'est plus en équilibre. Des forces hors équilibre apparaissent. Il convient donc maintenant de permettre les déformations de la structure et de rétablir son équilibre, par la méthode de Newton-Raphson dans le cas qui nous occupe. Au cours de ces itérations d'équilibre, la déformation plastique sera maintenue constante. En effet, si certains retours ont lieu au cours de ces itérations, ils ne correspondent pas à un comportement réel du matériau mais bien à notre incapacité de prévoir directement le nouveau point d'équilibre. Le matériau devra donc se comporter élastiquement durant les corrections d'équilibre. Lorsque la nouvelle situation du matériau aura été déterminée (point C par ex.) il conviendra éventuellement de modifier la valeur de la déformation plastique $\epsilon_{pl}(C)$.

L'avantage de la procédure développée ci-dessus par rapport à certains schémas décrits par ailleurs [D2 -F2] est qu'il n'existe plus ici aucune indétermination quant à la valeur du module d'élasticité à utiliser lors de la première itération. De manière générale, il n'est pas possible de prévoir si un point matériel va subir un retour élastique ou si la contrainte va continuer à augmenter à partir de la dernière position d'équilibre. Dans les méthodes utilisées par ailleurs, il est nécessaire de fixer un choix arbitraire. Les deux formules les plus souvent utilisées sont les suivantes;

1. la contrainte va croître,
 2. le comportement du matériau sera le même qu'au pas précédent.
- Or, la qualité de la première itération dépend fortement de ce choix arbitraire. Grâce au processus développé ci-dessus, le choix est basé sur des hypothèses ayant un sens physique. De la sorte, les risques liés à un mauvais choix sont réduits.

Examinons maintenant la manière dont varient avec la température les trois paramètres qui définissent le modèle adopté : E_0 , E^* , σ_y .

1. - Variation de la limite d'élasticité avec la température

A cause du comportement non linéaire de l'acier, on définit la limite d'élasticité par une certaine valeur de la déformation plastique qui y correspond. Aux températures ordinaires, on utilise souvent la limite à 0,2% d'allongement permanent. Comme l'avait montré Dotreppe [D2], on peut avoir intérêt à considérer la limite à 0,5% lorsque les températures élevées sont envisagées. Le modèle théorique que nous utilisons s'adapte alors plus facilement à la réalité, ainsi que le montre la figure III.9. Les différences ne sont toutefois pas très importantes.

De nombreux résultats d'essais effectués par différents auteurs sont présentés dans l'ouvrage de Anderberg [A2].

Après plusieurs tâtonnements et grâce à la simulation complète d'un grand nombre d'essais, il est apparu que les meilleurs résultats étaient obtenus lorsque les expressions suivantes étaient utilisées.

$$\text{Si } x = T/100$$

$$T : \text{température en } ^\circ\text{C}$$

$$\phi = \sigma_y(T)/\sigma_y(20^\circ)$$

$$\begin{array}{ll} \text{alors} & x \leq 1 \quad \phi = 1 \\ & 1 < x \leq 5 \quad \phi = 2,95 \cdot 10^{-3} x^3 - 4,88 \cdot 10^{-2} x^2 + 8,87 \cdot 10^{-2} x + 0,957 \\ & 5 < x \leq 12 \quad \phi = -4,21 \cdot 10^{-4} x^3 + 2,344 \cdot 10^{-2} x^2 - 0,3806x + 1,919 \\ & 12 < x \quad \phi = 0. \end{array} \quad (\text{III.11})$$

La figure III.10 présente l'expression graphique de cette relation. On constate sur cette figure que la loi que nous avons adoptée se situe à un niveau supérieur à celui des autres lois qui ont été présentées par ailleurs. Cela est dû au fait que nous nous référons à la limite à 0,5% alors que les expressions présentées usuellement se rapportent à la limite à 0,2% (voir fig. III.9).

2. - Variation du module d'élasticité à l'origine avec la température

Ce paramètre présente moins d'importance en ce qui concerne la capacité portante d'une section qu'en ce qui concerne sa déformabilité. La variation du module d'élasticité à l'origine a été étudiée par de nombreux auteurs. On consultera également à ce propos l'ouvrage [A2].

On constate en général que la décroissance en fonction de la température est moins rapide que pour la limite d'élasticité. Certaines méthodes de calcul manuelles, notamment pour la prise en compte du flambement des colonnes, posent néanmoins l'approximation qui consiste à utiliser la même loi de variation pour ces deux paramètres. Dans le cadre de cette étude, nous avons préféré marquer la distinction et considérer pour le module d'élasticité à l'origine les expressions suivantes.

Si $x = T/100$

T : température en °C

$$\psi = E_0(T)/E_0(20^\circ\text{C})$$

alors $x \leq 1$ $\psi = 1$

$$1 < x \leq 6 \quad \psi = -0.018 x^2 + 0.036 x + 0.982$$

$$6 < x \leq 12 \quad \psi = 9,25926 \cdot 10^{-5} x^3 + 0.0125 x^2 - 0,34x + 2,12$$

$$12 < x \quad \psi = 0. \quad (\text{III.12})$$

La figure III.11 présente l'expression graphique de cette relation et montre que notre choix, dicté par la simulation numérique de nombreux essais, s'intègre bien parmi les propositions émanant d'autres auteurs.

3. - Variation du module d'écrouissage avec la température

Contrairement aux deux paramètres examinés ci-dessus, le module d'écrouissage ne décroît pas monotonement avec la température. Comme l'indique la figure III.5, sa valeur est très faible aux températures ordinaires. Elle atteint un maximum vers 300 - 400°C pour décroître ensuite vers des valeurs très faibles lorsque la température approche les 600°C.

Les données expérimentales relatives à ce paramètre sont peu nombreuses. On citera par exemple [A4].

Après avoir examiné de nombreux diagrammes σ - ϵ_σ , nous avons cependant estimé que le modèle théorique que nous utilisons s'accorde mieux à la réalité lorsque ce module d'écrouissage est un peu plus important que ce que propose Anderberg [A4]. C'est pourquoi nous utilisons les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} \rho &= E^*(T)/E_0(20^\circ) \\ T &\leq 300^\circ\text{C} & \rho &= 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-5} T \\ 300 < T &\leq 600^\circ\text{C} & \rho &= 4,6 \cdot 10^{-2} - 7 \cdot 10^{-5} T \\ 600 < T & & \rho &= 4 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

La figure III.12 marque la comparaison entre notre choix et la proposition d'Anderberg.

On remarque ainsi que la limite d'élasticité et le module à l'origine, pris à température ordinaire, sont les deux seules valeurs nécessaires pour décrire le comportement modélisé d'un type d'acier. En effet,

$$\begin{aligned} E_0(T) &= \psi(T) E_0(20^\circ) \\ \sigma_y(T) &= \phi(T) \sigma_y(20^\circ) \\ E^*(T) &= \rho(T) E_0(20^\circ) \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Finalement, en utilisant les expressions III.11, III.12 et III.13, on peut construire les courbes de la figure III.13 réalisées pour un acier à 235N/mm^2 de limite d'élasticité. La comparaison avec la figure III.5 est satisfaisante. On constate notamment que pour des déformations importantes ($\epsilon_\sigma = 5\%$) la contrainte est sensiblement la même à 20°C ou à 400°C . Cela est vrai pour notre modèle théorique (fig. III.13) ainsi que dans la réalité (fig. III.5).

III.2.3 - Béton

Des essais de compression effectués sur des éprouvettes de béton portées à des températures différentes indiquent que le comportement mécanique du matériau est fortement influencé par la température. La figure III.14a, extraite de [A5], constitue un exemple de résultats d'essais.

Deux causes physiques différentes expliquent la modification des caractéristiques du béton avec la température : d'une part la diminution de la teneur en eau, et d'autre part la désintégration du béton due à la décomposition du ciment hydraté. La diminution de la teneur en eau conduit tout d'abord à une augmentation de la résistance en compression du béton. Ceci correspond au fait généralement admis que les bétons secs ont des résistances plus élevées. Cette légère augmentation de la résistance se produit entre 100°C et 200°C, après que l'eau libre se soit évaporée et avant que le processus de déshydratation et de désorganisation interne du béton ne se mette en route. Ce phénomène se produit aux environs de 200°C, et à partir de cette température, la résistance commence à diminuer. Parallèlement à cette modification de la résistance à la compression du béton, on constate que les déformations deviennent de plus en plus importantes à mesure que la température s'élève.

Anderberg et Thelandersson [A5] ont montré que les essais effectués à température constante (steady state tests) et ceux effectués à contrainte constante (transient tests) donnent des résultats fort semblables. Dans ce dernier cas, la vitesse de chauffage n'a pas d'influence pour autant que les gradients thermiques dans l'éprouvette restent inférieurs à 10°C/cm [S5]. Le type de ciment, le rapport eau/ciment et la taille des agrégats ne jouent pratiquement aucun rôle dans les phénomènes envisagés ici. Il en est de même de la résistance initiale du béton, de sorte que les résultats peuvent être présentés en fonction de la variable non dimensionnelle $\sigma_{ult}(T)/\sigma_{ult}(20^\circ\text{C})$. D'autres facteurs comme le rapport agrégat/ciment ou les conditions de conservation de l'éprouvette jouent un certain rôle qui reste cependant trop limité pour être pris en compte dans le modèle théorique que nous nous proposons d'utiliser.

Les facteurs qui influencent le plus les caractéristiques mécaniques du béton sont, en plus de la température, au nombre de deux : tout d'abord le type d'agrégat, ensuite l'existence d'une précharge. On constate en effet que la diminution de résistance en fonction de la température est

moins rapide dans le cas des agrégats calcaireux que dans le cas des agrégats siliceux [C1]. La nature des plus gros granulats n'a, par contre, que peu d'influence sur la déformation correspondant à la contrainte maximale [S4].

D'autre part, l'existence d'une précharge σ_i agissant sur l'éprouvette pendant la période de chauffage de celle-ci modifie la forme des courbes σ - ϵ_σ que l'on obtient par la suite. La précharge augmente la résistance du béton mais la ductilité diminue comme le montre la figure III.14b tirée de [3]. L'influence de cet effet est surtout marquée pour des précharges σ_i variant entre 0 et $0.2 \sigma_{ult}(20^\circ)$. Des charges initiales plus importantes donnent sensiblement les mêmes résultats d'essais. La mise en évidence de ce phénomène indique donc que la déformation reliée aux contraintes dépend non seulement de la contrainte et de la température mais également de l'histoire des contraintes que nous noterons $\tilde{\sigma}$. En effet, alors que les essais sont réalisés pour des valeurs de précharges différentes mais constantes pour chaque éprouvette, dans la réalité, la contrainte et la température de chaque point de la poutre varient simultanément. La précharge représente donc ainsi toute l'histoire des contraintes jusqu'à l'instant que l'on considère. L'analyse rigoureuse du problème devrait donc être conduite sur la base d'une loi de comportement du type

$$f(\sigma, \epsilon_\sigma, \tilde{\sigma}, T) = 0 \quad (\text{III.15})$$

Une telle approche du problème n'est cependant pas envisageable, surtout à cause d'une connaissance expérimentale encore imparfaite du comportement réel du béton sous l'effet de ces sollicitations combinées. Le modèle théorique adopté sera donc approché et l'hypothèse la plus commode et généralement admise [D2 - F2 - B3] consiste à sacrifier la variable contrainte initiale $\tilde{\sigma}$. On tentera d'établir une expression du type (III.8).

$$\epsilon_\sigma = f(\sigma) \Big|_T$$

qui reproduise assez bien les résultats d'essais effectués pour une valeur moyenne de la précharge.

Le comportement du béton présentant un caractère hautement non linéaire, quelle que soit la température et même pour des contraintes faibles, une modélisation par parties linéaires comme dans le cas de l'acier (fig. III.6) n'est pas indiquée. L'expression proposée par Schneider pour le béton comprimé dans [S5] nous a paru convenir pour représenter de manière satisfaisante la majorité des résultats expérimentaux que l'on peut rencontrer.

Elle peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma_{ult}(T)} = \frac{\epsilon_{\sigma}(T)}{\epsilon_{ult}(T)} - \frac{3}{2 + \left(\frac{\epsilon_{\sigma}(T)}{\epsilon_{ult}(T)} \right)^3} \quad (III.16)$$

Les deux paramètres qui définissent cette loi sont d'une part la contrainte maximum $\sigma_{ult}(T)$ et d'autre part la déformation maximum qui y correspond $\epsilon_{ult}(T)$. Ces deux valeurs sont représentées sur la fig.III.15. Contrairement au cas de l'acier, le module d'élasticité à l'origine n'est plus considéré comme une donnée du problème. On peut cependant le calculer en fonction des deux paramètres fondamentaux par dérivation de l'équation (III.16). On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \text{en } \epsilon_{\sigma} &= \epsilon_{ult}(T) & E_t(T) &= \frac{\partial \sigma(T)}{\partial \epsilon_{\sigma}(T)} = 0 \\ \text{en } \epsilon_{\sigma} &= 0 & E_o(T) &= \frac{\partial \sigma(T)}{\partial \epsilon_{\sigma}(T)} = \frac{3 \sigma_{ult}(T)}{2 \epsilon_{ult}(T)} \end{aligned} \quad (III.17)$$

Il est nécessaire de connaître cette dernière valeur du module tangent à l'origine pour la prise en compte des retours élastiques qui se réalise pour les contraintes de compression suivant les mêmes hypothèses et de la même façon que pour l'acier.

En traction, la forme de la courbe σ - ϵ_{σ} est assez semblable. Nous avons utilisé dans ce cas une expression du second degré.

$$\sigma = E_o(T) \epsilon_{\sigma} \left(1 - \frac{E_o(T) \epsilon_{\sigma}}{4 \sigma_{ult}^t} \right) \quad (III.18)$$

avec σ_{ult}^t : contrainte maximale de traction

$E_o(T)$: module tangent à l'origine (défini par III.17)

Un modèle qui s'accorde rigoureusement au schéma de la figure III.15, peut être qualifié de fragile. En effet, tant en compression que dans la zone de traction, le matériau passe sans transition de la contrainte maximum à une valeur nulle dès que la "déformation maximum" ϵ_{ult} est dépassée. Or, des essais effectués à vitesse de déformation constante montrent, aussi bien en compression [S4] qu'en traction [B4] qu'il n'en est rien. Après que la contrainte maximum ait été atteinte, l'effort diminue progressivement vers la valeur nulle lorsque les déformations continuent à croître. L'amorce de ce phénomène se distingue sur la figure III.14b.

Dotreppe [D2] avait déjà étudié l'influence du choix entre un modèle élastique-fragile ou élastique-palier plastique pour le comportement en traction du béton. L'étude ne portait toutefois que sur l'étendue des zones fissurées et n'abordait pas le cas de la "branche descendante" du diagramme $\sigma-\epsilon_\sigma$. Pour notre part, nous montrerons par la suite la grande importance de cette branche descendante en compression.

Les informations expérimentales concernant cette partie du diagramme $\sigma-\epsilon_\sigma$ du béton sont peu nombreuses. Il nous a semblé acceptable de modéliser la diminution des contraintes de manière linéaire. Pour le module d'élasticité, nous avons utilisé la même valeur que Forsen [F2]. Cette valeur avait été proposée par Anderberg [A4].

$$E^- = - 88 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{indépendant de la température} \quad (\text{III.19})$$

En ce qui concerne les retours élastiques qui surviennent dans le béton tendu, nous procéderons de manière différente de ce qui était réalisé pour l'acier et le béton comprimé. Nous considérerons que les contraintes et les déformations reviennent de manière linéaire vers l'origine (fig. III.16a) et non parallèlement au module tangent (fig. III.16 b) . On imagine mal en effet que des contraintes de compression puissent se développer avant que les fissures produites par la traction ne se soient refermées, c'est-à-dire avant que les déformations ne soient revenues à une valeur proche de 0.

Examinons maintenant la manière dont varient avec la température les paramètres qui définissent les modèles adoptés :

$$\sigma_{ult}(T), \sigma_{ult}^t(T) \text{ et } \epsilon_{ult}(T).$$

1. - Variation de la contrainte maximum avec la température

Il s'agit probablement de la propriété dont la variation avec la température a été la plus étudiée. Comme indiqué ci-dessus, il convient de marquer la distinction entre les deux types principaux de granulats que l'on peut rencontrer : agrégats calcaireux ou siliceux. C'est ce qui a été fait à la figure III.17 où quelques résultats d'essais tirés de [C1] et de [A6] sont présentés. L'étude de ces résultats ainsi que celle de nombreux autres tests [M1 - S4 - B3 - A5 - F3] nous a permis de dégager les deux conclusions suivantes :

- la diminution de résistance du béton siliceux en fonction de la température peut être modélisée par la même fonction que celle qui décrit la variation de la limite d'élasticité de l'acier (voir § III.2.2.1).

Agrégat siliceux :

$$\frac{\sigma_{ult}(T)}{\sigma_{ult}(20^{\circ})} = \frac{\sigma_y(T)}{\sigma_y(20^{\circ})} = \phi(T) \quad \text{voir (III.11)}$$

Cette fonction, déjà représentée à la figure III.10, est reprise à la figure III.17 où elle s'intègre parfaitement dans les résultats des essais.

- la diminution de résistance du béton calcaireux en fonction de la température peut être modélisée de manière satisfaisante par la même fonction que celle qui décrit la variation du module d'élasticité à l'origine de l'acier (voir § III.2.2.2).

Agrégat calcaireux :

$$\frac{\sigma_{ult}(T)}{\sigma_{ult}(20^{\circ})} = \frac{E_o(T)}{E_o(20^{\circ})} = \psi(T) \quad \text{voir (III.12)}$$

Cette fonction, déjà représentée à la figure III.11, est reprise à la figure III.18 où elle s'intègre assez bien dans les résultats des essais.

2. - Variation de la déformation ultime avec la température

Comme il a déjà été dit, le type de granulat n'influence guère cette caractéristique et il est donc licite de n'utiliser qu'une seule loi de variation (voir fig. III.19). D'après les résultats d'essais présentés dans [A5 - S4 - F4], la déformation qui correspond à la contrainte maximum s'accroît de plus en plus lorsque la température augmente puis elle tend à se stabiliser pour des valeurs assez élevées de la température. Comme les résultats d'essais sont peu nombreux au delà de 700 - 800°, nous avons décidé, étant donné la tendance à la stabilisation, de limiter $\epsilon_{ult}(T)$ à $10 \cdot 10^{-3}$. L'expression retenue est donc celle-ci :

$$\epsilon_{ult}(T) = \beta(T) = 2,5 \cdot 10^{-3} + 4,1 \cdot 10^{-6}(T-20) + 5,5 \cdot 10^{-9}(T-20)^2$$

avec $\beta(T) \leq 10 \cdot 10^{-3}$ (III.20)

Elle est représentée sur la figure III.19 en liaison avec les essais de Schneider [S4] .

3. - Variation de la résistance en traction avec la température

Le comportement du béton en traction a généralement moins d'influence sur la rigidité et la résistance d'une structure que ses caractéristiques en compression. C'est pourquoi les études expérimentales à ce propos ont été moins nombreuses. On pourra consulter les références [T2] [Z1] et [4]. Bien que tous les auteurs signalent une diminution plus rapide des valeurs en traction que des caractéristiques en compression, nous considérerons pour décrire la variation avec la température de la résistance en traction notée $\sigma_{ult}^t(T)$, la même expression que pour la résistance en compression (voir § III.2.3.1).

On remarque ainsi que la résistance à la compression et celle en traction, prises à température ordinaire, sont les deux seules valeurs nécessaires pour décrire le comportement modélisé du béton.

En effet :

$$\sigma_{ult}(T) = \phi(T) \sigma_{ult}(20^\circ) \quad \text{III.11}$$

$$\text{ou} = \psi(T) \sigma_{ult}(20^\circ) \quad \text{III.12}$$

$$\epsilon_{ult}(T) = \beta(T) \quad \text{III.20}$$

$$\sigma_{ult}^t(T) = \phi(T) \sigma_{ult}^t(20^\circ) \quad \text{III.11}$$

$$\text{ou} = \psi(T) \sigma_{ult}^t(20^\circ) \quad \text{III.12}$$

Finalement, en utilisant les fonctions III.11, III.12, III.20 ainsi que les expressions III.16, III.17 et III.18, on peut construire les courbes de la figure III.20 dans le cas où les agrégats sont de type siliceux et $\sigma_{ult}(20^\circ) = 35 \text{ N/mm}^2$ et $\sigma_{ult}^t(20^\circ) = 4 \text{ N/mm}^2$.

Enfin, il nous reste à évoquer brièvement quelques caractéristiques du béton qui sont liées à la contrainte et qu'il n'est pas possible (ou peu profitable) d'intégrer dans ce travail.

La résistance du béton après refroidissement est généralement moins grande qu'elle ne l'était à température élevée. Une dégradation supplémentaire du matériau semble être produite par le refroidissement [F5 - Z2]. Ce genre de sollicitations thermiques n'est pas envisagé dans la présente étude qui se limite aux températures monotonément croissantes.

Les éclatements du béton se produisent surtout lorsque la teneur en eau libre, le gradient thermique et les contraintes de compression sont importants [M2]. Ils ne peuvent pas être appréhendés par notre programme puisque nous considérons que la forme de la section droite d'un élément reste constante. Les résultats fournis par notre code de calcul à propos des gradients thermiques et du taux de contrainte peuvent cependant aider le projecteur à prévoir les dispositions constructives permettant d'éviter l'apparition de l'éclatement.

Les efforts d'adhérence entre le béton et l'acier subissent eux aussi l'effet défavorable des températures élevées. L'état de surface des barres ainsi que la qualité du béton (calcareux siliceux) jouent ici un rôle déterminant [H3 - S6]. Comme on suppose dans le code de calcul développé ici que l'hypothèse de Bernoulli est vérifiée (cfr. § II.2.1), les glissements entre matériaux sont nuls et l'adhérence n'intervient pas. Cela n'a, semble-t-il, entraîné jusqu'ici aucune déconvenue particulière.

III.3 - DEFORMATIONS DE FLUAGE

Le fluage d'un matériau est l'accroissement de déformation qui se manifeste au cours du temps lorsque la contrainte et la température restent constantes. Des déformations de fluage prennent naissance tant dans le béton que dans l'acier. Elles ont déjà été évoquées brièvement au § III.2.1.

Une de nos ambitions les mieux établies au départ de cette étude était d'introduire une composante relative aux phénomènes de fluage dans les lois de comportement des matériaux. Après avoir brièvement évoqué la façon donc ces effets se développent et les modèles théoriques qui les décrivent, nous mettrons en évidence les raisons qui nous ont conduits à considérer les effets du fluage de manière implicite dans le code de calcul développé ici.

III.3.1 - Acier

La manière dont le fluage se développe ne semble pas être liée à la résistance de l'acier à température ordinaire. Le taux de contrainte $\sigma/\sigma_y(20^\circ)$ peut donc être employé pour décrire ce phénomène.

La composition chimique ainsi que le processus de fabrication caractérisent de manière très importante un acier quant à son comportement relatif aux effets de fluage.

Comme on peut le comprendre aisément, des taux de contrainte importants et des températures élevées sont de nature à favoriser le développement des déformations différées. On considère généralement que pour les aciers formés à chaud (ceux qui sont surtout importants dans le cadre de cette étude - voir § III.2.2) les effets du fluage ne sont marqués que pour des températures supérieures à 400°C.

Les modèles théoriques présentés habituellement sont basés sur les travaux de Dorn [D3], généralisés plus tard par Harmathy [H4]. Dans ce type d'approche, les deux variables temps t et température T sont intégrées dans une seule variable que l'on note θ et que l'on appelle en anglais "temperature compensated time", définie comme suit :

$$\theta = \int_0^t e^{\left(\frac{-\Delta H}{RT(t)}\right)} dt \quad (\text{III.21})$$

où ΔH = énergie d'activation du fluage [J/mole]

R = constante des gaz [J/mole K]

$\Delta H/R$ est ainsi une première valeur caractéristique de chaque type d'acier qu'il convient de définir expérimentalement. Sa valeur est relativement constante (comparée aux variations des autres paramètres expérimentaux) puisqu'elle est comprise entre 36.000 et 66.000 K. La relation entre cette variable θ et les déformations de fluage, pour un niveau de contrainte donné, prend l'allure de la figure III.21. A l'expression introduite par Harmathy [H4] et écrite en fonction d'un arcosh, nous préférons l'expression introduite par Plem [P1] et qui comprend une partie parabolique (fluage primaire) et une partie linéaire (fluage secondaire). Le fluage tertiaire n'est en général pas considéré.

$$\begin{aligned} \epsilon_{cr} &= \epsilon_{cr,0} \cdot 2 \sqrt{\frac{Z \cdot \theta}{\epsilon_{cr,0}}} & \text{si } 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ \epsilon_{cr} &= \epsilon_{cr,0} + Z \cdot \theta & \text{si } \theta_0 \leq \theta \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

$$\text{où } \theta_0 = \frac{\epsilon_{cr,0}}{Z}$$

Comme l'indique la figure III.21, les deux paramètres Z et $\epsilon_{cr,0}$ définissent ainsi la relation entre θ et ϵ_{cr} . Ils s'expriment comme suit :

$$\begin{aligned} \epsilon_{cr,0} &= A \cdot \sigma^B \\ Z &= C \cdot \sigma^D \quad \text{si } \sigma \leq \sigma_1 \\ &= H \cdot e^{F\sigma} \quad \text{si } \sigma_1 < \sigma \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

A , B , C , D , H , F et σ_1 sont donc, avec $\Delta H/R$, les huit paramètres expérimentaux qui décrivent complètement le comportement d'un acier soumis aux effets du fluage.

TABLEAU I - PARAMETRES DE FLUAGE POUR DIFFERENTES SORTES D'ACIER

ACIER	σ_y (20°) MPa	A	B	C min ⁻¹	D	H min ⁻¹	F	$\frac{\Delta H}{R}$ K	SIG 1 MPa
1312 (test 1)	254	$5.56 \cdot 10^{-6}$	1.722	$6.083 \cdot 10^{+9}$	7.808	$1.383 \cdot 10^{+23}$	0.0578	55.800	108
1312 (test 2)	263	$2.66 \cdot 10^{-7}$	2.248	$8.95 \cdot 10^{+8}$	7.644	$5 \cdot 10^{+21}$	0.0601	53.900	108
1411 (Thor)	317	$3.52 \cdot 10^{-7}$	2.08	$6.767 \cdot 10^{+12}$	8.402	$4.417 \cdot 10^{+27}$	0.0603	66.000	118
A36-66	304	$4.07 \cdot 10^{-6}$	1.75	$6.217 \cdot 10^{+16}$	4.70	$2 \cdot 10^{+14}$	0.0434	38.900	103
2172	331	$2.085 \cdot 10^{-8}$	2.30	$1.33 \cdot 10^{+10}$	5.38	$1.083 \cdot 10^{+19}$	0.0446	50.000	108
G40-12	333	$1.835 \cdot 10^{-5}$	1.00	$4.733 \cdot 10^{+7}$	3.25	$6.17 \cdot 10^{+12}$	0.0319	36.100	103
A.36-66	304	$1.03 \cdot 10^{-6}$	1.75	$6.25 \cdot 10^{+6}$	4.7	$2.05 \cdot 10^{+14}$	0.0435	38.900	103
G40-12	333	$1.813 \cdot 10^{-5}$	1.00	$4.73 \cdot 10^{+7}$	3.25	$6.15 \cdot 10^{+12}$	0.0319	36.100	103
A421-65	1470	$9.262 \cdot 10^{-5}$	0.67	$3.253 \cdot 10^{+6}$	3.0	$1.368 \cdot 10^{+12}$	0.0145	30.600	172
Ks 40 Ø 10	483	$28.5 \cdot 10^{-9}$	1.037	$1.16 \cdot 10^{+9}$	4.7	$4.3 \cdot 10^{+16}$	0.0443	45.000	84
Ks 40 Ø 8	456	$3.39 \cdot 10^{-7}$	0.531	$7.6 \cdot 10^{+5}$	4.72	$1.25 \cdot 10^{+13}$	0.0512	40.000	90
Ks 40 Ø 8	504	$19.9 \cdot 10^{-6}$	1.28	$4.05 \cdot 10^{+4}$	7.26	$5.0 \cdot 10^{+17}$	0.0384	47.000	120
Ks 40SE Ø 8	558	$38.6 \cdot 10^{-9}$	1.117	$5.8 \cdot 10^{+7}$	3.83	$4.133 \cdot 10^{+13}$	0.0414	40.000	96
Ks 60 Ø 8	710	$2.06 \cdot 10^{-6}$	0.439	$8.517 \cdot 10^{+5}$	2.93	$2.65 \cdot 10^{+14}$	0.0313	40.000	90
Ps 50 Ø 5	500	$1.10 \cdot 10^{-6}$	0.557	$9.738 \cdot 10^{+6}$	4.47	$2.133 \cdot 10^{+15}$	0.0368	40.000	100
Ps 50 Ø 8	749	$1.28 \cdot 10^{-7}$	0.844	$1.367 \cdot 10^{+8}$	3.94	$1.02 \cdot 10^{+15}$	0.0265	41.000	133

1

2

3

4

5

6

[T]

7

8

9

[H5]

10

11

12

13

14

15

16

[A1]

La difficulté qui est liée à l'utilisation de ce type de modèle ne réside pas tant dans son intégration à l'intérieur du code de calcul que dans le choix pratique qu'il convient d'effectuer à propos des paramètres expérimentaux. Or, ainsi qu'on l'a déjà signalé, les résultats pratiques sont fortement influencés par la composition chimique de l'acier. On comprend donc que les valeurs présentées soient très différentes d'un type d'acier à l'autre (voir lignes 3 et 5 - Tableau I). Il est également logique de constater des écarts entre les résultats d'essais effectués par des auteurs différents sur le même type d'acier (voir lignes 4 et 7 - Tableau I). Les écarts entre essais réalisés par un même auteur sur deux éprouvettes du même type d'acier, mais de nuances différentes sont déjà plus surprenants (lignes 12 et 14 - Tableau I). Que penser alors lorsque la seule différence entre deux essais semble être le diamètre de l'éprouvette (lignes 10 et 11), ou même lorsqu'aucune répétitivité ne se manifeste entre deux essais semblables (lignes 1 et 2 - lignes 11 et 12) ?

Les valeurs expérimentales présentées dans la littérature montrent donc une très forte dispersion, ainsi que l'examen du tableau I, tiré de [A2] vient de le montrer. Or, à cause de la forme exponentielle des expressions (III.21) et (III.23), l'influence de ces paramètres sur le comportement du modèle est très importante. C'est ce qui est illustré par la figure III.22 construite dans le cas de contrainte et de température constante, pour quatre essais effectués sur le même type d'acier. Les déformations de fluage obtenues par le modèle varient dans un rapport parfois proche de 10, suivant l'essai qui a servi à définir les paramètres expérimentaux.

Notre opinion est que les modèles théoriques sont effectivement suffisamment développés et précis pour représenter correctement chaque essai de laboratoire réalisé sur une éprouvette, bien que la forme exponentielle les rende trop sensible à la variation des paramètres expérimentaux. Cependant, la nature même du phénomène, sa réalité physique qui montre une grande dispersion entre deux éprouvettes différentes rend illusoire la possibilité de modéliser les effets du fluage à la fois de manière explicite et de façon suffisamment générale pour être applicable à l'ensemble des structures différentes que l'on veut analyser.

Nous citerons à ce propos Anderberg dans [A2].

"Creep behaviour is unique for every type of steel and a common description is hard to find".

De même, Becker, Bizri et Bressler dans [B3].

"..., the predicted fire response of a structure appears to be sensitive to the steel creep model... This sensitivity appears to arise from the exponential relationships inherent in the steel creep model, and the predicted response is accurate only for steels similar to those used in deriving the creep model".

Nous avons ainsi montré la grande dispersion qui existe en ce qui concerne les effets du fluage dans l'acier, ainsi que la difficulté qui en résulte pour la modélisation théorique. Qu'en est-il maintenant de l'importance de ces effets sur le comportement global de la structure ?

Dans une étude récente [B8], Baba et Nagura ont analysé le comportement au feu d'un portique rectangulaire en acier, en considérant successivement comme loi de comportement de matériau :

1. loi $\sigma-\epsilon_{\sigma}$ bilinéaire avec écrouissage (fig. III.6) et prise en compte du fluage
2. loi $\sigma-\epsilon_{\sigma}$ bilinéaire avec écrouissage (fig. III.6), fluage négligé
3. loi $\sigma-\epsilon_{\sigma}$ élastique-parfaitement plastique, fluage négligé.

Les conclusions suivantes ont pu être dégagées (voir fig.III.23).

1. Les déplacements calculés sont pratiquement semblables, que l'on applique la loi 1 (avec fluage) ou la loi 2 (sans fluage)
2. Lorsque l'écrouissage est négligé (loi 3), les déplacements calculés sont beaucoup plus importants.

Cette dernière conclusion s'accorde tout à fait à nos observations personnelles, déjà signalées au § III.2.2 : l'écrouissage de l'acier doit absolument être pris en compte.

La première conclusion dégagée par Baba et Nagura conforte également notre opinion que, si la considération explicite du fluage est essentielle pour la simulation correcte de petits tests réalisés sur éprouvettes (où la loi de comportement est le seul paramètre qui intervient), lors du calcul de structures complètes, l'influence globale des effets différés est beaucoup moins importante.

C'est pourquoi, nous basant sur les considérations développées ci-dessus, nous avons préféré prendre le fluage en compte de manière implicite dans les relations contraintes-déformations, en basant notre modélisation sur des essais de traction dont la durée est comparable à celle d'un essai au feu (voir § III.2.1) et qui intègrent un effet moyen de fluage.

Si le degré de sophistication et d'élaboration théorique peuvent en paraître réduit, nous pensons que les résultats des calculs effectués à propos de structures réelles peuvent y gagner en généralité.

III.3.2 - Béton

De la même manière que pour l'acier, les déformations de fluage du béton sont favorisées par des contraintes et des températures élevées. Alors que le type de béton n'influence guère la grandeur des déformations différées, celles-ci dépendent fortement de l'histoire des contraintes et de la méthode d'essai employée (contrainte constante ou température constante).

En ce qui concerne la modélisation explicite des effets du fluage à haute température, nous renverrons aux deux principales écoles qui existent en la matière : Schneider [S7] d'une part, Anderberg et Thelandersson [A5] d'autre part.

Notre opinion reste que, outre l'incertitude qui règne quant au choix de l'un ou l'autre des modèles théoriques évoqués ci-dessus, la nature du phénomène et la grande variété des résultats qui y est liée rendent illusoire la possibilité d'améliorer de manière générale la simulation des essais au feu par la prise en compte explicite des phénomènes de fluage, pour les structures mixtes en tout cas.

En outre, nous sommes ici liés par le choix qui a déjà été posé lors de la modélisation de l'acier. On comprendra en effet aisément qu'une solution où le fluage de l'acier serait introduit de manière implicite et où celui du béton serait pris en compte de manière explicite conduirait en fait à un modèle hybride présentant les défauts de chacune des deux méthodes.

III.4 - LOIS DE COMPORTEMENT

Grâce aux considérations développées ci-dessus, nous sommes maintenant à même de définir la loi de comportement uniaxial des matériaux. Elle peut s'écrire, en fonction des déformations, de la manière suivante pour chaque point de la structure :

$$\epsilon_t(q) = \epsilon_\sigma(\sigma, T) + \epsilon_{th}(T) \quad (III.24)$$

$\epsilon_t(q)$ représente la déformation totale en un point. Il s'agit de la déformation réelle existant effectivement du fait de l'allongement de la fibre matérielle. C'est cette grandeur que l'on pourrait éventuellement relever par mesure directe. Elle est directement liée aux déplacements nodaux q par les relations (II.4), (II.8) et (II.12). Le respect de l'hypothèse de Bernoulli porte sur cette déformation totale. Le théorème des travaux virtuels (voir chapitre II) exprime l'égalité entre le travail virtuel des forces extérieures et celui des forces internes. Le travail virtuel des forces intérieures, résultant du déplacement du point d'application des contraintes, concerne donc bien la déformation totale, puisque c'est elle qui existe réellement au sein du matériau.

$\epsilon_{th}(T)$ représente la déformation thermique qui affecterait le matériau si celui-ci était libre de se dilater. La façon dont cette composante dépend de la température a été développée au paragraphe III.1. Nous avons posé l'hypothèse que la température est le seul paramètre qui influence la déformation thermique. Celle-ci peut donc être directement calculée lorsque l'on connaît T .

$\epsilon_{\sigma}(\sigma, T)$ est la déformation reliée aux contraintes, de la manière indiquée au paragraphe III.2. Si on écrit la relation (III.24) sous la forme

$$\epsilon_{\sigma}(\sigma, T) = \epsilon_t(q) - \epsilon_{th}(T) \quad (III.24')$$

on peut dire que la déformation reliée aux contraintes est la part de la déformation réelle qui reste disponible pour mobiliser des contraintes à l'intérieur du matériau lorsqu'on a retranché la déformation due à l'accroissement de température.

Dans le déroulement d'un calcul, le facteur temps est intégré dans les modifications de températures qui en résultent. Après avoir calculé les déformations thermiques qui dépendent elles-mêmes de la température, la solution du problème consiste en la recherche des déplacements q qui, par la loi de comportement (III.24'), produiront des contraintes internes en équilibre avec les forces extérieures.

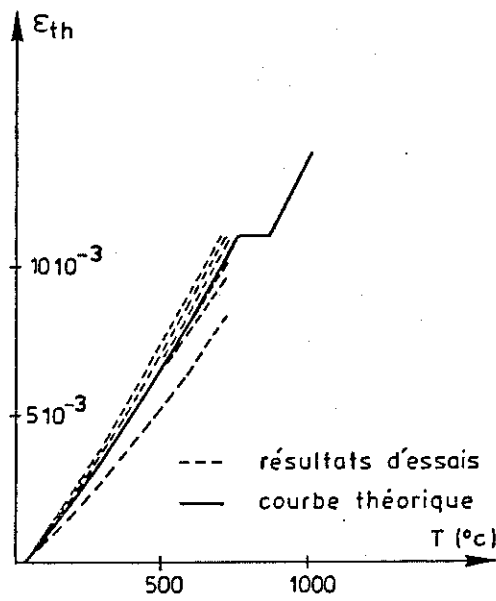


Figure III.1.
Dilatation thermique de l'acier

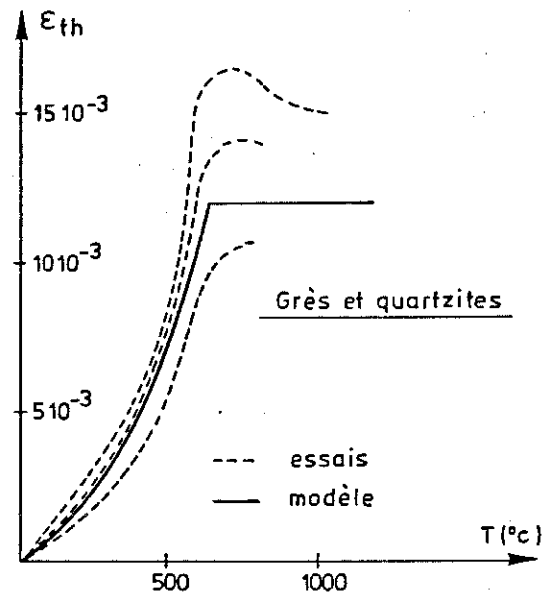


Figure III.2.
Dilatation thermique du béton

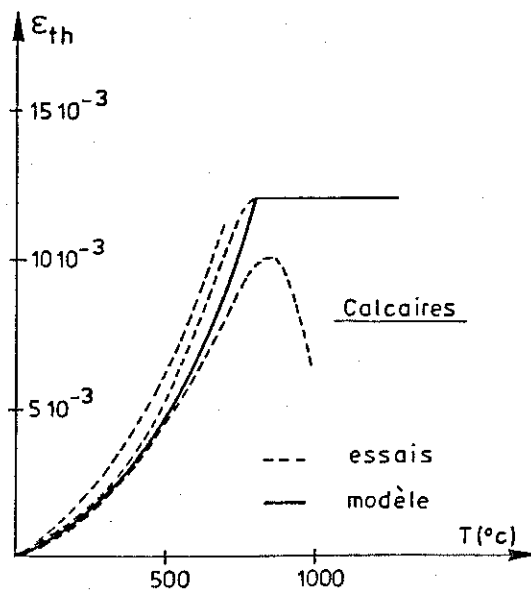


Figure III.3.
Dilatation thermique du béton

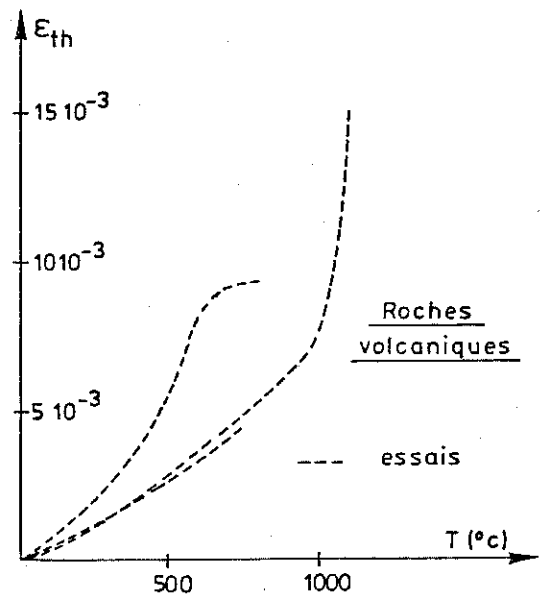


Figure III.4.
Dilatation thermique du béton

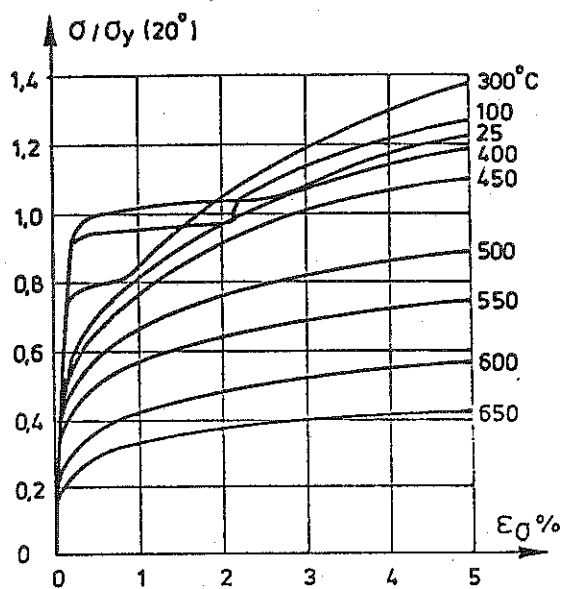


Figure III. 5.
Diagramme relevé pour
un type d'acier

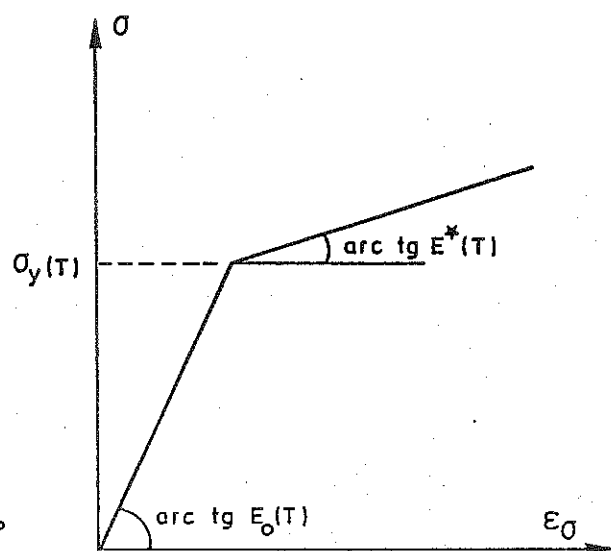


Figure III. 6.
Acier: modélisation

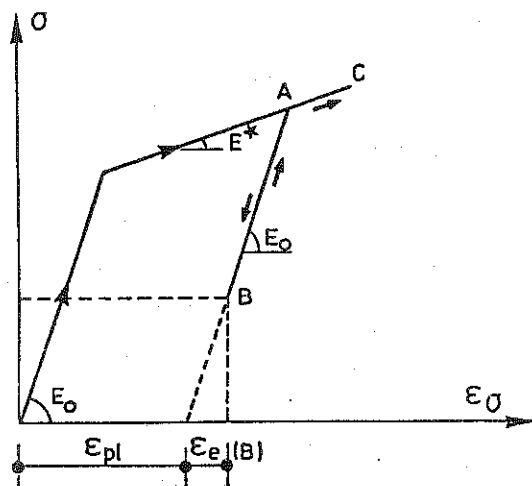


Figure III. 7
Retour élastique

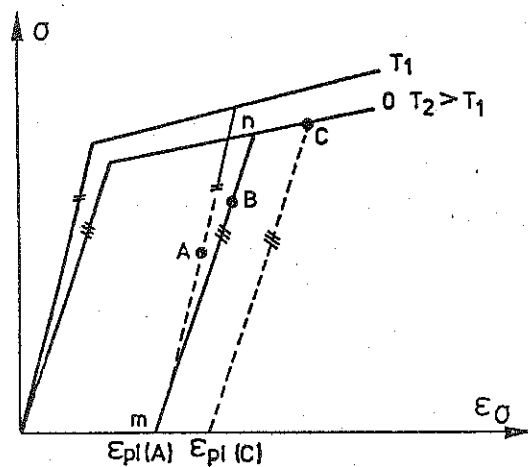


Figure III. 8
Retour élastique

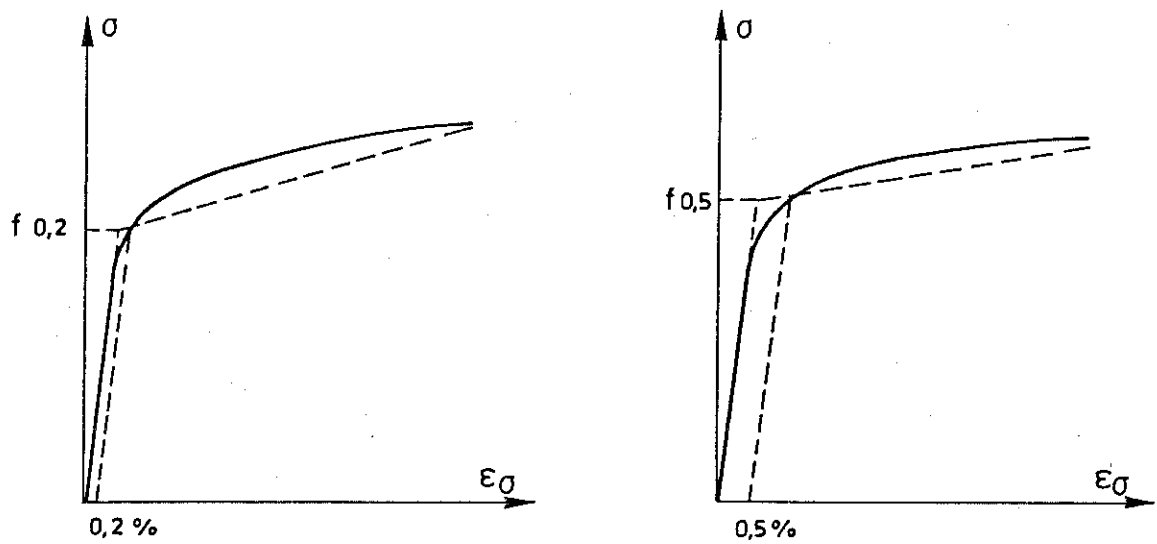


Figure III.9.
Limite délasticite de l'acier : définition

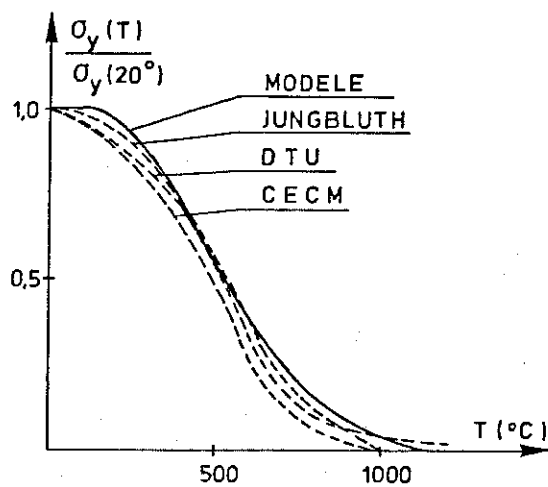


Figure III.10
Acier : limite d'élasticité

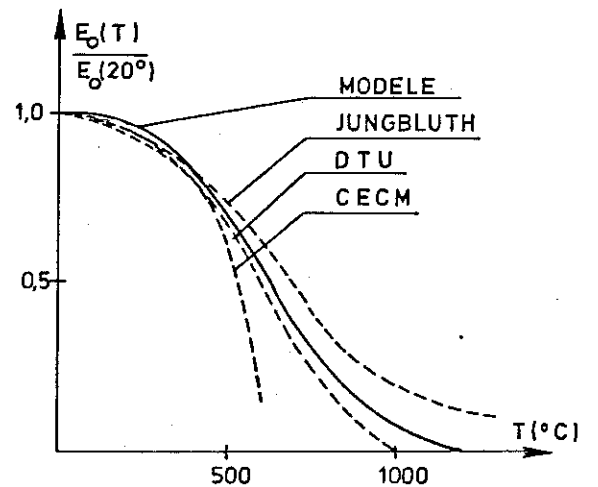


Figure III.11
Acier : module à l'origine

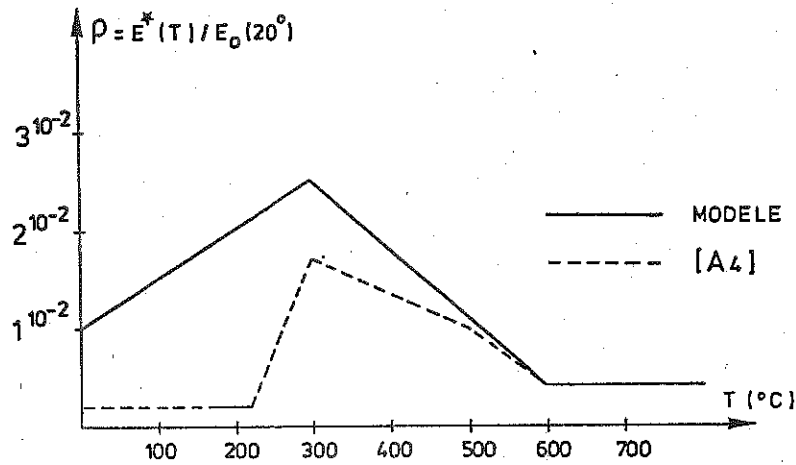


Figure III. 12
Acier : module d'érouissage

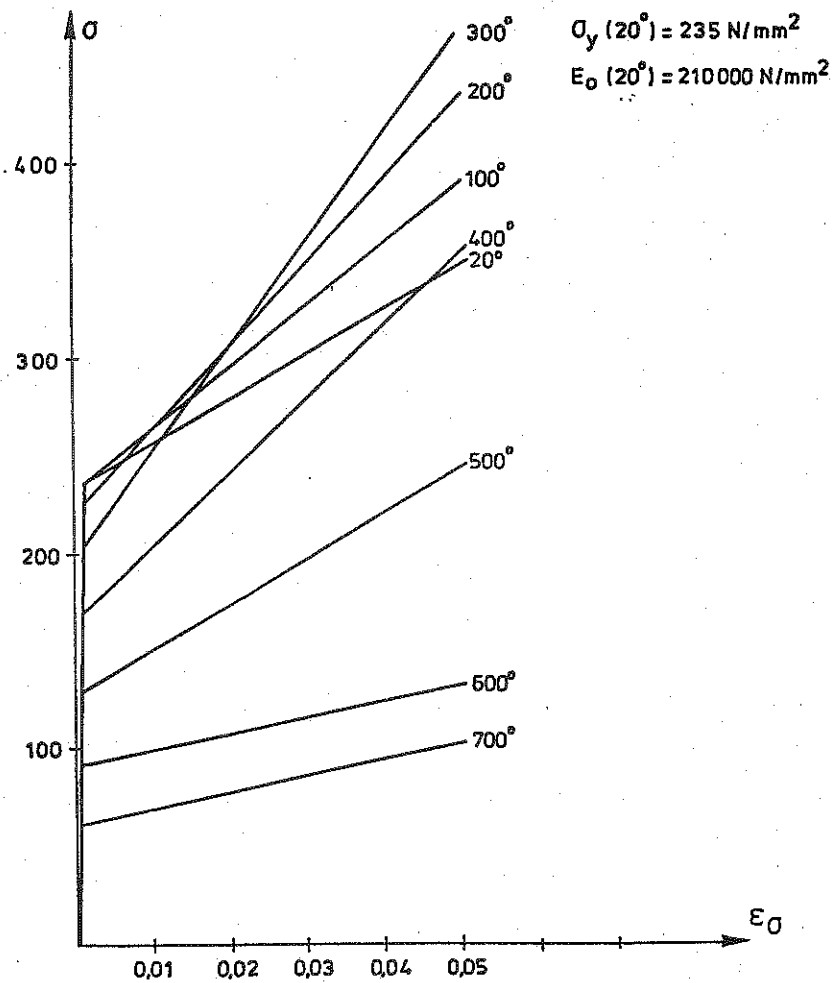


Figure III. 13
Acier : diagramme modélisé

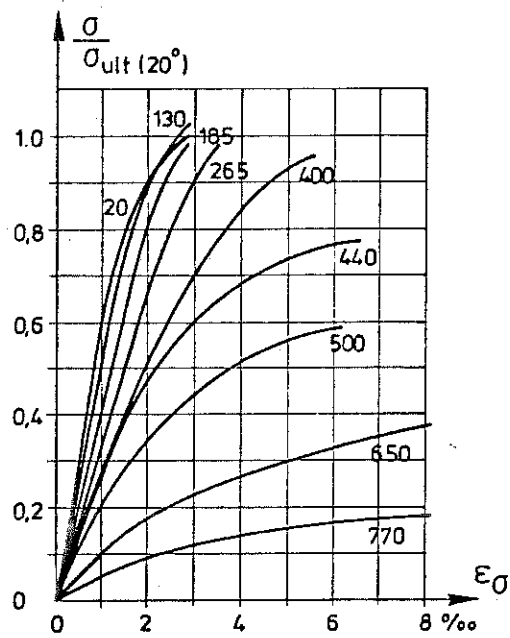


Figure III. 14 a

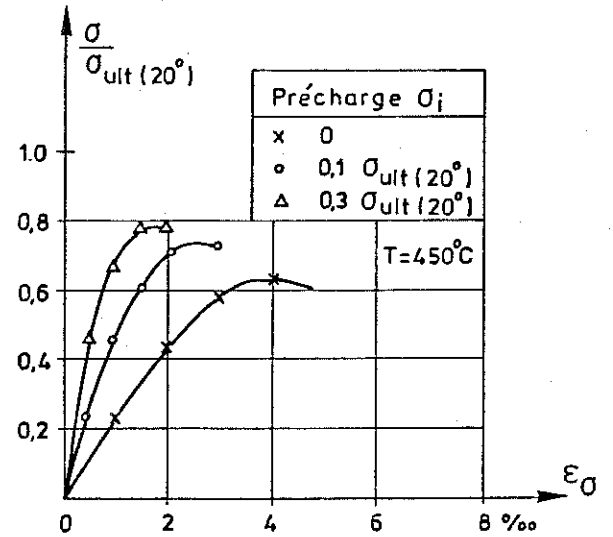


Figure III. 14 b

Béton : diagrammes expérimentaux

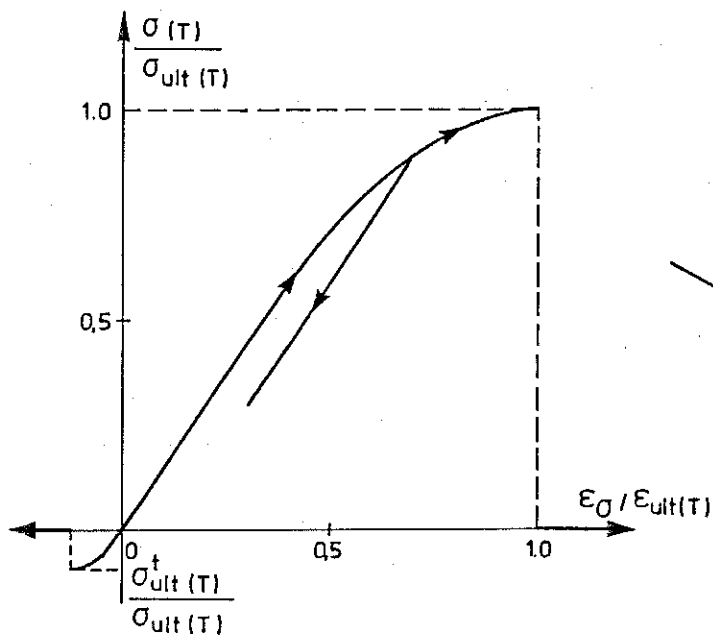


Figure III. 15

Béton : modèle fragile

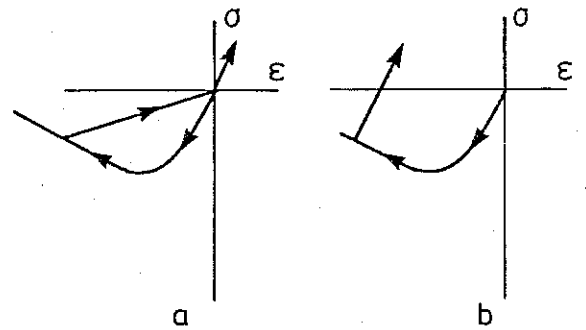


Figure III. 16

Béton tendu : retour élastique

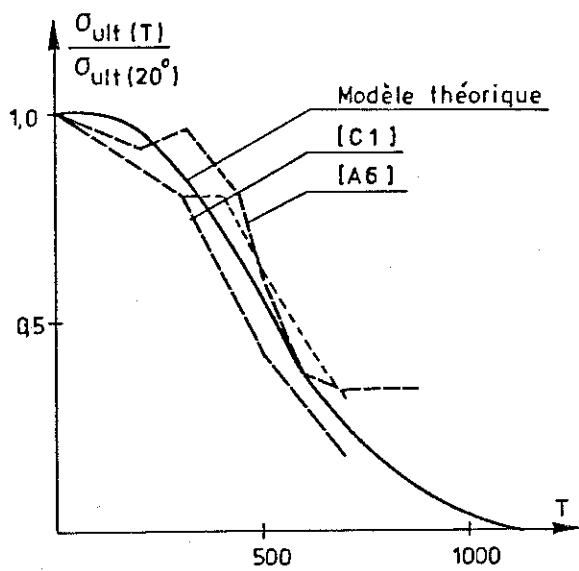


Figure III. 17
Béton siliceux : résistance ultime

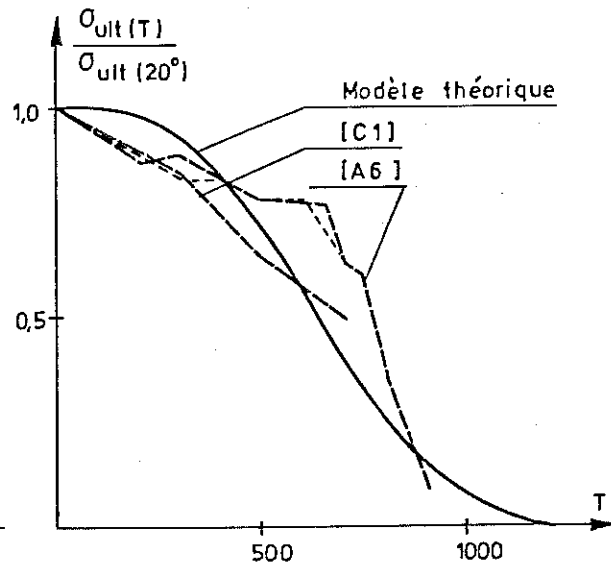


Figure III. 18
Béton calcaireux : résistance ultime

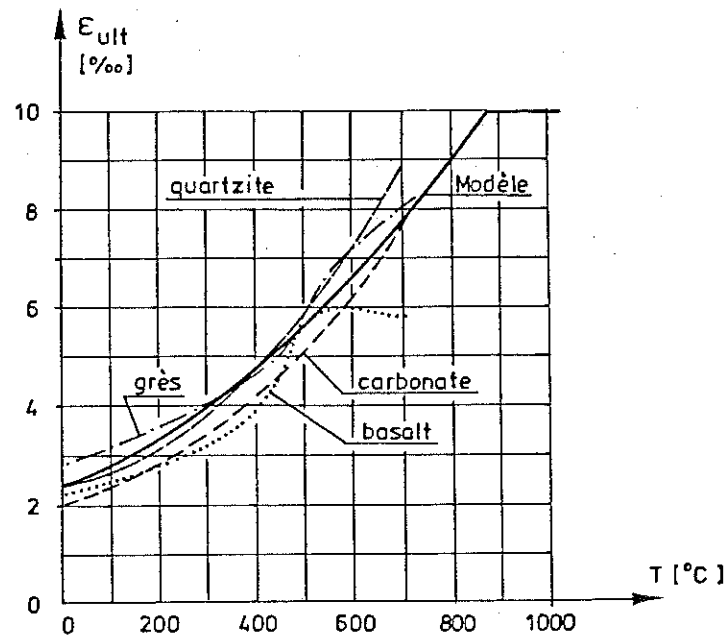
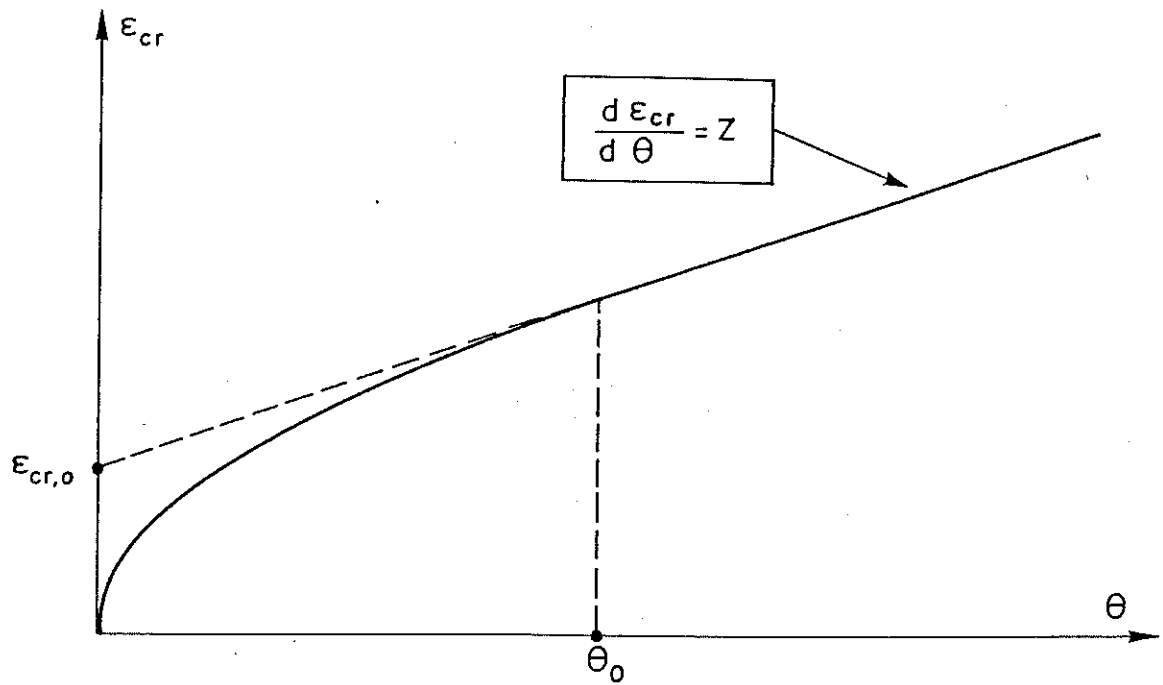
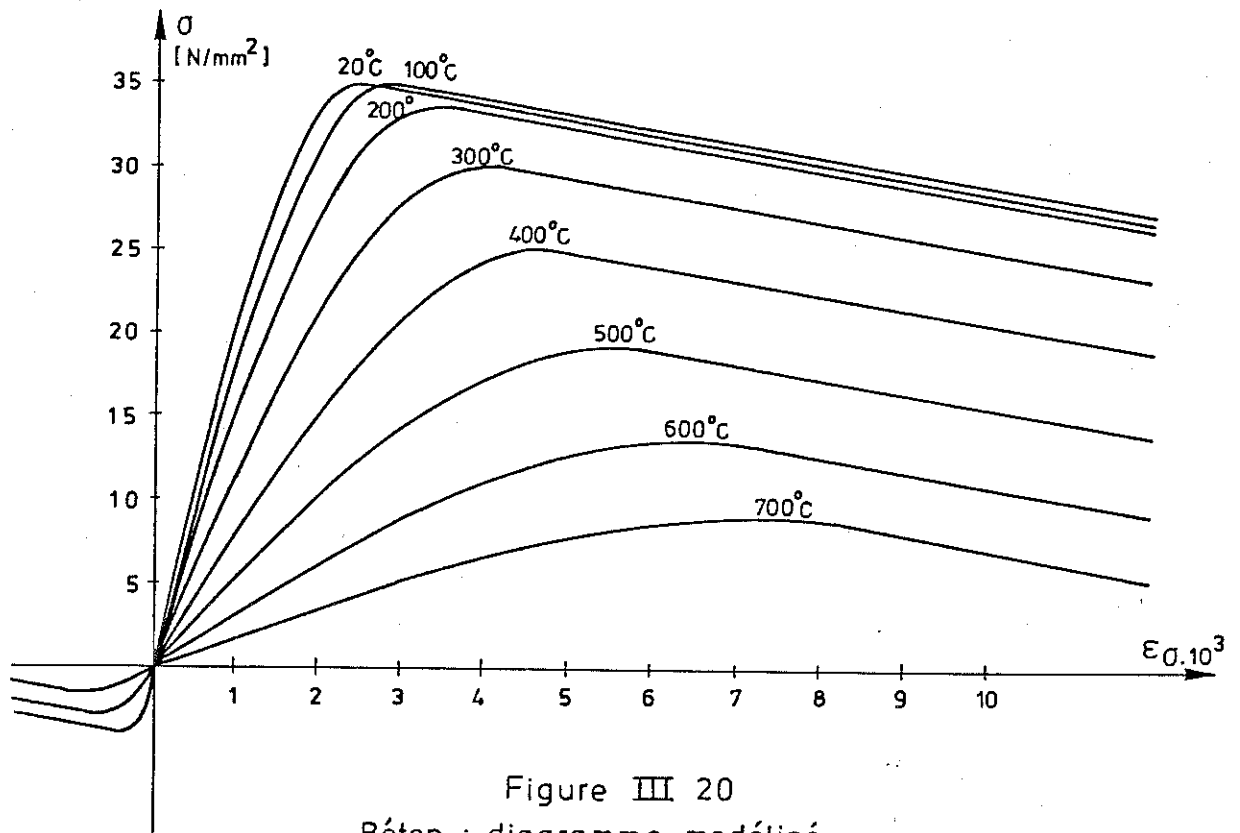


Figure III. 19
Béton : déformation ultime



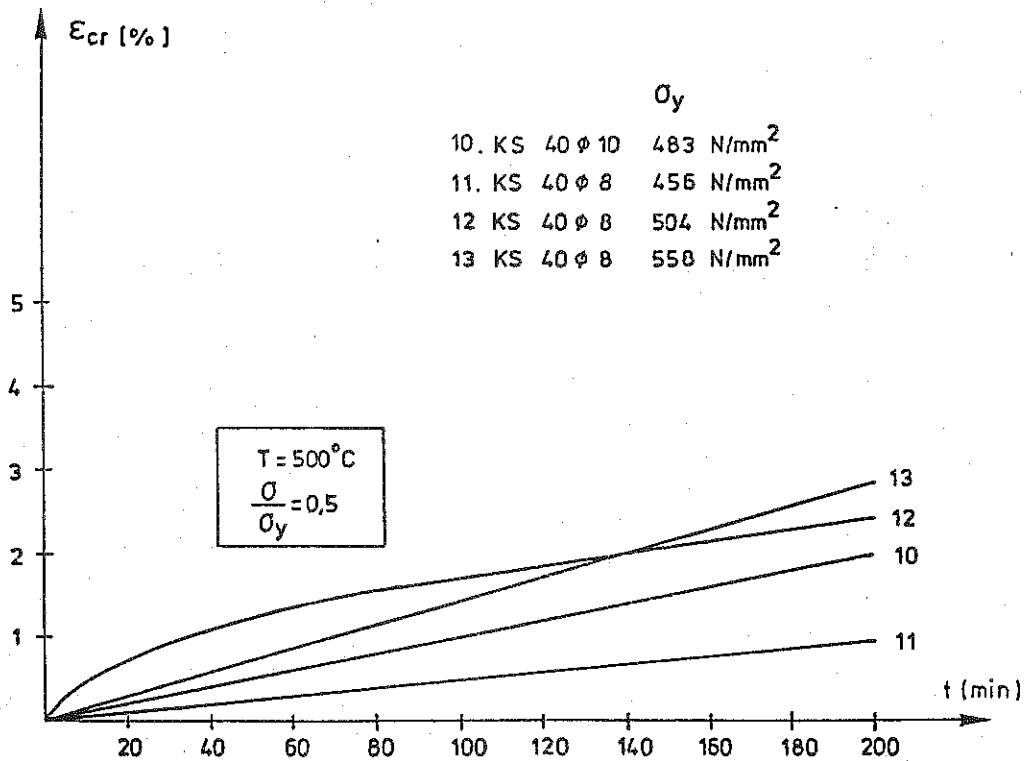
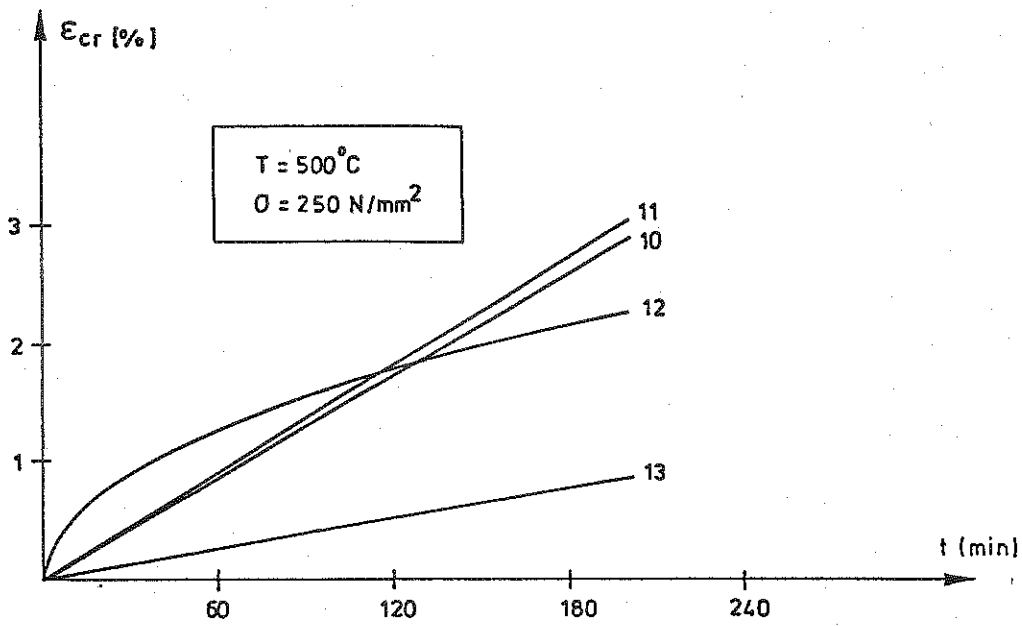


Figure III 22
Fluage dans l'acier

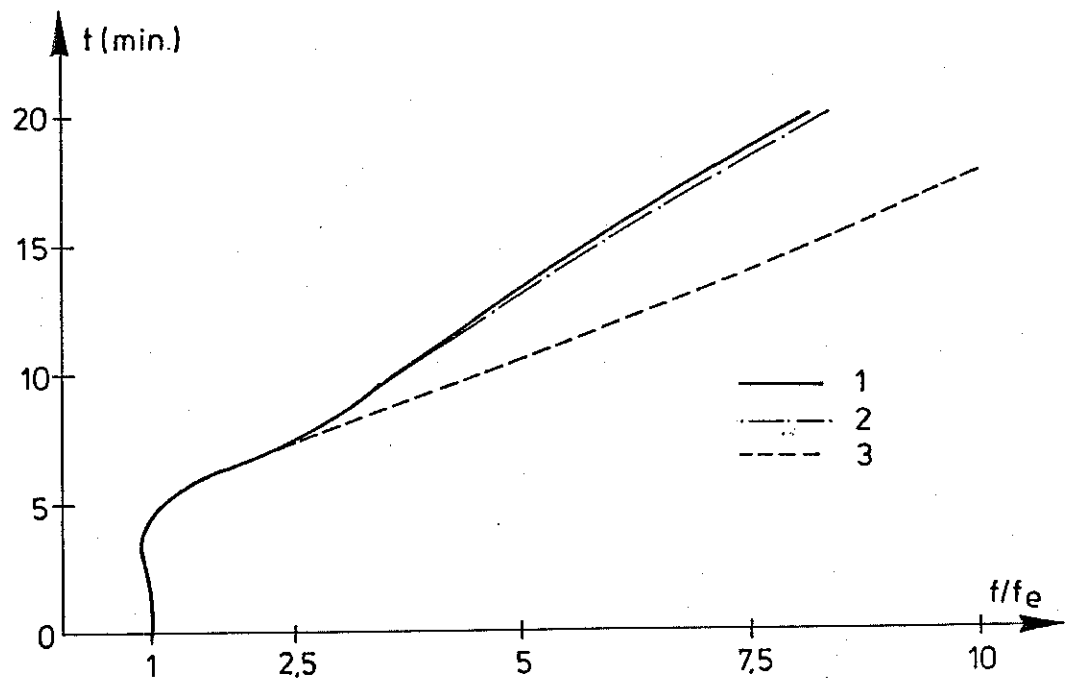


Figure III.23 Importance du fluage

CHAPITRE IV - CALCUL DES CHAMPS THERMIQUES DANS LES ELEMENTS SOUMIS A L'INCENDIE

En plus des charges qui sont appliquées à la structure avant l'incendie et qui, généralement, ne varient pas pendant la durée de celui-ci, les changements de températures à l'intérieur du corps d'essai constituent des sollicitations importantes qu'il faut prendre en compte. Outre l'aspect sollicitation, qui intervient au niveau des déformations thermiques, la température intervient également par la modification qu'elle apporte aux propriétés mécaniques des matériaux, c'est-à-dire aux déformations reliées aux contraintes.

Il importe donc de calculer le champ thermique à l'intérieur de l'élément testé, de manière aussi exacte que possible.

Dans ce but, seront examinées successivement la façon dont l'incendie est simulé, les conditions d'échanges thermiques entre le milieu ambiant et la structure, les équations de résolution du problème et les propriétés thermiques des matériaux.

IV.1 - MODELISATION DE L'INCENDIE

Les paramètres physiques qui régissent les conditions dans lesquelles un incendie réel peut prendre naissance puis se développer, sont très nombreux. Chacun d'entre eux intervient, de manière souvent complexe, pour influencer l'incendie dans sa durée, dans sa violence et dans la façon dont il va lui-même affecter thermiquement la structure portante qui nous intéresse. On peut citer parmi les facteurs les plus importants la densité de la charge incendie, les caractéristiques de combustion des matériaux qui brûlent, les dimensions et la forme du compartiment incendié, les conditions de ventilation de ce compartiment, les propriétés thermiques des parois.

Certains modèles théoriques ont été établis pour l'étude du développement d'un incendie dans un compartiment ou local. On peut citer par exemple les travaux de l'école suédoise [M3 - M4 - P2] ou ceux, plus récents, de Bohm [B10]. Ces modèles sont basés sur le bilan entre la puissance calorifique produite et la puissance consommée dans le local incendié. Grâce à ces modèles, il est possible de calculer l'échauffement des gaz de combustion pour différentes combinaisons des paramètres qui interviennent.

A cause du nombre de facteurs qui exercent une influence sur la sévérité et la durée d'un incendie et à cause de leur caractère essentiellement variable, on a imaginé, dans un souci de simplification, de se référer à un programme thermique unique, en vue de réaliser les essais de résistance au feu imposés par la plupart des réglementations actuelles. Ce programme se traduit par une relation qui décrit l'échauffement des gaz de combustion en fonction du temps. Celle-ci est connue sous le nom de "courbe ISO" [5].

$$T_G = T_0 + 345 \log_{10} (8 t + 1) \quad (IV.1)$$

T_G : Température des gaz de combustion en °C

T_0 : Température initiale en °C

t : temps en minutes

et sa représentation graphique est donnée par la figure IV.1.

La courbe ISO est marquée par deux caractéristiques importantes qui lui confèrent un aspect assez sévère.

1. Echauffement très rapide lors des premières minutes de l'incendie.
2. Courbe monotonément croissante. Pas de phase d'extinction.

Comme cette étude se situe au niveau structure et non pas développement de l'incendie, et que d'autre part notre but premier est la simulation d'essais au four plutôt que d'incendie réel, nous retiendrons finalement comme seul paramètre définissant un incendie la courbe d'échauffement des gaz en fonction du temps. Nous nous accordons ainsi parfaitement aux exigences des essais conduits selon la norme ISO 834 [5] tout en permettant l'application des travaux plus complets évoqués ci-dessus puisque ceux-ci débouchent également sur des relations $T_G = f(t)$.

La simulation peut bien sûr être conduite suivant une loi d'échauffement quelconque, mises à part certaines restrictions quant à la phase d'extinction qui seront évoquées par ailleurs (voir § V.3).

IV.2 - CONDITIONS D'ECHANGES THERMIQUES ENTRE MILIEU AMBIANT ET STRUCTURE

IV.2.1 - Echanges convectifs

Le phénomène de transmission de chaleur par convection apparaît lorsque les particules du milieu sont libres de se mouvoir (liquides et gaz).

Dans le cas qui nous occupe, de tels échanges doivent être considérés à l'interface entre le milieu constitué par les gaz d'échauffement et le milieu solide que constitue l'élément d'essai. En effet les particules de gaz échangent de la chaleur avec la surface solide lorsque les mouvements qu'elles accomplissent au sein de la masse gazeuse les amènent au voisinage de cette surface. Dans la situation que nous voulons simuler, qui est celle d'un four destiné à tester des éléments de structure, deux types différents de convection peuvent exister simultanément:

- la convection forcée due aux mouvements que produit le souffle des brûleurs à gaz ou à mazout,
- la convection libre due aux mouvements produits par les différences de masses volumiques entre des particules gazeuses de températures différentes.

Mathématiquement, l'échange par convection peut se traduire par des conditions aux limites du type "Newton" ou "mixte".

$$q_c = h (T_G - T_S) \quad (IV.2)$$

q_c = flux de puissance calorifique transmise par convection à la surface du solide [W/m^2]

h = coefficient d'échange par convection [$W/m^2 \text{ } ^\circ C$]

T_G = Température du milieu gazeux [en $^\circ C$]

T_S = Température à la surface du solide [en $^\circ C$]

La température du milieu gazeux est donnée comme une fonction explicite du temps. Il peut s'agir de la température des gaz d'échauffement (la courbe ISO par exemple) ou de la température de l'air ambiant (pour la face supérieure d'une dalle exposée à l'incendie par sa face inférieure).

La valeur du coefficient d'échange par convection dépend essentiellement du caractère turbulent ou calme des masses de gaz en contact avec la paroi. Pour tenir compte du caractère forcé ou naturel de l'échange convectif, on peut introduire dans la loi IV.2, un coefficient h dépendant lui-même de la température. Il est cependant plus commode de conserver à h une valeur constante pendant toute la durée de l'essai, et de marquer la différence entre convection naturelle ou forcée par une valeur de ce coefficient h différente pour chacun des cas. Dans certains petits fours alimentés par des résistances électriques, les mouvements de l'air chaud sont provoqués uniquement par les différences de densité entre les masses gazeuses les plus chaudes et les plus froides.

Pour ces environnements relativement calmes, la valeur du coefficient de convection est comprise entre 5 et 10 $W/m^2 \text{ } ^\circ K$. Dans les fours plus importants que nous voulons considérer, l'apport de chaleur provient de brûleurs à gaz ou à mazout dont le souffle provoque une agitation qui accentue le caractère forcé de la convection. Pour tenir compte de ce phénomène, nous utiliserons la valeur plus importante :

$$h = 25 \text{ } W/m^2 \text{ } ^\circ K$$

dans la description des échanges par convection à l'intérieur du four.

Des échanges thermiques peuvent également se produire entre les parois de l'élément testé et le milieu ambiant dont la température reste proche de 20°C. C'est le cas par exemple d'une colonne insérée dans une cloison résistante au feu et, plus couramment, de la face supérieure d'une dalle horizontale (fig. IV.2).

Ce dernier cas est d'ailleurs assez complexe dans son déroulement physique puisque de l'eau libre qui était présente dans la dalle a pu se vaporiser pour, après migration sous forme de vapeur à travers les fissures, se recondenser sur la face supérieure de la dalle. En effet, au cours des essais, on observe après un certain temps la formation de flaques d'eau fumante en de nombreux endroits. Celles-ci finissent en général par s'évaporer complètement si le test se poursuit assez longtemps.

On comprend que la modélisation parfaite de ces phénomènes complexes (et variables dans le temps) n'est pas possible. Cela ne revêt pas une signification très importante étant donné les faibles écarts de températures existant entre la face supérieure de la dalle et le milieu ambiant. Cependant, pour tenir compte du caractère moins turbulent du milieu ambiant, nous utiliserons :

$$h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$$

dans la description des échanges par convection avec l'air du milieu ambiant.

IV.2.2 - Echanges radiatifs

Les échanges radiatifs, c'est-à-dire ceux qui font intervenir le rayonnement, jouent un rôle très important dans les transferts calorifiques ayant lieu à la surface des éléments soumis à l'action de la chaleur.

Ces échanges ont lieu entre la surface de l'élément testé d'une part, et la masse des gaz d'échauffement, la flamme des brûleurs et les parois internes du four d'autre part. Le phénomène physique est ainsi relativement compliqué puisqu'il fait intervenir les brûleurs, dont le type et la position peuvent varier d'un four à l'autre, ainsi que les parois du four dont les caractéristiques thermiques et la disposition

géométrique, et donc la température de la surface, ne sont pas connues. Comme on l'a expliqué au paragraphe IV.1, c'est la température des gaz d'échauffement qui est censée représenter l'ensemble de l'environnement causé par l'incendie (ou par les brûleurs). C'est donc cette valeur que nous utiliserons à titre d'approximation pour modéliser les échanges radiatifs. Par analogie avec la loi de Stefan-Boltzmann, nous suposerons que le flux thermique échangé par rayonnement présente l'expression suivante :

$$q_r = \sigma^* \epsilon^* (\bar{T}_G^4 - \bar{T}_S^4) \quad (IV.3)$$

q_r = flux de puissance calorifique transmise par radiation [W/m^2]

σ^* = constante de Stefan-Boltzmann ($5,68 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$)

$\bar{T}_G$ = Température absolue du milieu gazeux [en K]

$\bar{T}_S$ = Température absolue à la surface de l'élément [en K]

ϵ^* = émissivité relative

Il s'agit bien en effet d'une analogie avec la loi de Stefan-Boltzmann puisque l'expression complète de celle-ci devait intégrer un certain nombre de paramètres qui n'apparaissent pas dans l'équation (IV.3).

Nous examinons ci-dessous l'influence de certains de ces facteurs qui ne sont pas pris en compte explicitement ainsi que la façon dont on peut parfois les faire intervenir d'une manière approchée.

- A cause du caractère isolant des parois du four, le gradient thermique à la surface interne de celles-ci est important. La température de la face intérieure du four (que nous noterons $\bar{T}_F$) est donc assez semblable à celle des gaz d'échauffement et l'approximation qui consiste à considérer $\bar{T}_G$ au lieu de $\bar{T}_F$ est satisfaisante [C2].

- L'effet des brûleurs, par contre, n'est pas pris en compte au niveau des températures mais plutôt par l'intermédiaire de l'émissivité relative. Ce coefficient, à caractère expérimental, est introduit comme une propriété du matériau qui constitue l'élément testé et sa valeur pourra être adaptée aisément en fonction du type des brûleurs installés dans le four que l'on veut simuler.

Nous avons remarqué, par exemple, que la simulation correcte des transferts thermiques par radiation nécessite la considération d'émissivité plus élevées lorsque le mazout est utilisé que lorsque le combustible est du gaz propane.

- Les facteurs de vue sont des coefficients qui, basés sur des considérations géométriques, indiquent la façon dont les différentes surfaces agissent l'une par rapport à l'autre lors des échanges par rayonnement. Ces facteurs ne sont pas calculés explicitement dans notre code de calcul et n'interviennent donc pas dans la relation (IV.3). En effet, dans le cas le plus général des sections à forme convexe (voir fig. IV.3), chaque point de la surface est influencé uniquement par le milieu extérieur et pas par les autres faces du profil. On aura donc en chaque point de la surface :

$$F_{Se} = 1$$

si F_{Se} = facteur de vue qui lie un point de la surface du profil au milieu extérieur.

Cependant, lorsque la section présente une partie concave, certaines surfaces sont protégées du rayonnement extérieur par les surfaces voisines. C'est notamment le cas des profils en double té comme celui qui est schématisé par la fig. IV.4, où on a visualisé le rayonnement extérieur qui peut parvenir en différents endroits du profil. Cet effet ne peut être simulé dans notre code de calcul que par l'intermédiaire de l'émissivité relative dont on peut faire varier la valeur d'une face à l'autre. Dans le cas de la fig. IV.4, on aurait :

$$\epsilon_B^* < \epsilon_C^* < \epsilon_A^*$$

La manière pratique dont nous procéderons sera mieux détaillée lors de la simulation des deux premiers essais sur colonne.

- Un autre facteur qui n'est pas considéré dans la relation (IV.3) est l'influence différente que chaque longueur d'onde rayonnante peut avoir sur l'échange radiatif, autrement dit les effets spéculaires.

Nous supposons en fait que le rapport entre l'énergie rayonnée par un élément d'essai et l'énergie rayonnée par un corps noir est indépendant de la longueur d'onde du rayonnement. Nous considérons

donc que les éléments testés se comportent comme des corps gris. Cette hypothèse peut sembler incorrecte lorsque l'on considère les variations de couleur que subit une pièce d'acier portée à haute température. Toutefois, le manque d'informations expérimentales et la complexité des processus mathématiques permettant de prendre cet effet chromatique en compte nous portent à utiliser le modèle simple qui a été décrit ci-dessus. Dans l'ensemble, celui-ci a toujours donné satisfaction.

Finalement, si on suppose que les deux modes de transmission de la chaleur (convection et rayonnement) sont cumulatifs, on obtient/

$$q_s = q_c + q_r$$

$$q_s = h (T_G - T_S) + \sigma^* \epsilon^* (T_G^4 - T_S^4) \quad (IV.4)$$

q_s = flux de puissance calorifique transmise à la surface d'un élément.

N.B. : Comme la valeur de h a été fixée à 25 ou 10 W/m² K, l'émissivité relative est le seul paramètre intervenant dans les conditions aux limites que nous puissions encore faire varier pour adapter les résultats numériques aux valeurs expérimentales. Cela nous évitera un nombre de combinaisons et de tâtonnements trop important. Cela peut se justifier physiquement par la prédominance des transferts radiatifs, surtout aux températures élevées. En effet, la fig. IV.5 montre que le rapport radiation/convection est supérieur à 1 dès les premières minutes de l'incendie. Le plus souvent, ce rapport est compris entre 3 et 8.

IV.3 - TRANSMISSION DE LA CHALEUR A L'INTERIEUR DE L'ELEMENT TESTE

IV.3.1 - L'équation de la chaleur

L'équation différentielle régissant les transferts conductifs dans un milieu isotrope s'écrit, lorsqu'elle est rapportée à un système d'axes cartésien :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (IV.5)$$

x, y, z : coordonnées cartésiennes définies dans notre cas par la fig. IV.6 (voir aussi fig. II.8 et II.9).

- x : coordonnée axiale de l'élément
y : coordonnée qui supporte les déplacements de l'élément
z : coordonnée transversale
 λ : conductivité thermique du matériau [W/m°C]
T : température [°C ou K]
Q : source interne de chaleur [W/m³]
 ρ : masse spécifique du matériau [kg/m³]
c : chaleur spécifique du matériau [J/kg.°C]
t : temps [s]

C'est l'équation classique de la chaleur exprimée en termes de températures. Elle exprime l'équilibre des flux thermiques au sein du matériau.

Cette équation est établie en négligeant le terme de couplage entre les effets thermiques et les effets mécaniques. Ce terme, qui présente la forme suivante

$$\beta \dot{\epsilon} T_0 \quad (\text{IV.6})$$

β = coefficient de contrainte thermique,

$\dot{\epsilon} = \frac{\partial \epsilon}{\partial t}$ variation de la déformation,

T_0 = température de référence pour laquelle les contraintes sont nulles,

exprime le fait physique qu'une modification des déformations dégage de la chaleur. Il intervient pour une part non négligeable lorsque des déformations plastiques se produisent à vitesse élevée (chacun connaît le moyen de diminuer la résistance mécanique d'un fil de fer en le pliant alternativement aussi vite que possible). Dans notre cas, cet effet peut être négligé devant la mise en charge thermique classique puisque les phénomènes sont relativement "lents". Les effets mécaniques et les effets thermiques seront ensuite superposés par l'intermédiaire des lois de comportement du matériau (cfr. chapitre III).

Afin de réduire, dès à présent, la longueur des équations, nous introduirons ici l'hypothèse que, à tout instant, la température est uniforme le long d'une fibre parallèle à l'axe de l'élément, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{IV.7})$$

L'influence de cette hypothèse sera discutée lors du calcul de certaines poutres. Dans ce cas, le champ thermique peut être étudié dans une configuration plane (celle de la section droite de l'élément) et l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (IV.5)$$

On peut signaler dès à présent que les caractéristiques thermiques des matériaux λ , c , ρ dépendent de la température.

IV.3.2 - Méthodes de solution

L'expression IV.5 constitue une équation différentielle parabolique.

Les conditions aux limites du problème ont été exposées au paragraphe IV.2. Mathématiquement, elles s'expriment de la manière suivante :

$$\lambda \left(n_y \frac{\partial T}{\partial y} + n_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = q_s \text{ pour les surfaces en contact avec le four ou l'ambiance froide.}$$

$$\lambda \left(n_y \frac{\partial T}{\partial y} + n_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \text{ pour les surfaces qui sont considérées comme des axes de symétrie.} \quad (IV.8)$$

avec n_y , n_z : composantes de la normale à la surface.

Les conditions initiales s'écrivent :

$$T = T_0 \text{ en } t = 0 \quad (IV.9)$$

T_0 = température initiale de l'élément.

La résolution analytique de (IV.5), compte tenu de (IV.8) et de (IV.9), devrait nous permettre de déterminer la solution du problème. Toutefois, cette intégration analytique n'est en général possible que pour des cas simples et ne peut certainement pas s'appliquer aux cas qui nous occupent à cause des formes compliquées et non répétitives de la section droite que nous voulons pouvoir étudier, à cause de la présence de plusieurs matériaux différents et à cause de la variation des propriétés thermiques des matériaux avec la température. Il importe donc de mettre en oeuvre une technique numérique de résolution qui fournisse une solution approchée acceptable. Nous abordons ci-dessous les principales méthodes qu'il est possible d'utiliser.

Principe variationnel et méthode de Ragleigh- Ritz

Un principe variationnel correspond à l'existence d'une fonctionnelle (qui représente une forme intégrée de l'équation de départ) telle que la satisfaction des conditions de minimum de la fonctionnelle corresponde à la satisfaction de l'équation de départ.

Pour les problèmes thermiques, la fonctionnelle est quadratique et la méthode de Ragleigh - Ritz aboutit à la formation d'un système d'équations linéaires dont la résolution fournit une solution d'autant plus proche de la solution exacte que les modes spaciaux choisis sont riches.

Cette méthode, cependant, n'est applicable que dans les cas où l'opérateur différentiel de l'équation de base est auto-adjoint, c'est-à-dire, pour les problèmes thermiques, lorsque le problème est stationnaire. A cause de la nature essentiellement transitoire des problèmes que nous avons à résoudre, cette limitation est totalement exclusive et nous oblige à écarter la méthode variationnelle. Pour de plus amples renseignements à propos de cette méthode, on consultera par exemple [H10].

Méthode des résidus pondérés et technique des éléments finis

La résolution du problème local :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.5})$$

noté $L(T) = 0$ dans V

$$\lambda \left(n_y \frac{\partial T}{\partial y} + n_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - q_s = 0 \quad (\text{IV.8})$$

noté $B(T) = 0$ sur S

est remplacée par la forme faible

$$\int_V L(T) \psi_i dV + \int_S B(T) \psi_i ds = 0 \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{IV.10})$$

où les ψ_i constituent un ensemble complet de fonctions linéairement indépendantes. Il s'agit aussi d'une forme intégrée de l'équation de départ.

La méthode des éléments finis consiste à discrétiser l'inconnue à partir de N fonctions choisies.

$$T = \sum_{n=1}^N \alpha_n \phi_n \quad (IV.11)$$

La méthode de Galerkin [32] constitue alors à poser $\phi = \psi$ et $M=N$. Lorsque les opérateurs L et B sont linéaires, l'introduction de la variable discrétisée (IV.11) dans la forme faible (IV.10) fournit un système d'équations du type suivant :

$$K_{mn} T_n(t) + C_{mn} \dot{T}_n(t) = g_m(t) \quad (IV.12)$$

K est la matrice de conductivité,
C est la matrice de capacité,
g est le vecteur des charges thermiques.

L'opération de discrétisation telle que (IV.11), portant sur les modes de répartition spatiaux de l'inconnue, laisse le comportement temporel continu, si le problème est transitoire. Cette discrétisation a donc conduit à un système semi-discret d'équations différentielles en $T_n(t)$ (c'est le système IV.12) qu'il faudra intégrer ultérieurement. Or, même dans le cas où les opérateurs L et B sont linéaires, les matrices K et C dépendent de la température par l'intermédiaire des caractéristiques thermiques des matériaux. De plus, le caractère fortement non-linéaire des échanges radiatifs nous obligera, soit à faire intervenir ceux-ci en tant que charges thermiques qui dépendront alors elles aussi de la température, soit à faire intervenir des termes en T^3 dans la matrice de conductivité. Quoi qu'il en soit, l'intégration temporelle de l'inconnue requiert à chaque pas de temps la résolution d'un système non-linéaire, c'est-à-dire à chaque fois la formation puis la résolution de plusieurs systèmes linéaires successifs. La complexité et la lourdeur de ce processus itératif nous ont conduit à écarter la technique des éléments finis comme méthode de résolution numérique de l'équation de la chaleur. A propos de cette technique, on pourra consulter [P3].

Méthode des différences finies

La méthode des différences finies, quant à elle, ne procède plus à partir d'une forme intégrée des équations de départ mais s'applique directement à la forme locale de ces équations. Il s'agit d'une méthode directe en ce sens qu'elle agit sur l'opérateur différentiel de la manière qui est expliquée ci-dessous. Le schéma de résolution utilisé ici est assez semblable à celui qui est suivi dans [C2].

Suivant l'hypothèse émise au § IV.3.1. nous sommes en présence d'un problème plan. L'équation de la chaleur est donc (IV.5) que nous reproduisons ici.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{IV.5})$$

Le plan est divisé en un maillage rectangulaire représenté à la fig.IV.7. Il s'agira dans notre cas du même découpage de la section que celui qui doit être effectué lors des calculs statiques (cfr §II.2.3 et fig.II.9). Chaque maille du découpage est représentée par ses indices de position i et j . Ses dimensions sont Δy_i et Δz_j . Nous supposons que les paramètres de chaque maille (température, conductivité thermique,...) sont caractérisés par leur valeur au centre de la maille.

Pour chaque maille i, j on peut transformer (IV.5) de la manière suivante

$$\frac{\partial T}{\partial y}_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y_{i+1}}{2} + \frac{\Delta y_i}{2}} \quad (\text{différence décentrée en aval})$$

ou

$$\frac{\partial T}{\partial y}_{i,j} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\frac{\Delta y_{i-1}}{2} + \frac{\Delta y_i}{2}} \quad (\text{différence décentrée en amont})$$

Puisque λ peut varier d'une maille à l'autre, on obtient

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y}_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y_{i+1}}{2\lambda_{i+1,j}} + \frac{\Delta y_i}{2\lambda_{i,j}}}$$

ou

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y}_{i,j} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\frac{\Delta y_{i-1}}{2\lambda_{i-1,j}} + \frac{\Delta y_i}{2\lambda_{i,j}}}$$

La différence centrée du second ordre s'écrit donc

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,j} = \frac{\frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i+1}}{\lambda_{i+1,j}} + \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \right)} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i-1}}{\lambda_{i-1,j}} + \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \right)}}{\Delta y_i}$$

Après considération similaire de la dérivée suivant z et multiplication par Δy_i , Δz_j , la forme locale de l'équation de la chaleur dans la maille i, j est la suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j}) \Delta z_j}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i+1}}{\lambda_{i+1,j}} + \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \right)} - \frac{(T_{i,j} - T_{i-1,j}) \Delta z_j}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i-1}}{\lambda_{i-1,j}} + \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \right)} + \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j}) \Delta y_i}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z_{j+1}}{\lambda_{i,j+1}} + \frac{\Delta z_j}{\lambda_{i,j}} \right)} - \frac{(T_{i,j} - T_{i,j-1}) \Delta y_i}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z_{j-1}}{\lambda_{i,j-1}} + \frac{\Delta z_j}{\lambda_{i,j}} \right)} \\ & + Q_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j = \rho_{i,j} c_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j \dot{T}_{i,j} \end{aligned} \quad (IV.13)$$

Cette équation a été obtenue par transformation de l'opérateur aux dérivées partielles en différences finies. On aurait pu l'établir en exprimant l'équilibre thermique de la maille i, j. En effet, les 4 premiers termes de (IV.13) représentent la puissance calorifique échangée par conduction avec les mailles voisines, le cinquième terme représente la dissipation interne, et le membre de droite correspond à l'augmentation de chaleur interne suite à l'échauffement de la maille.

C'est en nous basant sur ces considérations d'équilibre thermique que nous examinons la manière dont (IV.13) se transforme si la maille i, j constitue une frontière du domaine (voir fig. IV.8) soit $T_{i,j}$ la température au centre de la maille i, j

T_G la température du milieu extérieur

T_S la température de surface de la maille i, j.

Le flux de puissance calorifique échangé entre le milieu gazeux et la surface de la maille est donné par (IV.4).

$$\begin{aligned} q_s &= h(\bar{T}_G - \bar{T}_S) + \sigma^* \epsilon^* (\bar{T}_G^4 - \bar{T}_S^4) \\ &= \alpha^* (\bar{T}_G - \bar{T}_S) \\ \text{si } \alpha^* &= h + \sigma^* \epsilon^* (\bar{T}_G^2 + \bar{T}_S^2) (\bar{T}_G + \bar{T}_S) \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

Si on exprime que ce flux est égal à celui qui est échangé entre la surface et le centre de la maille, on obtient

$$(\bar{T}_G - \bar{T}_S) \alpha^* = \frac{(\bar{T}_S - T_{i,j}) \lambda_{i,j}}{\frac{\Delta z_j}{2}}$$

d'où on tire

$$\bar{T}_S = \frac{2 T_{i,j} \lambda_{i,j} + \bar{T}_G \alpha^* \Delta z_j}{\Delta z_j \alpha^* + 2 \lambda_{i,j}} \quad (\text{IV.15})$$

On remplace alors dans l'expression (IV.13) un des termes de conduction interne par le flux de surface correspondant

$$q_s = \frac{(T_{i,j} - \bar{T}_G) \Delta y_j}{\frac{\Delta z_j}{2 \lambda_{i,j}} + \frac{1}{\alpha^*}} \quad (\text{IV.16})$$

Si on écrit finalement l'équation d'équilibre thermique pour toutes les mailles, on obtient un système d'équations du type (IV.12).

$$\underline{K} \underline{\bar{T}} + \underline{C} \dot{\underline{\bar{T}}} = \underline{g} \quad (\text{IV.17})$$

Comme dans le cas des éléments finis, les matrices $\underline{K}$ et $\underline{C}$ dépendent de la température par l'intermédiaire des propriétés thermiques des matériaux.

De plus, le caractère hautement non linéaire des échanges radiatifs apparaît également dans la matrice $[K]$. La différence se situe au niveau de la matrice de capacité qui est maintenant diagonale. Cette propriété prend toute sa signification au cours de l'intégration temporelle qui est développée ci-dessous.

Soit t_n le temps où l'équilibre thermique est connu

t_{n+1} le prochain temps pour lequel on veut déterminer le nouvel équilibre.

Ces deux instants sont séparés par une durée $\Delta t = t_{n+1} - t_n$.

Nous écrirons le système d'équation (IV.17) en un instant

$$t_\theta = t_n + \theta \Delta t$$

avec $\theta \in [0,1]$

Si on discrétise $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t}$ pour $t \in [t_n, t_{n+1}]$

et qu'on interpole $g_\theta = g_n + \theta (g_{n+1} - g_n)$

$$\text{et } \underline{K}_\theta T_\theta = \underline{K}_n T_n + \theta (\underline{K}_{n+1} T_{n+1} - \underline{K}_n T_n)$$

on trouve

$$\underline{C}_\theta (T_{n+1} - T_n) = \Delta t \left\{ (1-\theta)(g_n - \underline{K}_n T_n) + \theta(g_{n+1} - \underline{K}_{n+1} T_{n+1}) \right\} \quad (\text{IV.18})$$

θ est en fait le paramètre du schéma d'intégration.

Si $\theta = 1$, on privilégie lors de l'intégration les valeurs des paramètres au temps t_{n+1} . C'est le schéma totalement implicite

Si $\theta = 0$, on ne considère que les valeurs (déjà connues) au temps t_n . C'est le schéma totalement explicite.

Toutes les valeurs intermédiaires sont évidemment possibles.

Si nous utilisons le schéma totalement explicite, (IV.18) devient

$$T_{n+1} = T_n + \frac{C_n^{-1}}{\rho_n} \Delta t (g_n - K_n T_n) \quad (IV.19)$$

Ainsi les valeurs en t_{n+1} sont uniquement fonction des valeurs en t_n , qui sont toutes connues de manière explicite. Il suffit donc d'une seule étape pour réaliser chaque pas de temps. Un processus itératif n'est pas nécessaire. De plus, puisque la matrice C est diagonale, son inversion est immédiate. En fait, si N est le nombre de mailles de la discrétisation, chaque pas de temps ne nécessite que la résolution de N équations à une seule inconnue, au lieu de la résolution d'un système de N équations à N inconnues pour un schéma implicite.

Ainsi, pour chaque maille i, j , on obtient

$$T_{n+1} = T_n + \frac{\Delta t}{\rho_{i,j} C_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j} \left\{ Q_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j + \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j}) \Delta z_j}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i+1}}{\lambda_{i+1,j}} + \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \right)} - \dots - \frac{(T_{i,j} - T_{i,j-1}) \Delta y_i}{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z_{j-1}}{\lambda_{i,j-1}} + \frac{\Delta z_j}{\lambda_{i,j}} \right)} \right\} \quad (IV.20)$$

dans laquelle toutes les grandeurs ρ , C , Q , sont évaluées en t_n .

IV.3.3 - Propriétés du schéma d'intégration temporelle

Un schéma d'intégration temporelle, comme celui qui a été développé ci-dessus, doit répondre à certaines exigences de stabilité, de précision et de convergence. La figure IV.9 peut aider à la compréhension de ces trois notions. Il importe maintenant de déterminer sous quelles conditions ces exigences seront rencontrées. A ce propos on pourra consulter [R2] ou [S9]. La présente étude est essentiellement basée sur [H10]

Stabilité

A causes des erreurs d'arrondis inévitablement liées à tout processus numérique, la résolution de l'équation aux différences finies (IV.20) introduit à chaque pas de temps une erreur qui marque la différence entre la solution approchée obtenue et la solution exacte de l'équation aux différences finies. On dit que le schéma est stable si l'erreur qui résulte d'un pas de temps s'atténue progressivement au cours des pas de temps suivants. L'instabilité correspond au cas où l'erreur ne cesse de s'amplifier au fur et à mesure du déroulement du processus d'intégration. Ce cas doit être évité.

La stabilité d'un schéma d'intégration linéaire peut s'étudier par l'analyse du système homogène correspondant au système que l'on doit résoudre. Dans notre cas, (IV.17) livre le système homogène suivant

$$\underline{K} \underline{I} + \underline{C} \dot{\underline{I}} = 0 \quad (IV.21)$$

On écrit

$$\underline{I} = \underline{\chi} e^{-\alpha^2 t} \quad (IV.22)$$

avec $\underline{\chi}_i$ modes de répartition spatiale de la température

α_i^2 taux de décroissance temporelle des modes spatiaux, qui sont déterminés par l'équation aux valeurs propres.

$$(\underline{K} - \alpha_i^2 \underline{C}) \underline{\chi}_i = 0 \quad (IV.23)$$

Les modes spatiaux peuvent servir de base au développement de l'inconnue et, comme, après orthonormation, ils sont orthogonaux entre eux, le système (IV.21) se transforme en une série d'équations différentielles découplées. L'étude de la stabilité d'une de ces équations (celle qui correspond au mode spatial décroissant le plus lentement) livre, lorsqu'on limite le facteur d'amplification de l'erreur

$$|A_{\theta}| = \left| \frac{1 - (1 - \theta) \Delta t \alpha^2}{1 + \theta \Delta t \alpha^2} \right| < 1 \quad (\text{IV.24})$$

La figure IV.10 présente l'expression graphique de cette condition pour différentes valeurs du paramètre d'intégration.

Pour $\theta \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$, le processus est inconditionnellement stable. Si les schémas implicites imposent la résolution de systèmes d'équations complets, l'inconvénient est donc contrebalancé par la possibilité d'utiliser des pas de temps importants.

Pour $\theta \in \left] 0, \frac{1}{2} \right[$, le pas de temps ne doit pas être trop grand (il faut respecter (IV.24)) si on veut assurer la stabilité. Comme ces schémas nécessitent également la résolution de systèmes complets, ils présentent ainsi les deux types d'inconvénients et ne sont donc pas indiqués.

Pour $\theta = 0$, on doit impérativement respecter

$$\alpha^2 \Delta t < 2 \quad (\text{IV.25})$$

pour assurer la stabilité du processus d'intégration. L'avantage des équations à une seule inconnue du schéma explicite est donc contrebalancé par l'obligation d'utiliser un pas de temps réduit.

Précision

- La vérification de la condition de stabilité n'empêche pas l'apparition de facteurs d'amplification de l'erreur négatifs. Ceci introduit des oscillations temporelles dans la solution (comportement en dent de scie) puisque, à la limite, on a

$$A_{\theta} = -1 \quad \text{et} \quad A_{\theta}^k = (-1)^k$$

A la condition (IV.24), nous substituerons donc, pour cette raison, la condition suivante

$$A_{\theta} = \frac{1 - (1 - \theta)\Delta t \alpha^2}{1 + \theta \Delta t \alpha^2} > 0$$

c'est-à-dire

$$\alpha^2 \Delta t < \frac{1}{1 - \theta} \quad (\text{IV.26})$$

qui, dans le cas totalement explicite que nous avons choisi, livre

$$\alpha^2 \Delta t < 1 \quad (\text{IV.27})$$

- Si on développe en série de puissance

d'une part le facteur d'amplification de l'erreur qui résulte de l'intégration exacte

$$A_{\text{ex}} = e^{-\alpha^2 \Delta t} = 1 - \alpha^2 \Delta t + \frac{1}{2} (\alpha^2 \Delta t)^2 - \frac{1}{6} (\alpha^2 \Delta t)^3 + \dots \quad (\text{IV.28})$$

d'autre part le facteur d'amplification de l'erreur qui résulte de l'intégration numérique

$$A_{\theta} = \frac{1 - \alpha^2 \Delta t (1 - \theta)}{1 + \alpha^2 \Delta t \theta} = 1 - \alpha^2 \Delta t + \theta (\alpha^2 \Delta t)^2 - \theta^2 (\alpha^2 \Delta t)^3 + \dots \quad (\text{IV.29})$$

on constate qu'il n'existe qu'un seul schéma d'intégration qui approche la solution exacte au deuxième ordre. C'est celui qui correspond à $\theta = \frac{1}{2}$. Dans ce cas, l'intégration numérique donne un résultat très proche de l'intégration exacte, du moins pour $\alpha^2 \Delta t < 1$. Cela apparaît d'ailleurs très bien sur la figure IV.10.

- On pourrait également montrer que le schéma d'intégration numérique respecte la propriété de consistance qui s'exprime comme suit

$$|\epsilon(t)| \leq a \Delta t^{k+1} \quad (\text{IV.30})$$

$\epsilon(t)$: erreur de troncature locale

a : scalaire

k : ordre de précision du schéma = 2 si $\theta = \frac{1}{2}$

= 1 dans les autres cas.

- De cette étude, nous retiendrons que $\theta = \frac{1}{2}$ constitue le schéma le plus précis à condition de limiter fortement le pas de temps. Cet inconvénient, ajouté au caractère implicite des équations, rend cette solution peu intéressante. $\theta = 2/3$ ou $3/4$ constitue une bonne solution au point de vue de la précision, à condition que l'on accepte de résoudre les équations implicites. La méthode explicite que nous avons choisie ($\theta = 0$) n'est pas celle qui assure le maximum de précision. Nous exposerons ci-dessous les raisons pour lesquelles nous pensons que, dans les exemples qui nous intéressent, cette solution est malgré tout acceptable.

Convergence

Même si on pouvait supprimer les erreurs d'arrondis, et si on pouvait réaliser l'intégration exacte de l'équation aux différences finies, on n'obtiendrait pas tout-à-fait la solution de l'équation aux dérivées partielles, à cause de la discrétisation d'un espace continu.

La propriété de convergence exige que le résultat exact de l'intégration numérique tende vers le résultat de l'équation exacte lorsque le pas de temps Δt tend vers 0.

L'étude théorique de cette propriété ne sera pas réalisée ici. Signalons simplement que son existence est assurée, selon le théorème d'équivalence de Lax [L3], par la vérification simultanée des conditions de stabilité et de consistance (voir ci-dessus).

Détermination du pas de temps

Nous noterons

$$R_{i+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i+1}}{\lambda_{i+1,j}} + \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \right) \quad (\text{IV.31})$$

la résistance qui s'oppose à la conductivité thermique entre les mailles i, j et $i + 1, j$.

Si la maille $i + 1, j$ se trouve dans le milieu extérieur, on aura

$$R_{i+1} = \frac{1}{\alpha^*} + \frac{1}{2} \frac{\Delta y_i}{\lambda_{i,j}} \quad (\text{IV.32})$$

où α^* est le coefficient d'échange en surface défini par (IV.14).

L'équation (IV.13) s'écrit alors

$$-\frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j}) \Delta z_j}{R_{i+1}} + \frac{(T_{i,j} - T_{i-1,j}) \Delta z_j}{R_{i-1}} - \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j}) \Delta y_i}{R_{j+1}} + \frac{(T_{i,j} - T_{i,j-1}) \Delta y_i}{R_{j-1}} + \rho_{i,j} C_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j \dot{T}_{i,j} = Q_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j \quad (IV.33)$$

Lorsqu'on écrit (IV.33) sous la forme condensée (IV.17),

$$\underline{K} \underline{T} + \underline{C} \dot{\underline{T}} = \underline{g} \quad (IV.17)$$

il importe de remarquer que i et j sont les indices qui indiquent la position d'une maille dans la discrétisation de la section droite. Il ne s'agit pas d'indices de matrice. On peut, par exemple, avoir

$$i \in [1, M]$$

$$j \in [1, N]$$

avec $M \neq N$

Les matrices $\underline{K}$ et $\underline{C}$, par contre, ont un nombre de ligne égale au nombre de colonne. Les indices m et n indiquent la position à l'intérieur de la matrice et, par exemple,

$$m \in [1, M * N]$$

$$n \in [1, M * N]$$

puisque à chaque maille de la discrétisation, correspond une ligne (et une colonne) de la matrice.

On constate donc que, dans la matrice $\underline{C}$, seuls les termes de la diagonale principale sont non nuls. En effet, dans (IV.33), il n'existe que des termes en $\dot{T}_{i,j}$. Les termes du type $\dot{T}_{i+1,j}$ n'existent pas. Cette propriété de $\underline{C}$ avait déjà été abordée par ailleurs. Nous aurons ainsi

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & \rho_{i,j} C_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j & & \\ & & & \\ 0 & & & \end{bmatrix} \quad (IV.34)$$

Dans la matrice $\underline{K}$, nous nous intéresserons uniquement aux termes de la diagonale principale, même si les autres ne sont pas indifféremment nuls.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & \frac{\Delta z_j}{R_{i+1}} + \frac{\Delta z_j}{R_{i-1}} + \frac{\Delta y_i}{R_{j+1}} + \frac{\Delta y_i}{R_{j-1}} & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ \neq 0 & & & & \end{bmatrix} \quad (IV.35)$$

En effet, la résolution de (IV.23) impose la construction de $\underline{C}^{-1} \underline{K}$, qui, à cause du caractère diagonal de $\underline{C}$, ne fait appel qu'aux termes diagonaux de $\underline{K}$. Nous obtenons ainsi

$$\underline{C}^{-1} \underline{K} = \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ & \frac{\frac{\Delta z_j}{R_{i+1}} + \frac{\Delta z_j}{R_{i-1}} + \frac{\Delta y_i}{R_{j+1}} + \frac{\Delta y_i}{R_{j-1}}}{\rho_{i,j} C_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j} & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ 0 & & & & \end{bmatrix}$$

La résolution de (IV.23), liée à la condition (IV.27), fournit

$$\Delta t < \min_{i,j} \left(\frac{\rho_{i,j} C_{i,j} \Delta y_i \Delta z_j}{\frac{\Delta z_j}{R_{i+1}} + \frac{\Delta z_j}{R_{i-1}} + \frac{\Delta y_i}{R_{j+1}} + \frac{\Delta y_i}{R_{j-1}}} \right) \quad (IV.36)$$

qui permet de calculer le pas de temps de l'intégration du problème aux différences finies, dans le cas général où les mailles présentent des dimensions et des propriétés thermiques différentes.

La condition suivante ,

$$\Delta t < \min_{i,j} \left(\frac{\rho_{i,j} C_{i,j} \Delta y_i^2}{4 \lambda_{i,j}}, \frac{\rho_{i,j} C_{i,j} \Delta z_j^2}{4 \lambda_{i,j}} \right) \quad (IV.37)$$

est souvent utilisée [C2], à tort, pour déterminer le pas de temps d'un problème aux différences finies. Théoriquement, elle n'est valable que pour le cas des éléments finis plans dont la matrice de capacité a été diagonalisée. Dans le cas particulier où les mailles sont carrées,

ont toutes les mêmes dimensions et où le matériau est uniforme, on peut appliquer (IV.37) même avec un problème aux différences finies puisque (IV.36) et (IV.37) donnent alors la même valeur. Dans le cas le plus général, cependant, (IV.36) donne un pas de temps plus grand, ainsi que l'illustrent les deux exemples suivants

- 1) Une rangée du maillage est deux fois moins large que la trame générale (figure IV.11)

condition exacte $\Delta t < 0,545 \frac{\rho c}{\lambda}$

condition approchée $\Delta t < 0,25 \frac{\rho c}{\lambda}$

- 2) Une rangée du maillage est 20 fois plus conductrice que les rangées voisines; cas d'une âme en acier noyé dans le béton (figure IV.12)

condition exacte $\Delta t < 22,8 \cdot 10^{-3} \frac{\rho c}{\lambda}$

condition approchée $\Delta t < 12,5 \cdot 10^{-3} \frac{\rho c}{\lambda}$

On peut démontrer analytiquement que l'expression (IV.37), valable pour les éléments finis, ne viole jamais la condition de stabilité lorsqu'elle est appliquée à un problème de différences finies. Elle n'est pas appropriée car elle est trop sévère.

La condition exacte conserve malgré tout une forme assez semblable. On remarque donc :

- Le pas de temps est proportionnel au carré de la dimension des mailles. Si on utilise un maillage deux fois plus fin, le nombre des mailles est quadruplé et le pas de temps est réduit par 4. Le nombre des calculs est ainsi multiplié par 16 !
- Le pas de temps est inversement proportionnel à la diffusivité thermique du matériau

$$\eta = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (IV.38)$$

Dans les sections mixtes que nous voulons étudier, ce sont les mailles d'acier (bon conducteur) qui conditionneront la grandeur du pas de temps. Or, la diffusivité thermique de l'acier, ainsi d'ailleurs que celle du béton, varie avec la température (voir § IV.3). Elle tend à diminuer lorsque la température s'élève. Tenant compte de cette propriété, il est intéressant de réactualiser le pas de temps, dont la

valeur peut augmenter au fur et à mesure de l'échauffement de la section. Pratiquement, nous recalculerons le pas de temps du calcul thermique après chaque calcul statique, c'est-à-dire environ toutes les minutes.

On peut retenir comme ordre de grandeur que, dans les exemples que nous avons traités, le pas de temps du calcul thermique est souvent compris entre 3 et 8 secondes.

Le critère du pas de temps thermique est établi sur base d'un minimum (voir équation IV.36), c'est-à-dire qu'il existe une maille, la plus défavorable, qui conditionne le pas de temps. Pour les autres mailles, on aura donc $\alpha^2 \Delta t < 1$ et la situation y sera plus favorable au point de vue de la précision (voir figure IV.10). On peut aussi noter que, même si l'équation de la chaleur est parabolique et que, théoriquement, toute sollicitation thermique aux frontières affecte instantanément tout le domaine, en pratique les ondes de chaleur mettent un certain temps pour pénétrer dans les sections étudiées. On développe à ce propos la notion de profondeur de pénétration. Or, il est courant que le pas de temps soit déterminé par une maille intérieure (âme d'acier noyée dans le béton par exemple). Dans ce cas, le caractère transitoire des phénomènes n'affecte pas cette maille pendant la première partie de l'essai. Durant ce laps de temps, le critère est en fait trop sévère et, par le fait même, la précision est plus grande que ce qu'on pourrait supposer. Ces deux effets expliquent le fait que, même si le schéma explicite n'est théoriquement pas le plus précis, pratiquement la précision est tout-à-fait acceptable.

La théorie de la stabilité du processus d'intégration temporelle a ainsi été appliquée au cas particulier d'un schéma aux différences finies dont les mailles présentent des dimensions et des propriétés thermiques non uniformes. Nous considérons qu'il s'agit là d'un apport personnel au calcul des températures. Le critère exact que nous avons déduit permet, dans la plupart des cas, un accroissement du pas de temps de l'ordre de 50 %.

IV.3.4 - Prise en compte de l'eau libre

Afin d'assurer l'hydratation de la totalité du ciment, on est amené, lors de la préparation du béton, à incorporer une quantité d'eau supérieure à ce qui serait strictement nécessaire. De plus, l'hydratation du ciment est un phénomène progressif qui nécessite une durée importante pour se dérouler complètement. De la sorte, une certaine quantité d'eau libre est presque toujours présente au sein du béton, même lorsque celui-ci a réalisé sa prise. Il peut également se trouver de l'eau résiduelle dans certains matériaux de protection thermique, surtout dans le cas des produits qui sont projetés ou appliqués sous forme de préparation humide.

La présence de cette eau joue un double rôle lors de la montée en température de la section. D'une part, elle modifie les propriétés thermiques des matériaux; la conductivité thermique d'un isolant augmente lorsque celui-ci est humide. Toutefois, cette action est surtout marquante dans le cas des matériaux fibreux (laine de verre,...). Pour le béton et pour les isolants solides, ce phénomène est moins important. En tout cas, il est très facile d'adapter la conductivité thermique du matériau entre 0°C et 100°C pour tenir compte de la présence de l'eau.

Le deuxième effet se marque lorsque la température du matériau atteint 100°C, température à laquelle, dans des conditions de pression normales, l'eau libre se transforme en vapeur. Cette évaporation est endothermique et contribue à retarder la montée en température. Il importe d'en tenir compte.

La première façon de procéder est d'augmenter artificiellement la capacité thermique du matériau pour les températures proches de 100°C.

Si $Q_e = 2.250 \text{ KJ/Kg}$ d'eau est la chaleur de vaporisation de l'eau,

p est la teneur en eau du matériau (en Kg d'eau par m^3 de matériau),

ρ, c sont les propriétés thermiques du matériau sec,

ρ_e, c_e sont les propriétés modifiées pour tenir compte de la présence de l'eau,

on doit respecter

$$\int_0^{\infty} (\rho_e c_e - \rho c) dT = Q_e p \quad (IV.39)$$

Généralement, c et c_e varient avec la température, alors que

$\rho = \rho_e = \text{constante}$. Dans ce cas

$$\int_0^{\infty} \rho (c_e(T) - c(T)) dT = Q_e p \quad (IV.39bis)$$

Pour décrire convenablement l'évaporation de l'eau, on doit avoir $c_e \neq c$ uniquement pour des températures proches de 100°C (voir fig. IV.13).

L'avantage de cette méthode est de permettre aisément l'analyse de problèmes avec eau libre sans aucune modification particulière du code de calcul, uniquement en jouant sur les propriétés thermiques des matériaux.

Une autre façon de procéder est de revenir à la signification physique de l'équation (IV.13). Celle-ci exprime en effet l'équilibre thermique de la maille i, j ; la quantité de chaleur reçue par conduction interne avec les mailles voisines est utilisée pour l'échauffement de la maille i, j . La seule modification à apporter pour tenir compte de l'évaporation est d'exprimer que, dans certaines conditions, la chaleur reçue des mailles voisines est utilisée pour l'évaporation de l'eau libre. Cela est possible par la prise en compte du terme Q , la source interne de chaleur.

Rappelant que

p = teneur en Kg d'eau par m^3 de matériau,

Q_e = chaleur de vaporisation de l'eau [KJ/Kg d'eau],

Q = source de chaleur interne [KW/ m^3],

nous aurons

$$Q = Q_e \dot{p} \quad (IV.40)$$

de sorte que

$$\begin{array}{llll} \text{pour } T < 100^\circ\text{C}, & \dot{p} = 0 & Q = 0 & \text{on calcule } \dot{T} \\ \text{pour } T = 100^\circ\text{C}, & \text{si } p \neq 0 & \dot{T} = 0 & \text{on calcule } Q \text{ puis } \dot{p} \text{ et } p \\ & \text{si } p = 0 & \dot{p} = 0 = Q & \text{on calcule } \dot{T} \\ \text{pour } T > 100^\circ\text{C}, & p = \dot{p} = Q = 0 & & \text{on calcule } \dot{T} \end{array} \quad (IV.41)$$

C'est cette dernière méthode qui a tout d'abord été appliquée telle quelle dans notre programme. On constatait bien, dans les résultats de calcul, que les mailles contenant de l'eau libre (le béton par exemple) marquent un palier dans leur courbe d'échauffement, pour la température de 100°C.

Les résultats des mesures effectuées lors des essais réels montrent deux types de phénomènes qui n'étaient pas pris en compte par le calcul (voir fig. IV.14).

1. Dans la réalité, le palier d'évaporation peut se produire à une température plus élevée que 100°C. Nous pensons que ce phénomène de surchauffe peut s'expliquer de la manière suivante.

En un endroit donné du béton, la température atteint 100°C. L'eau libre commence à s'évaporer. Si le béton est poreux ou s'il est fissuré sous l'effet des contraintes, la vapeur peut migrer vers d'autres parties et le processus d'évaporation se poursuit à la température de 100°C. Si, par contre, les premières parties de vapeurs sont emprisonnées à l'intérieur du béton, toute nouvelle évaporation provoque une élévation de pression, qui augmente ainsi la température de vaporisation de l'eau. Ce n'est que lorsque la vapeur sous pression peut s'échapper que le processus d'évaporation peut démarrer réellement.

Lors des essais réels sur poutres ou sur dalles en béton, on observe effectivement à certains moments des jets de vapeur qui apparaissent subitement à la face non exposée de la dalle. Cela s'accorde bien avec l'explication donnée ci-dessus.

L'écart de température entre le palier réel et celui résultant du calcul, dépasse rarement 50°C. Nous n'avons donc pas cherché à en tenir compte dans nos équations de résolution, d'autant plus que les paramètres physiques à intégrer (porosité du béton, état de fissuration,...) ne sont pas aisément accessibles et rendent un peu illusoire la modélisation précise de ce phénomène de surchauffe.

2. Les courbes mesurées montrent souvent un échauffement beaucoup plus rapide que prévu, avant que l'évaporation de l'eau libre n'ait eu lieu. On peut expliquer ce phénomène de deux manières différentes. Tout d'abord, il est possible que la présence de l'eau libre dans le béton ait pour effet d'augmenter la conductivité thermique de celui-ci. Nous avons donc effectué plusieurs simulations en augmentant chaque fois la conductivité thermique du béton pour les températures inférieures à 100°C. Les valeurs très importantes qu'il est nécessaire de considérer afin que les courbes théoriques s'approchent de la réalité rendent improbable l'idée que ce phénomène est à la base de l'échauffement accéléré aux faibles températures. De manière plus plausible, on peut penser que la vapeur d'eau qui se dégage au sein du béton peut migrer, non seulement vers les zones les plus chaudes de la section (c'est-à-dire en arrière du front de vaporisation) mais également vers les parties les plus froides (en avant du front de vaporisation, où $T < 100^\circ\text{C}$) où elle se recondense en dégageant de la chaleur. Cette chaleur de condensation s'ajoute à la chaleur reçue par conduction, ce qui accroît le processus d'échauffement. Le fait que ces phénomènes d'échauffement rapide se produisent surtout à l'intérieur des corps et rarement à proximité de leur surface semble confirmer cette explication. Dans la modélisation de ce phénomène, nous avons supposé que l'acier est imperméable à la vapeur d'eau et que la vapeur dégagée dans une maille migre vers les mailles voisines au prorata des surfaces de contact perméables. La prise en compte de cette recondensation est assez immédiate si on considère le terme de chaleur interne dans l'équation (IV.13). On adaptera en effet le schéma (IV.41) de la manière suivante

$$\begin{array}{ll}
 T < 100^\circ\text{C} : \text{si } \dot{p} = 0 & Q = 0 \quad \text{on calcule } \dot{T} \\
 & \text{si } \dot{p} > 0 (\text{condensation}) \quad Q > 0 \quad \text{on calcule } \dot{T} \\
 T = 100^\circ\text{C} : \text{si } p \neq 0 & \dot{T} = 0 (\text{évaporation}) \text{ on calcule } Q, \dot{p} \text{ et } \dot{p} \\
 & \text{si } p = 0 \quad \dot{p} = Q = 0 \quad \text{on calcule } \dot{T} \\
 T > 100^\circ\text{C} : p = \dot{p} = Q = 0 & \text{on calcule } \dot{T} \quad (IV.42)
 \end{array}$$

On peut remarquer que les variations d'enthalpie de l'eau ne sont considérées que lors des changements de phase. On tient compte de la chaleur latente de vaporisation de l'eau lors de l'évaporation et lors de la recondensation. Par contre, la variation d'enthalpie liée à la capacité calorifique de l'eau dans sa phase liquide n'est pas considérée.

Théoriquement, la capacité calorifique d'une maille de béton humide devrait dépendre de la quantité d'eau libre présente dans le béton. Cette eau requiert un certain apport d'énergie pour élever sa température jusqu'à 100°C. De même, lors de la recondensation, l'eau qui vient d'être ramenée dans sa phase liquide verra sa température diminuer vers une valeur inférieure à 100°C et s'équilibrer avec la température du béton. Cela aussi dégage une certaine quantité d'énergie. Pour justifier cette approximation, nous citerons simplement les deux valeurs suivantes :

Chaleur de vaporisation de l'eau $Q_e = 2.250 \text{ kJ/kg}$

Chaleur spécifique de l'eau ($T < 100^\circ\text{C}$) $c_e = 4,18 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$

La modélisation de la recondensation est donc approchée puisque certaines variables ne sont pas prises en compte : vitesse de migration, chemins préférentiels,... A notre connaissance, toutefois, cette tentative de prise en compte de la recondensation pour les calculs de structures soumises au feu est originale.

La figure IV.15 montre, dans un cas unidirectionnel avec 100 kg d'eau libre par m³, l'échauffement du béton situé à 37 mm de la surface exposée à l'incendie. On constate que la montée en température est plus rapide lorsque la recondensation est prise en compte.

Cette influence ne se marque que pour les températures inférieures à 100°C. La migration de l'eau, intervenant surtout dans les premières minutes de l'essai, n'influence pas de manière significative le comportement de la structure après une durée importante d'essai au feu. Si la durée de résistance au feu est importante, elle n'est pas sensiblement modifiée par la prise en compte de la migration. Ce point sera discuté plus en détail lors de la simulation des essais.

IV.4 - PROPRIETES THERMIQUES DES MATERIAUX

Les caractéristiques physiques des matériaux qui interviennent dans la résolution du champ thermique sont la conductivité thermique, la capacité calorifique et la masse spécifique. On sait que certaines de ces propriétés dépendent de la température, aussi avons-nous prévu, dans notre programme, la possibilité pour chacune d'entre elles de varier suivant une loi du type suivant :

$$\text{Propriété (T)} = A_0 + A_1 \left(\frac{T}{100}\right) + A_2 \left(\frac{T}{100}\right)^2 \quad (\text{IV.43})$$

Les trois coefficients A_0 , A_1 , A_2 sont introduits, pour chaque propriété et pour chaque matériau, au niveau des données. De la sorte, on garde la possibilité d'adapter les caractéristiques thermiques en fonction de chaque matériau isolant qui peut se présenter. L'acier et le béton jouent un rôle particulier puisque, en règle générale, ils sont présents de manière non négligeable dans la majorité des sections que nous devons analyser. Il importe donc de définir clairement les choix qui ont été faits à propos de ces deux matériaux.

IV.4.1 - Acier

La masse spécifique de l'acier est bien connue. Il est généralement admis qu'elle ne varie pas avec la température.

$$\rho_a = 7.850 \text{ Kg/m}^3 \quad (\text{IV.44})$$

La capacité calorifique, quant à elle, dépend fortement de la température. Les essais effectués à ce propos [S3] montrent que la capacité thermique de l'acier augmente avec la température, mais de manière non proportionnelle. La teneur en carbone de l'acier n'est pas déterminante. La valeur très élevée de la capacité calorifique qui se manifeste dans certains essais [S1] aux environs de 700°C et qui correspond à la transformation allotropique de l'acier, n'est habituellement pas prise en compte. A l'expression proposée par Bonetti [B5], nous avons préféré celle de la C.E.C.M. [1] qui lui est fort semblable et plus répandue dans la littérature.

$$c_a = 470 + 20 \left(\frac{T}{100}\right) + 3,8 \left(\frac{T}{100}\right)^2 \quad [\text{J/Kg K}] \quad (\text{IV.45})$$

Cette loi est reprise sur la figure IV.16.

La conductivité thermique de l'acier est élevée. Elle tend cependant à diminuer lorsque la température augmente. Pour représenter au mieux les résultats expérimentaux ([S3] , [S1] , [A7] et [S8]), nous avons choisi la loi linéaire

$$\lambda_a = 54 - 3,33 \frac{T}{100} \quad [\text{W/m K}] \quad (\text{IV.46})$$

Il faut également noter que, de manière stricte, cette loi n'est applicable que jusque 700°C à cause du changement de la structure cristalline de l'acier. A titre d'approximation, nous l'utiliserons également pour des températures supérieures.

Dans la littérature, on trouve peu de recommandations à propos de la conductivité thermique de l'acier, (La C.E.C.M. [1] est muette à ce propos) puisque l'ensemble des méthodes manuelles utilisées jusqu'à présent pour le calcul de l'échauffement des profils en acier posent l'hypothèse de température uniforme, c'est-à-dire de conductivité infinie.

La diffusivité thermique de l'acier $\eta_a = \frac{\lambda}{c \rho}$ diminue donc lorsque la température croît, de la manière indiquée par la figure IV.17. Cette figure illustre bien l'intérêt que présente l'actualisation du pas de temps du calcul thermique lorsque les températures des matériaux augmentent (cfr. § IV.3.3).

IV.4.2 - Béton

La masse spécifique du béton est une grandeur aisément accessible. Nous avons admis pour les simulations entreprises dans le cadre de cette étude qu'elle ne varie pas avec la température. La valeur suivante a généralement été utilisée

$$\rho_b = 2.350 \text{ Kg/m}^3 \quad (\text{IV.47})$$

La capacité calorifique, quant à elle, dépend de la température d'une manière qui est influencée par les différents composants du béton.

La présence d'eau libre est importante aux températures inférieures à 200°C. Les bétons humides présentent une capacité calorifique apparente

qui est presque deux fois plus élevée que celle des bétons secs. Cependant, la façon dont l'eau libre est considérée lors du calcul des températures (cfr. § IV.3.4) nous oblige à considérer ici les propriétés d'un matériau sec. Nous ne retiendrons donc pas l'influence de la teneur en eau libre sur la capacité thermique du béton.

Le type d'agrégat ne montre pas d'effet marqué pour les températures inférieures à 800°C. Aux températures plus élevées, la décarbonatation des agrégats calcaires peut produire une élévation importante de la capacité thermique. Des discordances importantes apparaissent cependant entre les résultats d'essais différents.

Les proportions du mélange influencent quelque peu la capacité calorifique du béton en ce sens que cette caractéristique thermique s'élève plus rapidement pour les mélanges les plus riches, en raison des effets de déshydratation.

Afin de représenter de manière satisfaisante les résultats des tests sur éprouvettes séchées [M6, B3, C3], nous avons utilisé l'expression suivante :

$$c_b = 900 + 80 \left(\frac{T}{100}\right) - 4 \left(\frac{T}{100}\right)^2 \quad [\text{J/kg K}] \quad (\text{IV.48})$$

La conductivité thermique du béton peut varier dans une faible mesure suivant les proportions du mélange et le type de ciment. Le paramètre le plus important, et qu'il importe absolument de prendre en compte, est le type d'agrégat. Tous les essais réalisés [H7, S5, 01] montrent que la conductivité des bétons décroît suivant l'ordre suivant : siliceux - calcaires - bétons légers. Les lois suivantes peuvent avantageusement être utilisées.

$$\text{Béton de gravier} \quad \lambda_b = 2 - 0,24 \left(\frac{T}{100}\right) + 0,012 \left(\frac{T}{100}\right)^2 \quad (\text{IV.49})$$

$$\text{Béton de calcaire} \quad \lambda_b = 1,6 - 0,16 \left(\frac{T}{100}\right) + 0,008 \left(\frac{T}{100}\right)^2 \quad (\text{IV.50})$$

$$\text{Béton léger} \quad \lambda_b = 1 - 0,10 \left(\frac{T}{100}\right) + 0,005 \left(\frac{T}{100}\right)^2 \quad (\text{IV.51})$$

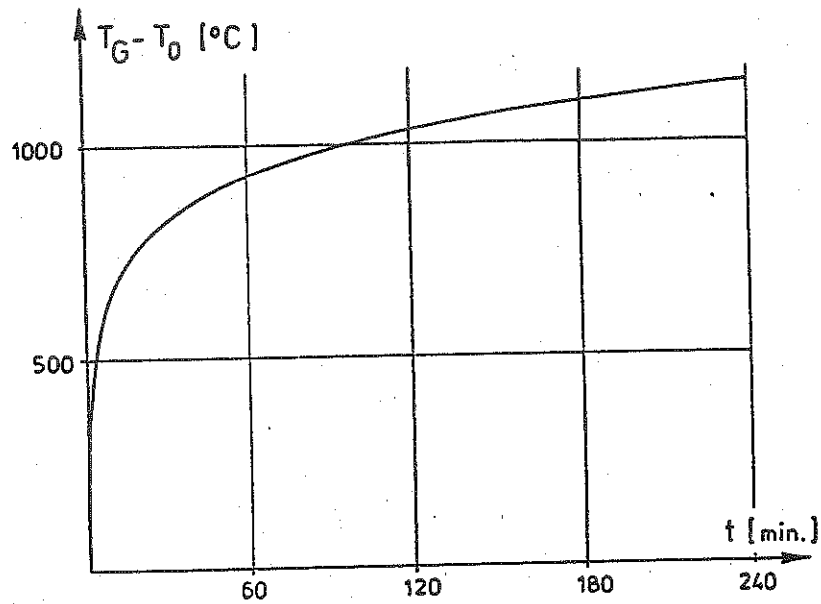


Figure IV 1 Courbe ISO

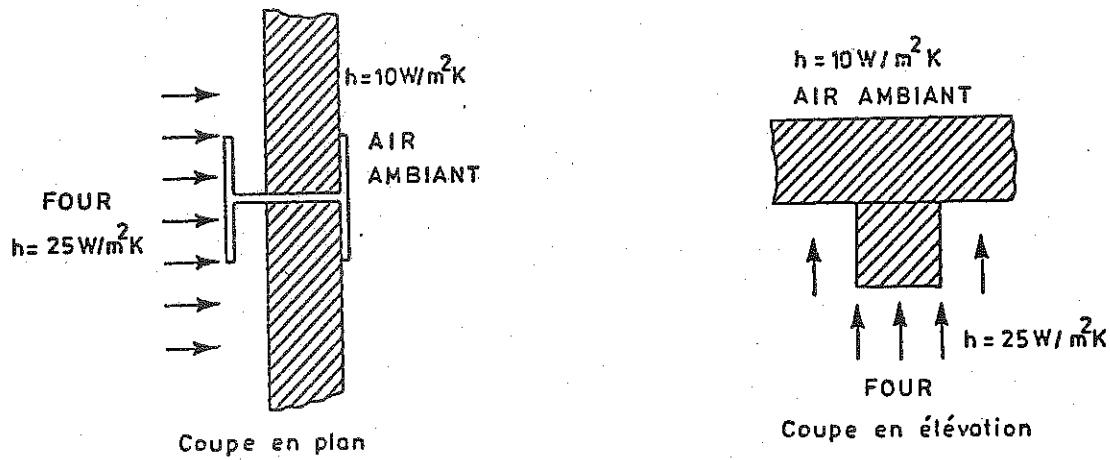


Figure IV 2 Coefficient de convection

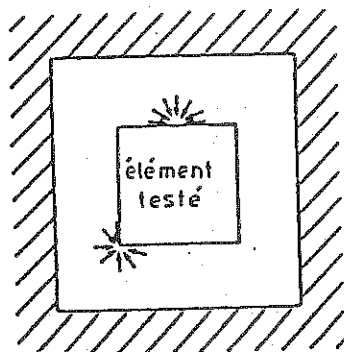


Figure IV 3
Section convexe

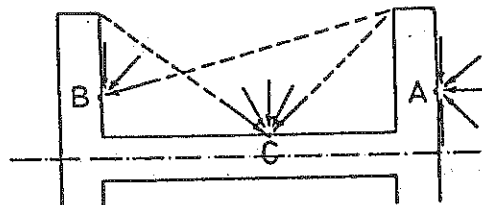


Figure IV 4
Section concave

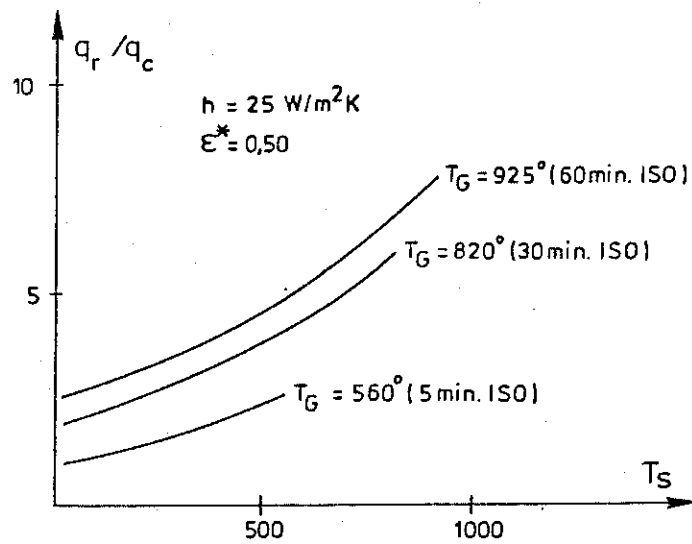


Figure IV 5 Importance des transferts radiatifs

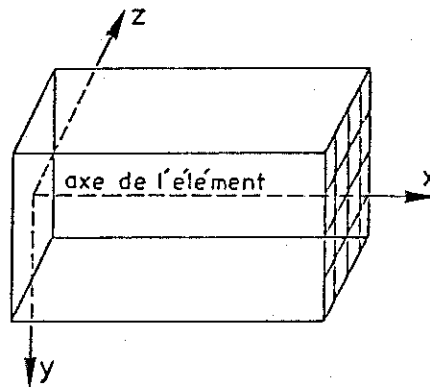


Figure IV 6 Système d'axes

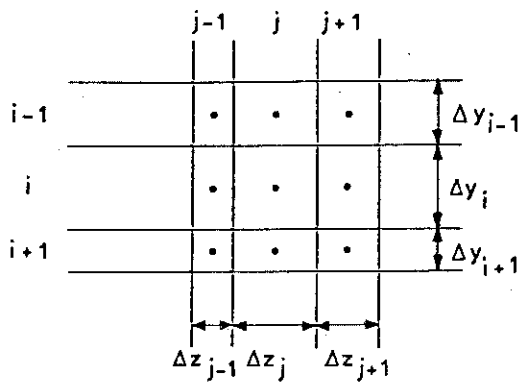


Figure IV 7

Maillage rectangulaire

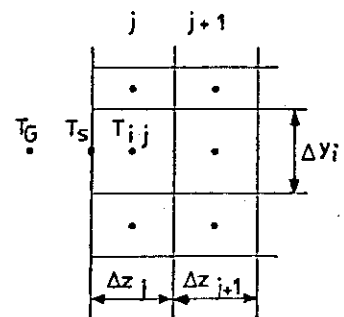


Figure IV 8

Echange à la surface

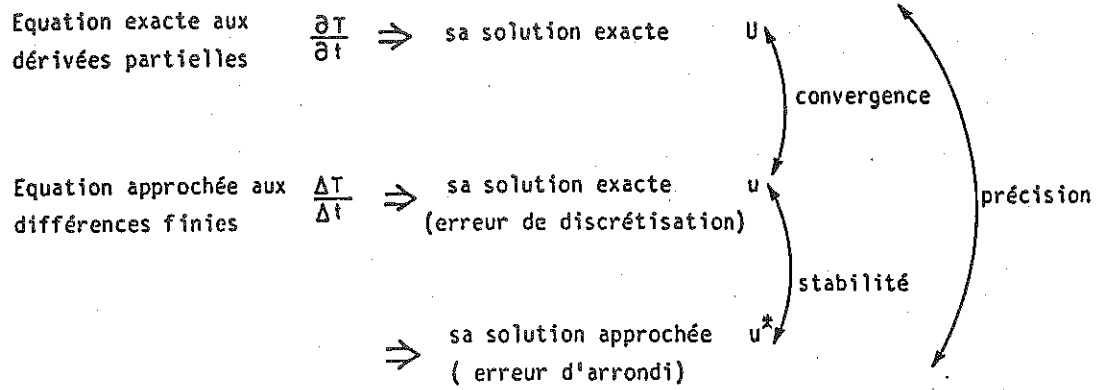


Figure IV 9

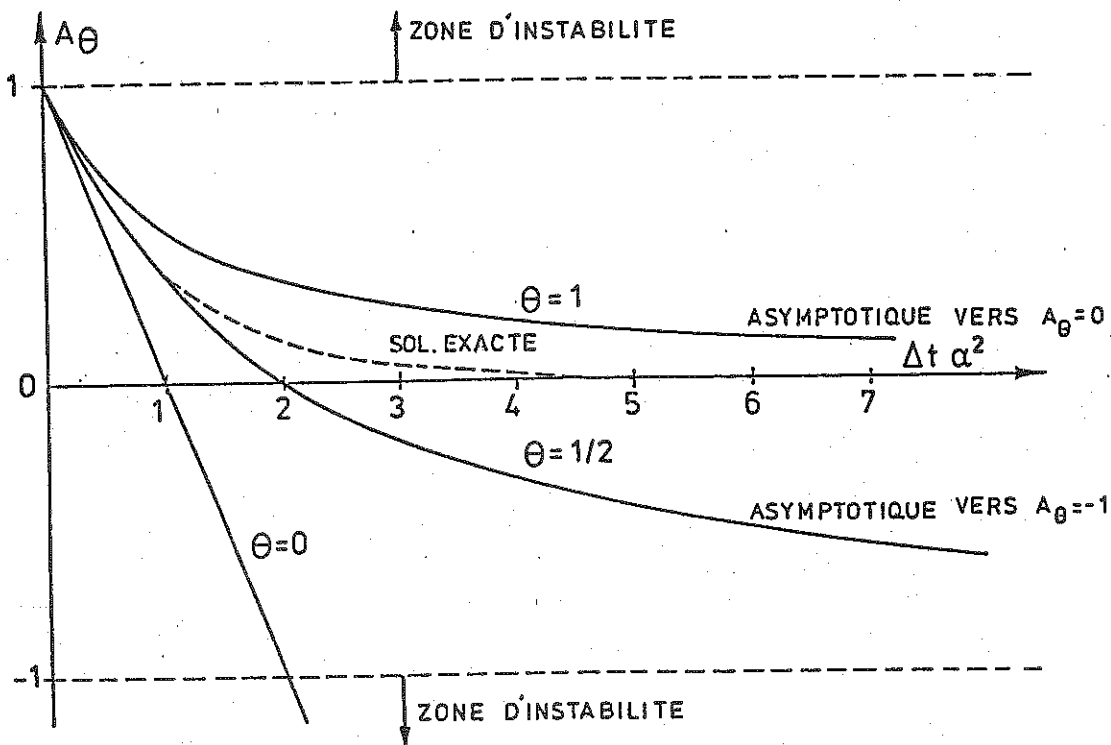


Figure IV 10 Facteur d'amplification de l'erreur.

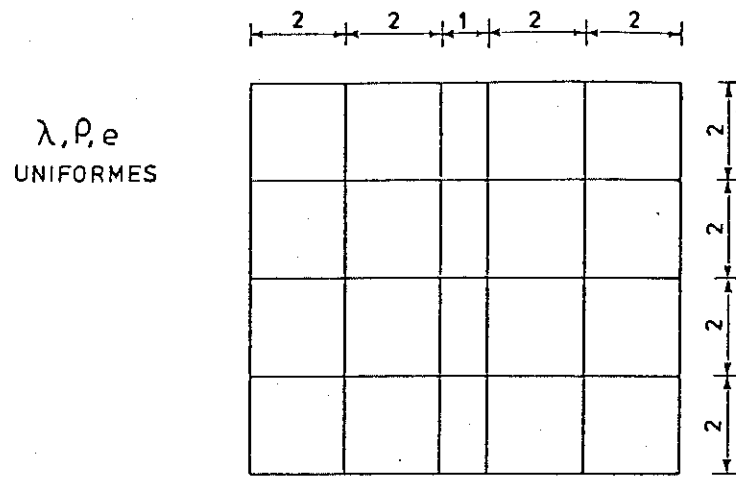


Figure IV 11 Maillage non uniforme

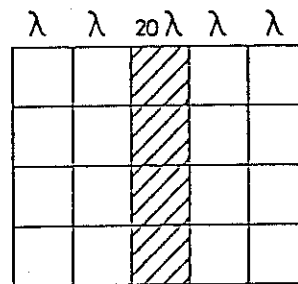


Figure IV 12 Matériau non uniforme

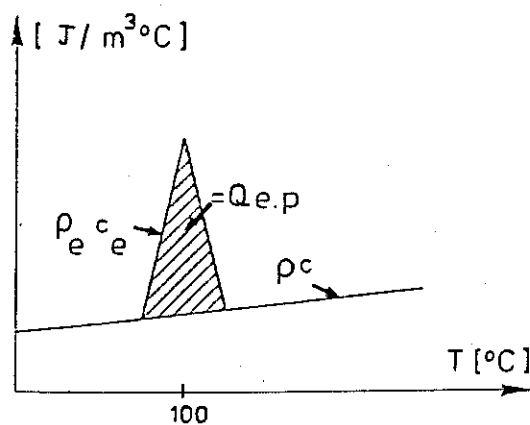


Figure IV 13
Chaleur volumique du beton

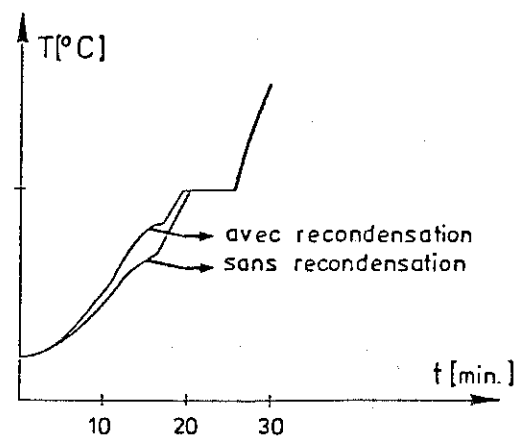


Figure IV 15
Influence de la recondensation
de l'eau libre

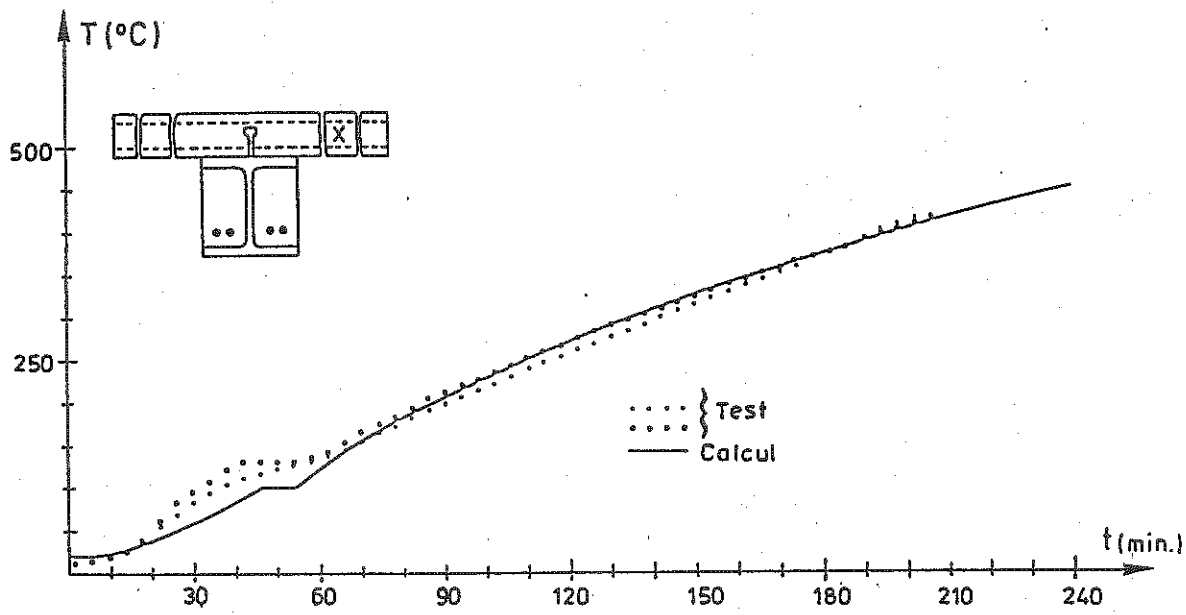


Figure IV 14 Echauffement du beton

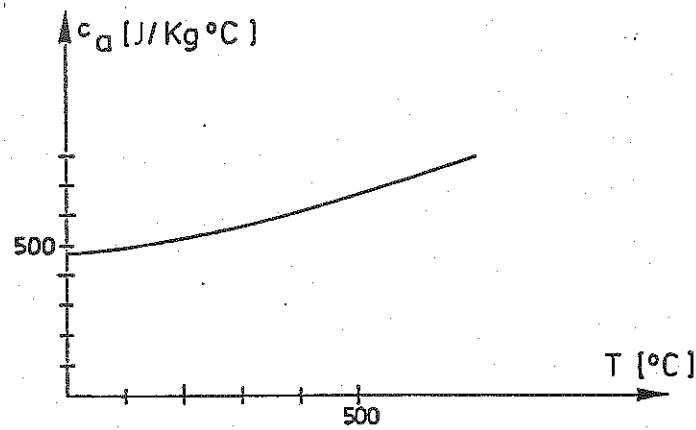


Figure IV 16 Capacité calorifique de l'acier

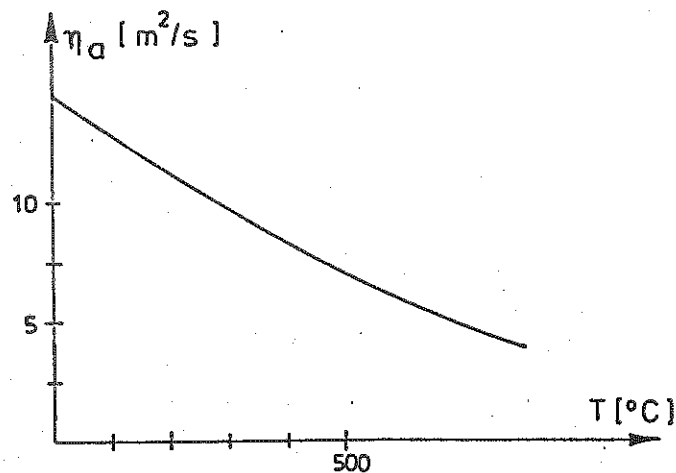


Figure IV 17 Diffusivité thermique de l'acier

CHAPITRE V - ORGANISATION, POSSIBILITES ET LIMITATIONS DU PROGRAMME

Les éléments théoriques décrits dans les trois chapitres précédents ont été appliqués et mis en oeuvre dans un programme d'ordinateur : CEFICOSS pour "Computer Engineering of the Fire resistance of Composite and Steel Structures".

Nous expliquons dans ce chapitre la façon dont ce programme est organisé et dont il fonctionne. On donne aussi un aperçu des différents cas qui peuvent être étudiés ainsi que des phénomènes qui ne sont pas pris en compte par le code de calcul.

V.1 - ORGANISATION DU PROGRAMME

L'ensemble du programme est constitué de trois parties.

1. Calcul statique à température ordinaire.
2. Calcul des températures.
3. Calcul statique sous températures croissantes.

Cette division correspond bien à la réalité puisque les charges sont appliquées à la structure avant le début de l'essai (de l'incendie). Elles créent un état de contraintes et de déformations préalable à l'essai, qu'il importe d'analyser avant de considérer toute élévation de température. Lors de l'essai au feu proprement dit, l'équilibre statique de la structure est influencé par les températures qui doivent donc être calculées à tout instant.

Pour décrire l'organisation du calcul à température ordinaire, nous nous référons à l'organigramme de la fig. V.1. Après lecture des données et initialisation des variables, la charge est appliquée par incréments successifs d'égales grandeurs. En effet, la charge de service est généralement assez importante pour provoquer des effets non linéaires (fissuration du béton,) et elle ne peut donc être appliquée en une seule fois. D'autre part, cette charge appliquée n'est généralement pas trop proche de la charge de ruine et il est inutile de raffiner les derniers incréments de charge; des incréments constants sont acceptables.

La matrice de rigidité tangente est ensuite calculée suivant les considérations développées au chapitre II (voir annexe 1).

L'équation II.23 du chapitre II est résolue par la méthode de Cholesky, modifiée pour accepter des termes diagonaux négatifs. En effet, dans un problème non linéaire, la matrice tangente peut garder sa caractéristique "définie positive", alors qu'il existe un nombre pair de termes négatifs sur la diagonale principale. Cette méthode permet de ne conserver que la moitié de la matrice en mémoire et profite pleinement de la structure bande de cette matrice. Les incréments de déplacements fournissent les incréments de déformation (voir équation II.12, chap. II) que l'on ajoute à la déformation préalable.

La déformation totale permet, grâce aux modèles décrits dans le chapitre III, de calculer les modules tangents et les contraintes des matériaux.

Après actualisation des coordonnées des noeuds de la structure, on calcule les forces nodales internes suivant ce qui a été développé au chapitre II (voir annexe 1).

La convergence vers l'équilibre est ensuite testée (§ II.3.3). Si l'équilibre n'est pas atteint, les forces nodales intérieures sont comparées aux forces extérieures pour déterminer les forces hors équilibres. Celles-ci seront alors appliquées à la structure, ce qui donne naissance au processus d'itération. Comme nous utilisons le schéma de Newton-Raphson, la matrice de rigidité tangente sera calculée au cours de chaque itération.

Si l'équilibre est atteint, on modifie s'il y a lieu la valeur des déformations plastiques (§ III.2). On applique ensuite un nouvel incrément de charge, à moins que la charge de service ne soit atteinte, auquel cas on peut entreprendre l'étude statique sous températures croissantes. Sur la figure V.3, qui s'applique à un cas possédant un seul degré de liberté, l'ensemble du processus décrit ci-dessus a fait évoluer la structure du point O vers le point A.

Pour décrire l'organisation du calcul sous températures croissantes, nous nous référons à l'organigramme de la figure V.2. La durée de l'essai augmente tout d'abord d'une quantité choisie, le pas de temps du calcul statique, dont l'ordre de grandeur est généralement la minute.

Les températures de la structure sont ensuite calculées à l'instant déterminé ci-dessus. Le pas de temps du calcul thermique est calculé automatiquement par le programme suivant les considérations développées au 6 IV.3.3. Comme son ordre de grandeur est de quelques secondes, il est nécessaire d'effectuer successivement plusieurs calculs des températures pour obtenir le champ thermique correspondant à la durée d'essai souhaitée. Si on disposait déjà des températures sur un fichier périphérique, on en effectue simplement la lecture (voir § V.2.). Les propriétés de rigidité et de résistance des matériaux sont ensuite adaptées en fonction des nouvelles températures. Les déformations thermiques sont aussi calculées (voir § III.1.).

Comme on suppose que, dans un premier temps, l'élévation de température se produit dans une structure bloquée (voir § III.2), les déformations donnant lieu à contraintes apparaissent immédiatement comme la différence entre les déformations totales (celles qui sont déduites des déplacements par l'équation II.12) et les déformations thermiques.

Les contraintes sont ainsi calculées et leur intégration fournit les forces hors équilibre. Les modules tangents permettent de calculer la matrice de rigidité. Sur la figure V.3, on peut considérer que la structure se trouve maintenant dans l'état B^* (état fictif).

Le signe du déterminant de la matrice de rigidité est accessible par le nombre de termes négatifs de sa diagonale principale et indique si l'équilibre est toujours possible pour le niveau de charge considéré.

L'équation II.23 permet alors de calculer les accroissements de déplacement puis de déformation qui se rapportent aux forces hors équilibre.

Si la convergence n'est pas atteinte, on calcule les déformations donnant lieu à contraintes sur base des nouvelles déformations totales et de déformations thermiques inchangées. Si l'équilibre est atteint (point B de la figure V.3), les déformations plastiques sont réactualisées et la durée de l'essai peut être augmentée d'un nouveau pas de temps.

La répétition de ce processus calcul des températures - calcul des déplacements se poursuit ainsi jusqu'à obtenir la durée de résistance de la structure avant effondrement. Si un critère du type déplacement ou vitesse de déplacement détermine la durée de résistance au feu, celle-ci apparaîtra également puisqu'on peut relever tout l'historique du comportement de la structure au cours de l'essai.

V.2 - POSSIBILITES DU PROGRAMME

Nous avons voulu présenter clairement toutes les possibilités qu'offre le programme, en les regroupant dans un seul paragraphe. Certaines sont liées aux développements théoriques effectués et d'autres ont un caractère plus technique lié au degré d'élaboration de la programmation.

CEFICOSS permet d'analyser tout type de structure à poutres s'étendant dans les deux directions du plan : poutres, colonnes, cadres multiétagés et/ou à plusieurs travées. Les grands déplacements sont pris en compte. Différentes conditions d'appui sont possibles (rotule, encastrement parfait,...) ainsi que la prise en compte de rotules internes. Les éléments étudiés dans un même exemple peuvent être de sections droites différentes (par ex. poutre $\neq$ colonne). Certains peuvent être soumis à l'action de l'incendie alors que d'autres en sont préservés.

La section droite des éléments peut présenter une forme quelconque, pour autant que celle-ci puisse être composée d'un maillage rectangulaire. Des évidements internes sont envisageables, avec certaines réserves toutefois. Une même section droite peut être composée d'aciers de nuances différentes, de bétons de qualités différentes, ainsi que de matériaux isolants.

Le champ thermique transitoire bidimensionnel est calculé, avec la possibilité de tenir compte de manière approchée d'une variation des températures le long de l'axe des éléments (voir chapitre X). L'évaporation de l'eau libre ainsi que sa recondensation dans les zones froides sont prises en compte dans le calcul des températures. N'importe quelle courbe de température dans le four peut être appliquée. Les températures calculées sont écrites sur fichier périphérique en vue d'une relecture lors de simulations ultérieures d'essais dont les éléments gardent la même section droite (changements de longueur d'une colonne, de qualité d'un matériau,...).

Au cours de l'essai, une charge nodale peut varier en intensité et un déplacement peut être imposé, variant lui aussi avec le temps.

Le programme fournit, pour chaque pas de charge lors de la mise en charge et pour chaque pas de temps lors de l'essai au feu, les déplacements nodaux, les éléments de réduction M, N, T aux deux points d'intégration de Gauss, les contraintes et les rigidités des matériaux à certains endroits choisis par l'utilisateur.

V.3 - LIMITATIONS DU PROGRAMME

Les réserves formulées à propos de la considération d'évidements internes sont liées au calcul des températures. On suppose en effet que la transmission de chaleur dans l'évidement s'effectue uniquement par conduction dans la masse d'air, à l'exclusion des phénomènes de convection naturelle et surtout du rayonnement entre les différentes parties de la paroi.

La courbe de température dans le four peut être de forme quelconque. Un incendie naturel, avec une phase d'extinction, est donc parfaitement envisageable. On gardera cependant à l'esprit que les résultats de ce type de simulation sont liés à la modélisation du comportement des matériaux lors du refroidissement. Or, nos connaissances à ce propos sont peu étendues.

L'énergie de déformation par effort tranchant n'est pas considérée. Comme la section reste droite, les phénomènes d'adhérence ne sont pas pris en compte. Il en est de même pour l'éclatement du béton.

Les sections droites à bords circulaires ou obliques doivent être approchées par un maillage rectangulaire équivalent (voir chapitre IX).

L'ensemble du système d'équation II.12 est résolu entièrement en mémoire centrale, ce qui limite donc la taille maximum du problème. Il semble toutefois que, sauf cas particulier, cette solution soit acceptable, grâce à l'augmentation continuelle des capacités de mémoire du matériel informatique.

Le comportement de la structure après que le temps de ruine n'ait été atteint ne peut pas être analysé. On ne considère pas la partie instable de la courbe charges-déplacements.

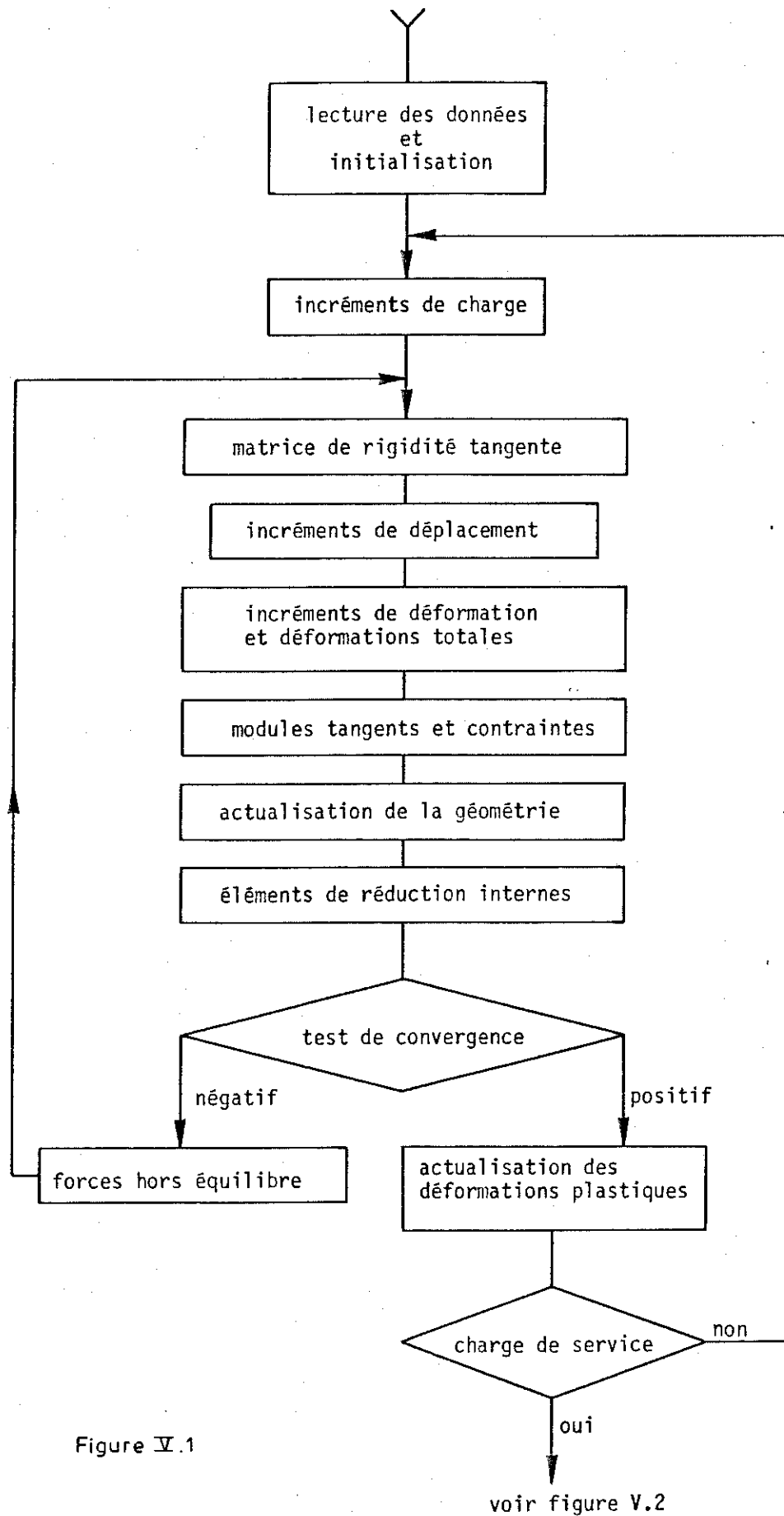


Figure V.1

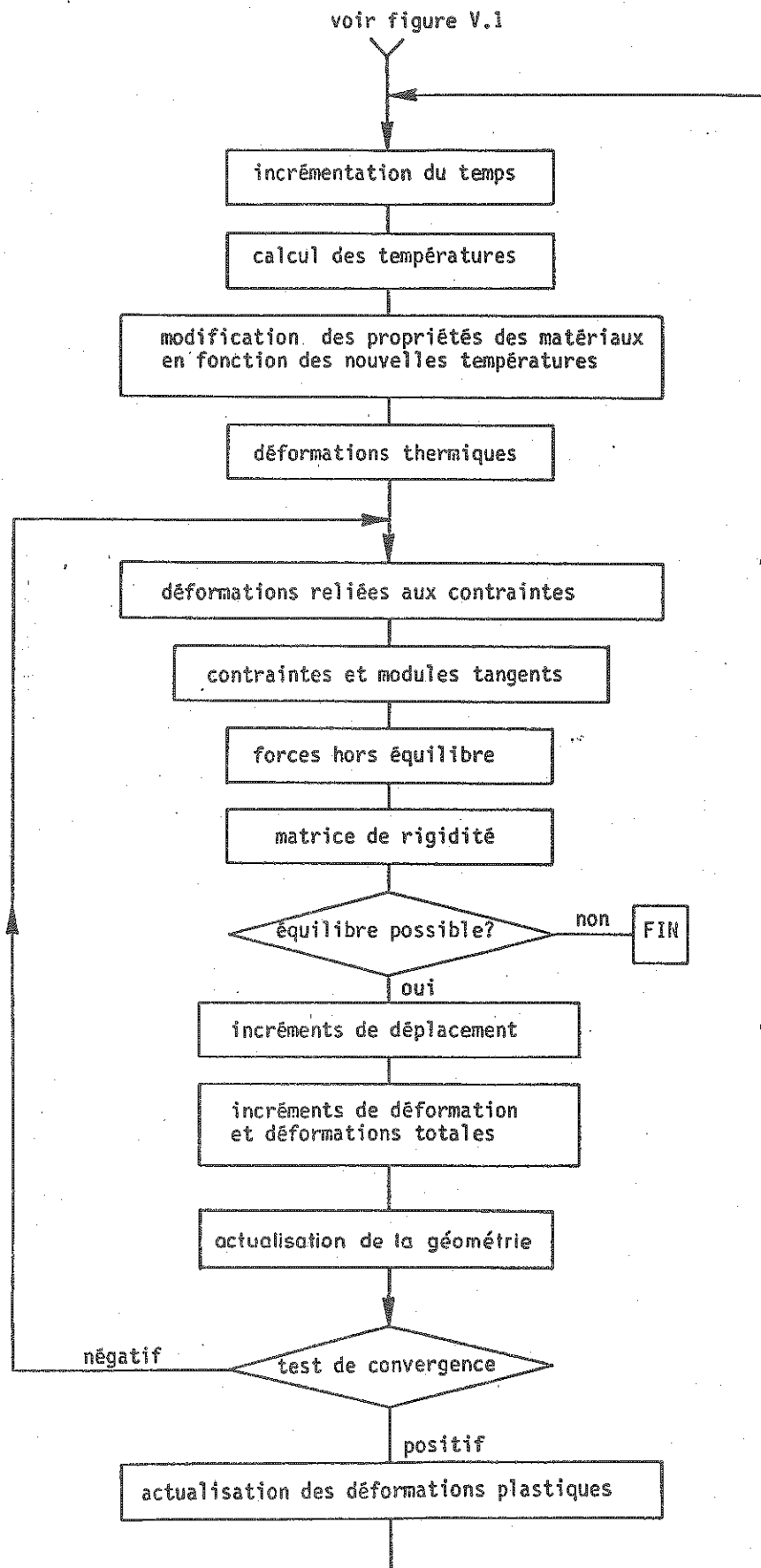


Figure V.2

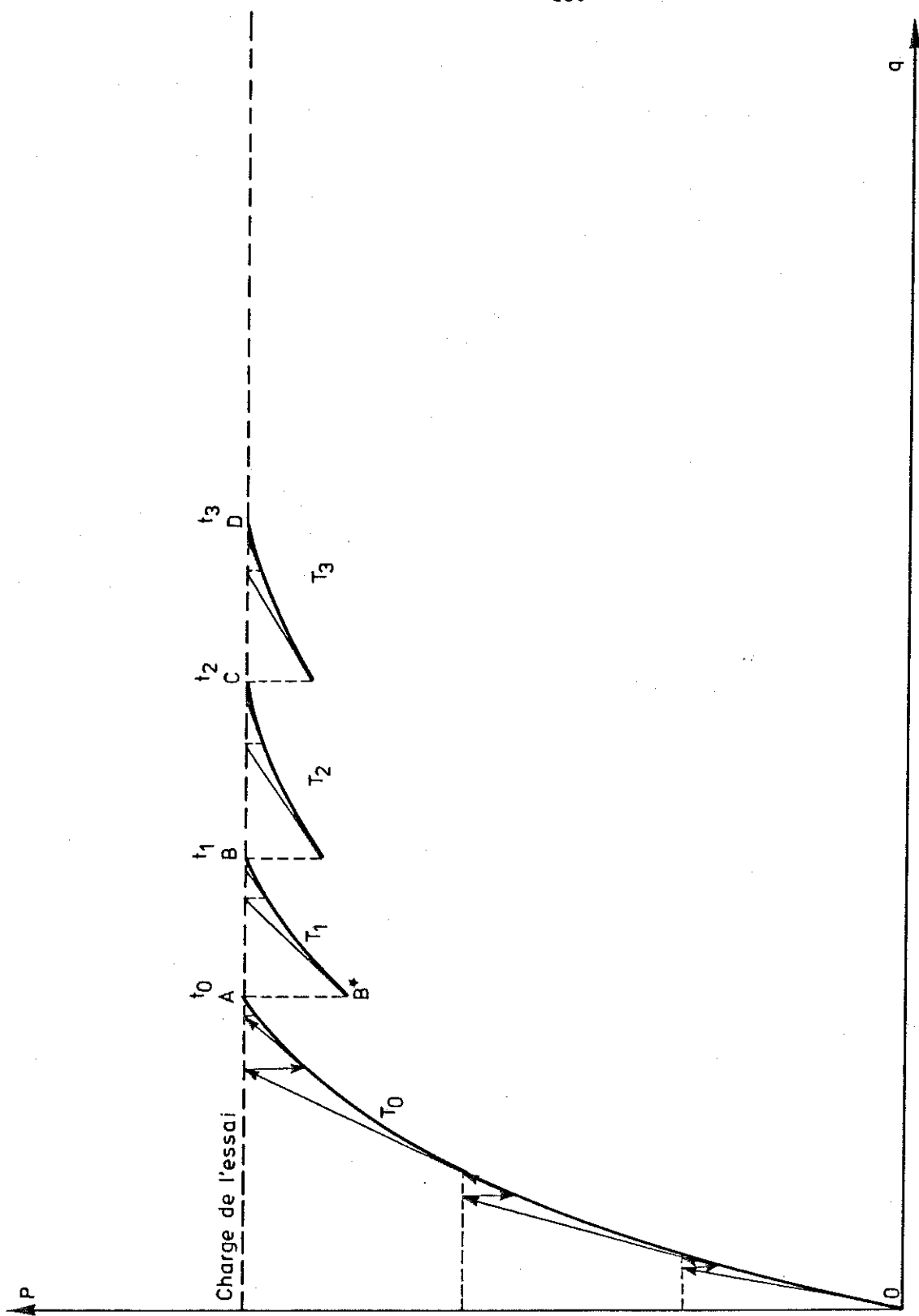


Figure V. 3

DEUXIEME PARTIE : LES ESSAIS

La méthode de calcul numérique développée dans la première partie de cette étude fait intervenir de nombreux paramètres physiques qu'il importait de bien définir et de bien choisir pour que les résultats des calculs soient aussi proches que possible de la réalité. On peut par exemple citer les coefficients d'échanges thermiques, les lois de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température,.... Le programme doit donc être calibré.

Les résultats fournis par un code de calcul numérique ne sont réellement fiables et leur valeur n'est certaine que lorsque des comparaisons suffisamment nombreuses avec des essais réels ont pu être effectuées et que leurs conclusions sont favorables. Il est encore hélas trop courant de lire certaines publications à propos de méthodes numériques qui ne sont certifiées que par l'application à un seul cas particulier, voire sans aucune comparaison avec la réalité. Un programme doit aussi être vérifié.

Enfin, aussi élaboré, aussi correct et aussi puissant que soit un programme de calcul numérique, la réalisation d'essais en vraie grandeur gardera toujours un caractère tangible unique qui seul pourra nous révéler certaines informations quant au comportement physique des structures que nous voulons étudier.

Malgré le grand nombre d'essais effectués précédemment dans divers laboratoires, ce triple but (calibrage et vérification du programme, enseignements pratiques à retirer des tests) n'aurait pas été complètement atteint si on n'avait considéré que des essais déjà réalisés.

Trois raisons différentes expliquent ce fait :

- Si les essais réalisés sur des profils en acier ou sur des sections en béton armé sont très nombreux, le nombre de tests effectués sur des structures mixtes acier-béton est beaucoup plus réduit.

- Les informations concernant certains essais sont incomplètes et ne permettent pas de conduire une comparaison significative (les déformations transversales des colonnes sont rarement mesurées, on a effectué certains essais sans mesurer les caractéristiques mécaniques des matériaux !).
- Certaines situations que nous voulions étudier n'avaient jamais fait l'objet d'aucun test (colonne octogonale,...).

C'est pourquoi il fut décidé d'entreprendre une nouvelle série d'essais au feu sur des profils mixtes. Cette campagne d'essais se situe dans le cadre d'une recherche introduite par ARBED - Recherches Luxembourg auprès de la CECA [15]. C'est ainsi qu'ont pu être réalisés 15 essais ; 9 colonnes, 4 poutres et 2 cadres.

L'aspect calibrage ne sera guère évoqué ici. En effet, la description des différentes solutions adoptées successivement serait fastidieuse et sans intérêt. Nous donnerons simplement les résultats finaux, dont certains ont d'ailleurs déjà été abordés dans la première partie.

L'aspect vérification apparaîtra de lui-même suite au grand nombre d'essais réels qui seront simulés et à la bonne concordance qui est généralement observée. Nous attirerons encore l'attention, par la suite, sur la diversité des sections droites, des schémas statiques et des moyens de protection thermique qui ont été étudiés. Cette diversité atteste bien du caractère général du programme qui a été développé dans le cadre de cette étude.

Plus important et plus intéressant nous semble l'aspect concret du problème. Au delà d'une simple énumération d'essais avec les simulations correspondantes, nous comptons montrer comment un outil de calcul tel que CEFICOSS peut aider à retirer plus d'informations des tests effectués et nous mettrons l'accent sur certaines conclusions pratiques qu'il a été possible de dégager grâce aux calculs numériques.

CHAPITRE VI - COLONNES MASSIVES EN ACIER

Bien que ce travail ait pour but final l'étude de sections mixtes acier-béton, il a paru utile d'effectuer deux essais sur des colonnes massives en acier, l'une protégée thermiquement et l'autre non.

D'une part, nous nous ménagions ainsi la possibilité d'étudier séparément le matériau acier dans la phase de calibrage du programme. L'absence d'interaction avec le béton permet de définir plus rapidement et de façon plus sûre certains paramètres propres à l'acier. D'autre part, les méthodes de calcul manuelles applicables aux profils en acier [1 - 2 - 6] posent l'hypothèse de température uniforme sur la section droite. On considère généralement que cette hypothèse n'est plus valable dans le cas des profils massifs. Cependant, aucune vérification n'a jamais été effectuée à ce propos. Une investigation du comportement des colonnes massives nous a paru présenter un intérêt certain, afin d'établir, par exemple, la limite précise de la massivité au-delà de laquelle les théories approchées ne sont plus applicables.

VI.1 - COLONNE MASSIVE NON PROTEGEE

Une colonne de type HD 400 x 400 x 744, non protégée thermiquement, a été testée à l'Université de Gent [M5]. Le caractère massif du profil apparaît à la lecture du tableau suivant.

hauteur	$h = 49,9 \text{ cm}$
largeur	$b = 43,1 \text{ cm}$
épaisseur d'âme	$a = 5,45 \text{ cm}$
épaisseur d'aile	$e = 8,95 \text{ cm}$
masse	$p = 744 \text{ kg/m}$
massivité	$u/F = 27,3 \text{ m}^{-1}$

Cette colonne était biarticulée à ses deux extrémités distantes de $H = 414 \text{ cm}$. Une charge de 3.400 kN était appliquée avec une excentricité de 18 cm par rapport à l'axe faible. La limite d'élasticité mesurée sur échantillons était de $\sigma_y(20^\circ) = 23,8 \text{ kN/cm}^2$. On peut aisément calculer la charge maximale de flambement suivant la méthode des courbes européennes et la formule d'interaction de Massonnet-Campus [M6].

On trouve ainsi $N_{f1} = 5.200 \text{ kN}$

$$\text{et } \frac{N_{f1}}{N} = \frac{5.200}{3.400} = 1,53$$

La charge appliquée est donc pratiquement égale à la charge de service que pourrait supporter cette colonne indépendamment de toute considération relative à l'incendie.

VI.1.1 - Calcul des températures

Afin de calculer le champ thermique transitoire et non uniforme dans le profil en question, la discrétisation présentée à la fig. VI.1 a été utilisée. On profite de la double symétrie de la section. L'épaisseur des mailles est plus faible à proximité des bords de la section droite, là où les gradients thermiques risquent d'être les plus importants.

VI.1.1.1 - Conditions aux limites

Comme valeur de l'émissivité relative de l'acier, on trouve souvent dans la littérature la valeur de $\epsilon^* = 0,50$. Les différents tests que nous avons simulés montrent que, pour les fours de Gent équipés de brûleurs à gaz, cette valeur peut en général être acceptée.

Or, un premier calcul des températures réalisé avec $\epsilon^* = 0,50$, valeur constante sur tout le pourtour du profil, produit des résultats qui ne s'accordent pas très bien à la réalité. En effet, si la figure VI.2 montre que les températures calculées aux extrémités des ailes semblent correctes, la figure VI.3, par contre, indique que les températures sont surestimées dans l'âme (on ne tiendra pas compte des valeurs erronées fournies par certains thermocouples entre $t = 15$ minutes et $t = 30$ minutes).

Cela est dû, bien sûr, au phénomène d'ombrage qui a été évoqué au IV.2.2 ainsi que par les figures IV.3 et IV.4. Pour les profils dont la section droite n'est pas convexe, il n'est pas logique de considérer un flux radiatif constant sur tout le pourtour.

Nous montrons ci-après la manière approchée dont on peut essayer de mieux prendre en compte la forme de la section dans les échanges radiatifs.

La loi de Planck indique que si un corps i de température T_i est complètement entouré par une surface S_j à température uniforme T_j (fig. VI.4), le flux thermique reçu par rayonnement sur i vaut

$$q_i = \sigma^* \epsilon_{ij}^* (T_j^4 - T_i^4) \quad (VI.1)$$

si on se limite au cas des corps gris (pas d'influence de la longueur d'onde).

Cette formule est également valable pour un élément de surface S_i de température uniforme T_i , si celui-ci n'a des échanges thermiques qu'avec un seul milieu à température uniforme. C'est donc le cas d'un élément de surface situé sur la partie convexe d'un profil et qui n'échange du rayonnement thermique qu'avec le four (voir fig. VI.4). Dans ce cas, (VI.1) se particularise et donne l'expression (IV.3).

Dans le cas où l'élément de surface S_i échange du rayonnement avec plusieurs autres surfaces de températures différentes, le problème est plus compliqué. Il importe alors de définir le facteur de forme liant les surfaces S_i et S_j . Par définition, ce facteur de forme, noté F_{ij} est la partie de l'énergie rayonnée par S_i qui atteindra S_j . On peut le calculer suivant la formule

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j dS_i dS_j}{\pi r_{ij}^2} \quad (\text{VI.2})$$

θ_i et θ_j ; angles de la droite liant i et j avec les normales à la surface (fig. VI.5)

r_{ij} ; distance séparant i et j (fig. VI.5).

L'expression (VI.2) livre immédiatement la règle d'équivalence

$$F_{ij} S_i = F_{ji} S_j \quad (\text{VI.3})$$

La partie de l'énergie radiative émise par la surface S_i et qui atteindra la surface S_j vaut, suivant la loi de Planck et la définition du facteur de forme,

$$Q_{ij}^- = \sigma^* \epsilon^* F_{ij} S_i \bar{T}_i^4 \quad (\text{VI.4})$$

La partie de l'énergie radiative émise par la surface S_j et qui atteindra S_i vaut, de la même façon ,

$$Q_{ji}^- = \sigma^* \epsilon^* F_{ji} S_j \bar{T}_j^4 = Q_{ij}^+ \quad (\text{VI.5})$$

Au terme du bilan global, l'énergie radiative transférée de S_j vers S_i vaut ,

$$Q_{ij} = Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = \sigma^* \epsilon^* (F_{ji} S_j \bar{T}_j^4 - F_{ij} S_i \bar{T}_i^4) \quad (\text{VI.6})$$

Par la règle d'équivalence (VI.3) ,

$$Q_{ij} = \sigma^* \epsilon^* F_{ij} S_i (\bar{T}_j^4 - \bar{T}_i^4) \quad (\text{VI.7})$$

ou, en terme de flux,

$$q_{ij} = \sigma^* \epsilon^* F_{ij} (T_j^{-4} - T_i^{-4}) \quad (\text{VI.8})$$

Théoriquement, l'équilibre thermique d'un élément de surface S_i situé dans une partie concave de la section droite devrait faire intervenir la somme de tous les flux thermiques échangés avec les autres surfaces S_j dont certaines appartiennent aussi au profil (fig. VI.6).

Afin de simplifier le problème, nous supposerons, à titre d'approximation, que pour les surfaces S_j appartenant aussi au profil, on aura

$$T_j^{-4} \approx T_i^{-4} \quad (\text{VI.9})$$

et, en tout cas,

$$T_j^{-4} - T_i^{-4} \lll T_G^{-4} - T_i^{-4} \quad (\text{VI.10})$$

Théoriquement (VI.9) n'est vrai que si la température du profil est uniforme. (VI.10) revient à négliger les échanges radiatifs qui interviennent entre les différentes parties du profil devant les échanges ayant lieu avec le four. Ainsi donc, la particularisation de (VI.8) donne

$$q_r^{\text{concave}} = \sigma^* \epsilon^* F_{i,\text{four}} (T_G^{-4} - T_i^{-4}) \quad (\text{VI.11})$$

qui est équivalente à (IV.3.), à condition d'utiliser une valeur modifiée de l'émissivité relative

$$\epsilon_{\text{concave}}^* = \epsilon_{i,\text{four}}^*$$

que nous noterons, de manière plus concise

$$\epsilon_c^* = \epsilon_{i,f}^* \quad (\text{VI.12})$$

Bien qu'il soit aussi possible de considérer une émissivité relative différente pour chaque élément de surface produit par la discrétisation, nous nous limiterons, dans le cas des profils en double té, à prendre pour ϵ_c^*

- une valeur pour les parties convexes (faces extérieures et extrémités des ailes)
- une valeur pour les faces intérieures des ailes
- une valeur pour l'âme.

De manière pratique, les facteurs de vue sont calculés par la règle de Hottel. Celle-ci, valable pour les surfaces cylindriques, est illustrée par la fig. VI.7. Si les dimensions du profil en double té sont h , b , a et e , définies par la fig. VI.8, on calcule, pour les parties convexes $F_{c,f} = 1$

pour les faces intérieures des ailes :

$$F_{ailes,f} = \frac{-\sqrt{(h-2e)^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2} + (h-2e) + \left(\frac{b-a}{2}\right)}{(b-a)} \quad (VI.13)$$

pour l'âme :

$$F_{\hat{a}me,f} = \frac{-\left(\frac{b-a}{2}\right) + \sqrt{(h-2e)^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2}}{h-2e} \quad (VI.14)$$

Compte tenu des valeurs citées en début de chapitre, on obtient pour le cas particulier de la colonne testée à Gent :

$$F_{aile,f} = 0,364 \quad \text{et} \quad F_{\hat{a}me,f} = 0,572$$

et, par la relation VI.12, dans laquelle $\epsilon_c^* = 0,50$

$$\epsilon_{aile}^* = 0,18 \quad \text{et} \quad \epsilon_{\hat{a}me}^* = 0,29$$

Le champ thermique calculé suivant ces hypothèses est cette fois beaucoup plus proche de la réalité, ainsi que le montrent la fig. VI.2 et, mieux encore, la figure VI.3.

L'influence de ce phénomène n'est donc pas négligeable et il importe d'en tenir compte pour obtenir une bonne estimation des températures dans le profil. Cette influence des facteurs de forme intervient dans les profils légers, aussi bien que dans les profils massifs.

Cet effet de rayonnement thermique plus faible dans les zones concaves peut également être introduit de manière approchée dans les calculs manuels de température qui sont basés sur l'hypothèse de température uniforme. A cet effet, on calcule simplement le facteur de vue moyen entre le profil et le four. Ce facteur est défini comme suit :

$$F_{p,f} = \frac{\int_{\text{pourtour}} F_{ds,f} ds}{\int_{\text{pourtour}} ds} \quad (\text{VI.15})$$

avec ds : élément de pourtour

ou, considérant une variation discrète du facteur de vue (âme-aile-partie extérieure)

$$F_{p,f} = \frac{\sum_i F_{S_i,f} S_i}{\text{périmètre}} \quad (\text{VI.16})$$

Pour le cas d'un profil en double tôle,

$$F_{p,f} = \frac{1 (2b+4e) + F_{\text{ailes},f} (2b-2a) + F_{\text{âme},f} (2h-4e)}{4b + 2h - 2a}$$

Compte tenu des expressions (VI.13) et (VI.14), on trouve finalement,

$$F_{p,f} = \frac{b + h}{2b+h-a} \quad (\text{VI.17})$$

L'expression (VI.17), de forme très simple, est égale au rapport entre le périmètre du rectangle dans lequel on peut inscrire le profil et le périmètre du profil lui-même.

Le facteur de vue moyen varie ainsi, pour les profils en double tôle, entre 0,66 (HE 120AA) et 0,82 (HE 100M). Dans le cas de la colonne testée à Gent, on obtient,

$$F_{p,f} = 0,71.$$

En conclusion, il est préférable, lors des calculs manuels de températures basés sur l'hypothèse de température uniforme, de considérer pour le flux de puissance calorifique transmis à la surface du profil l'expression suivante ,

$$q_s = h (T_G - T_u) + \sigma^* \epsilon^* F_{p,f} (T_G^4 - T_u^4) \quad (VI.18)$$

avec T_u : température uniforme du profil

$F_{p,f}$: défini ci-dessus et plus petit que 1 lorsque la section n'est pas convexe.

L'application de l'expression (VI.18) permet d'estimer les échanges thermiques de manière plus correcte lorsque le périmètre soumis au rayonnement comporte des concavités . C'est donc bien sûr le cas des profils en double té non protégés, mais c'est également vrai pour les doubles té protégés par un produit qui épouse la forme du profil : projections humides, peintures intumescents....

La considération plus attentive des phénomènes physiques réels, tel que celui qui a été décrit dans ce paragraphe, est une condition nécessaire à une meilleure évaluation des températures par les méthodes manuelles. Ce n'est qu'à ce prix que pourront disparaître les coefficients empiriques qui tentent de corriger les écarts observés entre les théories approchées et la réalité (load multiplier K dans [1] par ex.).

VI.1.1.2 - Champ thermique

Ainsi donc, le champ thermique transitoire non uniforme a été calculé pour la colonne HD 400 x 400 x 744. La discrétisation de la section droite est indiquée par la fig. VI.1 et les conditions aux limites par la fig. VI.8. On a déjà signalé que des comparaisons satisfaisantes ont été menées entre calculs et réalité pour différents points de la section droite. Ce paragraphe est consacré à l'étude du champ thermique à travers la section droite de la colonne.

Comme on pouvait le penser, à cause de la grande massivité du profil, des écarts de températures assez importants apparaissent entre différents points de la section, dès les premières minutes de l'incendie. On note comme écart maxima entre deux points de la section les valeurs suivantes :

$t = 10'$	$\Delta T_{\max} = 70^{\circ}\text{C}$
20'	100°C
30'	120°C
40'	130°C
50'	130°C

Si on poursuit l'essai pendant un temps plus long, les températures tendent à s'uniformiser vers une valeur assez proche de la température du four, cette dernière étant presque stationnaire.

La fig. VI.9 donne l'allure du champ thermique après 40', c'est-à-dire au moment où les gradients sont les plus importants. La position des isothermes est estimée par interpolation linéaire entre les valeurs connues au centre de chaque maille.

Contrairement à ce qui est généralement admis, les différences ne sont pas les plus importantes à travers l'épaisseur du profil (environ 40°C entre les points B et D de la fig. VI.9) mais bien selon les plus grandes dimensions de la section (environ 110°C entre les points A et C de la fig. VI.9). En effet, même dans le cas de profils très massifs, la moitié de l'épaisseur des ailes représente malgré tout une petite dimension à cause de la très grande conductibilité thermique de l'acier. Par contre, la longueur d'une aile permet de plus grands écarts entre les zones qui, comme A, sont soumises au flux calorifique extérieur pénétrant par les trois faces voisines et les zones qui, comme C, ne sont voisines que d'une seule face exposée.

Dans les profils moins massifs (fig. VI.10), les âmes et les semelles sont beaucoup plus élancées. A part la zone voisine de la jonction âme semelle, chaque partie de l'âme, ou de l'aile, se comporte en fait comme une petite plaque qui subirait uniquement l'action thermique par un écoulement unidirectionnel provenant de ses deux faces exposées. La massivité propre de chaque petit élément d'âme ou de semelle est de $2/a$ ou $2/e$. Lorsque l'âme et les ailes sont d'épaisseurs différentes, elles ne s'échauffent pas de la même manière et l'hypothèse de température uniforme n'est pas correcte non plus, malgré la plus faible massivité du profil. Ce fait a été confirmé numériquement par l'analyse du champ thermique transitoire non uniforme dans un profil HE 500A.

Profil HE 500A	$U/F = 107 \text{ m}^{-1}$
âme $a = 12 \text{ mm}$	$U/F = 167 \text{ m}^{-1}$
aile $e = 23 \text{ mm}$	$U/F = 87 \text{ m}^{-1}$

On relève en effet des différences de températures entre l'âme et les ailes. Ces différences sont aussi importantes que dans le cas du profil massif. On observe par exemple pour $t = 14'$ $\Delta T_{\max} = 135^\circ\text{C}$

La fig. VI.11 montre que l'âme, plus mince, s'échauffe plus rapidement que les ailes malgré qu'elle soit soumise à un rayonnement thermique plus faible.

La conclusion de ce paragraphe est que des écarts de température non négligeables peuvent exister entre différents points de la section droite d'un profil en acier. De plus, ces écarts peuvent se produire aussi bien dans les profils peu massifs que pour les sections à massivité très importante.

VI.1.1.3 - Comparaisons avec la température uniforme

Afin de comparer les valeurs que l'on peut calculer dans l'hypothèse de température uniforme (notées T_u) aux températures calculées en champ non uniforme, on définit dans cette deuxième hypothèse une température instantanée moyenne de la façon suivante :

$$T_M = \frac{\int_A T(x,y) \, dx \, dy}{\int_A dx \, dy}$$

Cette température moyenne est calculée par intégration numérique de sorte que :

$$T_M = \frac{\sum_i \sum_j T_{ij} e_i b_j}{\text{aire de la section}} \quad (\text{VI.19})$$

T_{ij} : température de la maille i,j

e_i : hauteur des mailles situées au $i^{\text{ème}}$ rang de la section droite,

b_j : largeur des mailles situées à la $j^{\text{ème}}$ colonne de la section droite.

Bien entendu, pour obtenir une comparaison significative, il est essentiel de considérer des conditions aux limites semblables dans les deux cas. C'est pourquoi, comme expliqué au § VI.1.1.1, nous avons utilisé l'expression (VI.18) dans le calcul des températures uniformes.

Le résultat de cette comparaison est donné ci-dessous pour le cas de la colonne très massive testée à Gent.

t	T_M	T_u
10'	113°C	114°C
20'	250°C	253°C
30'	387°C	393°C
40'	511°C	520°C
50'	616°C	628°C

On peut ainsi remarquer que, même dans le cas des profils les plus massifs, la température calculée suivant l'hypothèse de répartition uniforme donne une très bonne approximation de la valeur moyenne de la température réelle, celle-ci étant toujours légèrement inférieure de quelques degrés. En d'autres termes, la prise en compte de la valeur réelle de la conductivité thermique de l'acier au lieu d'une valeur infinie ne retarde que de quelques degrés l'échauffement moyen du profil, même si des différences non négligeables interviennent entre les points les plus chauds et les plus froids.

VI. 1.2 - Calcul de la stabilité

VI.1.2.1 - Evolution des contraintes

Dans le cas où on suppose que la température est uniforme sur la section, les allongements thermiques sont les mêmes pour toutes les fibres et, si la structure n'est pas bridée par ses liaisons avec le monde extérieur, les contraintes ne sont pas affectées par l'élévation de température. Si la structure est bridée par ses appuis, les valeurs des réactions hyperstatiques changent ainsi que les sollicitations des différentes sections. Cependant, par suite de l'absence de tout gradient thermique, les contraintes seront toujours distribuées linéairement sur la section droite. Deux points situés à la même "hauteur" dans la section seront soumis à la même contrainte.

Si on considère les écarts de température entre différents points de la section, les différences d'allongement thermique entre les fibres produisent des différences de contraintes non négligeables, même si la structure est libre et non chargée.

Dans le présent paragraphe, nous illustrons l'influence de l'hypothèse de température sur les contraintes en étudiant le cas particulier de la colonne testée à Gent.

Pour ce faire, on discrétise la moitié de la colonne en 5 éléments finis dont la longueur est 41,4 cm (on profite de la symétrie du problème). On introduit une déformée initiale sinusoïdale d'amplitude maximum égale à 1/1000 de la hauteur de la colonne. Le poids propre de la colonne, inférieur à 1% de la charge extérieure, n'est pas pris en compte dans le calcul.

Lorsque la simulation de l'essai est réalisée par CEFICOSS, mais avec un champ de température uniforme, la distribution des contraintes est bien linéaire, ainsi que le montre la figure VI.13. Au cours du processus d'échauffement, les contraintes ne sont que très légèrement

modifiées par les effets du second ordre, c'est-à-dire par l'accroissement de la déformée transversale de la colonne qui résulte de la diminution du module d'élasticité (fig. VI.14 - VI.15). Après un certain temps, à cause de la diminution de la limite d'élasticité du matériau, les fibres extrêmes se plastifient. La distribution des contraintes présente alors l'allure bi-linéaire liée au régime élastoplastique habituel d'une poutre fléchie (fig. VI.16 - VI.17). A ce moment, la réserve de capacité portante est faible et la déformée transversale croissant de plus en plus, la ruine survient assez rapidement.

Lorsqu'on considère une distribution de température réelle, les contraintes dont l'allure était linéaire avant application de l'échauffement (fig. VI.12), subissent d'importantes modifications ainsi que le montrent les figures VI.12 à VI.17.

Après 10 minutes d'incendie (fig. VI.13), les angles saillants de la section et les bords des ailes et de l'âme sont déjà portés à des températures plus importantes que celles des zones centrales de la section. Ces parties plus chaudes auraient tendance à se dilater plus fortement si elles étaient totalement libres. Leurs liaisons avec le reste de la section qui est supposée rester plane induisent donc de la compression supplémentaire dans les zones les plus chaudes. Deux points situés au même niveau dans la section peuvent présenter des contraintes différentes. C'est ainsi que le concept d'axe neutre perd à peu près toute signification puisque le lieu des contraintes nulles épouse maintenant la forme d'une ellipse. Déjà certaines zones se plastifient, là où les contraintes thermiques se superposent aux contraintes dues à la charge extérieure. Il est important de remarquer que la contrainte maximum est plus importante dans ce cas ($23,7 \text{ kN/cm}^2$) que dans l'hypothèse de température uniforme ($15,2 \text{ kN/cm}^2$).

Après 20 minutes, le phénomène s'est accentué (fig. VI.14).

La compression dans les angles saillants et au milieu de l'âme a augmenté. Pour respecter l'équilibre, la zone de traction s'est étendue.

On peut remarquer que la plastification s'étend et maintient les contraintes à une valeur proche de 21 kN/cm^2 à l'extrémité comprimée de l'aile alors que dans l'hypothèse de température uniforme, toute la section est toujours en régime élastique avec une valeur maximum de contraintes de $15,2 \text{ kN/cm}^2$.

Après 30 minutes (fig. VI.15), la plastification en compression a encore progressé dans l'aile alors que, dans le cas de la température uniforme, toute la section est toujours en régime élastique.

Après 40 minutes (fig. VI.16), la zone plastifiée recouvre presque entièrement l'aile comprimée et elle commence à s'installer dans l'âme également. A ce moment, la plastification vient à peine d'apparaître dans le cas de la température uniforme.

A l'instant qui précède la ruine, c'est-à-dire après 46 minutes d'exposition à l'incendie (fig. VI.17), la zone plastifiée en compression recouvre la totalité de l'âme ainsi que les deux ailes situées sous la charge. La contrainte maximale ne dépasse que légèrement la valeur de 10 kN/cm^2 , à cause des températures élevées qui règnent maintenant dans le profil. Dans la partie tendue de la section, l'acier est dans un état critique puisque les contraintes sont très proches de la limite d'élasticité.

En conclusion, la distribution des contraintes est totalement dépendante de l'hypothèse relative au champ de température. Une répartition uniforme de celle-ci sous-estime la valeur des contraintes et rend plus tardive la plastification de l'acier.

VI.1.2.2 - Résistance au feu

La plastification de l'acier qui apparaît plus rapidement dans l'hypothèse de température non uniforme, influence la rigidité de la section droite. C'est pourquoi, sur la fig. VI.18a, on observe que les déformations latérales de la colonne, dues au moment de flexion, sont plus importantes lorsqu'on considère le champ de température réel que lorsqu'on pose l'hypothèse de température uniforme.

Comme la température uniforme représente une bonne approximation de la température réelle moyenne on peut considérer, en première analyse, que l'allongement thermique de la colonne est le même dans les deux cas. A longueur totale semblable, il est normal de constater que la colonne qui se dérobe latéralement de la plus faible quantité, présente le plus grand écartement entre les points d'appuis de la charge (fig. VI.18b).

Il importe de remarquer cependant que les déplacements latéraux restent faibles (< 30 mm) devant la grandeur de l'excentricité de la charge (180 mm). Les moments additionnels dus à cet effet $P - \delta$ sont donc peu importants par rapport aux moments existants par le fait de la configuration initiale (excentricité de la charge). A fortiori, la différence entre les déplacements transversaux résultant des deux hypothèses étant encore plus petite (10 mm), son effet est complètement masqué par la flexion du premier ordre. C'est pourquoi le temps de résistance au feu de la colonne était semblable lors des deux simulations. Il était de 46 minutes.

Cette valeur est pratiquement semblable aux 45 minutes de stabilité constatées lors de l'essai réel.

N.B. : Si on discrétise une demi colonne par un seul élément fini (au lieu de 5), on obtient $R_f = 48'$ au lieu de $46'$.

Lorsque la discrétisation comporte 2 éléments finis, on obtient la valeur exacte $R_f = 46'$ avec une erreur de 8% sur les déplacements. Les résultats avec 3, 4 ou 5 éléments finis sont pratiquement identiques, prouvant que notre discrétisation est suffisamment fine et ne doit pas être poussée plus loin.

On a également estimé la durée de la résistance au feu à l'aide d'une méthode manuelle qui pose l'hypothèse de température uniforme [D6]. On a obtenu de la sorte une résistance au feu de 35 minutes.

Le tableau ci-dessous présente un résumé des résultats obtenus selon les différentes hypothèses envisagées.

Charge excentrée	R_f
Test	45'
Ceficoss temp.réelle	46' (102%)
Ceficoss temp.uniforme	46' (102%)
Manuel temp. uniforme	35' (78%)

VI.1.2.3 - Colonne sous charge centrée

Suite aux remarques exposées ci-dessus, nous avons analysé la même colonne que précédemment, mais soumise à une charge deux fois plus importante qui, cette fois, était centrée.

On espère ainsi mettre mieux en évidence le rôle de l'apparition plus précoce de la plastification sur la résistance au feu d'une colonne.

Une déformée transversale initiale de la colonne, de forme sinusoïdale et d'amplitude maximale égale à $H/1000$ a également été introduite.

Comme attendu, on a pu observer que les déplacements transversaux de la colonne croissent plus rapidement lorsqu'on utilise le champ de température réel que lorsqu'on pose l'hypothèse de température uniforme. Cependant, contrairement à ce qu'on aurait pu prévoir en considérant uniquement l'influence de l'effet $P - \delta$, la résistance au feu est légèrement supérieure avec les températures réelles (50') que pour la température uniforme (48'). Cela est dû à deux phénomènes différents :

1. La valeur moyenne des températures réelles est plus basse que la température uniforme (voir § VI.1.1.3). Dans ce cas, le retard d'échauffement est de 1 minute aux environs de la ruine.
2. Les températures critiques obtenues dans ce cas sont assez élevées ($\approx 600^\circ\text{C}$). Pour de telles valeurs, la loi qui marque la diminution de la limite d'élasticité de l'acier avec la température est convexe (voir fig. VI.19). Si, par exemple, $T_u = 600^\circ\text{C}$, la contrainte maximale correspondant à cette température est σ_u (fig. VI.19). Considérons deux points dont les températures T_r^1 et T_r^2 sont telles que leur température moyenne :

$$T_r^M = \frac{T_r^1 + T_r^2}{2} \text{ est égale à } T_u$$

Les contraintes maximales associées sont σ_r^1 et σ_r^2

On peut vérifier que, à cause de la convexité de la loi $\sigma_y = f(T)$,

$$\sigma_r^M = \frac{\sigma_r^1 + \sigma_r^2}{2} > \sigma_u$$

En d'autres termes : à une température réelle de valeur moyenne T correspond une capacité portante supérieure à celle que donne la même température T uniforme sur toute la section.

Cette deuxième remarque n'est valable que pour des températures élevées ($T > 500^\circ\text{C}$). On pourrait aboutir à la conclusion inverse si la température critique était plus faible.

On peut remarquer que pour les températures critiques usuellement rencontrées, le caractère concave ou convexe de la loi $\sigma_y = f(T)$ est peu marqué.

L'influence peu importante des deux phénomènes mentionnés ci-dessus et le fait que leur action soit opposée à celle de l'effet $P - \delta$ explique que le temps de stabilité soit assez proche dans les deux simulations.

Le calcul manuel suivant [1] ou [06] donne cette fois un résultat de 46 minutes qui est tout à fait comparable au résultat des deux simulations numériques.

Nous ne possédons pas de valeur résultant d'un test réel.
Le tableau suivant reprend les résultats relatifs à la colonne chargée centriquement.

Charge centrée	Rf
Ceficoss réel	50'
Ceficoss uniforme	48'
Manuel uniforme	46'

VI. 2 - COLONNE PROTEGEE THERMIQUEMENT

Un deuxième essai a été réalisé à l'Université de Gent. La seule différence avec le test décrit ci-dessus consistait en une protection thermique qui, cette fois, était appliquée autour de la colonne. Cette isolation était réalisée par une couche de peinture intumescente (PYROTECT 300) d'une épaisseur de 1,3 mm. Cette peinture, dont l'épaisseur est relativement faible dans les conditions normales, présente la propriété, lorsque sa température atteint une certaine valeur sous l'action de l'incendie, de gonfler et de se transformer en une mousse poreuse et légère qui ralentit alors la pénétration du flux thermique vers le profil.

La simulation d'un essai où intervient ce type de produit se heurte à deux difficultés majeures.

1. Selon que la peinture se trouve encore dans son état initial, ou bien qu'elle s'est déjà transformée en une mousse isolante, son épaisseur et ses propriétés thermiques varient très fortement. La simulation correcte de ce phénomène devrait probablement faire intervenir des équations semblables à celles qui décrivent les changements de phase, intégrées dans une discrétisation à maillage variable. Cette possibilité, restant d'un emploi restreint mais nécessitant une étude poussée, n'est pas prévue dans notre programme.
2. Les propriétés thermiques de ces matériaux sont peu, mal ou pas du tout connues.

Nous avons décidé d'ignorer la première de ces difficultés en considérant lors de la discrétisation un matériau d'épaisseur importante et présentant un caractère fortement isolant dès le début de l'essai.

Cette approche est basée sur le fait que, lorsque les gaz d'échauffement suivent la courbe ISO, le temps de réaction des peintures intumescentes n'est pas très important et que, dès lors, nous considérons les conditions réelles durant la majeure partie du test.

Pour lever la deuxième difficulté, on se base sur les indications partielles du fabricant (celles-ci couvrent rarement tout le domaine des températures), sur la comparaison avec d'autres produits isolants, voire sur l'expérimentation numérique.

On n'accordera donc qu'une importance relative à la durée de résistance au feu calculée puisque, en modifiant telle ou telle caractéristique thermique de l'isolant, on pourrait toujours "s'arranger" pour obtenir exactement la même résistance que lors du test. Le but de cette simulation est surtout de vérifier s'il est possible de simuler la réalité de manière suffisamment correcte malgré l'erreur de discrétisation qui existe durant la première partie de l'essai. Dans ce sens, la forme des courbes de montée en température dans le profil constitue le résultat le plus important.

Pour la simulation nous avons posé les choix suivants :

- l'épaisseur de la peinture après réaction est uniforme sur tout le profil et est égale à 2 cm. Cette valeur est déduite de l'observation à posteriori de la pièce d'épreuve.
- Masse volumique $\rho = 100 \text{ kg/m}^3$
- Chaleur spécifique $c = 800 \text{ J/kg } ^\circ\text{K}$
- Conductivité thermique $\lambda = 0,5 \text{ W/m } ^\circ\text{K}$
- Emissivité relative $\epsilon^* = 0,50$

La figure VI.20 montre l'allure que présente la courbe de température au centre de l'âme. On constate que les valeurs calculées sont légèrement inférieures à la réalité au cours des premières minutes de l'essai. Cela est dû au fait que nous supposons la présence d'un matériau isolant dès le début du test, alors que la peinture doit réagir progressivement avant de développer son caractère protecteur. Vers la fin de l'essai, les températures sont plutôt surestimées. La courbe théorique pourrait encore se rapprocher davantage de la réalité si on considérait, par exemple, une conductivité thermique de l'isolant plus élevée pour les faibles températures (début de l'essai) et plus faible pour les températures élevées (fin de l'essai).

On pourrait par exemple choisir :

$$\lambda = 0.8 - 0.05 \frac{T}{100}$$

On pourrait ainsi définir pour les paramètres qui définissent l'isolation ($c, \rho, \lambda, \epsilon^*, e$) une série de valeurs permettant de représenter au mieux la réalité dans le cas particulier testé à Gent.

Ce qui est plus important, et que la fig. VI.20 montre bien, c'est que l'approximation qui est faite à propos de l'épaisseur de l'isolant au début de l'essai n'empêche pas que le calcul donne une image assez correcte de la réalité dans le cas où des peintures intumescentes sont mises en oeuvre.

On constate évidemment que, à cause de l'isolation, la vitesse de montée en température du profilé est ralentie ($\approx 4^\circ\text{C}/\text{min.}$) par rapport au cas du profil nu ($\approx 14^\circ\text{C}/\text{min.}$). De ce fait, les températures ont mieux le temps de s'égaliser à l'intérieur du profil. Les écarts de température entre différents points de la section sont plus faibles ($\Delta T_{\text{max}} \approx 40^\circ\text{C}$). Les différences entre températures réelles et températures uniformes sont encore réduites et cette dernière hypothèse est d'autant plus acceptable.

Les courbes de déplacements sont assez proches de la réalité ainsi que le montrent les figures VI.21a et VI.21b. Alors que le déplacement transversal de la colonne est pratiquement égal à celui qui a été observé, on constate que l'allure du déplacement longitudinal est semblable à celle des températures : sous-estimation au début de l'essai, surestimation à la fin de l'essai.

Le temps de résistance calculé est de 134', c'est-à-dire 92% du temps mesuré (145'). Pour les raisons expliquées ci-dessus, cette valeur ne constitue pas un résultat significatif en soi. Le résultat obtenu confirme malgré tout que, lorsque le champ de température est simulé correctement, le comportement mécanique de la structure est alors correctement simulé.

VI.3 - CONCLUSIONS

Afin de calculer de manière correcte la distribution de température à l'intérieur d'un profil dont la section droite présente des concavités, il y a lieu de considérer que la radiation thermique est plus faible sur les surfaces qui forment les parties concaves. La prise en compte des facteurs de vue au niveau des échanges thermiques par rayonnement permet d'appréhender le problème de manière satisfaisante.

Lorsque, dans un profil métallique non protégé thermiquement, on n'impose pas à la température de présenter une valeur uniforme sur la section mais que, tenant compte de la valeur finie de la conductivité thermique de l'acier, on laisse s'établir le champ thermique réel, on peut observer des écarts de température supérieurs à 120°C entre les zones les plus chaudes et les zones les plus froides. Ces écarts existent dans des profilés de faible massivité, aussi bien que dans les profils les plus lourds. Le champ des contraintes présente ainsi une allure très différente de celle qui est liée à l'hypothèse de température uniforme. Les contraintes maximales sont plus élevées et certaines zones se plastifient plus tôt, entraînant une diminution plus rapide de la rigidité.

Cependant, la température calculée dans l'hypothèse uniforme représente une bonne approximation (très légèrement supérieure) de la valeur moyenne de la température réelle. De ce fait, les écarts de résistance au feu sont assez faibles entre les deux hypothèses.

On peut donc dire que, dans le cas des structures en acier, la supériorité d'un code de calcul numérique sur les méthodes manuelles approchées réside plus dans une meilleure prise en compte de l'interaction entre flexion et effort normal que dans la considération du champ thermique réel.

Ce chapitre illustre particulièrement bien le genre de recherche qu'il est possible de mener grâce à l'utilisation d'un programme de simulation numérique. Il serait tout à fait impossible de dégager les conclusions exposées ci-dessus en n'ayant recours qu'à l'expérimentation. Les coûts et les délais des essais, la difficulté de mesurer les températures au coeur du profil, la dispersion entre les différents essais rendraient ce but tout à fait illusoire.

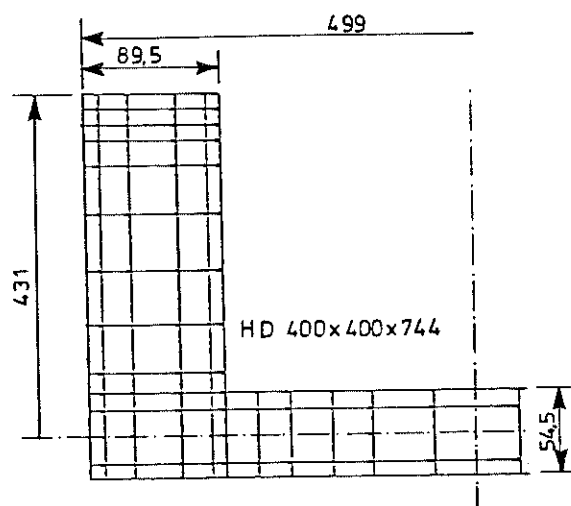


Figure VI 1 Test 1.1. Discretisation

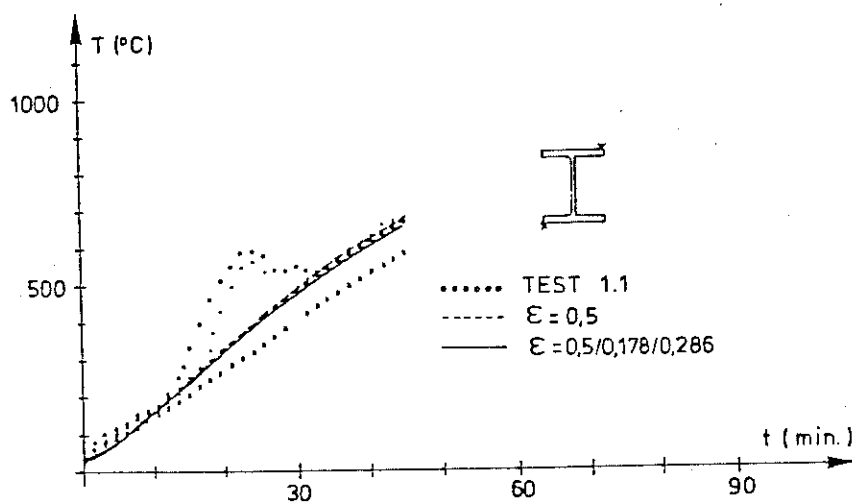


Figure VI 2 Température dans les ailes

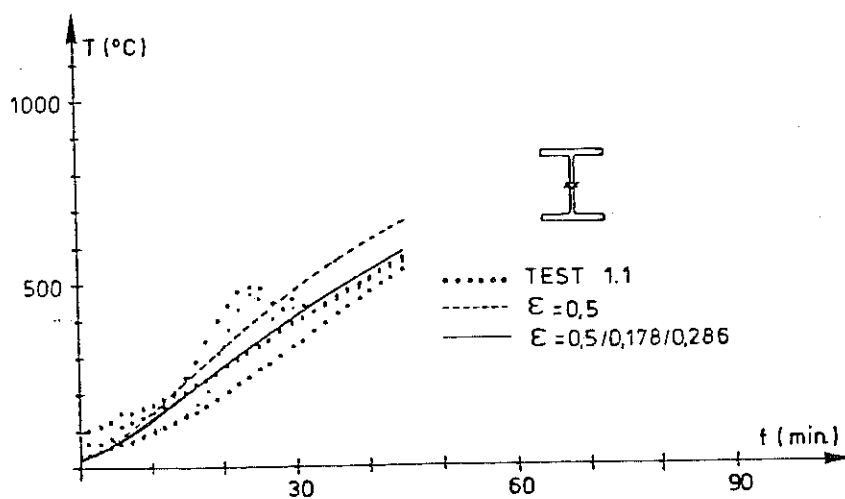


Figure VI 3 Température dans l'âme

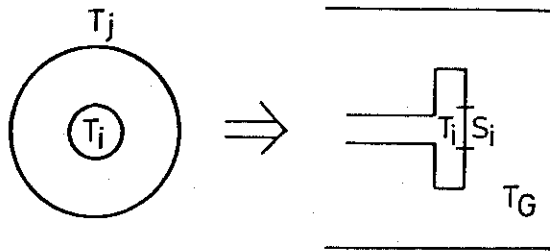


Figure VI.4
Surface convexe

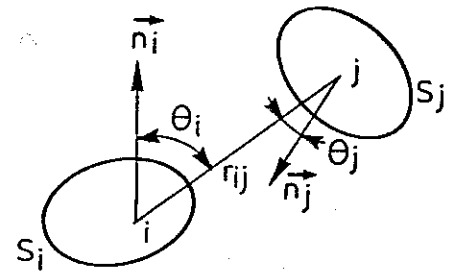


Figure VI.5
Grandeurs géométriques

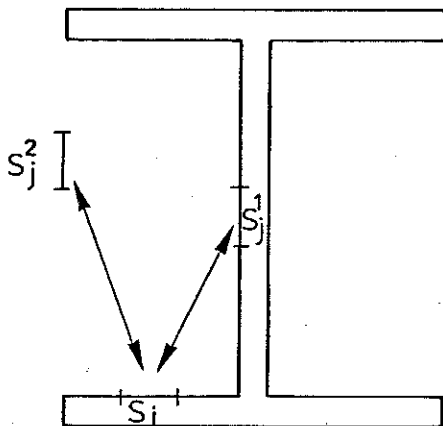


Figure VI.6.
Section droite concave

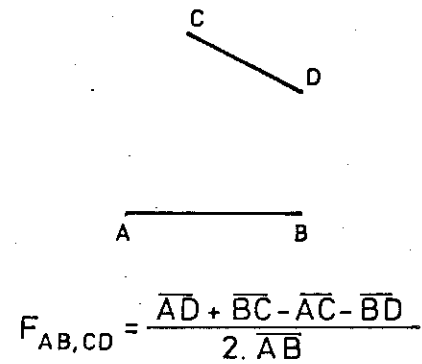


Figure VI.7
Facteur de forme

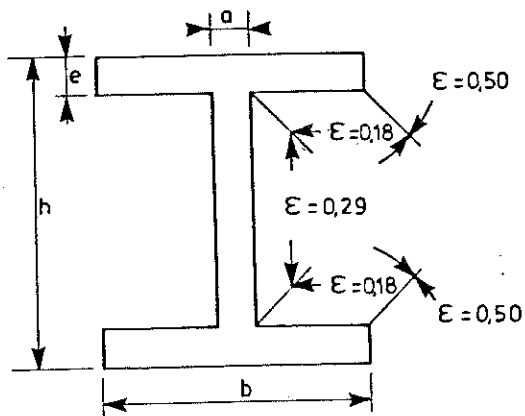


Figure VI.8
Test 1.1. Conditions aux limite

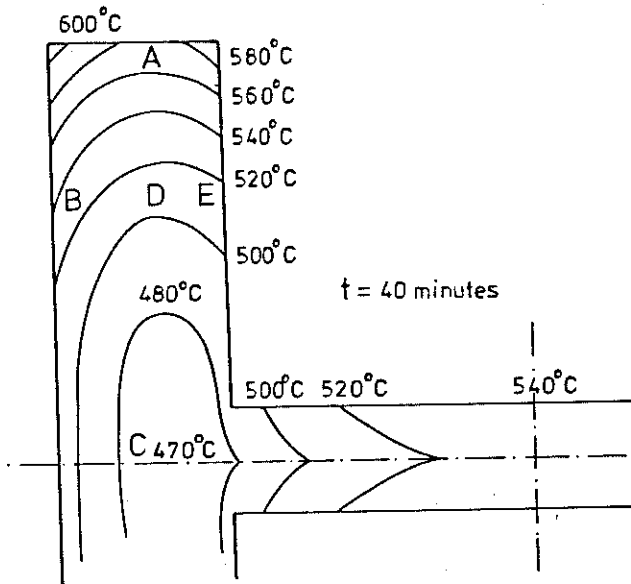


Figure VI.9
Isothermes

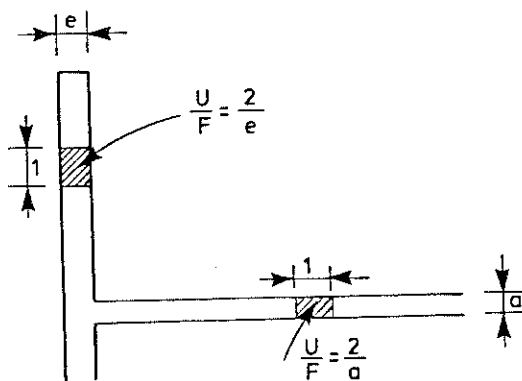


Figure VI.10
Profil mince

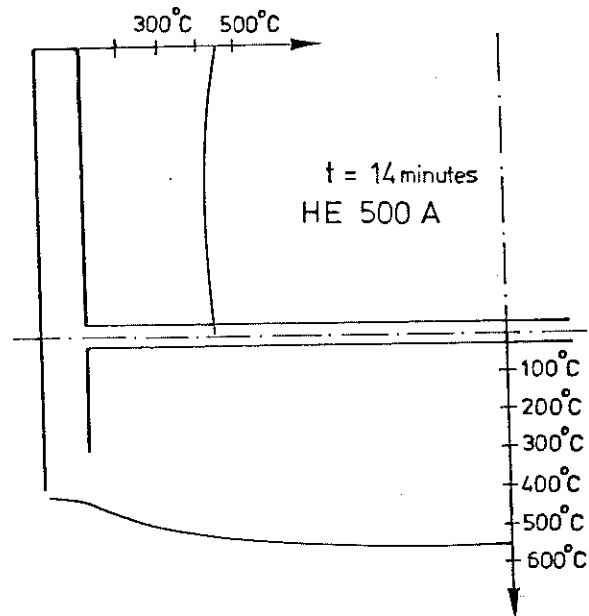


Figure VI.11
Isothermes

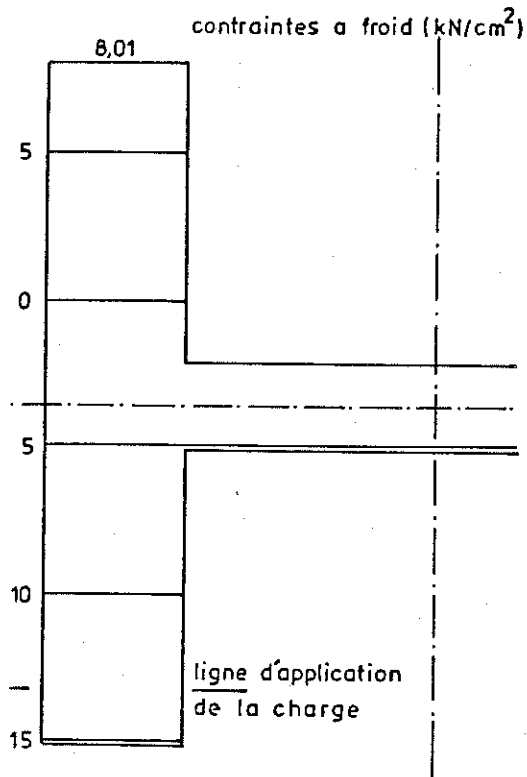


Figure VI 12

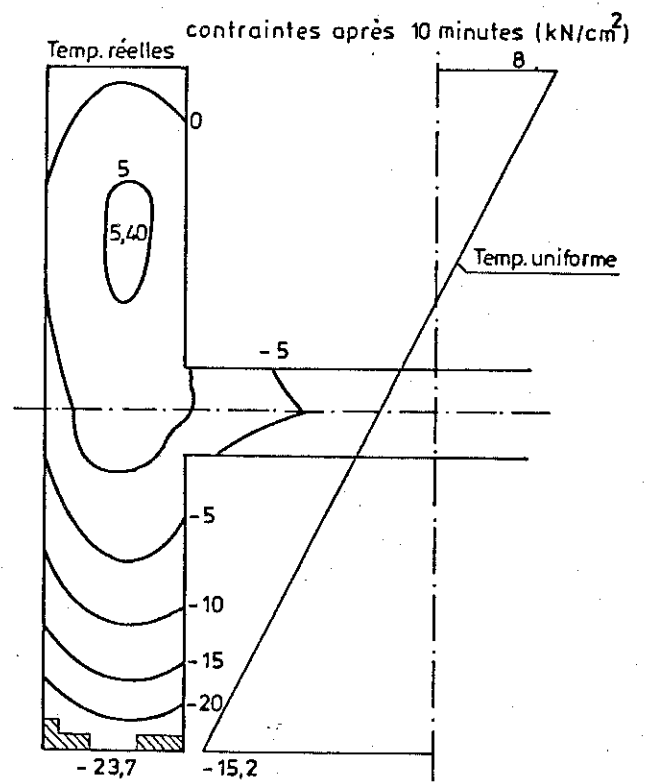


Figure VI 13

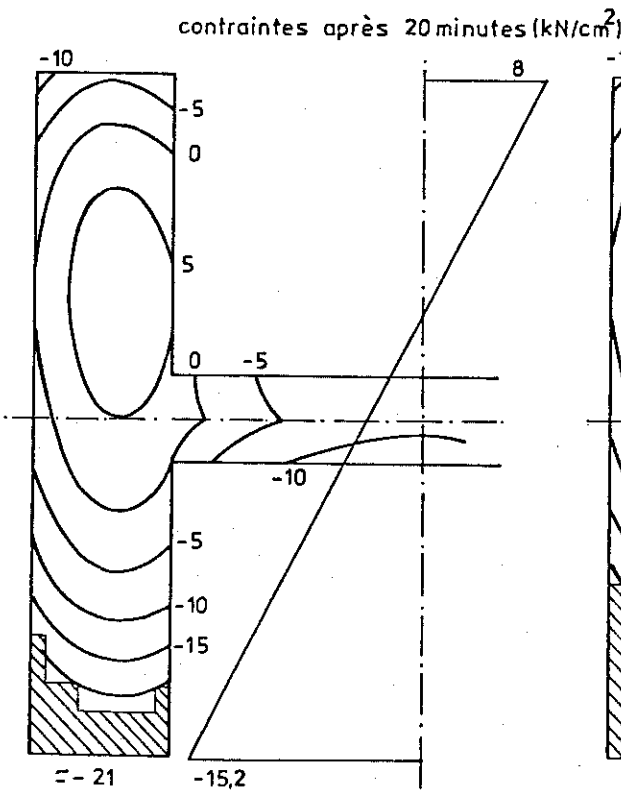


Figure VI 14

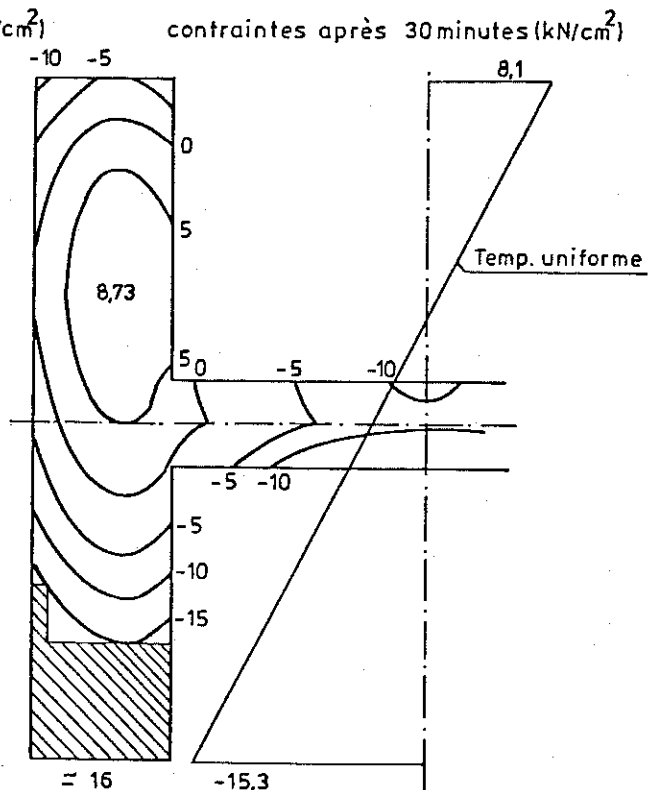


Figure VI 15

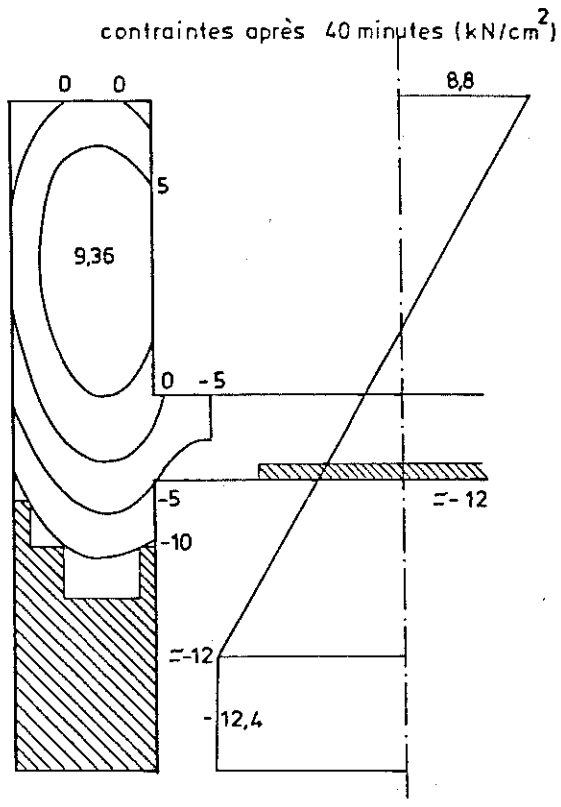


Figure VI 16

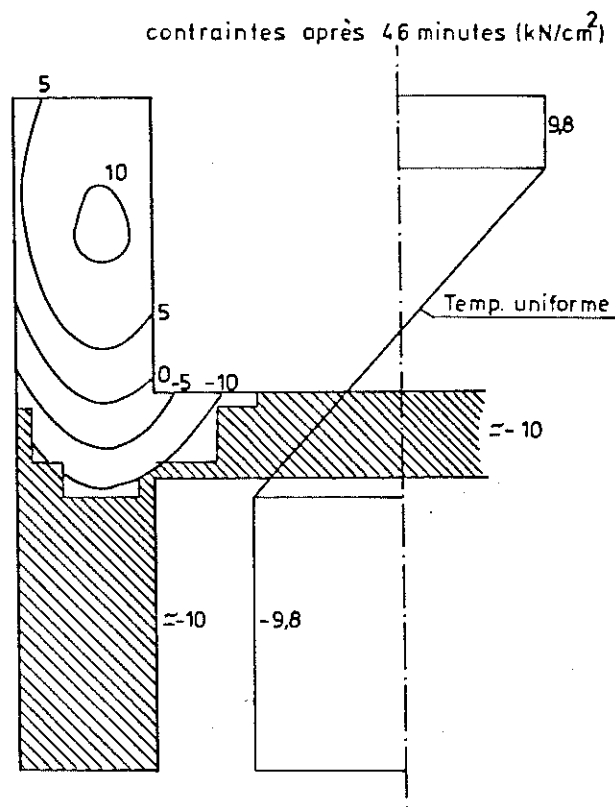


Figure VI 17

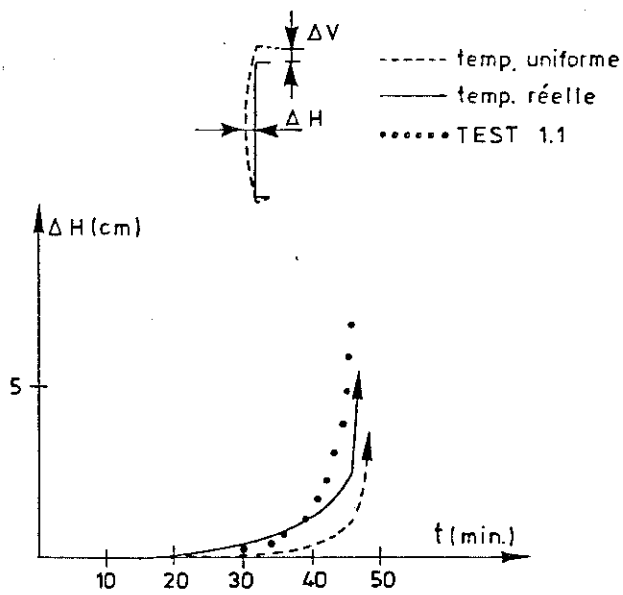


Figure VI 18a

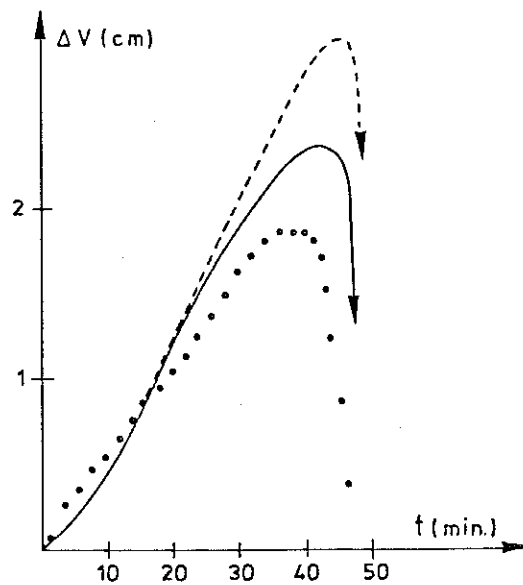


Figure VI 18b

Comparaison entre calculs et essai

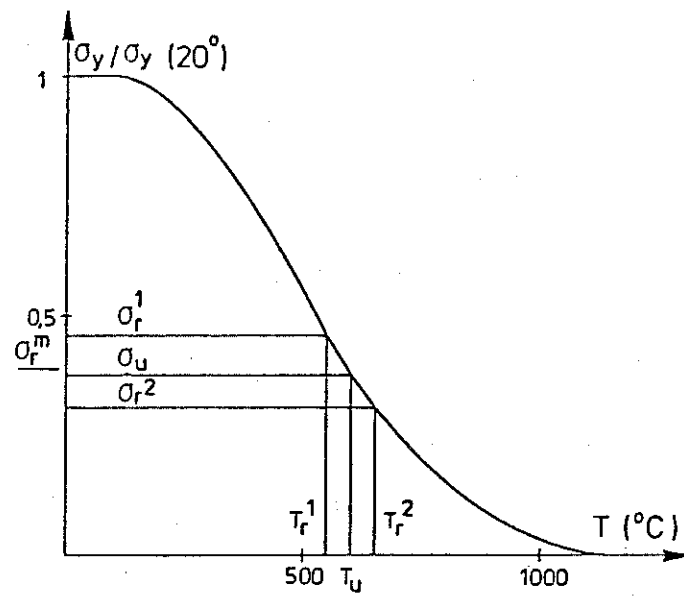


Figure VI 19
Convexité de $\sigma_y (T)$

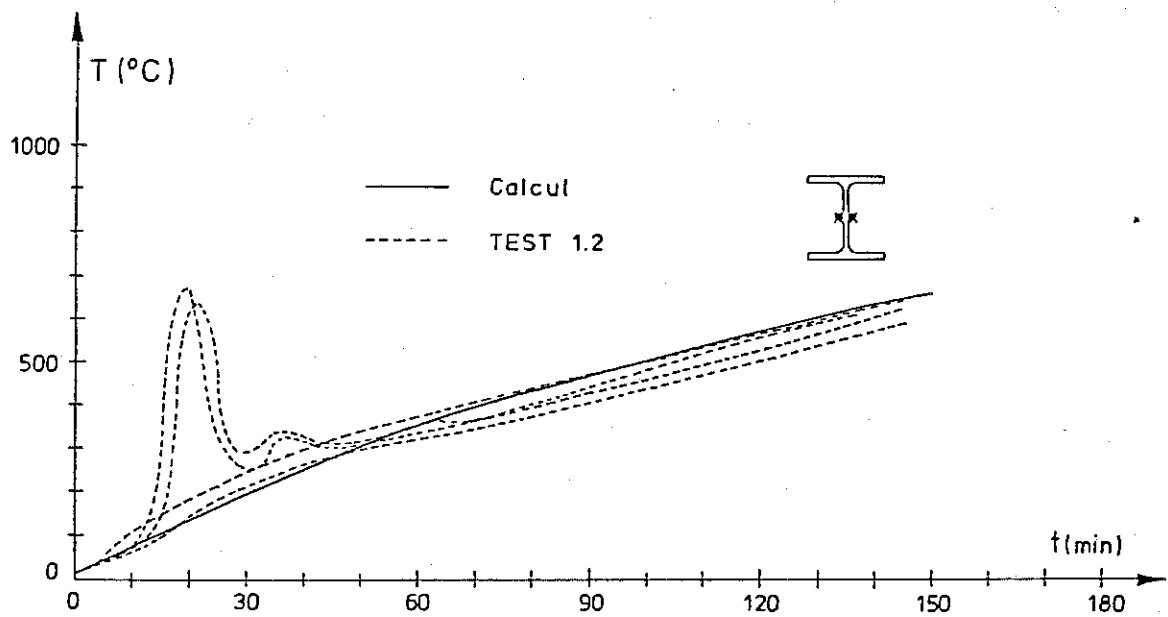


Figure VI 20
Températures dans l'âme

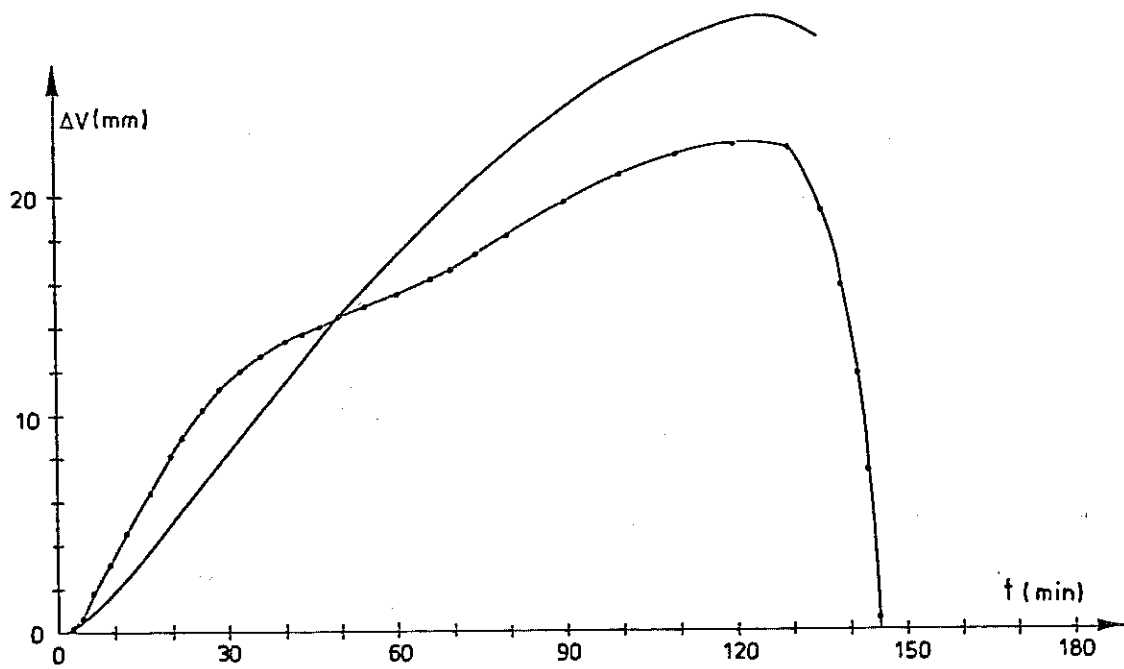


Figure VI. 21a

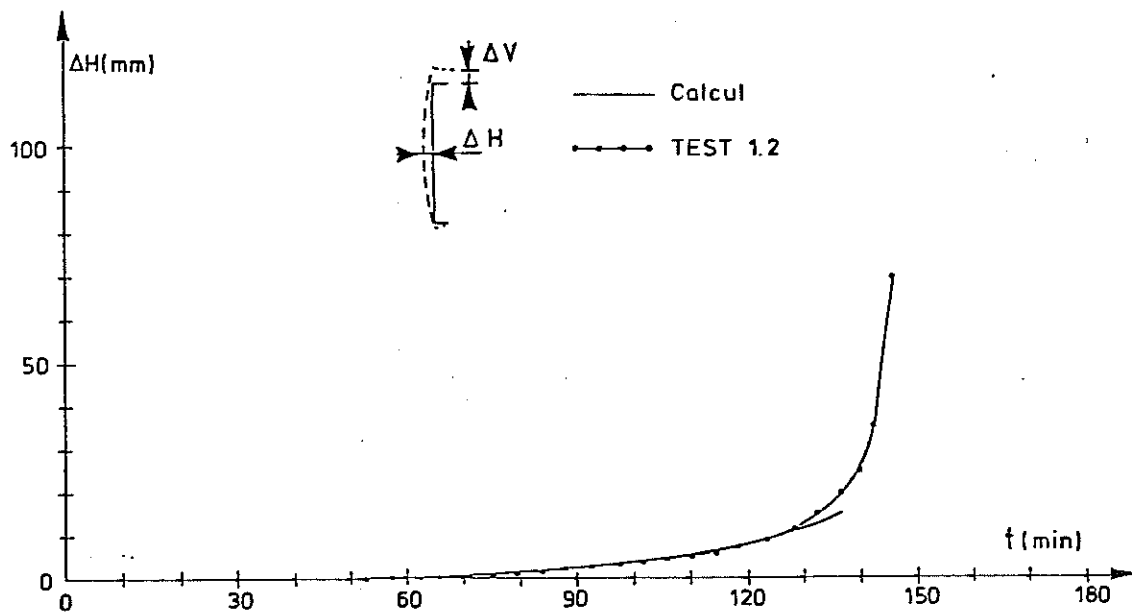


Figure VI. 21b

Comparaison entre calcul et essai

CHAPITRE VII - COLONNES MIXTES SOUMISES A CHARGE CENTREE

En vue de favoriser l'utilisation de profils en acier laminés à chaud, la Société ARBED a développé un système de construction mixte résistant au feu : le système des poutres et des colonnes AF.

Les colonnes sont constituées d'un profil en double té dont les espaces compris entre les ailes sont remplis de béton (fig. VII.1). Des armatures longitudinales sont disposées dans le béton et reliées à l'âme du profilé par des étriers soudés sur cette âme.

Deux essais ont été réalisés sur ce type de profil dans les laboratoires du Professeur MINNE de l'Université de Gent. L'analyse de ces deux essais montrera comment la méthode de calcul développée dans le cadre de cette étude peut nous aider à bien comprendre le comportement réel de ce type de structure. La validité du résultat fourni par le calcul apparaîtra également.

VII.1 - COLONNE A.F. NON PROTEGEE (TEST 1,3)

La première colonne mixte testée à l'Université de Gent [M5] présentait les caractéristiques suivantes (fig. VII.1).

Colonne encastrée - appuyée

Hauteur : $H = 4,195 \text{ m}$

Profilé : HE 400AA

Armatures : 8 $\emptyset$ 20

Béton :

$$\sigma_y(20^\circ) = 27,2 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_y(20^\circ) = 50,3 \text{ kN/cm}^2$$

$$R'_w(20^\circ) = 6,3 \text{ kN/cm}^2$$

si R'_w = Résistance moyenne sur cube le jour de l'essai.

Charge : $P = 2,400 \text{ kN}$ excentrée de 0,5 cm par rapport à l'axe faible du profilé.

Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont des valeurs moyennes mesurées.

L'ensemble des 13 essais effectués et dans lesquels intervient du béton nous a permis de constater que la simulation est en général meilleure si on utilise pour le béton la résistance sur cylindre plutôt que la résistance sur cube. Lorsque les essais de compression sur le béton ont été réalisés sur des cubes, nous supposons :

$$\sigma_{ult}(20^\circ) = 0,83 R'_w(20^\circ) \quad (\text{VII.1})$$

Dans ce cas, $\sigma_{ult}(20^\circ) = 0,83 \cdot 6,3 = 5,24 \text{ kN/cm}^2$

La quantité d'eau libre qui est présente dans le béton n'est pas facile à déterminer. Comme aucune mesure de cette caractéristique n'a été effectuée sur le béton réalisé à l'Université de Gent, nous avons décidé, suite aux discussions avec les ingénieurs responsables du laboratoire, de considérer pour tous les essais réalisés à Gent (sauf par l'essai décrit au chapitre IX)

$$p = 40 \text{ L/m}^3$$

En ce qui concerne l'acier, on utilise pour les grandeurs physiques les mêmes valeurs que dans le chapitre précédent, c'est-à-dire notamment :

$$\epsilon^* = 0,50$$

Pour le béton, nous avons constaté que les simulations des tests conduits dans les fours à gaz donnent les meilleurs résultats si on considère :

$$\epsilon^* = 0,45$$

Dans ce cas-ci, la section droite est convexe et les facteurs de vue sont unitaires. On aura donc :

$$\epsilon_C^* = \epsilon^*$$

VII.1.1 - Températures

La discrétisation de la section droite est donnée à la fig. VII.3. Comme dans presque tous les essais que nous avons réalisés, les températures calculées sont en bon accord avec les températures mesurées. Pour cet essai, on observe que les écarts maximum entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées sont de l'ordre de 50°C, parfois dans un sens parfois dans l'autre. La fig.VII.2 montre l'évolution de la température au cours du temps dans les armatures extérieures. Par la suite, ce genre de figure ne sera plus présenté, sauf cas particulier.

Il nous semble par contre plus profitable de nous intéresser au tracé des isothermes dans la section droite. Celles-ci sont présentées à la fig. VII.3 pour $t = 60$ minutes. Les isothermes correspondant à un autre instant présentent la même allure. On constate naturellement que la chaleur pénètre dans la section droite par les quatre côtés de celle-ci. On remarque aussi que l'âme du profil en acier constitue un chemin préférentiel pour la pénétration de la chaleur. Bien sûr, les ailes du profil, directement exposées à l'action de la chaleur, voient leur température s'élever rapidement ($T = 500^\circ\text{C}$ après 40 minutes). Tous ces phénomènes constatés au niveau des températures ont des effets sur le comportement statique de la structure, ainsi qu'il sera montré au paragraphe suivant.

Influence de l'eau libre

Comme la quantité d'eau libre présente dans le béton n'a pas fait l'objet de mesures, mais qu'elle a dû être estimée, on peut se demander quelle est l'influence de ce paramètre sur la montée en température dans le profil et, finalement, sur la résistance au feu calculée. Pour répondre à cette question, nous avons calculé le champ thermique dans la colonne en considérant successivement les trois teneurs en eau suivantes :

$$p = 0$$

$$p = 40 \text{ L/m}^3 \quad (\text{cas de référence})$$

$$p = 80 \text{ L/m}^3$$

La figure VII.4 montre ainsi la courbe d'échauffement obtenue dans l'armature extérieure, suivant les trois hypothèses envisagées. On constate que, malgré la forte variation de la teneur en eau, les courbes d'échauffement sont assez proches. On a même l'impression que les courbes se rapprochent l'une de l'autre vers la fin de l'essai. L'écart, qui était de 20° après 50', est réduit à 12° après 110'. On pourrait en conclure hâtivement que l'évaporation de l'eau libre n'exerce une influence sur les températures que lors du début de l'essai, et que cet effet s'estompe progressivement lorsque le test se poursuit. En fait, il n'en est rien. En effet, ce qui est significatif pour la durée de résistance d'une structure n'est pas l'écart de température qui existe à un instant donné entre deux courbes correspondant à deux teneurs en eau différentes, mais c'est la durée supplémentaire qui est nécessaire pour que les matériaux atteignent une température donnée. Or, c'est écart là, qui est de l'ordre de 3'30" après 50', ne diminue pas au cours du temps. Cette constatation est bien en accord avec les différentes méthodes de calcul manuel qui considèrent que l'évaporation de l'eau libre produit un retard dans les courbes d'échauffement, un décalage vers la droite de ces courbes (voir [1] ou [D6]).

Ce retard d'échauffement, c'est-à-dire ce supplément de résistance au feu n'est pas très important. Dans le cas particulier envisagé ici, on note un retard de 5" pour 1 L/m^3 d'eau libre. Ainsi donc, si au lieu de $p = 40 \text{ L/m}^3$ on avait choisi $p = 0 \text{ L/m}^3$ (respectivement $p = 80 \text{ L/m}^3$), la résistance au feu n'aurait diminué (respectivement augmenté)

que de trois minutes environ. Cela montre bien l'influence assez limitée de ce paramètre.

VII.1.2 - Stabilité

L'excentricité de la charge par rapport à l'axe de symétrie du profil étant assez faible (5 mm), on se trouve presque dans un cas de compression centrée. On observe ainsi, après l'application de la charge mais avant le déclenchement de l'incendie, des contraintes quasi uniformes sur la section droite. Par exemple, à mi-hauteur de la colonne, les contraintes dans le béton varient linéairement entre $\sigma_b = -1,34 \text{ kN/cm}^2$ et $\sigma_b = -1,16 \text{ kN/cm}^2$. Dans l'acier, on trouve à la fibre supérieure $\sigma_a = -9,0 \text{ kN/cm}^2$ et à la fibre inférieure $\sigma_a = -7,8 \text{ kN/cm}^2$, la variation entre les deux étant également linéaire.

Au cours des premiers instants de l'incendie, les températures n'augmentent de manière sensible que dans les parties extérieures de la section droite. Toute la partie centrale de la colonne reste "froide". Comme, de plus, la rigidité des matériaux ne diminue sensiblement que pour les températures supérieures à 250°C , la rigidité de la colonne n'en est que peu affectée et les déplacements transversaux n'augmentent pratiquement pas.

Par contre, les différences de température importantes entre les zones périphériques et les zones centrales de la section, et les dilatations thermiques empêchées qui en résultent, donnent naissance à d'importantes contraintes thermiques ; compression sur les bords, traction au centre. On observe ainsi que, à cause de ces contraintes thermiques, toute la partie centrale de la section droite se trouve dans un état de traction, alors que la colonne est comprimée. La fig.VII.5 montre l'étendue de cette zone de traction à l'instant où elle est la plus grande, c'est-à-dire après 8' d'essai. A ce moment, les armatures et la partie centrale de l'âme travaillent également en traction.

Comme le déroulement de l'essai se poursuit, les zones chaudes (et donc comprimées) s'étendent vers l'intérieur de la section. Comme, par le fait même, l'étendue des zones de traction diminue, les contraintes de traction dans l'acier augmentent encore pour respecter l'équilibre. On note ainsi dans les armatures une contrainte maximale de traction $\sigma_a = 8,1 \text{ kN/cm}^2$ après 18', et dans la partie centrale de l'âme une contrainte maximale $\sigma_a = 9,6 \text{ kN/cm}^2$ après 22'. Il faut signaler que les contraintes de traction dans l'acier présenteraient des valeurs encore plus élevées si le modèle de comportement du béton en traction était fragile. En effet, dans les calculs décrits ici, le comportement ductile du béton tendu permet à celui-ci de contribuer à la reprise des efforts de traction.

Par la suite, la sévérité des gradients thermiques s'atténue, la surface de la zone tendue se réduit et les armatures retrouvent progressivement leur état naturel de compression. La figure VII.6 présente ainsi l'allure de la zone tendue après 60' alors que la figure VII.7 montre la distribution des contraintes sur l'axe de symétrie vertical de la section, également après 60' d'essai.

Enfin, sous l'effet de l'échauffement progressif des matériaux, la rigidité de la section diminue. Les déplacements latéraux de la colonne augmentent de plus en plus. Les effets du second ordre commencent à jouer un certain rôle. Des contraintes de traction naissent cette fois à la partie inférieure de la section droite sous l'effet du moment de flexion dû aux grands déplacements (voir fig. VII.8, après 122'). C'est le phénomène de flambement qui apparaît progressivement.

La figure VII.9 montre l'évolution au cours du temps du diagramme des moments de flexion le long de la colonne. On remarque bien l'influence importante des effets du second, surtout vers la fin de l'essai.

Enfin, les figures VII.10 a et b montrent l'évolution au cours du temps des déformations longitudinales et latérales de la colonne. Alors que le déplacement latéral calculé à mi-hauteur est pratiquement le même que celui qui a été mesuré, on constate que l'allongement de la colonne a été surestimé vers la fin de l'essai. Il en était déjà ainsi pour les deux colonnes traitées au chapitre précédent. Une

explication probable de ce phénomène sera donnée au chapitre X.

Finalement, la durée de résistance au feu calculée est de 122', ce qui est très proche de la valeur mesurée qui est de 116' ($\frac{122}{116} = 1,05$).

Influence de la branche descendante dans le diagramme $\sigma - \epsilon_{\sigma}$ du béton.

Une donnée physique à propos de laquelle on ne possède que peu de résultats expérimentaux est la valeur du module tangent négatif de la branche descendante du diagramme $\sigma - \epsilon_{\sigma}$ du béton (voir § III.2.3).

Afin d'examiner l'influence de ce paramètre, nous avons simulé l'essai au feu 1.3 suivant les 4 hypothèses suivantes, schématisées sur la figure VII.11 .

1. $E^- = 0$ (palier horizontal dès que l'on a atteint σ_{ult})
2. $E^- = -88 \text{ kN/cm}^2$ (cas de référence)
3. $E^- = -176 \text{ kN/cm}^2$ (le double du cas 2)
4. $E^- = -\infty$ (modèle fragile ; la contrainte devient nulle, dès que l'on atteint σ_{ult}).

En procédant de la sorte, on constate que par rapport au cas de référence:

- le fait de choisir un modèle avec palier horizontal (cas 1) augmente la résistance de 7', ce qui n'est pas négligeable. Les déplacements latéraux restent cependant acceptables (voir fig. VII.11.)
- le fait de doubler le module tangent (cas 3) ne réduit la résistance que de 4', ce qui n'est pas très important. Les déplacements latéraux sont également acceptables
- le fait de choisir un modèle fragile conduit à un résultat beaucoup trop faible. En effet, dès que dans une maille de béton on atteint la contrainte maximale σ_{ult} , cette contrainte passe subitement à la valeur nulle. On obtient donc ainsi une force hors équilibre importante qui peut être considérée comme l'équivalent numérique d'une explosion qui se produirait à l'intérieur de la structure. Cette

force hors équilibre importante doit être reprise par les mailles voisines qui vont peut-être, à leur tour, atteindre la contrainte maximum (l'"explosion" endommage les zones voisines et provoque une réaction en chaîne).

Ainsi donc, la rigidité de la colonne est modifiée soudainement et cela se marque sur les déplacements latéraux (après 20' et 40' sur la fig. VII.11.). Lorsque les températures dans la section ne sont pas trop élevées, tout se passe comme si la structure, possédant encore une certaine réserve de résistance, réussissait à s'adapter, à se défendre contre cette agression brutale et non naturelle. Elle reprend progressivement une position plus correcte. Cependant, lorsque de tels phénomènes se produisent alors que l'incendie simulé est déjà bien avancé (après 60' sur la fig. VII.11.), la réaction en chaîne ne s'arrête plus, les déplacements ne cessent de croître et la ruine survient prématurément (après 90' dans ce cas).

On peut donc conclure que, si le modèle fragile est totalement inadapté et si le modèle infiniment ductile est quelque peu insécuritaire, un modèle avec branche descendante linéaire donne des résultats satisfaisants et que ceux-ci dépendent peu de la valeur du module tangent E' .

VII.2 - COLONNE A.F. PROTEGEE THERMIQUEMENT (TEST 1.15)

On a également réalisé un essai au feu sur une colonne exactement semblable à celle qui était décrite au paragraphe précédent, si ce n'est le fait que les ailes du profilé métallique étaient protégées de l'action de l'incendie par une couche de 25 mm de matériau isolant PROMATECT H. Ce produit isolant était appliqué sur les ailes du profil grâce à la présence d'une tôle métallique de 2 mm d'épaisseur, elle-même fixée sur la tranche des semelles (voir fig. VII.12). La discrétisation du profil est la même que pour la colonne du test 1.3 (voir fig. VII.3). Le produit isolant est discrétisé par 3 couches de 8,33 mm d'épaisseur chacune. La tôle d'acier, dont la résistance thermique est très faible, n'est pas prise en compte dans les calculs. Comme c'est elle qui est soumise à l'action du flux radiatif, nous supposons que sa présence nous permet de considérer que le matériau isolant possède la même émissivité relative que l'acier.

$$\epsilon^* = 0,50$$

On indique encore les valeurs des propriétés thermiques du matériau PROMATECT H qui sont utilisées pour le calcul

$$\lambda = 0,17 + 0,3 \cdot 10^{-6} \cdot T \quad \text{w/m K}$$

$$c = 840 \quad \text{J/kg K}$$

$$\rho = 870 \quad \text{kg/m}^3$$

VII.2.1 - Températures

Pour cet essai également, les températures calculées sont en bon accord avec les températures mesurées. Les différences maximales observées sont aussi de l'ordre de 50°C, sauf pour les thermocouples situés entre la tôle en acier et le matériau isolant. A cet endroit, des désordres locaux ont pu se produire (décollement de la tôle, apparition d'une lame d'air,...). Ces phénomènes ne peuvent pas être pris en compte par le calcul mais on a pu constater qu'ils n'ont pas exercé une influence sensible sur le champ thermique à l'intérieur de la section résistante.

Le tracé des isothermes après 60' est donné par la fig. VII.13, sur laquelle on constate bien que la pénétration de la chaleur se produit surtout par les faces de béton, mais aussi de manière assez marquée par les ailes du profilé métallique qui, à cause de la grande conductivité thermique de l'acier, jouent le rôle de chemin préférentiel de la chaleur.

En comparant la fig. VII.13 et la fig. VII.3, on constate :

1. c'est dans une zone assez peu étendue et située aux alentours de la jonction âme - semelle du profil que la température du béton est beaucoup moins élevée ;
2. l'effet isolant est assez peu marqué sur les armatures longitudinales, A peine 100° d'écart pour les armatures extérieures et 50° pour les armatures intérieures;

3. l'effet le plus important se situe au niveau du profil laminé dont la température moyenne des ailes est ramenée de 800°C à 400°C et dont la température de l'âme est ramenée de $200 - 800^{\circ}\text{C}$ à $100 - 200^{\circ}\text{C}$.

VII.2.2 - Stabilité

Comme la chaleur ne pénètre plus dans le profil que par deux côtés, les contraintes thermiques de compression ne sont localisées que dans les zones extérieures de béton. Les ailes du profilé, protégées par le matériau isolant ne produisent pratiquement pas de contrainte thermique au début de l'essai. C'est pourquoi la décompression du béton au coeur de la section est plus tardive. Les premières contraintes de traction n'apparaissent qu'après 15' (contre 6' dans le cas du profil non protégé). La zone tendue présente son extension maximale après 30' (8' pour le test 1.3). La figure VII.14 nous montre que cette zone s'étend plus en largeur que dans le cas de la figure VII.5, alors que, par contre, son développement sur la hauteur de la section est moins important. Il faut noter que les armatures longitudinales conservent leur état de compression tout au long de l'essai. Par le fait même, les efforts de traction doivent être équilibrés par le béton tendu dans une certaine mesure, mais surtout par la partie centrale de l'âme qui est soumise à d'importants efforts. On relève après 87' une contrainte maximale de traction dans l'âme égale à $26,9 \text{ kN/cm}^2$. La partie centrale de cette colonne mixte comprimée est ainsi très proche de sa limite d'élasticité en traction ($27,2 \text{ kN/cm}^2$) !

Par la suite, les gradients thermiques s'adoucissent, les contraintes thermiques sont moins sévères et la totalité du profilé retrouve son état naturel de compression. Le flambement de la colonne se produit également sous l'action combinée de deux phénomènes :

1. La plastification de l'acier qui, après avoir débuté dans les ailes du double té, progresse peu à peu vers le centre de ce profilé pour finalement gagner une bonne partie de l'âme. Vers la fin de l'essai, les armatures longitudinales atteignent également leur limite élastique.

2. La réduction progressive sous l'effet de l'échauffement des caractéristiques de rigidité et de résistance des différents matériaux.

Les figures VII.15 a et VII.15 b présentent l'allure de l'allongement de la colonne et celle du déplacement latéral au cours du temps. Les résultats des calculs sont assez satisfaisants avec, de nouveau, une légère surestimation pour le déplacement axial du point d'application de la charge (fig. VII.15 a).

La durée de résistance au feu calculée est de 184', ce qui est particulièrement proche de la valeur observée qui était de 189' ($\frac{184}{189} = 0,97$).

VII.3 - CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, nous avons montré comment la méthode de calcul développée permet d'analyser l'influence de certains paramètres sur le résultat final. Si la discussion concernant la branche descendante du diagramme $\sigma-\epsilon_{\sigma}$ du béton (fig. VII.11) constitue plutôt une réflexion sur la méthode de calcul elle-même, l'analyse de la teneur en eau libre du béton porte sur une grandeur physique, sur une réalité matérielle que, jusqu'à présent, il n'était pas facile d'appréhender. Nous avons montré comment la méthode de calcul développée dans le cadre de cette étude peut apporter une réponse quantitative à ce type de question.

Nous avons aussi surtout voulu montrer combien le comportement d'une structure mixte est complexe à cause des gradients thermiques et des contraintes qui en résultent, à cause des fortes variations de contraintes qui produisent des retours élastiques et à cause des changements de géométrie qui font varier les sollicitations. Nous avons illustré par deux exemples la façon dont la méthode de calcul permet de prendre en compte l'ensemble de ces phénomènes. Nous avons aussi montré comment il est maintenant possible, grâce à la simulation de l'ensemble des phénomènes qui se produisent durant un essai au feu, de vivre pratiquement cet essai au coeur même de la structure ce qui permet de mieux comprendre la manière dont elle résiste à l'incendie et, finalement, son mode de ruine.

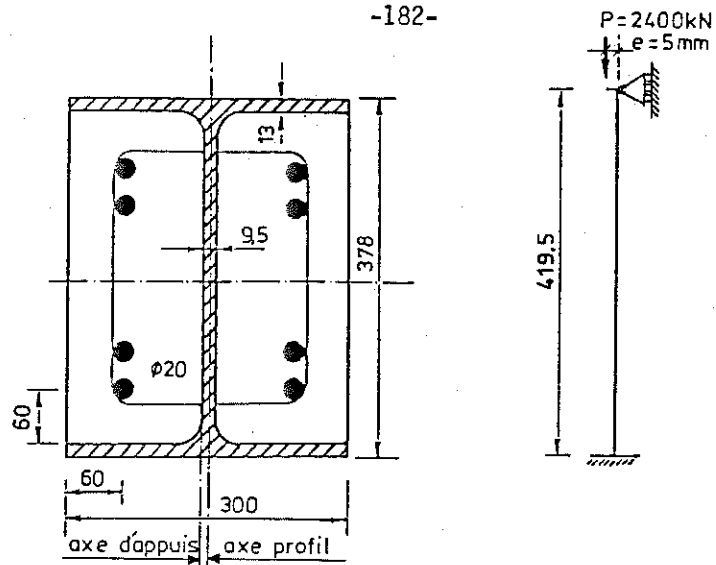


Figure VII 1 Test 1.3

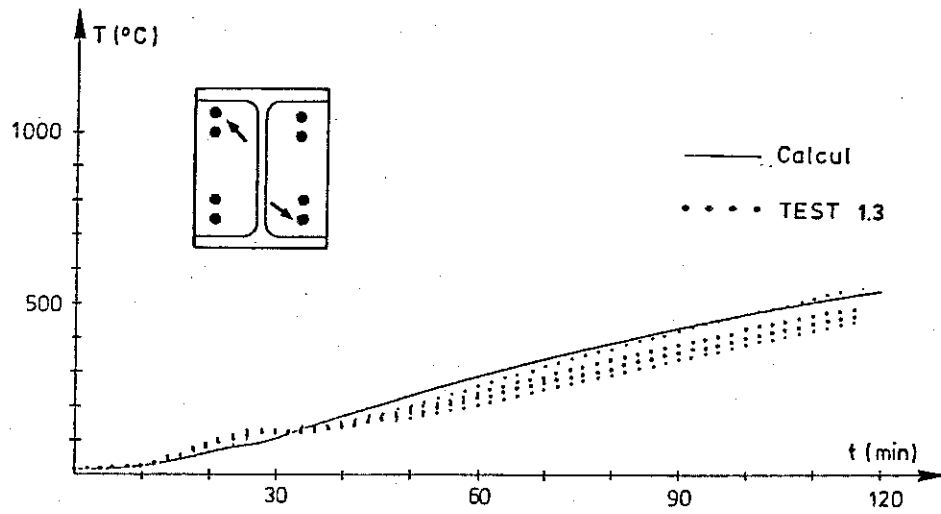


Figure VII 2

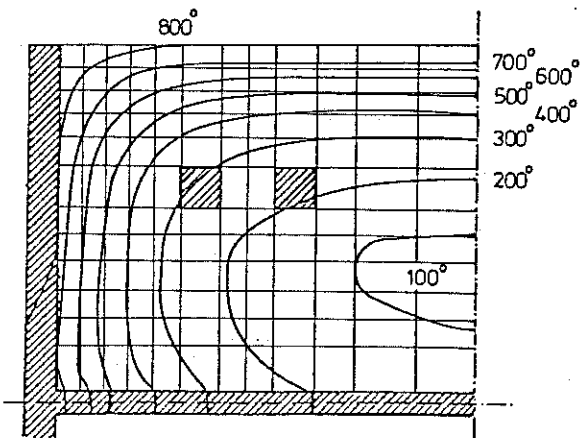


Figure VII 3 Isothermes après 60 minutes

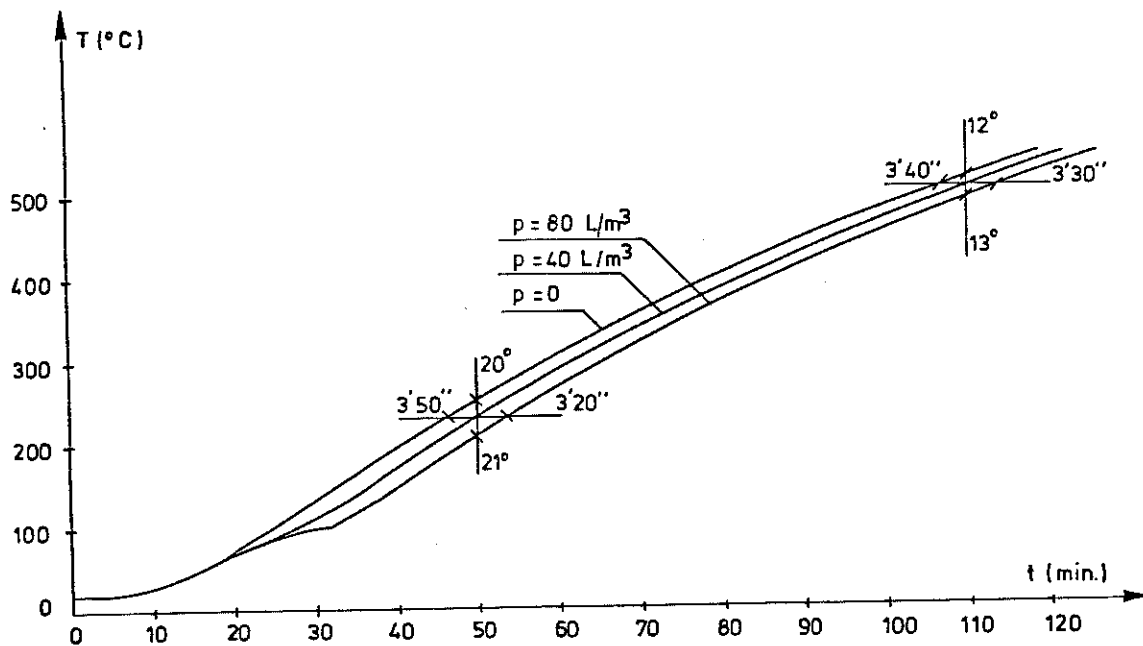


Figure VII 4 Influence de la teneur en eau

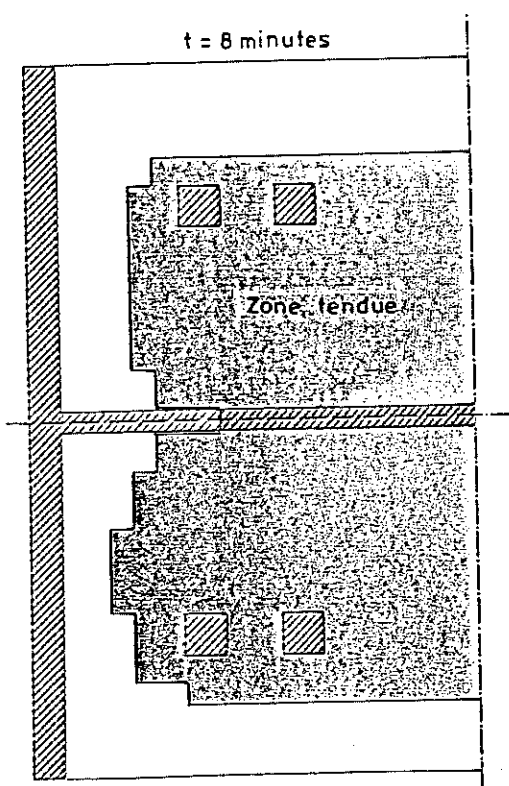


Figure VII 5
Zone tendue

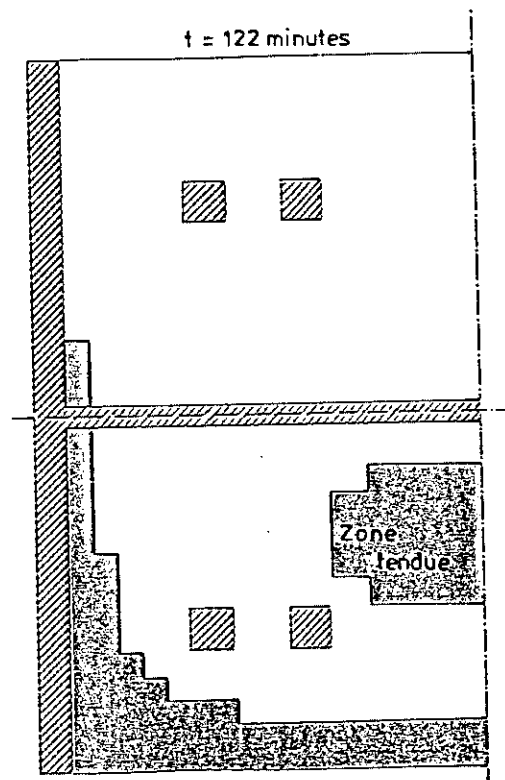


Figure VII 8
Zone tendue

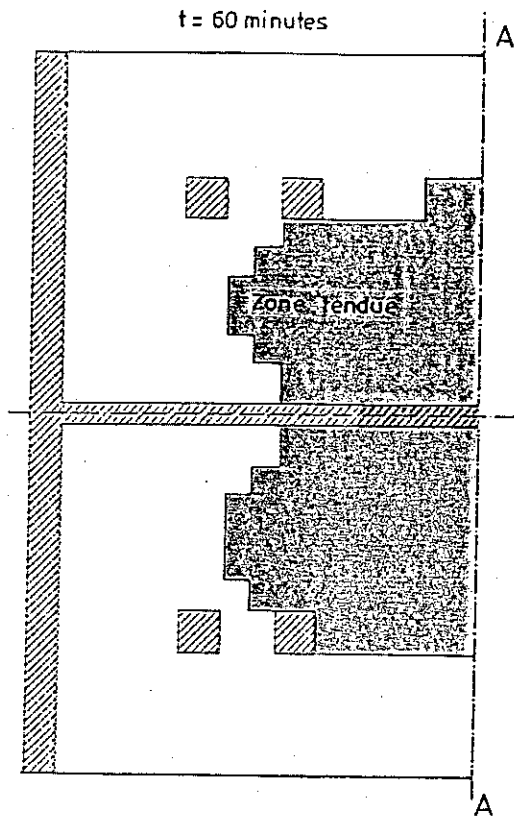


Figure VII 6
Zone tendue

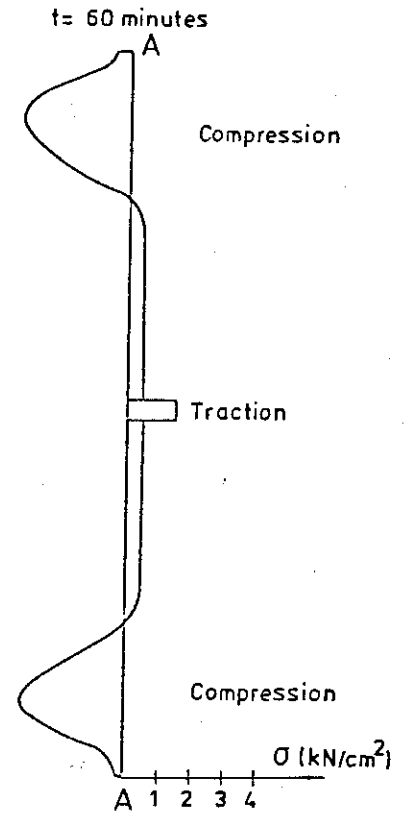


Figure VII 7 Contrainte sur l'axe AA

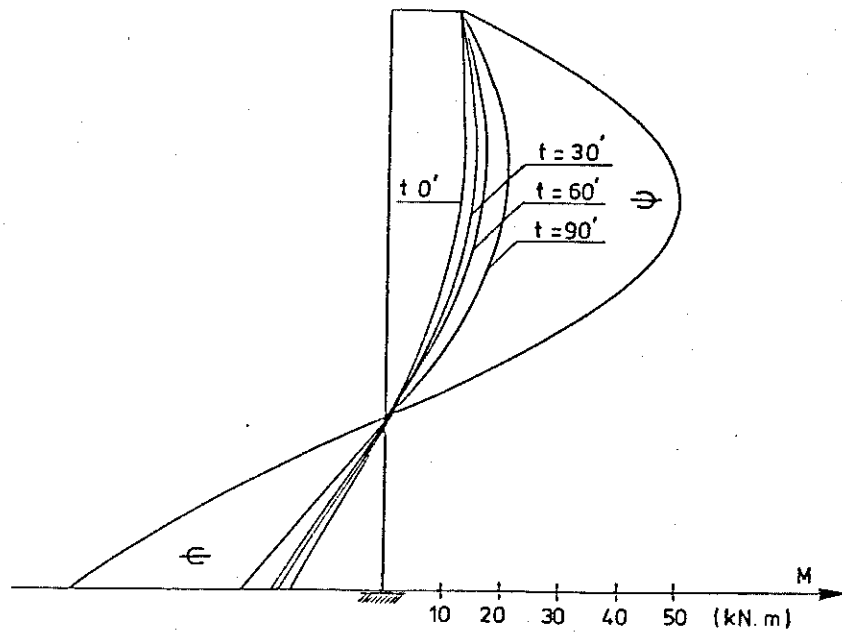


Figure VII 9 Moments de flexion

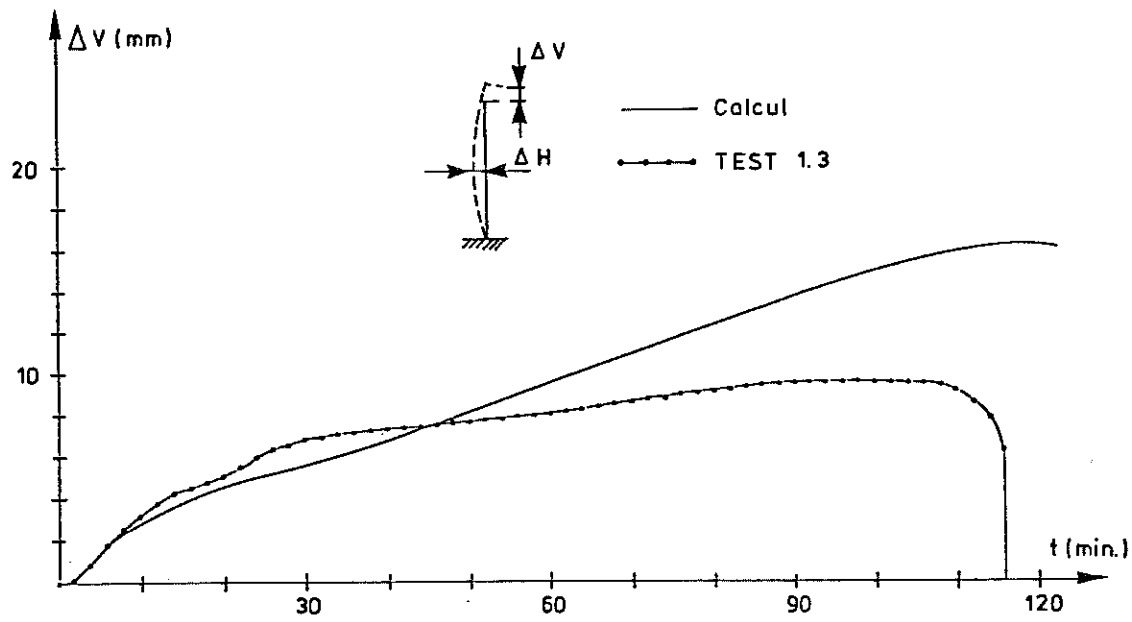


Figure VII 10a Déformation longitudinale

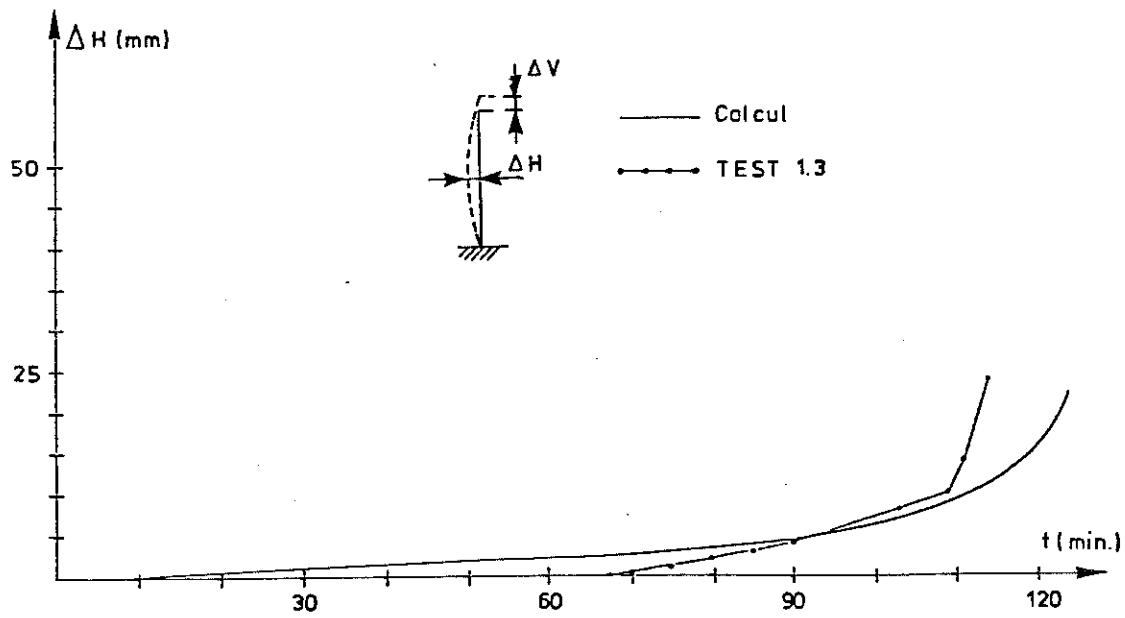


Figure VII 10b Déformation latérale

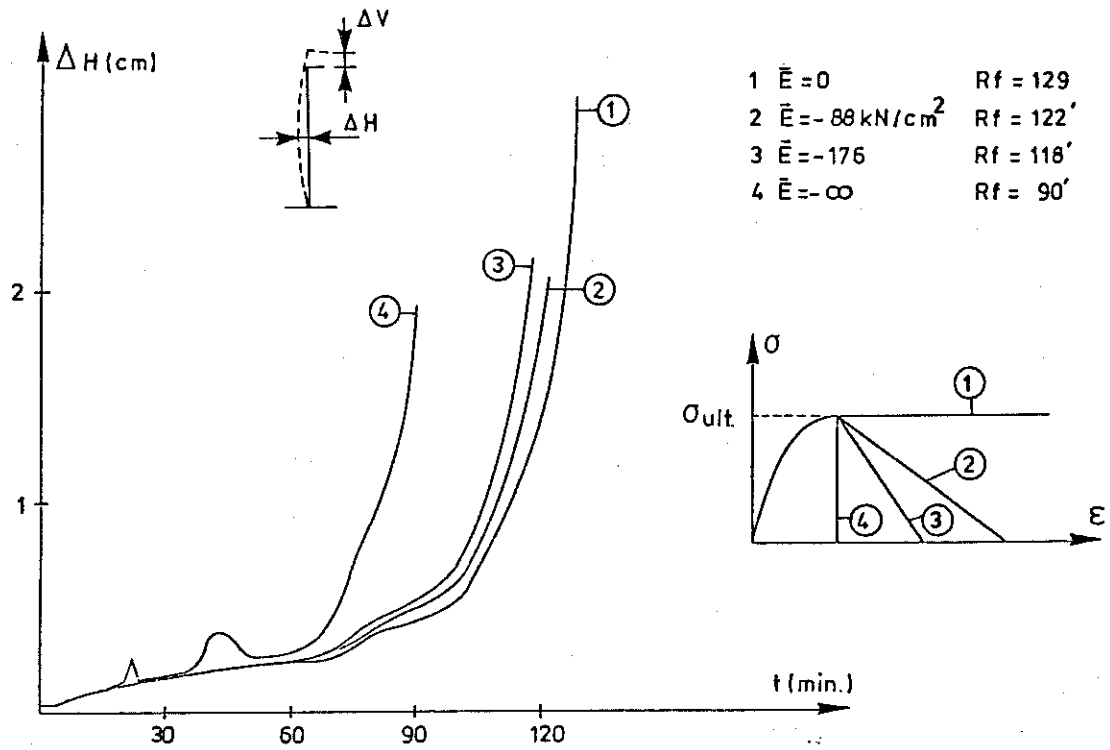


Figure VII 11 Influence de la branche descendante

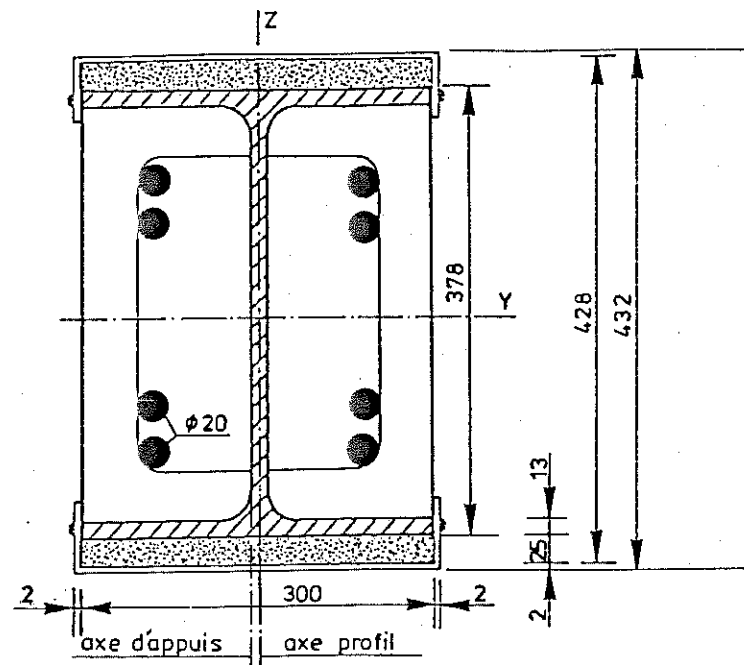


Figure VII 12 Test 1.15

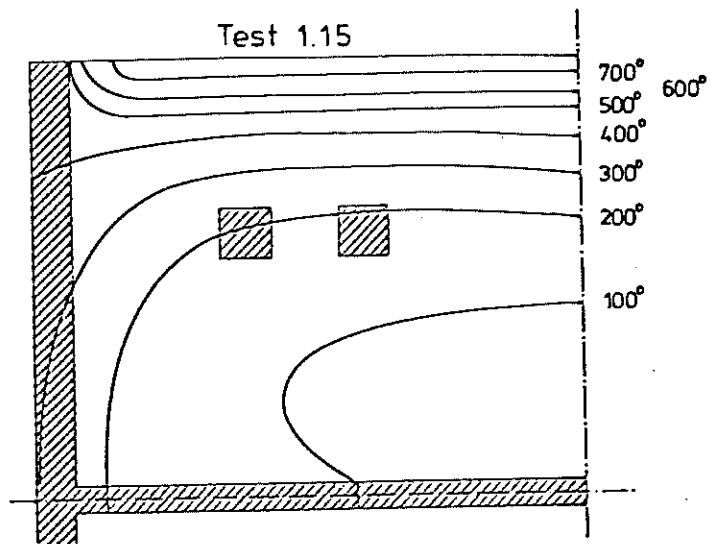


Figure VII 13 Isothermes après 60 minutes

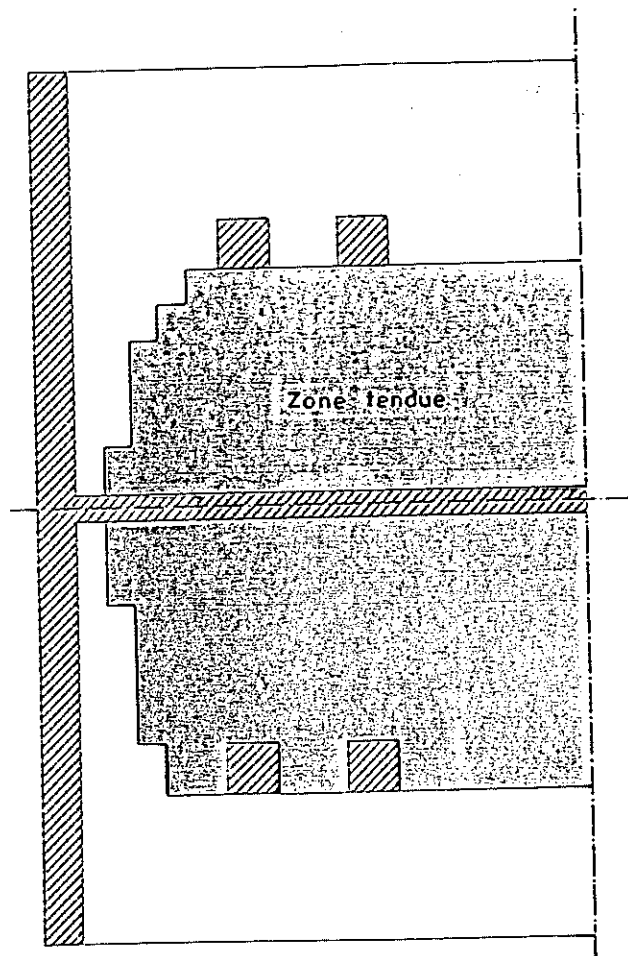


Figure VII 14 Test 1.15
Zone tendue

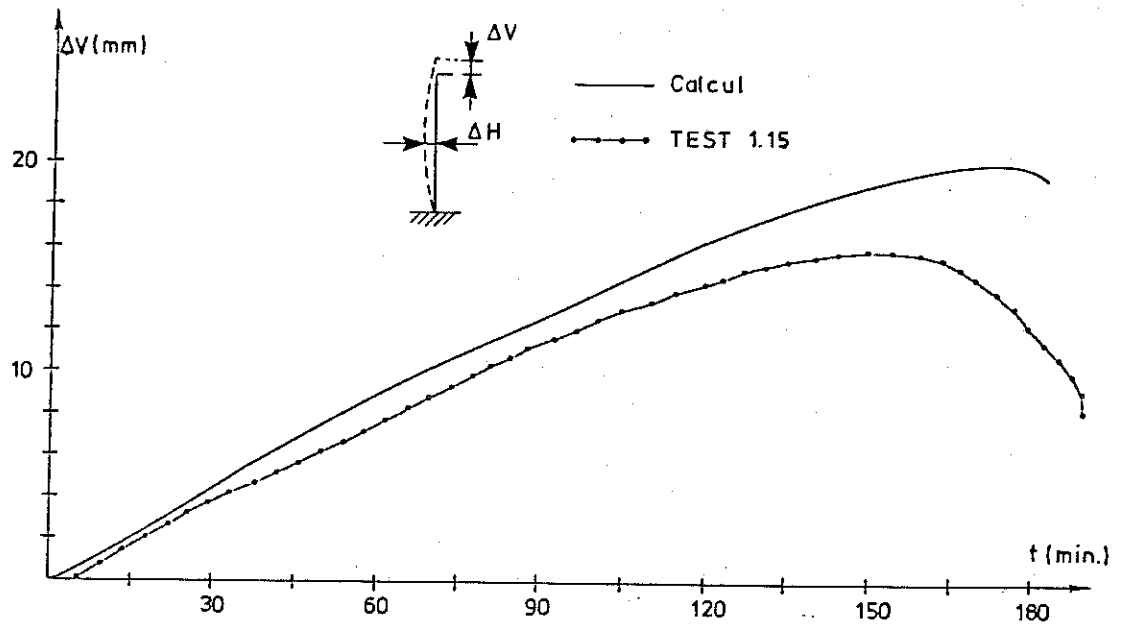


Figure VII 15a Déformation longitudinale

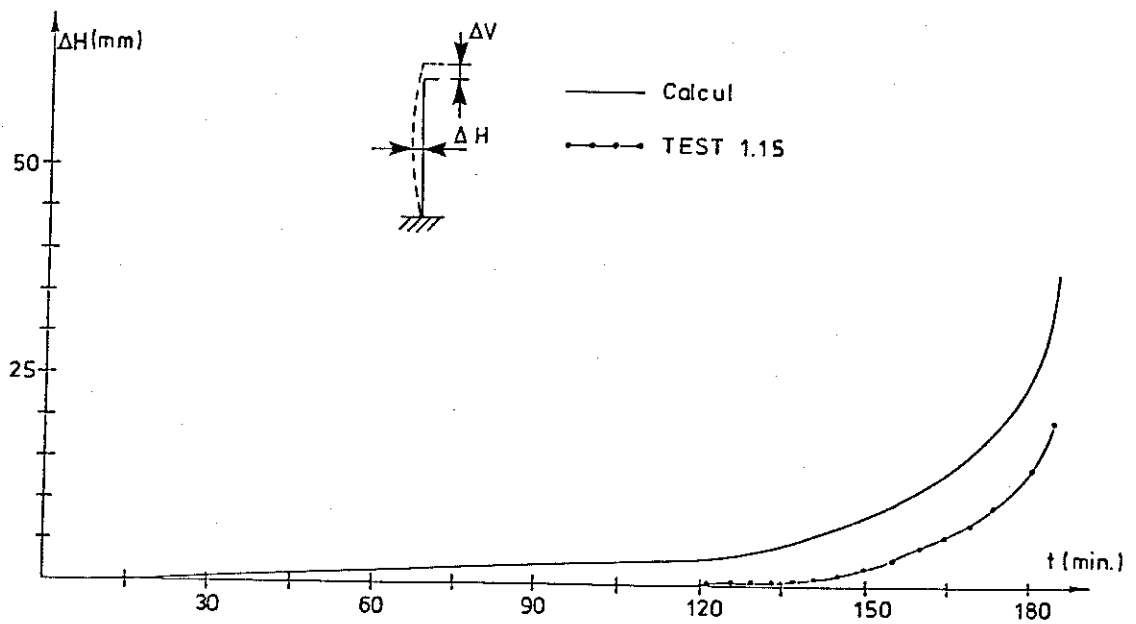


Figure VII 15b Déformation latérale

CHAPITRE VIII - COLONNES MIXTES SOUMISES A UNE CHARGE EXCENTREE

Comme la méthode de calcul développée dans le cadre de cette étude doit permettre l'analyse d'éléments soumis à de la flexion composée, il était important que des essais réels soient réalisés sous ce type de sollicitation.

Quatre essais de colonnes soumises à une charge excentrée ont été réalisés dans les laboratoires du Professeur Kordina de la Technische Universität Braunschweig [K3]. Deux essais portaient sur des profils AF assez semblables à ceux qui ont été décrits au chapitre précédent, et deux autres essais portaient sur un profil mixte conçu spécialement pour les cas de compression avec flexion.

VIII.1 - SECTIONS AVEC ARMATURES LONGITUDINALES

Les deux premiers essais ont été réalisés sur des sections mixtes assez semblables à celles qui ont été décrites au chapitre VII (voir figure VIII.1). Le profilé métallique est du type HD 400 x 400 x 187 et on a disposé 12 armatures longitudinales de 18 mm de diamètre. Pour les deux essais, la charge était excentrée de 98 mm par rapport à l'axe faible du profil laminé. La rotation de la colonne est libre à ses deux extrémités.

Dans les deux essais du chapitre précédent, la longueur de flambement était assez faible : $l_{fl} = 0,7 \cdot 4,195 = 2,94 \text{ m}$. Ici, on a choisi d'explorer le domaine des longueurs de flambement plus importantes. Les deux colonnes testées présentent des hauteurs différentes. Pour obtenir des durées de résistance au feu assez semblables, on a réduit la charge de la colonne la plus élancée.

Le tableau suivant donne les caractéristiques principales des deux essais.

		Test 1,5	Test 1,6
Hauteur	H	3,74 m	5,71 m
Charge	P	1.360 kN	900 kN
excentricité	e	98 mm	98 mm
Profil	σ_y	30,6 kN/cm ²	31 kN/cm ²
Armature	σ_y	46 kN/cm ²	47,6 kN/cm ²

A cause du processus de fabrication de ce type de section, les deux zones situées de part et d'autre de l'âme ne sont pas bétonnées le même jour. Il peut donc arriver que les qualités de béton ne soient pas exactement les mêmes d'un côté et de l'autre de l'âme. Pour les quatre colonnes testées à Braunschweig on a mesuré

$$\sigma_{ult} = 5,02 \text{ kN/cm}^2 \text{ d'un côté et}$$

$$\sigma_{ult} = 4,14 \text{ kN/cm}^2 \text{ de l'autre côté.}$$

Cette différence de qualité peut très facilement être prise en compte par la méthode de calcul utilisée ici.

La teneur en eau libre du béton a cette fois fait l'objet de mesures. On a obtenu $p = 120 \text{ L/m}^3$, ce qui est considérablement plus important que la valeur choisie pour les essais de Gent. Il n'est pas impossible que des matériaux réalisés dans deux laboratoires différents présentent des caractéristiques différentes. Comme, de plus, nous avons montré au § VII.1.1 que l'influence de ce paramètre p n'est pas fondamentale, rien ne s'oppose au fait d'utiliser des valeurs différentes d'un essai à l'autre, la valeur adoptée étant chaque fois choisie en fonction des renseignements dont on dispose.

L'ensemble des simulations effectuées a clairement montré que les températures calculées dans les sections testées à Braunschweig s'accordent mieux à la réalité si on choisit pour le coefficient d'émissivité relative de l'acier

$$\epsilon^* = 0,70.$$

Cela correspond à une réalité physique puisque les fours de la Technische Universität Braunschweig sont alimentés au fuel, et non au gaz comme c'est le cas à Gent. Les flammes qui sortent des brûleurs ne présentent pas la même forme ni la même intensité lumineuse. Pour le béton, par contre, on obtient de bons résultats en conservant la même valeur qu'à Gent

$$\epsilon^* = 0,45$$

VIII.1.1 - Températures

Pour ces deux exemples, les températures calculées sont également en bon accord avec les températures observées. Les écarts maxima dépassent rarement 50°C . L'allure des isothermes n'est pas représentée ici car elle est très proche de ce qui est montré par la figure VII.3. La figure VIII.2 donne l'évolution au cours du temps de la température dans les armatures de la colonne 1.5. On constate sur cette figure que la vitesse d'échauffement des armatures est assez faible : $\frac{dT}{dt} = 4^\circ\text{C/min.}$

Par le fait même, un écart de 50°C entre valeurs calculées et valeurs réelles correspond à une différence de 12 minutes entre le temps nécessaire pour atteindre une certaine température dans les calculs et dans la réalité.

On comprend donc qu'il est nécessaire de calculer les températures de manière aussi précise que possible puisque des différences de température qui peuvent paraître assez faibles produisent des écarts non négligeables au niveau des durées de résistance.

VIII.1.2 - Stabilité

Le comportement de ce type de colonne sous l'action de l'incendie est assez particulier. Nous examinerons ci-dessous la manière dont réagit la colonne 1.5 en nous aidant des figures VIII.3.a, pour le déplacement axial du point d'application de la charge et VIII.3.b, pour le déplacement latéral à mi-hauteur de la colonne.

De 0 à 15 minutes

Durant les premières minutes du test, les ailes du profilé métallique voient leur température augmenter très rapidement ($\approx 18^\circ\text{C}/\text{min}$). Comme ces ailes sont très épaisses (24 mm), leur section représente 70% de la section totale d'acier. La colonne subit donc une élongation thermique très importante durant les 15 premières minutes de l'essai et cela se marque bien sur la figure VIII.3.a. Cependant, les contraintes qui existaient dans l'acier avant le début de l'incendie sont assez faibles ($|\sigma_a| \leq 6 \text{ kN}/\text{cm}^2$) et les contraintes thermiques ne sont pas encore assez importantes pour causer une plastification de l'acier. La rigidité de la section n'est que faiblement affectée par la fissuration du béton dans la partie centrale. C'est ce qui explique que les déformations latérales restent faibles durant cette période (figure VIII.3.b).

De 15 à 35 minutes

Ensuite, aux environs de la quinzième minute, les contraintes thermiques sont tellement importantes que la plastification s'installe progressivement :
les parties des ailes qui sont situées du côté de la charge par rapport à l'âme sont plastifiées en compression ;
toute la partie centrale de l'âme ainsi que les armatures situées du côté opposé à la charge sont plastifiées en traction,

Bien entendu, la rigidité de la section en est fortement réduite et la colonne a tendance à se dérober latéralement (voir figure VIII.3.b).

Cette déformation latérale est accompagnée d'une rotation des extrémités de la colonne (fig. VII.4).

Ainsi donc, malgré l'allongement thermique supplémentaire qui est encore intervenu, les points d'application de la charge se rapprochent. Cet effet est bien marqué sur la figure VIII.3.a.

De 35 à 90 minutes

Dans la phase suivante, les gradients de température s'adoucissent et les contraintes thermiques deviennent moins sévères. Sous l'effet des retours élastiques ainsi induits, on observe que, après 1h30' d'essai, la plus grande partie de l'acier présent dans la section se trouve de nouveau dans un état élastique. Cependant, les contraintes thermiques très sévères qui ont existé à un certain moment de l'essai ont marqué leur empreinte de manière définitive sur la colonne et cela sous la forme d'une déformée transversale additionnelle qui, suite aux effets géométriques, va augmenter les sollicitations. Bien sûr, durant cette phase, la température des matériaux s'est accrue progressivement et les déformations ont encore augmenté quelque peu (voir fig. VIII.3.a et VIII.3.b).

Après 90 minutes

Enfin, les températures augmentent encore et les parties des ailes et les armatures qui se trouvent du côté de la charge finissent par céder. La colonne se dérobe de plus en plus. Les déplacements latéraux croissent de nouveau de manière rapide (VIII.3.b) et les points d'application de la charge se rapprochent sous l'effet de rotation des extrémités (voir fig. VIII.4). C'est la ruine qui se produit.

A l'examen, on se rend compte que le comportement de cette structure est assez complexe puisqu'il fait intervenir de manière significative des phénomènes de contraintes thermiques, de retours élastiques, ainsi que des changements de sollicitations dus aux effets géométriques. La manière particulièrement exacte dont le déplacement vertical des appuis a pu être simulé (figure VIII.3.a) atteste bien de la capacité de la méthode de calcul développée à reproduire l'ensemble de ces phénomènes physiques.

Sur la figure VIII.3.b, on constate que les déplacements latéraux ont été quelque peu surestimés lors du calcul. L'écart maximum avec la réalité est de 20 mm. On doit cependant garder à l'esprit que la grandeur significative pour la détermination des sollicitations est l'excentricité de la charge par rapport à l'axe de la colonne. C'est ainsi que si on veut comparer les valeurs du calcul et les valeurs de l'essai, à 60 minutes par exemple, on ne doit pas considérer le déplacement latéral

$$\Delta H = 43 \text{ contre } 24 \text{ mm}$$

mais plutôt l'excentricité de la charge

$$e = 141 \text{ contre } 122 \text{ mm}$$

On constate ainsi que le moment de flexion calculé est assez proche de celui qui existait vraiment dans la réalité.

La durée de résistance au feu calculée est de 118 minutes, alors que la valeur observée était de 136 minutes ($\frac{118}{136} = 0,87$). L'écart observé ici est le plus important de toute la campagne d'essai entreprise. Il reste cependant tout-à-fait acceptable. De plus, on constate sur la figure VIII.2 que la ruine survient dans la simulation pour une température des armatures qui est très proche de la température existant au moment de la ruine réelle. L'influence non négligeable d'un léger écart de température a déjà été abordée au § VIII.1.1.

Le comportement de la colonne 1.6 est assez semblable à celui qui vient d'être décrit pour la colonne 1.5. Les figures VIII.5.a et VIII.5.b, permettent d'établir une comparaison satisfaisante entre les calculs et la réalité. La durée de résistance au feu calculée est cette fois de 114 minutes pour une valeur observée de 120 minutes ($\frac{114}{120} = 0,95$).

Enfin, il convient de signaler que, pour les deux cas précédents, des écarts significatifs avaient été relevés entre certaines cotes nominales et leur valeur réelle, tant pour les dimensions des profilés métalliques que pour la position des armatures. Les valeurs réelles ont été retenues lors des calculs.

VIII.2 - SECTIONS AVEC PROFILS EN TE

Dans les deux exemples précédents, les armatures longitudinales sont disposées en vue de participer activement à la reprise du moment de flexion. Dans ce but, on utilise un profilé à larges ailes, ce qui permet d'écarter les armatures et d'obtenir ainsi un important moment d'inertie.

Ici, nous décrivons deux essais qui ont été réalisés sur des sections d'un autre type (voir fig. VIII.6). On utilise comme profil de base une poutrelle HE 400 AA sur l'âme de laquelle on soude deux demi HE 180 M destinés à supporter la flexion appliquée.

Les colonnes, toutes deux articulées à leurs deux extrémités, étaient de même hauteur : $H = l_{fl} = 5,71$ m. C'est l'excentricité de la charge par rapport à l'axe faible du profil qui marque la différence entre les deux essais. Pour obtenir des durées de résistance au feu assez semblables, la charge est plus faible lorsqu'elle est plus décentrée. Le tableau suivant donne les caractéristiques principales des deux essais.

		Test 1,7	Test 1,8
Hauteur	H	5,71 m	5,71 m
Charge	P	1.500 kN	800 kN
excentricité	e	75 mm	150 mm
HE400AA	σ_y	39,5 kN/cm ²	40,7 kN/cm ²
HE180M	σ_y	27,8 kN/cm ²	25,1 kN/cm ²

Les conditions relatives au béton et aux échanges thermiques sont les mêmes qu'au paragraphe VIII.1.

VIII.2.1 - Températures

Les températures calculées sont en bon accord avec les températures observées. Des écarts supérieurs à 50°C sont rarement rencontrés.

Pour l'essai 1.8, cependant, on note que certaines températures relevées présentent un accroissement anormal à partir de la centième minute jusqu'à la fin de l'essai (fig. VIII.7). Ce comportement est dû à un mouvement du béton recouvrant le demi HE 180 M situé du côté de

la charge. Ce béton s'est déplacé brusquement de environ 10 mm vers l'extérieur, après quoi il a été maintenu en place par le treillis disposé à cet effet dans la section (voir fig. VIII.6).

Les conditions thermiques ont bien sûr été modifiées par ce problème local, dont il est impossible de tenir compte au niveau des calculs. Si des écarts ont pu en résulter entre le comportement observé et le comportement prévu, on constatera que le résultat final n'en a pas été fondamentalement affecté.

VIII.2.2 - Stabilité

Le comportement de ces deux colonnes est différent de celui des deux colonnes précédentes. Cela est essentiellement dû au fait que la section des ailes du profilé est beaucoup plus faible dans le second cas (78 cm^2 contre 188 cm^2). De plus, la quantité d'acier qui se trouve à l'intérieur de la section est plus importante dans le second cas. On observe ainsi que, d'une part, les efforts de compression dus aux contraintes thermiques dans les ailes sont moins importants et, d'autre part, ces efforts donnent naissance à des contraintes de traction assez faibles à coeur puisqu'elles sont réparties sur une surface plus importante.

La plastification momentanée de l'acier qui intervient durant la première partie de l'essai est cette fois limitée aux seules ailes du profilé principal à l'exclusion des zones internes. Comme, de plus, la section de ces ailes est moins importante, la perte de rigidité qui résulte de cette plastification est moins marquée et les déplacements latéraux afférents sont plus faibles. Ce comportement a été correctement prévu par le calcul. Sur la figure VIII.9.b, l'accord semble parfait avec les résultats des mesures alors que sur la figure VIII.8.b, certains écarts apparaissent vers la fin de l'essai, avec une allure générale correcte. Les figures VIII.8.a et VIII.8.b montrent aussi une allure générale correcte avec une surestimation de l'allongement comme c'est souvent le cas pour les colonnes.

Comme durée de résistance au feu, on a calculé

pour l'essai 1.7 : 120 minutes contre 111 minutes mesurées ($\frac{120}{111} = 1,08$)

pour l'essai 1.8 : 140 minutes contre 157 minutes mesurées ($\frac{140}{157} = 0,89$)

Ces résultats sont tout-à-fait satisfaisants.

VIII.3 - COMPARAISON ENTRE LES DEUX TYPES DE COLONNE

En étudiant les essais qui ont été effectués sur les colonnes avec armatures longitudinales et ceux avec profils en té, on a déjà mis en évidence les différences de comportement qui sont liées à la forme de la section droite. Pour mieux mettre en évidence les implications pratiques de ces comportements différents, nous avons étudié une colonne avec armatures et une colonne avec té placées dans les mêmes conditions. Celles-ci sont reprises dans le tableau ci-dessous.

Hauteur	H : 5,71 m
Charge	P : variable
excentricité e	: 100 mm
Profil	σ_y : 35,5 kN/cm ²
Armature	σ_y : 50 kN/cm ²
Béton	σ_{ult} : 5 kN/cm ²

Les dimensions des deux sections sont indiquées sur les fig.VIII.1 et VIII.6.

En réalisant de nombreuses simulations, on a établi la figure VIII.10 qui donne, pour les deux types de sections, la charge admissible en fonction de la durée de résistance au feu souhaitée.

On remarque ainsi que la charge de ruine à température ambiante est de 6.250 kN pour la section avec armature alors qu'elle n'est que de 3.750 kN pour la section avec té, c'est-à-dire 60 % de 6.250. L'inertie du profil avec larges ailes est en effet supérieure à celle du profil HEAA. Cependant, la part des ailes dans cette inertie est considérable dans le premier cas alors qu'elle est beaucoup plus réduite dans le second. La chute de résistance liée aux conditions d'incendie

est spectaculaire pour le profil avec armatures, alors qu'elle est tout-à-fait raisonnable pour le profil avec té. Ainsi, dès que l'on impose $R_f = 30$ minutes, on obtient pour les armatures $P = 2.450$ kN soit 39 % de la charge à froid pour les té $P = 2.350$ kN soit 63 % de la charge à froid.

Dans le second cas, on obtient ainsi une résistance au feu de une demi-heure sans réduction de la charge admissible à froid.

Si on impose une durée de résistance de une heure, ou davantage, le rapport des charges admissibles est carrément inversé puisque le profil avec té donne une charge admissible qui est supérieure de 50 à 60 % à la charge admissible du profil avec armature.

Au niveau de la conception, le choix d'une section avec armature ne se justifie que si le dimensionnement sous l'effet de l'incendie peut bénéficier d'une réduction substantielle des charges.

On comprend aisément qu'il serait tout-à-fait impossible de dégager de telles conclusions à la suite d'une campagne d'essais (coûts, délais, variation des propriétés mécaniques,...). Avec une bonne connaissance des phénomènes qui interviennent dans une structure soumise à l'incendie, on aurait éventuellement pu dégager des remarques qualitatives semblables à celles qui ont été développées ci-dessus. Il est cependant clair que seule une méthode de calcul telle que celle qui a été développée dans le cadre de cette étude permet d'aboutir à des conclusions quantitatives à propos de l'influence de divers paramètres. L'apport ainsi introduit est donc bien essentiel.

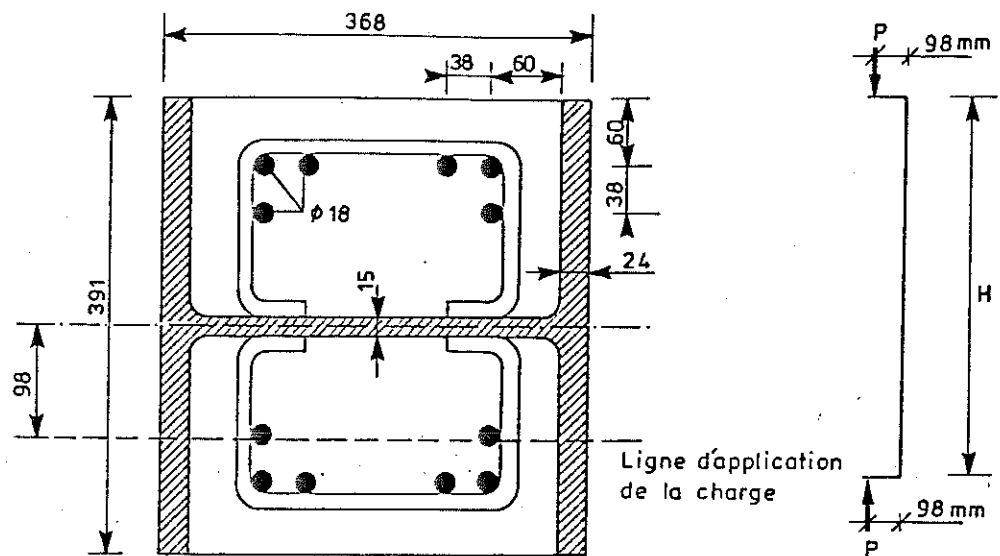


Figure VIII 1 Tests 1.5 et 1.6

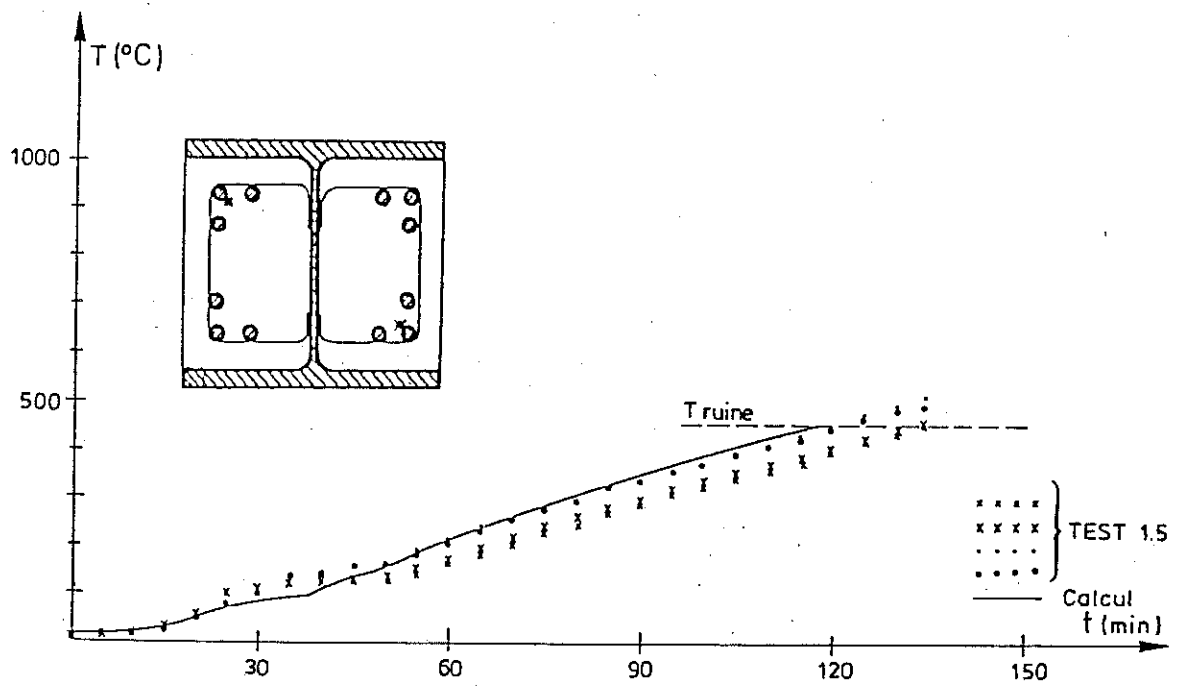


Figure VIII 2 Température de l'armature

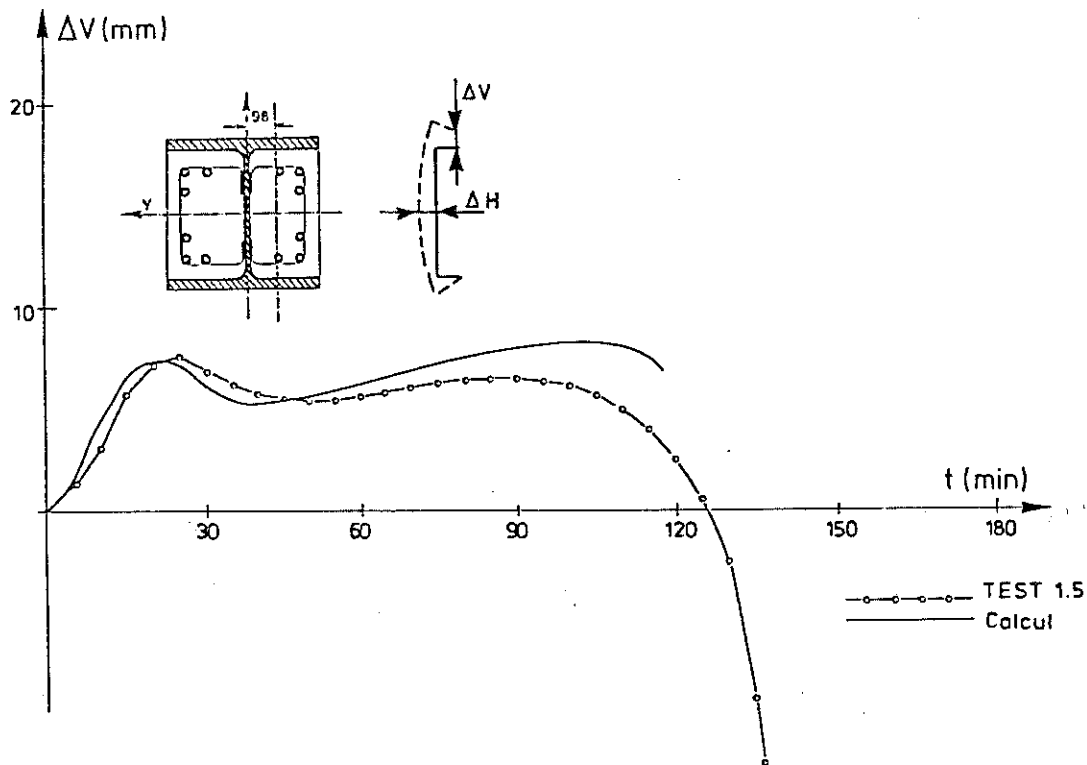


Figure VIII. 3a Test 1.5

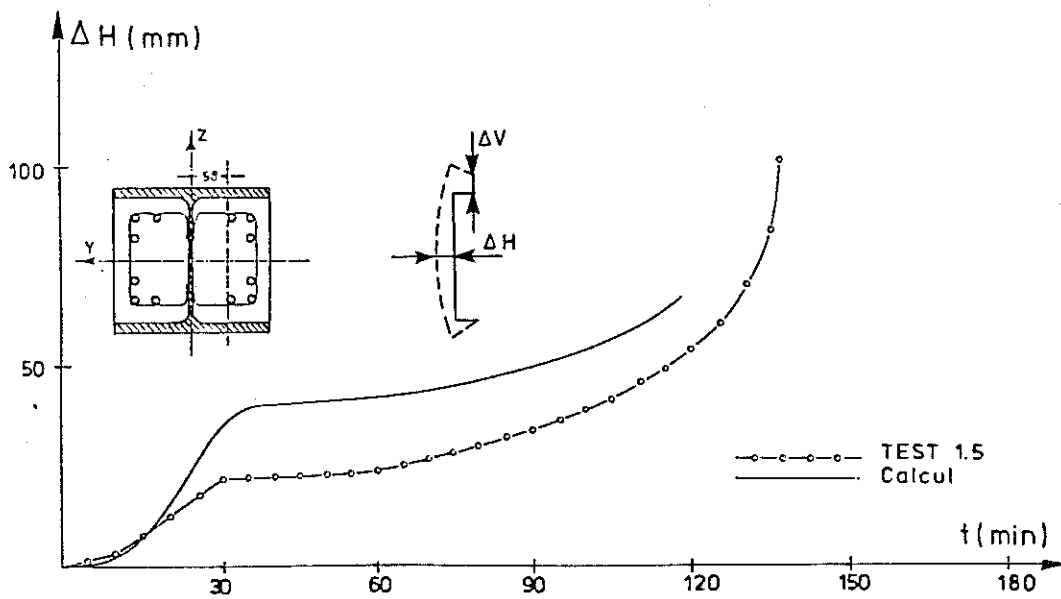


Figure VIII 3b Test 1.5

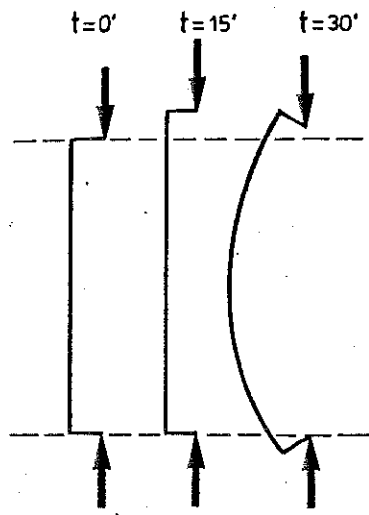


Figure VIII. 4
Rotation des extrémités

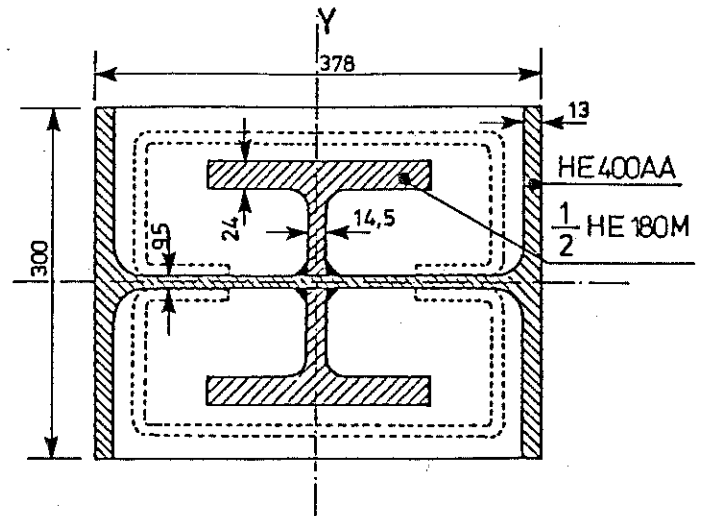


Figure VIII. 6
Tests 1.7 et 1.8

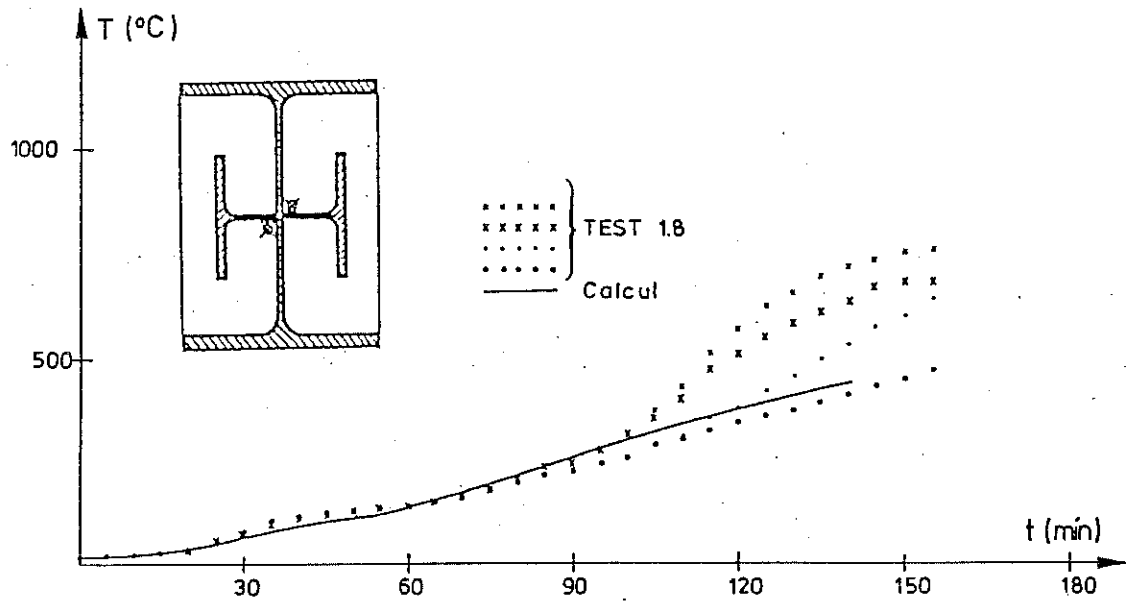


Figure VIII. 7 Test 1.8

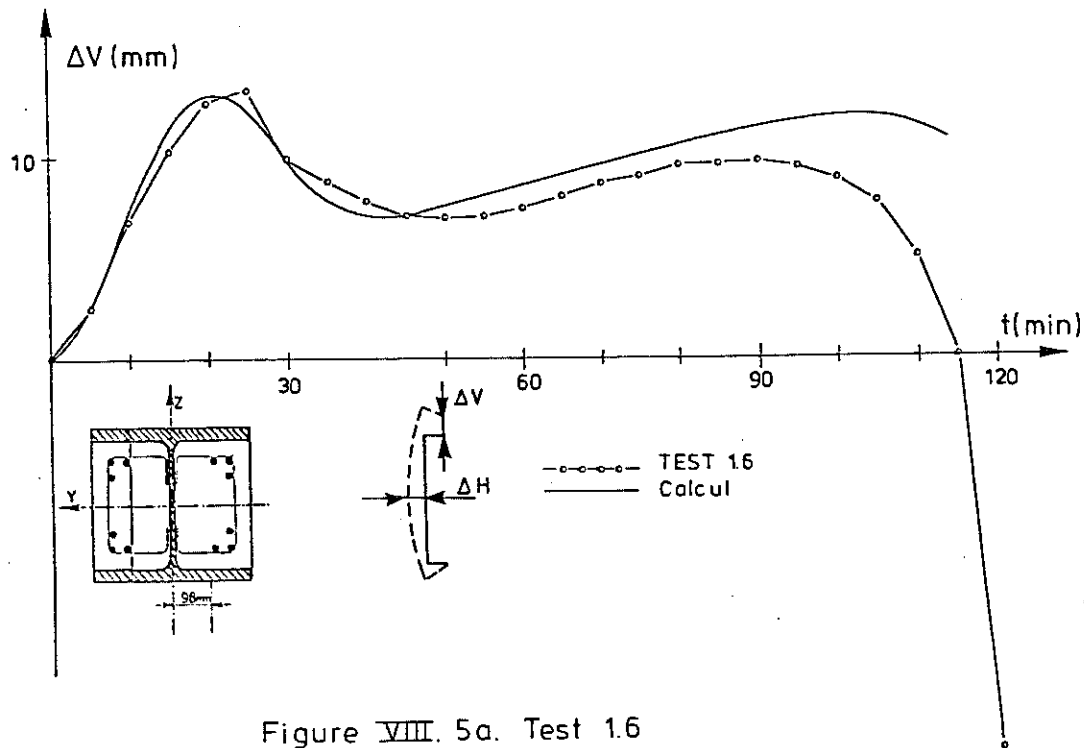


Figure VIII. 5a. Test 1.6

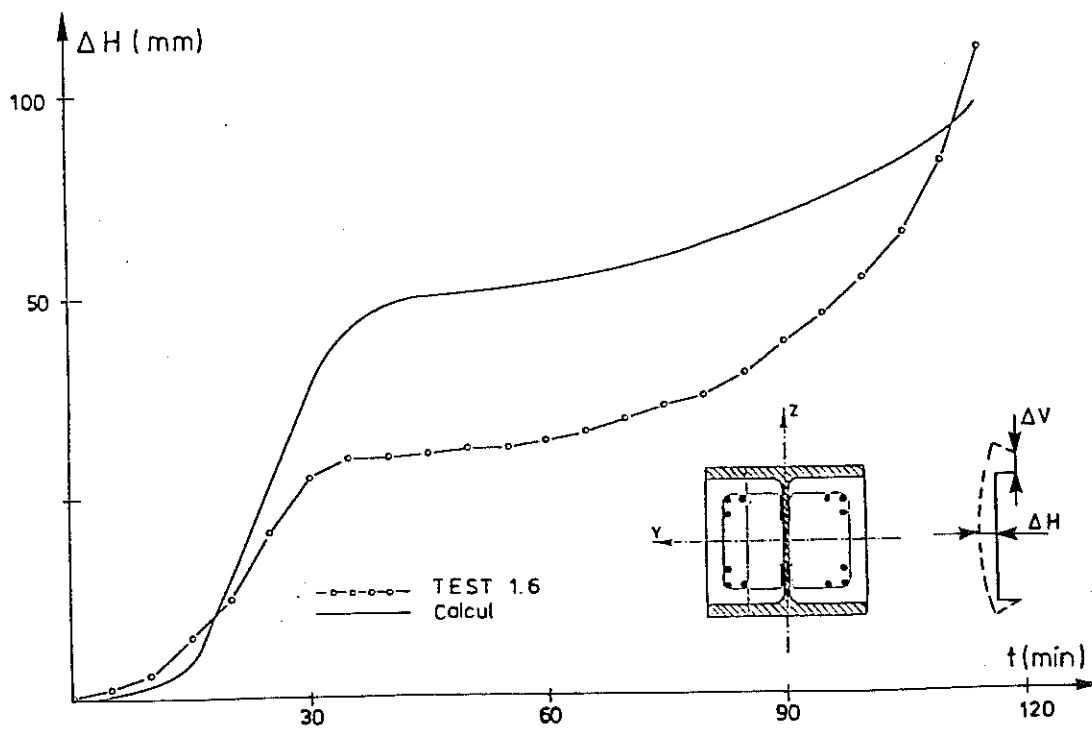


Figure VIII 5b Test 1.6

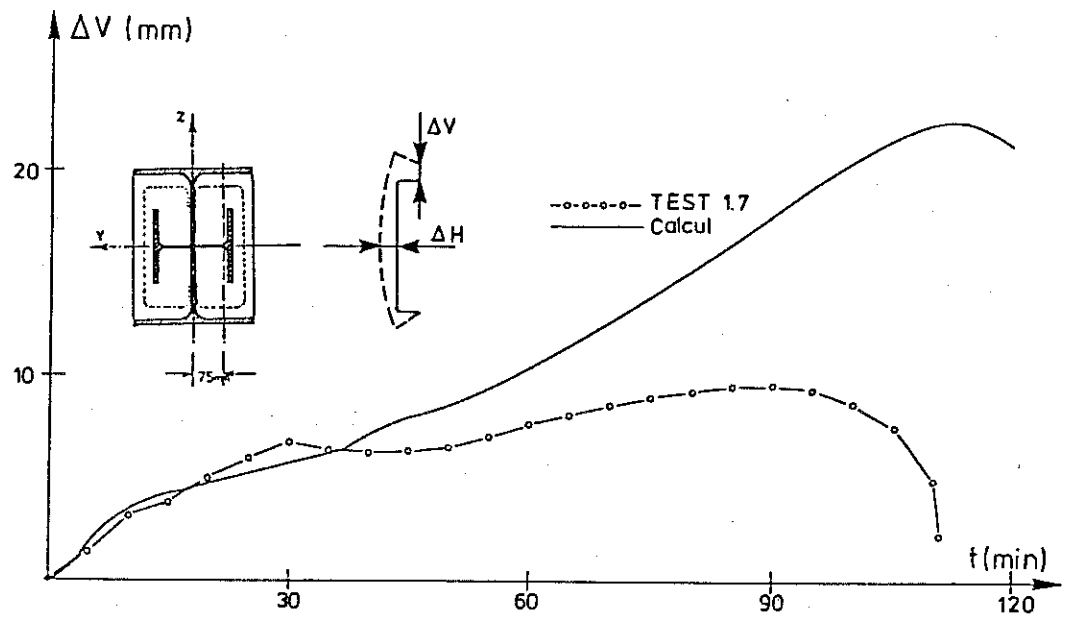


Figure VIII.8 a. Test 1.7

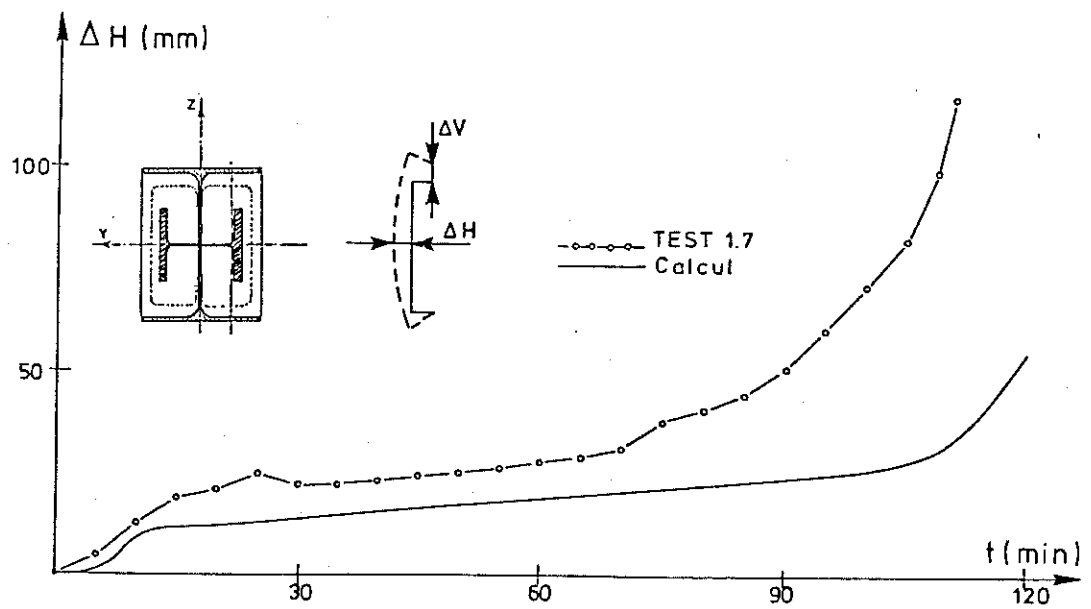


Figure VIII.8 b Test 1.8

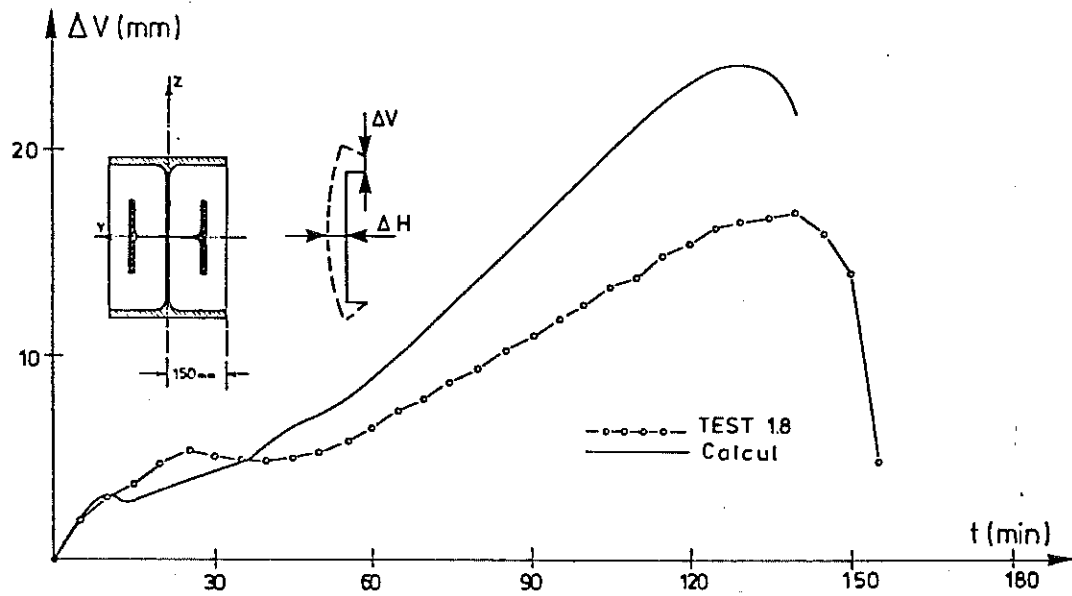


Figure VIII 9a Test 1.8

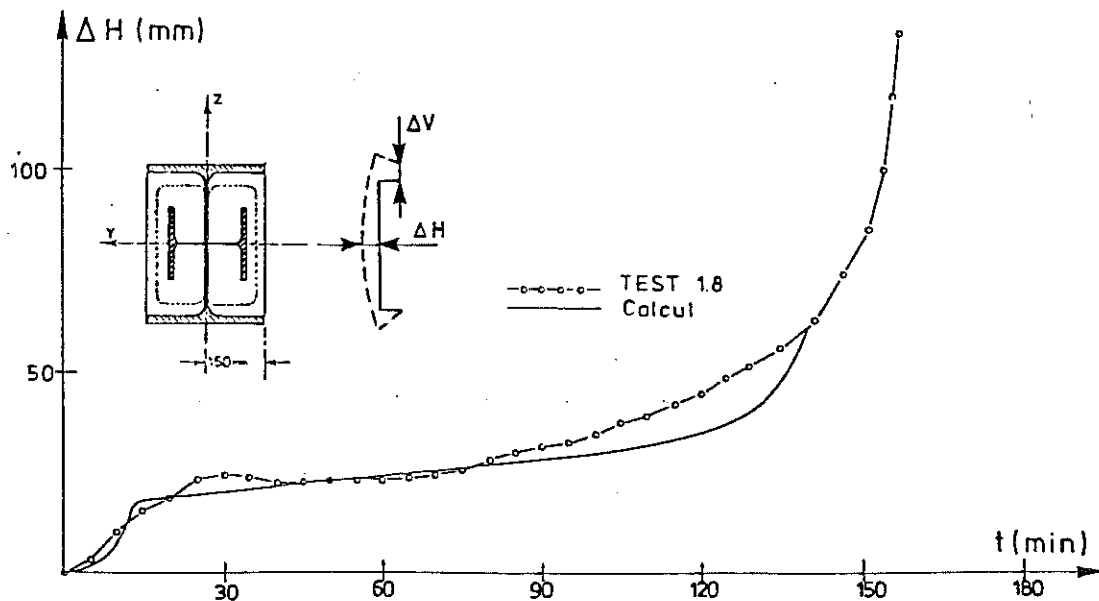


Figure VIII 9b Test 1.8

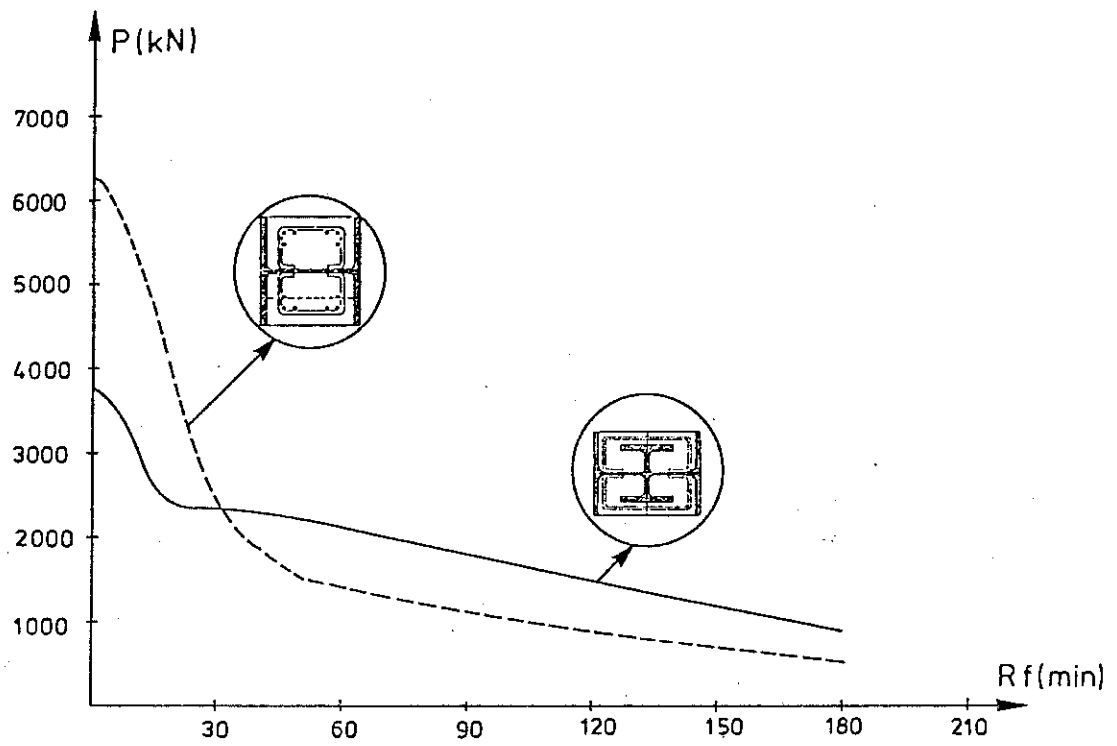


Figure VIII 10 : Comparaison entre deux types de section

CHAPITRE IX - COLONNE MIXTE OCTOGONALE

A l'Université de Gent a eu lieu un essai sur une colonne mixte [M5] d'un type différent de ceux présentés jusqu'ici. La colonne se compose d'un profil principal en double té sur l'âme duquel on soude deux autres doubles tés de hauteur moindre (voir fig.IX.1). Les espaces compris entre ces profils sont remplis de béton, ce qui donne à la colonne une section droite octogonale. Quatre faces d'acier et quatre faces de béton alternent pour donner à l'ensemble un aspect esthétique particulier qui peut être séduisant.

Bien que la charge ait été parfaitement centrée, le caractère particulier de la section (et certaines conséquences qui en résultent au niveau des températures) nous a conduit à considérer cet essai hors du cadre du chapitre VII.

Les dimensions principales de la section sont présentées à la figure IX.1. La charge est appliquée par l'intermédiaire de rouleaux placés exactement sur l'axe faible du profil principal.

Ainsi, on peut considérer que la colonne est biarticulée autour de son axe alors qu'elle est biencastrée autour de son axe fort. Les caractéristiques principales de l'essai sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Hauteur	$H = 4,14 \text{ m}$
Profil principal	IPE 400
Profils secondaires	HE 180A
Acier	$\sigma_y = 29,9 \text{ kN/cm}^2$
Béton	$\sigma_{ult} = 5,19 \text{ kN/cm}^2$
Charge	$P = 1.600 \text{ kN}$
Excentricité	$e = 0$

IX.1 - TEMPERATURES

La teneur en eau libre du béton n'ayant pas été mesurée, il nous appartient d'effectuer un choix à ce propos. Alors que pour les autres essais effectués dans le laboratoire de Gent nous avons choisi $p=40 \text{ L/m}^3$, pour cette colonne octogonale il fut décidé que la valeur $p=80 \text{ L/m}^3$ correspondrait mieux à la réalité. En effet, en comparant les figures IX.1 et VIII.1, on constate que le rapport entre la surface de béton qui se situe à l'air libre et la masse de béton est plus faible dans ce cas-ci. On peut donc logiquement supposer que l'évaporation de l'eau libre excédentaire lors de la maturation du béton sera plus lente. Rappelons que, au § VII.1.1, on a montré l'influence assez limitée de ce paramètre.

Les conditions d'échanges thermiques devraient être semblables dans ce cas à celles que l'on a rencontrées pour les autres essais effectués à Gent. Or, si on a bien utilisé $\epsilon^* = 0,45$ pour le béton et $\epsilon^* = 0,50$ pour les ailes du profil principal, il est apparu clairement que la simulation correcte de la réalité imposait de réduire l'émissivité relative des ailes du profil secondaire à une valeur de 0,30. Cela peut être dû à la disposition des brûleurs et à leur position différente par rapport aux quatre faces en acier (voir figure IX.2). La raison pour laquelle cet effet se marque plus particulièrement ici et non dans

les autres essais ne nous apparaît pas clairement. Dans l'optique qui est la nôtre, c'est-à-dire la simulation aussi exacte que possible des conditions réelles afin de vérifier la concordance entre calculs et essais, il est essentiel de toujours coller à la réalité d'aussi près que possible. C'est pourquoi nous avons permis que les conditions d'échange thermique soient modifiées pour cet exemple-ci. Dans une optique différente (celle d'un dimensionnement par exemple) ne faisant pas référence à un essai particulier, on serait certainement amené à choisir la même valeur que pour les autres essais : $\epsilon^* = 0,50$. De la sorte, on se placerait d'ailleurs du côté de la sécurité.

On a déjà signalé à maintes reprises que la section droite des structures calculées doit être représentée par un maillage rectangulaire. Pour discrétiser la colonne octogonale, il est nécessaire de procéder à une légère approximation au niveau des faces obliques de béton. Celles-ci seront représentées par un "escalier" de marches verticales (voir figure IX.3). Il semble assez évident que cette approximation n'entraîne pas de conséquence sensible au niveau de la rigidité de la section. Il importe cependant d'être attentif à propos du calcul des températures.

Si, sur la figure IX.4, la face oblique AB doit être représentée par une suite de divisions rectangulaires, la surface de matériau en contact avec le milieu extérieur est plus importante dans notre discrétisation que dans la réalité. Si on note

S_r la surface réelle entre A et B,

S_d la surface discrétisée,

Q_r la quantité de chaleur pénétrant réellement dans le profil,

Q_d la quantité de chaleur calculée,

q_r le flux thermique réel,

q_d le flux de la discrétisation en "escalier"

on veut bien sûr obtenir

$$Q_r = Q_d \quad (IX.1)$$

$$\text{Donc } q_r S_r = q_d S_d \quad (IX.2)$$

On devra donc considérer, lorsque la discrétisation d'une face oblique est réalisée par des mailles rectangulaires, une expression modifiée du flux thermique

$$q_d = q_r \frac{S_r}{S_d} \quad (IX.3)$$

Compte tenu de la relation IV.4, on aura donc

$$q_d = \left\{ h(T_G - T_S) + \sigma^* \epsilon^* (T_G^4 - T_S^4) \right\} \frac{S_r}{S_d} \quad (IX.4)$$

Si on néglige l'influence du terme conductif devant celle du terme radiatif (voir figure IV.5), on obtiendra donc une bonne description de la réalité, en conservant la même expression IV.4 pour calculer le flux thermique, mais en considérant une valeur modifiée de l'émissivité relative

$$\epsilon_{\Delta}^* = \epsilon^* \frac{S_r}{S_d} = \epsilon^* \frac{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}{L_1 + L_2} \quad (IX.5)$$

Comme, dans ce cas, on veut représenter $\epsilon^* = 0,45$, et comme $L_1 = 11 \text{ cm}$ $L_2 = 8,5 \text{ cm}$, on introduira au niveau des données $\epsilon_{\Delta}^* = 0,321$.

Grâce à la considération des conditions d'échange thermique exposées ci-dessus, la correspondance entre les températures calculées et les températures relevées est satisfaisante. Les différences dépassent rarement 50°C.

IX.2 - STABILITE

Comme on l'a déjà signalé, cet essai est le seul pour lequel la charge était exactement centrée. Nous allons montrer l'importance que cette condition peut avoir sur les résultats. Il apparaîtra aussi clairement que cette étude de sensibilité (en anglais : sensitive analysis) n'est possible que grâce à l'utilisation d'une méthode de calcul numérique telle que celle qui a été développée dans le cadre de cette étude.

On a calculé la durée de résistance au feu de la colonne en combinant plusieurs valeurs des deux paramètres suivants :

l'excentricité de la charge appliquée e

l'imperfection maximale de la colonne avant l'application de la charge ΔH .

En effet, à cause de l'imperfection liée aux profils laminés et à cause des déformations de soudage, le profil mixte ne sera pas parfaitement rectiligne. Nous représenterons cette imperfection de construction par une déformée sinusoïdale dont l'amplitude vaut ΔH à mi-hauteur de la colonne.

Pour $e = 0$ (situation de l'essai), on a calculé la résistance au feu pour 5 valeurs de ΔH comprises entre 0,1 mm et 4,14 mm ($=H/1000$)

Pour $e = 2,5$ mm, on a calculé la résistance au feu pour $\Delta H=0,1$ mm, $\Delta H=2$ mm et $\Delta H = 4,14$ mm

Pour $e = 5$ mm, on a calculé la résistance au feu pour les deux valeurs extrêmes : $\Delta H = 0,1$ mm et $\Delta H = 4,14$ mm.

Ces résultats nous ont permis de tracer les trois courbes de la figure IX.5.

On constate ainsi que lorsque l'excentricité de la charge est nulle, le résultat est très sensible à la valeur de l'imperfection initiale. R_f augmente de 38 minutes lorsque l'imperfection passe de 4,14 à 0,1 mm. Par contre, lorsque la charge est appliquée avec une excentricité de 5 mm, le résultat ne change que de 14 minutes pour une même variation de ΔH . Il serait donc préférable de toujours effectuer les essais sur colonnes en imposant une valeur minimale de l'excentricité puisque, lorsque cette excentricité est nulle, on peut rencontrer un résultat d'essai particulièrement favorable si, par hasard ou par un fait exprès, la colonne testée est presque rectiligne. Or, pour les structures qui seraient réellement contruites par la suite, on pourrait rencontrer des imperfections plus élevées et donc des résistances au feu beaucoup plus faibles.

On peut conduire le même raisonnement à propos de l'erreur de positionnement de la charge.

Si R_f est sensible à ΔH lorsque $e = 0$
alors R_f est très sensible à Δe lorsque $e = 0$

En effet, la sensibilité du résultat est encore plus grande à l'erreur de positionnement puisque celle-ci affecte la colonne sur toute sa hauteur alors que l'imperfection initiale ne présente pas sa valeur maximale ΔH sur toute cette hauteur. De nouveau on en arrive à la même conclusion : afin de limiter les effets d'une erreur de positionnement de la charge, il conviendrait d'imposer une valeur minimale de l'excentricité de cette charge.

La durée de résistance au feu observée lors de l'essai était de 172 minutes. Quant à la colonne, sa déformée initiale était trop faible pour être observée à l'échelle du millimètre. Si on considère que la simulation conduite avec $e = 0$ et $\Delta H = 0,5$ mm représente le mieux la réalité, on obtient comme résultat du calcul : $R_f = 186$ minutes ($\frac{186}{172} = 1,08$). Si on prenait en compte une légère excentricité de la charge qui a pu réellement exister, le résultat du calcul s'approcherait encore davantage de la réalité. Les figures IX.6a et IX.6b, valables pour $e = 0$ et $\Delta H = 2$ mm, montrent que l'allure des déplacements calculés est tout-à-fait semblable à ce qui a été mesuré.

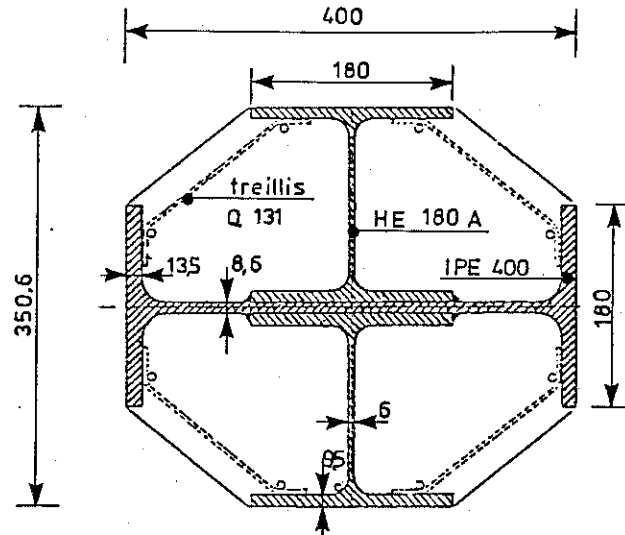


Figure IX 1 Test 1.4

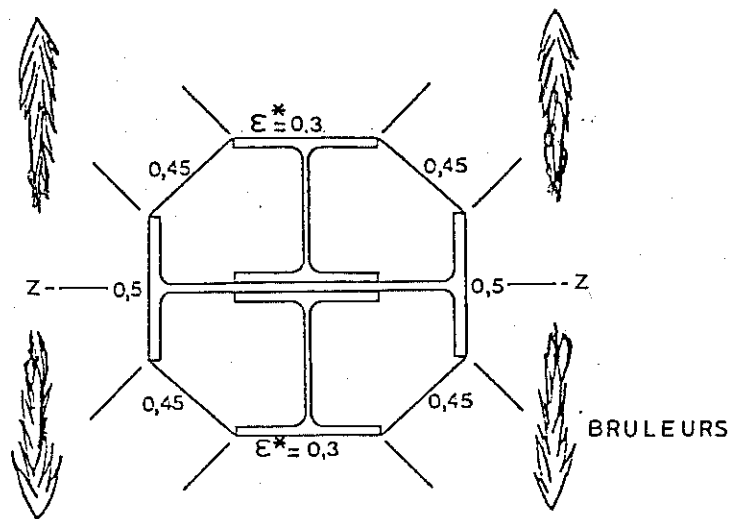


Figure IX 2 Disposition des brûleurs

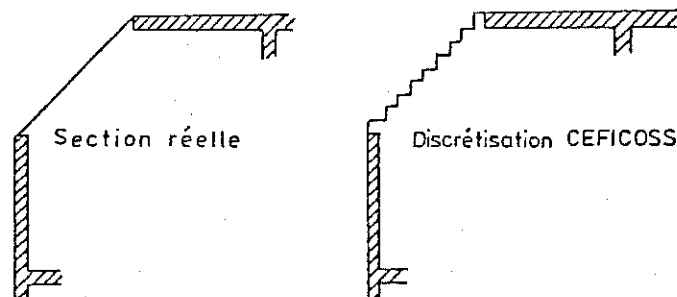


Figure IX 3 Face oblique

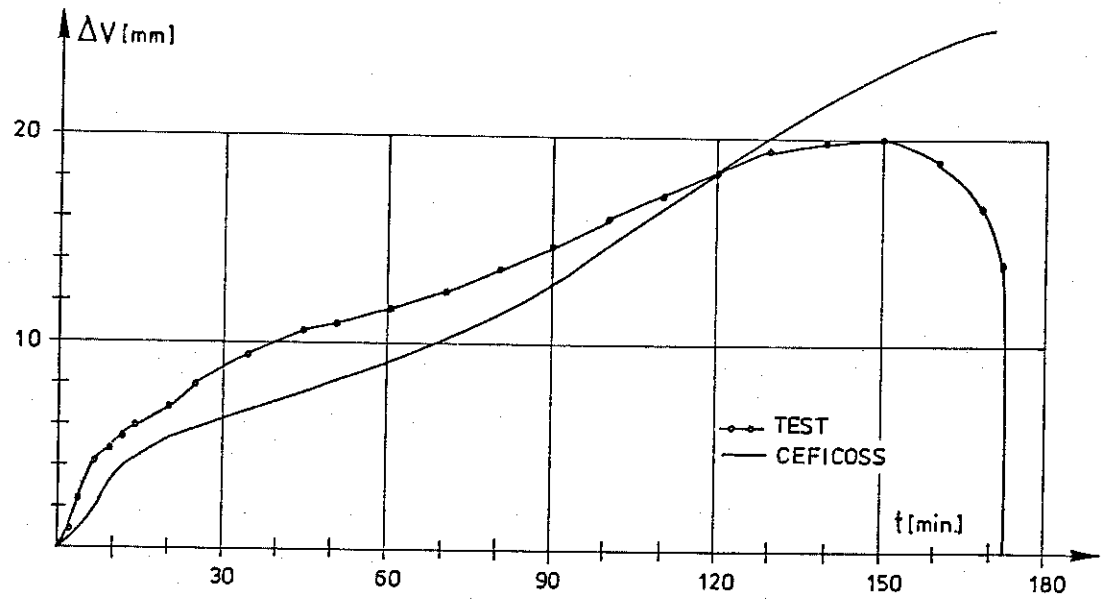


Figure IX 6a. Déplacement axial

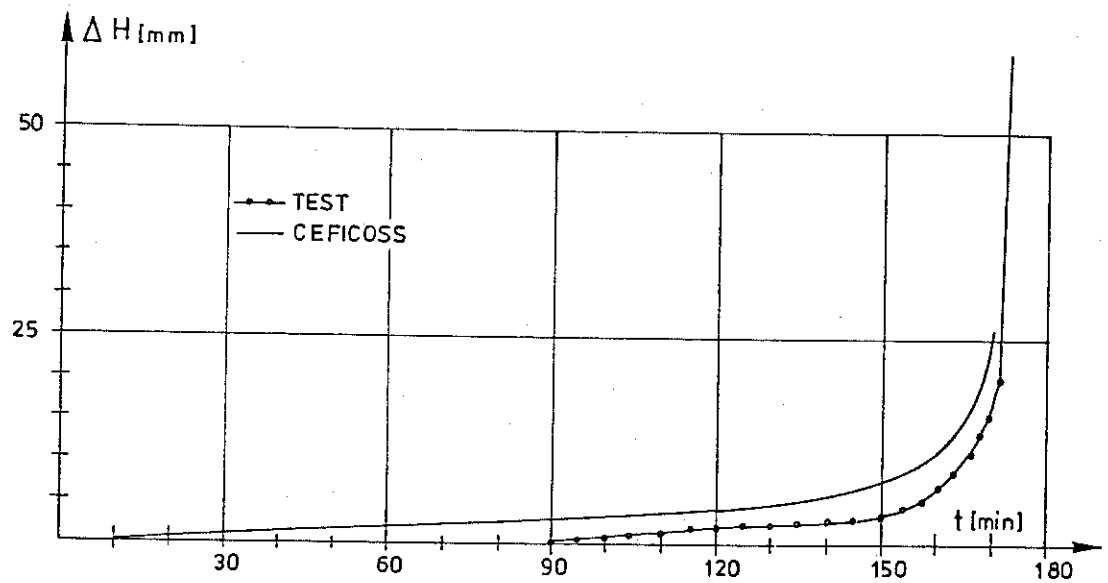


Figure IX 6b. Déplacement latéral

CHAPITRE X - POUTRES MIXTES

L'un des grands avantages de la méthode de calcul présentée dans le cadre de cette étude est de permettre l'analyse de différents types de structure : colonnes, poutres ou cadres.

Après avoir vérifié la bonne concordance entre les résultats du calcul et la réalité pour plusieurs colonnes, il était absolument nécessaire de poursuivre la même démarche à propos d'essais réels sur des poutres. En effet, le comportement de celles-ci est tout différent de celui des colonnes et les comparaisons satisfaisantes réalisées dans un cas ne permettent pas d'extrapoler pour l'autre situation.

C'est pourquoi furent réalisés dans les laboratoires du Professeur Minne quatre essais de résistance au feu sur poutres mixtes: deux essais sur poutres isostatiques et deux essais sur des poutres hyperstatiques [M5].

Ce chapitre présente ces quatre tests ainsi que certains enseignements qui ont pu être dégagés grâce à l'application de la méthode de calcul numérique.

X.1 - POUTRES ISOSTATIQUES

Deux essais ont été réalisés sur des poutres mixtes d'une portée de 6 m simplement posées sur leurs deux appuis d'extrémité. Dans chacun des deux cas, deux vérins introduisent des efforts concentrés au quart et aux trois quarts de la portée.

X.1.1 - Poutre avec dalle collaborante (test 2.11)

Un profil HE300AA, renforcé par 4 $\emptyset$ 25, supporte une dalle de béton de 14 cm d'épaisseur et de 190 cm de largeur. Comme le montre la figure X.1, la solidarisation entre le profil et la dalle est assurée par des goujons connecteurs. Le tableau suivant donne quelques valeurs caractéristiques de l'essai.

émissivité relative	$\epsilon_a^* = 0,50$
	$\epsilon_b^* = 0,45$
teneur en eau	$p = 40 \text{ L/m}^3$
charge des vérins	$P = 110,7 \text{ kN}$
armatures	$\sigma_y = 48,7 \text{ kN/cm}^2$
profil	$\sigma_y = 29,5 \text{ kN/cm}^2$
béton	$R'_w = 4,5 \text{ kN/cm}^2$

Les brûleurs du four à poutres fonctionnant également au gaz, on a choisi pour les coefficients d'échanges thermiques les mêmes valeurs que pour les essais réalisés dans le four à colonnes. Moyennant quoi, les températures calculées s'écartent rarement de plus de 50°C par rapport à la réalité.

La figure X.2 montre l'évolution au cours du temps de la flèche au centre de la poutre. On constate que les déplacements calculés s'accordent très bien à la réalité, tant par l'allure de la courbe que par les valeurs observées. Ainsi, le critère de la flèche ($f = L/30 = 20\text{cm}$) est atteint après 171 minutes dans la réalité alors que la simulation donne un résultat de 165 minutes ($\frac{165}{171} = 0,96$).

L'essai a dû être stoppé après une durée de 206 minutes car l'allongement maximum des vérins était atteint. La flèche, à ce moment, était de 32,8 cm. La vitesse de déformation à la fin de l'essai était de 0,5 cm/minute. Le critère de vitesse défini par Ryan et Robertson [R3] ($\frac{df}{dt} = \frac{L^2}{9000h} = 1,14 \text{ cm/minute}$) n'a donc pas pu être atteint.

Distribution des contraintes

Sous l'effet des gradients de température apparaissant sur la section droite, des contraintes thermiques très importantes prennent naissance. De la sorte, l'état de contraintes est totalement modifié et ne correspond plus à ce qu'on pourrait attendre d'une poutre fléchie: fibre supérieure comprimée et fibre inférieure tendue.

La figure X.3 montre, après une exposition au feu de 60 minutes, la frontière entre les zones comprimées et les zones tendues. Cette répartition des contraintes a reçu, dans une certaine mesure, une confirmation expérimentale. En effet, lors de la première partie de l'essai, la vapeur d'eau qui se dégage dans le béton migre vers la partie supérieure de la dalle pour se condenser à la surface. Bien entendu, les fissures créées par un état de traction constituent un chemin préférentiel pour cette migration. A la surface de la dalle, les fissures sont donc clairement marquées par l'eau qui suinte. Or, on constate pour les essais sur poutres mixtes que ces fissures sont beaucoup plus nombreuses dans la partie centrale de la dalle (zone B-C sur la figure X.3) que dans les parties extérieures (zone A-B).

Vers la fin de l'essai, les déformations donnant lieu à contraintes deviennent prépondérantes et la distribution des zones tendues (voir fig. X.4) devient plus conforme à ce qu'on observe à température ordinaire.

Influence des contraintes thermiques

Bien entendu, ces contraintes thermiques ne sont pas sans effet sur la déformée de la poutre. Grâce à la méthode de calcul développée, on a pu simuler le comportement de la poutre mixte soumise aux effets de l'incendie mais libérée de toute charge extérieure. La déformée que l'on calcule ainsi est uniquement due aux contraintes thermiques.

L'évolution de cette flèche thermique est présentée à la figure X.2. On constate sur ce diagramme que, durant les 20 premières minutes de l'essai la flèche de la poutre 2.11 était presque entièrement due aux gradients thermiques. Par la suite, les déformations thermiques augmentent beaucoup plus lentement, alors que les dégradations des qualités mécaniques des matériaux à cause de l'élévation de température accentuent de plus en plus leurs effets.

Cette importance des gradients thermiques sur la déformée des structures isostatiques est bien connue. Elle est par exemple très bien décrite dans [D7], surtout pour les éléments en acier ou en béton. C'est cependant la première fois que des informations quantitatives peuvent être fournies à propos de ce phénomène dans les poutres mixtes.

X.1.2 - Poutre avec dalle non collaborante (test 2.14)

Dans certains cas, on peut être amené à utiliser une poutre mixte semblable à la poutre 2.11 mais où la dalle en béton est simplement posée sur le profil métallique, sans aucune solidarisation. La réalisation est ainsi simplifiée et moins coûteuse. Si la dalle en béton ne participe pas à la reprise des efforts, elle joue un certain rôle sur la répartition de température dans le profil.

Comme le comportement de cette poutre peut différer sensiblement de celui d'une poutre avec dalle collaborante, un essai a été réalisé pour vérifier la validité des résultats fournis par le calcul dans ce cas particulier.

Pour des raisons pratiques liées aux conditions d'essais (assurer en permanence la fermeture du four et le contact entre dalle et profil), la dalle en béton a été remplacée par des éléments préfabriqués en béton cellulaire (figure X.5).

Afin de mettre en évidence la perte de résistance due à la suppression de la dalle collaborante, on a modifié l'effort appliqué aux vérins pour que la charge totale (vérins + poids propre) soit la même que pour l'essai 2.11. Le tableau suivant donne quelques valeurs caractéristiques de l'essai.

béton cellulaire	$\lambda = 0,168 + 0,008 T/100$	W/mK
	$c = 850$	J/KgK
	$\rho = 700$	kg/m3
charge des vérins	$P = 127$ kN	
armatures	$\sigma_y = 48,7$ kN/cm2	
profil	$\sigma_y = 28,5$ kN/cm2	

On signalera que pour cette poutre la charge appliquée correspond à peu près à la charge de service. En effet, la flèche mesurée avant le début de l'incendie était de 20,5 mm, c'est-à-dire environ $L/300$.

Bien entendu, à cause de la rigidité plus faible de la section, la déformée s'accroît plus rapidement dans ce cas-ci que dans le cas de la poutre 2.11. La figure X.6 nous montre que le critère de la flèche ($f = L/30$) est dépassé après 92 minutes d'essais alors que le calcul donne une résistance de 90 minutes ($\frac{90}{92} = 0.98$)

Après 101 minutes, l'essai a dû être arrêté car les vérins avaient atteint leur course maximum. A ce moment, la vitesse de déformation était de 0,7 cm/minute, donc bien inférieure à la valeur de Ryan et Robertson [R3], $\frac{df}{dt} = 1,89$ cm/minute.

X.2 - POUTRES HYPERSTATIQUES

On a déjà signalé qu'un des avantages d'une méthode de calcul des éléments soumis au feu devrait être de permettre l'analyse de systèmes qu'il est difficile de tester lors d'un essai réel. Les poutres hyperstatiques sont de ce type. Afin de vérifier la bonne concordance entre les résultats du calcul et la réalité, deux poutres hyperstatiques ont été testées à l'Université de Gent. Deux problèmes particuliers sont apparus lors des essais à cause de l'hyperstaticité des poutres.

1. Réalisation pratique de l'hyperstaticité

Notre intention était de réaliser une poutre sur deux appuis, simplement appuyée à une extrémité et encastrée à l'autre. Dans ce but, la poutre comportait une partie en porte-à-faux, située en dehors du four (voir fig. X.9). En agissant sur la force P_1 tout au long de l'essai, il devait être possible d'empêcher la rotation de la poutre sur son appui B. Il était donc nécessaire de mesurer cette rotation de manière continue, afin de pouvoir agir sur P_1 et maintenir une rotation nulle. Or, à cause d'une conception trop rudimentaire, le système de mesure de cette rotation n'a pas fourni des indications suffisamment précises et la force P_1 a dû être ajustée au mieux, suivant les indications fournies par le système de mesure. Toutefois, la valeur imposée à cette charge P_1 a été enregistrée tout au long de l'essai. Nous connaissons ainsi à chaque instant la valeur du moment négatif qui a été appliqué à l'appui B. Afin d'effectuer les comparaisons entre calcul et réalité, nous avons donc réalisé la simulation en considérant une poutre sur deux appuis simples soumise, en plus des deux charges concentrées P , à un moment M_B appliqué à une de ses extrémités et dont la valeur varie au cours de l'essai.

De la sorte, on pourra montrer que la méthode de calcul fournit des résultats valables pour une poutre qui est soumise à de la flexion positive et à de la flexion négative, le diagramme des moments variant au cours du temps. C'est bien là le type de sollicitation d'une poutre hyperstatique.

Au niveau de la résolution cependant, on doit rester attentif au fait que l'hyperstaticité du système a en fait été levée puisque une condition d'appui (rotation nulle) a été transformée en un effort appliqué (le moment M_B). Il nous restera donc à démontrer par la suite l'aptitude du programme de calcul à traiter de structures réellement hyperstatiques en tenant compte par lui-même de la modification des sollicitations due aux effets thermiques.

2. Champ de température réel

Dans le chapitre IV, nous avons signalé que les températures à l'intérieur des éléments sont calculées suivant l'hypothèse d'une distribution bidimensionnelle. On considère que les températures ne varient pas selon l'axe de l'élément. Or, à cause du porte-à-faux situé

en dehors du four, cette hypothèse n'est manifestement pas valable dans ce cas. Une partie des calories qui pénètrent dans la poutre sous l'action de l'incendie se déplace par conduction vers la partie en porte-à-faux dont la température est moins élevée. Le champ de température aux alentours de l'appui B est donc tridimensionnel.

La discussion ci-dessous explique la manière approchée dont nous tentons de tenir compte de ce phénomène. Elle est basée sur le système d'axes définis par la figure IV.6, c'est-à-dire
axe x = axe longitudinal de l'élément
axes y,z = axes situés dans le plan de la section droite.
On se référera avantageusement à la figure X.7.

Dans la partie centrale de la poutre, la perte de chaleur par les appuis n'a que des effets infimes et le champ de température est bien bidimensionnel. On a donc :

$$\text{au milieu de la travée} \quad T = T_2(y, z, t) \quad (X.1)$$

Tout à l'extrémité du porte-à-faux, le réchauffement de la poutre est négligeable, à cause de l'éloignement de l'appui. On a donc :

$$\text{à l'extrémité du porte-à-faux} \quad T = T_0 = 20^\circ\text{C} \quad (X.2)$$

Dans les zones proches de l'appui B, on sait que le champ de température est tridimensionnel, ce que nous exprimerons par :

$$\text{près de l'appui B} \quad T = T_3(x, y, z, t) \quad (X.3)$$

Comme la connaissance de T_0 est immédiate et que nous pouvons déterminer T_2 grâce à la méthode de calcul établie, cherchons à exprimer T_3 en fonction de ces deux grandeurs connues. En toute généralité, on peut écrire :

$$T_3(x, y, z, t) = T_0 + (T_2(y, z, t) - T_0) \frac{T_3(x, y, z, t) - T_0}{T_2(y, z, t) - T_0} \quad (X.4)$$

ou encore

$$T_3(x, y, z, t) = T_0 + (T_2(y, z, t) - T_0) \cdot \psi(x, y, z, t) \quad (X.5)$$

$$\text{si } \psi(x, y, z, t) = \frac{T_3(x, y, z, t) - T_0}{T_2(y, z, t) - T_0}$$

L'équation X.5 exprime simplement que l'accroissement de température dans la zone d'appui est plus faible et ne vaut qu'une fraction de l'accroissement de température dans la zone centrale. On a simplement déplacé le problème vers la connaissance du champ $\psi (x, y, z, t)$.

Or, au cours des essais, on a relevé l'évolution des températures pour différents endroits de la section droite

à mi-travée

50 cm à gauche de l'appui B

25 cm à gauche de l'appui B

au droit de l'appui B

25 cm à droite de l'appui B

On peut alors calculer, à postériori, pour différentes abscisses x la valeur de la fonction réductrice de la température $\psi (x)$ comme étant la moyenne du champ réducteur $\psi (x, y, z, t)$

$$\psi (x) = \frac{1}{\Omega} \frac{1}{Rf} \int_0^{Rf} \int_{\Omega} \psi (x, y, z, t) d\Omega dt \quad (X.6)$$

On considère alors, comme approximation de X.5

$$T_3(x, y, z, t) = T_0 + (T_2 (y, z, t) - T_0) . \psi(x) \quad (X.7)$$

Cette manière de procéder présente deux limitations.

1. Les valeurs de la fonction réductrice de la température ne peuvent résulter que de mesures. De plus, cette fonction est différente pour chaque type de section droite.
2. En découplant la variable x des trois variables y, z et t , on suppose en fait que, à tout instant, le dessin des isothermes dans la zone d'appui présente la même forme, mais avec des valeurs réduites, que dans la zone centrale. Rigoureusement, cela n'est pas exact.

Nous estimons toutefois que le procédé expliqué ci-dessus permet, très simplement, de représenter la réalité de manière satisfaisante et de dégager des indications qualitatives à propos de l'influence de la perte axiale de chaleur.

Pour les deux poutres des essais 2.12 et 2.13, on a trouvé qu'une fonction réductrice linéaire, valant 1 à une distance de 60 cm à gauche de l'appui B et valant 0 à une distance de 30 cm à droite de l'appui B, pourrait convenir. La figure X.8 où est représentée cette fonction, montre que son effet n'est pas très étendu.

X.2.1 - Poutre non renforcée (test 2.12)

La poutre 2.12 présente la même section droite que la poutre 2.11 (voir figure X.1), hormis la largeur de la dalle collaborante qui est cette fois de 150 cm au lieu de 190 cm. (La largeur effective d'une dalle collaborante est fonction de la distance entre points de moment nul. Elle est donc réduite pour une poutre encastrée). La charge totale est identique à celle de l'essai 2.11 et les qualités des matériaux sont assez semblables.

Armatures $\sigma_y = 48,1 \text{ kN/cm}^2$

Profil $\sigma_y = 26,4 \text{ kN/cm}^2$

Béton $R'_w = 4,5 \text{ kN/cm}^2$

On veut ici mettre en évidence le gain de résistance au feu obtenu par l'encastrement d'une des extrémités, sans qu'aucune disposition particulière ne soit adoptée pour la reprise du moment négatif.

La figure X.9 montre l'évolution au cours du temps du moment appliqué en B.

Sur la figure X.10 on constate que les déformations sont correctement calculées. Les ressauts qui se trouvent sur la courbe calculée correspondent aux instants où on a modifié la charge P_1 et donc le moment M_B . Le critère du trentième de la portée est atteint après 244 minutes au cours de l'essai, alors que le calcul fournit une durée de 235 minutes ($\frac{235}{244} = 0,96$).

L'essai réel a dû être arrêté après 258 minutes, à cause d'un vérin qui avait atteint sa course maximum. A ce moment, la déformation était en augmentation rapide (1 cm/minute). Une rotule plastique venait en effet de se produire à un mètre de l'appui B (effet de refroidissement longitudinal), caractérisée par d'importantes fissures dans la

dalle ainsi que par le voilement de l'aile inférieure du profilé.

Encastrement parfait

Comme on l'a déjà expliqué, le système analysé ci-dessus est isostatique et, de plus, la rotation de l'appui B n'a pas pu être empêchée de manière certaine. Nous avons donc analysé la poutre 2.12 en bloquant lors du calcul la rotation de l'appui B. (La fonction réductrice de la température est toujours d'application ici). La figure X.9 montre quelle est alors l'évolution du moment d'encastrement qui, dans ce système hyperstatique, subit de fortes variations à cause des contraintes thermiques. On constate que, lors de l'essai réel, le moment imposé à l'appui était trop faible pour empêcher totalement la rotation, mais que l'allure générale était correcte.

Sur la figure X.11 on a dessiné le diagramme des moments tel qu'il se présente dans la poutre encastrée avant le début de l'incendie et tel qu'il se présente lorsque M_B est maximum, c'est-à-dire après 13 minutes. On constate combien les sollicitations sont modifiées lors de l'incendie. A certains endroits, le moment fléchissant change de signe. A l'encastrement, il est multiplié par 2,75. Il est donc essentiel que la redistribution des sollicitations qui a lieu dans les structures hyperstatiques soit correctement prise en compte dans le calcul si on veut représenter la réalité de manière satisfaisante. Au niveau des dispositions constructives, on remarquera que l'étendue de la poutre qui est sollicitée en flexion négative passe de 1,20 m à 3 m. La longueur des éventuelles barres d'acier destinées à reprendre les moments négatifs devrait tenir compte de cet effet.

X.2.2 - Poutre renforcée sur l'appui (test 2.13)

Le test 2.13 est réalisé sur une poutre dont la section droite est semblable à celle de la poutre 2.12, hormis le fait que 8 barres de 25 mm sont placées dans la dalle en béton pour reprendre les moments négatifs dus à l'encastrement. Afin de couvrir toute la zone qui peut être soumise à de la flexion négative, (voir fig. X.11), ces barres s'étendent jusqu'à une distance de 3,50 m à gauche de l'appui B.

Comme les qualités des matériaux sont pratiquement les mêmes que pour l'essai 2.12 et que la poutre a été rigidifiée par la présence de 8 barres en acier, il est nécessaire d'augmenter la charge totale si on veut maintenir la durée de l'essai dans des limites acceptables. Ainsi, portant l'effort de chaque vérin à 150 kN, on a multiplié la charge totale par 1,6.

Sur la figure X.12, on constate que les déplacements calculés concordent bien avec la réalité. Le critère du trentième de la portée est atteint après 178 minutes lors de l'essai, alors que le calcul donne un résultat de 187 minutes ($\frac{187}{178} = 1,05$). Lorsque l'essai fut stoppé (fin de course d'un vérin) après 187 minutes, la vitesse de déplacement n'était que de 0,3 cm/minute. A ce moment, une rotule plastique venait de se former au droit de l'encastrement, caractérisée par un grand nombre de fissures d'ouverture limitée.

X.2.3 - Influence des pertes de chaleur axiales

Au cours de cette campagne d'essais, nous avons eu l'attention attirée sur la perte de chaleur au voisinage des appuis surtout pour les deux poutres hyperstatiques, à cause de la partie en encorbellement qui était située hors du four. Dans la réalité cependant, ce phénomène de refroidissement axial pourrait tout aussi bien se produire pour des liaisons isostatiques. En effet, l'isostaticité ou l'hyperstaticité d'un appui (ou plutôt d'une structure) dépend uniquement de la rigidité des assemblages et de la manière dont les efforts peuvent être transmis. La perte de chaleur, par contre, est conditionnée par l'existence de chemins conductifs, c'est-à-dire par des contacts physiques, et par la masse des zones voisines non soumises à l'incendie. De manière générale, une poutre ou une colonne sera toujours en liaison physique avec le mode extérieur même si aucune disposition constructive n'est prise pour assurer la transmission d'efforts.

Nous voulons livrer ici quelques réflexions et quelques informations qui, sans donner une solution complète au problème, permettent de dégager certains enseignements intéressants.

X.2.3.1 - Colonnes

Les colonnes sont, en général, soumises à l'incendie par leurs quatre faces. Comme, le plus souvent, la section droite possède deux axes de symétrie, les gradients thermiques sont répartis symétriquement sur la section droite et ne produisent pas de déplacements dus aux contraintes thermiques, comme c'était le cas dans les poutres. Les déplacements qui se produisent durant l'incendie sont dus aux pertes de rigidité des matériaux sous l'action de l'élévation de température.

Plaçons nous dans le cas où des déplacements transversaux importants peuvent apparaître : colonne biarticulée soumise sur toute sa hauteur à un moment important. Supposons également que seule une partie H^* de la hauteur totale H de la colonne soit placée dans le four et que les deux extrémités soient complètement soustraites à l'influence de l'incendie (voir figure X.13). On peut calculer, en fonction du rapport H^*/H le déplacement longitudinal relatif $\frac{\Delta V^*}{\Delta V}$ et le déplacement latéral relatif $\frac{\Delta H^*}{\Delta H}$

si ΔV et ΔH se rapportent à la colonne soumise au feu sur toute sa hauteur H

on obtient ainsi les expressions approchées suivantes

$$\frac{\Delta V^*}{\Delta V} = \frac{H^*}{H} \quad (X.8)$$

$$\frac{\Delta H^*}{\Delta H} = 2 \frac{H^*}{H} - \left(\frac{H^*}{H} \right)^2 \quad (X.9)$$

Ces résultats peuvent se mettre sous la forme d'un tableau.

$\frac{H^*}{H}$	$\frac{\Delta V^*}{\Delta V}$	$\frac{\Delta H^*}{\Delta H}$
1,00	1,00	1,00
0,90	0,90	0,99
0,80	0,80	0,96
0,70	0,70	0,91

Ainsi donc, une colonne dont on aurait protégé 10 % de la longueur à chaque extrémité, verrait son allongement réduit de 20 % alors que les déplacements transversaux (et donc aussi la résistance au feu) n'en seraient pratiquement pas influencés. Cette conclusion a été vérifiée numériquement sur la colonne 1.1.

Colonne 1.1.

$H = 424 \text{ cm}$	$H^* = 339 \text{ cm}$	
$\Delta V = 1,02 \text{ cm}$	$\Delta V^* = 0,78 \text{ cm}$	} Après 46 minutes
$\Delta H = 2,89 \text{ cm}$	$\Delta H^* = 2,85 \text{ cm}$	
$R_f = 47 \text{ min.}$	$R_f^* = 47 \text{ min.}$	

A plusieurs reprises dans les chapitres précédents, on avait pu remarquer que le déplacement axial calculé était plus important que celui observé dans la réalité, alors que les déplacements latéraux calculés étaient en assez bon accord avec l'essai (voir fig. VI.18, VI.21, VII.10, VII.15, VIII.8 et VIII.9). L'explication de cette divergence tient peut-être à l'effet de refroidissement axial mis en évidence ci-dessus. En effet, lors des essais, il est nécessaire de protéger les appareils d'appuis de l'action des brûleurs. Pour ce faire, les appuis sont rejetés quelque peu vers l'extérieur du four et la colonne se trouve en fait dans la situation correspondant au schéma de droite sur la figure X.13. Dans les calculs exposés précédemment on n'a pas tenu compte de ce phénomène. On a donc surestimé les déplacements axiaux alors que les déplacements transversaux et la résistance au feu étaient correctement évalués.

X.2.3.2. - Poutres isostatiques

Une poutre simplement posée sur ses deux appuis d'extrémité voit sa flèche augmenter lors d'un incendie sous l'action conjuguée de deux phénomènes, d'une part la perte de rigidité des matériaux sous l'action de la chaleur, d'autre part les déformations thermiques dues aux différences de températures entre la partie inférieure et la partie supérieure de la poutre. Examinons successivement l'influence de ces deux effets.

1. Perte de rigidité

Si la poutre était soumise à un moment de flexion constant sur toute sa portée, on se ramènerait au cas du paragraphe précédent où on a montré que la différence de flèche due au refroidissement axial est négligeable. Comme en fait, les zones proches des appuis subissent toujours les moments les plus faibles, l'influence de la rigidité plus importante de ces parties est encore plus faible que pour les

colonnes. Cet effet peut donc être négligé dans les poutres isostatiques.

2. Flèche thermique

L'effet d'un gradient thermique sur la section droite est de provoquer une courbure de la poutre. Si la distribution de température ne varie pas selon l'axe de la poutre, la courbure est constante sur toute la poutre (fig. X.14) et la déformée qui en résulte est circulaire. Si, à cause de la perte de chaleur axiale, la courbure constante ne s'étend que sur une longueur L^* au centre de la poutre, et qu'elle varie linéairement vers les appuis (fig. X.14), on obtient pour le rapport des flèches thermiques l'expression suivante :

$$\frac{f^*}{f} = 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{L^*}{L} \right)^2 \quad (X.10)$$

Ce résultat peut se mettre sous la forme d'un tableau

$\frac{L^*}{L}$	$\frac{f^*}{f}$
1	1
0,90	1,00
0,80	0,99
0,70	0,97
0,60	0,95

Cet effet est donc encore plus négligeable (rappelons que les coefficients du tableau ci-dessus n'affectent que la flèche thermique).

Ainsi, il n'est absolument pas utile de prendre en compte le refroidissement longitudinal lors du calcul des poutres isostatiques.

On a vérifié numériquement que si on applique à la poutre 2.11 la même fonction réductrice que pour les poutres encastrees (fig.X.8) on obtient après 210 minutes, une flèche de 29,63 cm au lieu de 29,96 cm sans fonction réductrice.

X.2.3.3 - Poutres hyperstatiques

Dans le cas des poutres hyperstatiques, la déformée qui est causée par les gradients de température est plus faible que dans le cas des poutres isostatiques. Comme on a montré ci-dessus que, même dans cette dernière éventualité, l'influence du refroidissement axial sur la flèche thermique est faible, on pense que cette influence pourra, à fortiori, être négligée aussi pour les poutres hyperstatiques.

Plus important est l'effet qu'aura la réduction de température sur le moment de flexion ultime, justement dans la zone où le moment sollicitant est important.

En effet, à l'encastrement, le moment d'encastrement qui était déjà important avant l'incendie, voit sa valeur encore grandir sous l'effet des gradients thermiques (voir figure X.15). D'un autre côté, les moments résistants diminuent au cours du temps sous l'action de la chaleur (fig. X.15). On remarque bien, sur la figure X.15, que l'instant où le moment sollicitant sera égal au moment résistant à l'appui est influencé par la présence d'une fonction réductrice.

Il est toutefois difficile de dégager ici des conclusions de portée générale puisque les modifications des diagrammes de moments sollicitants et de moments résistants et donc les instants où la plastification survient dépendent de nombreux facteurs.

- Formes relatives du diagramme des moments (charges concentrées ou réparties) et de la fonction réductrice de la température (la plastification aura-t-elle lieu en B ou en C sur la figure X.15 ?).
- Forme de la section droite (sévérité des gradients thermiques).
- Rapport entre moment ultime positif et négatif.
- Taux de chargement.

Pour le cas de la poutre 2.12 (avec encastrement parfait), on a relevé le comportement suivant, si on effectue le calcul avec, puis sans fonction réductrice de la température (voir fig. X.16). On vérifie bien, durant la première demi-heure de l'essai, la fonction réductrice n'exerce aucune influence sensible sur le comportement de la poutre, ce qui confirme la très faible sensibilité de la déformée thermique à cette fonction réductrice. Par la suite, le moment sollicitant l'encastrement atteint le moment résistant qui, à cet endroit, est influencé par le refroidissement axial. L'écart entre les deux courbes ne cesse d'augmenter au cours de l'essai.

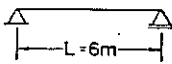
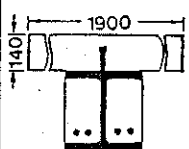
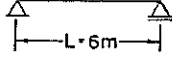
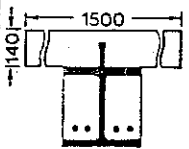
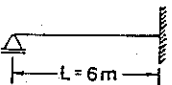
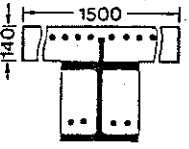
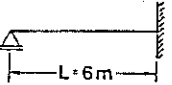
Ainsi, on remarque que le gain de résistance apporté par l'encastrement de la poutre est causé par deux effets différents. Le premier est bien sûr le changement des conditions d'appuis qui rend la structure moins déformable. Le second est le refroidissement de la poutre dans la zone d'appui, ce qui rigidifie encore la poutre. Pour le cas d'une poutre continue sur trois appuis, chargée symétriquement et dont les deux travées seraient soumises à l'incendie (ce qui, statiquement, est équivalent au cas de la poutre 2.12) on obtiendrait une résistance comprise entre 171' (2.11) et 244' (2.12) puisque seul le premier des deux effets décrits ci-dessus pourrait jouer un rôle.

Comme on l'a déjà signalé, les remarques exposées ci-dessus n'ont pas une portée générale. Pour l'exemple 2.13, par exemple, où le moment ultime négatif a été fortement augmenté, la plastification se produit à l'encastrement B, malgré la présence de la fonction réductrice. De ce fait, les différences entre simulations prenant en compte ou négligeant les effets de refroidissement axial sont moins importantes.

X.3 - RESUME

Sur la figure X.17 on présente un tableau reprenant les quatre tests effectués sur des poutres.

Si on prend comme cas de référence celui de la poutre simplement appuyée avec dalle collaborante (2.11), on constate que la suppression de la collaboration de la dalle (2.14) réduit la résistance au feu à 54 % du cas précédent. Par contre, l'encastrement d'une des extrémités, sans aucune disposition particulière pour reprendre les moments négatifs, porte cette résistance à 143 % du cas de référence.

TEST	SECTION DROITE	SCHEMA STATIQUE	CHARGE kN/m	$f \leq L/30$	
				T _{TEST} [Minutes]	T _{CEFI} COSS [Minutes]
2.14			46,1	92'	90'
				(54%)	(98%)
2.11			46,1	171'	165'
					(96%)
2.12			46,1	244'	235'
				(143%)	(96%)
2.13			74,5	178'	187'
					(105%)

Comparaison entre les poutres

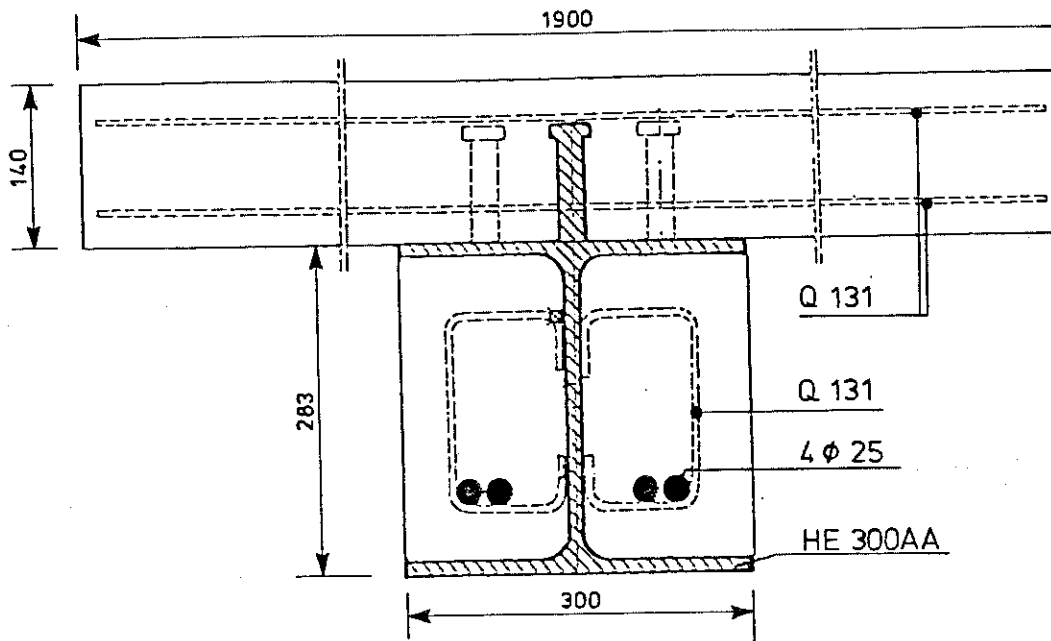


Figure X 1 Test 2.11

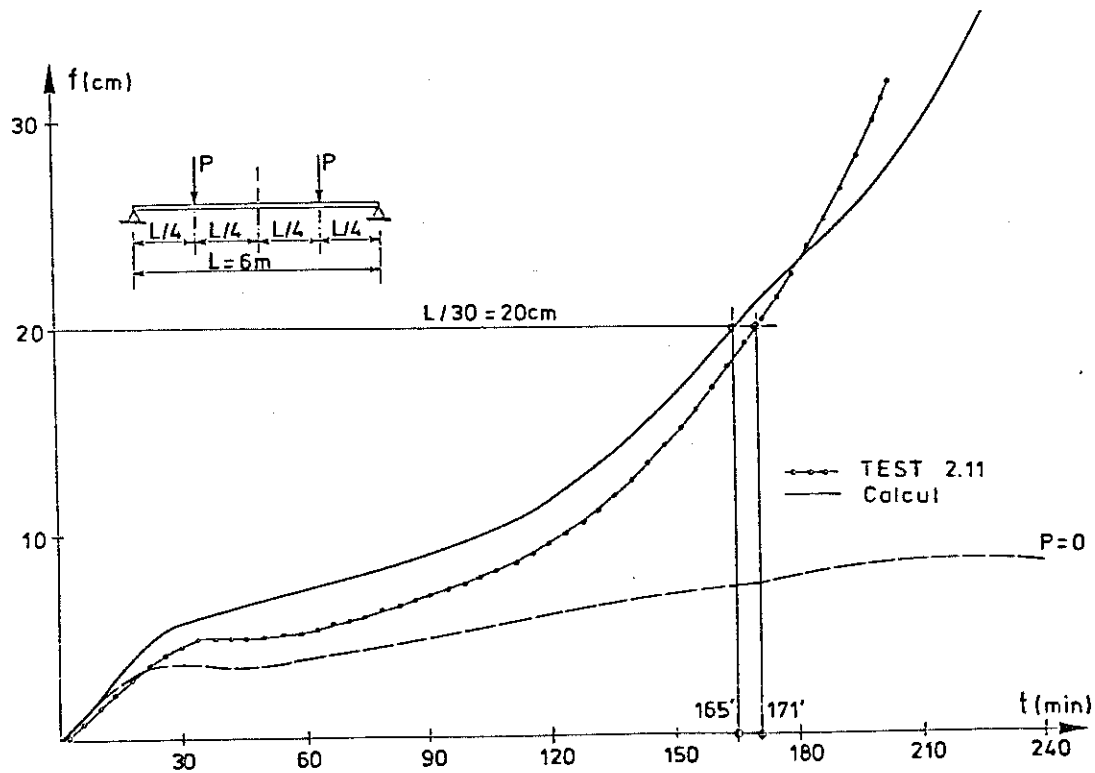


Figure X 2 Test 2.11

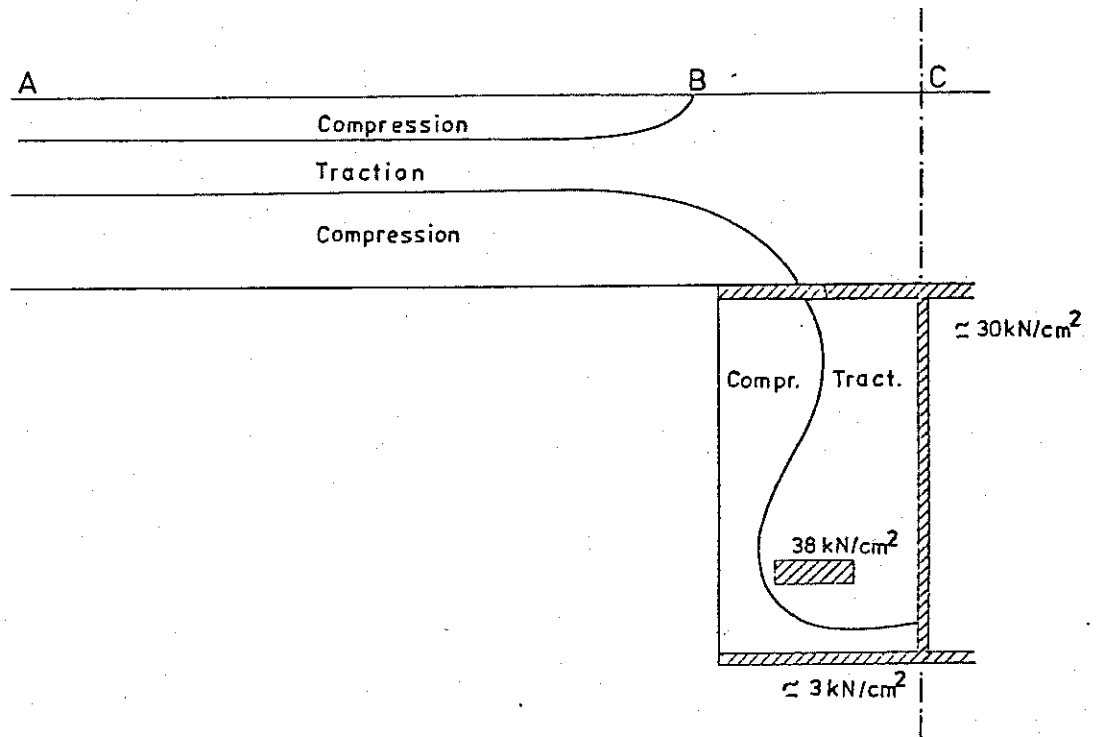


Figure X 3 Test 2.11 après 60 minutes

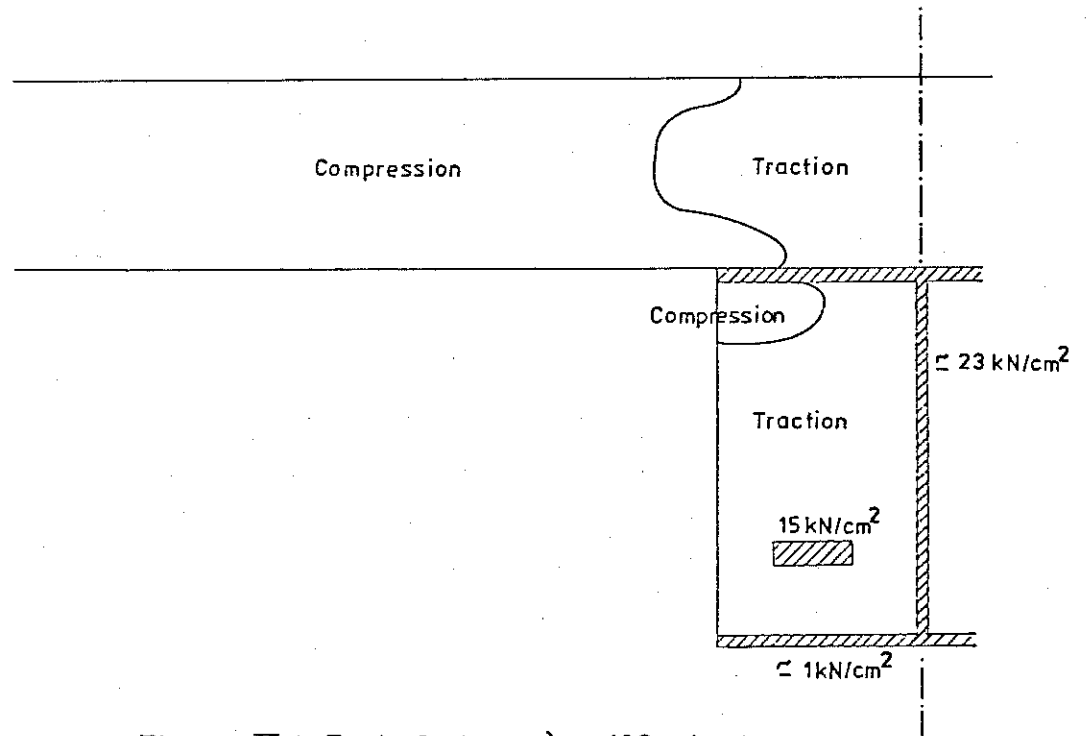


Figure X 4 Test 2.11 après 180 minutes

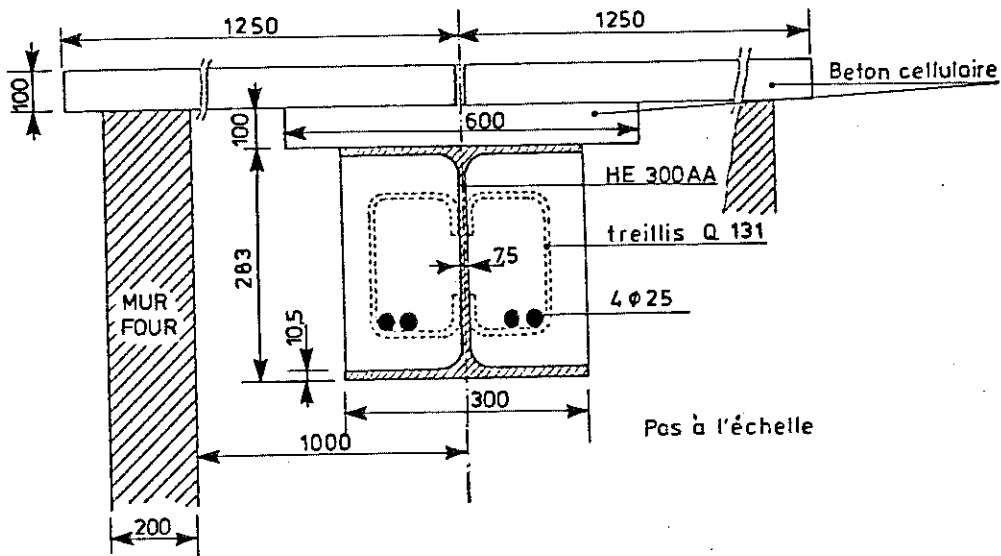


Figure X 5 Test 2.14

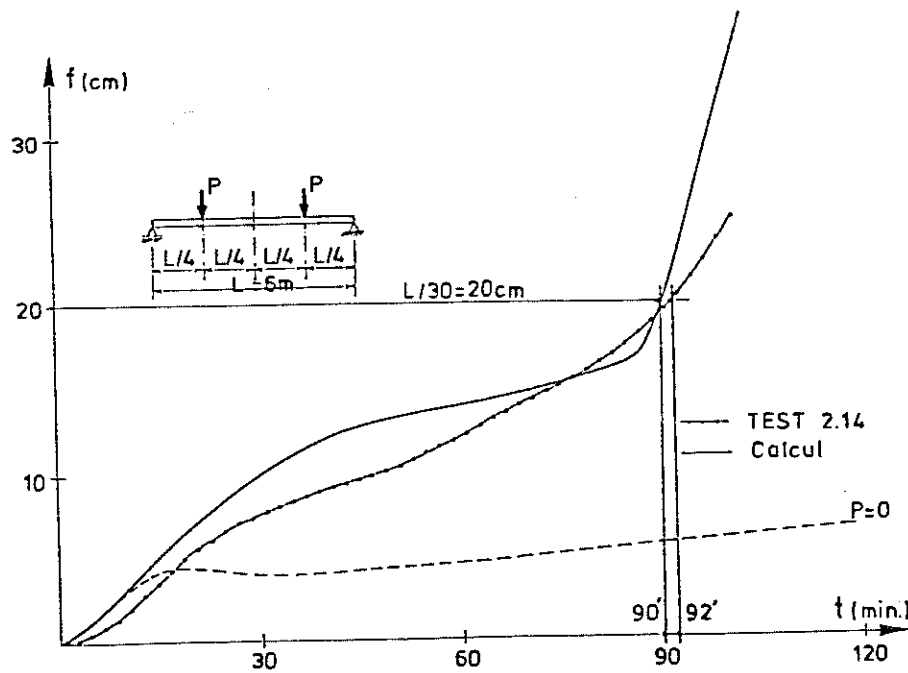


Figure X 6 Test 2.14

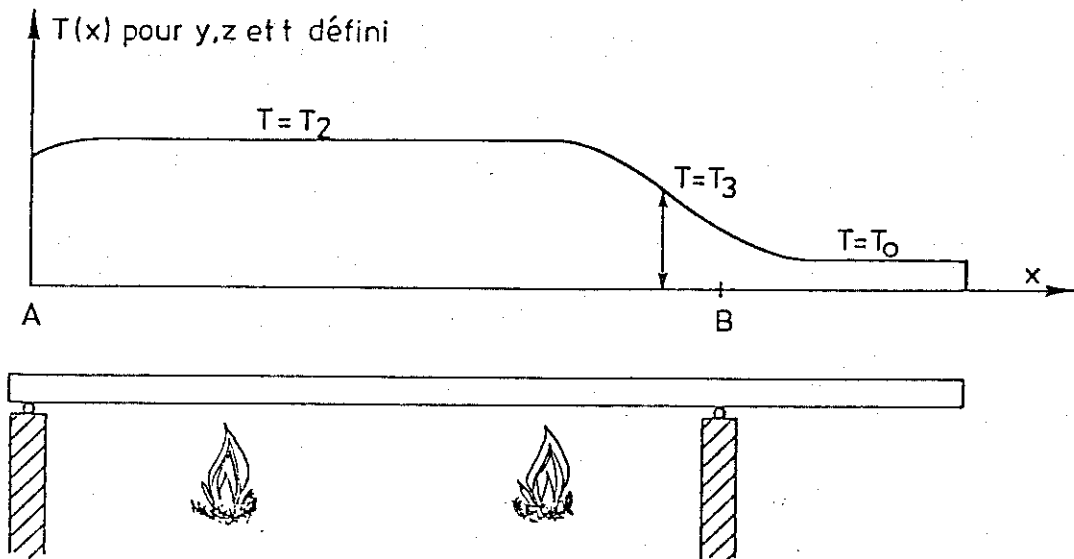


Figure X 7

Distribution de température à un instant donné, pour une fibre donnée.

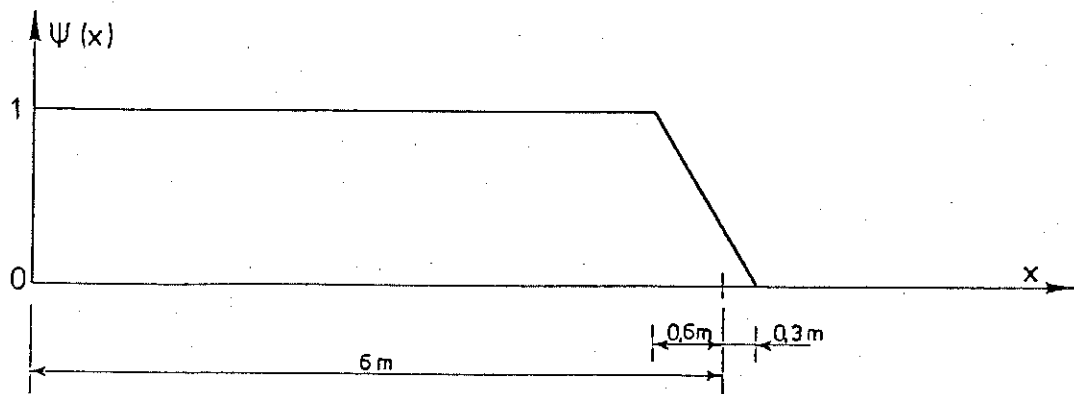


Figure X 8

Fonction réductrice de la température pour les tests 2.12 et 2.13

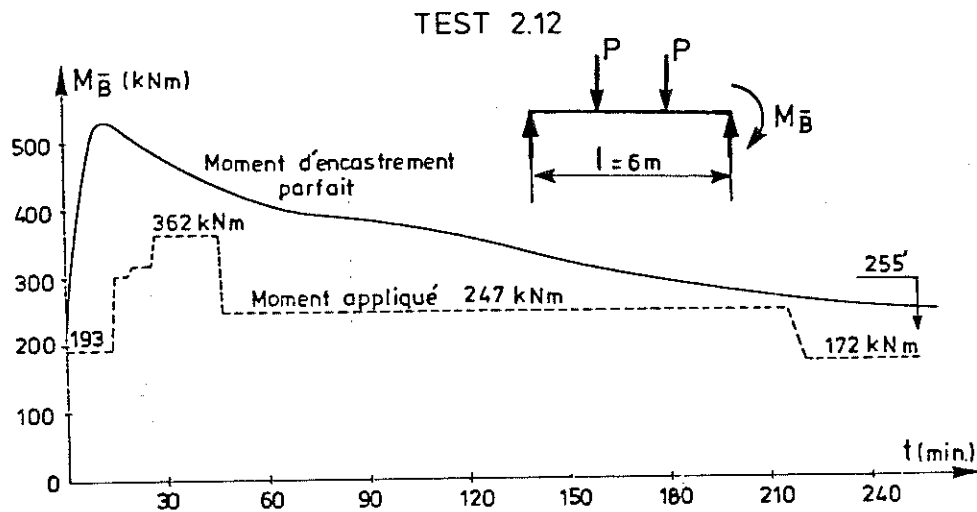


Figure X 9 Valeurs du moment d'encastrement.

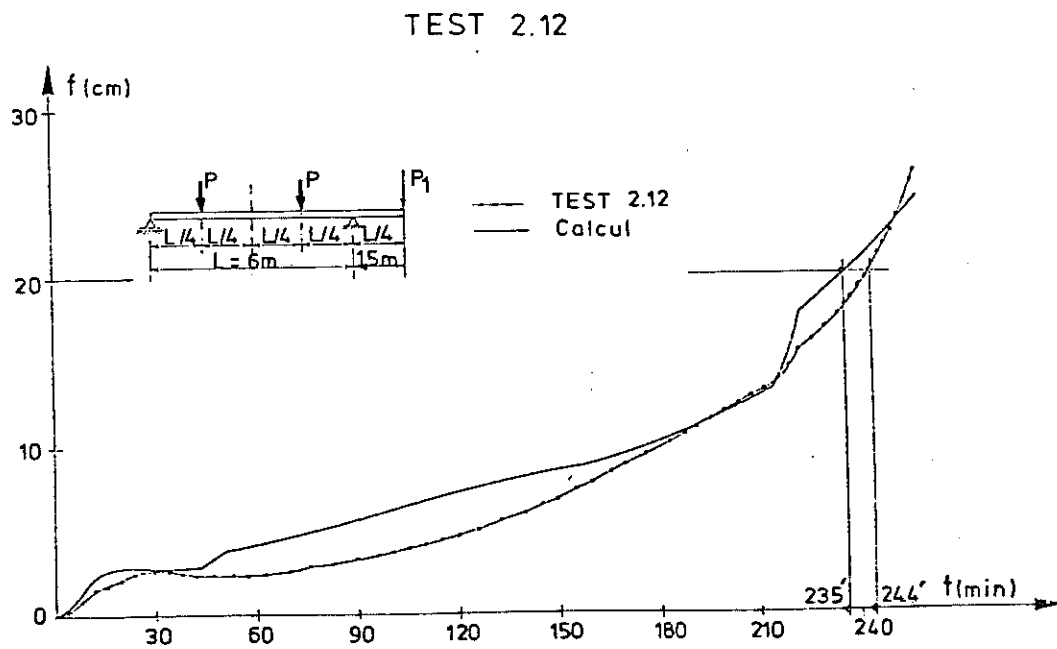


Figure X 10 Flèche au milieu de la travée

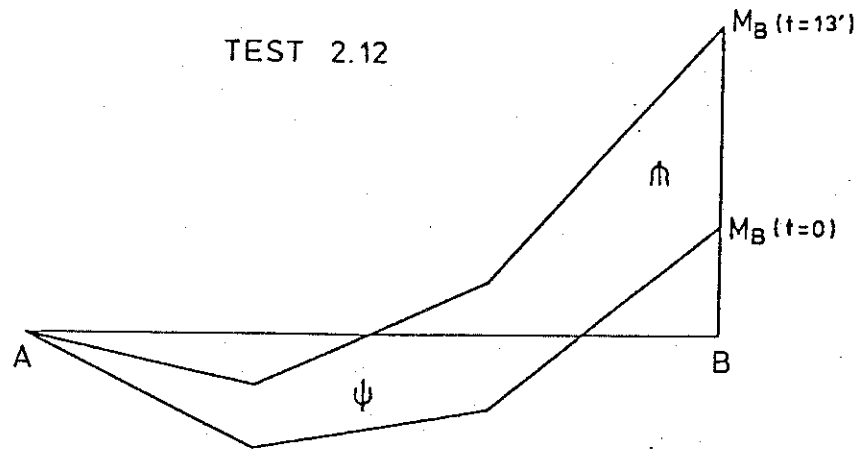


Figure X 11 Diagramme des moments

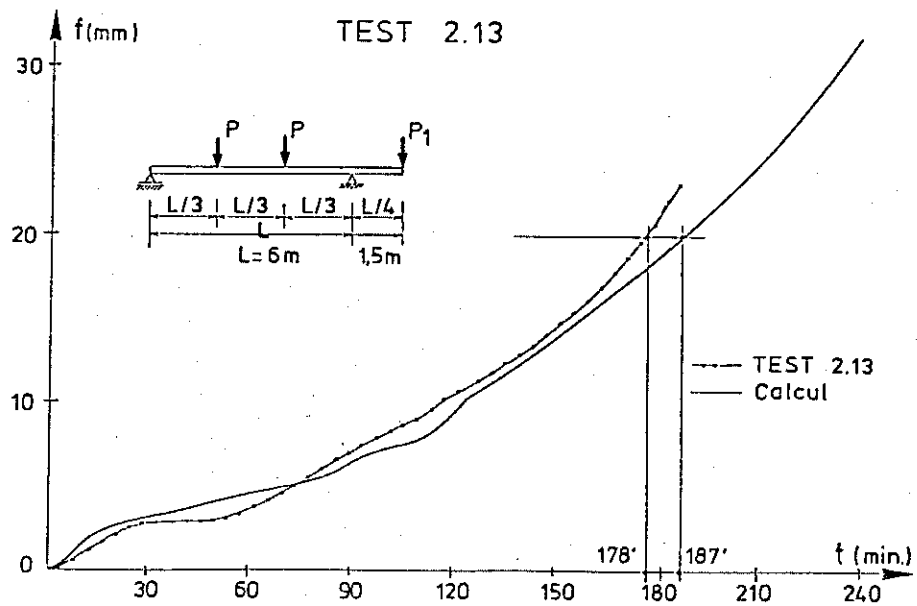


Figure X 12 Flèche au milieu de la travée

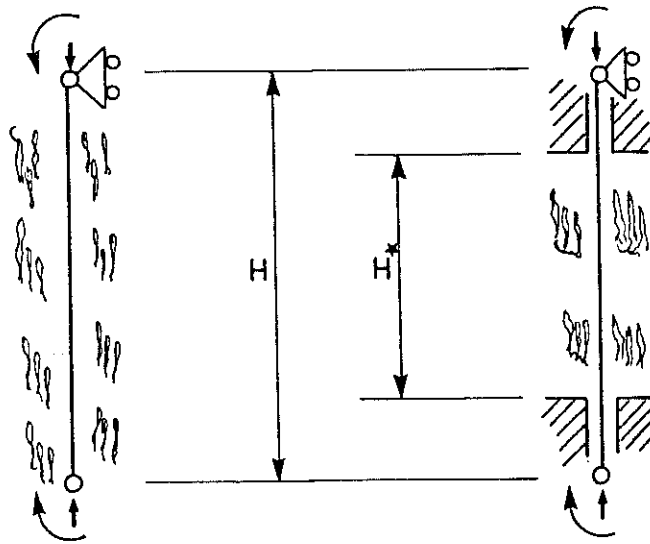


Figure X 13 Refroidissement des extrémités

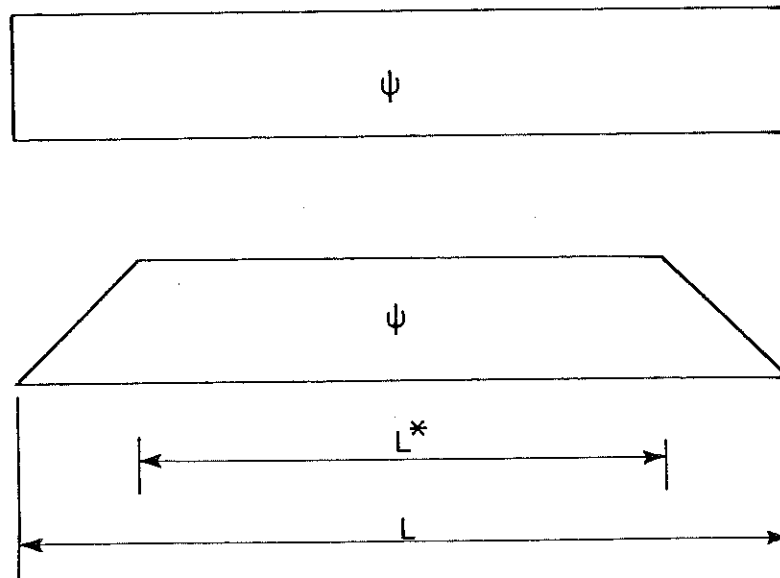


Figure X 14 Courbure due aux gradients thermiques

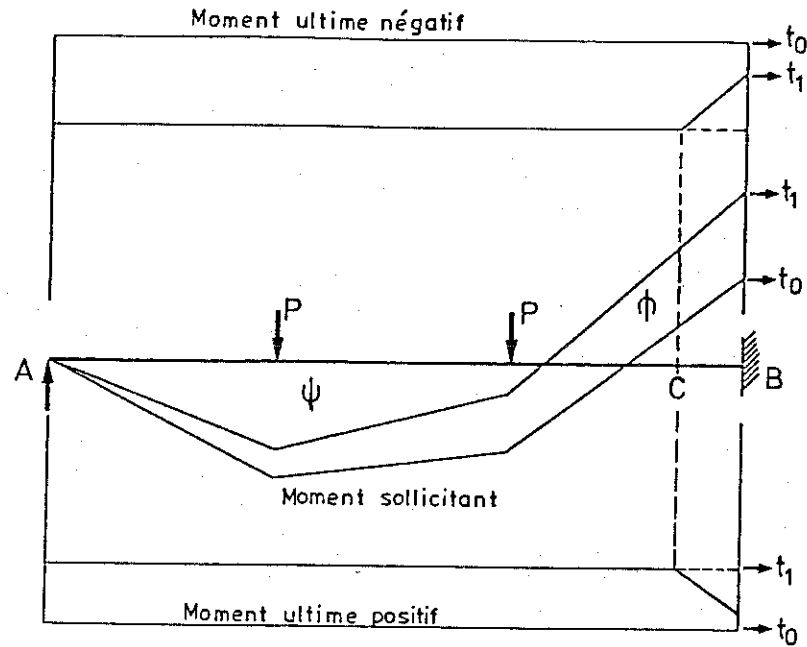


Figure X 15 Influence de la fonction réductrice

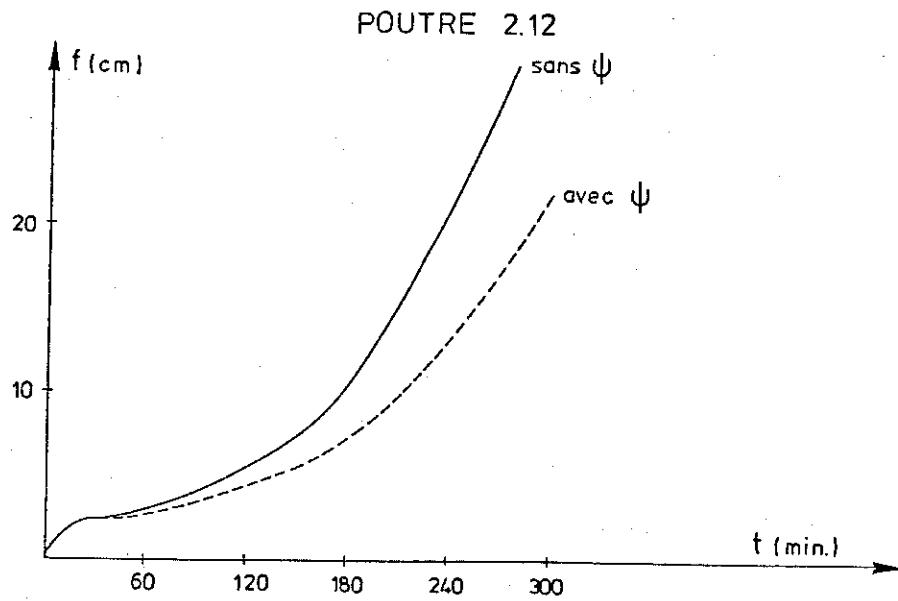


Figure X 16 Influence de la fonction réductrice

CHAPITRE XI - ESSAIS SUR CADRES

L'un des avantages de la méthode de calcul développée est de permettre l'étude de structures complètes, au contraire des méthodes approchées qui se limitent au calcul d'un élément simple, poutre ou colonne. La validité des résultats fournis par le calcul d'une structure complète se devait d'être confirmée par des comparaisons satisfaisantes avec des résultats d'essais réels.

Bien entendu, il n'est pas possible de réaliser en laboratoire un essai de résistance au feu sur un bâtiment réel. Cependant, dans les laboratoires du Professeur Kordina, la possibilité est offerte de réaliser des essais sur des cadres partiels composés d'une poutre et d'une colonne. Deux essais sur cadres mixtes ont ainsi pu avoir lieu. Les deux tests réalisés sont décrits dans ce chapitre, ainsi que les comparaisons établies à ce propos [K6].

On indique également les raisons pour lesquelles une étude de la poutre ou de la colonne en tant qu'élément séparé ne pourrait conduire à une image correcte de la réalité. On met ainsi en évidence l'apport décisif introduit par la nouvelle méthode de calcul.

XI.1 - DESCRIPTION DES ESSAIS

Les deux cadres testés étaient composés de la même façon (voir figure XI.1).

Une colonne d'une hauteur de 4,48 m composée d'un profilé principal HE 400 AA sur l'âme duquel on a soudé deux demi HE 180 M. Contrairement aux colonnes du chapitre VIII (tests 1.7. et 1.8.), le profil principal est ici fléchi suivant son axe fort.

Une poutre d'une portée de 6 m composée d'un profilé HE 400 AA supportant une dalle collaborante en béton. Sur la moitié de sa portée, du côté de la colonne, cette dalle est renforcée par la présence de 4 $\emptyset$ 25 destinés à la reprise de la flexion négative.

Ces deux éléments sont réunis par un joint transmettant effort normal et effort tranchant, ainsi que la flexion négative. Les moments positifs (fibre inférieure de la poutre tendue) ne peuvent pas être transmis par ce joint.

Les deux essais diffèrent entre eux par le taux de chargement appliqué.

Dans le premier cas (test 3.9.) la charge répartie appliquée sur la poutre correspond à une charge d'occupation courante : 3,50 kN/m². On a ainsi appliqué $q = 60$ kN/m.

Dans le second cas (test 3.10.) la charge répartie appliquée sur la poutre correspond à une charge d'occupation importante : 9,2 kN/m². On a ainsi appliqué $q = 94,2$ kN/m.

La charge concentrée en sommet de colonne représente l'effet des étages supérieurs d'une éventuelle construction. Pour le test 3.9., on suppose que le cadre testé se trouve à la partie supérieure du bâtiment et on applique $P = 50,6$ kN. Pour le test 3.10., on suppose que le cadre testé se trouve à la partie inférieure du bâtiment et on applique $P = 972$ kN.

Les conditions d'appuis sont indiquées sur la figure XI.1. La rotation est libre au pied de la colonne alors que les deux translations y sont empêchées. A l'extrémité de la poutre, la rotation est également libre et le déplacement vertical est empêché. Afin de bloquer le déplacement horizontal de cet appui, la poutre était retenue à son extrémité par deux tirants. Toutefois, on a pu observer qu'un certain déplacement se produisait quand même durant l'essai suivant ce degré de liberté. Cela était dû à une rigidité insuffisante des tirants. La valeur de ce déplacement a été enregistrée tout au long des deux essais et nous avons introduit cette condition comme une des données du problème. Le programme CEFICOSS permet en effet d'imposer le déplacement suivant un degré de liberté et la valeur de ce déplacement peut varier au cours de l'essai. De la sorte, le système statique conserve bien un degré d'hyperstaticité puisque la condition imposée concerne un déplacement et non pas un effort sollicitant comme c'était le cas pour les poutres 2.12 et 2.13. Sur les figures XI.2 et XI.5, on peut trouver l'évolution de ce déplacement imposé au cours du temps.

XI.2 - TEST 3.9.

Pour ce cadre peu chargé, la ruine n'a pas été atteinte. L'essai a été stoppé après 216 minutes afin de préserver l'intégrité de l'appareillage d'essai et du four, après ces quatre heures de régime thermique très sévère. Sur la figure XI.3 qui montre l'évolution de la flèche de la poutre et sur la figure XI.4 qui montre l'évolution de la déformée latérale de la colonne, on constate que l'allure générale des courbes calculées est correcte. Les valeurs du calcul coïncident presque de manière exacte avec les valeurs mesurées durant les trois premières heures de l'essai, après quoi la rigidité de la structure est quelque peu surestimée.

Remarquons toutefois que la charge totale appliquée à ce cadre ne représente que 27 % de la charge appliquée au cadre 3.10. Or, même dans le cas du cadre plus sollicité, on montrera que la résistance au feu est supérieure à deux heures. Le taux de chargement du cadre 3.9. est donc très faible. C'est ce qui explique que, même aux températures très élevées qui affectent les matériaux après 210 minutes d'essais,

la ruine ne survient pas. Les températures critiques (pour autant que ce terme ait encore un sens dans le cas d'une structure mixte) sont donc très élevées. Les divergences qui tendent à se manifester après 3 heures d'essais peuvent être dues au plus grand degré d'incertitude qui marque le comportement des matériaux à très haute température et aux approximations qui y sont liées (voir chapitre III).

Dans l'ensemble cependant, et pour le domaine de temps réellement intéressant, la simulation de l'essai est tout-à-fait satisfaisante.

XI.3 - TEST 3.10.

Pour ce cadre soumis à une charge importante, la ruine est survenue lors de l'essai après une durée de 150 minutes. Elle a été causée par le flambement de la colonne. La méthode de calcul, qui fournit le même mode de ruine, donne une résistance au feu de 149 minutes, c'est-à-dire presque exactement la même valeur ($\frac{149}{150} = 0,99$). Sur la figure XI.6 qui montre l'évolution de la flèche de la poutre et sur la figure XI.7 qui montre l'évolution de la déformée latérale de la colonne, on constate que les déformations calculées s'accordent très bien avec la réalité.

Cette simulation constitue ainsi un succès considérable puisqu'elle montre que la méthode de calcul proposée est à même de représenter correctement la réalité malgré les nombreuses difficultés déjà évoquées précédemment (comportement non linéaire et inélastique des matériaux, présence simultanée de plusieurs matériaux, gradients thermiques,...) et malgré certains phénomènes qui sont liés à l'étude du cadre en tant que structure complète. Ces difficultés particulières sont évoquées ci-dessous.

XI.4 - PARTICULARITES LIEES A L'ETUDE D'UNE STRUCTURE COMPLETE

Afin de montrer que la possibilité d'étudier une structure complète au lieu d'un simple élément constitue un apport essentiel, nous expliquons ci-dessous les différents phénomènes qui ne peuvent pas être pris en compte lors de l'étude d'une colonne ou d'une poutre isolée.

XI.4.1 - Etude de la poutre seule

L'étude de la poutre du cadre 3.9. ou du cadre 3.10. en tant qu'élément isolé se heurte à la difficulté d'évaluer correctement les sollicitations.

Effort normal

A cause de l'effet cadre, une réaction horizontale prend naissance au pied de la colonne, ce qui introduit un effort normal de compression dans la poutre (16 kN pour le test 3.9. et 20 kN pour le test 3.10.). Cet effort est habituellement négligé dans l'étude d'une poutre. De plus sous l'effet de l'incendie les rigidités flexionnelles de la colonne et de la poutre vont se modifier, mais de manière différente. Ainsi, cet effort horizontal va changer au cours du temps et la valeur que l'on pourrait éventuellement calculer à température ordinaire ne sera plus valable au cours de l'incendie.

Un autre phénomène qui intervient est l'allongement thermique de la poutre. Cet allongement est partiellement empêché par la rigidité flexionnelle de la colonne de sorte qu'un effort normal supplémentaire dû au bridage et lui aussi variable au cours du temps va apparaître dans la poutre. Seule l'étude du cadre complet permet d'appréhender ce phénomène.

Même si l'effort normal ainsi introduit dans la poutre n'est pas très important ($N_{\max} = 46$ kN pour le test 3.9.; $N_{\max} = 47$ kN pour le cadre 3.10.) de récentes études (1986) que nous avons menées à propos de l'interaction entre effort normal et moment de flexion montrent que dans le domaine proche de la flexion simple, l'influence d'efforts normaux même peu importants est significative et qu'il importe donc d'en tenir compte.

Moment de flexion

A cause de la rigidité flexionnelle de la colonne, un certain moment de flexion négatif prend naissance à la jonction entre la poutre et la colonne. La valeur de ce moment négatif est comprise entre 0 (colonne infiniment souple) et $\frac{Pl^2}{8}$ (colonne infiniment rigide). Ainsi, avant application de l'incendie, on calcule pour le test 3.9. $M = - 70 \text{ kN.m} = 0,25 \frac{Pl^2}{8}$

pour le test 3.10. $M = - 90 \text{ kN.m} = 0,21 \frac{p_1^2}{8}$

De la sorte, la colonne ne constitue pour la poutre ni un appui simple ni un encastrement parfait mais plutôt un appui élastique dont la rigidité dépend du taux de chargement (voir les deux valeurs ci-dessus) et varie au cours du temps.

Si, à titre d'approximation, on considérait une poutre sur appuis simples à laquelle on appliquerait le moment négatif existant à la température ambiante, il ne serait pas possible de tenir compte de la variation de rigidité de la colonne, ni des moments additionnels produits dans la poutre sous l'effet des gradients thermiques. Or, ce dernier effet n'est pas du tout négligeable. Pour le test 3.9. le moment calculé au noeud passe de - 70 à - 205 kN.m et pour le test 3.10, M passe de - 90 à - 200 kN.m.

XI.4.2 - Etude de la colonne seule

Effort normal

En ce qui concerne la colonne, un léger accroissement de l'effort normal est également causé par l'effet cadre. Sa valeur est égale à la réaction horizontale multipliée par 4,48/6, soit 12 kN pour le cadre 3.9. et 15 kN pour le cadre 3.10. La dilatation axiale de la colonne est aussi empêchée d'une certaine manière par la poutre, ce qui introduit un effort axial supplémentaire. Dans le cas de la colonne cependant, ces effets restent négligeables devant l'effort normal important qui est appliqué. Une étude de la colonne en tant qu'élément isolé serait donc, dans ce cas-ci, tout-à-fait acceptable en ce qui concerne l'effort normal.

Flexion

La difficulté qui concerne la flexion est exactement semblable à celle qui a été rencontrée à propos de la poutre ;
introduction d'un moment de flexion en tête de colonne, sollicitation dont la valeur évolue au cours du temps,
existence d'un appui élastique en ce qui concerne la rotation en tête de colonne, appui dont la rigidité varie au cours de l'essai.

Ces deux effets ne peuvent être appréhendés de manière satisfaisante que par l'étude du cadre en tant que structure complète.

Grands déplacements

Même dans les colonnes isolées, les effets des grands déplacements doivent absolument être pris en compte pour décrire correctement le phénomène de flambement. Lorsque la colonne se dérobe latéralement entre ses deux appuis fixes, une excentricité additionnelle de la charge apparaît qui produit des moments de flexion du second ordre. Bien entendu, ce phénomène joue également son rôle dans l'étude des cadres étudiées ici.

Un effet supplémentaire de même nature, mais dont l'apparition est liée à la notion de cadre, intervient ici sur la colonne. En effet, à cause de la dilatation thermique de la poutre, le noeud poutre-colonne se déplace vers l'extérieur du four. Dans les deux essais de cette étude, ce déplacement a lieu à la vitesse quasi constante de 0,20mm/minute. Par le fait même, le point d'application de la charge verticale qui agit sur la colonne se déplace également. On comprend aisément que si, après 120 minutes, le point d'application s'est déplacé de 2,4 cm, la flexion secondaire introduite ne sera pas sans conséquence pour la colonne, particulièrement dans le test 3.10. où l'effort vertical est important (972 kN).

Cet effet géométrique causé par le déplacement d'un appui ne pourrait pas être considéré lors de l'étude de la colonne en tant qu'élément isolé.

Ainsi, la mise en évidence de ces phénomènes complexes et dont les effets s'ajoutent et se combinent pour influencer la structure montre bien l'apport essentiel introduit par la méthode de calcul proposée. La bonne concordance entre les résultats du calcul et ceux des mesures atteste bien de la possibilité de prendre en compte de manière satisfaisante l'ensemble de ces phénomènes.

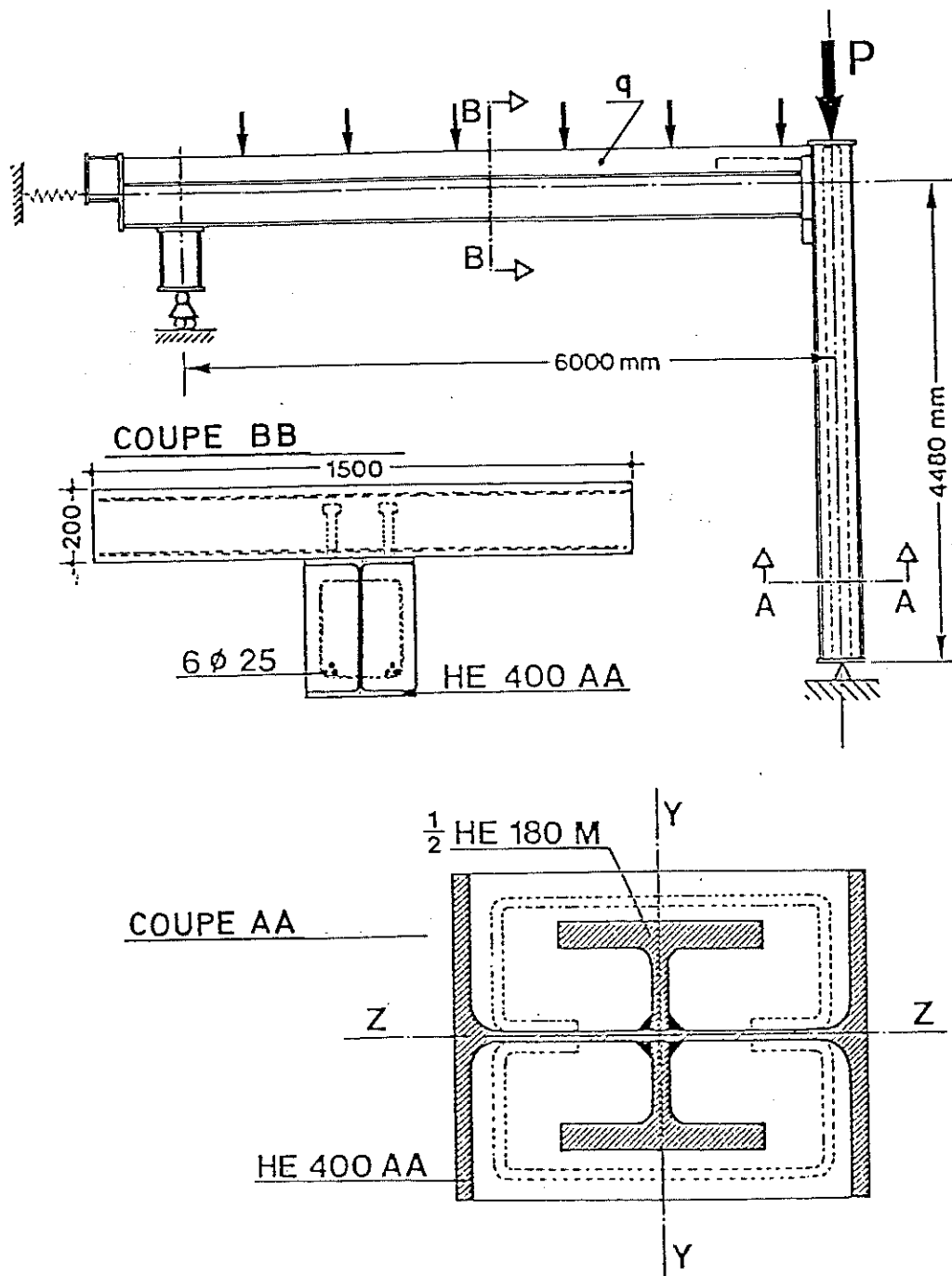


Figure XI 1 Cadres testés

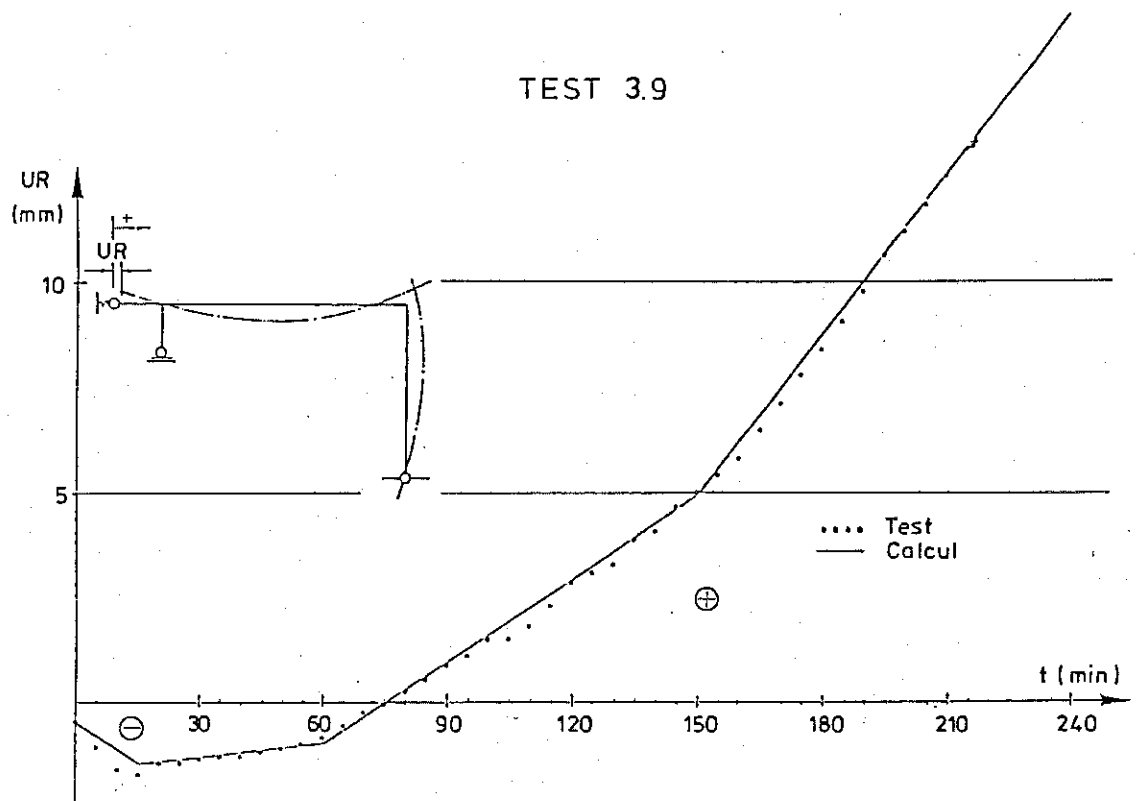


Figure XI 2 Déplacement imposé

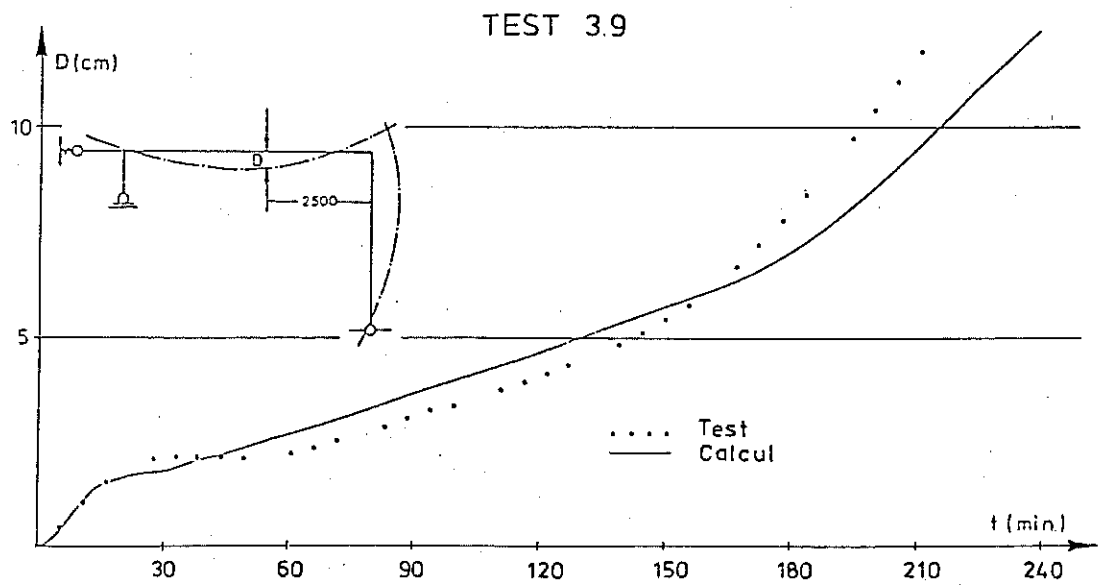


Figure XI 3 Déplacement vertical de la poutre

TEST 3.9

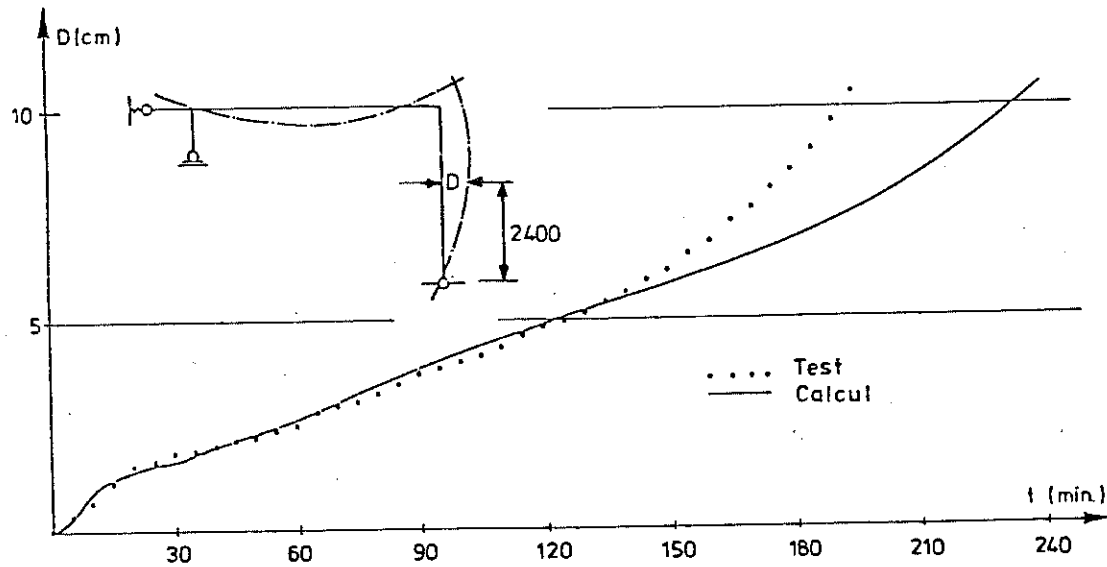


Figure XI 4 Déplacement horizontal de la colonne

TEST 3.10

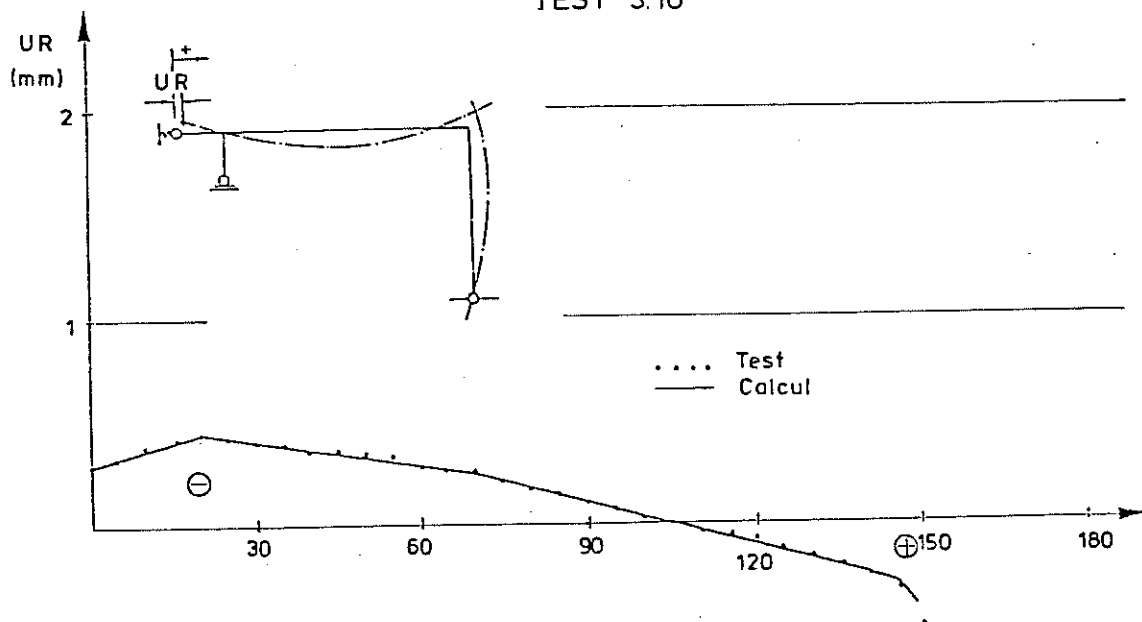


Figure XI 5 Déplacement imposé

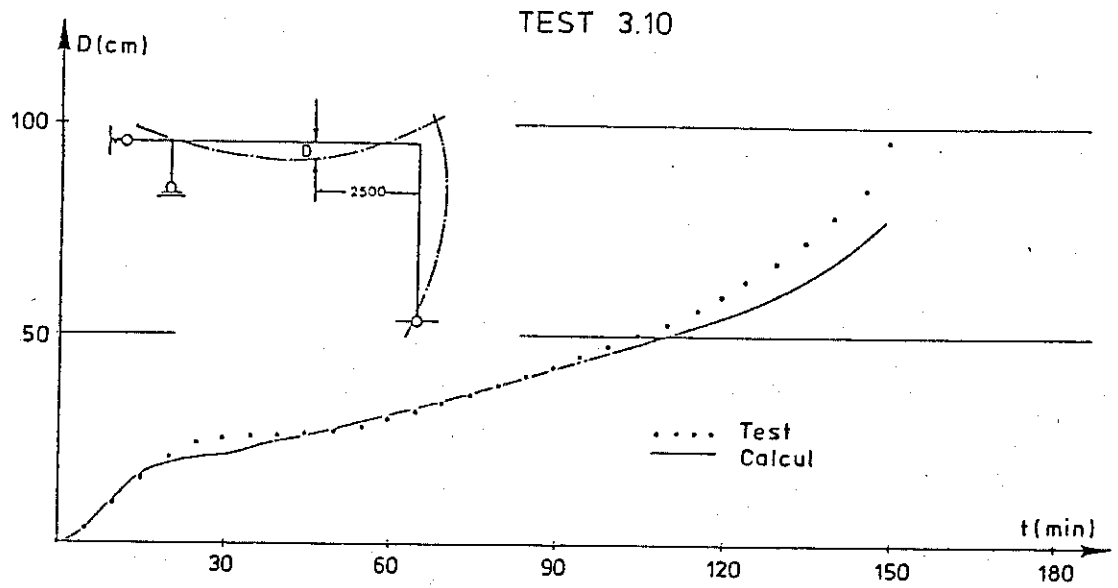


Figure XI 6 Déplacement vertical de la poutre

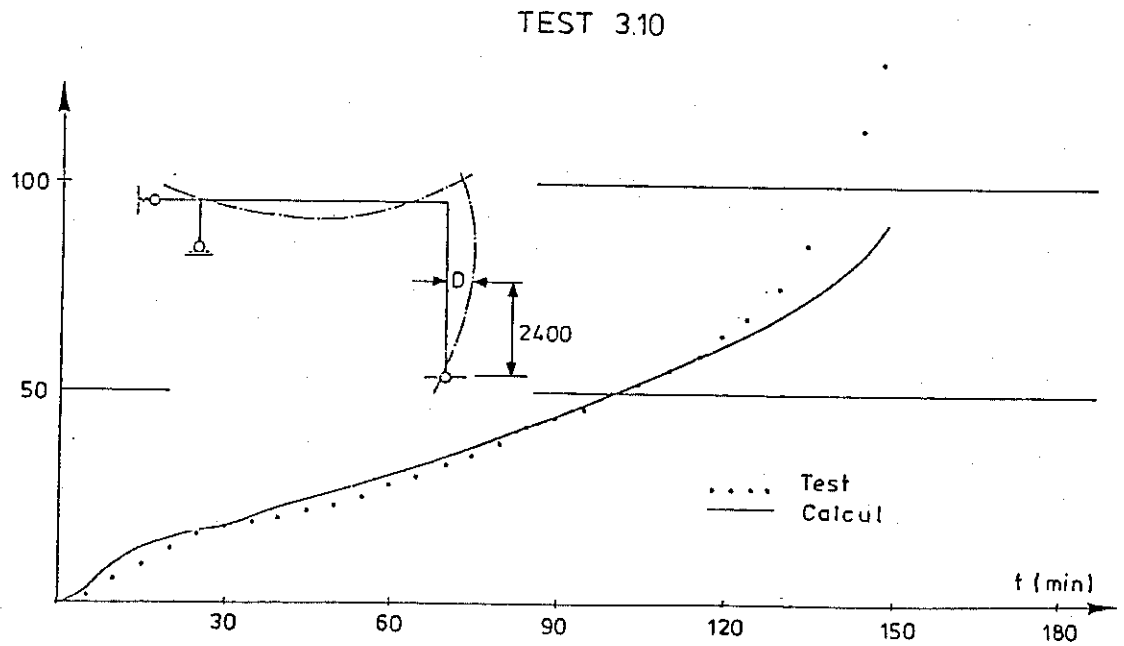


Figure XI 7 Déplacement horizontal de la colonne

CHAPITRE XII - CONCLUSIONS GENERALES

Les considérations développées dans ce qui suit présentent un caractère assez général. Les conclusions plus particulières dégagées à la fin de certains chapitres ne sont pas reprises ici en détail. On renvoie pour cela aux différents chapitres traitant des sujets plus spécifiques.

XII.1 - BILAN DE LA THESE

Au terme de cette thèse, on peut considérer qu'un double but a été atteint.

- D'une part, on a présenté une méthode permettant de simuler par voie numérique le comportement au feu d'une structure mixte acier-béton. Cette méthode est performante et permet d'obtenir une image correcte du comportement réel d'une structure incendiée, ainsi qu'une valeur correcte de sa résistance au feu. La bonne concordance entre les résultats des calculs et la réalité est illustrée par la figure XII.1 qui reprend les résultats de l'ensemble des quinze essais effectués. Si on considère le rapport entre la résistance au feu calculée et la résistance mesurée, on obtient comme valeur moyenne 0,985 et comme écart-type 0,066, ce qui est tout-à-fait satisfaisant si on considère les dispersions parfois observées au niveau des essais.

Nous nous permettrons de mettre en évidence le fait qu'il s'agit là du premier programme applicable aux structures mixtes soumises à l'incendie. Même en ce qui concerne le calcul des simples éléments, aucun ensemble de résultats aussi probants n'avait été montré jusqu'à ce jour.

En plus des possibilités nouvelles introduites, la méthode proposée possède un double avantage par rapport aux méthodes approchées existant jusqu'à ce jour. Premièrement un certain nombre de phénomènes physiques sont pris en compte alors que les méthodes approchées les négligent ; grands déplacements, gradients thermiques,... Ensuite, et c'est peut-être aussi important, le résultat fourni est beaucoup plus complet. Au lieu d'une simple durée de la résistance au feu, la méthode fournit en quelque sorte une "photographie" de la structure à tout instant de l'essai. Le dépouillement des essais est donc particulièrement intéressant, parce qu'il permet de "voir" les modifications successives du comportement des matériaux et de la structure. Un tel programme de calcul est, de ce fait, bien adapté aux travaux de recherche.

- Le second but atteint par cette étude est que, grâce au grand nombre d'essais en vraie grandeur et à leur simulation par la méthode de calcul établie, notre connaissance du comportement des structures mixtes sous l'incendie s'est considérablement améliorée. En effet,

pour des structures mixtes acier-béton dont le comportement est tout différent de celui des structures en acier ou en béton armé, nous avons pu mettre en évidence un certain nombre de phénomènes qu'il aurait été impossible auparavant d'analyser de manière quantitative ; l'influence des gradients thermiques sur les déformations de la structure doit être prise en compte ainsi que celle des contraintes thermiques sur l'apparition de la plastification ; à cause de ces contraintes thermiques et à cause de leur caractère transitoire, les contraintes varient fortement et le comportement inélastique des matériaux doit être considéré ; les effets du changement de géométrie sont importants pour les structures comprimées et ils ne peuvent être négligés ; la prise en compte du fluage de manière implicite par un adoucissement des diagrammes contraintes-déformations fournit, dans le cadre de cette étude, des résultats tout-à-fait satisfaisants. D'autres enseignements importants, de caractère plus particulier, ont également été évoqués tout au long de la deuxième partie de cet ouvrage. L'intérêt des structures mixtes dans les cas d'incendie a pu être mis en évidence, beaucoup mieux que ne l'auraient permis quelques essais ponctuels.

XII.2 - REFLEXIONS A PROPOS DU CALCUL PAR SIMULATION

La simulation numérique du comportement d'une structure soumise à l'incendie ne constitue en aucune manière une panacée. Cette technique possède aussi ses limites.

Tout d'abord, il serait illusoire et chimérique de croire que la simulation permettra un jour de supprimer les essais en vraie grandeur. En effet, ceux-ci présentent un caractère tangible irremplaçable qui, seul, permet la détection de phénomènes imprévisibles ou non pris en compte par le calcul : éclatements, perte d'adhérence, voilements locaux.... Ainsi, l'application des méthodes numériques ne devrait être envisagée que pour des éléments qui ont déjà fait l'objet de recherches expérimentales et pour lesquels on a constaté l'absence de phénomènes produisant une ruine prématurée. A partir de ce moment, l'utilisation des méthodes théoriques s'impose naturellement, en raison des avantages énoncés au paragraphe précédent, mais aussi à cause des coûts moins élevés.

Par ailleurs, si cette méthode est assez compliquée par la nature des équations mises en oeuvre, certaines difficultés résident aussi dans son application. La technique des éléments finis avec grands déplacements appliquée aux problèmes d'incendie requiert de l'utilisateur une certaine base théorique qu'il ne faudrait pas sousestimer. Une mauvaise connaissance des phénomènes réels peut être à l'origine de résultats ou d'interprétations erronés. A cet égard, les méthodes approchées gardent ici une valeur réelle par certains contrôles qualitatifs qu'elles permettent. L'expérience aussi joue un grand rôle dans ce genre de problème, alors qu'elle est, par nature, difficilement transmissible. Le dépistage des erreurs commises (parfois de simples erreurs de frappe au niveau des données) est un exercice qui s'apprend "sur le tas". L'utilisateur doit être bien au courant des problèmes numériques liés à certaines hypothèses de base. Lorsque ceux-ci apparaissent, il doit pouvoir les reconnaître et les résoudre.

Quoi qu'il en soit, le programme CEFICOSS a maintenant dépassé le stade d'un avant-projet au caractère artisanal qui serait accessible uniquement au chercheur qui l'a écrit. Il a pu être utilisé avec succès par plusieurs personnes des milieux universitaires ou industriels. Il a servi de base à certaines recherches théoriques [L1], ainsi qu'à des applications industrielles. L'expérience a montré que la période d'apprentissage, pour des personnes possédant les notions théoriques suffisantes, est raisonnable. L'utilisation de cette méthode de calcul par des bureaux d'études de taille moyenne est envisagée. Elle sera facilitée par les préprocesseurs et postprocesseurs dont le développement est en cours et qui permettront une visualisation graphique des données et des résultats. On signalera également que, au-delà de ce qui a été réalisé dans cette thèse, des ossatures à deux niveaux et deux travées ont pu être analysées avec succès dans le service R.P.S. dirigé par Monsieur J.B. Schleich.

Au niveau de l'infrastructure, le programme CEFICOSS a été implanté sur des mini-ordinateurs de marque IBM ainsi que VAX. Une version réduite, permettant l'analyse d'éléments simples comportant douze éléments finis, a été établie et fonctionne sur un IBM PC AT de un megabyte de mémoire centrale. Cette version, utilisable pour la plupart des cas courants, nécessite les temps de calcul suivants pour un élément simple de taille courante (10 éléments finis, division

de la section droite en 160 mailles rectangulaires, pas de temps de deux minutes);

calcul des températures : une demi-heure de calcul pour une heure d'essai,

calcul statique : une heure de calcul pour une heure d'essai.

Les temps de passage sur les machines plus puissantes sont bien sûr moins importants (environ la moitié des chiffres cités ci-dessus).

Les temps de calcul varient à peu près de la manière suivante :

calcul des températures : proportionnel au nombre de mailles rectangulaires qui composent la section droite,

calcul statique : proportionnel au nombre de mailles et au nombre d'éléments, inversement proportionnel au pas de temps.

XII.3 - PERSPECTIVES D'AVENIR

Même si un pas important a été franchi dans l'étude du comportement au feu des structures mixtes, ce domaine est loin d'être épuisé. Certaines recherches précises ont déjà été envisagées ou sont même en cours de réalisation. Le moment est venu, au terme de cette thèse, d'évoquer les perspectives d'avenir en liaison avec l'étude réalisée.

Afin de rendre accessibles à tous les bureaux d'études les résultats obtenus grâce à la nouvelle méthode de calcul, il est prévu de constituer pour des structures simples (colonnes, poutres,...) des tables ou des diagrammes donnant les charges admissibles suivant la durée de résistance au feu désirée. Certains problèmes particuliers prennent naissance à ce propos : choix d'un critère de ruine, choix de la présentation, nombreux calculs répétitifs effectués de manière automatique....

Le problème de l'interaction entre un effort axial et un moment de flexion agissant sur un élément mixte n'a été résolu de manière satisfaisante que pour les tronçons courts et en dehors de toute considération relative à l'incendie. Des recherches en cours ont déjà montré le degré d'approximation des méthodes simplifiées pour tenir compte du flambement sous flexion composée, déjà aux températures ordinaires.

Le domaine de l'interaction flexion-compression à températures élevées devra également être exploré.

L'interaction entre la partie incendiée et le reste de la structure peut maintenant être étudiée grâce à l'outil mis au point. Les efforts de bridage peuvent ainsi être évalués quantitativement ainsi que leur influence sur la durée de résistance au feu. Une première étude a déjà eu lieu à l'Université de Liège à ce sujet dans le cadre d'un travail de fin d'études [L1] .

Enfin, et c'est une voie vers laquelle se dirigent de plus en plus de recherches actuellement, il serait souhaitable d'étudier le comportement des structures soumises à des courbes de températures différentes de la courbe ISO, et notamment des courbes d'incendies naturels comportant après la phase de montée en température une phase d'extinction. La suite logique de ce travail est l'étude du comportement des constructions dans la phase post-incendie. Il a déjà été vérifié que CEFICOSS est capable, numériquement, d'aborder ce type de problème. Cependant, nos connaissances sont encore trop restreintes dans le domaine du comportement mécanique des matériaux en phase de refroidissement (surtout pour le béton). On envisage d'entreprendre une recherche à ce sujet à l'Université de Liège. On espère ainsi pouvoir répondre à la question de savoir si un bâtiment qui a subi un incendie sans s'effondrer peut être réutilisé en totalité ou en partie ou s'il doit être démoli.

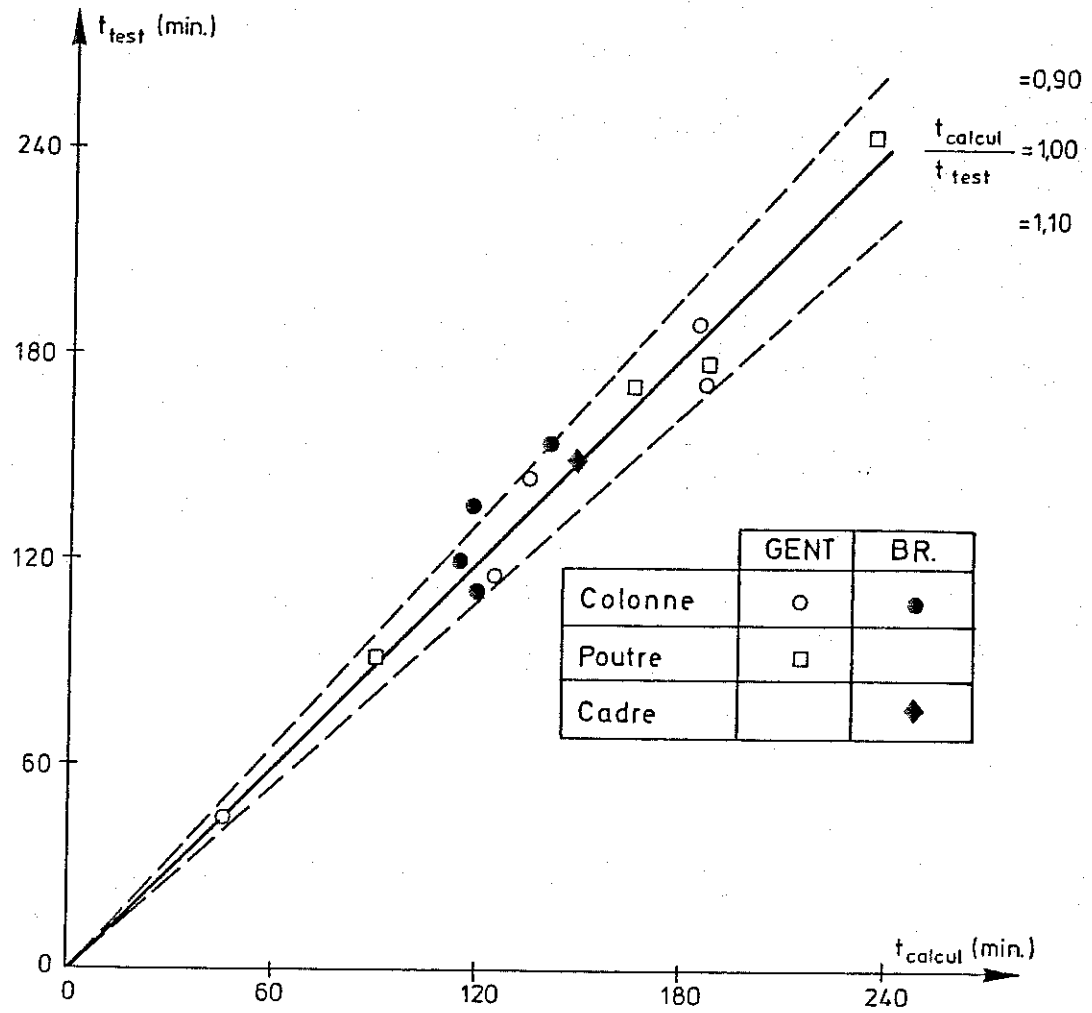


Figure XII 1 Comparaison entre calculs et essais

Annexe 1

I. Matrice de rigidité infinitésimale

$$\langle b^0 \rangle = \left\langle -\frac{1}{L} - y \left(-\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \right) - y \left(-\frac{4}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \frac{1}{L} - y \left(-\frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \right) - y \left(-\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \right\rangle$$

Si on note $EN = \sum_i \sum_j E_{ij}^{ij} e_i b_j$,

$$ES = \sum_i \sum_j E_{ij}^{ij} y_i e_i b_j,$$

$$EI = \sum_i \sum_j E_{ij}^{ij} \left\{ (y_i)^2 e_i b_j + \frac{(e_i)^3 b_j}{12} \right\}, \text{ l'intégration sur la surface de l'élément donne}$$

$$\int_A \{ b^0 \} E_t < b^0 \rangle dA = \underline{S}$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \frac{EN}{L^2} & ES \left(-\frac{6}{L^3} + \frac{12x}{L^4} \right) & ES \left(-\frac{4}{L^2} + \frac{6x}{L^3} \right) & -S(1,1) & -S(1,2) & ES \left(-\frac{2}{L^2} + \frac{6x}{L^3} \right) \\ EI \left(\frac{36}{L^4} - \frac{144x}{L^5} + \frac{144x^2}{L^6} \right) & EI \left(\frac{24}{L^3} - \frac{84x}{L^4} + \frac{72x^2}{L^5} \right) & EI \left(\frac{24}{L^3} - \frac{60x}{L^4} + \frac{72x^2}{L^5} \right) & -S(1,2) & -S(2,2) & EI \left(\frac{12}{L^3} - \frac{60x}{L^4} + \frac{72x^2}{L^5} \right) \\ EI \left(\frac{16}{L^2} - \frac{48x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \right) & EI \left(\frac{16}{L^2} - \frac{48x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \right) & EI \left(\frac{8}{L^2} - \frac{36x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \right) & -S(1,3) & -S(2,3) & EI \left(\frac{8}{L^2} - \frac{36x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \right) \\ \text{SYM.} & S(1,1) & S(1,2) & -S(1,6) & S(2,2) & -S(2,6) \\ & & & & EI \left(-\frac{4}{L^2} - \frac{24x}{L^3} + \frac{36x^2}{L^4} \right) \end{bmatrix}$$

Si $x_1 = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ et $x_2 = \frac{L}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ sont les coordonnées des deux points de Gauss (fig. II.6),

si on note $\underline{S}_1$ et $\underline{S}_2$ la valeur de la fonction matricielle calculée en x_1 et en x_2 , alors la matrice infinitésimale est donnée par $\underline{K}^0 = \frac{1}{2} (\underline{S}_1 + \underline{S}_2)$

II. Matrice des contraintes initiales

$$\langle g \rangle = \langle 0 \quad -\frac{6x}{L^2} + \frac{6x^2}{L^3} \quad 1 - \frac{4x}{L} + \frac{3x^2}{L^2} \quad 0 \quad \frac{6x}{L^2} - \frac{6x^2}{L^3} \quad -\frac{2x}{L} + \frac{3x^2}{L^2} \rangle$$

$$\{g\} \langle g \rangle = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{36x^2}{L^4} - \frac{72x^3}{L^5} + \frac{36x^4}{L^6} & -\frac{6x}{L^2} + \frac{30x^2}{L^3} - \frac{42x^3}{L^4} + \frac{18x^4}{L^5} & 0 & -\frac{36x^2}{L^4} + \frac{72x^3}{L^5} - \frac{36x^4}{L^6} & 0 & 0 \\ 1 - \frac{8x}{L} + \frac{22x^2}{L^2} - \frac{24x^3}{L^3} + \frac{9x^4}{L^2} & 0 & \frac{6x}{L^2} - \frac{30x^2}{L^3} + \frac{42x^3}{L^4} - \frac{18x^4}{L^5} & 0 & -\frac{2x}{L} + \frac{11x^2}{L^2} - \frac{18x^3}{L^3} + \frac{9x^4}{L^4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{SYM} & & & & & \\ -\frac{36x^2}{L^4} + \frac{72x^3}{L^5} - \frac{36x^4}{L^6} & \frac{6x}{L^2} - \frac{30x^2}{L^3} + \frac{42x^3}{L^4} - \frac{18x^4}{L^5} & 0 & -\frac{36x^2}{L^4} + \frac{72x^3}{L^5} - \frac{36x^4}{L^6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{SYM} & & & & & \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & 0 \\ \frac{2L}{15} & 0 & -\frac{1}{10} & -\frac{L}{30} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{SYM} & & & & & \\ \frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{SYM} & & & & & \end{bmatrix}$$

Si N_1 et N_2 , les efforts normaux calculés aux deux points de Gauss, $N = \sum_i \sum_j \sigma_{ij} e_i b_j$
 alors $\underline{K^1} = \frac{N_1 + N_2}{2} \underline{G}$

III. Forces nodales internes

$$\begin{aligned}
 -P^*(1) &= \int_V \sigma_{xx} b^o(1) dV \\
 &= \int_0^L \int_A \sigma_{xx} \frac{-1}{L} dA dx \\
 &= \int_0^L \frac{-N}{L} dx \\
 &= \frac{L}{2} \left(\frac{-N_1}{L} - \frac{N_2}{L} \right) = \frac{-(N_1 + N_2)}{L}
 \end{aligned}$$

N_1 et N_2 : valeurs de l'effort normal calculé aux deux points de Gauss.

$$\begin{aligned}
 -P^*(2) &= \int_V \sigma_{xx} b^o(2) dV \\
 &= \int_0^L \int_A y \sigma_{xx} \left(\frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \right) dA dx \\
 &= \int_0^L \left(M \frac{6}{L^2} - M \frac{12x}{L^3} \right) dx \\
 &= \frac{L}{2} \left\{ \frac{6}{L^2} (M_1 + M_2) - \frac{12}{L^3} (M_1 x_1 + M_2 x_2) \right\} = \frac{(M_1 - M_2) \sqrt{3}}{L}
 \end{aligned}$$

M_1 et M_2 : valeurs du moment de flexion calculé aux deux points de Gauss.

$$\begin{aligned}
 -P^*(3) &= \int_V \sigma_{xx} b^o(3) dV \\
 &= \int_0^L \int_A \sigma_{xx} y \left(\frac{4}{L} - \frac{6x}{L^2} \right) dA dx \\
 &= \int_0^L \left(M \frac{4}{L} - M \frac{6x}{L^2} \right) dx \\
 &= \frac{L}{2} \left\{ \frac{4}{L} (M_1 + M_2) - \frac{6}{L^2} (M_1 x_1 + M_2 x_2) \right\} = \frac{M_1 + M_2}{2} + (M_1 - M_2) \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

BIBLIOGRAPHIE

1. European Convention for Constructional Steelwork.
"European recommendations for the fire safety of steel structures".
Elsevier Scientific Publishing Company, 1983.
2. Centre Scientifique et Technique du Bâtiment.
"Règles FA - Méthode de prévision pour le calcul du comportement
au feu des structures en acier". Cahier 1840, n° 238, 1983.
3. Fédération Internationale de la Précontrainte/Comité Euro-International
du Béton.
"Report on methods of assessment of the fire resistance of concrete
structural members". FIP commission on fire resistance of prestressed
concrete structures, London, 1978.
4. Comité Euro-International du Béton/Fédération Internationale de la
Précontrainte.
"Design of concrete structures for fire resistance". Bulletin d'Infor-
mation n° 145, Paris, 1982.
5. International Standard Organization.
"Fire resistance tests-Elements of building construction". International
Standard 834, 1975.
6. Centre Belgo-Luxembourgeois d'Information de l'Acier.
"Les éléments de construction en acier soumis au feu. Calcul pratique
des épaisseurs des matériaux de protection". 1976.
7. Commission des Communautés Européennes.
"Détermination du comportement au feu des éléments de construction en
bois et des panneaux dérivés du bois". Bruxelles, 1985.
8. ARBED.
"AF 30/90. Poutres mixtes. Moments plastiques". ARBED-Recherches
Luxembourg, Esch/Alzette, 1985.
9. ARBED.
"AF 30/120. Colonnes mixtes. Tableaux des charges portantes".
ARBED-Recherches Luxembourg, Esch/Alzette, 1985.
10. American Iron and Steel Institute.
"Fire safe structural steel - A design guide". Washington, D.C., 1979.
11. Institution of Structural Engineers.
"Design and detailing of concrete structures for fire resistance".
The Concrete Society, London, 1978.

12. Centre Scientifique et Technique du Bâtiment.
"Méthode de prévision par le calcul du comportement au feu des structures en béton". D.T.U., Paris, 1980.
13. American Concrete Institute.
"Guide for determining the fire endurance of concrete element".
Concrete International, 1981.
14. Centre Technique Industriel de la Construction Métallique.
"Méthode de prévision par le calcul du comportement au feu des structures en acier". Revue Construction Métallique, n° 3, 1982.
15. ARBED/Université de Liège.
"Computer assisted analysis of the fire resistance of steel and composite steel-concrete structures". C.E.C. research 7210-SA/502-REFAO-CAFIR, technical reports 1-6, 1982/85.
- A1. ANDERBERG Y.
"Armeringsståls mekaniska egenskaper vid höga temperaturer".
Tekniska meddelande n° 36, Halmstad Järnverk AB, Lund, 1978.
- A2. ANDERBERG Y.
"Behaviour of steel at high temperatures". Rilem-Committee 44-PHT,
1983.
- A3. ANDERBERG Y.
"Predicted and measured behaviour of steel at high temperature".
Lund Institute of Technology, 1983.
- A4. ANDERBERG Y.
"Fire-exposed hyperstatic concrete structures - an experimental and theoretical study". Lund Institute of Technology, Bulletin 55, 1976.
- A5. ANDERBERG Y., THELANDERSSON S.
"Stress and deformations characteristics of concrete at high temperatures".
Lund Institute of Technology, Bulletin 54, 1976.
- A6. ABRAMS M.S.
"Compressive strength of concrete at elevated temperatures to 1600 F (871°C)". Symposium on effects of temperature on concrete, SP-25, American Concrete Institute, Detroit, 1971.
- A7. ALPSTEN G.
"Residual stresses in hot-rolled steel sections". Institutionen för brobyggnad, KTH, Stockholm, 1967.
- B1. BERGAN P.G.
"Nonlinear analysis of plates considering geometric and material effects".
Report n° SESM 71-7, Univ. California, Berkeley, 1971.

- B2. BAUS R., CHAPEAU W.
"Application du soudage aux constructions". Sciences et Lettres, 1977.
- B3. BECKER J., BIZRI H., BRESLER B.
"Fires-R.C. A computer program for the fire response of structures - Reinforced concrete". Report UCB FRG 74-3, Univ. California, Berkeley, 1974.
- B4. BAZANT Z.P., SCHNOBRICH W.C., SCORDELIS A.C.
"Analisi della strutture in cemento armato mediante il metodo degli elementi finiti". Politecnico di Milano, 1978.
- B5. BONETTI M.
"Tenue au feu des structures en acier". C.T.I.C.M., Stage de perfectionnement U.T.I. à St.Rémy-les-Chevreuses, 1974.
- B6. BARTHELEMY B., KRUPPA J.
"Résistance au feu des structures : béton-acier-bois". Eyrolles, Paris, 1978.
- B7. BECKER J., BIZRI H., BRESLER B.
"Fires-T. A computer program for the fire response of structures-Thermal". Report n° UCB FRG 74-1, Univ. California, Berkeley, 1974.
- B8. BABA S., NAGURA H.
"Effect of material properties on the deformation of steel frame in fire". Proc. of J.S.C.E. Structural Eng./Earthquake Eng., vol.2, n° 1, 1985.
- B9. BABA S. et KAJITA T.
"Out-of-plane deformation of steel frame in fire". Proc. 1st Int. Conf. on computing in civil engineering, New-York, 1981.
- B10. BOHM B.
"Fully developed compartment fires : the effect of thermal inertia of bounding walls on the thermal exposure". First Int. Symposium on Fire Safety Science, National Bureau of Standards, Gaithersburg, USA, 1985.
- C1. COLLET Y., TAVERNIER E.
"Etude des propriétés du béton soumis à des températures élevées". CRIC, Bruxelles, 1976.
- C2. COIN A.
"Températures dans un solide hétérogène au cours d'un incendie". Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Serie informatique appliquée, n° 28, 1976.
- C3. COLETTE Y. et al.
"FIP/CEB report on methods of assessment of the fire resistance of concrete structural members". FIP and CCA, Wexham Springs, 1978.

- C4. CHENG W.C., MAK C.K.
"Computer analysis of steel frame in fire". Proc. ASCE, 101 (ST 4), 1975.
- D1. DUHAMEL J.
"Mémoire sur le calcul des actions moléculaires développées par les changements de température dans les corps solides". Mémoires par divers savants, vol.5, 1838.
- D2. DOTREPPE J.C.
"Méthodes numériques pour la simulation du comportement au feu des structures en acier et en béton armé". Thèse d'agrégation de l'enseignement supérieur, Université de Liège, 1980.
- D3. DORN J.E.
"Some fundamental experiments on high temperature creep". Journal of the mechanics and physics of solids, vol.3, 1954.
- D4. de VILLE de GOYET V.
"Contribution à la comparaison de différents types d'éléments finis de poutre". Rapport interne n° 141, M.S.M., Université de Liège, 1984.
- D5. de VILLE de GOYET V., FREY F.
"Use of Marguerre theory in the nonlinear analysis of beam and plane structures". Accuracy, Reliability and Training in FEM technology, England, 1984.
- D6. DOTREPPE J.C. et al.
"Résistance au feu des structures". Commission Nationale Belge de Recherche Incendie, Service des Ponts et Charpentes, Université de Liège, 1983.
- D7. DOTREPPE J.C.
"Le critère limitant la flèche à $L/30$ de la portée dans les essais de résistance au feu de poutres et de dalles n'est pas acceptable pour tous les types de structures, et en particulier pour certains éléments isostatiques en béton". Thèse annexe à la thèse d'agrégation de l'enseignement supérieur, Université de Liège, 1980.
- D8. DOTREPPE J.C., FRANSSEN J.M., SCHLEICH J.B.
"Analyse de la résistance au feu des structures en acier et mixtes béton-acier, assistée par ordinateur". Conférence : Sécurité au feu des constructions acier : conception pratique. Luxembourg, Commission des Communautés Européennes, 1985.
- D9. DOTREPPE J.C., FRANSSEN J.M.
"The use of numerical models for the fire analysis of reinforced concrete and composite structures". Engineering Analysis, vol.2, n°2, 1985.
- E1. ENDELL K.
"Versuche über Längen- und Gefügeänderungen von Betonzuschlagstoffen und Zementmörteln unter Einwirkung von Temperaturen bis 1200°C". Schriftenreihe des D.Af. Stb., Heft 60, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1928/29.

- F1. FREY F.
"Leçons sur l'élasticité dite finie et son application au calcul des structures par la méthode des éléments finis". Rapport interne n° 44, M.S.M., Université de Liège, 1973.
- F2. FORSEN N.E.
"A theoretical study on the fire resistance of concrete structures". The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, 1982.
- F3. FISCHER R.
"Über das Verhalten von Zementmörtel und Beton bei höheren Temperaturen". Heft 214, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1970.
- F4. FURUMURA F.
"Stress-strain relationship in compression of concrete at high temperatures". Trans. Arch. Inst. Tokyo, n° 174, 1970.
- F5. FISCHER R.
"Über das Verhalten von Zementmörtel und Beton bei höheren Temperaturen". Mitteilungen Institut für Massivbau, Heft 14, Darmstadt, 1967.
- F6. FRANSSSEN J.M.
"Comportement de colonnes massives en acier soumises à l'incendie". Construction Métallique, n° 1, 1986.
- F7. FURUMURA F., SHINOHARA Y.
"Inelastic behavior of protected steel beams and frames in fire". Research Laboratory of Engineering Materials, Tokyo, n° 3, 1978.
- G1. GRIMAULT J.P., MOUTY J.
"Prévision de la stabilité au feu des poteaux en profils creux remplis de béton". Construction Métallique, n° 3, 1984.
- H1. HARMATHY T.Z.
"Deflection and failure of steel supported floors and beams in fire". ASTM n° 442, 1967.
- H2. HARADA T.
"The thermal expansion of concrete at high temperatures". Tokyo Institute of Technology, dissertation Pt. 1.2., 1962.
- H3. HERTZ K.
"Bond between concrete and deformed bars exposed to high temperatures". Institute of building design, Technical University of Denmark, Lyngby, 1980.
- H4. HARMATHY T.Z.
"A comprehensive creep model". National Research Council of Canada, research paper n° 324, Ottawa, 1967.
- H5. HARMATHY T.Z., STANZAK W.W.
"Elevated temperatures tensile and creep properties of some structural and prestressing steels". Nat. Res. Council Canada, res. paper n° 424, Ottawa, 1970.

- H6. HARMATHY T.Z., BERNDT J.E.
"Hydrated portland cement and lightweight concrete at elevated temperatures". Journal ACI, n° 63-4, 1966.
- H7. HARMATHY T.Z.
"Thermal properties of concrete at elevated temperatures".
ASTM Journal of Materiale, mars 1970.
- H8. HAKSEVER A.
"Zur Frage des Trag- und Verformungs - Verhaltens ebener Stahlbetonrahmen in Brandfall". Technische Universität Braunschweig, Heft 35, 1977.
- H9. HARMATHY T.Z.
"Creep deflection of metal beams in transient heating processes with particular reference to fire". Canadian Journal of Civil Engineer, vol.3, 1976.
- H10. HOGGE M.
"Modélisation des effets thermiques". Université de Liège, notes de cours, 1985.
- I1. IDING R., BRESLER B., NIZAMUDDIN Z.
"FIRES-T3, a computer program for the fire response of structures - Thermal". Report n° UCB FRG 77-15, Univ. California, Berkeley, 1977.
- I2. IDING R., BRESLER B., NIZAMUDDIN Z.
"FIRES-RCII, a computer program for the fire response of structures - Reinforced concrete frames". Report n° UCB FRG 77-8, Univ. California, Berkeley, 1977.
- I3. IDING R., BRESLER B.
"Analysis of fire response of steel floor systems". Wiss, Janney, Elstner and Associates, Inc., 1980.
- J1. JENNINGS A.
"Frame analysis including change of geometry". Journal of Structural Engineering, ASCE, vol.94, n° ST3, 1967.
- J2. JUNGBLUTH O.
Communication privée au service R.P.S., ARBED-Recherches Luxembourg, Esch/Alzette.
- K1. KNIGHT D., SKINNER D.H., LAY M.G.
"Prediction of isothermal creep". Melbourne Research Laboratories, 1971.
- K2. KLINGSCH W.
"Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung". Technische Universität Braunschweig, Heft 33, 1976.

- K3. KORDINA K., HASS R.
"Untersuchungsbericht n° 85636". Technische Universität Braunschweig, 1985.
- K4. KORDINA K., SCHNEIDER U., HAKSEVER A., KLINGSCH W.
"Zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen in Brandfall".
Technische Universität Braunschweig, 1975.
- K5. KORDINA K., KLINGSCH W.
"Brandverhalten von Stahlstützen im Verbund mit Beton und von Vollprofil - Stützen ohne Beton". Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e.v., 1983.
- K6. KORDINA K., WESCHE J., HOFFEND F.
"Untersuchungsbericht n° 85833". Technische Universität Braunschweig, 1985.
- L1. LHOTE F.
"Etude de l'interaction d'éléments mixtes acier-béton soumis à l'incendie avec le reste de la structure". Travail de fin d'étude, Université de Liège, 1986.
- L2. LIE T.T.
"Temperature distribution in fire-exposed building columns".
Journal of Heat Transfer, vol.99, ser.c., n° 1, 1977.
- L3. LAX P.D., RICHTMEYER R.D.
"Survey of the stability of linear finite difference equations".
Communications on pure and applied mathematics, vol.9, 1956.
- M1. MALHOTRA H.L.
"The effect of temperature on the compressive strength of concrete".
Magazine of concrete research, 8, 23, 1956.
- M2. MEYER - OTTENS C.
"Zur Frage der Abplatzungen an Bauteilen aus Beton bei Brandbeanspruchungen". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 248, 1975.
- M3. MAGNUSSON S.E., THELANDERSSON S.
"A discussion of compartment fires". Fire Technology, vol.10, n° 3, 1974.
- M4. MAGNUSSON S.E.
"Courbes des températures en fonction du temps des incendies de compartiment après l'embraseement généralisé". Dans "La sécurité de la construction face à l'incendie", Eyrolles, Paris, 1977.
- M5. MINNE R., VANDEVELDE R., ODOU M.
"Fire test report n° 5091" à "Fire test report n° 5099".
Laboratorium voor aanwendig der brandstoffen en warmte-overdracht.
Université de Gent, 1985.
- M6. MASSONNET Ch.
"Elements de statique des constructions. Fascicule 2. Constructions métalliques". Notes de cours, Université de Liège, 1977.

- N1. NISHINO F., KASEMSET C., LEE S.L.
"Variational formulation of stability problems for thin walled members". Ingenieur - Archiv., Band 43, Heft 1, 1973.
- O1. ODEEN K., NORDSTROM A.
"Thermal properties of concrete at high temperatures". Cement och betong, Stockholm, n° 1, 1972.
- P1. PLEM E.
"Theoretical and experimental investigations of point set structures". Swedish Council for Building Research, document D9, 1975.
- P2. PETTERSON O., MAGNUSSON S.E., THOR J.
"Fire engineering design of steel structures". Swedish Institute of Steel Construction, Stockholm, publ. 50, 1976.
- P3. PEETERS F.
"Thermal analysis by means of finite element methods". Dans "Advanced topics and new developments in finite element analysis", Marc Analysis Research Corporation, 1980.
- P4. PETERSON A.
"Finite element analysis of structures at high temperatures, with special application to plane steel beams and frames". Lund Institute of Technology, report TVSM - 1007, 1984.
- Q1. QUAST U., HASS R., RUDOLPH K.
"STABE-F; A computer program for the determination of load-bearing and deformations behaviour of uni-axial structural elements under fire action". Technische Universität Braunschweig, 1984.
- R1. RUGE J., WINKELMANN O.
"Deformation behaviour of reinforcing and structural steel at high temperatures". Sonderforschungsbereich 148, Brandverhalten von Bauteilen, Arbeitsbericht 1978, Part II, Braunschweig, 1980.
- R2. RICHTMYER R.D.
"Difference methods for initial value problems". Interscience, New-York, 1957.
- R3. RYAN J.V., ROBERTSON A.F.
"Proposed criteria for defining load failure of beams, floors and roof constructions during fire tests". Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol.63 C, n° 2, 1959.
- S1. STIRLAND C.
"Steel properties at elevated temperatures for use in fire engineering calculations". Document ISO/TC92/WG15/n° 14, 1980.

- S2. SKINNER D.H.
"Behaviour of steel during fires". Melbourne Research Laboratories, 1972.
- S3. SKINNER D.H.
"Determination of high temperature properties of steel".
BHP Technical Bulletin, vol.16, Melbourne Research Laboratories, 1972.
- S4. SCHNEIDER U. et al.
"Ursachen und Auswirkungen der Entfestigung von Beton bei hoher Temperatur". Mitteilungsblatt für die amtliche Materialprüfung Niedersachsen, Jahrg. 18/19, Hochschule Goslar, 1979.
- S5. SCHNEIDER U.
"Behaviour of concrete at high temperatures". Rilem Committee 44-PHT, 1983.
- S6. SAGER H. et al.
"Hochtemperatur- Verbundverhalten von Beton- und Spannstählen".
Sonderforschungsbereich 148, Technische Universität Braunschweig, 1980.
- S7. SCHNEIDER U.
"Creep effects under transient temperature conditions". Wittman, F.H. (ed.),
Fundamental research on creep and shrinkage of concrete, Martinus Nijhoff Publishers, Den Haag, 1982.
- S8. SCHNEIDER U., DIEDERICHS U.
"Physical properties of steel and concrete up to melting and ablation".
Technische Universität Braunschweig, 1981.
- S9. SMITH G.D.
"Numerical solution of partial differential equations".
Oxford University Press, London, 1965.
- S10. SCHLEICH J.B., DOTREPPE J.C., FRANSSSEN J.M.
"Numerical simulations of fire resistance tests on steel and composite structural elements or frames". Proc. of the first international symposium on fire safety science, Gaithersburg, oct. 1985,
Hemisphere Publishing Corporation, 1986.
- S11. SCHLEICH J.B., HUTMACHER H., LAHODA E., LICKES J.P.
"Une nouvelle technologie dans la construction en acier résistant au feu". Acier - Stahl - Steel, n° 3, 1983.
- T1. THOR J.
"Investigation on creep properties of various types of structural steels exposed to fire". Jernkontorets forshning D40, Stockholm, 1972.
- T2. THELANDERSSON S.
"Effect of high temperatures on tensile strength of concrete".
Nordish Betong 1972,2.

- V1. VAN FOEKEN R.J.
"Numerical analyses of steel and concrete structures under fire conditions". TNO, Delft, report n° BI-85-23/68.8.2002, 1985.
- V2. VAN FOEKEN R.J., SNIJDER H.H.
"Steel column and frame stability analysis using finite element technics". Heron, vol.30, n° 4, 1985.
- W1. WICKSTROM U.
"TASEF-2. A computer program for temperature analysis of structures exposed to fire". Report n° 79-2, Lund Institute of Technology, 1979.
- W2. WALTER R.
"Partiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken - Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell". Technische Universität Braunschweig, Heft 47, 1981.
- W3. WITTEVEEN J., TWILT L., BIJLAARD F.S.K.
"The stability of braced and unbraced frames at elevated temperatures". Symposium on Stability of Steel Structures, Liège, 1977.
- Z1. ZOLDNERS N.G.
"Effect of high temperature exposure on concrete incorporating different aggregates". Proc. ASTM 60, 1960.

