Université de Liège - Faculté des Sciences Appliquées



Optimisation objective de paramètres en écoulements turbulents à surface libre sur maillage multibloc



Sébastien ERPICUM
Ingénieur Civil des Constructions - DEA en Sciences Appliquées

Thèse présentée en vue de l'obtention du titre de Docteur en Sciences Appliquées

Septembre 2006

Hydrodynamique Appliquée et Constructions Hydrauliques

REMERCIEMENTS

Qu'il est difficile de débuter ces quelques lignes que l'on a tant souhaité écrire ! Elles marquent en effet la fin d'un travail intense, parfois fastidieux mais toujours riche d'enseignements, dans lequel je dois bien reconnaître que je ne me serais jamais lancé sans l'incitation du Professeur Michel Pirotton. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère reconnaissance pour m'avoir poussé à investiguer plus en détail « l'hydraulique ».
Monsieur Pirotton, je tiens également à vous remercier pour votre aide précieuse dans les moments parfois difficiles, et la confiance sans faille que vous me témoignez. Merci aussi de m'avoir accueilli dans votre équipe et de me permettre, depuis plus de cinq années, de réaliser quotidiennement un travail diversifié et passionnant, dans un domaine aussi riche que l'hydraulique appliquée. Enfin, le HACH est peut être devenu ce qu'il est grâce au travail d'une équipe motivée et soudée, travaillant de concert et au quotidien, mais cette équipe, c'est vous qui l'avez construite et qui la dirigez. Merci donc aussi pour cette réalisation et ce contexte de travail exceptionnel.

Je souhaite également adresser mes plus vifs remerciements au Professeur André Lejeune, dont les enseignements et les conseils, notamment dans le domaine des constructions hydrauliques et des essais expérimentaux, m'ont toujours été d'une aide précieuse. Vos encouragements matinaux quotidiens m'ont aussi été d'un grand réconfort ! Je vous remercie également d'avoir accepté de présider le jury qui va juger ce travail.

Merci au Professeur Olivier Léonard, au Professeur Michel Verbanck et à Messieurs Jérôme Dubois et Paul Gaudron d'avoir accepté de s'intéresser à ces travaux et de les juger. Je tiens à adresser des remerciements particuliers à Monsieur Gaudron pour la collaboration conviviale que nous avons eu l'occasion de mener durant plusieurs mois au Laboratoire, et pour la transmission d'informations sur la réalisation effective des ouvrages étudiés, dont quelques exemples sont illustrés dans ce travail.

Cette thèse de doctorat a été réalisée au sein d'une équipe que j'ai rejointe au début de son développement. Je tiens ici à en remercier tous les membres, qu'ils soient toujours présents ou nous aient quitté pour d'autres horizons.

Merci à Pierre Archambeau pour ses remarques et conseils avisés, ses développements informatiques si efficaces et sa grande disponibilité. Merci aussi pour ta présence quotidienne, ton écoute parfois, mais surtout ton amitié.

Merci à Thibaut Mouzelard, Benjamin Dewals et Sylvain Detrembleur avec qui j'ai, ou ai eu, la joie de partager un bureau. Votre présence quotidienne et nos discussions, parfois animées et souvent autour d'un bon café, m'ont été d'une aide précieuse dans la réalisation de ce travail. Elles ont également été la source initiatrice de plusieurs développements présentés ici.

Merci à Emilie Dupont, Laurent Smolders, Bruno Khuat Duy et Pierre Broze pour leurs conversations enthousiastes, leur travail efficace, et leur manie de toujours essayer d'utiliser la fonction « qui ne fonctionne pas encore » dans les logiciels de la suite WOLF. Un merci tout spécial à Laurent pour son implication dans les tests et les applications du modèle de turbulence.

Merci aux techniciens du Laboratoire, André, Alain, Didier, Maurice, Claude, Denis. J'apprécie grandement de travailler avec vous. Merci à Patrick pour son aide quotidienne. Merci à Madame Bruninx pour sa disponibilité et son efficacité.

Merci enfin à tous ceux qui ont eu le courage d'accepter de relire tout ou partie des différentes versions de ce document. Je pense en particulier à Monsieur Pirotton, à Madame Bruninx, à Benjamin, Pierre et Thibaut, à Danièle et Jean-Pierre, à mes parents, à Marie. Votre travail attentif m'a été d'une importance capitale.

Enfin, il y a ceux qui, continuellement, m'ont encouragé et soutenu. Ma famille, mais surtout Marie. Merci à toi d'être à mes côtés, attentionnée comme tu sais si bien l'être, et toujours prête à faire tout ce que tu peux pour m'aider. C'est à toi que je dédie ce travail.

Sébastien Erpicum

Septembre 2006

TABLE DES MATIERES

Préambule *1*

I Introduction générale *3*

I.1 Problématique du dimensionnement hydraulique des structures et des études hydrauliques en général **3**
I.1.1 Echelle des phénomènes 3
I.1.2 Variation des modèles 4
I.1.3 Constat 4

I.2 La suite WOLF du HACH **4**
I.2.1 Interface de travail 4
I.2.2 Organisation générale de l'environnement de travail WOLF 5
I.2.2.1 WOLFHydro 6
I.2.2.2 WOLF1D 7
I.2.2.3 WOLF2D 8
I.2.2.4 Transports induits 8
I.2.2.5 WOLFAG 8

I.3 Objectifs du travail **9**

I.4 Canevas des développements **10**

II Modèles hydrodynamiques intégrés et méthodes de résolution *13*

II.1 Introduction **13**

II.2 Modèles hydrodynamiques pour les écoulements à surface libre **14**
II.2.1 Concept 14
II.2.2 Principes de base 15
II.2.2.1 Principe de conservation de la masse 15
II.2.2.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement 15
II.2.3 Equations moyennes - Moyenne de Reynolds 16
II.2.4 Equations moyennes intégrées sur la hauteur 16
II.2.5 Equations moyennes intégrées sur la section 18
II.2.6 Autres modèles 19
II.2.6.1 Modèles dérivés 19
II.2.6.2 Modèles simplifiés 20
II.2.7 Remarque sur l'utilisation des modèles 21

II.3 Discrétisation spatiale - La méthode des volumes finis **21**
II.3.1 Généralités 21
II.3.2 Nécessité d'une formulation conservative 22
II.3.3 Principe de la méthode des volumes finis 23

II.3.4 Types de maillages....24
II.3.5 Types de méthodes volumes finis....25
II.3.6 Précision de l'évaluation des flux....26
II.3.6.1 Sources d'erreurs....26
II.3.6.2 Erreur de troncature....26
II.3.6.3 Erreur d'extrapolation....26
II.3.6.4 Précision globale....27
II.3.7 Extrapolation des inconnues aux arêtes....28
II.3.8 Evaluations des gradients des inconnues aux arêtes....28
II.3.8.1 Gradients au centre des mailles....28
II.3.8.2 Gradients aux sommets des mailles....30
II.3.8.3 Gradients aux bords des mailles....31
II.3.9 Evaluation des flux....33
II.3.9.1 Flux convectifs....33
II.3.9.2 Flux diffusifs....35
II.3.10 Conditions aux limites....35

II.4 Discrétisation temporelle - Schémas explicites et implicites....36
II.4.1 Deux types de méthodes....36
II.4.2 Généralités....37
II.4.2.1 Intégration explicite....37
II.4.2.2 Intégration implicite....38
II.4.3 Schémas explicites Runge-Kutta....38
II.4.3.1 Principe de la méthode....38
II.4.3.2 Pas de temps admissible....39
II.4.4 Schéma implicite....40
II.4.4.1 Méthode de Newton-Raphson....40
II.4.4.2 Application aux équations 1D....42
II.4.4.3 Matrice Jacobienne....43
II.4.4.4 Résolution du système linéaire....46
II.4.4.5 Choix du pas de temps....49
II.4.4.6 Calcul stationnaire....50

II.5 Conclusions....52

III Résolution des modèles hydrodynamiques intégrés....55

III.1 Introduction....55

III.2 Comportement théorique des modèles hydrodynamiques en présence de discontinuités....56
III.2.1 Relation de Bernoulli....56
III.2.2 Discontinuités d'écoulement - Notion de ressaut....57
III.2.2.1 Relations de conjugaison - Ressaut fixe....58
III.2.2.2 Ressaut mobile....61
III.2.3 Discontinuité topographique....61
III.2.3.1 Variation des champs d'écoulement....61
III.2.3.2 Analyse en termes d'énergie....65
III.2.4 Synthèse....69

III.3 Considérations sur les outils de résolution numérique de la suite WOLF....69
III.3.1 Généralités....69
III.3.2 Validation : état des lieux et objectifs....70

III.4 Le logiciel WOLF1D – Efficacité d'une intégration temporelle implicite....70
III.4.1 Base de comparaison....70
III.4.2 Cas simple d'un seul bras....71
III.4.2.1 Calcul stationnaire....71
III.4.2.2 Calcul instationnaire....72
III.4.3 Application à un réseau....76
III.4.3.1 Caractéristiques....76
III.4.3.2 Principe du calcul de plusieurs bras....77
III.4.3.3 Résultats....78

III.5 Le logiciel WOLF2D 81
III.5.1 Programmation 81
III.5.1.1 Etapes du calcul 81
III.5.1.2 Considérations liées au maillage 81
III.5.1.3 Résolution de *N* équations en *N* inconnues 82
III.5.2 Transition zones sèches - humides et extension du domaine de calcul 85
III.5.2.1 Approche du problème 85
III.5.2.2 Propagation d'une onde unidimensionnelle sur fond sec et lisse 86
III.5.2.3 Propagation d'une onde dans un canal bidimensionnel rugueux 88
III.5.3 Traitement des termes sources de pente de fond et de frottement 91
III.5.3.1 Généralités 91
III.5.3.2 Première approche pour le terme de pente de fond – Plan d'eau au repos 91
III.5.3.3 Extension et analyse dans le cas d'un fluide en mouvement 93
III.5.3.4 Approche originale pour la discrétisation du terme non-conservatif de pente de fond 101
III.5.3.5 Extension de l'approche originale au terme de frottement 110
III.5.3.6 Application à la propagation d'une onde sur une topographie variée et rugueuse 111
III.5.4 Conservation volumique des modèles 113

III.6 Applications 114
III.6.1 Modélisation unidimensionnelle des cours d'eau de la Région wallonne 114
III.6.1.1 Le projet PIRENE 114
III.6.1.2 Le modèle intégré MOÏRA 115
III.6.1.3 Module de calcul hydrodynamique 116
III.6.1.4 Discrétisation 116
III.6.1.5 Résultats 118
III.6.2 Interaction numérique / expérimental - Prédiction des champs d'écoulement dans les retenues de barrages 119
III.6.2.1 Utilité d'une approche couplée de la modélisation d'ouvrages hydrauliques complexes 119
III.6.2.2 Caractéristiques principales du projet 120
III.6.2.3 Modèles réduits 121
III.6.2.4 Modélisation numérique de la retenue 124
III.6.2.5 Définition de la géométrie du modèle réduit 125

III.7 Conclusions 127

IV Contribution à la modélisation de la turbulence 129

IV.1 Introduction 129

IV.2 Le mouvement turbulent 130
IV.2.1 Régime laminaire et régime turbulent 130
IV.2.2 Caractéristiques du mouvement turbulent 131
IV.2.3 Echelles de la turbulence 131
IV.2.4 Nature aléatoire de la turbulence 132

IV.3 Techniques de modélisation 134
IV.3.1 Simulation numérique directe 135
IV.3.2 Simulation de grandes échelles 135
IV.3.3 Evolution de grandeurs moyennes 136
IV.3.3.1 Principe - Moyenne de Reynolds 136
IV.3.3.2 Nécessité d'un modèle de fermeture 137
IV.3.3.3 Hypothèse de Boussinesq 137
IV.3.3.4 Equation de transport des tensions de Reynolds 138

IV.4 Modèles de turbulence pour un écoulement en fine lame 138
IV.4.1 Généralités 138
IV.4.2 Equations hydrodynamiques intégrées 139
IV.4.3 Modèles à 0 équation 139
IV.4.3.1 Modèle de Fischer 139
IV.4.3.2 Concept de longueur de mélange - Modèle de Smagorinski 140
IV.4.3.3 Commentaires sur les modèles à 0 équation 140
IV.4.4 Modèles à 1 équation 141
IV.4.5 Modèles à 2 équations 142

IV.5 Approche originale 143
IV.5.1 Spécificité de la turbulence dans les écoulements en fine lame 143
IV.5.2 Justification d'une nouvelle approche 146
IV.5.3 Canevas des développements 148
IV.5.4 Première décomposition moyenne-fluctuation – Turbulence à petite échelle 148
IV.5.4.1 Equations instantanées 148
IV.5.4.2 Décomposition moyenne-fluctuation 149
IV.5.4.3 Intégration sur l'épaisseur de la lame fluide 149
IV.5.4.4 Modélisation des tensions visqueuses intégrées 150
IV.5.4.5 Modélisation des tensions turbulentes de petite échelle intégrées 150
IV.5.4.6 Résumé 151
IV.5.5 Seconde décomposition moyenne-fluctuation – Turbulence à grande échelle 151
IV.5.5.1 Décomposition moyenne-fluctuation 151
IV.5.5.2 Modélisation des tensions turbulentes à grande échelle 152
IV.5.6 Etablissement de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente 153
IV.5.6.1 Membre de gauche 153
IV.5.6.2 Membre de droite 154
IV.5.6.3 Premier bilan et fermeture 156
IV.5.6.4 Terme de frottement 156
IV.5.6.5 Forme finale du modèle à une équation additionnelle 158
IV.5.7 Equation de transport du taux de dissipation 159
IV.5.8 Forme finale du modèle à deux équations additionnelles 159

IV.6 Résolution numérique 160
IV.6.1 Schéma de décentrement 160
IV.6.2 Conditions aux limites 162
IV.6.2.1 Conditions hydrodynamiques 162
IV.6.2.2 Conditions turbulentes 162
IV.6.3 Autres considérations 164

IV.7 Validation 164
IV.7.1 Ecoulement dans un élargissement brusque 164
IV.7.1.1 Données expérimentales 164
IV.7.1.2 Simulations numériques 166
IV.7.1.3 Comparaison des résultats 169
IV.7.1.4 Influence de la taille de maille 171
IV.7.1.5 Influence du type de reconstruction 172
IV.7.2 Ecoulement dans un canal avec un épi 173
IV.7.2.1 Données expérimentales 173
IV.7.2.2 Caractéristiques des simulations 174
IV.7.2.3 Résultats et comparaisons des modèles 174

IV.8 Applications 177
IV.8.1 Design d'une structure de prise d'eau 177
IV.8.1.1 Description de l'ouvrage et objectif des études 177
IV.8.1.2 Caractéristiques des simulations 179
IV.8.1.3 Résultats 180
IV.8.1.4 Modélisation des effets de la turbulence 181
IV.8.2 Simulation des écoulements en amont d'un ouvrage de retenue 183
IV.8.2.1 Caractéristiques de l'application 183
IV.8.2.2 Résultats 183
IV.8.3 Etude d'impact de la construction d'un pont en rivière 184
IV.8.3.1 Présentation de l'étude 184
IV.8.3.2 Données de simulation 185
IV.8.3.3 Résultats 186
IV.8.3.4 Utilité d'un modèle de turbulence 187

IV.9 Conclusions 190

V Décomposition du domaine de calcul – Multibloc 193

V.1 Objectifs 193

V.2 Maillage à blocs multiples 194
V.2.1 Principe 194
V.2.2 Types de méthode 194
V.2.3 Génération du maillage 195
V.2.3.1 Données d'entrée 195
V.2.3.2 Mailleur 196
V.2.3.3 Non recouvrement entre blocs 197
V.2.4 Traitement des interfaces 197
V.2.4.1 Conservativité 197
V.2.4.2 Reconstruction des variables 197
V.2.4.3 Cas particuliers 199
V.2.5 Aspects informatiques 200
V.2.5.1 Organisation du calcul 200
V.2.5.2 Numérotation des bords et des mailles 201
V.2.5.3 Gestion de la mémoire 202
V.2.6 Autres spécificités 203
V.2.6.1 Calcul partiel 203
V.2.6.2 Remaillage 203
V.2.6.3 Autres 203
V.2.7 Conditions aux limites 204
V.2.8 Gestion des données et des résultats 204
V.2.9 Validation 204
V.2.9.1 Ressaut mobile 204
V.2.9.2 Onde de rupture dans un canal en L 206

V.3 Variation des modèles de calcul 209
V.3.1 Principe 209
V.3.2 Traitement des interfaces 209
V.3.3 Aspects informatiques 210
V.3.4 Modèles implémentés 210
V.3.4.1 Modèles principaux 210
V.3.4.2 Variantes du modèle classique des SWE 210
V.3.4.3 Equations additionnelles 212
V.3.5 Résumé des possibilités 213
V.3.6 Validation 213
V.3.6.1 Passage en charge dans un canal unidimensionnel 213
V.3.6.2 Onde de rupture dans un canal en L 215

V.4 Couplage 1D-2D 217
V.4.1 Principe et limites 217
V.4.2 Traitement des interfaces 218
V.4.2.1 Mode de couplage 218
V.4.2.2 Impositions pour le 1D 218
V.4.2.3 Impositions pour le 2D 219
V.4.3 Aspects informatiques 220
V.4.4 Validation 222
V.4.4.1 Ressaut mobile 222
V.4.4.2 Propagation en rivière 223

V.5 Applications 225
V.5.1 Présentation des cas 225
V.5.2 La rupture du barrage de Malpasset 226
V.5.2.1 Historique 226
V.5.2.2 Eléments de validation 227
V.5.2.3 Données de simulation 227
V.5.2.4 Options du calcul multibloc 228
V.5.2.5 Résultats 229
V.5.3 Dimensionnement hydraulique d'un bassin de dissipation 232
V.5.3.1 Préambule 232
V.5.3.2 Le barrage de Nisramont 233
V.5.3.3 Objectifs de l'étude 234
V.5.3.4 Modèle numérique du site 235

V.5.3.5 Conditions d'écoulement dans la retenue 237
V.5.3.6 Domaine de simulation multibloc 237
V.5.3.7 Validation : la crue du 3 janvier 2003 238
V.5.3.8 Dimensionnement du bassin de dissipation 240
V.5.4 Propagation des ondes de sassement d'un complexe éclusier 242
V.5.4.1 La quatrième écluse de Lanaye 242
V.5.4.2 Nécessité d'un couplage 1D-2D 243
V.5.4.3 Données et domaines de modélisation 244
V.5.4.4 Résultats dans le bief amont 246
V.5.4.5 Analyse des ondes en aval 249

V.6 Calcul en parallèle 253

V.7 Conclusions 254

VI Optimisation objective de paramètres 257

VI.1 Introduction 257

VI.2 Réflexion sur la signification des paramètres de calage 258

VI.3 Objectifs de l'optimisation 260

VI.4 Les Algorithmes Génétiques 261
VI.4.1 Généralités 261
VI.4.2 Les paramètres 263
VI.4.2.1 Codage 263
VI.4.2.2 Contraintes 264
VI.4.3 Evolution des populations – Opérateurs de base 265
VI.4.3.1 Sélection 266
VI.4.3.2 Croisement 267
VI.4.3.3 Mutation 269
VI.4.3.4 Opérateurs annexes 269
VI.4.4 Fonction objectif 271
VI.4.4.1 Généralités 271
VI.4.4.2 Transformations des fonctions à optimiser 271
VI.4.4.3 Retraitement 272
VI.4.4.4 Evaluation globale ou locale 274
VI.4.5 Critère d'arrêt 275

VI.5 Structure de l'AG et intégration à la suite WOLF 276
VI.5.1 Structure 276
VI.5.2 Connexion AG – programmes de calcul 277
VI.5.3 Paramètres de l'optimisation et visualisation des résultats 278

VI.6 Tests et validation 278
VI.6.1 Introduction 278
VI.6.2 Remarque sur l'évolution de l'AG 278
VI.6.3 Optimisation de fonctions analytiques 279
VI.6.3.1 Synthèse 283
VI.6.4 Optimisation de paramètres hydrauliques 283
VI.6.4.1 Données 283
VI.6.4.2 Réflexion sur la précision des données 284
VI.6.4.3 Paramètres de l'AG 286
VI.6.4.4 Optimisation de deux paramètres 286
VI.6.4.5 Optimisation de quatre paramètres 294
VI.6.4.6 Optimisation de six paramètres 297
VI.6.5 Conclusions 297

VI.7 Applications 297
VI.7.1 Modélisation hydrologique sur le bassin de Mattmark en Suisse 298
VI.7.1.1 Introduction 298
VI.7.1.2 Données 298
VI.7.1.3 Optimisation 299

VI.7.2 Optimisation de la production hydroélectrique de la cascade Warche-Amblève 300
VI.7.2.1 Introduction 300
VI.7.2.2 Cadre de l'étude 300
VI.7.2.3 Données 301
VI.7.2.4 Optimisation du coefficient de frottement 302
VI.7.2.5 Optimisation de la production hydroélectrique 302

VI.8 Parallélisation de l'algorithme et optimisation en 2D 304
VI.8.1 Introduction 304
VI.8.2 Les librairies *MPI* 304
VI.8.3 Parallélisation de l'AG 305
VI.8.4 Application : optimisation de géométrie en bidimensionnel 306
VI.8.4.1 Site d'étude et données 307
VI.8.4.2 Modélisations bidimensionnelles d'écoulement 309
VI.8.4.3 Optimisation structurelle 311

VI.9 Conclusions 320

VII Conclusions générales 321

VII.1 Synthèse et originalités des travaux 321

VII.2 Enseignements principaux 324

VII.3 Perspectives 325

Annexe A : Ordre de précision du schéma de discrétisation spatiale des termes diffusifs 327

Annexe B : Propagation d'une onde unidimensionnelle sur fond sec et lisse 329

Annexe C : Propagation d'une onde unidimensionnelle sur fond sec et rugueux 333

Annexe D : Forces de viscosité – Tenseur de contraintes 335

Annexe E : Modèle de turbulence k-ε tridimensionnel 337

Notations principales 343

Symboles latins 343

Symboles grecs 345

Bibliographie 347

PRÉAMBULE

Historiquement, on observe en ingénierie hydraulique l'existence de règles de bonne pratique et de formules empiriques d'une part, et le recours à des études sur modèles physiques d'autre part. Les premières sont généralement appliquées à la résolution des problèmes classiques alors que les seconds, plus coûteux mais plus précis et fiables, sont utilisés pour résoudre les cas plus complexes dont les mécanismes sont en général moins bien compris.

Depuis quelques décennies, l'émergence de modèles numériques à la fiabilité et à la représentativité sans cesse grandissantes tend à modifier cet état des choses. En effet, le moindre coût de leur application et la facilité avec laquelle des modifications de paramètres sont prises en compte par les logiciels physiquement basés, en font des options de remplacement intéressantes des modèles physiques. Les délais de réalisation et les coûts élevés de ces derniers sont également de moins en moins compatibles avec la flexibilité et les délais d'études restreints imposés par les mandataires d'études.

L'utilisation de plus en plus intensive des modèles numériques est par ailleurs étroitement liée à l'explosion des capacités informatiques observées ces dernières années.

Cette thèse de doctorat s'inscrit dans la filière d'étude menée avec succès depuis une dizaine d'années aux Laboratoires de Constructions Hydrauliques de l'Université de Liège par l'Unité du HACH[1], à savoir une interaction très forte entre modélisations numériques d'une part, et modèles physiques d'emprise réduite d'autre part. Les premières sont destinées à représenter l'écoulement à grande échelle et à circonscrire précisément les zones à étudier plus finement sur les seconds, qui sont utilisés là où les phénomènes hydrauliques ne sont pas encore modélisables valablement par voie numérique. L'interaction entre les deux types d'approche permet d'alimenter les modèles physiques par des conditions aux limites définies sur des bases objectives. Inversement, les études expérimentales fournissent les données nécessaires à la validation qualitative et quantitative des modèles numériques.

Depuis plus de 40 ans, l'expérience en matière de modèles physiques des Laboratoires de Constructions Hydrauliques (Unités HACH et LHM[2]) est importante et internationalement reconnue, en témoignent les rapports de recherches, d'études et d'expertise réalisés sans discontinuer pour de grands bureaux d'études belges et étrangers, des Administrations, des entreprises… La construction récente de nouvelles installations et les investissements dans

[1] HACH = Hydrodynamique Appliquée et Constructions Hydrauliques

[2] LHM = Laboratoire d'Hydro Mécanique

des techniques et des appareillages de mesures à la pointe de la technologie renforcent l'idée que la modélisation physique dans le domaine de l'hydraulique a un avenir radieux devant elle, que ce soit en recherche fondamentale ou appliquée ou encore dans le support au design d'ouvrages.

Parallèlement, le développement des modèles numériques de simulation des écoulements à surface libre a débuté à Liège au début des années 80. Il n'a jamais cessé depuis, conduisant à la suite intégrée de logiciels physiquement basés WOLF qui contient, dans sa version actuelle, des outils de modélisation quasi-2 et 3D des écoulements à surface libre ainsi qu'un logiciel hydrologique et un module d'optimisation objective de paramètres. Le tout est réuni dans une interface utilisateur unique, conviviale et performante, permettant la génération aisée de simulations et la visualisation interactive et efficace des résultats de modélisation en cours de calcul, avec génération de vidéos en 3 dimensions. Ces logiciels sont utilisés quotidiennement au HACH pour toutes sortes d'applications, de l'étude des risques en aval liés à la rupture d'ouvrages de retenue, avec prise en compte optionnelle des effets sédimentaires, à la détermination de cartes d'inondations naturelles, en passant par des études d'impact ou le dimensionnement d'ouvrages hydrauliques.

Les travaux de développements, tant des équations théoriques régissant les écoulements de surface que des méthodes de calcul numériques et des outils informatiques de visualisation, sont le fruit du travail de toute une équipe qui œuvre de concert en unissant ses idées et ses compétences au quotidien. Le but est de produire des outils de calcul fiables et performants à même de répondre aux défis actuels et futurs des ingénieurs et des gestionnaires actifs dans le domaine de l'hydrodynamique appliquée au sens large.

La potentialité de cette équipe à réaliser dans le même temps des recherches théoriques ou des applications expérimentales lui procure une expertise supplémentaire riche d'enseignements et d'une importance indéniable dans la compréhension des phénomènes physiques ainsi que dans le développement et la validation de ses modèles numériques.

I INTRODUCTION GÉNÉRALE

I.1 Problématique du dimensionnement hydraulique des structures et des études hydrauliques en général

I.1.1 Echelle des phénomènes

Les études de problèmes hydrauliques se réalisent en général sur une emprise géographique importante. Les écoulements à surface libre sont en effet gouvernés par des conditions spécifiques présentes en des sections de contrôle, souvent localisées en des points qui possèdent une topographie particulière, et qui peuvent être fort espacées le long d'un cours d'eau par exemple.

D'un point de vue plus théorique, l'état d'équilibre d'un écoulement ne peut jamais être atteint strictement pour un débit non nul. La hauteur d'eau constante longitudinalement qui le caractérise est en effet définie comme une asymptote à la ligne d'eau. Pour un bief de caractéristiques uniformes en long, les conditions hydrauliques locales sont alors fonction du débit et de l'éloignement du point considéré aux sections de contrôle situées en amont et/ou en aval selon le régime d'écoulement. Si l'on considère en plus la non uniformité des caractéristiques physiques des cours d'eau naturels, on comprend aisément que la présupposition des conditions d'écoulement en un point quelconque d'une rivière pour y placer la condition limite d'un modèle numérique est inapplicable en pratique, et que l'emprise spatiale de simulations informatiques représentatives est donc forcément importante.

A l'opposé, le dimensionnement des structures s'effectue à une échelle locale. Une connaissance détaillée des niveaux d'eau et des champs de la vitesse d'écoulement est primordiale pour garantir un dimensionnement optimal. De même, la forme des veines d'écoulement doit être appréhendée avec précision pour donner à la structure le design approprié à sa bonne interaction avec le fluide, ce qui nécessite à tout le moins des simulations bidimensionnelles dans la majorité des cas. L'échelle spatiale de calcul est donc ici très petite et distribuée en plan, voire tridimensionnelle.

D'autre part, en modélisation numérique des écoulements, le choix d'une échelle spatiale conditionne de facto celui d'une échelle de temps, l'instationnarité des phénomènes appréhendés et la propagation résultante d'ondes au sein du fluide impliquant une discrétisation temporelle à l'image de la discrétisation spatiale du domaine afin de garantir la stabilité du schéma d'intégration temporelle appliqué. Cette contrainte est incontournable

actuellement dans les cas de modélisation de phénomènes transitoires sévères par intégration temporelle explicite par exemple.

Dans d'autres cas par contre, comme l'étude des phénomènes stationnaires, des schémas d'intégration implicites permettent de s'affranchir de ce critère de stabilité et autorisent le recours à des pas de discrétisation temporelle théoriquement beaucoup plus importants, mais qui doivent tout de même tenir compte en pratique des limitations inhérentes à la physique des phénomènes et aux modèles mathématiques utilisés.

I.1.2 Variation des modèles

De même que la modélisation d'un écoulement requiert une emprise spatiale adaptée, le dimensionnement optimisé d'une structure par voie numérique nécessite l'utilisation de modèles de calcul capables de représenter valablement les phénomènes envisagés. Cela implique, par exemple, de prendre en compte des effets de turbulence, de transport sédimentaire ou d'entraînement d'air.

Pour autant qu'ils existent et soient valides, le recours à de tels modèles mathématiques peut être envisagé. Il implique cependant un accroissement substantiel des ressources informatiques et du temps de calcul nécessaires dès que des emprises de simulation importantes sont réalisées.

De la même manière, le formalisme mathématique des modèles et les méthodes de résolution numériques nécessaires à leur utilisation sont souvent à l'image de la complexité des phénomènes physiques envisagés.

I.1.3 Constat

De ces considérations, il apparaît, qu'en pratique, les modélisations hydrodynamiques doivent souvent considérer des emprises spatiales importantes, discrétisées avec un maillage assez fin. L'évolution des variables doit être envisagée avec des pas de temps réduits, et les modèles mathématiques employés doivent être suffisamment complets pour envisager valablement les phénomènes physiques en jeu. Les capacités nécessaires d'espace mémoire et de temps de calcul peuvent donc rapidement s'avérer prohibitives dès lors que le code utilisé n'a pas été développé en fonction de ces spécificités.

I.2 La suite WOLF du HACH

Fruit de plusieurs années de développement au HACH, la suite intégrée de logiciels physiquement basés WOLF permet, dans une interface unique et conviviale, la modélisation de tout écoulement à surface libre pour tout régime sur maillage structuré uni- ou bidimensionnel, ainsi que l'optimisation objective des paramètres physiques du problème [128].

Ces logiciels sont utilisés quotidiennement au HACH pour toutes sortes d'applications, de l'étude des risques en aval liés à la rupture d'ouvrages de retenue avec prise en compte des effets sédimentaires [33] à la détermination des cartes d'inondations naturelles [66], en passant par des études d'impact ou le dimensionnement d'ouvrages hydrauliques [9, 49].

La suite logicielle WOLF constituant le cadre général de ce travail, les paragraphes qui suivent ont pour ambition de synthétiser les principales caractéristiques des différents codes qui la composent.

I.2.1 Interface de travail

Il est assez symptomatique de débuter la description de WOLF par quelques mots sur son interface. Il émane en effet de l'expérience de plus de 15 ans en hydraulique numérique du HACH que l'expertise de l'hydraulicien face à la quantité toujours croissante d'informations

générées ne peut pleinement s'exprimer qu'avec une interface performante et conviviale de pré- et post-traitement, unifiée pour l'ensemble des logiciels.

Cette interface est développée à la fois pour mettre rapidement en œuvre l'ensemble des données relatives à toute simulation complexe, ainsi que pour visualiser et animer en temps réel les résultats en deux ou trois dimensions pour chaque maille de discrétisation [6] (Figure I-1).

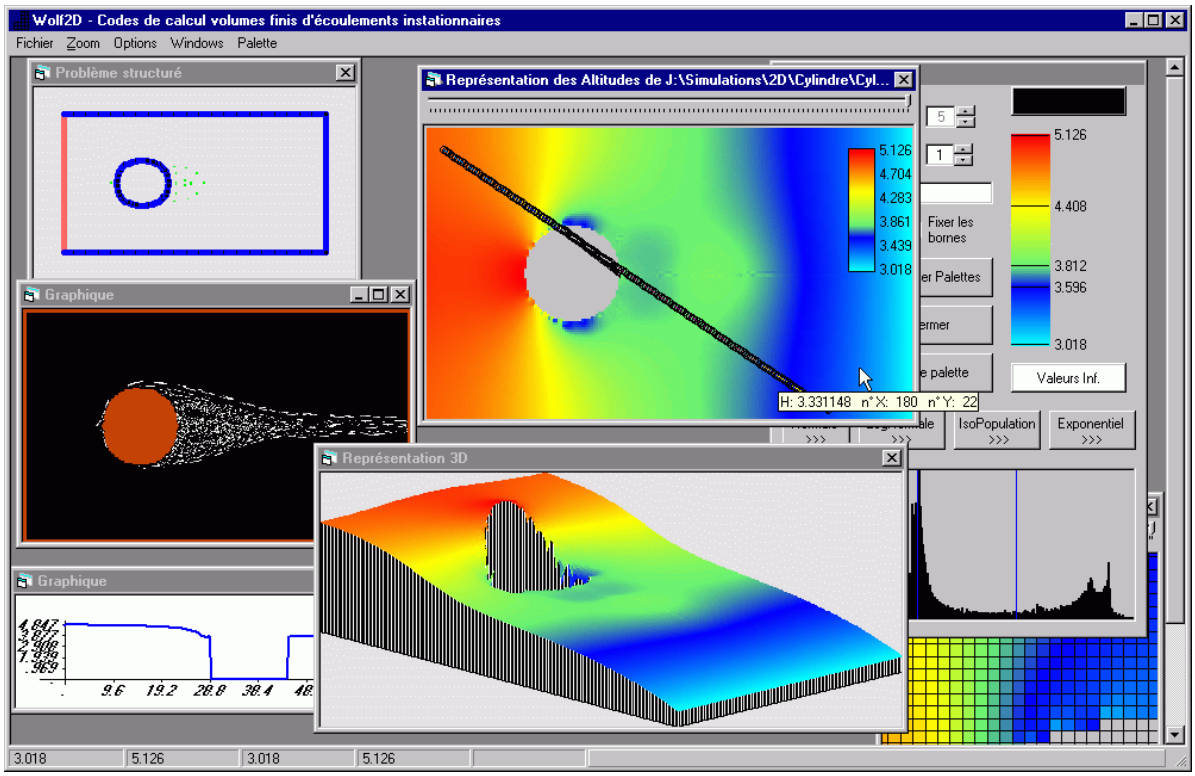


Figure I-1 : Capture d'écran d'une fenêtre WOLF personnalisée par l'utilisateur [6]

Entièrement développée au sein du HACH, cette interface s'apparente aujourd'hui à un véritable Système d'Information Géographique, tout en tirant pleinement parti de la convivialité d'utilisation que procure l'environnement Windows®.

WOLF offre un cadre de travail unifié et confortable pour tout modélisateur, en lui proposant entre autre un tableur simplifié, la génération de zooms ou de coupes, la gestion d'une palette de dégradés en vraies couleurs ou la superposition d'informations raster et vectorielles utiles pour visualiser des résultats sur un fond de carte, …

Toutes les visualisations de résultats de simulation présentées dans cette thèse ont été générées à l'aide de l'interface WOLF.

I.2.2 Organisation générale de l'environnement de travail WOLF

Dans l'interface de travail aux utilités multiples sont offerts plusieurs niveaux de modélisation couvrant l'intégralité de la chronologie des écoulements de surface du cycle hydrologique, de l'hydrologie physiquement basée à l'hydrodynamique quasi-tridimensionnelle en topographie naturelle, en passant par les écoulements filaires en réseaux naturels de cours d'eau en sections composées naturelles (Figure I-2).

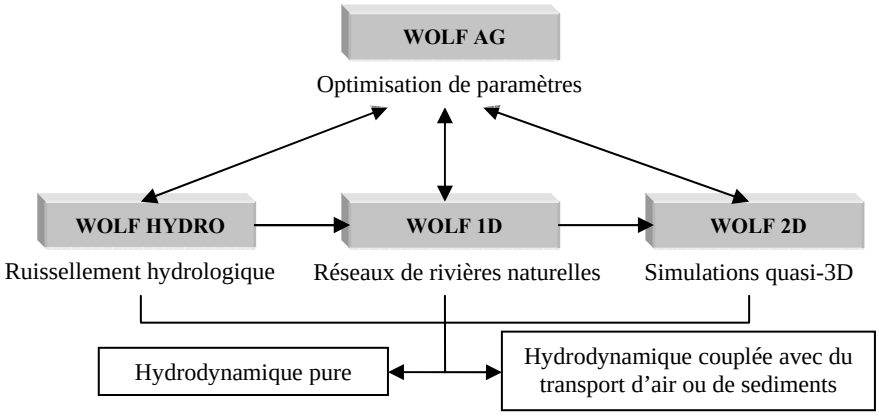


Figure I-2 : Organigramme de la suite WOLF

L'évolution de concert des différents modules de calcul est rendue possible par la mise au point d'une méthode unifiée de résolution des équations adaptées à chaque phénomène. Cette approche exploite l'idée fondamentale que tout type d'écoulement de surface, à son échelle, présente les mêmes potentialités de développer une coexistence de zones de solutions continues et discontinues dont les limites varient dans le temps et l'espace.

L'aptitude à résoudre ces discontinuités est fondamentale quels que soient les phénomènes considérés, depuis une lame ruisselante de quelques millimètres jusqu'à un front de plusieurs mètres consécutif à une rupture. Elle conditionne en effet la précision de toute la solution et, de là, la confiance que l'on peut associer à l'interprétation finale des simulations pratiques réalisées avec WOLF.

I.2.2.1 WOLFHydro

L'ambition générale des logiciels WOLF est de fournir aux ingénieurs hydrauliciens et aux décideurs une suite intégrée pour la modélisation numérique déterministe de la genèse et de la propagation de tout écoulement hydraulique à surface libre. La première étape consiste donc à envisager l'apparition des écoulements au départ des pluies, de leur répartition entre les différents compartiments du bilan hydrologique à leur transfert au réseau de rivières. C'est dans ce but qu'a été implémenté le logiciel WOLFHydro pour le calcul physiquement basé des écoulements sur les bassins versants, largement décrit par Archambeau [6].

La version actuelle du logiciel résout la forme conservative des équations du modèle 2D de l'onde diffusive par une méthode volumes finis et pour trois couches d'écoulement spécifiques distribuées verticalement (Figure I-3 : ruissellement de surface (A), écoulement hypodermique (B) et infiltration profonde (C)). Les échanges verticaux instantanés entre couches sont également évalués de façon instationnaire en fonction de l'état de ces dernières.

Différentes lois de frottement adaptées au calcul d'écoulements sur macro-rugosité sont disponibles.

Le code est à même de considérer des précipitations variables temporellement et spatialement sur le bassin versant et un modèle complet de propagation 1D en réseau de rivières propage les apports latéraux dans les cours d'eau jusqu'à l'exutoire.

Les lois d'échange instationnaires évaluent naturellement la récupération de la capacité d'infiltration du sol après la fin de la pluie, ce qui permet la simulation de longues périodes de temps sans arrêt du programme.

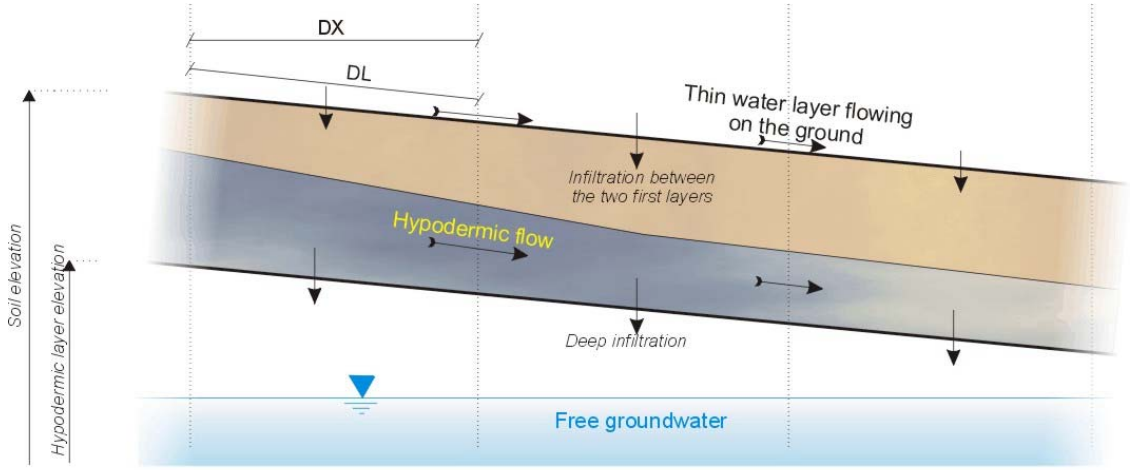


Figure I-3 : Trois niveaux d'écoulement considérés dans WOLFHydro [7]

L'approche physiquement basée permet à la fois de simplifier les phases de calage de paramètres à la gamme des variations mieux connues et surtout d'utiliser le code comme outil de gestion en répercutant tout changement de politique sur la valeur du paramètre adéquat [7].

I.2.2.2 WOLF1D

Historiquement, les crues de l'année 1998 en Belgique et celles qui ont récemment touché toute l'Europe prouvent à suffisance, qu'en tant que phénomènes naturels, ces événements doivent être maîtrisés non par la force mais par l'analyse des causes et la compréhension des processus en jeu. Dans ce but, le logiciel WOLF1D a été développé dans un premier temps pour simuler la propagation d'ondes de crue dans des réseaux naturels de rivières. Il a été validé par comparaison avec d'autres modèles numériques existants, avec des résultats expérimentaux, ainsi qu'avec des cas réels instrumentés de comportement transitoire d'écoulements en rivières naturelles [6, 107].

Il a ensuite été utilisé de façon intensive comme outil de gestion pour l'analyse d'évènements extrêmes. Actuellement, des logiciels 2D ou quasi-3D plus efficaces et précis, tel WOLF2D, sont disponibles pour modéliser des situations de crue même sur de longs tronçons de rivière. Le modèle 1D est alors préférentiellement appliqué à la modélisation de réseaux d'écoulement à l'échelle du bassin versant ou d'un grand territoire, que ce soit pour l'étude de la propagation de crues, le transport de polluants [42] ou l'évaluation de la qualité globale de l'eau et des impacts environnementaux [126], voire aussi l'alimentation d'autres modèles en conditions limites par couplage des approches [47].

Etant donné que la plupart des méthodes basées sur des considérations de débitance conduisent à des erreurs substantielles, WOLF1D prend explicitement en compte les différentes contributions d'écoulements en lits composés, aussi bien dans les situations de larges plaines d'inondation présentant un courant totalement développé (Figure I-4 b)) que dans le cas de zones de stockage latérales qui, par leurs échanges essentiellement transversaux, contribuent peu à l'écoulement axial du cours d'eau (Figure I-4 a)). Cette spécificité le démarque des logiciels unidimensionnels classiquement proposés en hydraulique de surface.

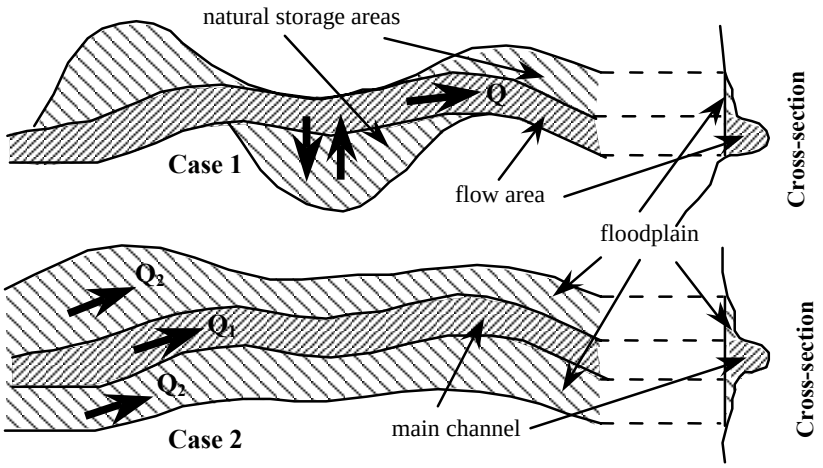


Figure I-4 : Interactions entre le lit mineur et les plaines d'inondation [44]

I.2.2.3 WOLF2D

Les équations gouvernant le mouvement d'un liquide sont basées sur les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Après intégration sur la hauteur d'eau et en posant l'hypothèse peu restrictive que les vitesses selon la direction d'intégration sont faibles par rapport à celles dans un plan perpendiculaire, on obtient les équations dites des eaux peu profondes. Ecrites sous forme conservative, leur résolution numérique adaptée dans le logiciel WOLF2D fournit la solution à tout problème d'hydrodynamique à surface libre présentant un plan préférentiel d'écoulement, que ce dernier soit horizontal ou pas [107] et ce en capturant correctement les discontinuités et les changements de régime. Des modules supplémentaires permettent la prise en compte, dans les simulations, d'effets de transport d'air, de sédiments ou de polluants, voire de la distribution des variables hydrodynamiques sur la hauteur d'eau par équations de moment additionnelles [33].

Ce logiciel est le fer de lance actuel de la suite WOLF. Du constat posé au paragraphe I.1.3, il ressort en effet de l'expérience du HACH qu'une approche bidimensionnelle très détaillée représente, en modélisation des écoulements à surface libre, le meilleur compromis pour la résolution de la majeure partie des problèmes rencontrés quotidiennement par les ingénieurs hydrauliciens. Le cadre d'application extrêmement peu restrictif proposé par WOLF2D, couplé à ses potentialités de discrétisation spatiale, en font en effet un outil applicable avec réalisme à l'ensemble des cas d'étude pratiques, sans pour autant nécessiter des ressources informatiques prohibitives.

WOLF2D est le principal outil qui a été développé et utilisé dans le cadre de cette thèse de doctorat. Nous aurons donc le loisir de décrire abondamment ses caractéristiques par la suite.

I.2.2.4 Transports induits

De façon générale, tous les logiciels hydrodynamiques de la suite WOLF sont à même de modéliser les mouvements d'eau pure, mais également les écoulements chargés en polluants ou sédiments, avec pour ces derniers la prise en compte des effets induits sur la topographie (entraînement – déposition) [33]. Il en va de même des écoulements bi-phasiques air / eau sur des coursiers d'évacuateur de crue par exemple [33].

I.2.2.5 WOLFAG

WOLF AG, un logiciel d'optimisation basé sur la méthode des Algorithmes Génétiques, a été développé dans le cadre de cette thèse de doctorat afin de disposer d'un outil robuste et fiable de calage de paramètres qui soit utilisable avec l'ensemble des codes de la suite WOLF. Un chapitre de cet ouvrage est entièrement consacré à sa description.

Capable de piloter tout code de la suite WOLF, il permet au choix de procéder à un calage de paramètres par méthode inverse ou d'effectuer des optimisations de politique de gestion sur base de consignes paramétrées.

I.3 Objectifs du travail

Ce travail s'inscrit dans la filière d'étude du HACH, à savoir une interaction très forte entre simulation numérique et modélisation physique. Les applications pratiques envisagées quotidiennement au Laboratoire, dont plusieurs exemples sont exposés dans ce travail, nous ont permis d'identifier aussi bien des pistes d'amélioration des modèles existants que des besoins en nouvelles potentialités de représentation. C'est de là que sont nés la plupart des développements réalisés durant cette thèse doctorat, avec comme objectif principal d'augmenter les potentialités de la suite WOLF pour l'aide à la gestion et au design d'ouvrages hydrauliques.

Nous l'avons expliqué au début de ce chapitre d'introduction, le dimensionnement de structures hydrauliques, tout comme la majeure partie des problèmes d'hydrodynamique des écoulements à surface libre rencontrés dans la pratique, nécessite des études à grande et petite échelles à l'aide de modèles adaptés localement aux phénomènes représentés, et donc variables au sein d'une même étude selon le point particulier examiné. D'autre part, l'optimisation de la forme ou du fonctionnement d'ouvrages hydrauliques requiert des outils de calibration robustes permettant une approche objective. Ces derniers doivent de plus être couplés à des logiciels hydrodynamiques dont la représentativité et les temps de calcul sont en accord avec les caractéristiques de l'optimisation.

De ces constatations, il ressort que des développements sont nécessaires pour améliorer les temps de calcul des logiciels existants au sein de la suite WOLF. L'implémentation d'un schéma d'intégration temporelle implicite, la gestion du domaine de calcul afin de restreindre la modélisation aux seuls éléments sous eau ou encore la modification de l'architecture des codes pour systématiser efficacement le choix du modèle mathématique résolu, sont autant de pistes qui méritent d'être envisagées.

L'enrichissement des potentialités de modélisation des outils de la suite WOLF passe quant à lui par la prise en compte des effets de turbulence ou l'amélioration de la représentation des écoulements sur des discontinuités topographiques par exemple.

Enfin, l'existence dans les logiciels WOLF de toute une série de modèles numériques différents, adaptés chacun à l'étude d'un phénomène hydrodynamique plus en particulier mais répondant tous aux mêmes idées de conception générale et ayant recourt à des principes de résolution identiques, suggère de permettre l'utilisation de l'ensemble des outils à disposition de façon simultanée et automatique au sein d'une même simulation. La possibilité sous jacente de diviser une simulation en différents domaines de calcul utilisant éventuellement des maillages différents est également importante à analyser pour diminuer le nombre de mailles et donc les temps de calcul.

Une fois ces étapes de développements des modèles hydrodynamiques franchies, la mise au point d'un logiciel adapté de calage automatique de paramètres, utilisable avec n'importe lequel des codes de la suite WOLF, est le dernier prérequis à l'optimisation objective, par voie numérique, du design ou du fonctionnement de structures hydrauliques.

Ainsi est née la chronologie de recherche théorique et numérique, étroitement liée à notre attachement à l'expérimental et aux préoccupations pratiques des grands projets de constructions hydrauliques, décrite dans ce travail.

I.4 Canevas des développements

Les deux premiers chapitres de développements de cette thèse s'attachent à décrire le cadre numérique de la suite logicielle WOLF, et plus particulièrement des codes 1D et 2D.

Le chapitre II présente de façon générale les modèles mathématiques intégrés pour la modélisation des écoulements à surface libre ainsi que les méthodes de résolution employées au HACH pour les exploiter. La rationalisation des temps de calcul des simulations filaires à grande échelle est améliorée à ce stade par l'implémentation au sein du logiciel WOLF1D d'un schéma d'intégration temporelle implicite, en parallèle du schéma explicite existant. Extrêmement bien adapté au calcul de tout type d'écoulements stationnaires, ce nouveau schéma peut également être avantageusement utilisé pour des simulations transitoires dont les amplitudes de variation des conditions limites sont en accord avec des périodes de simulation importantes.

La validité de ces premiers développements originaux est démontrée dans le chapitre III, de même que les modifications apportées au logiciel WOLF2D. Ces dernières concernent l'extension automatique du domaine de calcul en fonction des mailles immergées – émergées, le traitement des termes sources de pente de fond et de frottement en accord avec une approche énergétique, la conservation volumique du modèle ainsi que la réorganisation de la filière de résolution des équations de façon à permettre une totale latitude dans le choix du modèle de calcul utilisé. Ce dernier point signifie que le code a été entièrement réécrit pour permettre la résolution d'un jeu de N équations en N inconnues choisies parmi plusieurs modèles mathématiques ou plusieurs options de calcul. Ces développements ont déjà été employés par ailleurs [33] pour augmenter les potentialités de modélisation du logiciel par la prise en compte d'effets sédimentaires ou de transport de constituants ainsi que pour la résolution d'équations de moments supplémentaires permettant d'appréhender la distribution des variables hydrodynamiques selon la direction d'intégration.

Des exemples d'applications pratiques clôturent le chapitre III et démontrent une première fois l'opportunité de réaliser des études couplées expérimentale – numérique pour l'analyse de grands complexes hydrauliques.

Passée cette étape importante de mise au point et de validation des outils de calcul, le chapitre IV est le cadre de développements visant à améliorer la représentativité du modèle 2D par la prise en compte effective des effets de turbulence. Un modèle original à équations additionnelles, adapté au calcul d'écoulements intégrés sur la hauteur de la lame fluide, est proposé, implémenté et validé sur des cas expérimentaux, avant d'être appliqué à plusieurs exemples réels.

A coté de cet enrichissement des phénomènes hydrauliques potentiellement modélisables, le chapitre V décrit les travaux effectués sur le maillage d'un domaine de calcul bidimensionnel. Pour assurer un ordre de précision suffisant de la méthode de résolution simple, efficace et peu coûteuse en temps de calcul implémentée dans WOLF2D, l'utilisation d'un maillage structuré est nécessaire. Or, cela peut rapidement conduire à des tailles de simulation prohibitives dès lors que l'on souhaite approcher finement la discrétisation d'ouvrages hydrauliques par exemple. De ce constat est née l'idée de diviser le domaine de calcul en blocs au sein desquels une taille de maille adaptée à la zone représentée peut être utilisée. L'interface entre blocs, lieu de frontière entre maillages différents, est la zone critique. Des développements originaux permettent de la traiter adéquatement.

Cette philosophie de maillage multibloc a également été utilisée pour varier les modèles de calcul au sein d'une même modélisation, un modèle étant utilisé dans un bloc distinct. Grâce à cette approche, dans une simulation unique, le jeu d'équations adéquat est employé localement, sans préjudice du temps de calcul global ni de la représentation des champs hydrodynamiques en d'autres endroits.

L'étape ultime de ces développements a été de réaliser le couplage des modèles 1D et 2D, ce qui conduit à des réductions substantielles des temps de simulation. De nouveau, ces développements sont largement validés et appliqués à de nombreux cas pratiques réels.

A la suite de cette phase de développement des outils de modélisation pour les rendre applicables au dimensionnement hydraulique d'ouvrages, le chapitre VI décrit les travaux réalisés pour mettre au point un logiciel permettant l'optimisation objective des paramètres des simulations avec n'importe lequel des codes hydrodynamiques de la suite WOLF. De par la grande diversité des problèmes envisageables, de l'évaluation du débit en rivière à l'optimisation de la forme et du mode de gestion de structures hydrauliques, un modèle basé sur la technique robuste et éprouvée des Algorithmes Génétiques a été envisagé. De nombreux exemples montrent l'applicabilité du logiciel proposé, aussi bien pour le calage de paramètres physiques, comme le coefficient de frottement, que pour l'optimisation de la gestion de complexes hydrauliques. Dans un second temps, la parallélisation du logiciel ouvre la porte à des applications d'envergure, dont le dimensionnement hydraulique d'ouvrages. Un exemple concret est proposé au travers de l'optimisation de la forme d'une prise d'eau réalisée sur base de simulations bidimensionnelles d'écoulements turbulents.

Le dernier chapitre synthétise les conclusions du travail et suggère les pistes des développements ultérieurs.

II MODÈLES HYDRODYNAMIQUES INTÉGRÉS ET MÉTHODES DE RÉSOLUTION

« L'application correcte de modèles numériques demande de la part des utilisateurs un excellent niveau de compréhension tant des phénomènes physiques que numériques en jeu. »
Traduit de Verwey, 1994 [161]

II.1 Introduction

Après avoir défini dans les premières pages les objectifs et le cadre des travaux menés durant cette recherche doctorale, l'ambition de ce chapitre est de rappeler les modèles mathématiques à la base de la simulation numérique des écoulements à surface libre, ainsi que de synthétiser les principes des méthodes de résolution employées au sein du HACH pour les exploiter. La chronologie choisie suit le schéma logique du développement d'un code numérique. Partant de l'établissement théorique des modèles mathématiques, les méthodes d'intégration spatiale et temporelle sont ensuite abordées successivement.

Cette approche progressive au départ des principes fondamentaux à la base des développements théoriques et numériques jusqu'aux modèles mathématiques finaux et aux méthodes de calcul utilisées pour les résoudre est absolument nécessaire afin de pouvoir appréhender avec discernement le domaine de validité des modèles employés. Ce dernier est en effet étroitement lié à la genèse de l'établissement des équations et aux caractéristiques des méthodes de résolution et ne peut donc être dissocié de leur bonne connaissance et compréhension.

Le chapitre débute par un rappel indispensable des principes fondamentaux qui gouvernent tout écoulement isotherme et incompressible, les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Il est suivi par une synthèse des principaux modèles intégrés qui en découlent pour la modélisation des écoulements à surface libre.

Les principes de la méthode de discrétisation spatiale par volumes finis, qui est exclusivement utilisée dans les codes de la suite WOLF, sont ensuite exposés succinctement avant la présentation des techniques d'intégration temporelle auxquelles il a été fait appel pour résoudre les différents exemples d'application proposés. A coté des méthodes explicites classiquement employées au HACH, une méthode implicite originale, spécifiquement adaptée aux caractéristiques d'une simulation unidimensionnelle à large échelle, est présentée en détail.

II.2 Modèles hydrodynamiques pour les écoulements à surface libre

II.2.1 Concept

La simulation numérique d'un phénomène physique quel qu'il soit consiste en la résolution informatique d'un modèle mathématique à même de caractériser le comportement des variables représentatives du problème envisagé. Ce modèle mathématique doit être suffisamment complet pour permettre de représenter valablement les processus physiques en jeu, mais il doit également être assez synthétique que pour pouvoir être appliqué à des situations réelles sans conduire à des temps de calcul prohibitifs. Il doit enfin rester assez général pour être d'utilisation efficace en pratique. En effet, un modèle très précis mais simplifié à l'extrême pour un problème hydrodynamique bien particulier n'est d'aucune utilité car il possède souvent un champ d'application trop restreint.

Tous les mouvements isothermes de liquides incompressibles, et donc a fortiori les écoulements hydriques à surface libre qui nous intéressent, sont régis par deux principes fondamentaux de la mécanique des fluides. Le premier, le principe de conservation de la masse, traduit la continuité des transferts de matière au sein de l'écoulement. Le second, celui de conservation de la quantité de mouvement, rend compte de l'effet des forces extérieures sur la dynamique du fluide.

Ces principes s'appliquent aussi bien à une particule unique qu'à un volume de contrôle défini par la pensée dans l'écoulement. Ils permettent donc a priori de modéliser exactement le comportement de chaque particule constituant le fluide. Au vu du nombre et de la taille de ces particules, ce genre d'approche est cependant inimaginable en pratique. De plus, même sur base de volumes de contrôle définis au sein d'un écoulement et renfermant un grand nombre de particules, l'échelle de variation spatiale et temporelle des inconnues hydrodynamiques est telle que la résolution exacte des équations régissant ces variables représente un temps de calcul prohibitif dès que l'on s'éloigne de situations théoriques idéalisées. Nous reviendrons au chapitre IV sur quelques-unes de ces considérations. Ce qu'il importe de signaler à ce stade est que les équations qui sont couramment résolues en pratique dans le domaine de la mécanique des fluides sont des équations qui décrivent le mouvement moyen du fluide sur base d'inconnues hydrodynamiques moyennes. En effet, cette description plus globale du mouvement des liquides est largement suffisante pour la majorité des applications qui intéressent l'ingénieur hydraulicien, qu'elles touchent le domaine environnemental, de la distribution ou des constructions hydrauliques pour ne citer que ceux-là.

D'un autre côté, la plupart des écoulements de surface s'effectuent selon un plan ou une direction préférentielle. C'est par exemple le cas de tout écoulement en rivière pour autant que l'on considère des emprises en plan d'un ordre de grandeur supérieures à la hauteur d'eau. Il en va de même des écoulements sur les évacuateurs de crue, dans les chenaux des stations d'épuration… En fait, les écoulements intrinsèquement tridimensionnels sont rares dans les applications courantes des ingénieurs hydrauliciens s'intéressant aux écoulements de surface. La connaissance fine de la variation des inconnues hydrodynamiques moyennes dans les trois dimensions, dès lors qu'elle nécessite le recours à des maillages denses et conduit à des temps de calcul encore souvent prohibitifs, ne procure en général aucune information indispensable à la compréhension ou la prévision des conditions d'écoulement. C'est pourquoi il est souvent fait appel dans le domaine de l'hydrodynamique à surface libre à des modèles mathématiques intégrés selon l'une ou plusieurs directions. Les temps de calcul liés à la résolution de ces modèles, dont la densité du maillage est plus faible que les modèles 3D et qui souffrent des limitations moindres sur la taille des mailles de discrétisation, sont beaucoup plus restreints. Seule l'information le long des axes parallèles à l'écoulement prédominant est explicitement modélisée, celle relative aux autres directions étant globalisée dans des variables intégrées. La

distribution de ces dernières le long des axes d'intégration peut ensuite, éventuellement, être explicitée par l'utilisation d'équations de moment additionnelles.

Ces opérations d'intégration ne peuvent évidemment se réaliser impunément, mais les hypothèses auxquelles elles font appel traduisent uniquement le caractère peu important de l'amplitude des inconnues hydrodynamiques selon les directions d'intégration, ce qui apparaît comme peu limitatif à la lumière de ce qui vient d'être dit.

Les principaux modèles hydrodynamiques moyens intégrés sont les modèles intégrés sur la hauteur, c'est-à-dire le long de la direction perpendiculaire à un plan préférentiel d'écoulement, et les modèles intégrés sur la section mouillée, c'est-à-dire selon les deux directions perpendiculaires à un axe d'écoulement privilégié. Ces deux approches classiques sont celles dont il est fait respectivement usage dans les logiciels WOLF2D et WOLF1D de la suite intégrée WOLF du HACH. D'autres variantes dérivées sont également envisageables, comme les équations qui décrivent l'écoulement sur un déversoir de crue par exemple, où le plan préférentiel d'écoulement est remplacé par une surface courbe le long d'une direction privilégiée. L'intégration sur la hauteur des équations de base écrites en coordonnées curvilignes dans un plan vertical permet d'approcher tout à fait valablement ce genre d'écoulement [33]. Il en sera fait usage dans un chapitre ultérieur (Chap. V).

Dans ce paragraphe relatif aux modèles hydrodynamiques pour la modélisation pratique des écoulements à surface libre, nous allons rapidement rappeler les principes et les hypothèses à la base des deux systèmes généraux d'équations moyennes intégrées, largement utilisés au HACH, et dont le développement a été poursuivi tout au long de cette thèse de doctorat. Des informations exhaustives sur ces modèles se trouvent dans [6, 33, 100, 107].

II.2.2 Principes de base

II.2.2.1 Principe de conservation de la masse

Ce principe s'écrit théoriquement sous une forme intégrale appliquée à un volume de contrôle délimité au sein d'un fluide en mouvement. Il traduit que la variation de la masse volumique du volume de contrôle est fonction des bilans de matière à travers ses frontières. Dans le cas d'un fluide incompressible comme l'eau, il peut s'écrire sous forme ponctuelle comme [88, 130]:

$$div\vec{u} = 0 \tag{II-1}$$

avec $\vec{u}(x, y, z, t) = (u, v, w)$ le vecteur de la vitesse d'écoulement.

II.2.2.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement

Enoncé pour la première fois par Newton, ce principe, lui aussi établi sous forme intégrale, exprime que la variation temporelle de la quantité de mouvement contenue dans un volume de contrôle défini au sein d'un fluide en mouvement est proportionnelle à la somme des forces de volume ou de surface appliquées. En particularisant cette définition aux écoulements de fluides incompressibles et en notant F_i les forces extérieures, p la pression et τ_{ij} les contraintes visqueuses s'exerçant à la surface du volume de contrôle, la forme ponctuelle suivante est obtenue [88, 130] :

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + div\left(u_i\vec{u}\right) = F_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \text{ avec i = 1, 2, 3} \tag{II-2}$$

Pour un fluide newtonien, l'expression des contraintes visqueuses est définie en fonction des variables de l'écoulement comme [70] :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \tag{II-3}$$

II.2.3 Equations moyennes - Moyenne de Reynolds

Le système formé des équations (II-1) et (II-2) en considérant (II-3) forme le système universellement connu des équations de Navier-Stokes. C'est un système fermé de quatre équations en les quatre inconnues de pression et de composantes de vitesse selon les trois axes. Il décrit le mouvement instantané d'un volume de contrôle défini au sein d'un fluide incompressible.

Or ce mouvement et les variables qui le décrivent ont un comportement réel qui, bien qu'étant valablement décrit par les équations de Navier-Stokes, semble potentiellement aléatoire en fonction de l'espace et du temps [25, 132]. Même si d'autres techniques existent, et nous y reviendrons plus loin (Chap. IV), il est d'usage courant en mécanique des fluides de recourir à la modélisation de variables hydrodynamiques moyennes en lieu et place des variables instantanées.

La méthode de moyenne universellement utilisée dans ce cas est la méthode proposée par Reynolds [140] qui consiste à décomposer les différentes variables instantanées a en une composante moyenne $\overline{a}$ et une fluctuation a'. Au départ de (II-1) et (II-2), elle conduit à l'établissement du système des équations hydrodynamiques moyennes connues sous le nom d'équations *RANS*[3]. Leur forme est tout à fait analogue à (II-1) et (II-2) si ce n'est la présence de termes additionnels dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, appelés tensions de Reynolds, qui sont dépendantes des fluctuations de la vitesse d'écoulement autour de sa valeur moyenne. La modélisation de ces termes fait appel à des concepts liés à la turbulence du fluide et fait l'objet d'un chapitre spécifique de cette thèse de doctorat (Chap. IV).

Au stade actuel, nous nous contenterons de négliger ces termes additionnels, de sorte que le système mathématique envisagé est identique au système formé par (II-1) et (II-2) où les variables de pression et de composantes de vitesse sont maintenant des variables moyennes de l'écoulement. Par souci de simplification de l'exposé, leur notation restera inchangée.

II.2.4 Equations moyennes intégrées sur la hauteur

L'intégration des équations hydrodynamiques moyennes selon la direction perpendiculaire à un plan préférentiel d'écoulement peut être valablement réalisée pour autant que la composante de vitesse selon l'axe d'intégration soit faible par rapport aux composantes dans les deux autres directions, de sorte que le carré de leur rapport soit négligeable [100, 130].

Pour l'étude des écoulements dont la hauteur d'eau est relativement faible par rapport à leur extension en plan, cette hypothèse est extrêmement peu limitative en pratique pour autant que les variations topographiques du lit restent elles-mêmes faibles eu égard à la hauteur d'eau. C'est le cas de la majeure partie des écoulements à surface libre en rivières ou canaux.

Moyennant certaines précautions, des sauts topographiques importants peuvent néanmoins être valablement appréhendés, comme des déversoirs de barrage par exemple. Nous détaillerons ces développements au chapitre V.

L'hypothèse n'est par contre pas valable pour des écoulements relativement lents sous de très grandes hauteurs d'eau (certains lacs et réservoirs de barrages, océans) où les courants de

[3] *RANS equations: Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*

recirculation verticaux possèdent une amplitude qui n'est plus négligeable face aux mouvements horizontaux, ni dans des cas spécifiques à proximité immédiate de certaines constructions hydrauliques où des rejets ponctuels d'écoulement à grande vitesse induisent des tourbillons complètement tridimensionnels (rejets de sassement d'écluses, chenaux de fuite de centrales hydroélectriques…).

Considérant un repère *(x,y,z)* dont le plan *(x,y)* correspond au plan préférentiel de l'écoulement, l'intégration selon la hauteur d'eau se réalise le long de l'axe *z*. L'hypothèse posée au début de ce paragraphe revient à supposer que la composante de vitesse *w* est faible par rapport à *u* et *v*. Sur cette base, le carré du rapport de *w* à l'une des autres composantes de vitesse est négligeable et l'intégration de l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon l'axe *oz* se ramène à [100, 130]:

$$p(z) = \rho g \cos\theta_z (h - z) \tag{II-4}$$

avec *h* la hauteur d'eau et θ_z l'inclinaison de l'axe *oz* par rapport à la verticale. La constante d'intégration a été évaluée en tenant compte d'une pression relative nulle à la surface libre $p(h) = 0$.

Aucune hypothèse sur la pente du fond n'a, à ce stade, été posée [107]. (II-4) traduit une distribution hydrostatique de la pression le long de l'axe *oz* perpendiculaire au plan préférentiel d'écoulement.

L'intégration des trois autres équations moyennes en utilisant l'expression (II-4) est largement décrite par Mouzelard [100] et par Dewals [33]. Elle conduit à l'établissement des équations dites des eaux peu profondes[4] qui s'écrivent, en ignorant temporairement les effets turbulents et de viscosité, d'apport ou de perte de débit par la surface libre ou le fond et d'irrégulière répartition des vitesses selon la verticale, comme :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \text{ (continuité)} \tag{II-5}$$

$$\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial u^2 h}{\partial x} + \frac{\partial uvh}{\partial y} + \frac{g\cos\theta_z}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x} = -gh\cos\theta_z \frac{\partial z_b}{\partial x} + g\cos\theta_z hJ_x + gh\sin\theta_x \tag{II-6}$$

$$\frac{\partial vh}{\partial t} + \frac{\partial v^2 h}{\partial y} + \frac{\partial uvh}{\partial x} + \frac{g\cos\theta_z}{2}\frac{\partial h^2}{\partial y} = -gh\cos\theta_z \frac{\partial z_b}{\partial y} + g\cos\theta_z hJ_y + gh\sin\theta_y \tag{II-7}$$

θ_x et θ_y sont les angles d'inclinaison par rapport à l'horizontale respectivement des axes *ox* et *oy*, z_b est l'altitude du fond et $J_{x,y}$ représentent les composantes de la pente de frottement.

Il apparaît que les inconnues conservatives de ce modèle intégré sont *h*, *uh* et *vh*, soit la hauteur d'eau et les débits spécifiques dans les deux directions du plan préférentiel d'écoulement, et non les inconnues primitives *u* et *v*. Même s'il est possible d'écrire les équations en les inconnues primitives, auquel cas elles perdent cependant leur forme conservative, nous verrons plus loin qu'il est absolument nécessaire en hydrodynamique des écoulements à surface libre de résoudre la forme définie ci-dessus, sans quoi la physique des phénomènes n'est plus correctement représentée, notamment la capture des discontinuités (ressauts).

[4] Ces équations sont également connues sous le nom de *shallow water equations (SWE)*

II.2.5 Equations moyennes intégrées sur la section

De même que les résultats d'une intégration des équations tridimensionnelles selon une direction viennent d'être exposés, l'opération peut être envisagée selon deux directions afin de diminuer encore le nombre des inconnues à évaluer.

Dans le cas d'écoulements de rivière observés à grande échelle, l'hydrodynamique du cours d'eau peut en effet être valablement décrite selon son axe principal, pour autant qu'une certaine homogénéité des propriétés géométriques du lit soit assurée [107]. Cette imposition reste à nouveau assez peu limitative lorsque l'on envisage des applications à une échelle en accord avec la nature du modèle utilisé.

De même que précédemment, les hypothèses à la base d'une intégration sur la section s'expriment en termes d'intensité relative des vitesses d'écoulement selon les directions d'intégration. Ici, il convient de supposer négligeable tout carré du rapport des vitesses perpendiculaires à l'axe principal par rapport à celle parallèle à cet axe longitudinal [107]. Cette hypothèse permet d'appréhender des cas qui donnent lieu à l'apparition de courants transversaux tant qu'ils restent d'importance secondaire, comme ceux engendrés de façon générale par toute variation graduelle de la forme géométrique de la section mouillée. Il n'en va cependant plus de même pour la modélisation d'écoulements débordant dans des lits d'inondations ou pour la prise en compte de sinuosités prononcées pour lesquels les effets hydrodynamiques bidimensionnels en plan sont presque toujours d'importance non négligeable.

Les développements sont réalisés sur base d'un repère *(x,y,z)* dont l'axe *ox* suit la direction principale d'écoulement et dont l'axe *oy* est horizontal, la hauteur d'eau étant définie de facto le long de l'axe *oz* qui est contenu dans un plan perpendiculaire à celui contenant *ox* et *oy*. L'intégration des équations moyennes sur la section est largement décrite par Pirotton [107] et Archambeau [6]. Elle est réalisée en deux phases successives, la première consistant en une intégration selon la largeur locale (axe *oy*) suivie d'une intégration sur la hauteur d'eau (axe *oz*). De nouveau, aucune hypothèse n'est formulée sur la pente de fond.

L'intégration des équations de conservation de la quantité de mouvement selon les deux directions perpendiculaires à l'axe principal d'écoulement conduit à caractériser la distribution de pression sur la section transversale. Son expression est tout à fait similaire à (II-4). Elle est uniquement influencée par l'effet gravitaire. Cette relation traduit la constance de la pression sur toute horizontale tracée dans une section contenue dans le plan *(y,z)*, ainsi que sa distribution hydrostatique classique sur la profondeur influencée par l'inclinaison de la direction principale du lit par rapport à la verticale.

Utilisant ces résultats, l'intégration de l'équation de continuité et de la troisième équation de conservation de la quantité de mouvement conduit au système suivant en les deux inconnues conservatives de section mouillée ω et de débit Q, où les termes de turbulence et de viscosité, d'apport de débit en long et d'inégale répartition de vitesse, ont une nouvelle fois été omis par soucis de clarté [6, 107, 130] :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{II-8}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + g\cos\theta \frac{\partial p_\omega}{\partial x} = -g\omega\cos\theta \frac{\partial z_b}{\partial x} + g\omega\cos\theta J + g\cos\theta p_x + g\omega\sin\theta \tag{II-9}$$

θ désigne l'angle de l'axe principal d'écoulement par rapport à l'horizontale et p_ω et p_x désignent l'effet en termes de pression de la section transversale et de ses variations longitudinales. Ces deux derniers termes sont définis par [107]

$$p_\omega(h) = \int_0^h (h-\xi) l(x,\xi)\, d\xi \tag{II-10}$$

$$p_x(h) = \int_0^h (h-\xi) \frac{\partial l(x,\xi)}{\partial x} d\xi \tag{II-11}$$

où *l* désigne la dimension selon *oy* de la section transversale. Le système formé par (II-8) et (II-9) est écrit sous forme conservative ce qui permet, au travers d'une méthode de discrétisation adaptée, de simuler tout changement de régime de l'écoulement, même en présence de choc.

Les contributions de (II-10) et (II-11) dans (II-9) peuvent être combinées pour s'écrire sous la forme :

$$\int_0^h \frac{\partial\left[(h-\xi) l d\xi\right]}{\partial x} - \int_0^h (h-\xi)\frac{\partial l}{\partial x} d\xi = \int_0^h l \frac{\partial(h-\xi)}{\partial x} d\xi = \omega \frac{\partial h}{\partial x} \tag{II-12}$$

ce qui, utilisant le terme source de pente de fond, peut s'écrire en termes de variation de la surface libre *Z*, définie par rapport à un plan horizontal quelconque, comme :

$$g\omega\cos\theta\frac{\partial z_b}{\partial x} + g\omega\cos\theta\frac{\partial h}{\partial x} = g\omega\cos\theta\frac{\partial(z_b+h)}{\partial x} = g\omega\frac{\partial Z}{\partial x} \tag{II-13}$$

(II-9) devient alors :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + g\omega\frac{\partial Z}{\partial x} = g\omega\cos\theta J + g\omega\sin\theta \tag{II-14}$$

Cette formulation est non-conservative mais elle a l'avantage, pour un cours d'eau dont la pente du lit est faible de telle sorte que $\sin\theta \simeq 0$ et $\cos\theta \simeq 1$, de faire apparaître la véritable nature du moteur de tout écoulement de surface, la pente de la surface libre.

Ce développement est de ce fait extrêmement utile à la compréhension de la physique des écoulements de surface.

II.2.6 Autres modèles

II.2.6.1 Modèles dérivés

Selon le choix des variables hydrodynamiques inconnues du système, d'autres modèles peuvent être dérivés des équations rappelées ci-dessus. Ces modèles ne présentent plus forcément une forme conservative. Néanmoins, ils peuvent être utiles dans certains cas, et nous y reviendrons ultérieurement en détail (§ III.2), car ils traduisent la conservation d'autres grandeurs que la masse et la quantité de mouvement [80].

Par exemple, considérons le système des équations moyennes intégrées sur la hauteur du paragraphe II.2.4 et choisissons les composantes de vitesse *u* et *v* comme inconnues à la place des débits spécifiques *hu* et *hv*. Le membre de gauche de (II-6) s'écrit :

$$u\frac{\partial h}{\partial t}+h\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial uh}{\partial x}+uh\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial vh}{\partial y}+hv\frac{\partial u}{\partial y}+g\cos\theta_z h\frac{\partial h}{\partial x}=$$
$$\underbrace{u\left(\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial uh}{\partial x}+\frac{\partial vh}{\partial y}\right)}_{=0\text{ (continuité)}}+h\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+g\cos\theta_z\frac{\partial h}{\partial x}\right) \quad \text{(II-15)}$$

Le même développement peut être appliqué à (II-7) et le système finalement obtenu s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial uh}{\partial x}+\frac{\partial vh}{\partial y}=0 \quad \text{(II-16)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x}+\underbrace{v\frac{\partial u}{\partial y}}_{(*)}+g\cos\theta_z\frac{\partial h}{\partial x}=-g\cos\theta_z\frac{\partial z_b}{\partial x}+g\cos\theta_z J_x+g\sin\theta_x \quad \text{(II-17)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial v^2}{\partial y}+\underbrace{u\frac{\partial v}{\partial x}}_{(*)}+g\cos\theta_z\frac{\partial h}{\partial y}=-g\cos\theta_z\frac{\partial z_b}{\partial y}+g\cos\theta_z J_y+g\sin\theta_y \quad \text{(II-18)}$$

Ce système comporte des termes non-conservatifs (*) qui ne sont cependant plus présents dans sa forme unidimensionnelle. Lai [80] montre qu'il exprime la conservation de l'énergie de l'écoulement, mais plus celle de la quantité de mouvement, malgré qu'il découle du second principe de base.

Les propriétés des dérivées des termes *hu* et *hv* ont été utilisées, ce qui n'est licite que si les champs représentés sont continus. Le système ci-dessus et le système du paragraphe II.2.4 sont donc strictement équivalents d'un point de vue mathématique pour des écoulements continus [1]. D'un point de vue numérique, ils le sont aussi dans les mêmes conditions et pour autant que l'on s'affranchisse du problème des termes non-conservatifs. Ce constat est à rattacher aux grandeurs physiques conservées : l'énergie est une grandeur qui dérive de la quantité de mouvement. Un champ d'énergie continu implique donc un champ de quantité de mouvement également continu, mais l'inverse n'est pas vrai. En présence de choc par exemple, seule la solution du système du paragraphe II.2.4 est physique. En effet, il est bien connu qu'un ressaut hydraulique est le lieu d'une perte d'énergie alors que la quantité de mouvement est conservée à travers le choc. C'est de ce principe que découle d'ailleurs la relation des hauteurs conjuguées à la base de la théorie des ressauts [130].

Une autre modification du système de base peut consister en un changement du système d'axes utilisé. Par exemple, l'écriture des équations peut être envisagée dans un système de coordonnées curvilignes, ce qui permet la simulation de l'écoulement sur des coursiers rectilignes d'ouvrages d'évacuation. En effet, ces structures présentent généralement une courbure dans un plan vertical qui rend impropre l'utilisation du modèle intégré sur la hauteur classique pour simuler les écoulements qui y apparaissent. Or, l'analyse de ces écoulements montre qu'ils présentent globalement les mêmes caractéristiques que ceux dans un plan préférentiel si l'on suit un plan qui s'incurve en suivant l'ouvrage. Ce genre de modèle est développé et appliqué au HACH [33].

II.2.6.2 Modèles simplifiés

Une seconde façon d'établir d'autres modèles hydrodynamiques, notamment dans le but d'obtenir des systèmes moins complexes et donc plus rapides à résoudre, est de chercher à

simplifier les modèles complets pour ne conserver que les termes prédominants pour le phénomène hydrodynamique envisagé.

Cette approche ne peut évidemment être réalisée qu'au cas par cas pour des applications hydrodynamiques bien définies où des effets spécifiques peuvent être négligés, voire où certains phénomènes sont clairement prédominants. C'est par exemple le cas des écoulements hydrologiques sur un bassin versant pour lesquels les termes d'inertie sont négligeables. Ils sont alors valablement modélisés par le modèle simplifié de l'onde diffusive [6, 8]. Un autre modèle célèbre en hydrologie est le modèle de l'onde cinématique.

La volonté de l'équipe de recherche du HACH est de développer dans un même environnement des modèles hydrodynamiques généraux capables de modéliser tout écoulement de surface, du ruissellement en fine lame à la propagation d'ondes raides de rupture, puisqu'ils sont tous gouvernés par les mêmes principes fondamentaux. Le recours à des modèles simplifiés est cependant réalisé pour la simulation des écoulements hydrologiques (WOLFHydro) ou pour fournir aux modèles complets une condition initiale la plus pertinente. Ils sont en effet dans ces cas d'une utilisation tout à fait générale par rapport aux applications envisagées en pratique [6].

II.2.7 Remarque sur l'utilisation des modèles

Au départ des principes de base gouvernant les mouvements de fluides, des modèles mathématiques peuvent être développés qui définissent par exemple les écoulements à surface libre principalement uni- et bidimensionnels. Selon les inconnues choisies pour écrire le système, les quantités physiques conservées et le comportement du modèle sont différents, et donc a priori les résultats de simulation aussi. Or la solution physiquement correcte est unique. C'est pourquoi il est extrêmement important de garder à l'esprit la genèse d'établissement des modèles numériques hydrodynamiques lors de leur utilisation afin de pouvoir interpréter la solution physiquement significative. Enfin, et cette remarque va dans le même sens, le formalisme mathématique conservatif ou non d'un modèle n'est pas garant de sa validité, nous y reviendrons par la suite. Il convient en effet que les quantités mathématiquement conservées ou non aient un sens sur le plan physique [157].

L'interprétation correcte des résultats d'un logiciel est donc toujours étroitement liée à la bonne connaissance et compréhension des caractéristiques du modèle mathématique employé.

II.3 Discrétisation spatiale - La méthode des volumes finis

II.3.1 Généralités

Une fois le modèle mathématique décrivant les phénomènes physiques qui nous intéressent mis au point, il convient d'utiliser pour le résoudre une technique de calcul en accord avec les caractéristiques des équations qui le constituent.

Presque toutes les équations appliquées à la modélisation des processus hydrodynamiques sont des équations de transport non linéaires. Elles doivent cette dernière caractéristique à la présence, entre autres, des termes advectifs, qui apparaissent naturellement lors de la description mathématique de phénomènes de transport. Il n'existe que très peu de solutions analytiques à ces équations et le recours à la résolution numérique s'impose rapidement comme une nécessité.

D'autre part, ces équations admettent des solutions discontinues, telles que le ressaut hydraulique, ou continues. Or des techniques numériques inappropriées conduisent à une représentation erronée des discontinuités, que ce soit en termes d'amplitude ou de vitesse de propagation et donc de position instantanée. Il en va de même pour les champs continus qui présentent des gradients marqués.

Finalement, la conservativité du schéma numérique constitue une condition sine qua non à une bonne représentation de tout champ d'écoulement, discontinu ou non.

Ces différentes observations expliquent en partie pourquoi, parmi les méthodes classiques de discrétisation, la méthode des volumes finis a été rapidement identifiée au sein du HACH comme la plus appropriée. En effet, sa capacité à réaliser une discrétisation conservative des équations de transport, y compris en présence de discontinuités dans les champs de résultat, convainc immédiatement de son intérêt dans la perspective de la simulation des processus étudiés [51, 70].

L'ambition de ce paragraphe n'est certainement pas de justifier l'utilisation dans l'ensemble des codes du HACH de la technique des volumes finis pour la simulation de processus hydrodynamiques et hydrosédimentaires, ni même de présenter in extenso les arcanes de cette méthode numérique de plus en plus utilisée en mécanique des fluides. Au contraire, le texte se bornera à essayer d'apporter les éléments de base indispensables à la compréhension de la technique et des développements qui suivent dans ce travail. Des renseignements plus complets sur la méthode peuvent être trouvés dans [70, 79, 129] par exemple.

II.3.2 Nécessité d'une formulation conservative

Au cours du paragraphe II.2, nous avons insisté sur la forme conservative des équations. Nous allons montrer ici que cette propriété du système est indispensable à la mise au point d'un modèle physiquement représentatif.

Considérons par exemple l'équation de continuité sous forme unidimensionnelle (II-8) et simplifions la dans le cas d'un canal à section rectangulaire constante. En explicitant la variable de débit spécifique q par rapport aux inconnues de base de hauteur d'eau h et de vitesse longitudinale d'écoulement u, les formes conservative et non conservative s'écrivent :

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=\underbrace{\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial uh}{\partial x}}_{\text{Forme "conservative"}}=\underbrace{\frac{\partial h}{\partial t}+u\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial u}{\partial x}}_{\text{Forme "non-conservative"}}=0 \qquad \text{(II-19)}$$

Supposons un écoulement stationnaire, auquel cas toute variation temporelle des inconnues est nulle. (II-19) traduit alors simplement que tout flux entrant dans un volume de contrôle doit en sortir. Vérifions le pour une discrétisation à l'aide de n éléments (Figure II-1).

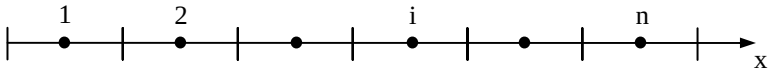


Figure II-1 : Discrétisation unidimensionnelle avec n volumes de contrôle

Pour un modèle décentré amont par exemple, en formulation conservative, on a pour le nœud :

$$1 : \frac{u_1h_1-q}{\Delta x}=0 \quad \text{(q est la condition limite du modèle, soit le débit entrant dans le bras)}$$

$$2 : \frac{u_2h_2-u_1h_1}{\Delta x}=0$$

…

$$\text{i} : \frac{u_ih_i-u_{i-1}h_{i-1}}{\Delta x}=0$$

…

$$\text{n} : \frac{u_nh_n-u_{n-1}h_{n-1}}{\Delta x}=0$$

En sommant toutes ces équations, on trouve $u_n h_n = q$. La logique du problème physique est respectée. Le débit est conservé à travers le bras, résultat fondamental, normalement obtenu par tout schéma de discrétisation.

Examinons maintenant la forme non-conservative de la même façon. On a pour le nœud :

$$1 : u_1 h_1 = q$$
$$2 : u_2 \frac{h_2 - h_1}{\Delta x} + h_2 \frac{u_2 - u_1}{\Delta x} = 0$$
$$\cdots$$
$$\text{i} : u_i \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} + h_i \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} = 0$$
$$\cdots$$
$$\text{n} : u_n \frac{h_n - h_{n-1}}{\Delta x} + h_n \frac{u_n - u_{n-1}}{\Delta x} = 0$$

La somme de ces équations montre que le débit calculé de l'élément *n* est perturbé par des effets générés à chaque maille, qui ne sont pas nécessairement compensés pour retrouver le débit injecté dans le modèle. Alors que les formes conservative et non-conservative (II-19) sont mathématiquement équivalentes, on voit que leur traitement numérique conduit à des solutions potentiellement différentes. Il apparaît donc aléatoire de traiter des formulations non-conservatives puisqu'elles n'expriment pas intrinsèquement la conservation des propriétés physiques modélisées. Cela les place donc en porte à faux notamment par rapport à un traitement correct des chocs.

Ce constat sur la forme des équations est indépendant du schéma de discrétisation. Par contre, il ne suffit pas d'utiliser un modèle mathématique conservatif pour assurer une représentation correcte des phénomènes physiques. Il est évident que le même raisonnement peut être tenu pour la méthode de discrétisation numérique employée et que cette dernière se doit également d'assurer la conservativité du système.

II.3.3 Principe de la méthode des volumes finis

Le principe général de la méthode des volumes finis consiste à résoudre des équations différentielles écrites sur des volumes de contrôle en transformant les intégrales des dérivées spatiales en des intégrales de contour par application du théorème de Green-Gauss. Cette intégration volumique conduit à résoudre un système possédant une solution faible, c'est-à-dire une solution qui ne requiert pas d'hypothèse de dérivabilité, et ce à l'inverse de la forme différentielle dont la solution doit être continue. La méthode étant de plus explicite spatialement, c'est là que résident tous les avantages des volumes finis par rapport aux techniques plus anciennes des différences finies et des éléments finis.

Le prix à payer pour utiliser cette méthode d'apparence si attrayante est la nécessité de pouvoir écrire les équations sous forme conservative, sans quoi la conservation des flux n'est plus assurée. C'est en partie pourquoi la majorité des modèles utilisés au HACH sont écrits sous cette forme. Cependant, il existe parfois dans les équations des termes qui restent sous forme non conservative et dont l'évaluation numérique doit à chaque fois faire l'objet d'une attention toute particulière.

Considérons le système générique suivant d'équations aux dérivées partielles écrites sous forme conservative, qui s'apparente aux équations décrites aux paragraphes II.2.4 et II.2.5 :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{g}}{\partial y} = \vec{s} \qquad \text{(II-20)}$$

Son intégration sur un volume de contrôle Ω quelconque à deux dimensions conduit à :

$$\int_\Omega \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\Omega + \int_\Omega \left(\frac{\partial \vec{f}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{g}}{\partial y} \right) d\Omega = \int_\Omega \vec{s}\, d\Omega \tag{II-21}$$

Pour un volume de contrôle fixe temporellement et en appliquant le théorème de Green-Gauss au second terme du membre de gauche, (II-21) peut être écrite :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_\Omega \vec{u}\, d\Omega + \oint_\Gamma \vec{\mathrm{F}} \cdot d\vec{\Gamma} = \int_\Omega \vec{s}\, d\Omega \tag{II-22}$$

avec $\vec{\mathrm{F}} \equiv \vec{f} n_x + \vec{g} n_y$ les flux advectifs et diffusifs totaux traversant l'élément de frontière $d\vec{\Gamma}$, et la normale à la frontière $\vec{n} \equiv \left(n_x, n_y \right)$ définie par convention aire à gauche.

L'introduction de valeurs moyennes sur les volumes de contrôle, notées :

$$\vec{U} = \frac{1}{\Omega} \int_\Omega \vec{u}\, d\Omega \quad \text{et} \quad \vec{S} = \frac{1}{\Omega} \int_\Omega \vec{s}\, d\Omega \tag{II-23}$$

conduisent à :

$$\Omega \frac{\partial}{\partial t} \vec{U} + \oint_\Gamma \vec{\mathrm{F}} \cdot d\vec{\Gamma} = \Omega \vec{S} \tag{II-24}$$

En admettant que le contour peut être scindé en M segments linéaires, ce qui ne constitue en rien une limitation par rapport aux maillages exploités en pratique, l'intégrale de contour est remplacée par une somme de contributions liées chacune à un bord de maille, et l'égalité précédente devient :

$$\frac{d\vec{U}}{dt} + \frac{1}{\Omega} \sum_{k=1}^{M} \left(\int_{\Gamma^k} \vec{\mathrm{F}} \cdot d\vec{\Gamma}^k \right) = \vec{S} \tag{II-25}$$

Toutes ces étapes étant rigoureuses, (II-25) n'est entachée d'aucune erreur de discrétisation. Reste maintenant à déterminer une approximation valable de l'inconnue intervenant dans la dérivée temporelle et dans le terme source, ainsi qu'à évaluer correctement les flux aux bords décrivant l'intégrale de contour.

II.3.4 Types de maillages

La première étape pour appliquer la méthode est de générer un maillage du domaine de modélisation. Il peut être structuré ou non structuré et conforme ou non conforme, ce qui permet une grande flexibilité de discrétisation de contours complexes.

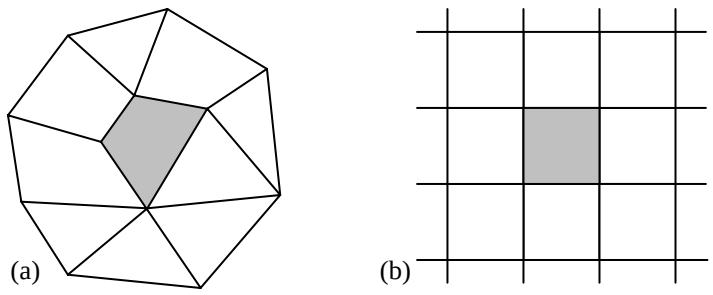


Figure II-2 : Maillage non structuré (a) et maillage structuré cartésien (b)

Les maillages structurés cartésiens sont les seuls encore utilisés et développés au sein du HACH pour des raisons de précision, d'efficacité du calcul et de place pour le stockage en mémoire. Nous reviendrons sur ces caractéristiques par la suite, l'approche multibloc proposée dans ce travail permettant de plus de conserver ces avantages inhérents au type de maillage tout en permettant une discrétisation plus fine de portions bien définies du domaine, sans entraîner de facto un accroissement rédhibitoire du nombre de mailles (Chap. V).

II.3.5 Types de méthodes volumes finis

Une fois le maillage réalisé, il faut encore déterminer le type de volume de contrôle et de là l'emplacement des inconnues. Comme le maillage, les volumes de contrôle doivent être contigus et couvrir l'ensemble de la zone de modélisation, mais leur forme est par contre totalement libre.

Il existe plusieurs familles de méthodes volumes finis selon la manière de définir les volumes de contrôle et la position des inconnues. Les plus répandues sont les méthodes *node-centered*, *cell-vertex* et *cell-centered* [70].

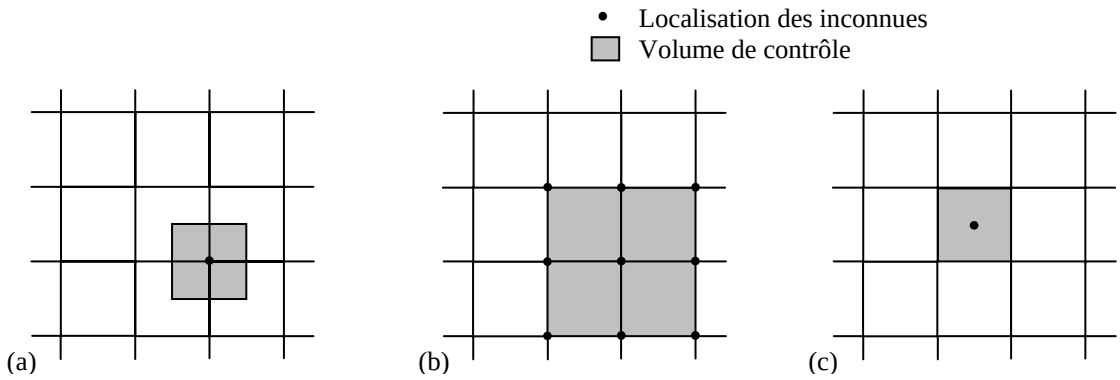


Figure II-3 : Définition des volumes de contrôle sur des maillages structurés cartésiens – Méthodes *node-centered* (a), *cell-vertex* (b) et *cell-centered* (c)

Dans les deux premières, les inconnues sont localisées aux nœuds du réseau, ce qui procure l'avantage de ne pas nécessiter de nouvel emplacement en mémoire pour les stocker. Par contre il faut, pour résoudre les équations, considérer des volumes de contrôle autour des sommets, ce qui revient à construire un second maillage sur le premier. Cette technique est lourde en temps de calcul, non univoque et peut poser des problèmes de recouvrement de surface.

Dans la troisième méthode, les inconnues sont situées au centre de gravité des mailles du réseau. Les volumes de contrôle coïncident alors avec les mailles du domaine, ce qui ne nécessite pas de remaillage et assure facilement l'absence de trou ou de recouvrement de volumes dans le domaine. De plus, cette position particulière des inconnues permet d'assurer une précision du second ordre pour la discrétisation spatiale du terme temporel [142], ce qui procure un gain appréciable dans le but de modéliser des phénomènes instationnaires tels ceux envisagés dans cette étude. Il en va de même de l'intégration du terme source. Enfin, cette position particulière de l'inconnue est d'une grande utilité lors des phases toujours délicates d'extrapolation de la valeur des inconnues aux bords, et est de plus très bien adaptée aux méthodes multiblocs, spécialement au traitement des interfaces entre blocs, comme il sera montré au chapitre V.

Toutes ces considérations conduisent au choix de la technique *cell-centered* par le HACH et donc dans ce travail.

II.3.6 Précision de l'évaluation des flux

La forme générale du système à résoudre s'identifie dorénavant à une série de *N* équations différentielles ordinaires, formellement semblables à la relation (II-25), dans lesquelles U_i et S_i désignent les grandeurs évaluées au centre de gravité de la maille *i* :

$$\frac{d\vec{U}_i}{dt} = -\frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\int_{\Gamma_i^k}\vec{\mathrm{F}}\cdot d\vec{\Gamma}_i^k\right) + \vec{S}_i \tag{II-26}$$

Les développements suivants mettent en lumière la précision de l'évaluation des intégrales de contour en fonction du schéma numérique construit.

II.3.6.1 Sources d'erreurs

Deux sources d'erreurs sont à examiner, soient l'erreur de troncature liée à l'intégration des flux sur les bords et l'erreur additionnelle générée du fait que les flux résultent en réalité de l'extrapolation aux arêtes de grandeurs connues au centre de la maille. La précision globale du schéma est ensuite conditionnée par l'ordre de précision le plus petit de ces deux opérations [100, 142].

II.3.6.2 Erreur de troncature

Evaluons tout d'abord l'erreur dont serait affecté le terme dans l'hypothèse irréaliste où la valeur des flux sur les arêtes serait connue exactement en plusieurs points du contour.

Une approche possible en vue de l'intégration des flux sur le contour du volume de contrôle consiste à faire appel au concept de l'intégration par points de Gauss. Cette technique offre en effet la propriété remarquable d'intégrer exactement un polynôme de degré $2N_{\mathrm{G}}-1$, où N_{G} désigne le nombre de points de Gauss. Ainsi, l'erreur associée au calcul du terme d'intégrale de contour est d'ordre $2N_{\mathrm{G}}-1$, et dégénère même en une erreur d'ordre $2N_{\mathrm{G}}$ dans le cas d'un maillage régulier [100] :

$$\frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\int_{\Gamma_i^k}\vec{\mathrm{F}}\cdot d\vec{\Gamma}_i^k\right) = \frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\sum_{p=1}^{N_{\mathrm{G}}}\omega_p\left[\mathrm{F}\cdot\vec{n}\right]_p\ell_k\right) + \mathcal{O}\left(\Delta s^{2N_{\mathrm{G}}-1+\beta}\right) \tag{II-27}$$

avec ω_p le poids associé au point *p* de Gauss, ℓ_k la longueur du segment $d\vec{\Gamma}_j^k$ sur lequel l'intégration est réalisée, et β une constante valant 1 si le maillage est régulier, 0 sinon.

II.3.6.3 Erreur d'extrapolation

Le calcul des flux convectifs aux segments frontières est en réalité basé sur une extrapolation, encore appelée reconstruction, de grandeurs situées au centre de gravité des éléments. Cette opération induit une nouvelle source d'erreur, à analyser également.

Il convient de signaler ici que quelle que soit la grandeur extrapolée, i.e. une inconnue ou une combinaison d'inconnues[5], l'erreur générée est différente mais l'ordre de précision est maintenu [100]. Le raisonnement qui suit est donc tout à fait général. Dans ce travail cependant, nous utiliserons exclusivement la reconstruction non-groupée, plus efficace pour l'implémentation des schémas numériques développés puisque le nombre de flux à évaluer y est largement supérieur au nombre de variables.

[5] On parle dans ce cas de reconstruction non-groupée ou groupée

L'erreur engendrée par la reconstruction du flux sur les points de Gauss s'écrit [100]:

$$\frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\int_{\Gamma_i^k}\vec{\mathrm{F}}\cdot d\vec{\Gamma}_i^k\right)=\frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\int_{\Gamma_i^k}\tilde{\tilde{\mathrm{F}}}\cdot d\vec{\Gamma}_i^k\right)+\mathcal{O}\left(\Delta s^{r-1+\beta}\right) \tag{II-28}$$

avec *r* l'ordre de précision de la reconstruction des flux. Notons qu'une fois encore, une compensation d'erreurs permet de gagner un ordre de précision dans le cas d'un maillage structuré régulier *(β=1)*. Le paragraphe II.3.7 expose brièvement les techniques de reconstruction utilisées dans ce travail, qui permettent d'atteindre différents ordres de précision.

En ce qui concerne les flux diffusifs, le problème est légèrement différent puisqu'ils font également intervenir des gradients des inconnues. L'erreur sur leur évaluation, qui est au plus du second ordre [71, 142], est liée à la précision de l'évaluation des dérivées premières.

De ce fait, l'ordre de précision de (II-28) est borné supérieurement à 2 en présence de termes diffusifs [142].

II.3.6.4 Précision globale

L'erreur totale sur le terme de l'intégrale de contour peut finalement s'exprimer sous la forme :

$$\frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\int_{\Gamma_i^k}\vec{\mathrm{F}}\cdot d\vec{\Gamma}_i^k\right)=\frac{1}{\Omega_i}\sum_{k=1}^{M_i}\left(\sum_{p=1}^{N_G}\omega_p\left[\tilde{\tilde{\mathrm{F}}}\cdot\vec{n}\right]_p\ell_k\right)+\mathcal{O}\left(\max\left(\Delta s^{2N_G-1+\beta},\Delta s^{r-1+\beta}\right)\right) \tag{II-29}$$

Le tableau ci-après résume les ordres de précision obtenus en fonction de la méthode de reconstruction, du nombre de points de Gauss et du type de maillage, compte tenu du fait qu'une précision supérieure au second ordre n'est pas réalisable de par l'intégration des termes source, instationnaire, et diffusifs.

Tableau II-1 : Ordre de précision du schéma volumes finis selon le type de reconstruction et de maillage

Ordre de précision de la reconstruction	Maillage quelconque		Maillage structuré régulier	
	$N_G=1$	$N_G=2$	$N_G=1$	$N_G=2$
$r=1$	Inconsistant	Inconsistant	1	1
$r=2$	1	1	2	2
$r=3$	1	2	2	2

On note immédiatement la différence fondamentale entre les deux types de maillage, les maillages structurés présentant, à précision de reconstruction et nombre de points d'intégration équivalents, une précision d'un ordre de grandeur supérieure aux maillages quelconques. En d'autres termes, l'obtention d'un ordre de précision identique entre les deux types de maillage induit des surcoûts de calcul et de place mémoire pour un maillage quelconque par rapport aux maillages cartésiens, ce qui justifie le choix, fait au paragraphe II.3.5, de ce dernier type de découpage du domaine de calcul.

D'autre part, au vu de la précision de l'intégration des termes source et instationnaire et des considérations sur les termes diffusifs du paragraphe II.3.6.3, le recours à plus d'un point de Gauss n'augmente pas l'ordre de précision en maillage structuré.

II.3.7 Extrapolation des inconnues aux arêtes

De nouveau, nous n'allons pas décrire ici l'ensemble des techniques d'extrapolation des inconnues aux frontières permettant de garantir les différents ordres de précision requis pour la reconstruction. Le lecteur intéressé consultera utilement [71, 79] pour ce genre d'information. Nous allons nous contenter d'exposer brièvement les deux techniques utilisées pratiquement dans ce travail et au sein du HACH. Elles font toutes deux partie de la méthode de reconstruction MUSCL[6] introduite par Van Leer [159] et qui donne accès à des ordres de précision élevés.

La première technique appliquée dans ce travail, la reconstruction constante, consiste à simplement admettre, dans chaque cellule, la valeur calculée au nœud comme approximation du champ inconnu dans toute la maille, ce qui procure une précision du premier ordre (Figure II-4). Aucune dérivée de variable ne doit dans ce cas être évaluée. Cette technique très simple et rapide procure un ordre de précision de 1 sur des maillages cartésiens.

La seconde méthode, la reconstruction linéaire, consiste à représenter le champ inconnu u dans chaque cellule par une portion de plan (Figure II-4). Elle nécessite une estimation au premier ordre de la dérivée première des variables et conduit à une évaluation au second ordre de la valeur des variables aux bords. Il en découle un schéma du premier ordre de précision en maillage irrégulier et du second ordre en maillage régulier.

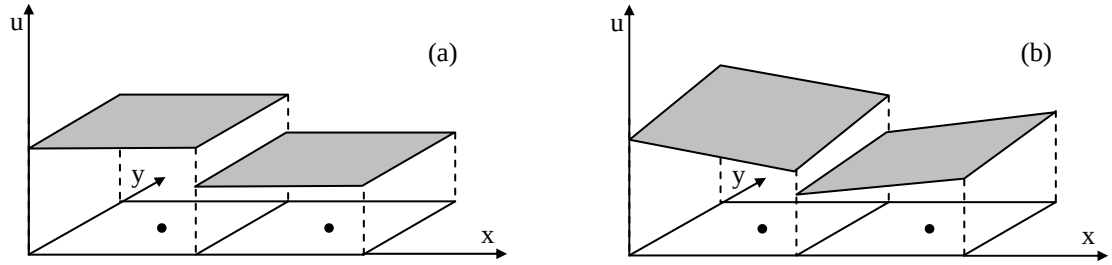


Figure II-4 : Schéma de la reconstruction constante (a) ou linéaire (b) de part et d'autre de chaque bord

Comme déjà mentionné, des informations complémentaires sur la reconstruction des variables peuvent être obtenues dans [71, 79], notamment en ce qui concerne les problèmes d'oscillation de la solution au droit de discontinuités si un schéma d'ordre supérieur à 1 est utilisé (théorème de Godunov) et l'utilisation de limiteurs qui en découle. Ces spécificités, présentes dans les logiciels de la suite WOLF et largement décrites par ailleurs [6, 100], n'ont été que peu usitées dans le présent travail et leur explication n'y trouve donc pas de place utile.

II.3.8 Evaluations des gradients des inconnues aux arêtes

Au contraire de l'évaluation des flux advectifs basés sur une extrapolation aux bords des valeurs des variables, l'estimation des flux diffusifs requiert la connaissance de gradients des inconnues aux bords.

Le traitement de ces flux a fait l'objet de recherches spécifiques au cours de l'élaboration de ce doctorat. Il convient donc de l'analyser plus en détail, certains modèles développés par la suite en faisant largement usage. Nous nous attacherons cependant uniquement aux techniques adaptées à la méthode *cell-centered* des volumes finis utilisée dans WOLF2D.

II.3.8.1 Gradients au centre des mailles

Pour évaluer les gradients d'une variable u sur un bord BC (Figure II-5), on peut moyenner les valeurs de gradient au centre des mailles situées de part et d'autre du bord, ces gradients étant évalués en faisant appel au théorème de Green-Gauss sur les volumes de contrôle.

[6] MUSCL = *Monotone Upwind Scheme for Conservative Laws*

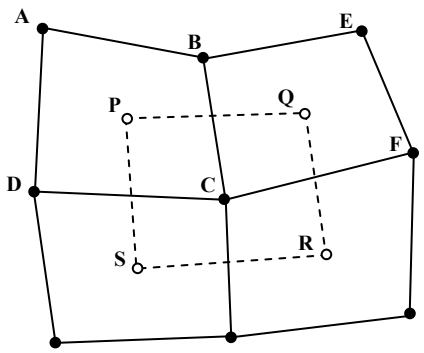


Figure II-5 : Maillage *cell-centered* et définition d'un volume de contrôle autour d'un sommet

On a par exemple pour le gradient en P :

$$\nabla u_P \approx \frac{1}{\Omega_P}\int \nabla u d\Omega = \frac{1}{\Omega_P}\oint u d\vec{\Gamma} \approx \frac{1}{\Omega_P}\left(u_{AB}\vec{n}_{AB} + u_{BC}\vec{n}_{BC} + u_{CD}\vec{n}_{CD} + u_{DA}\vec{n}_{DA}\right) \tag{II-30}$$

L'évaluation des inconnues sur les bords peut se faire par moyenne des valeurs au centre des mailles de part et d'autre du bord,

$$u_{DC} = \frac{1}{2}\left(u_P + u_S\right) \tag{II-31}$$

ou plus précisément à partir des valeurs aux sommets des mailles, elles-mêmes fonction des valeurs des inconnues au centre des volumes de contrôle ayant le sommet en commun :

$$u_{DC} = \frac{1}{2}\left(u_C + u_D\right) \tag{II-32}$$

avec

$$u_C = \frac{1}{4}\left(u_P + u_Q + u_R + u_S\right) \tag{II-33}$$

Afin d'évaluer la pertinence de l'approche, considérons l'expression de la dérivée seconde de la variable *u* pour une discrétisation à l'aide d'un maillage structuré cartésien de dimension $\Delta x \Delta y$ et en considérant la maille de coordonnées *(i,j)*:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{1}{\Delta x}\left(\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_d - \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_g\right) \tag{II-34}$$

En utilisant l'approximation (II-31) de la valeur de l'inconnue au bord, on a, tous calculs faits,

$$\frac{\partial^2 u_{ij}}{\partial x^2} = \frac{u_{i+2,j} - 2u_{ij} + u_{i-2,j}}{4\Delta x^2}$$

Un développement en série de Taylor de cette évaluation nous montre qu'elle est précise au second ordre.

Si on analyse, pour le point P, le stencil des variables intervenant dans cette évaluation, on obtient les points en noir sur la Figure II-6 et on constate que les évaluations des gradients

sont totalement découplées entre mailles voisines. Ce problème, connu sous le nom de *odd-even decoupling problem*, peut conduire à des solutions elles aussi découplées si les équations à résoudre ne font intervenir que des termes diffusifs [79].

Les modèles envisagés dans ce travail font en général intervenir d'autres termes, comme les termes advectifs, et donc un couplage entre points réapparaît naturellement. Il n'en demeure pas moins que la discrétisation proposée ici est à éviter puisqu'elle pourrait mener à des problèmes de convergence ou conduire à des solutions oscillantes.

L'utilisation de l'expression (II-32) ne permet pas d'améliorer substantiellement la situation, les points supplémentaires impliqués étant les points gris sur la Figure II-6.

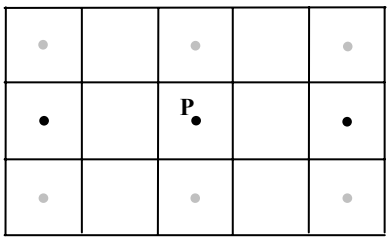


Figure II-6 : Stencil d'évaluation de la dérivée seconde selon l'axe horizontal d'une inconnue en P par évaluation des gradients au centre des mailles

II.3.8.2 Gradients aux sommets des mailles

Une autre approche consiste à calculer les gradients aux sommets des volumes de contrôle et à évaluer la valeur sur un bord par moyenne des valeurs sur les deux sommets le définissant.

Pour ce faire, il convient cependant de déterminer de nouveaux volumes de contrôle autour des sommets, comme schématisé en pointillé à la Figure II-5, afin d'y évaluer les dérivées premières.

Par exemple, l'évaluation du gradient au point C conduit à

$$\nabla u_C \approx \frac{1}{\Omega_{PQRS}}\left(u_{PQ}\vec{n}_{PQ} + u_{QR}\vec{n}_{QR} + u_{RS}\vec{n}_{RS} + u_{SP}\vec{n}_{SP}\right) \tag{II-35}$$

Comme les variables sont connues au centre des mailles (P, Q, R et S), leurs valeurs sur les bords du volume de contrôle PQRS sont facilement calculées, par exemple pour PQ, comme

$$u_{PQ} = \frac{1}{2}\left(u_P + u_Q\right) \tag{II-36}$$

Les normales aux faces du volume PQRS peuvent être calculées à partir des coordonnées des points P, Q, R et S mais une approche moins coûteuse en temps de calcul consiste à utiliser les normales aux volumes de contrôle du maillage de base, déjà utilisées pour le calcul des flux advectifs. Par exemple, la normale $\vec{n}_{PQ}$ peut être approximée par

$$\vec{n}_{PQ} = \frac{1}{4}\left(\vec{n}_{AB} + \vec{n}_{BE} + \vec{n}_{DC} + \vec{n}_{CF}\right) \tag{II-37}$$

L'application de cette approche à l'évaluation en un point P de la dérivée seconde d'une variable *u* selon *x*, sur un maillage structuré cartésien, conduit au stencil de la Figure II-7 a). Bien que ce stencil ne souffre pas du problème de découplage entre les nœuds pairs et

impairs, le jeu de combinaison des variables, dans l'expression du Laplacien complet de la même variable au même point, conduit au stencil de la Figure II-7 b) qui lui n'est plus couplé.

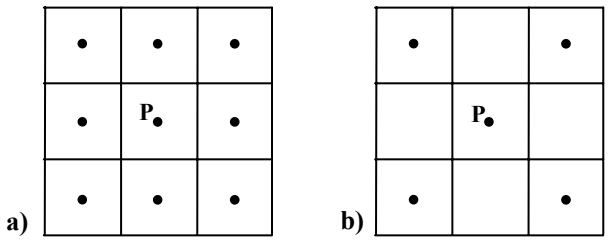


Figure II-7 : Stencil d'évaluation de la dérivée seconde selon l'axe horizontal d'une inconnue en P par évaluation des gradients au sommet des mailles (a) et stencil du Laplacien de la même variable au même point (b)

II.3.8.3 Gradients aux bords des mailles

Les méthodes précédemment décrites, si elles étaient relativement peu coûteuses en temps de calcul du fait du faible nombre d'évaluations de gradients qu'elles nécessitent, conduisaient immanquablement à des problèmes de découplage de la solution au sein du maillage.

Dans ce paragraphe, les gradients sont directement évalués aux bords ce qui, comme nous allons le voir, permet d'éviter tout problème de découplage. Par contre, cette méthode augmente significativement l'effort de calcul puisque, dans un maillage structuré cartésien, il y a deux fois plus de bords que de centres de gravité ou de sommets.

L'approche envisagée a été proposée par Martinelli et al. [95]. Elle consiste à construire des volumes de contrôle spéciaux autour des bords, comme schématisé à la Figure II-8.

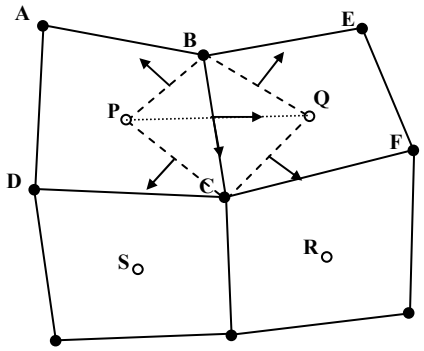


Figure II-8 : Maillage *cell-centered* et définition d'un volume de contrôle autour d'une arête [95]

L'application du théorème de Green-Gauss conduit à l'expression suivante pour l'évaluation du gradient au bord BC :

$$\nabla u_{BC} = \frac{1}{\Omega_{BQCP}}\left(u_{PB}\vec{n}_{PB} + u_{BQ}\vec{n}_{BQ} + u_{QC}\vec{n}_{QC} + u_{CP}\vec{n}_{CP}\right) \tag{II-38}$$

L'inconnue sur les bords du volume de contrôle est obtenue par moyenne des valeurs aux sommets correspondants :

$$u_{PC} = \frac{1}{2}\left(u_P + u_C\right) \tag{II-39}$$

L'introduction de (II-39) dans (II-38) conduit, après quelques manipulations, à

$$\begin{aligned}\nabla u_{BC} \quad = \quad & \frac{1}{\Omega_{BQCP}}\left[u_P \frac{1}{2}\left(\vec{n}_{PB}+\vec{n}_{CP}\right)+u_Q \frac{1}{2}\left(\vec{n}_{BQ}+\vec{n}_{QC}\right)\right] \\ & +\frac{1}{\Omega_{BQCP}}\left[u_B \frac{1}{2}\left(\vec{n}_{PB}+\vec{n}_{BQ}\right)+u_C \frac{1}{2}\left(\vec{n}_{QC}+\vec{n}_{CP}\right)\right]\end{aligned} \tag{II-40}$$

Sur base de la direction des normales définies à la Figure II-8, les relations suivantes peuvent être facilement démontrées :

$$\vec{n}_{BC}=\left(\vec{n}_{BQ}+\vec{n}_{QC}\right)=-\left(\vec{n}_{PB}+\vec{n}_{CP}\right) \tag{II-41}$$

$$\vec{n}_{PQ}=\left(\vec{n}_{QC}+\vec{n}_{CP}\right)=-\left(\vec{n}_{PB}+\vec{n}_{BQ}\right) \tag{II-42}$$

Cela permet de fortement simplifier l'expression (II-40) :

$$\nabla u_{BC}=\frac{1}{\Omega_{BQCP}}\left(\frac{u_Q-u_P}{2}\vec{n}_{BC}+\frac{u_C-u_B}{2}\vec{n}_{PQ}\right) \tag{II-43}$$

Les valeurs de u en P et Q sont connues puisque ce sont des centres de gravité du maillage de base, et les valeurs en B et C sont approximées par moyenne :

$$u_C=\frac{1}{4}\left(u_P+u_Q+u_R+u_S\right) \tag{II-44}$$

De même la normale à BC est connue alors que celle à PQ peut être calculée directement ou approximée par moyenne des normales à AB, BE, DC et CF.

Pour un maillage structuré cartésien, l'évaluation, par exemple, de la dérivée seconde selon x de la variable u s'écrit simplement :

$$\frac{\partial^2 u_{ij}}{\partial x^2}=\frac{u_{i+1,j}-2u_{ij}+u_{i-1,j}}{\Delta x^2} \tag{II-45}$$

et conduit au stencil de la Figure II-9 a) pour un calcul au point P, alors que l'évaluation du Laplacien de la même variable au même point fournit le stencil de la Figure II-9 b). On constate que ce schéma s'affranchit bien des problèmes de découplage rencontrés auparavant. Il est de plus précis au second ordre, même pour des dérivées croisées (Annexe A).

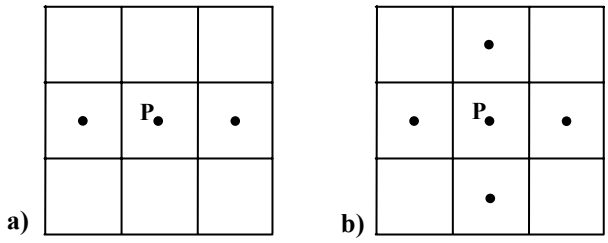


Figure II-9 : Stencil d'évaluation de la dérivée seconde selon l'axe horizontal (a)) et du Laplacien (b)) d'une inconnue en P par évaluation des gradients au bord des mailles

C'est cette dernière approche qui a finalement été implémentée dans les codes développés et appliqués dans ce travail.

II.3.9 Evaluation des flux

Le succès de toute méthode volumes finis réside dans la qualité de l'évaluation des flux aux segments inter-éléments.

La formulation générique d'extrapolation décrite tant qu'à présent fournit deux valeurs des variables de part et d'autre d'un bord, au départ d'une reconstruction depuis le centre de gravité des mailles. D'autre part, il est nécessaire de considérer pour le calcul des différents termes une valeur unique du flux sur chaque bord, ce qui se comprend aisément par le fait que pour assurer la conservativité de la méthode, il est indispensable que toute quantité quittant une maille à travers un bord intègre l'autre maille voisine de ce bord [70, 156].

Différentes techniques existent pour évaluer ces flux qui consistent à moyenner les deux valeurs reconstruites entre elles (formulation centrée) ou combiner les valeurs en privilégiant l'une par rapport à l'autre, voire plus simplement choisir l'une et délaisser l'autre (formulations décentrées).

Sur base d'un raisonnement sur la signification physique des différents termes présents dans les équations, nous allons voir que la méthode à employer pour garantir la stabilité du système n'est pas unique et doit être envisagée avec toutes les précautions d'usage.

II.3.9.1 Flux convectifs

Les termes convectifs sont les termes les plus difficiles à discrétiser. La raison en est que, physiquement, ils contribuent à la propagation de l'information dans certaines directions prédéfinies, à l'inverse des termes diffusifs qui n'impliquent pas de direction privilégiée. Cette propriété doit être prise en compte d'une façon ou d'une autre dans le schéma afin de conduire à une discrétisation stable. En effet, il est aisément démontré qu'une formulation centrée des termes advectifs, dans le cas d'une équation de convection pure et sans artifice particulier pour introduire de dissipation dans le système, est instable [100].

Plusieurs méthodes existent pour calculer les flux de manière décentrée tout en respectant les conditions de stabilité du système, telles les techniques de *flux-difference splitting* et *flux-vector splitting*. Les premières font usage d'une combinaison des valeurs des variables reconstruites de part et d'autre du bord pour évaluer une valeur de flux unique tandis que les secondes consistent à décomposer le flux en deux composantes, chacune étant calculée à l'aide des variables reconstruites d'un coté du bord. Il convient de rester attentif au fait que c'est la valeur d'un flux au bord qui doit être unique et non la valeur reconstruite des variables. Si plusieurs flux faisant intervenir la même variable doivent être calculés, ils peuvent chacun faire appel à une valeur située d'un coté ou de l'autre du bord, et ce, selon la signification physique de l'information qu'ils représentent.

La technique de *flux-vector splitting* implémentée dans la suite WOLF, spécialement développée pour les écoulements à surface libre et largement validée au sein du HACH [6, 33, 100], fait appel à un fractionnement judicieux des termes advectifs des équations en des contributions devant être évaluées à l'aide des valeurs reconstruites uniquement en amont ou uniquement en aval, en référence à l'écoulement calculé. Ce fractionnement est opéré sur base d'une analyse des célérités du système représentées par les valeurs propres de la matrice convective, et son interprétation physique est aisée si l'on raisonne en termes de courbes caractéristiques.

Les valeurs propres des matrices jacobiennes donnent l'inclinaison des courbes caractéristiques dans l'espace temps. Dès lors, utiliser les données situées en amont pour évaluer les flux relatifs à un jacobien qui présente des valeurs propres positives revient à fournir au système les informations provenant de ses directions caractéristiques privilégiées. Il en va de même des données d'aval pour un jacobien à valeurs propres négatives. Chaque flux fractionné ira donc chercher les inconnues du côté d'où provient l'information.

Sur base de la forme matricielle générique (II-20), l'application de ce principe aux équations intégrées sur la hauteur (II-5) à (II-7) conduit au système ci-dessous où l'effet d'inclinaison des axes a été supprimé par souci de clarté. Les signes + et - renvoient respectivement à des flux évalués de façon décentrée vers l'amont et vers l'aval.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial\left(\vec{f}^{+} + \vec{f}^{-}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\vec{g}^{+} + \vec{g}^{-}\right)}{\partial y} = \vec{s} \tag{II-46}$$

avec

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} h \\ uh \\ vh \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh\dfrac{\partial z_b}{\partial x} + ghJ_x \\ -gh\dfrac{\partial z_b}{\partial y} + ghJ_y \end{pmatrix} \tag{II-47}$$

$$\vec{f}^{+} = \begin{pmatrix} uh \\ u^2h \\ uvh \end{pmatrix} \text{ et } \vec{f}^{-} = \begin{pmatrix} 0 \\ g\dfrac{h^2}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{II-48}$$

$$\vec{g}^{+} = \begin{pmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h \end{pmatrix} \text{ et } \vec{g}^{-} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g\dfrac{h^2}{2} \end{pmatrix} \tag{II-49}$$

En ce qui concerne les équations du modèle hydrodynamique intégré sur la section (§ II.2.5), on a, en utilisant les mêmes notations et simplifications,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial\left(\vec{f}^{+} + \vec{f}^{-}\right)}{\partial x} = \vec{s} \tag{II-50}$$

avec

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \omega \\ Q \end{pmatrix} \text{ et } \vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g\omega\dfrac{\partial z_b}{\partial x} + g\omega J + gp_x \end{pmatrix} \tag{II-51}$$

$$\vec{f}^{+} = \begin{pmatrix} Q \\ uQ \end{pmatrix} \text{ et } \vec{f}^{-} = \begin{pmatrix} 0 \\ gp_\omega \end{pmatrix} \tag{II-52}$$

II.3.9.2 Flux diffusifs

Contrairement aux flux convectifs, les termes diffusifs ou visqueux correspondent à une action diffuse, sans direction préférentielle de propagation. En conséquence, ils doivent être discrétisés avec un schéma centré, et ce, en parfaite adéquation avec leur signification physique [71, 79].

Les méthodes d'évaluation des dérivées détaillées au paragraphe II.3.8 fournissent une valeur unique des gradients des inconnues aux bords, évaluée de façon symétrique, ce qui ne pose pas de problème de choix de la valeur du flux. En ce qui concerne d'éventuelles contributions des inconnues, elles seront évaluées par moyenne des deux valeurs reconstruites au bord.

Nous reviendrons sur ces considérations dans le chapitre consacré à l'étude de la turbulence.

II.3.10 Conditions aux limites

Le nombre de conditions aux limites à imposer aux frontières du domaine de modélisation peut être directement déduit de l'analyse du calcul des flux qui vient d'être exposé. En effet, il a été rappelé dans le traitement des flux convectifs que la propagation de l'information au sein de l'écoulement se fait le long de courbes caractéristiques. Pour respecter la physique du problème, et donc apporter au système les informations dont il a besoin, il importe d'imposer aux frontières autant de conditions qu'il y a de courbes caractéristiques entrant dans le domaine.

Par exemple, pour la modélisation bidimensionnelle du mouvement d'eau pure, cela revient à imposer deux conditions et une seule respectivement pour l'amont et l'aval d'un écoulement infracritique, alors que pour un écoulement supercritique trois conditions sont nécessaires pour l'amont et aucune pour l'aval. Dans le cas d'une frontière imperméable, au vu de l'absence d'écoulement à travers le bord qu'elle implique, une seule condition limite est nécessaire, celle d'une vitesse normale nulle.

Nous reviendrons plus en détail sur ces considérations chaque fois que la question se posera en pratique. En effet, des problèmes surgissent par exemple pour le calcul des termes diffusifs pour lesquels la valeur d'un gradient aux bords limites est nécessaire.

Cette apparente simplicité dans le choix du nombre de conditions à fixer ne doit pas masquer la difficulté de trouver les valeurs ad hoc des différentes variables à imposer. En effet, de par la nature même des équations résolues, la valeur des conditions aux limites conditionnent en général directement la solution qui sera obtenue à la convergence du système. Il convient par exemple de fixer les limites amont et aval du système dans des zones où l'écoulement est suffisamment uniforme dans la direction transversale de façon à ne pas induire de solution non physique par une condition limite inappropriée.

En ce qui concerne la manière d'implémenter ces conditions, compte tenu de la discrétisation par volumes finis qui a été adoptée, les observations suivantes sont à considérer. Dans l'approche volume fini *cell-centered*, les inconnues sont stockées au centre de gravité des mailles. Imposer des valeurs de conditions aux limites directement à cet endroit par modification des valeurs des inconnues (imposition dite forte) est une solution à éviter car elle détruit la conservativité du schéma et place la condition une demi maille plus loin que la frontière, ce qui entraîne un biais géométrique. L'approche préconisée consiste plutôt à introduire les conditions directement dans la valeur du flux à la frontière du domaine. Le biais géométrique est ainsi évité, et la conservativité assurée. Cette approche est communément appelée imposition faible par opposition à la précédente, du fait qu'elle ne modifie pas directement la valeur de l'inconnue.

II.4 Discrétisation temporelle - Schémas explicites et implicites

II.4.1 Deux types de méthodes

Nous venons de voir que la discrétisation spatiale des équations que nous avons à traiter est adéquatement réalisée par la méthode des volumes finis. Il convient maintenant d'effectuer leur intégration temporelle afin de, soit converger vers une solution stationnaire, soit calculer l'évolution instationnaire des variables hydrodynamiques.

Deux types de méthodes existent pour ce faire. Les méthodes explicites extrapolent maille par maille une solution en des pas de temps connus pour évaluer le pas de temps inconnu suivant. Les méthodes implicites résolvent en une fois le système d'équations complet écrit en fonction de la valeur des variables au pas de temps inconnu. Chacune possède ses avantages et ses inconvénients : le pas de temps des méthodes explicites est bridé par des conditions de stabilité qui peuvent se révéler fort contraignantes alors que celui des méthodes implicites est théoriquement libre ; les méthodes implicites nécessitent la résolution de grands systèmes non linéaires à chaque itération, ce qui fait appel à des techniques de calcul lourdes et coûteuses en temps machine, alors que l'évaluation d'un pas de temps explicite se réalise de façon immédiate, maille par maille, au départ d'une distribution connue des variables.

Au sein de la suite WOLF, les méthodes explicites ont les premières été envisagées. En effet, la majorité des simulations pour lesquelles les codes ont été développés sont de nature hautement transitoire. De ce fait, pour nombre d'applications, les temps caractéristiques physiques n'excèdent pas sensiblement la valeur du pas de temps imposée pour une intégration temporelle explicite stable. De plus, le nombre de mailles d'une simulation peut être extrêmement important. Des modélisations avec plus d'un million de volumes finis ont déjà été envisagées, et des simulations comptant 500 000 éléments de calculs sont couramment réalisées au HACH. Il est rapidement apparu [100] qu'une méthode explicite se révélait beaucoup mieux adaptée de par le compromis séduisant qu'elle réalise entre coût du calcul, stockage en mémoire et précision instationnaire.

Ces remarques sont cependant à tempérer dans le cas où seule une solution stationnaire est souhaitée, et que par conséquent le déplacement transitoire des ondes importe peu. La discrétisation ne doit alors plus être axée sur une technique temporelle précise, mais au contraire permettre une dissipation ou une évacuation rapide de toute perturbation de l'écoulement.

Il apparaît que ces deux caractéristiques antagonistes sur le suivi des ondes peuvent idéalement être rencontrées par l'utilisation de méthodes Runge-Kutta explicites. Moyennant un formalisme bien défini, ces techniques donnet en effet à l'utilisateur la possibilité de passer, par un simple changement de coefficients, d'une discrétisation très précise à une autre permettant une bonne dissipation des ondes transitoires [100]. D'autres techniques d'intégrations temporelles explicites existent, telle la méthode d'Euler, de Mac Cormak, les méthodes *multi-step*… qui ont presque toutes été testées au sein du logiciel WOLF2D. Actuellement, les méthodes Runge-Kutta, qui ont convaincu les utilisateurs successifs par leurs qualités intrinsèques, sont cependant les seules méthodes explicites utilisées quotidiennement dans les simulations à l'aide des logiciels de la suite WOLF. Des développements récents ont néanmoins montré que des techniques de *local time stepping* [6, 152] pouvaient procurer un gain de temps supplémentaire non négligeable lors de la recherche de solutions stationnaires.

Au début de cette recherche doctorale, les méthodes implicites ont été analysées dans le cadre spécifique d'application du logiciel de calcul unidimensionnel WOLF1D à très large échelle et sur de très longues périodes de temps [126]. Dans ce cas particulier, la priorité concernait la rapidité du calcul. La limitation du pas de temps imposée par les méthodes explicites jusque là envisagées constituait dès lors un écueil majeur. L'utilisation des méthodes implicites pour

des simulations instationnaires était rendue possible par la précision requise sur les résultats, tout comme par la variation temporelle des conditions aux limites. Enfin, le nombre de points de discrétisation, limité par rapport à une simulation bidimensionnelle, permettait la résolution efficace et relativement rapide du système généré.

Par la suite, ces méthodes ont été implémentées au sein de la suite WOLF dans d'autres logiciels, pour des calculs hydrosédimentaires, notamment en une et deux dimensions [32].

Dans ce paragraphe, après une description mathématique générale des deux types de méthodes d'intégration temporelle envisagés, nous exposerons brièvement les caractéristiques des schémas explicites implémentés dans les logiciels de la suite WOLF avant de détailler les développements du schéma implicite mis au point dans le logiciel WOLF1D au cours de cette recherche doctorale.

II.4.2 Généralités

Quel que soit le modèle mathématique utilisé pour décrire les écoulements, la discrétisation spatiale des équations aux dérivées partielles fournit des équations différentielles ordinaires de la forme :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{R}\left(\vec{u}\right) \tag{II-53}$$

où $\vec{u}$ est un vecteur qui contient toutes les inconnues et $\vec{R}$ l'opérateur spatial discrétisé.

Pour connaître l'évolution des inconnues en chaque point et à chaque instant, il faut mener à bien l'intégration temporelle de (II-53) à partir de la connaissance d'un champ initial donné.

II.4.2.1 Intégration explicite

Par exemple, un schéma de type Euler explicite s'écrit :

$$\frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^{n}}{\Delta t} = \vec{R}\left(\vec{u}^{n}\right) \tag{II-54}$$

où les exposants *n* et *n+1* font référence respectivement aux pas de temps connu et inconnu.

L'opérateur spatial étant évalué à partir des valeurs connues de $\vec{u}$, il apparaît clairement que (II-54) permet une mise à jour directe de l'inconnue, sans passer par la résolution d'un système d'équations :

$$\vec{u}^{n+1} = \vec{u}^{n} + \Delta t \times \vec{R}\left(\vec{u}^{n}\right) \tag{II-55}$$

Les conditions de stabilité de ce genre de schéma numérique de résolution imposent cependant le respect d'une condition sur le nombre de Courant N_c ou *CFL*[7], qui fixe la relation entre pas de temps et pas de discrétisation spatiale en fonction de la vitesse de propagation des ondes *c* :

$$N_c = c\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \tag{II-56}$$

L'expérience acquise au HACH dans le développement et l'utilisation de codes de modélisation des écoulements montre que la valeur des pas de temps utilisables varie de

[7] *CFL* : Nombre de Courant Friedrich Levy du nom de ses inventeurs.

quelques secondes en phénomènes transitoires d'inondation à quelques centièmes de seconde pour la simulation de la propagation d'ondes raides consécutives à des ruptures par exemple [6, 126].

II.4.2.2 Intégration implicite

Si une technique de type implicite est utilisée, (II-53) s'écrit :

$$\frac{\vec{u}^{n+1}-\vec{u}^{n}}{\Delta t}=\vec{R}\left(\vec{u}^{n+1}\right) \tag{II-57}$$

Toutes les équations doivent donc être traitées simultanément et, une fois discrétisées, elles forment un grand système d'équations algébriques non linéaires à résoudre afin de déterminer la valeur des inconnues au pas de temps suivant. Il existe donc un couplage total de toutes les inconnues en tous les nœuds.

Il convient de se rendre compte de la taille tout à fait conséquente que peut prendre le système émanant de (II-57). Pour un réseau de rivière discrétisé à l'aide de *N* nœuds, la résolution des équations unidimensionnelles en les deux inconnues de section mouillée et de débit conduit à un système algébrique non linéaire de *2N* équations, qu'il faudrait inverser itérativement pour obtenir la valeur des *2N* inconnues.

Par exemple, dans le cas du programme PIRENE (cfr. § III.6.1) pour lequel le code décrit ici a été développé [126], la valeur de *N* est de l'ordre de 30 000. Aucun algorithme ne permet actuellement de fournir directement la solution exacte d'un tel système non linéaire. Le défi de la méthode implicite réside donc dans la recherche d'une méthode de résolution approchée de (II-57) rapide et suffisamment précise.

II.4.3 Schémas explicites Runge-Kutta

II.4.3.1 Principe de la méthode

Ce paragraphe a pour seul but de poser de façon très succincte les principes à la base des méthodes Runge-Kutta utilisées dans la suite de ce travail. Le lecteur intéressé se rapportera utilement à [6, 33, 100, 129] pour les caractéristiques précises des schémas implémentés dans la suite WOLF ou à [79, 84, 142] pour des informations plus générales sur les techniques Runge-Kutta.

Proposées par Runge et développées par Kutta à la fin du XIX^{ème} siècle [100], les méthodes d'intégration temporelle Runge-Kutta doivent notamment leur grand succès à la possibilité d'obtenir différents ordres de précision moyennant un formalisme simple et récurrent pour chaque sous-famille, ce qui facilite de ce fait l'implémentation des algorithmes. Elles ne dépendent que du pas de temps précédent et non de plusieurs comme c'est le cas des méthodes *multi-step* [84]. Le gain en mémoire est donc évident et aucun problème de précision n'est à déplorer pour les premiers pas de temps. Il est de plus aisé de modifier la valeur du pas de temps entre deux pas successifs. Tout cela explique en partie pourquoi les schémas explicites Runge-Kutta n'ont cessé de voir leur succès croître en mécanique des fluides depuis leur première utilisation intensive par Jameson au début des années 1980.

Un schéma Runge-Kutta RK*MN* est composé de $M-1$ sous-pas prédicteurs ainsi que d'un sous-pas correcteur. N désigne l'ordre de précision de la méthode.

Dans la formulation la plus générale utilisée ici, les pas prédicteurs sont évalués à un temps intermédiaire entre t et $t+\Delta t$ par :

$$\vec{u}^{(k)}=\vec{u}^{l}+\alpha_k\,\Delta t\,R\left[\vec{u}^{(k-1)}\right] \text{ avec } k = 1, \ldots, M\text{-}1 \tag{II-58}$$

où $\vec{u}^{(0)} = \vec{u}^{l}$ est connu au temps $t = l\Delta t$. Il s'ensuit un pas correcteur évalué par :

$$\vec{u}^{l+1} = \vec{u}^{l} + \Delta t \sum_{k=0}^{M-1} a_k R\left[\vec{u}^{(k)}\right] \tag{II-59}$$

Les coefficients α_k et a_k sont des constantes caractéristiques du schéma. Le choix de ces paramètres va influencer la précision et la dissipativité du schéma. Pour un nombre donné de pas, plusieurs ordres de précision différents peuvent donc coexister. Alors qu'aucune contrainte particulière ne restreint le choix des coefficients α_k, une condition évidente de consistance porte sur les coefficients a_k. Elle s'écrit :

$$\sum_{k=0}^{M-1} a_k = 1 \tag{II-60}$$

Toute une série de schémas Runge Kutta différents, à 2, 3 ou 4 pas, sont proposés au choix de l'utilisateur dans WOLF2D. En pratique, dans ce travail, quel que soit le type de simulation réalisée et sauf mention contraire explicite dans le texte, un schéma à trois pas a été utilisé, avec des coefficients a_k égaux respectivement à 0,15, 0,4 et 0,45. Ce schéma propose en effet un très bon compromis entre valeur maximale du pas de temps, stabilité et coût en temps CPU[8] [33, 100].

II.4.3.2 Pas de temps admissible

Le critère de stabilité d'une méthode temporelle explicite provient d'une étude de stabilité au sens de Von Neumann du schéma d'intégration [129]. Cette analyse permet d'établir la forme analytique du facteur d'amplification numérique dont le module, borné à l'unité, fournit les conditions à remplir pour certains paramètres afin d'éviter la divergence de la méthode.

Ces considérations sont à relativiser quelque peu pour des modèles non-linéaires tels ceux traités ici puisqu'une étude de stabilité de Von Neumann se base sur un système linéarisé, ce qui élimine certains comportements caractéristiques du système général. Néanmoins, la méthode révèle les traits marquants du schéma et fournit de ce fait des tendances significatives de comportement du système global [129].

Pour un schéma de type Euler explicite (§ II.4.2.1), cette analyse conduit à la relation (II-56) qui lie célérité des ondes, pas spatial et pas de temps de la discrétisation. Les deux premiers paramètres étant fixés par le maillage et les circonstances hydrodynamiques modélisées, c'est la valeur du pas de temps à l'échelle de la simulation qui doit être judicieusement choisie pour mener à bien le calcul. En pratique, après évaluation du pas de temps maximum admissible au niveau de chaque maille, c'est la valeur la plus limitative qui est utilisée pour faire évoluer le champ complet des inconnues.

Le même principe peut être appliqué aux schémas Runge-Kutta explicites. Tel quel, il fournit cependant un critère plus complexe que celui à la base de (II-56) qui n'est pas d'utilisation efficace dans la pratique. Il peut par contre être légèrement simplifié afin d'obtenir une relation tout aussi dépouillée que (II-56) sans pour autant conduire à des conditions beaucoup plus restrictives que sa forme originelle [33, 100].

Tous calculs faits, on obtient la condition suivante qui lie à nouveau le pas de temps aux caractéristiques de taille de maille et de vitesse de propagation des ondes :

[8] CPU : *Central Processing Unit*, ou processeur. Le temps CPU est représentatif du nombre et du type d'opérations réalisées par un programme et donc de sa charge de calcul.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{2c} R_\lambda \tag{II-61}$$

avec R_λ un facteur dépendant du type de schéma Runge-Kutta choisi[9]. Il vaut 1,53 pour le schéma RK31 utilisé en pratique tout au long de ce travail, ce qui limite le nombre de Courant tel que défini par (II-56) à plus ou moins 0,75.

Il convient d'insister ici sur l'importance de déterminer au mieux le pas de temps maximal admissible d'une simulation afin de mener un calcul rapide et efficace. Des codes qui travailleraient avec un pas de temps fixé a priori sur base des conditions hydrodynamiques initiales ou selon le souhait de l'utilisateur, se verraient en effet confrontés à deux problèmes majeurs. Soit le pas de temps est choisi très petit de façon à être sûr de ne pas conduire à la divergence du système mais il est de ce fait inférieur au pas maximal et le temps de calcul est inutilement allongé, souvent de façon tout à fait conséquente. Soit le pas de temps est trop grand par rapport au pas maximal et les résultats du calcul ne représentent plus du tout la physique des phénomènes étudiés.

Au sein de la suite WOLF, tous les pas de temps, qu'ils soient relatifs à des schémas explicites ou implicites, sont toujours évalués de façon continue au cours du calcul et sur l'ensemble du domaine de simulation, de façon à assurer aussi bien la stabilité du calcul que l'obtention la plus rapide possible du résultat recherché.

II.4.4 Schéma implicite

II.4.4.1 Méthode de Newton-Raphson

Introduction

Nous venons de voir au paragraphe II.4.2.2 qu'une méthode de résolution implicite conduisait à devoir résoudre un grand système d'équations non linéaires (II-57) en le vecteur des inconnues $\vec{u}^{n+1}$.

On peut définir la fonction non linéaire $\vec{F}\left(\vec{u}^{n+1}\right)$ telle que :

$$\vec{F}\left(\vec{u}^{n+1}\right) \equiv \frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^{n}}{\Delta t} - \vec{R}\left(\vec{u}^{n+1}\right) \tag{II-62}$$

(II-57) peut donc être réécrit sous la forme :

$$\vec{F}\left(\vec{u}^{n+1}\right) = 0 \tag{II-63}$$

$\vec{F}$ est appelé résidu instationnaire puisqu'il doit être égalé à 0 à chaque pas de temps de façon à évaluer $\vec{u}^{n+1}$ [142].

$\vec{F}$ étant non linéaire, ses racines ne peuvent en général pas être exprimées sous forme analytique. De toute façon, lorsque cela est possible, les expressions obtenues sont la plupart du temps tellement compliquées qu'elles ne sont pas pratiques d'utilisation. Le plus simple est de résoudre les équations non linéaires par des méthodes d'approximation [92]. De telles méthodes sont en fait itératives, c'est-à-dire que partant d'une approximation initiale x_0 d'une racine, on calcule une suite x_0, x_1, x_2, … dont on espère qu'elle converge vers la racine cherchée.

[9] Il s'agit du rayon du plus grand cercle inscrit à la courbe de stabilité du schéma Runge-Kutta utilisé.

Description de la méthode

La méthode de Newton-Raphson est une méthode d'approximation du deuxième ordre destinée à résoudre une équation non linéaire $f(x)=0$ et qui peut être généralisée à N dimensions pour résoudre par approximations un système non linéaire similaire à (II-63) [92] :

$$\vec{F}(\vec{w})=0 \tag{II-64}$$

Cette méthode est basée sur une linéarisation de $\vec{F}$ au premier ordre par un développement en série de Taylor au voisinage de l'itération *k* de l'inconnue :

$$\vec{F}\left(\vec{w}^{k+1}\right)=\vec{F}\left(\vec{w}^{k}\right)+\left.\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{w}}\right|^{k}\left(\vec{w}^{k+1}-\vec{w}^{k}\right)+O\left(\Delta t^{2}\right) \tag{II-65}$$

La solution de (II-64) est approximée par la solution du système linéaire suivant, où les termes du second ordre ont été négligés :

$$\left.\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{w}}\right|^{k}\left(\vec{w}^{k+1}-\vec{w}^{k}\right)=-\vec{F}\left(\vec{w}^{k}\right) \tag{II-66}$$

En explicitant l'expression de $\vec{F}$ à partir de (II-62) et en généralisant l'équation au processus itératif, on a :

$$\left(\frac{\mathbf{I}}{\Delta t}-\frac{\partial\vec{R}(\vec{w})}{\partial\vec{w}}\right)\Delta\vec{w}=-\vec{F}(\vec{w}) \tag{II-67}$$

dans laquelle on désigne couramment Jacobien $\mathbf{J}(\vec{w})$ la matrice :

$$\mathbf{J}(\vec{w})=\frac{\mathbf{I}}{\Delta t}-\frac{\partial\vec{R}(\vec{w})}{\partial\vec{w}} \tag{II-68}$$

Son évaluation, analytique ou numérique, représente un des deux grands défis de l'implémentation d'un schéma numérique implicite. Le second obstacle majeur à surmonter est la résolution, suffisamment précise mais surtout rapide, du grand système linéaire (II-67) :

$$\mathbf{J}(\vec{w})\Delta\vec{w}=-\vec{F}(\vec{w}) \tag{II-69}$$

avec $\vec{F}(\vec{w})=\frac{\vec{w}^{k+1}-\vec{w}^{k}}{\Delta t}-\vec{R}(\vec{w})$ (Cfr. (II-62)).

Il en résulte, à chaque pas de temps, un processus itératif de Newton qui peut être résumé de la façon suivante :

Initialiser $\vec{w}^0 = \vec{u}^{pred}$

$$\begin{cases} \text{Pour } k = 0,1,\ldots \text{jusqu'à convergence} \\ \quad \text{Résoudre } \mathbf{J}\left(\vec{w}^k\right)\Delta\vec{w}^k = -\vec{F}\left(\vec{w}^k\right) \\ \text{Mettre à jour } \vec{w}^{k+1} = \vec{w}^k + \Delta\vec{w}^k \end{cases} \tag{II-70}$$

Mettre à jour $\vec{u}^{n+1} = \vec{w}^{k+1}$

La convergence est atteinte pour $\vec{F}\left(\vec{w}^{k+1}\right) = 0$ suivant la précision de résolution souhaitée.

Dans (II-70), $\vec{u}^{pred}$ est une valeur initiale suffisamment approchée de $\vec{u}^{n+1}$ et $\vec{w}^k$ désigne le $k^{ième}$ itéré de Newton.

Convergence

L'avantage majeur de la méthode de résolution de Newton-Raphson est la possibilité d'obtenir une convergence quadratique vers la solution au voisinage de celle-ci [92, 142]:

$$\left\|\vec{w}^{k+1} - \vec{u}^{n+1}\right\| \le C\left\|\vec{w}^k - \vec{u}^{n+1}\right\|^2 \tag{II-71}$$

avec C une constante.

Nonobstant, la convergence globale de la méthode de Newton-Raphson n'est nullement assurée [92]. Il convient donc d'être attentif au choix de la valeur des itérés initiaux.

II.4.4.2 Application aux équations 1D

Le système d'équations intégrées sur la section résolu dans WOLF1D (§ II.2.5) se réécrit sous la forme suivante pour une résolution implicite du système en tenant compte d'un débit d'apport latéral q_L et en négligeant l'inclinaison sur l'horizontale de l'axe principal d'écoulement :

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix}\omega \\ Q\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial Q}{\partial x} - q_L \\ \dfrac{\partial\left(uQ + gp_\omega\right)}{\partial x} + g\omega\dfrac{\partial z_b}{\partial x} - g\omega J - gp_x \end{bmatrix} \tag{II-72}$$

Il y a deux inconnues par nœud et le vecteur des inconnues $\vec{u}$ dans (II-57) est donc composé de N blocs 2 x 1, N étant le nombre de nœuds de discrétisation du réseau. Il s'écrit de façon générale :

$$u_i = \begin{bmatrix}\omega_i \\ Q_i\end{bmatrix} \text{ avec } i = 1,..,N \tag{II-73}$$

L'opérateur spatial $\vec{R}$ est également composé de N blocs 2 x 1 et s'écrit :

$$R_i = \begin{bmatrix} r_{1,i} \\ r_{2,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial Q_i}{\partial x} - q_{L,i} \\ \dfrac{\partial \left(Q_i u_i + g p_{\omega,i} \right)}{\partial x} + g \omega_i \dfrac{\partial z_{b,i}}{\partial x} - g \omega_i J_i - g p_{x,i} \end{bmatrix} \tag{II-74}$$

II.4.4.3 Matrice Jacobienne

Evaluation des termes de la matrice

Un élément générique du Jacobien s'écrit :

$$J_{kl} = \frac{\delta_{kl}}{\Delta t} - \frac{\partial R_k}{\partial u_l} \quad \text{avec } k,l = 1,\ldots,2N \tag{II-75}$$

En utilisant les définitions (II-73) et (II-74), cette matrice Jacobienne est en réalité constituée de blocs de 4 x 4 éléments :

$$\left[J \right]_{ij} = \begin{bmatrix} \dfrac{\delta_{ij}}{\Delta t} - \dfrac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_j} & -\dfrac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_j} \\ -\dfrac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_j} & \dfrac{\delta_{ij}}{\Delta t} - \dfrac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_j} \end{bmatrix} \text{ avec } i,j = 1,\ldots,N \tag{II-76}$$

Le calcul numérique des dérivées par différences finies à l'aide du quotient différentiel proposé ci-dessous procure une bonne évaluation des différents éléments de la matrice Jacobienne tout en étant rapide et d'une utilisation tout à fait générale par rapport aux équations traitées :

$$\frac{\partial R_k}{\partial u_l} = \frac{R_k \left(u_l + \delta u_l \right) - R_k \left(u_l \right)}{\delta u_l} \tag{II-77}$$

La perturbation des variables conservatives u_l se calcule via la formule :

$$\delta u_l = \varepsilon \left| u_l \right| \tag{II-78}$$

dans laquelle ε vaut typiquement 10^{-8} [32, 142].

Les deux variables de chaque nœud sont donc perturbées successivement et la perturbation résultante du vecteur $\vec{R}$ à chaque nœud est évaluée. Cette stratégie conduit à *2 x N + 1* évaluations de l'opérateur spatial $\vec{R}$! En effet, *2 x N* évaluations sont nécessaires avec les variables perturbées en plus d'une évaluation de l'opérateur non-perturbé.

Il est heureusement possible de décroître fortement ce coût de calcul en analysant en détail le domaine d'influence numérique de chaque nœud au cours d'un pas de temps.

En reconstruction constante des flux, l'opérateur spatial en un nœud *i* d'un bras du domaine n'est fonction que des valeurs des variables conservatives au nœud lui-même ainsi qu'en ses voisins directs *i-1* et *i+1* (Figure II-10). En d'autres termes, la valeur des inconnues en un nœud n'a d'influence que sur les voisins directs de ce nœud.

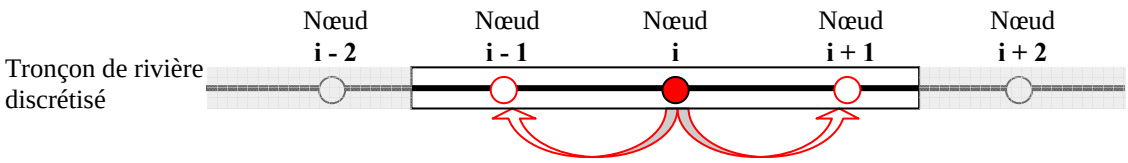


Figure II-10 : Zone d'influence de la valeur des inconnues du nœud i

Reprenons la forme classique de la matrice Jacobienne en reconstruction constante (II-79).

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 \cdots & i-1 & i & i+1 & \cdots N \\
\hline
1 & X\ X & 0 & \cdots & & \cdots 0 \\
\vdots & X\ X & 0 & & & \ddots\ \vdots \\
i-2 & 0 \cdots & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{i-2,1}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i-2,1}}{\partial Q_{i-1}} \\ -\frac{\partial r_{i-2,2}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i-2,2}}{\partial Q_{i-1}} \end{bmatrix} & 0 & 0 & \\
i-1 & \vdots & \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i-1,1}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i-1,1}}{\partial Q_{i-1}} \\ -\frac{\partial r_{i-1,2}}{\partial \omega_{i-1}} & \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i-1,2}}{\partial Q_{i-1}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{i-1,1}}{\partial \omega_{i}} & -\frac{\partial r_{i-1,1}}{\partial Q_{i}} \\ -\frac{\partial r_{i-1,2}}{\partial \omega_{i}} & -\frac{\partial r_{i-1,2}}{\partial Q_{i}} \end{bmatrix} & 0 & \\
i & & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_{i-1}} \\ -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_{i-1}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_{i}} & -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_{i}} \\ -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_{i}} & \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_{i}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_{i+1}} & -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_{i+1}} \\ -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_{i+1}} & \frac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_{i+1}} \end{bmatrix} & \\
i+1 & & 0 & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{i+1,1}}{\partial \omega_{i}} & -\frac{\partial r_{i+1,1}}{\partial Q_{i}} \\ -\frac{\partial r_{i+1,2}}{\partial \omega_{i}} & -\frac{\partial r_{i+1,2}}{\partial Q_{i}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i+1,1}}{\partial \omega_{i+1}} & -\frac{\partial r_{i+1,1}}{\partial Q_{i+1}} \\ -\frac{\partial r_{i+1,2}}{\partial \omega_{i+1}} & \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i+1,2}}{\partial Q_{i+1}} \end{bmatrix} & \vdots \\
i+2 & & 0 & 0 & \begin{bmatrix} \frac{\partial r_{i+2,1}}{\partial \omega_{i+1}} & -\frac{\partial r_{i+2,1}}{\partial Q_{i+1}} \\ -\frac{\partial r_{i+2,2}}{\partial \omega_{i+1}} & \frac{\partial r_{i+2,2}}{\partial Q_{i+1}} \end{bmatrix} & \cdots 0 \\
\vdots & \vdots\ \ddots & & & 0 & X\ X \\
N & 0 \cdots & & \cdots & 0 & X\ X
\end{array}
\qquad \text{(II-79)}
$$

En se référant à la définition (II-77) du calcul des dérivées du membre de droite $\vec{R}$, il apparaît clairement que la perturbation de la variable du nœud *i* n'influencera que les trois blocs 4 X 4 de la matrice Jacobienne situés dans la colonne *i*, tout le reste de la matrice étant égal à zéro.

En perturbant non plus une variable conservative d'un seul nœud à la fois, mais bien une des variables conservatives d'un nœud sur trois, aucune interférence entre les perturbations des différents éléments de $\vec{R}$ n'est générée. En conséquence, le nombre total minimum d'évaluation vaut *3 x 2 +1 = 7* au lieu de *2 x N + 1*.

Stockage de la matrice

Etant donné que la matrice Jacobienne présente un caractère creux et que sa taille est tout à fait conséquente pour une application à un réseau de rivière réel, la stocker entièrement représenterait un gaspillage d'espace mémoire et prendrait rapidement des proportions pénalisantes, voire impossibles à réaliser pour de très grandes applications.

En pratique, seuls les éléments explicitement calculés de la matrice Jacobienne sont stockés. Selon la méthode choisie pour la résolution du système linéaire, ce stockage est cependant réalisé de façon différente :

- Pour une résolution à l'aide de la méthode du GMRes, la matrice (II-79) est stockée selon le format CSR (Compressed Sparse Row) [145] qui consiste à ne retenir que les éléments non nuls du Jacobien en utilisant trois vecteurs :
  - Un vecteur **A** qui contient les valeurs des éléments J_{kl} non nuls du Jacobien, stockés à la suite l'un de l'autre et ligne par ligne, de la ligne *1* à la ligne *2N*,
  - Un vecteur **JA** qui contient les indices de colonne dans le Jacobien des éléments correspondant de **A**,
  - Un vecteur **IA** contenant les pointeurs indiquant le commencement dans **A** et **JA** des différentes lignes du Jacobien. La valeur de **IA***(i)* indique donc la position dans les vecteurs **A** et **JA** de l'élément qui commence la $i^{ème}$ ligne du Jacobien. La taille de **IA** est *2N+1*, **IA***(2N+1)* contenant le nombre d'éléments non-nuls du Jacobien plus un.
- Pour une résolution directe du système, on stocke la matrice (II-79) dans une matrice **J** de *N* lignes et trois colonnes, chaque élément de cette matrice étant un bloc de 4 x 4 éléments. La diagonale de (II-79) est stockée dans la seconde colonne de **J**, les blocs supérieur gauche et inférieur droit de **J** sont nuls.

  Le Jacobien a dans ce cas la forme suivante définie en (II-80), chaque ligne *i* contenant les trois blocs 4 x 4 de la matrice Jacobienne influencés par la perturbation des variables conservatives du nœud *i*.

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & 1 & 2 & 3 \\
1 & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{1,1}}{\partial \omega_1} & \frac{\partial r_{1,1}}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial r_{1,2}}{\partial \omega_1} & \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{1,2}}{\partial Q_1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{1,1}}{\partial \omega_{1+1}} & -\frac{\partial r_{1,1}}{\partial Q_{1+1}} \\ -\frac{\partial r_{1,2}}{\partial \omega_{1+1}} & -\frac{\partial r_{1,2}}{\partial Q_{1+1}} \end{bmatrix} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
i & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_{i-1}} \\ -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_{i-1}} & -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_{i-1}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_i} & \frac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_i} \\ \frac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_i} & \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_i} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial \omega_{i+1}} & -\frac{\partial r_{i,1}}{\partial Q_{i+1}} \\ -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial \omega_{i+1}} & -\frac{\partial r_{i,2}}{\partial Q_{i+1}} \end{bmatrix} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
N & \begin{bmatrix} -\frac{\partial r_{N,1}}{\partial \omega_{N-1}} & -\frac{\partial r_{N,1}}{\partial Q_{N-1}} \\ -\frac{\partial r_{N,2}}{\partial \omega_{N-1}} & -\frac{\partial r_{N,2}}{\partial Q_{N-1}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{N,1}}{\partial \omega_N} & \frac{\partial r_{N,1}}{\partial Q_N} \\ \frac{\partial r_{N,2}}{\partial \omega_N} & \frac{1}{\Delta t}-\frac{\partial r_{N,2}}{\partial Q_N} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
\qquad \text{(II-80)}
$$

Cas particulier d'un bras seul

Il est intéressant de noter que dans le cas d'un seul bras de discrétisation (pas de confluence), la matrice Jacobienne est une matrice bande avec une largeur de bande unitaire, c'est-à-dire que ses éléments J_{kl} respectent la définition suivante [92] : $J_{kl} = 0$ si $l > k + p$ ou $k > l + q$, où p et q sont des entiers positifs. On appelle largeur de bande le nombre $w = p + q + 1$.

En effet, les nœuds d'un bras étant numérotés de façon continue, les uns après les autres, les trois blocs non nuls de la matrice Jacobienne représentant l'influence d'un nœud sur ses voisins sont situés l'un au-dessus de l'autre, le bloc central étant bien entendu localisé sur la diagonale.

Ecrite sous la forme (II-79) avec des éléments constitués de blocs 4×4 éléments, la matrice Jacobienne pour un bras a une largeur de bande égale à trois, elle est donc tri-diagonale. Si l'on décompose maintenant tous les blocs, la matrice Jacobienne pour un bras a une largeur de bande égale à $3 + 3 + 1 = 7$.

Nous verrons plus loin que cette forme particulière de la matrice Jacobienne peut être très avantageusement utilisée.

II.4.4.4 Résolution du système linéaire

Stratégies de résolution

Au vu de sa taille, la résolution du système linéaire (II-69) constitue le second défi majeur d'une méthode de résolution implicite. Les solveurs directs classiques nécessitent un nombre d'opérations de l'ordre de N^3 et des ressources mémoire de l'ordre de N^2, où N est la taille du système.

On se rend donc compte que les temps de calcul et les espaces mémoire nécessaires deviennent rapidement énormes pour des systèmes de grande taille, ce qui peut inhiber, voire annuler, le gain de rapidité engendré par l'utilisation d'un grand pas de temps par rapport aux méthodes explicites.

Deux stratégies de résolution du système linéaire ont été appliquées :

- une méthode itérative basée sur la méthode des sous-espaces de Krylov (GMRes). Les méthodes itératives sont en effet les mieux adaptées actuellement à la résolution des grands systèmes linéaires creux [92, 147, 151],
- une méthode de résolution directe adaptée au caractère bande de la matrice Jacobienne. En effet, dans ce cas et lorsque $p = q$, le nombre d'opérations nécessaires pour une élimination de Gauss se réduit à $N \times p^2$ [92], et les temps de calcul deviennent alors tout à fait compétitifs par rapport aux méthodes itératives [164, 165].

Méthode des sous-espaces de Krylov

Description de la méthode

Dans ce paragraphe, nous présentons une description synthétique des méthodes itératives des sous-espaces de Krylov pour la résolution de grands systèmes linéaires $\mathbf{A}x = b$. Des informations plus complètes peuvent être obtenues dans Saad [147] ou Ipsen [73].

Ces méthodes sont des méthodes de projection, c'est-à-dire qu'elles emploient un processus de projection qui extrait une approximation de la solution du système hors d'un sous-espace R^N. Si l'on désigne par K_l ce sous-espace et si l est sa dimension, on a besoin de l contraintes pour pouvoir extraire une telle approximation de la solution. Une façon habituelle de traduire

ces contraintes est d'imposer *l* conditions d'orthogonalité indépendantes. Explicitement, il est nécessaire que le vecteur résidu $r \equiv b - \mathbf{A}x_l$ soit orthogonal à *l* vecteurs linéairement indépendants. Ces derniers définissent un nouveau sous-espace W_l de dimension *l* appelé le sous-espace des contraintes. Les conditions d'orthogonalité sont appelées conditions de Petrov-Galerkin.

Il existe deux grandes classes de méthodes de projection : les méthodes de projection orthogonale et les méthodes de projection oblique. Dans une méthode de projection orthogonale, les sous-espaces W_l et K_l sont identiques et les conditions de Petrov-Galerkin sont appelées conditions de Galerkin. Dans une méthode de projection oblique, le sous-espace W_l est différent du sous-espace K_l et peut être totalement indépendant de lui.

Si x_0 est une approximation initiale arbitraire de la solution, la solution approximée x_l doit être cherchée dans le sous-espace $x_0 + K_l$ et la méthode de projection peut être formalisée comme suit :

$$\text{Trouver } x_l \in x_0 + \mathrm{K}_l \text{ tel que } b - \mathbf{A}x_l \perp \mathrm{W}_l \tag{II-81}$$

Pour la plupart des méthodes de projection oblique, il est possible de démontrer une propriété d'optimalité concernant la décroissance du résidu, pour autant que le sous-espace des contraintes W_l soit bien choisi : si $W_l = \mathbf{A}K_l$, les conditions de Petrov-Galerkin conduisent à une solution approximée x_l qui minimise la norme 2 du résidu [142, 147].

Une méthode des sous-espaces de Krylov est une méthode de projection oblique pour laquelle le sous-espace K_l est défini par :

$$\mathrm{K}_l = span\left\{r_0, \mathbf{A}r_0, \mathbf{A}^2 r_0, ..., \mathbf{A}^{l-1} r_0\right\} \tag{II-82}$$

où $r_0 = b - \mathbf{A}x_0$.

Dans ce travail, nous avons utilisé la méthode du GMRes[10] développée par Saad et Schultz [142, 147] qui utilise une méthode de projection oblique en assurant la propriété d'optimalité de décroissance du résidu.

Préconditionnement

La vitesse de convergence des méthodes des sous-espaces de Krylov est largement dépendante de la distribution des valeurs propres de la matrice $\mathbf{A}$. Plus petit est le nombre de conditionnement de la matrice, c'est-à-dire le rapport entre la plus grande et la plus petite valeur propre, meilleure est la convergence. De ce fait, le système linéaire doit être préconditionné pour que les valeurs propres de $\mathbf{A}$ soient ramenées autour de l'unité [142, 145, 146, 151].

Deux types de préconditionnement sont possibles :

- Le préconditionnement à gauche, qui s'écrit :

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}x = \mathbf{P}^{-1}b \tag{II-83}$$

- Le préconditionnement à droite, qui s'écrit quant à lui :

$$\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}\left(\mathbf{P}x\right) = b \tag{II-84}$$

[10] GMRes : *Generalized Minimum RESidual*

Deux conditions doivent être remplies par la matrice de préconditionnement *P* [142] :

- Elle doit être proche de $\mathbf{A}$ de façon à ce que le produit $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}$ ou $\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}$ soit proche de la matrice identité (pour laquelle la résolution du système est immédiate),
- La solution d'un système de la forme $\mathbf{P}z = v$ doit être peu coûteuse en temps de calcul par rapport à la solution du système linéaire original.

Il y a une différence importante entre le préconditionnement à gauche et le préconditionnement à droite. Dans la méthode itérative du GMRes, le système linéaire est considéré comme résolu lorsque la norme 2 du résidu $r = b - \mathbf{A}x$ est inférieure à une tolérance donnée. En utilisant le préconditionnement à droite, on résout le système modifié

$$\tilde{\mathbf{A}}\tilde{x} = b \tag{II-85}$$

avec $\tilde{\mathbf{A}} \equiv \mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}$ et $\tilde{x} \equiv Px$. De ce fait, le résidu $b - \tilde{\mathbf{A}}\tilde{x}$ est identique à celui du système initial. Par contre, pour un préconditionnement à gauche :

$$\tilde{\mathbf{A}}x = \tilde{b} \tag{II-86}$$

avec $\tilde{\mathbf{A}} \equiv \mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}$ et $\tilde{b} \equiv \mathbf{P}^{-1}b$. Le résidu associé $\tilde{b} - \tilde{\mathbf{A}}x$ est ici modifié par rapport au système initial et est égal à $\mathbf{P}^{-1}r$. De cette façon, le processus itératif peut s'arrêter alors que la valeur du résidu du système linéaire initial n'est pas suffisamment réduite. Comme suggéré par Rogiest [142], nous utilisons préférentiellement le préconditionnement à droite.

Le calcul de la matrice de préconditionnement **P** se fait ici en effectuant une factorisation **LU** incomplète de la matrice **A** (méthode *ILU*). Cette méthode, utilisée conjointement avec les solveurs itératifs basés sur les sous-espaces de Krylov, s'est en effet révélée être une méthode de préconditionnement extrêmement robuste [32, 142]. En principe, la méthode s'écrit

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}^{-1} \approx \mathbf{L}^{-1}\mathbf{U}^{-1} \tag{II-87}$$

avec **L** une matrice triangulaire inférieure et **U** une matrice triangulaire supérieure telles que

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U} - \mathbf{E} \tag{II-88}$$

où **E** est une matrice d'erreur.

La version la plus simple des méthodes *ILU* est la méthode *ILU(0)* dans laquelle les matrices **L** et **U** ont la même structure d'éléments non-nuls que les parties respectivement inférieure et supérieure de la matrice **A**. En d'autres mots, suite à une factorisation *ILU(0)*, les éléments non-nuls des matrices **L** et **U** sont situés aux mêmes places que ceux de **A**. A noter ici que la factorisation *ILU(0)* ne demande pas de place de stockage supplémentaire pour les matrices **L** et **U** par rapport à **A**. Il faut cependant garder à l'esprit qu'une procédure de factorisation inexacte introduit des erreurs qui peuvent porter sévèrement atteinte au pas de temps autorisé et donc dégrader la robustesse ainsi que l'efficience du schéma d'intégration temporelle [4].

Dans ce travail, nous avons utilisé une méthode de factorisation *ILU* un peu plus évoluée proposée par Saad [146], la méthode *ILUt*[11], qui permet de s'affranchir de difficultés relatives à de fortes dissymétries de la matrice **A**.

[11] ILUt : *ILU factorization with dual truncation mechanism*

Cette méthode de factorisation conserve dans les matrices **L** et **U** un nombre d'éléments les plus significatifs résultant de la factorisation **LU** de **A** et pour autant que leur valeur soit supérieure à une tolérance donnée.

Critère d'arrêt

Nous l'avons vu, le GMRes est utilisé ici pour résoudre le système linéaire défini par (II-69) à chaque itération de Newton-Raphson. Théoriquement, la méthode de Newton-Raphson demande à ce que ce système soit résolu exactement à chaque itération. Cependant, nous avons montré précédemment que le coût de calcul peut devenir rapidement trop important. Une méthode itérative de résolution, bien moins chère en temps CPU, a donc été implémentée. Cette méthode ne résout pas exactement le système linéaire, mais trouve une approximation de la solution de façon à ce que le résidu du système linéaire soit inférieur à une tolérance donnée. La méthode de Newton résultante est alors désignée par méthode inexacte de Newton [142]. La méthode inexacte de Newton offre un compromis entre la précision avec laquelle le système linéaire est résolu et le travail nécessaire par sous-itération.

Une question importante est de connaître quel niveau de précision doit être atteint dans la résolution du système linéaire afin de préserver la convergence quadratique de la méthode de Newton. La réponse est donnée par Dembo & al. [30]. Si r_k désigne le résidu du système à la $k^{ième}$ sous-itération :

$$\vec{r}_k \equiv J\left(\vec{w}^k\right)\Delta\vec{w}^k + F\left(\vec{w}^k\right) \tag{II-89}$$

La solution approchée du système linéaire doit être telle que :

$$\frac{\left\|\vec{r}_k\right\|}{\left\|F\left(\vec{w}^k\right)\right\|} \le \alpha_k \tag{II-90}$$

avec

$$\alpha_k = \min\left(c\left\|F\left(\vec{w}^k\right)\right\|^p, 0.5\right),\ \ 0 < p \le 1 \tag{II-91}$$

$\|.\|$ désigne une norme arbitraire de $\mathscr{R}^n$, par exemple la norme 2, et c est une constante. En pratique, $p = 0{,}5$. Pour des simulations instationnaires, Rogiest [142] indique qu'il semble opportun de résoudre assez précisément le système linéaire à chaque sous-itération et il propose de ce fait $c = 0{,}025$ ainsi que $c = 0{,}5$ pour des simulations stationnaires.

II.4.4.5 Choix du pas de temps

Théoriquement, aucun critère de stabilité ne limite le pas de temps au cours d'une intégration temporelle implicite. A priori, des pas de temps correspondant à la valeur de l'intervalle entre deux variations consécutives des incidences extérieures ou à l'intervalle choisi pour la visualisation des résultats pourraient donc être utilisés.

Or, il faut nous rappeler que des approximations ont été faites afin d'être à même de résoudre le système non-linéaire (II-57). Une linéarisation du système a notamment été réalisée de façon à le résoudre par approximations selon la méthode de Newton-Raphson. Bien que cette méthode offre l'avantage d'une convergence quadratique vers la solution au voisinage de celle-ci, sa convergence globale n'est nullement assurée.

Il convient donc de choisir des pas de temps dont la valeur reste acceptable en regard de la variation des inconnues qu'ils induisent, et donc de l'amplitude de la variation des conditions

aux limites et des conditions d'écoulement. D'autre part, le suivi précis d'ondes de crues imposerait de réduire les pas temporels, ce qui rendrait inutiles tous les efforts explicités ci-avant.

La méthode trouve donc sa pleine justification dans le contexte de calculs à grande échelle temporelle de l'évolution moyenne des variables hydrodynamiques liées à un réseau de cours d'eau. C'est le cas notamment dans les modèles intégrés du cycle de l'eau à l'échelle d'une région ou d'un bassin versant soumis aux aléas naturels, tel celui décrit comme application au paragraphe III.6.1.

Par analogie avec les méthodes explicites, l'évaluation de la valeur du pas de temps a été basée sur l'utilisation d'un nombre de Courant, dont l'expression générique a déjà été définie en (II-56). Dans le cas d'une méthode implicite, il n'y a cependant plus aucune imposition de stabilité théorique qui limite la valeur de ce nombre à l'unité.

La méthode retenue est la suivante. On fixe une valeur du nombre de Courant désirée pour le calcul (qui dépend de la variation des conditions limites et de la finesse souhaitée des résultats), et on déduit de cette valeur la valeur maximale du pas de temps de calcul en se basant sur les valeurs de la vitesse et de la célérité des ondes calculées au pas de temps précédent. On a donc l'expression suivante pour la valeur du pas de temps *n* :

$$\Delta t^n = N_c \times \min\left(\frac{\Delta x_i}{c_i}\right)^{n-1} \quad \text{avec } i = 1,\ldots,N \tag{II-92}$$

Cette valeur du pas de temps est ensuite éventuellement limitée en fonction du nombre d'itérations de Newton-Raphson it_{NR} nécessaires à la convergence des trois pas de temps précédant le pas courant. Cela permet de prendre en compte implicitement l'amplitude de variation des conditions limites et des conditions d'écoulements dans le réseau et de limiter en conséquence les risques de divergence de la méthode de Newton-Raphson suite à une trop grande variation des inconnues entre deux pas successifs :

$$\Delta t^n_{calcul} = \frac{\Delta t^n}{\sum_{l=n-3}^{n-1} it^l_{NR}} \tag{II-93}$$

Si la valeur du pas de temps obtenue de cette façon ne permet pas la convergence des itérations pour un nombre d'itérations fixé a priori, le calcul du pas courant est recommencé intégralement en limitant la valeur du pas de temps de façon à se rapprocher d'un schéma d'intégration explicite, mieux à même de traiter des variations temporelles brusques des conditions d'écoulements.

Enfin, une dernière limitation est effectuée à la fin de chaque intervalle de variation des conditions limites, de façon « à tomber juste » par rapport aux intervalles de temps des données fournies pour le calcul.

II.4.4.6 Calcul stationnaire

Le cas de l'établissement d'une ligne d'eau stationnaire dans un réseau est toujours intéressant à analyser, ne fût-ce que pour obtenir rapidement une solution initiale cohérente pour un calcul instationnaire par rapport aux données fournies.

Une fonction a d'ailleurs été implémentée dans le logiciel qui permet d'établir, avant tout calcul instationnaire, une condition initiale dans l'ensemble du réseau modélisé égale à la

ligne d'eau stationnaire correspondant aux débits du premier intervalle de débits d'apport latéral.

Dans le cadre d'un calcul stationnaire, l'évolution des variables de l'écoulement en fonction du temps ne constitue plus la finalité du calcul. Formellement, le terme temporel de (II-53) devrait disparaître, la valeur des inconnues étant constante au cours du temps. Le système d'équations non-linéaires à résoudre s'écrit alors simplement :

$$\vec{R}(\vec{u}) = 0 \tag{II-94}$$

Un processus itératif de Newton pourrait être directement appliqué à (II-94). Cependant, cette méthode ne converge que pour autant que l'itéré initial soit suffisamment proche de la solution du système [30]. Cette condition n'est en général pas satisfaite et le calcul stationnaire démarre en général avec une approximation grossière du champ d'écoulement, voire même avec un plan d'eau horizontal.

Une façon nettement plus efficace d'obtenir une solution stationnaire est d'adjoindre aux équations stationnaires (II-94) un terme de dérivée temporelle et de résoudre :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{R}(\vec{u}) \tag{II-95}$$

où t joue le rôle d'un temps fictif utilisé pour conduire la solution de (II-95) vers un état stationnaire lorsque $t \to \infty$. Nous retrouvons donc des équations identiques à (II-53).

Suivant la même démarche que précédemment, on utilise un schéma d'intégration temporelle de type Euler implicite. Le système à résoudre peut être réécrit sous la forme d'une fonction non-linéaire $\vec{F}$ à annuler pour trouver la solution stationnaire du système :

$$\vec{F}\left(\vec{u}^{n+1}\right) \equiv \frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^{n}}{\Delta t} - \vec{R}\left(\vec{u}^{n+1}\right) \tag{II-96}$$

Comme précédemment, une méthode de type Newton-Raphson est utilisée pour linéariser et résoudre le système. Le système linéarisé s'écrit :

$$\left(\frac{\mathbf{I}}{\Delta t^{n}} - \frac{\partial \vec{R}(\vec{w})}{\partial w}\right)\Delta\vec{w} = \mathbf{J}\Delta\vec{w} = \vec{R}(\vec{w}) \tag{II-97}$$

avec $\Delta\vec{w} = \vec{w}^{k+1} - \vec{w}^{k}$ et **J** la matrice Jacobienne. Ce système est à résoudre à chaque pseudo pas de temps, jusqu'à la convergence.

On voit que le terme $\frac{\mathbf{I}}{\Delta t^{n}}$ augmente l'amplitude des éléments diagonaux du Jacobien, ce qui facilite la résolution du système linéaire. Le cheminement temporel décrit ci-dessus peut alors être interprété comme une procédure de sous-relaxation [142].

Comme nous venons de le signaler, la précision instationnaire ne constitue plus la finalité du calcul. Résoudre précisément le système (II-97) à chaque pas de temps n'est donc pas nécessaire, d'autant plus que $\vec{u}^{n}$ est loin de la solution stationnaire. C'est pourquoi le nombre d'itérations est souvent limité à 1 [29, 142], ce qui conduit à un gain de temps CPU appréciable tout en conservant une robustesse suffisante. Le processus de résolution peut alors s'écrire simplement :

$$\begin{cases} \text{Pour } n = 0,1,... \text{jusqu'à convergence} \\ \quad \text{Résoudre } \mathbf{J}\left(\vec{u}^{\,n}\right)\Delta\vec{u} = \vec{R}\left(\vec{u}^{\,n}\right) \\ \text{Mettre à jour } \vec{u}^{\,n+1} = \vec{u}^{\,n} + \Delta\vec{u} \end{cases} \tag{II-98}$$

Puisque le temps n'a plus de signification physique dans le cas d'un calcul stationnaire, la valeur du pseudo pas de temps est adaptée de façon à accélérer la convergence vers l'état stationnaire. Au début du calcul, on permet au processus itératif d'imiter un schéma d'intégration temporelle précis en choisissant des pseudo pas de temps faibles puis, au fur et à mesure que l'évolution pseudo-transitoire se rapproche de la solution courante du régime stationnaire, on considère des pseudo pas de temps de plus en plus grands de façon à profiter du caractère inconditionnellement stable de l'intégration temporelle implicite et à retrouver le schéma d'une méthode classique de Newton appliquée à (II-94). En effet :

$$\text{Pour } \Delta t \to \infty, \text{ (II-97)} \to \left.\frac{\partial \vec{R}}{\partial \vec{u}}\right|^n \Delta\vec{u} = \vec{R}\left(\vec{u}^{\,n}\right) \tag{II-99}$$

avec $\Delta\vec{u} = \vec{u}^{\,n+1} - \vec{u}^{\,n}$

Cette approche est à la base de la stratégie *Switched Evolution – Relaxation (SER)* proposée par Van Leer (1984). L'ordre de grandeur du pas de temps à choisir est donné par Amaladas et Kamath [4] :

$$\Delta t \simeq \frac{\left\|\vec{u}^{\,n}\right\|}{\left\|\vec{R}\left(\vec{u}^{\,n}\right)\right\|} \tag{II-100}$$

Plus spécifiquement, dans le logiciel, nous choisissons un nombre de Courant initial $N_c^{\,0}$ qui est mis à jour en fonction de la décroissance du résidu :

$$N_c^n = N_c^0 \left[\frac{\left\|\vec{R}\left(\vec{u}^{\,0}\right)\right\|}{\left\|\vec{R}\left(\vec{u}^{\,n}\right)\right\|} \right]^{SER} \tag{II-101}$$

où *SER* désigne un exposant ayant généralement une valeur de l'ordre de 1 [29, 32, 142], généralement 0,5.

La valeur de $N_c^{\,0}$ est fonction de la précision de l'itéré initial. S'il est « mauvais » par rapport à la solution stationnaire finale, une faible valeur de $N_c^{\,0}$ est nécessaire, i.e. par exemple $N_c^{\,0}$ = *10*.

II.5 Conclusions

Ce premier chapitre a tout d'abord permis de rappeler la genèse d'établissement des différents modèles hydrodynamiques intégrés pour la modélisation des écoulements à surface libre. Cette étape était indispensable du fait que ces modèles sont ceux implémentés au sein de la suite logicielle WOLF dont le développement sert de cadre à ce travail. De même, il est primordial dans le domaine de la modélisation des écoulements, comme dans tout autre d'ailleurs, de parfaitement maîtriser les hypothèses à la base des modèles employés. En effet, c'est la seule façon de pouvoir objectivement juger de la qualité de la réponse fournie par le calcul à un problème donné.

Dans le même ordre d'idées, les principes de la méthode de discrétisation spatiale par volumes finis ont été exposés, ainsi que les techniques d'intégration temporelle explicites classiquement utilisées dans WOLF. Un premier développement original a, à ce stade, été présenté. Il concerne la mise au point d'un schéma d'intégration temporelle implicite adapté à la modélisation unidimensionnelle à large échelle de grands réseaux de rivières.

Après cette première étape indispensable de rappel des systèmes d'équations qui décrivent les processus physiques envisagés et de description des méthodes destinées à les résoudre, nous possédons tous les éléments nécessaires au développement d'outils numériques à même d'exploiter les modèles hydrodynamiques dans des cas d'application concrets.

III RÉSOLUTION DES MODÈLES HYDRODYNAMIQUES INTÉGRÉS

III.1 Introduction

En préambule à l'examen des aspects numériques de la résolution des modèles hydrodynamiques intégrés rappelés précédemment, ce second chapitre de développements débute par l'analyse du comportement théorique de ces modèles en présence de discontinuités afin de bien mettre en évidence leur champ d'application respectif.

Ensuite, les modifications apportées au logiciel WOLF1D pour lui adjoindre des possibilités d'évaluation temporelle implicite des systèmes d'équations sont exposées. L'efficacité de cette nouvelle méthode d'intégration par rapport aux méthodes explicites déjà disponibles est largement démontrée dans son cadre d'application unidimensionnel.

Enfin, la nouvelle structure du principal outil de modélisation développé et employé dans ce travail, le code WOLF2D, mise au point durant cette recherche doctorale, est présentée. Elle a été développée dans le but de rendre le logiciel apte à résoudre un jeu de N équations en N inconnues sur un maillage bidimensionnel cartésien, tout en incluant des caractéristiques propres à la modélisation hydrodynamique comme, par exemple, la gestion de l'extension du domaine de calcul par le traitement des zones sèches-humides et de leur transition. De même, le traitement des termes sources de pente de fond et de frottement est analysé en détail. Il apparait en effet, qu'au delà d'un traitement correct des termes convectifs des équations, sujet classiquement débattu dans la littérature, c'est l'adéquation entre la discrétisation des termes sources et convectifs qui prime pour l'obtention d'un schéma numérique physiquement représentatif.

Des études de cas réels clôturent efficacement cette présentation des principaux outils de calcul hydrodynamique de la suite WOLF. Elles illustrent les champs d'application uni – et bidimensionnels des codes et permettent de souligner le bénéfice qui peut être retiré en modélisation des ouvrages hydrauliques d'une approche combinée numérique – expérimentale. En plus de prouver l'applicabilité pratique des modèles, les exemples décrits ouvrent la porte aux développements originaux des chapitres ultérieurs.

III.2 Comportement théorique des modèles hydrodynamiques en présence de discontinuités

Nous allons dans ce paragraphe nous focaliser sur les propriétés mathématiques des modèles hydrodynamiques intégrés, et plus spécifiquement comparer les formulations directement basées sur le principe de conservation de la quantité de mouvement (§ II.2.4) :

$$\frac{\partial uh}{\partial t}+\frac{\partial u^2 h}{\partial x}+\frac{\partial uvh}{\partial y}+\frac{g\cos\theta_z}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x}=-gh\cos\theta_z\frac{\partial z_b}{\partial x}+g\cos\theta_z hJ_x+gh\sin\theta_x \qquad \text{(III-1)}$$

$$\frac{\partial vh}{\partial t}+\frac{\partial v^2 h}{\partial y}+\frac{\partial uvh}{\partial x}+\frac{g\cos\theta_z}{2}\frac{\partial h^2}{\partial y}=-gh\cos\theta_z\frac{\partial z_b}{\partial y}+g\cos\theta_z hJ_y+gh\sin\theta_y \qquad \text{(III-2)}$$

et celles qui en dérivent (§ II.2.6.1) :

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+g\cos\theta_z\frac{\partial h}{\partial x}=-g\cos\theta_z\frac{\partial z_b}{\partial x}+g\cos\theta_z J_x+g\sin\theta_x \qquad \text{(III-3)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial v^2}{\partial y}+u\frac{\partial v}{\partial x}+g\cos\theta_z\frac{\partial h}{\partial y}=-g\cos\theta_z\frac{\partial z_b}{\partial y}+g\cos\theta_z J_y+g\sin\theta_y \qquad \text{(III-4)}$$

Comme spécifié au paragraphe II.2.6.1, les deux systèmes sont strictement équivalents d'un point de vue mathématique pour des champs d'écoulement continus. Ils présentent les mêmes courbes caractéristiques. Le même schéma de discrétisation peut leur être valablement appliqué.

Cependant, en présence de discontinuités dans la solution hydrodynamique, le second modèle est inadapté, notamment de par les grandeurs physiques qu'il transporte. Nous nous proposons ici d'analyser plus en détail le comportement théorique des deux modèles en présence de discontinuités, qu'elles soient de nature hydrodynamique ou liées à une variation brusque de la topographie, afin de pouvoir juger de leur champ d'application respectif.

III.2.1 Relation de Bernoulli

Le modèle dérivé en les inconnues *(h,u,v)*, composé de l'équation de continuité (II-16) et des équations (III-3) et (III-4), traduit la conservation de la masse et de l'énergie [80].

En effet, pour un écoulement continu, la somme des deux équations dynamiques, chacune pré-multipliée par la composante de vitesse correspondante, fournit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u^2+v^2}{2}\right)+u\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{u^2+v^2}{2}+g\cos\theta_z\left(h+z_b\right)\right]+v\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{u^2+v^2}{2}+g\cos\theta_z\left(h+z_b\right)\right]\\ =g\cos\theta_z\left(uJ_x+vJ_y\right)+g\left(u\sin\theta_x+v\sin\theta_y\right)\end{aligned} \qquad \text{(III-5)}$$

Si on définit $\left\|\vec{u}\right\|=\sqrt{u^2+v^2}$ la norme de la vitesse et n_x, n_y les composantes du vecteur unitaire dans la direction de la vitesse, la relation ci-dessus divisée par $\left\|\vec{u}\right\|$ peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\|\vec{u}\right\| + n_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\left\|\vec{u}\right\|^2}{2} + g\cos\theta_z\left(h+z_b\right)\right] + n_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\left\|\vec{u}\right\|^2}{2} + g\cos\theta_z\left(h+z_b\right)\right] = g\cos\theta_z\left(n_x J_x + n_y J_y\right) + g\left(n_x \sin\theta_x + n_y \sin\theta_y\right) \quad \text{(III-6)}$$

Elle traduit le transport de la charge le long des lignes de courant et constitue une formulation généralisée de l'équation de Bernoulli [15, 130].

L'intégration de la relation (III-6) entre deux points A et B le long d'une ligne de courant s'écrit sous la forme :

$$\left[\frac{\left\|\vec{u}\right\|^2}{2} + g\cos\theta_z\left(h+z_b\right)\right]_B - \left[\frac{\left\|\vec{u}\right\|^2}{2} + g\cos\theta_z\left(h+z_b\right)\right]_A = \int_A^B \left[-\frac{\partial}{\partial t}\left\|\vec{u}\right\| + g\cos\theta_z\left(n_x J_x + n_y J_y\right) + g\left(n_x \sin\theta_x + n_y \sin\theta_y\right)\right] ds \quad \text{(III-7)}$$

qui exprime la variation de l'énergie du fluide le long de la ligne de courant. Cette évolution de la charge est affectée par les effets instationnaires, le frottement et par l'inclinaison des axes (termes liés à la gravité et à la géométrie du système d'axes de référence).

III.2.2 Discontinuités d'écoulement - Notion de ressaut

En raison de leur nature hyperbolique[12], les deux modèles mathématiques pour les écoulements à surface libre examinés ici admettent, lorsqu'ils sont remis sous forme intégrale, des solutions discontinues.

Pour le premier, ces discontinuités, naturelles, sont visibles à la transition entre écoulements supercritique et infracritique sous la forme d'un ressaut (Figure III-1 & Figure III-2). Pour le second, elles apparaissent par la manipulation des équations mais ne trouvent pas de pendant dans le comportement réel du fluide.

Ce point particulier laisse entrevoir l'importance de bien saisir la nature et les implications mathématiques de ces discontinuités, les deux modèles envisagés étant potentiellement utilisables en pratique dans des modèles numériques.

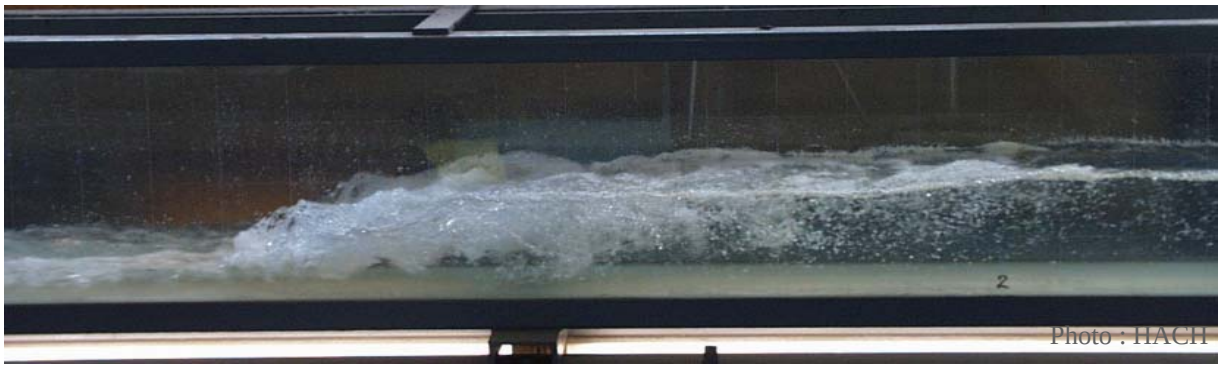


Figure III-1 : Ressaut hydraulique reproduit dans le canal vitré des Laboratoires de Constructions Hydrauliques (LHM-HACH)

[12] Un système d'équations aux dérivées partielles quasi-linéaire est qualifié d'hyperbolique si sa partie homogène admet une solution sous forme d'ondes. Le comportement d'un tel modèle, ainsi que les propriétés du système physique décrit, sont dominés par des phénomènes de propagation d'information à des vitesses finies. [70]



Figure III-2 : Ressauts hydrauliques en aval du modèle réduit des galeries de dérivation provisoire du barrage de Kol (Inde) - Etude réalisée par le LHM-HACH pour EDF [110]

Un écoulement supercritique est un écoulement rapide pour lequel le rapport entre la vitesse d'écoulement et la célérité des ondes dans le fluide, dénommé nombre de Froude *Fr*, est supérieur à l'unité. Au contraire, un écoulement infracritique est un écoulement plus lent caractérisé par un nombre de Froude inférieur à l'unité.

L'écoulement pour lequel la vitesse du courant est strictement identique à la célérité des ondes est dit critique. La hauteur d'eau qui le caractérise est la hauteur critique h_{cr}. Dans ce cas, en régime stationnaire, l'énergie de l'écoulement est minimale [129, 130].

III.2.2.1 Relations de conjugaison - Ressaut fixe

Choisissons deux sections situées respectivement en amont et en aval d'un ressaut dans un écoulement unidimensionnel unitaire permanent (Figure III-3). Supposons en outre que les effets liés à la gravité (pente de fond) et au frottement sont négligeables entre les deux sections.

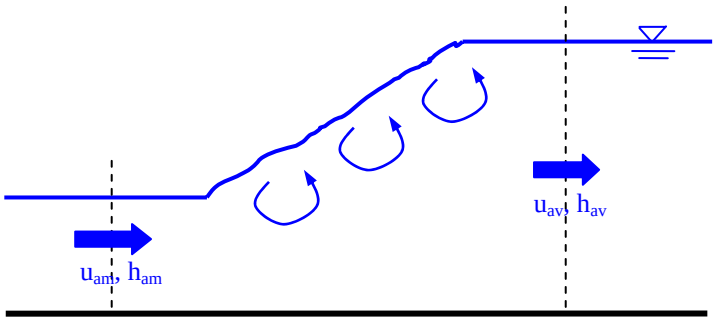


Figure III-3 : Schématisation d'un ressaut hydraulique

L'équation de continuité impose dans ce cas :

$$u_{am}h_{am} = u_{av}h_{av} = q \qquad \text{(III-8)}$$

Par conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement (III-1) conduit à :

$$u_{am}^2 h_{am} + g\frac{h_{am}^2}{2} = u_{av}^2 h_{av} + g\frac{h_{av}^2}{2} \tag{III-9}$$

La résolution du système formé de (III-8) et (III-9) conduit à la relation suivante, appelée relation de conjugaison[13], qui permet de déterminer l'amplitude de la discontinuité lorsque les paramètres hydrauliques sont connus à l'une de ses extrémités [130],

$$\frac{h_{av}}{h_{am}} = \frac{-1+\sqrt{1+\frac{8q^2}{gh_{am}^3}}}{2} = \frac{-1+\sqrt{1+8Fr_{am}^2}}{2} \tag{III-10}$$

L'expression (III-10), adimensionnelle, peut également être écrite en fonction des seuls nombres de Froude des écoulements amont et aval :

$$2Fr_{am}^{4/3}Fr_{av}^{4/3} = Fr_{am}^{2/3} + Fr_{av}^{2/3} \tag{III-11}$$

Par conservation de l'énergie

De la même manière, l'équation de conservation de l'énergie (III-3) appliquée au cas de la Figure III-3 conduit à :

$$\frac{u_{am}^2}{2g} + h_{am} = \frac{u_{av}^2}{2g} + h_{av} \tag{III-12}$$

La relation de conjugaison[14] correspondante s'écrit :

$$\frac{h_{av}}{h_{am}} = Fr_{am}^2\,\frac{1+\sqrt{1+\frac{8}{Fr_{am}^2}}}{4} \tag{III-13}$$

ou encore

$$Fr_{am}^{2/3}Fr_{av}^{2/3}\left(Fr_{am}^{2/3} + Fr_{av}^{2/3}\right) = 2 \tag{III-14}$$

Comparaison des approches

Les relations (III-11) et (III-14) sont représentées sous forme graphique à la Figure III-4. On constate qu'elles traduisent toutes les deux un changement de régime entre l'amont et l'aval de la discontinuité.

[13] Cette relation est également appelée « relation des hauteurs conjuguées » (*conjugate depths relation*)

[14] Dans ce cas, on parle aussi de « relation des hauteurs alternatives » (*alternate depths relation*)

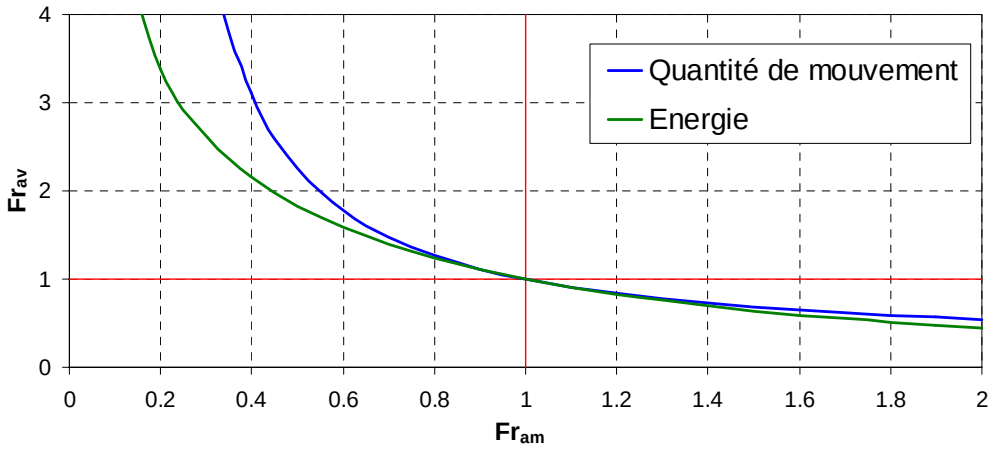


Figure III-4 : Relations de conjugaison pour les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie

Pour un nombre de Froude unitaire, les deux approches sont équivalentes. En effet, dans ce cas, il n'y a plus de discontinuité ($Fr_{am}=Fr_{av}=1$). L'écoulement est continu et le modèle de conservation de l'énergie applicable. Il est, de plus, équivalent au modèle de conservation de la quantité de mouvement.

Plus on s'éloigne de ce point de convergence, plus les nombres de Froude conjugués sont différents et donc plus la discontinuité d'écoulement est marquée. Les deux approches divergent alors sensiblement. La seule solution licite est celle basée sur la conservation de la quantité de mouvement, même si dans ce cas unidimensionnel les deux modèles s'écrivent sous forme conservative.

Cela peut être prouvé en analysant la variation d'énergie / de quantité de mouvement au travers de la discontinuité provoquée par l'utilisation de l'un ou l'autre modèle.

Le recours à (III-10) implique en effet une variation d'énergie entre l'amont et l'aval équivalente à [130] :

$$\Delta E_{am-av} = \frac{\left(h_{av} - h_{am}\right)^3}{4 h_{av} h_{am}} \qquad \text{(III-15)}$$

Par contre, l'utilisation de (III-13) conduit à un défaut du bilan de quantité de mouvement de part et d'autre de la discontinuité dont l'amplitude vaut :

$$\Delta QM_{am-av} = \frac{g}{2} \frac{\left(h_{am} - h_{av}\right)^3}{h_{av} + h_{am}} \qquad \text{(III-16)}$$

Un ressaut hydraulique apparaît lors d'une transition de régime entre un écoulement supercritique et un écoulement infracritique. Dans l'autre cas, une solution continue est en effet toujours possible [130]. La hauteur amont h_{am} est donc inférieure à la hauteur aval h_{av} et la variation d'énergie (III-15) est une perte (valeur positive), ce qui est licite physiquement. L'énergie de l'écoulement supercritique est dissipée localement au sein du ressaut, au travers de forts remous et de tourbillons.

Si l'on regarde la variation de quantité de mouvement (III-16) par contre, elle est négative dans ce cas, ce qui est contraire à tous les principes de la physique en l'absence de forces extérieures.

On peut ici citer Lai [80] qui exprime que la relation de conjugaison (III-13) est applicable pour décrire la discontinuité qui apparaît dans un écoulement lors d'une brusque variation de la section transversale. Il signale en effet que ce phénomène se produit à énergie constante, mais sans conservation de la quantité de mouvement.

III.2.2.2 Ressaut mobile

Les développements qui précèdent restent valables dans le cas d'un ressaut mobile se déplaçant à la vitesse *W*. En effet, il suffit dans ce cas de considérer un repère en translation à la même vitesse *W* pour que dans ce référentiel mobile l'écoulement soit permanent. La continuité et la conservation de la quantité de mouvement s'écrivent alors :

$$(u_{am} - W)\, h_{am} = (u_{av} - W)\, h_{av} \tag{III-17}$$

$$(u_{am} - W)^2\, h_{am} + g\,\frac{h_{am}^2}{2} = (u_{av} - W)^2\, h_{av} + g\,\frac{h_{av}^2}{2} \tag{III-18}$$

Il en découle notamment l'expression de la vitesse du ressaut en fonction des conditions d'écoulement amont et aval :

$$W = \frac{(u_{am} h_{am} - u_{av} h_{av})}{h_{am} - h_{av}} \tag{III-19}$$

Le signe de *W* n'est en rien lié à celui de u_{am} ou u_{av}. On observe un ressaut mobile par exemple lors de la fermeture ou de l'ouverture d'une vanne, durant la phase transitoire préalable à installation d'un ressaut fixe...

III.2.3 Discontinuité topographique

Le paragraphe précédent envisageait le cas d'une discontinuité dans les champs d'écoulement sur un fond plat, provoquée par les conditions hydrodynamiques générales du système.

De brusques variations de la topographie du fond ont des effets similaires puisqu'elles induisent localement des modifications conséquentes des hauteurs d'eau et donc des vitesses. C'est ce que nous nous proposons d'analyser dans ce paragraphe, en négligeant cependant tout effet de recirculation, et donc en supposant un diagramme de vitesse uniforme sur la hauteur d'eau.

III.2.3.1 Variation des champs d'écoulement

Considérons le cas d'un fluide en mouvement sur une marche topographique comprise entre deux tronçons horizontaux d'un canal sans frottement.

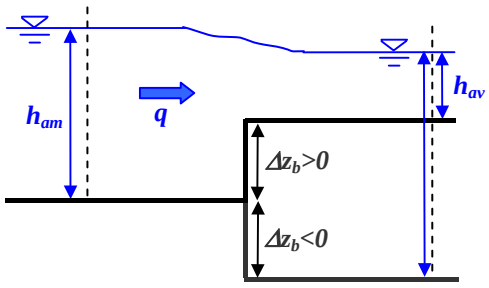


Figure III-5 : Schématisation de l'écoulement sur une marche topographique

De la même façon que précédemment, nous nous proposons d'étudier la variation des champs d'écoulement dans ce cas d'application théorique en appliquant successivement les deux modèles envisagés entre deux sections qui enserrent au mieux la discontinuité.

Par l'équation de conservation de la masse, on a de nouveau :

$$u_{am}h_{am} = u_{av}h_{av} = q \tag{III-20}$$

Par conservation de l'énergie

Par l'équation unidimensionnelle de conservation de l'énergie, qui présente une forme conservative même pour le terme de pente de fond, on a directement :

$$\frac{u_{am}^2}{2g} + h_{am} + z_{b,am} = \frac{u_{av}^2}{2g} + h_{av} + z_{b,av} \Leftrightarrow \frac{u_{am}^2}{2g} + h_{am} = \frac{u_{av}^2}{2g} + h_{av} + \Delta z_b \tag{III-21}$$

La résolution de cette équation en termes de nombres de Froude conduit à la relation suivante qui lie les conditions d'écoulement de part et d'autre de la marche topographique :

$$Fr_{am}^{2/3}Fr_{av}^{2/3}\left(Fr_{am}^{2/3} + Fr_{av}^{2/3}\right) = 2\left(1 + \Delta z_b^* \frac{Fr_{am}^{2/3}Fr_{av}^{2/3}}{Fr_{am}^{2/3} - Fr_{av}^{2/3}}\right) \tag{III-22}$$

où Δz_b^* représente une hauteur de marche adimensionnelle définie par $\frac{g^{1/3}\Delta z_b}{q^{2/3}}$.

Par conservation de la quantité de mouvement

En ce qui concerne l'équation de conservation de la quantité de mouvement (III-1), elle est non conservative par rapport au terme de pente de fond. Par conséquent, on ne peut l'appliquer directement au schéma de la Figure III-5. Néanmoins, nous pouvons écrire un bilan de quantité de mouvement entre les deux sections qui enserrent la variation topographique, en posant une hypothèse sur la réaction que la discontinuité exerce sur le fluide en mouvement.

L'approche la plus simple a priori consiste à supposer une pression hydrostatique sur la paroi verticale. Cela implique une réaction égale, mais de signe opposé, de la marche sur le fluide. La pression au sommet de la marche est inconnue. Nous la représenterons par une hauteur d'eau *h* repérée par rapport au fond en aval de la discontinuité. (Figure III-6)

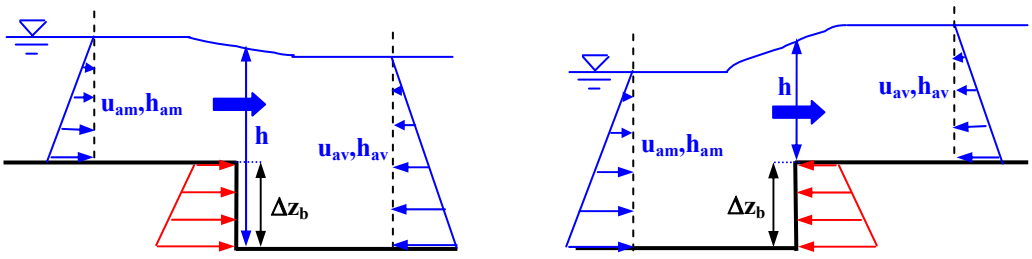


Figure III-6 : Schématisation de l'écoulement sur un abaissement (gauche) et une surélévation (droite) brusque du fond - Forces extérieures en présence

Le bilan de quantité de mouvement entre les deux sections s'écrit, en considérant $\Delta z_b = z_{av} - z_{am}$ avec son signe :

$$u_{am}^2 h_{am} + g\frac{h_{am}^2}{2} = u_{av}^2 h_{av} + g\frac{h_{av}^2}{2} + g\frac{2h+\Delta z_b}{2}\Delta z_b \qquad \text{(III-23)}$$

Afin de pouvoir analyser la solution de l'équation, il reste à déterminer l'inconnue *h*. Pour ce faire, on peut considérer la situation simplifiée d'un plan d'eau au repos, dont on sait que la surface libre doit être horizontale. (III-23) s'écrit dans ce cas :

$$h_{am}^2 - h_{av}^2 = \left(2h+\Delta z_b\right)\Delta z_b \qquad \text{(III-24)}$$

et on obtient directement, on considérant $\Delta z_b = h_{am}\text{-}h_{av}$:

$$h = h_{av} = h_{am} - \Delta z_b \qquad \text{(III-25)}$$

Le terme lié à la variation de la topographie de fond dans (III-23) peut alors s'écrire de trois façons, toutes équivalentes en l'absence de débit, mais pas lorsqu'un écoulement prend place sur la marche :

$$(1) \rightarrow g\frac{2h_{av}+\Delta z_b}{2}\Delta z_b ; (2) \rightarrow g\frac{h_{av}+h_{am}}{2}\Delta z_b ; (3) \rightarrow g\frac{2h_{am}-\Delta z_b}{2}\Delta z_b \qquad \text{(III-26)}$$

La résolution de l'équation en termes de nombres de Froude conduit aux trois expressions adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} 2Fr_{am}^{4/3}Fr_{av}^{4/3} = Fr_{av}^{2/3} + Fr_{am}^{2/3} + \quad & \frac{2Fr_{am}^{4/3}Fr_{av}^{4/3}}{Fr_{am}^{2/3}-Fr_{av}^{2/3}}\left(Fr_{av}^{2/3}+\frac{\Delta z_b^*}{2}\right)\Delta z_b^* \quad (1) \\ & \frac{Fr_{am}^{4/3}Fr_{av}^{4/3}}{Fr_{am}^{2/3}-Fr_{av}^{2/3}}\left(Fr_{am}^{2/3}+Fr_{av}^{2/3}\right)\Delta z_b^* \quad (2) \\ & \frac{2Fr_{am}^{4/3}Fr_{av}^{4/3}}{Fr_{am}^{2/3}-Fr_{av}^{2/3}}\left(Fr_{am}^{2/3}-\frac{\Delta z_b^*}{2}\right)\Delta z_b^* \quad (3) \end{aligned} \qquad \text{(III-27)}$$

<u>Comparaison des approches</u>

Sous forme graphique, on observe les courbes de la Figure III-7, pour un abaissement du fond caractérisé par une amplitude adimentionnelle de la marche $\Delta z_b^* = -0{,}05$.

Pour que les relations exprimées à partir des équations de conservation de l'énergie restent valables, un changement de régime discontinu ne peut survenir à aucun moment. Seule les courbes conservant le régime d'écoulement peuvent donc être analysées dans ce cas (courbes en traits épais).

Pour les relations d'écoulant des équations de conservation de la quantité de mouvement, toutes les courbes sont licites mais celles qui nous intéressent le plus ici sont celles correspondant aux courbes valables également pour les équations de conservation de l'énergie.

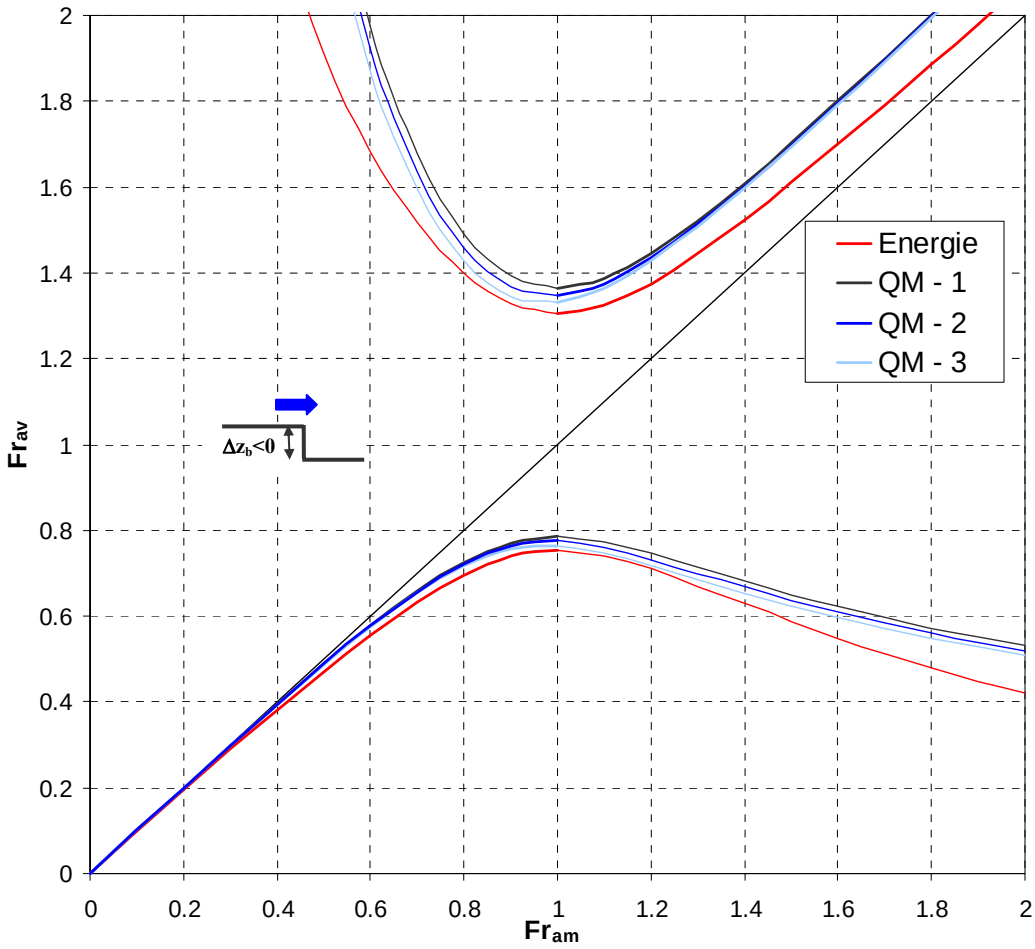


Figure III-7 : Relations entre les nombres de Froude de l'écoulement de part et d'autre d'un abaissement topographique d'amplitude relative $\Delta z_b^* = -0,05$

On constate notamment qu'un écoulement infracritique est toujours décéléré, alors qu'un écoulement supercritique est accéléré.

Hormis en absence d'écoulement, les relations basées sur la conservation de la quantité de mouvement sont toujours différentes de celles établies sur base d'une conservation de l'énergie. Pour un même écoulement amont, elles présentent un écoulement aval toujours plus rapide que la solution à énergie constante.

Dans tous les cas, les trois relations définies par les équations de conservation de la quantité de mouvement sont plus proches l'une de l'autre que de la solution équivalente avec conservation d'énergie. C'est dans les zones de discontinuité du régime d'écoulement que les différences entre les trois solutions sont les plus marquées.

Une zone du nombre de Froude pour l'écoulement aval n'est pas possible. Elle correspond à des écoulements dont l'énergie (ou la quantité de mouvement) est plus petite que l'énergie (la quantité de mouvement) minimale possible en amont de la marche topographique. Le gain d'énergie (ou de quantité de mouvement) engendré par la surhauteur de la marche en amont ne peut donc pas être compensé par les variables hydrodynamiques.

Dans le cas d'une élévation brusque du fond, on obtient les résultats suivants, sous forme graphique, pour une marche adimensionnelle $\Delta z_b^* = 0{,}05$.

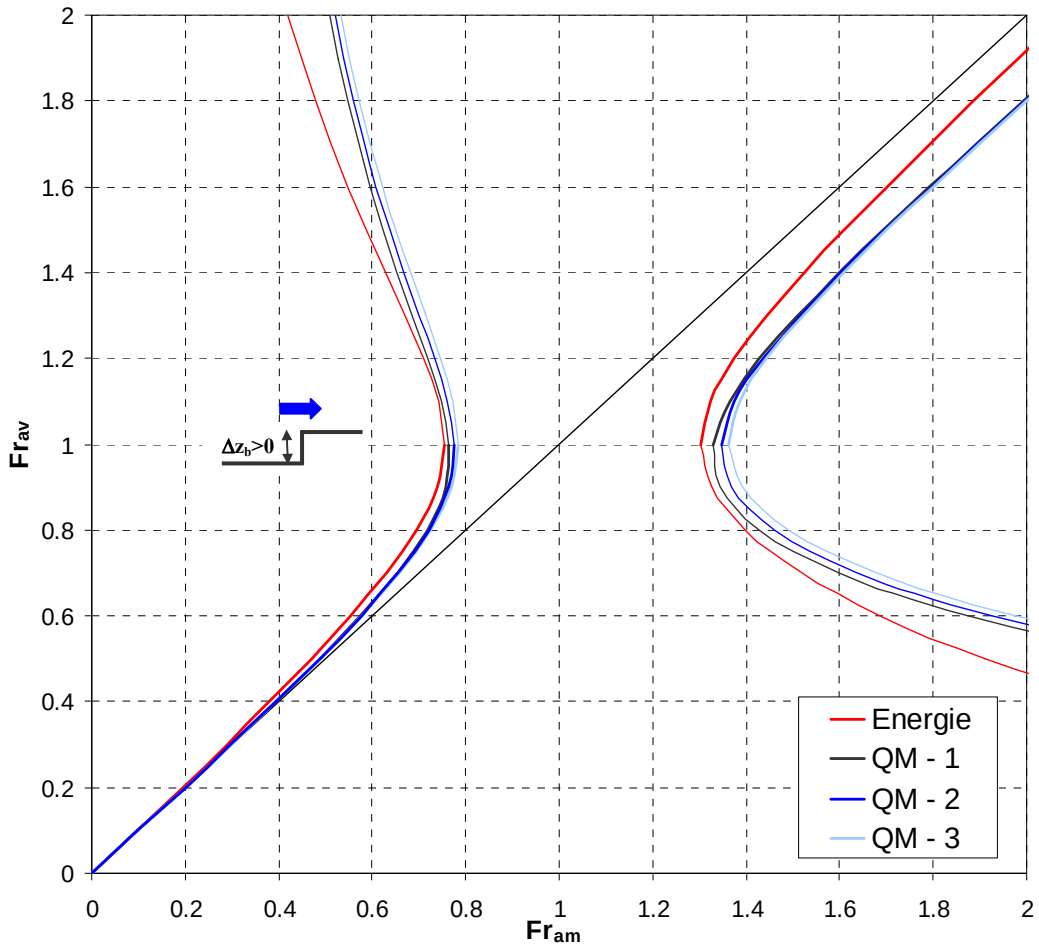


Figure III-8 : Relations entre les nombres de Froude de l'écoulement de part et d'autre d'une élévation du fond d'amplitude relative $\Delta z_b^* = 0{,}05$

Un écoulement infracritique est globalement accéléré et un écoulement supercritique décéléré.

Les différences entre les courbes présentent les mêmes caractéristiques que pour la Figure III-7. Un écoulement aval donné est le fruit d'un écoulement amont toujours plus rapide par les relations de conservation de la quantité de mouvement que par celle de conservation de l'énergie.

Par le même principe que précédemment, c'est une zone du nombre de Froude en amont qui n'est maintenant plus possible, c'est-à-dire une zone située du coté où l'énergie potentielle due à l'altitude du fond est la plus faible.

III.2.3.2 Analyse en termes d'énergie

Il est intéressant à ce stade de comparer les trois approches proposées dans le cadre de l'application du principe de conservation de la quantité de mouvement. Une base de comparaison judicieuse est la variation de l'énergie de l'écoulement de part et d'autre de la marche.

En utilisant une forme générique $g\hat{h}\Delta z_b$ du terme de pression sur la discontinuité topographique qui permet d'effectuer le calcul pour les trois expressions (III-26), on a, par le bilan de quantité de mouvement (III-23), :

$$u_{am}^2 = g\frac{h_{av}}{h_{am}}\left[\frac{\hat{h}\Delta z_b - \frac{h_{am}^2 - h_{av}^2}{2}}{h_{av} - h_{am}}\right] \qquad \text{(III-28)}$$

L'introduction de l'expression (III-28) dans le bilan d'énergie (III-21) conduit à la relation suivante qui définit la variation de charge $\Delta E_{am\text{-}av}$ entre l'amont et l'aval de la discontinuité :

$$\Delta E_{am-av} = \frac{\left(h_{av} - h_{am}\right)^3 + 2\Delta z_b\left[\hat{h}\left(h_{av} + h_{am}\right) - 2h_{am}h_{av}\right]}{4h_{am}h_{av}} \qquad \text{(III-29)}$$

Dans le cas d'une discontinuité topographique d'amplitude nulle, on retrouve l'expression (III-15) de la perte d'énergie de part et d'autre d'une discontinuité des champs d'écoulement sur un fond plat.

En détaillant le terme *h'* par utilisation des trois formulations (III-26), on obtient finalement :

$$\Delta E_{am-av} = \begin{array}{ll} \dfrac{\left(h_{av} - h_{am}\right)^3 + 2\Delta z_b\left[h_{av}\left(h_{av} - h_{am}\right) + \dfrac{\Delta z_b}{2}\left(h_{av} + h_{am}\right)\right]}{4h_{am}h_{av}} & (1) \\ \dfrac{\left(h_{av} - h_{am}\right)^3 + \Delta z_b\left(h_{av} - h_{am}\right)^2}{4h_{am}h_{av}} & (2) \\ \dfrac{\left(h_{av} - h_{am}\right)^3 - 2\Delta z_b\left[h_{am}\left(h_{av} - h_{am}\right) + \dfrac{\Delta z_b}{2}\left(h_{av} + h_{am}\right)\right]}{4h_{am}h_{av}} & (3) \end{array} \qquad \text{(III-30)}$$

A partir de ces expressions, il n'est pas facile de tirer une conclusion sur le signe de la variation de charge, même en différentiant un abaissement et une élévation du fond. Leur écriture en termes de nombres de Froude permet par contre d'exploiter les résultats précédents.

On obtient, tous calculs faits et en rendant adimensionnelle la variation d'énergie par l'expression $\Delta E_{am-av}^* = g^{1/3}\Delta E_{am-av}\big/q^{2/3}$:

$$\Delta E_{am-av}^* = \begin{array}{ll} \dfrac{\left(Fr_{am}^{2/3} - Fr_{av}^{2/3}\right)^3}{4Fr_{am}^{4/3}Fr_{av}^{4/3}} + \dfrac{\Delta z^*}{2}\left[\dfrac{Fr_{am}^{2/3} - Fr_{av}^{2/3}}{Fr_{av}^{2/3}} + \dfrac{\Delta z^*}{2}\left(Fr_{am}^{2/3} + Fr_{av}^{2/3}\right)\right] & (1) \\ + \dfrac{\Delta z^*}{4}\dfrac{\left(Fr_{am}^{2/3} - Fr_{av}^{2/3}\right)^2}{Fr_{av}^{2/3}Fr_{am}^{2/3}} & (2) \\ - \dfrac{\Delta z^*}{2}\left[\dfrac{Fr_{am}^{2/3} - Fr_{av}^{2/3}}{Fr_{am}^{2/3}} + \dfrac{\Delta z^*}{2}\left(Fr_{am}^{2/3} + Fr_{av}^{2/3}\right)\right] & (3) \end{array} \qquad \text{(III-31)}$$

Sous forme graphique, pour un abaissement brusque du fond d'amplitude adimensionnelle $\Delta z_b^* = -0,05$, on observe les courbes générales de la Figure III-9.

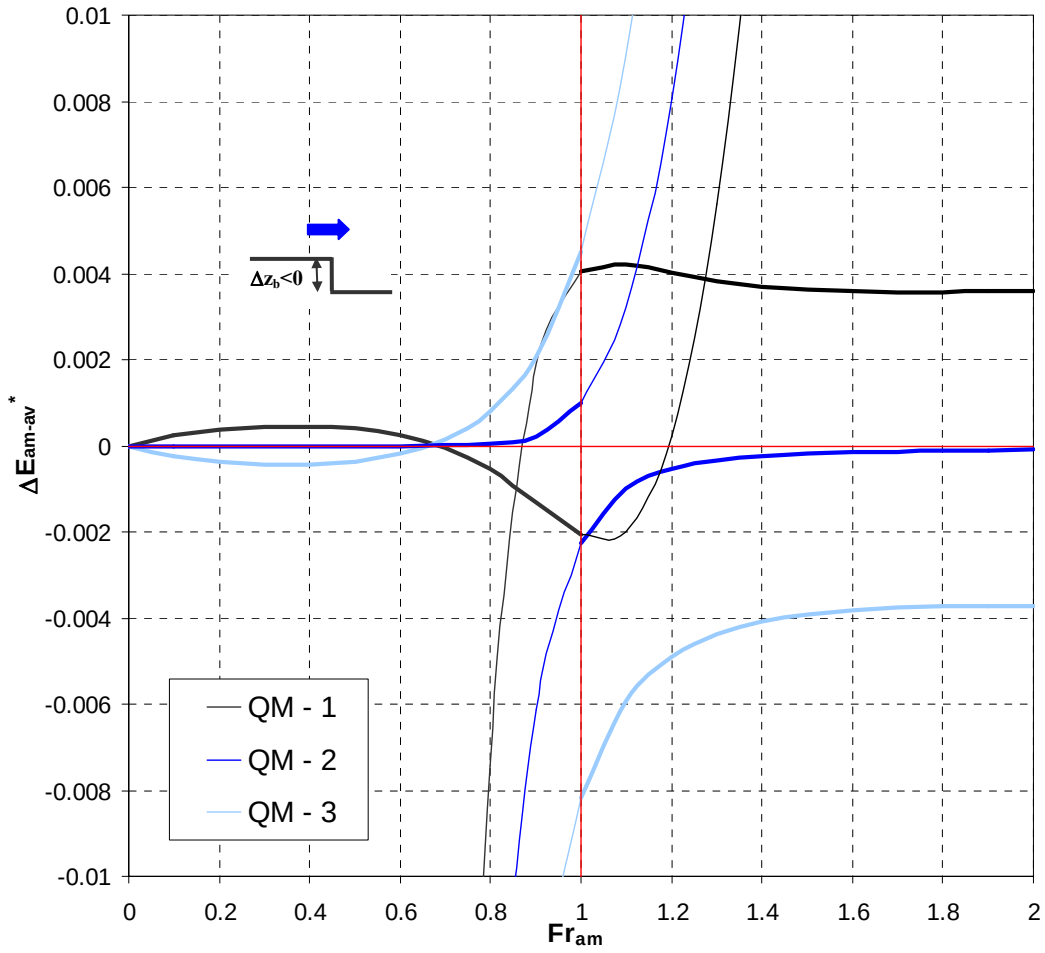


Figure III-9 : Variation ΔE^* de l'énergie de l'écoulement entre l'amont et l'aval d'une marche topographique d'amplitude $\Delta z_b^* = -0,05$ en fonction du nombre de Froude de l'écoulement amont

Seules les courbes en trait gras représentent un passage de la marche sans modification du régime d'écoulement. Pour un régime d'écoulement donné, elles expriment globalement les variations d'énergie les plus faibles.

Les courbes en trait fin, qui traduisent une variation d'énergie importante dès que l'on s'éloigne d'un nombre de Froude unitaire en amont, représentent un changement du régime d'écoulement. Dans le cas d'un ressaut, l'écoulement amont est supercritique et on observe de façon générale une perte d'énergie pour l'écoulement aval, ce qui reste en accord avec les résultats du paragraphe précédent. Seule la formulation (3) de la pression au droit de la marche inverse cette tendance pour des ressauts de faible amplitude.

Dans l'autre cas, pour une transition d'un régime infracritique à supercritique, on observe un gain d'énergie pour l'écoulement aval, ce qui est contraire à tous les principes physiques. De nouveau, cette tendance est inversée pour la formulation (3) pour des transitions de régime de faible amplitude.

Pour une surélévation du fond, on obtient des courbes semblables si on les représente en fonction du nombre de Froude de l'écoulement aval.

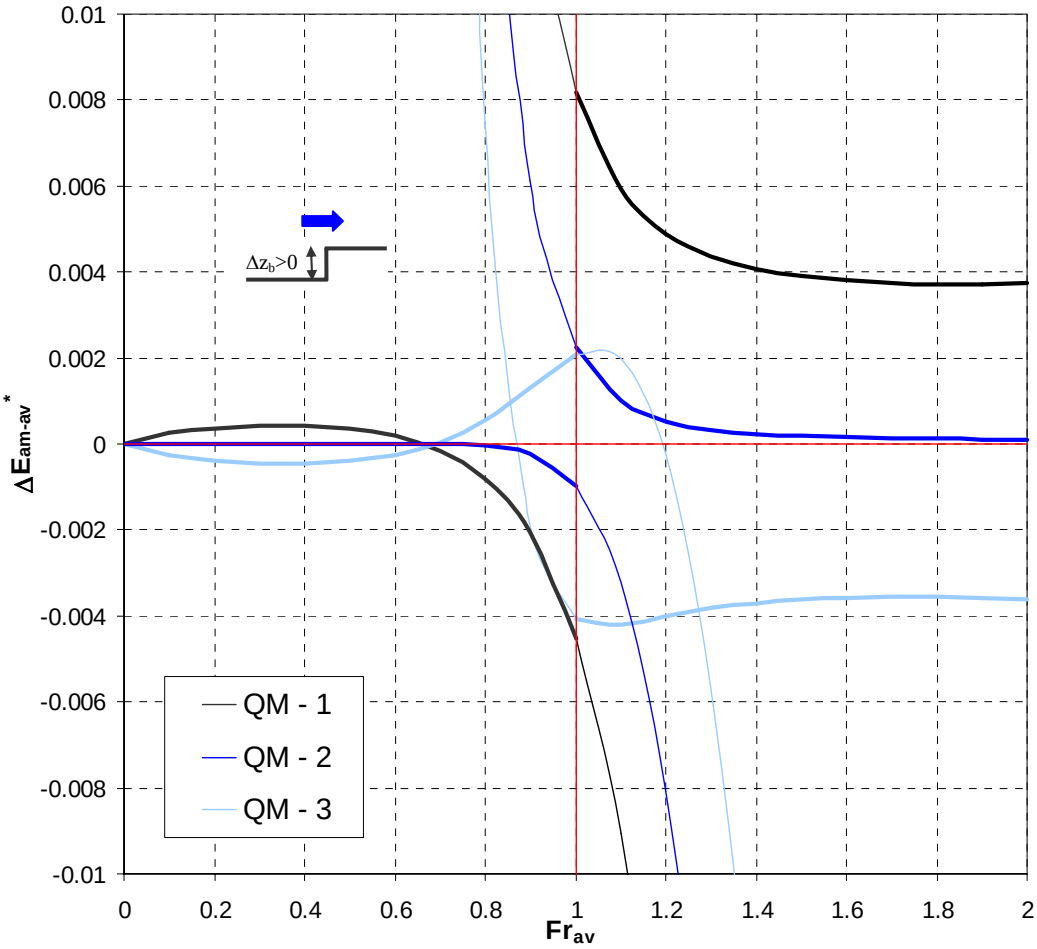


Figure III-10 : Variation ΔE^* de l'énergie de l'écoulement entre l'amont et l'aval d'une marche topographique d'amplitude $\Delta z_b^* = 0{,}05$ en fonction du nombre de Froude de l'écoulement aval

L'apparition d'un ressaut induit à nouveau une perte d'énergie pour l'écoulement aval, alors que le passage du régime infracritique à supercritique provoque un gain. Ces observations sont inversées dans le cas de la formulation (1) de la pression sur la marche pour de faibles nombres de Froude.

Quelle que soit la formulation employée pour traduire la réaction de la marche sur le fluide en accord avec l'équilibre d'un plan d'eau au repos, l'application du modèle de conservation de la quantité de mouvement au calcul de l'écoulement sur une variation topographique brusque induit des variations d'énergie. Celles-ci peuvent être positives ou négatives selon le régime d'écoulement, l'amplitude et le signe de la variation topographique ou encore la formulation employée pour exprimer la pression exercée par la marche sur le fluide.

Dans tous les cas, la formulation (2) (III-26), centrée par rapport aux conditions d'écoulement en amont et en aval de la discontinuité, minimise ces variations d'énergie, et constitue dès lors l'approche la plus physique du problème, du moins en l'absence de données supplémentaires sur la variation d'énergie réellement induite par un décrochement du fond. C'est surtout la formulation qui minimise au mieux les situations où la variation d'énergie n'est pas physique, c'est-à-dire où elle correspond à un accroissement de l'énergie du fluide en aval de la marche.

III.2.4 Synthèse

Le modèle mathématique basé directement sur le principe fondamental de conservation de la quantité de mouvement est le seul à même de reproduire les discontinuités d'écoulement à signification physique dans lesquelles l'impulsion est conservée. Il constitue dès lors une base indispensable à la mise en œuvre efficace et physiquement représentative d'un modèle d'écoulement à surface libre.

Le modèle dérivé de ce modèle fondamental, qui traduit une conservation de l'énergie, n'est pas apte à représenter fidèlement les discontinuités d'écoulement précitées. Il ne peut donc être appliqué fiablement qu'à la modélisation d'écoulements continus, avec toute la difficulté et les risques liés à la présupposition de telles conditions dans des cas d'application réelle.

Pour autant que le terme de pente de fond soit traité de façon adaptée, il est possible d'appréhender des variations brusques de la topographie du fond à l'aide du modèle de conservation de la quantité de mouvement. Dans tous les cas, il convient cependant de rester attentif aux variations d'énergie non physiques potentiellement induites et à leurs conséquences sur les champs d'écoulement.

De plus, il convient de se rappeler que les hypothèses à la base de l'établissement du système des eaux peu profondes supposent un écoulement principal dans le plan x,y d'écriture des équations. Par conséquent, une variation trop importante de la topographie dans la direction perpendiculaire à ce plan sort du cadre de validité du modèle employé.

III.3 Considérations sur les outils de résolution numérique de la suite WOLF

III.3.1 Généralités

Nous venons d'exposer les principales caractéristiques des modèles mathématiques qui décrivent les écoulements de surface. Le chapitre II s'est attaché à détailler les méthodes d'intégration qui permettent de les résoudre numériquement. Reste maintenant à mettre au point un code informatique où toutes les opérations nécessaires au calcul s'imbriquent de façon simple et efficiente afin de garantir aussi bien un temps de calcul compétitif qu'une souplesse d'utilisation et de programmation maximale.

Au cours de cette recherche doctorale, ce travail d'implémentation a été fait de façon complète pour le logiciel WOLF2D dévolu spécifiquement à la modélisation bidimensionnelle des écoulements. L'ensemble des modifications et améliorations à réaliser sur le modèle initialement décrit par Mouzelard [100] était en effet tel qu'une réécriture complète du code au départ d'une feuille blanche était inéluctable. En ce qui concerne le logiciel WOLF1D [6] et la mise au point du schéma d'intégration temporelle implicite, les modifications du code existant ont été moins fondamentales et ne sont dès lors pas décrites totalement en détail. Néanmoins, la structure et les méthodes employées sont fort semblables à celles développées pour le modèle 2D et les considérations exposées par la suite s'appliquent dès lors la plupart du temps aux deux logiciels.

Comme tous les outils de calcul développés au sein du HACH, les codes ont été écrits en Fortran 95 à l'aide de l'environnement de développement *Compaq Visual Fortran*. Grâce à des améliorations successives, le Fortran, introduit pour la première fois en 1954, procure en effet, toujours aujourd'hui, une vitesse de calcul mathématique, une robustesse et une facilité d'utilisation internationalement reconnues et appréciées dans le monde scientifique et industriel de la modélisation numérique recourant à du calcul intensif. Depuis la fin de l'année 2005, les codes ont été adaptés à l'environnement de développement *Intel® Visual Fortran*, notamment mieux à même de permettre l'utilisation de l'ensemble des possibilités informatiques des processeurs *Intel®* qui équipent les ordinateurs du HACH.

III.3.2 Validation : état des lieux et objectifs

La validation des schémas explicites d'intégration temporelle utilisés au sein de la suite WOLF est largement effectuée dans les thèses qui ont précédé celle-ci au HACH [6, 33, 100]. Il en va de même de la méthode de discrétisation et du schéma original d'intégration spatiale. Il n'y a donc pas lieu d'y revenir ici.

Le double objectif des paragraphes qui suivent est plutôt de présenter et valider les développements originaux établis au cours de cette thèse de doctorat. D'une part, la méthode d'intégration temporelle implicite implémentée au sein du logiciel WOLF1D doit être testée et son efficacité face aux performances des schémas Runge Kutta explicites doit être prouvée dans les cas d'applications spécifiques pour lesquels elle a été développée. D'autre part, il convient de valider la nouvelle structure informatique du logiciel WOLF2D et les aménagements qui ont été réalisés concernant la définition du domaine de calcul. Des améliorations supplémentaires sont également proposées dans les deux codes au gré des cas d'application successivement envisagés et des différents problèmes éventuellement rencontrés.

Le logiciel unidimensionnel sera appliqué en premier lieu à la simulation de l'écoulement dans un bras de rivière. Ensuite, il sera appliqué à la modélisation d'un réseau de cours d'eau dont les caractéristiques physiques et les variations de conditions limites sont en adéquation avec la méthode temporelle implicite envisagée. Le schéma d'intégration temporelle explicite décrit par Archambeau [6] sera utilisé comme base de comparaison.

En ce qui concerne le logiciel bidimensionnel, les premiers développements concernent l'extension du domaine de calcul et la transition entre zones sèches et zones humides. A ce titre, le cadre de validation choisi est celui de la propagation d'une onde de rupture sur fond sec. Ce type de cas test possède en effet des solutions analytiques pour des situations idéalisées et plusieurs exemples d'application bien documentés permettent d'introduire des difficultés supplémentaires pour le logiciel, comme un saut topographique (*bump*) dans le chenal ou du frottement de fond. Ces applications permettront d'envisager diverses modifications proposées pour le traitement des termes sources en adéquation avec la discrétisation de termes convectifs.

L'efficience en termes d'espace mémoire et de temps de calcul de la nouvelle implémentation informatique est quant à elle largement prouvée au travers des simulations réalisées quotidiennement par l'ensemble des ingénieurs du HACH. En effet, des simulations hydrodynamiques, hydrosédimentaires, de transport de polluant et autres, contenant plusieurs centaines de milliers de volumes finis de calcul pour des domaines de simulation dépassant allégrement le million de mailles sont générées quotidiennement dans l'interface WOLF et les résultats de calcul sont obtenus en quelques jours à l'aide d'ordinateurs de bureau classiques. De plus, toutes les simulations bidimensionnelles présentées dans cette thèse résultent de l'application du nouveau code et constituent à ce titre autant de preuves de l'efficience de l'implémentation réalisée.

III.4 Le logiciel WOLF1D – Efficacité d'une intégration temporelle implicite

III.4.1 Base de comparaison

Le schéma explicite développé au sein du HACH et historiquement implémenté dans WOLF1D, qui est largement décrit par Archambeau [6], a été utilisé comme base de comparaison du code implicite proposé ici.

Toutes les simulations envisagées dans ce paragraphe ont été réalisées sur un ordinateur de type PC équipé d'un processeur *Intel® Pentium® IV* cadencé à 1,4 GHz et de 256 Mo de mémoire vive *RD Ram*.

III.4.2 Cas simple d'un seul bras

III.4.2.1 Calcul stationnaire

Un premier test a été réalisé dans le cas d'un canal à section rectangulaire constante présentant successivement une partie à faible pente, une partie à forte pente et une nouvelle partie à faible pente. 30 nœuds de calculs ont été modélisés avec un pas spatial constant de 10 m.

Le système a été initialisé pour un débit spécifique constant de 1 m²/s avec, comme condition limite aval, une hauteur d'eau de 7 m.

Le calcul a ensuite consisté à trouver la solution stationnaire pour un débit décuplé, i.e. 10 m²/s. Il s'agit d'un cas d'école assez compliqué à gérer numériquement puisqu'une discontinuité, un ressaut, doit se former et se stabiliser dans l'écoulement. Elle est visible à la Figure III-11.

Le calcul a été effectué en utilisant une intégration temporelle explicite et une intégration temporelle implicite en recourant soit à la méthode de résolution directe du système, soit à la méthode du GMRes (§ II.4.4.4).

Le Tableau III-1 résume les résultats en termes de temps de calcul CPU pour différentes valeurs des paramètres de résolution. La comparaison de ce temps de calcul est éloquente, la résolution implicite étant trois ou quatre fois plus rapide que la méthode explicite, pour un résultat tout à fait identique (Figure III-11). Aucune différence n'a été observée dans ce cas en termes de temps de calcul entre une résolution directe du système ou une résolution à l'aide de la méthode du GMRes. A noter le gain de temps lors d'un calcul implicite (+/- 25%) procuré par le choix d'un nombre de Courant initial égal à 100 par rapport à la valeur de 10.

Tableau III-1 : Comparaison des temps CPU pour un calcul stationnaire

Schéma d'intégration temporelle		N_c	Temps CPU [s]
Explicite		0.7	0.33
Implicite	GMRes	10	0.11
		100	0.08
	Rés directe	10	0.11

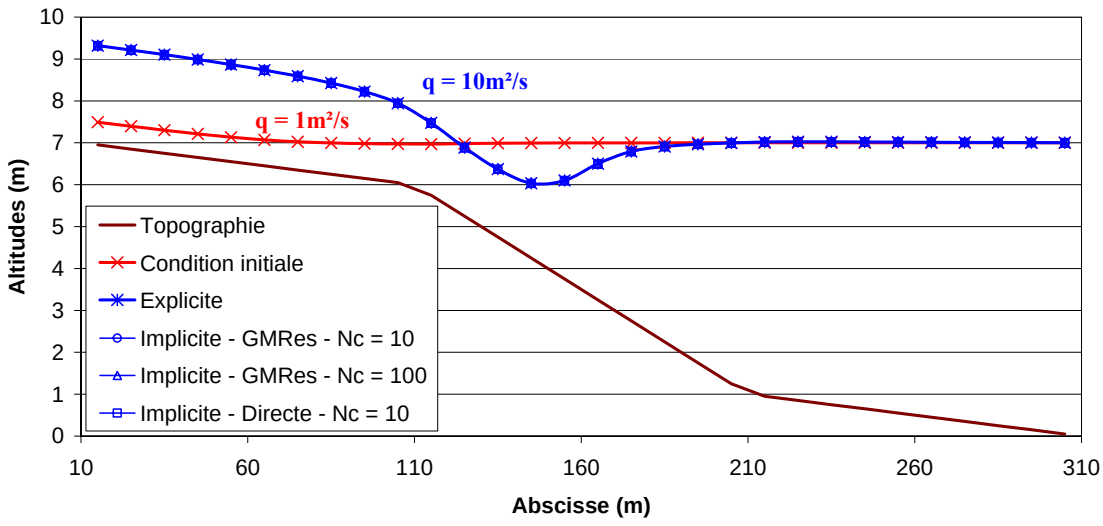


Figure III-11 : Résultat du calcul stationnaire pour un débit spécifique de 10 m²/s (Solution initiale pour un débit spécifique de 1m²/s) et pour différentes valeurs du nombre de courant implicite *Nc*

Le graphe de la Figure III-12 illustre l'efficacité du schéma implicite à produire une solution stabilisée de très haute précision. Deux phases peuvent être distinguées dans la diminution du résidu : une évolution pseudo-temporelle conduisant les itérés successifs dans un voisinage suffisamment étroit autour de la solution recherchée, puis une convergence extrêmement rapide vers cette solution. Cette figure laisse également présager du gain substantiel en temps CPU qui pourrait être réalisé en choisissant un nombre de Courant initial maximum, tout en préservant la propriété de convergence du processus.

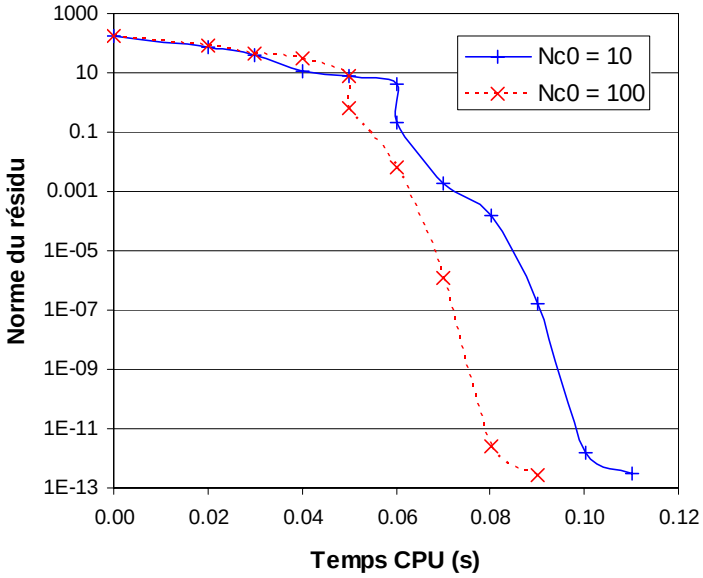


Figure III-12 : Evolution de la norme du résidu au cours du calcul de la ligne d'eau sur les trois pentes et influence du nombre de courant initial

III.4.2.2 Calcul instationnaire

Un second test a été réalisé sur un seul bras. 500 nœuds entredistants de 200 m ont été utilisés pour le calcul. La section du canal est rectangulaire et constante, avec une largeur de 10 m. La pente du canal est variée : les 375 premiers nœuds présentent une pente de 0,005 m/m, les 25 suivantes une pente nulle. Ensuite, il y a un tronçon de 50 mailles à forte pente (0,05 m/m) suivi de 50 mailles à faible pente (0,005 m/m) qui terminent le bras.

La condition limite aval du bras est fixée par une valeur du nombre de Froude. La condition limite amont est le débit, qui varie par pas d'une heure selon le graphe de la Figure III-13 pour la période de 48 heures simulée.

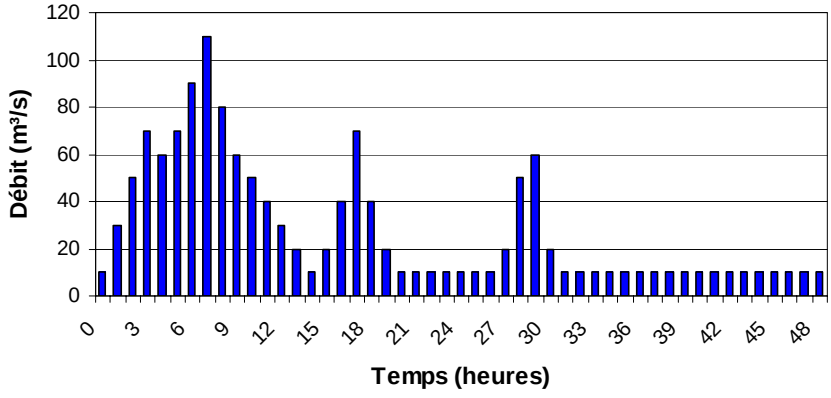


Figure III-13 : Hydrogramme injecté en amont du bras pour la simulation instationnaire

La condition initiale est obtenue par un calcul de ligne d'eau stationnaire pour le débit du premier intervalle d'apport (10 m³/s) dans tout le réseau.

La taille et la topographie du bras se rapprochent assez fort de conditions de simulation de bras de rivière réels tels ceux qui seront simulés in fine dans le programme PIRENE[15] au paragraphe III.6.1.

Les nœuds 100 et 425 localisés sur la Figure III-14 ont été choisis comme nœuds de comparaison. Ils sont situés respectivement à mi-longueur de la partie amont à faible pente et de la partie aval à forte pente.

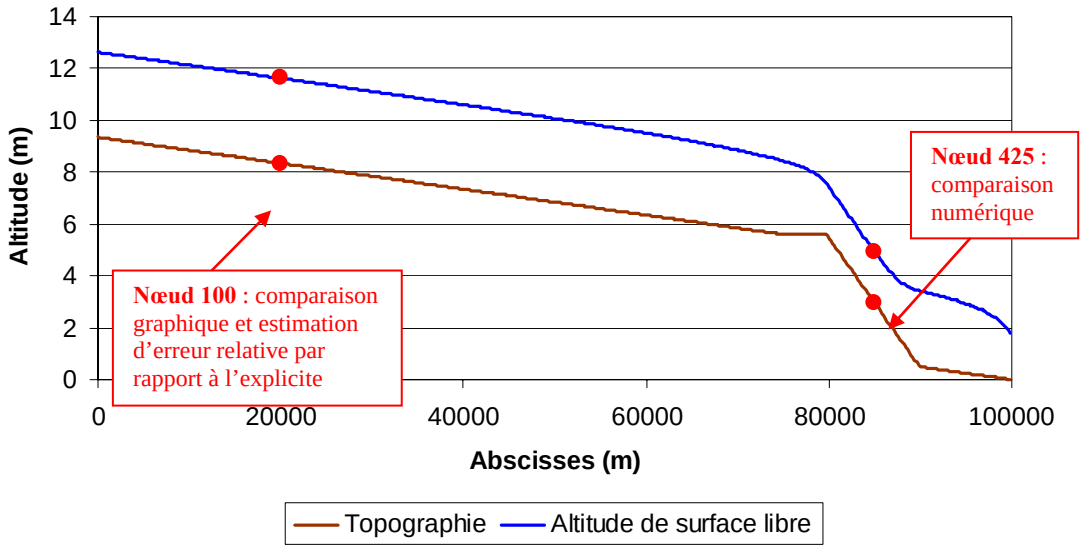


Figure III-14 : Topographie et condition initiale (débit constant de 10 m³/s) – Localisation des points de comparaison

Les figures des pages suivantes nous montrent l'évolution du débit et de la hauteur d'eau au nœud 100 (Figure III-15 et Figure III-16).

De nouveau, différentes valeurs du nombre de Courant utilisé pour le calcul du pas de temps en implicite ont été testées.

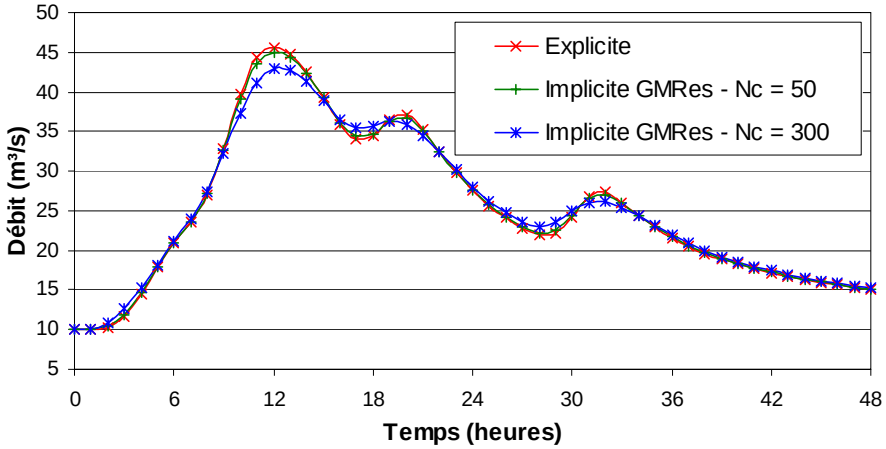


Figure III-15 : Evolution instationnaire du débit au droit du nœud 100 - Comparaison des méthodes d'intégration temporelle explicite et implicite

[15] PIRENE : Programme Intégré de Recherche ENvironnement Eau initié par la Région wallonne

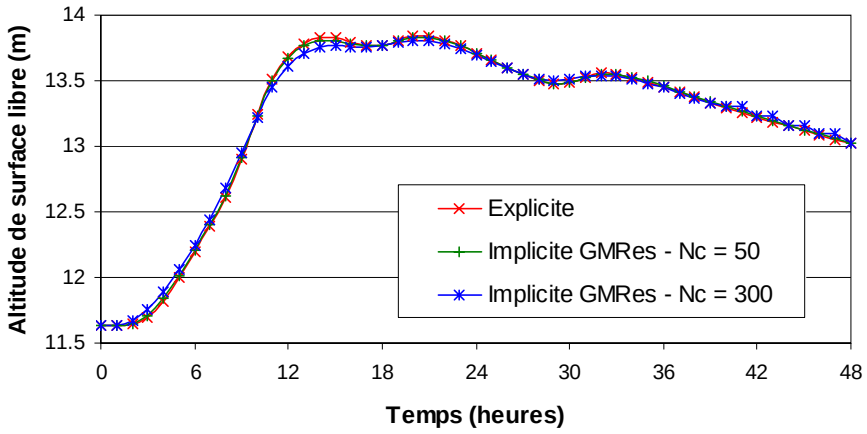


Figure III-16: Evolution instationnaire de l'altitude de surface libre au droit du nœud 100 - Comparaison des méthodes d'intégration temporelle explicite et implicite

Le Tableau III-2 résume les résultats obtenus.

Tableau III-2 : Comparaison des temps CPU et de l'erreur relative par rapport au calcul explicite pour un calcul instationnaire

Schéma d'intégration temporelle		N_c	Temps CPU	Erreur relative max. au nœud 100	
				Altitudes	Débits
			[s]	[%]	[%]
Explicite		0.7	19	0	0
Implicite	**GMRes**	25	21	0.07	0.91
		50	11.4	0.14	1.83
		100	6.6	0.22	2.98
		150	5.3	0.32	4.19
		225	4.4	0.41	5.47
		300	3.6	0.59	7.2
	Rés directe	300	3.5	0.59	7.2

Pour un nombre de Courant de 25 en implicite, on constate que le calcul est plus lent qu'en explicite. Cela signifie que le pas temporel n'est pas assez important pour compenser la perte de temps engendrée par la résolution du grand système non-linéaire. Par contre, la précision du calcul implicite par rapport à la solution explicite est excellente.

Pour un nombre de Courant de 50, le calcul implicite est le plus rapide (gain de temps de 40 %), tout en conservant une erreur relative tout à fait acceptable, que ce soit sur les débits (1,83 %) ou sur les altitudes de surface libre (0,14 %). Le temps de calcul de l'implicite diminue avec la valeur du nombre de Courant initial qui s'accroît (Figure III-17), l'erreur relative par rapport à la solution explicite augmentant (Figure III-18). Pour un nombre de Courant de 300, le gain de temps est de 81 % mais la précision sur les débits n'est plus que de 7,2 %. La précision sur les altitudes de surface libre est quant à elle de 0,59 %.

On constate (Figure III-17) que pour des faibles valeurs du nombre de Courant, la diminution du temps de calcul avec l'augmentation de N_c est extrêmement importante. Pour des valeurs plus grandes par contre, on atteint un palier dans la vitesse de résolution. Ceci s'explique par le fait que la valeur des pas de temps pour le calcul est bornée à la valeur d'un intervalle de débit d'apport (3600 secondes dans notre cas). Un examen des pas de temps réellement utilisés nous montre que, déjà pour une valeur du nombre de Courant de 225, le pas de temps est limité dans certaines phases de calcul, alors que pour un nombre de Courant de 300, il est borné pratiquement à chaque pas.

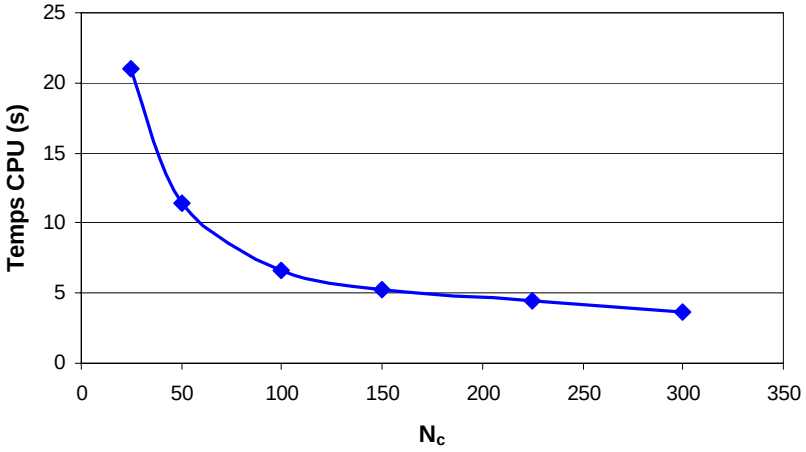


Figure III-17 : Evolution du temps de calcul par rapport à la valeur du nombre de Courant pour la méthode d'intégration temporelle implicite

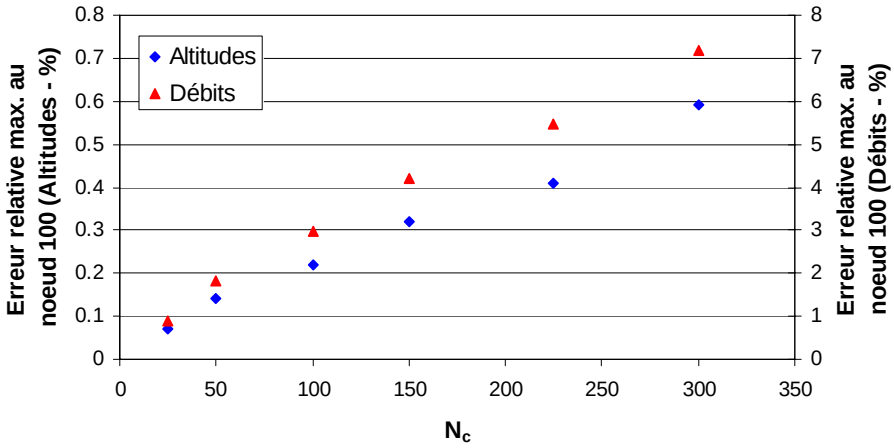


Figure III-18 : Evolution de l'erreur relative du schéma implicite par rapport à l'explicite en fonction de la valeur du nombre de Courant

Au niveau du nœud 425, l'erreur relative sur les débits et les altitudes est moindre (Tableau III-3). En effet, de façon générale, l'erreur est la plus importante lors des pics de débits, c'est-à-dire lors des variations brusques des conditions d'écoulement, pour lesquelles des pas de temps trop importants ne permettent pas de bien saisir l'évolution des phases instationnaires. Lors des phases d'étiage ou de faible variation du débit, la précision du logiciel implicite est excellente en regard des résultats obtenus par le calcul explicite. Le nœud 425 étant situé en aval du bras, les fortes variations du débit injecté à l'amont se sont déjà atténuées à cause du frottement dans la rivière, ce qui explique la diminution de la valeur des erreurs relatives maximum entre résolution implicite et explicite.

Tableau III-3 : Comparaison de l'erreur relative par rapport au calcul explicite pour un calcul instationnaire

Schéma d'intégration temporelle		N_c	Erreur relative max. au nœud 425	
			Altitudes [%]	Débits [%]
Explicite		0.7	0	0
Implicite	**GMRes**	25	0.10	0.56
		50	0.20	1.10
		100	0.37	2.02
		150	0.52	2.85
		225	0.63	3.47
		300	0.91	5.04
	Rés directe	300	0.91	5.04

Dans ce cas, la méthode directe de résolution du système linéaire ne semble pas procurer un gain de temps appréciable par rapport à la méthode du GMRes (Tableau III-4).

Tableau III-4 : Comparaison des temps CPU entre l'utilisation de la méthode de résolution directe du système linéaire et l'utilisation de la méthode du GMRes

Nc	Intégration temporelle implicite Résolution du système linéaire		Gain de temps de la résolution directe
	par GMRes	directe	
	[s]	[s]	[%]
25	21.5	20.6	4.19
50	11.7	11.1	5.13
100	6.7	6.3	5.97
300	3.6	3.5	2.78

III.4.3 Application à un réseau

III.4.3.1 Caractéristiques

Un exemple d'application aux cours d'eau d'un bassin hydrographique réel de la Région wallonne a été effectué, en préambule au projet PIRENE.

Le bassin de la Méhaigne tel que discrétisé pour le projet MOHICAN[16] a été utilisé. Ce réseau est composé de 291 nœuds répartis en 7 bras, avec des pas spatiaux de l'ordre de 200 m. La topographie du fond de la rivière a été obtenue à partir des courbes de niveau des cartes topographiques IGN [89, 90]. Les bras sont supposés à section rectangulaire avec une largeur du plan d'eau directement dépendante de la surface du bassin versant drainé par la maille.

Une période d'une année (8760 heures) a été simulée. Les débits d'apports horaires, provenant des modèles de calcul développés par les autres équipes du projet MOHICAN pour représenter les compartiments « sols » et « nappes souterraines », sont répartis tout au long du réseau. Globalisés au niveau de l'exutoire, ils fournissent l'hydrogramme de la Figure III-19.

La condition limite aval du réseau est fixée par une valeur du nombre de Froude égale à 0,3. La distribution initiale des variables du problème est obtenue par le calcul de la ligne d'eau stationnaire dans le réseau pour les débits correspondant au premier intervalle des données d'apport en long.

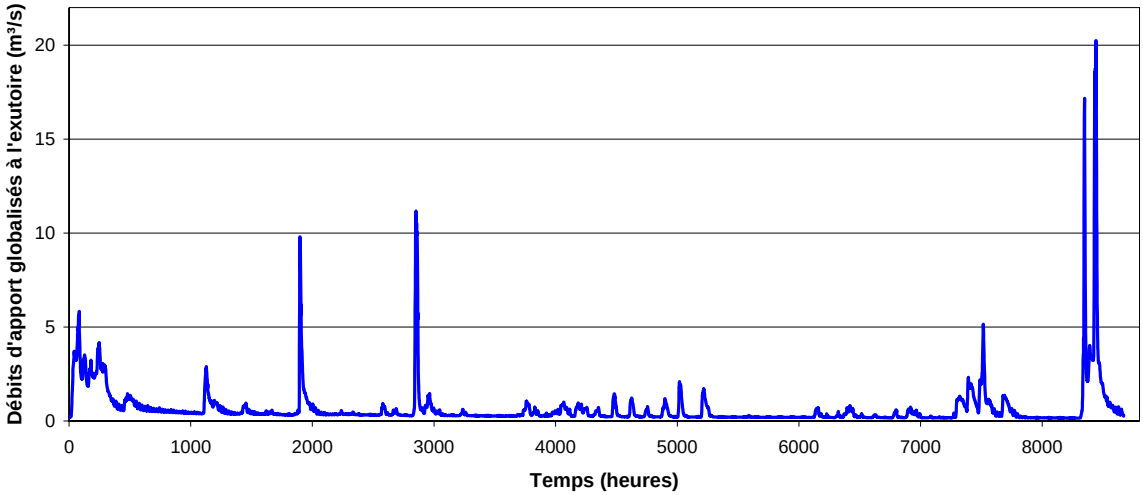


Figure III-19 : Débits d'apports horaires dans le réseau globalisés au niveau de l'exutoire

[16] MOHICAN : Modèle Hydrologique Intégré pour le calcul des Crues et l'Amplitude des Niveaux d'eau, développé conjointement par l'ULg et la FUSAGx pour le Ministère wallon de l'Equipement et des Transports [89]

III.4.3.2 Principe du calcul de plusieurs bras

Historiquement, le calcul d'un réseau dans WOLF1D s'effectue bras par bras, les conditions de jonction étant prises en compte via une imposition de conditions limites faibles au niveau des nœuds concernés avant l'évaluation des bilans des mailles [6].

Pour un calcul implicite, le système non-linéaire pourrait être évalué globalement. On n'obtiendrait cependant plus une matrice Jacobienne diagonale bande, la numérotation des nœuds des jonctions n'étant jamais continue, ce qui interdirait toute évaluation directe non coûteuse en temps CPU du système linéaire. De plus, la valeur des inconnues à un nœud de jonction entre trois bras par exemple influence quatre nœuds et non plus trois.

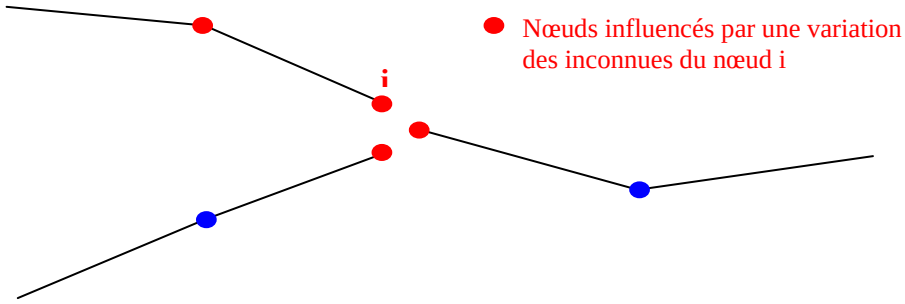


Figure III-20 : Influence des inconnues d'un nœud à une jonction

Il apparaît également que la méthode d'évaluation des inconnues aux jonctions n'assure pas a priori une évolution continue de leurs valeurs. Des discontinuités peuvent apparaître en fonction des conditions d'écoulement par exemple [6]. Cela peut générer des instabilités de la méthode du GMRes [32].

Une méthode simple pour s'affranchir de ces problèmes serait de résoudre chaque bras isolément pour un pas de temps donné, puis de se servir de la valeur des inconnues aux extrémités des bras pour imposer des conditions limites aux jonctions au pas suivant. Cette façon de faire, bien qu'elle permette de résoudre relativement facilement le système non-linéaire à chaque pas de temps, ne saurait mener à un calcul précis de phases instationnaires d'écoulement, les jonctions et donc les interactions entre les différents bras du réseau n'étant prises en compte qu'avec « un pas de temps de retard ». Lors de l'utilisation d'un schéma d'intégration temporelle implicite, la valeur des pas de temps de calcul étant élevée de façon à accélérer le processus, ces erreurs seraient d'autant plus importantes.

De façon à prendre en compte au mieux les différentes jonctions et à calculer de la manière la plus unifiée possible l'ensemble du réseau, le principe de calcul implémenté dans le code implicite est finalement le suivant : à chaque sous-itération de Newton Raphson, chaque bras est considéré comme indépendant lors du calcul de la matrice Jacobienne, de façon à profiter pleinement du caractère bande de la matrice dans ce cas. Les conditions limites des bras aux jonctions sont fixées en fonction de la valeur des inconnues à la sous-itération précédente. Le système linéaire relatif à chaque bras est alors résolu séparément, que ce soit par la méthode du GMRes ou la méthode de résolution directe. Ensuite, avant de passer à la sous-itération suivante, le membre de droite du système est remis à jour par un calcul des jonctions en tenant compte de la nouvelle valeur des inconnues suite à la modification des incréments relatifs à l'itération courante.

De façon formelle, ce processus s'écrit de la façon suivante pour le calcul du pas de temps t :

Initialiser $\vec{u}^0 = \vec{u}^t, \Delta\vec{u}^0 = 0$

Pour k = 0,1, ... jusqu'à convergence

Evaluer $\vec{F}\left(\vec{u}^k\right) = \frac{\Delta\vec{u}^k}{\Delta t} - \vec{R}\left(\vec{u}^k\right)$ avec calcul des jonctions

$\rightarrow$ Conditions limites aux jonctions CL^k

Evaluer $\mathbf{J}^k = \frac{I}{\Delta t} - \left.\frac{d\vec{R}(\vec{u})}{du}\right|^k$ sans calcul des jonctions mais en utilisant CL^k

Pour $n = 1, \ldots,$ nombre de bras

Résoudre $\mathbf{J}^{k,n}\Delta\vec{x}^{k,n} = -\vec{F}\left(\vec{u}^k\right)^n$

Mettre à jour $\Delta\vec{u}^{k+1} = \Delta\vec{u}^k + \Delta\vec{x}^k$

$\vec{u}^{k+1} = \vec{u}^k + \Delta\vec{x}^k$

Calculer le résidu $\frac{\Delta\vec{u}^{k+1}}{\Delta t} - \vec{R}\left(\vec{u}^k\right)$

Mettre à jour $\vec{u}^{t+\Delta t} = \vec{u}^{k+1}$

On constate donc que les conditions d'écoulement aux jonctions sont évaluées correctement à chaque pas de temps, le système résolu finalement étant écrit pour le réseau globalisé.

La convergence de cette méthode n'est pas établie analytiquement mais a été vérifiée dans le cas présent de la Méhaigne et de ses affluents, ainsi que dans les applications ultérieures. Elle semble assurée pour autant que la valeur du nombre de Courant ne soit pas trop élevée. Malgré cela, le gain de temps par rapport à la méthode explicite reste considérable (Tableau III-5).

III.4.3.3 Résultats

La précision du calcul est évaluée à partir de la valeur des débits à l'exutoire du bassin calculée par la méthode explicite. C'est en effet pour cette inconnue que l'erreur relative était la plus importante lors des applications précédentes.

Le Tableau III-5 résume les résultats des tests effectués.

Tableau III-5 : Comparaison des simulations réalisées sur la Mehaigne et ses affluents

Schéma d'intégration temporelle		N_c	Temps CPU [s]	Gain de temps CPU [%]	Erreur relative max. sur le débit à l'exutoire [%]	Recalcul du pas [Oui ou Non]
Explicite		0.7	2582	0	0	-
Implicite	**GMRes**	5	1099	57.4	0.23	N
		9	686	**73.4**	0.7	O
	Rés directe	5	1057	59.1	0.3	N
		6	902	65.1	0.42	N
		7	804	68.9	0.6	N
		8	717	72.2	0.53	O
		8.5	720	72.1	0.66	O
		9	680	**73.7**	0.64	O
		9.5	755	70.8	0.67	O
		10	824	68.1	0.78	O

Globalement, on constate une très bonne précision du code de calcul implicite, quelle que soit la valeur du nombre de Courant utilisée et quelle que soit la méthode de résolution du système linéaire.

La précision des résultats nous conforte dans notre choix de la stratégie de calcul du réseau de rivières.

Le gain de temps par rapport à la méthode explicite est tout à fait substantiel : le calcul implicite peut être plus de 73 % plus rapide. De ce point de vue, la méthode de résolution directe du système linéaire semble plus efficiente que le GMRes, mais sans avantage marqué.

La stratégie de recalcul du pas de temps semble efficace, en témoignent les simulations avec un nombre de Courant supérieur ou égal à 8 qui sont plus rapides, malgré un recalcul du pas, que celles avec un nombre de Courant inférieur. A noter que dans ces premières simulations, le nombre maximum d'itérations de Newton-Raphson était fixé à 25.

En regard du Tableau III-5 et de la Figure III-21 correspondante, on constate qu'une valeur du nombre de Courant de l'ordre de 9 permet d'obtenir le gain de temps le plus important tout en conservant une précision excellente sur les résultats.

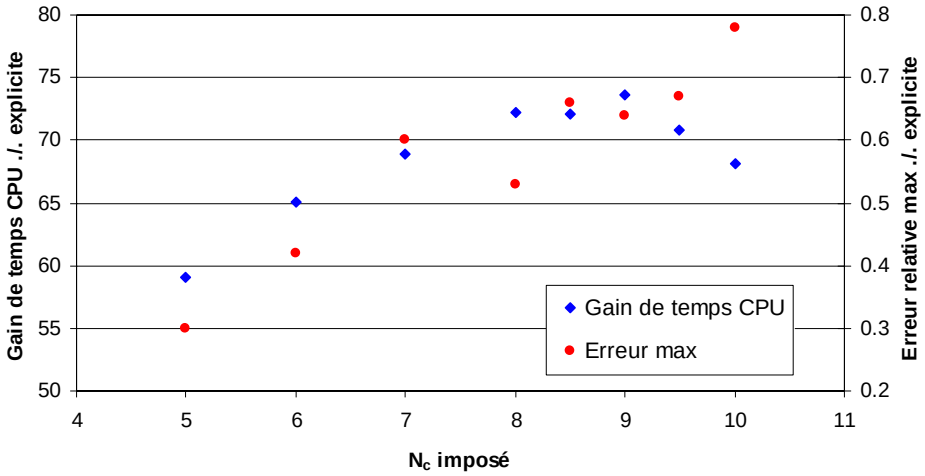


Figure III-21 : Comparaison du gain de temps CPU et de l'erreur relative maximale à l'exutoire entre le calcul implicite avec méthode de résolution directe du système et le calcul explicite

Il peut également être intéressant de comparer la valeur maximale des pas de temps utilisée par la méthode de résolution implicite (Tableau III-6) : elle varie de 467 à 933 secondes, pour +/- 25 secondes en explicite.

Tableau III-6 : Comparaison des pas de temps maximum utilisés en implicite

Schéma d'intégration temporelle		N_c	Pas de temps maximal [s]
Implicite	GMRes	5	467
		9	840
	Rés directe	7	653
		8	747
		9	840
		10	933

Une autre série de tests a été réalisée de façon à juger de l'influence sur le temps de calcul CPU du nombre maximum d'itérations autorisées avant recalcul du pas (Tableau III-7).

Les simulations ont été effectuées en utilisant la méthode directe de résolution du système linéaire avec un nombre de Courant de 9.

Tableau III-7 : Influence de la valeur du nombre maximum d'itérations avant recalcul du pas sur le temps de calcul CPU

Schéma d'intégration temporelle	Nbre max. d'itérations avant recalcul du pas	Temps CPU [s]	Gain de temps CPU [%]
Implicite avec résolution directe du système linéaire - N_c = 9	3	Calcul impossible	
	5	663	74.3
	10	692	73.2
	15	670	74.1
	20	683	73.5
	25	680	73.7
	30	700	72.9
	40	774	70.0
	50	996	61.4

Sous forme graphique, on constate l'inutilité d'autoriser le logiciel à essayer trop longtemps de converger sa solution avec une grande valeur du pas de temps. Un nombre maximum d'itérations de l'ordre de 5 ou 6 est largement suffisant dans le cas traité.

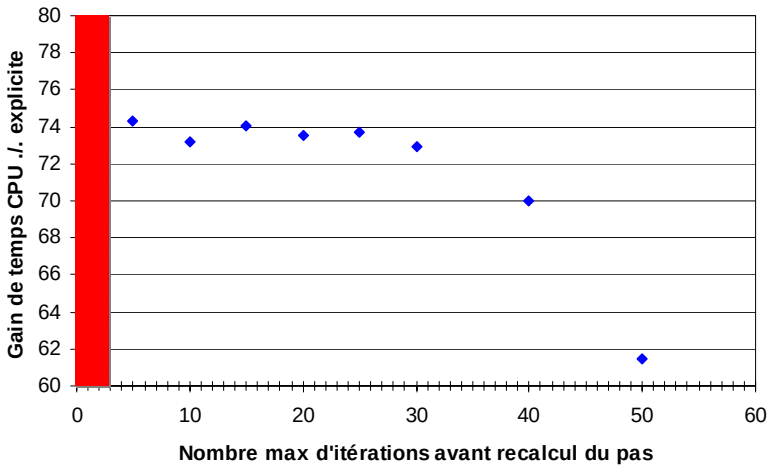


Figure III-22 : Influence sur le temps de calcul de la valeur du nombre maximum d'itérations avant recalcul du pas

Cela s'explique aisément si l'on se rappelle que la méthode itérative de Newton-Raphson assure une convergence quadratique vers la solution au voisinage de celle-ci, mais que la convergence globale de la méthode n'est en rien assurée. De ce fait, si les pas de temps choisis sont trop importants par rapport à la variation des conditions d'écoulement dans le réseau, l'itéré initial est trop éloigné de la valeur réelle des incréments des inconnues au pas de temps courant et la convergence de la méthode devient donc aléatoire. Le calcul doit alors être recommencé au plus vite avec un pas de temps inférieur de façon à ne pas ralentir le calcul global. Par contre, si l'itéré initial est proche de la solution, la convergence de la méthode s'effectue automatiquement en quelques itérations. Il convient néanmoins d'autoriser un nombre d'itérations minimal en accord avec la précision de résolution du système linéaire attendue.

Quoiqu'il en soit, l'efficacité en termes de coût en temps CPU du schéma d'intégration temporelle implicite implémenté dans WOLF1D est assurée dans des cas d'application où la variation des conditions limites du problème est en accord avec la méthode, c'est-à-dire où la variation des conditions d'écoulement est faible au cours du temps. Il en va de même des caractéristiques des rivières envisagées qui doivent varier de façon suffisamment continue et ne doivent donc pas présenter de variation brusque de section.

III.5 Le logiciel WOLF2D

III.5.1 Programmation

Nous allons décrire ici la structure du logiciel WOLF2D, mise au point durant cette recherche doctorale, en se basant sur la forme générique (II-20) des équations aux dérivées partielles à résoudre dans le cas d'un maillage bidimensionnel structuré cartésien. L'extension à des maillages à blocs multiples est proposée au chapitre V.

III.5.1.1 Etapes du calcul

Après la génération du maillage de la simulation et l'initialisation du problème, la résolution numérique d'un jeu d'équations semblables à (II-20) sur un ensemble de *N* mailles, consiste en une boucle d'évolution temporelle (calcul instationnaire) ou pseudo-temporelle (calcul stationnaire) des variables pour laquelle l'évaluation de chaque pas nécessite la mise à jour des inconnues en tous les nœuds du domaine de calcul.

Le calcul d'un pas de temps est composé de boucles sur l'ensemble des nœuds et des bords du domaine de simulation afin d'évaluer les différents termes des équations pour une valeur donnée des inconnues. Par les principes de la méthode des volumes finis que nous avons décrite au chapitre II, ces opérations nécessitent chacune des actions différentes en des points distincts des volumes de contrôle. Il convient en effet, à partir des valeurs des inconnues reconstruites aux bords du volume de contrôle, d'évaluer les termes advectifs et diffusifs et de calculer leur bilan au niveau de la maille, d'évaluer les termes sources à partir de la valeur des inconnues au centre de gravité du volume de contrôle[17] et enfin de mettre à jour les inconnues de nouveau au centre de gravité des mailles par évaluation de la dérivée temporelle.

Ce canevas, décrit ici plus spécifiquement pour les méthodes d'intégration temporelle explicite, s'applique également aux méthodes implicites pour l'évaluation du Jacobien (§ II.4.4.3).

III.5.1.2 Considérations liées au maillage

Au HACH, les maillages structurés cartésiens sont exclusivement utilisés pour les modélisations bidimensionnelles. Comme décrit auparavant (§ II.3.6.4), cela permet notamment de facilement gagner un ordre de précision sur la discrétisation spatiale des équations. Nous allons voir maintenant que cela permet en outre de grandement faciliter les étapes du calcul proprement dit, tout en conduisant à un gain d'espace mémoire appréciable par rapport aux maillages non-structurés.

Tout d'abord, les bords des volumes finis, toujours au nombre de quatre, sont classés en trois catégories, déterminées en fonction des opérations de reconstruction des variables et de calcul des flux à effectuer. Ces catégories concernent d'une part les bords limites du domaine de simulation où des conditions aux limites peuvent être imposées, et d'autre part les bords limites du domaine de calcul qui sont définis comme les bords imperméables entourant l'ensemble des mailles à calculer. La dernière catégorie comprend le reste des bords internes au domaine de calcul à travers lesquels des échanges de flux ont lieu.

Dans cette description une caractéristique importante du logiciel apparaît. En effet, il vient d'être fait mention d'un domaine de simulation et d'un domaine de calcul. Qu'en est-il exactement et quelle est la différence?

Le domaine de simulation est l'ensemble des volumes finis définis lors du maillage d'un contour fourni par l'utilisateur. Au sein de ce domaine de simulation, le domaine de calcul est l'ensemble des mailles pour lesquelles un calcul hydrodynamique peut être effectué, c'est-à-

[17] Certains termes source peuvent faire intervenir des dérivées de variables du problème, telle l'altitude du fond par exemple. Ils sont alors plus efficacement évalués en même temps que les termes advectifs et diffusifs.

dire les volumes finis contenant de l'eau ou susceptibles d'être alimentés par leurs voisins au cours du pas de temps courant. Afin de réduire au maximum le temps de modélisation et d'éviter tout calcul inutile car conduisant à des résultats évidents, les équations sont résolues sur les seules mailles du domaine de calcul. Pour ce faire, il convient cependant de remettre à jour ce domaine à chaque pas de temps, ce qui est réalisé par une procédure rapide de balayage du maillage testant la présence d'une hauteur d'eau. C'est à ce moment qu'a également lieu la détermination des différents types de bords, les opérations à effectuer étant dans les deux cas similaires.

Du fait de cette définition automatique d'un domaine de calcul au sein de la simulation, une structure de stockage matricielle des informations relatives aux volumes finis n'a plus de sens. En effet, une telle approche imposerait soit de retenir les informations définissant la position dans la matrice de chacune des mailles utiles au calcul, soit d'effectuer des tests systématiques lors du balayage du domaine de simulation à chaque fois que l'on devrait toucher un volume fini à calculer, tout cela en imposant la conservation en mémoire d'informations inutiles puisque relatives à des mailles qui ne seront pas mises à jour, voire à des mailles extérieures au domaine de simulation mais comprises dans la plus petite zone rectangulaire contenant le contour de la modélisation. C'est pourquoi, une numérotation « en continu » et un stockage vectoriel des informations des volumes finis sont utilisés, dans le double but de réduire l'espace mémoire nécessaire à une simulation et de diminuer le temps de calcul en permettant un bouclage efficient sur les seules mailles réellement utiles à l'évaluation des variables au pas de temps courant. Il en va de même des bords des volumes de contrôle, dont la numérotation en continu facilite également le stockage par type et, de là, les balayages systématiques découlant des opérations de calcul.

Le seul désavantage lié à ce principe de numérotation continue est la perte des informations de voisinage des mailles. Cependant, afin de réaliser efficacement les étapes de reconstruction des variables et de calcul des flux, les seules informations de voisinage utiles pour les centres de gravité et les bords des volumes de contrôle sont respectivement les informations de numérotation des bords et des mailles voisines dans les deux directions du maillage. En cas de reconstruction linéaire des variables, les numéros des mailles adjacentes aux volumes de contrôle sont également nécessaires. Pour les maillages utilisés en pratique, le stockage en mémoire de ces informations additionnelles est peu coûteux en regard du gain procuré par l'élimination des mailles inutiles et par la simplification des routines de calcul.

Il convient de souligner que toutes les informations décrites ci-avant permettent néanmoins, au besoin, la régénération de l'information matricielle de proche en proche au départ d'une maille ou d'un bord donné.

III.5.1.3 Résolution de *N* équations en *N* inconnues

Historiquement, le code de calcul WOLF2D a été écrit de façon à pouvoir résoudre les trois équations des *shallow water* par la méthode des volumes finis sur un maillage structuré [100]. Déjà à l'époque, des options de modification de ces équations ont été implémentées, par exemple pour prendre en compte la forte inclinaison d'un déversoir de crue ou la présence d'une impulsion verticale ou horizontale appliquée à l'écoulement. Ces possibilités de variation des équations à résoudre, si elles n'en modifiaient pas fondamentalement la forme, conduisaient néanmoins à toute une série de tests dans le code, réalisés le plus souvent à chaque itération temporelle, ce qui augmentait sensiblement le temps de calcul. Cette structure consistant à ajouter aux équations du modèle de base des termes supplémentaires à évaluer selon les options choisies par l'utilisateur générait de plus un code totalement illisible, à l'efficacité compromise.

D'autre part, les développements théoriques continus au sein de l'équipe du HACH conduisaient, conduisent et conduiront encore dans l'avenir, nous l'espérons en tout cas (!), à

la mise au point de nouveaux modèles mathématiques dont l'implémentation en parallèle ou couplée au modèle de base de WOLF2D devient indispensable pour leur application pratique au sein de la suite WOLF. Nous l'avons vu au chapitre II.2, plusieurs modèles existent déjà uniquement pour décrire l'hydrodynamique des écoulements d'eau pure, même en se restreignant aux écoulements plans.

C'est pourquoi la structure établie ici a été construite de manière à résoudre n'importe quel jeu de *N* équations aux dérivées partielles en *N* inconnues de façon la plus efficiente possible, c'est-à-dire en ralentissant le moins possible le calcul par rapport à un code qui ne résoudrait qu'un seul jeu d'équations tout en permettant un choix complet parmi les options disponibles pour tous les modèles implémentés.

Pris tel quel, l'objectif de pouvoir résoudre différents modèles mathématiques avec le même code implique, à chaque fois qu'un calcul est effectué, de choisir quel jeu d'équations il faut résoudre ou de modifier, selon les options du calcul, les termes d'une équation unique.

Dans le premier cas, un test doit être réalisé à chaque pas de temps pour autant que les boucles sur les bords et les nœuds soient comprises dans chaque routine propre à un modèle mathématique. Dans le second cas, les choix sont effectués à chaque fois que l'évaluation d'un flux ou la mise à jour d'une inconnue dans une maille est réalisée. Or, ces choix sont identiques tout au long du calcul puisqu'ils ne sont fonction que du souhait de l'utilisateur avant le début de la simulation. Ils représentent donc un obstacle majeur à la mise au point d'un code efficient et peu coûteux en temps CPU.

Dans le but de limiter le plus possible la répétition des tests inutiles, il convient tout d'abord de structurer au mieux la séquence du code afin d'être à même de reporter un maximum de ces tests en dehors des boucles sur les nœuds ou les bords composant le corps principal du programme. Ensuite, un artifice informatique a été utilisé pour supprimer tout à fait les opérations relatives au choix d'un jeu d'équations à résoudre au sein de WOLF2D. Il s'agit de variables de type pointeur, dont le contenu, défini par exemple en début de calcul, peut être l'adresse mémoire d'une routine de calcul. De ce fait, en remplaçant dans le code l'appel à la routine de résolution de l'une ou l'autre équation par l'appel à une routine définie par un pointeur, on obtient un code unique qui permet de résoudre des équations choisies a priori par une définition adéquate de l'adresse contenue dans les pointeurs. De plus, cette approche simplifie grandement l'écriture du programme.

Enfin, les routines de calcul ont été scindées, quand cela était possible, à l'appel de trois routines successives relatives à un type de bord. En effet, de nouveau dans un souci de gain de temps CPU, un maximum d'opérations ont été adaptées spécifiquement aux caractéristiques des types de bords.

Dans le même ordre d'idée, un principe semblable de pointeur a été utilisé pour localiser dans les différentes routines les inconnues du problème au sein des matrices où elles sont stockées. Un pointeur renseigne, pour chacune, le numéro de la colonne de stockage adéquate et permet dès lors de réaliser toutes les opérations nécessaires de façon transparente quels que soient le nombre et le type des variables.

La Figure III-23 résume la structure finalement adoptée. Les cases en gras représentent des étapes du calcul pour lesquelles les routines sont appelées par l'intermédiaire de pointeurs définis lors de la phase d'initialisation. Trois étapes d'évaluation de l'état du calcul scindent une simulation. La première concerne le nombre de sous-pas de temps déjà évalués qui conditionne l'avancée d'un pas de temps réel. La seconde concerne l'adéquation du champ des inconnues en un instant par rapport à la valeur du pas de temps, et ce en respect des conditions de stabilité imposées par le nombre de Courant. La troisième conditionne enfin l'arrêt ou la poursuite du calcul sur base d'un critère de stabilisation (recherche d'une solution stationnaire) ou d'un temps global réel simulé (simulation instationnaire).

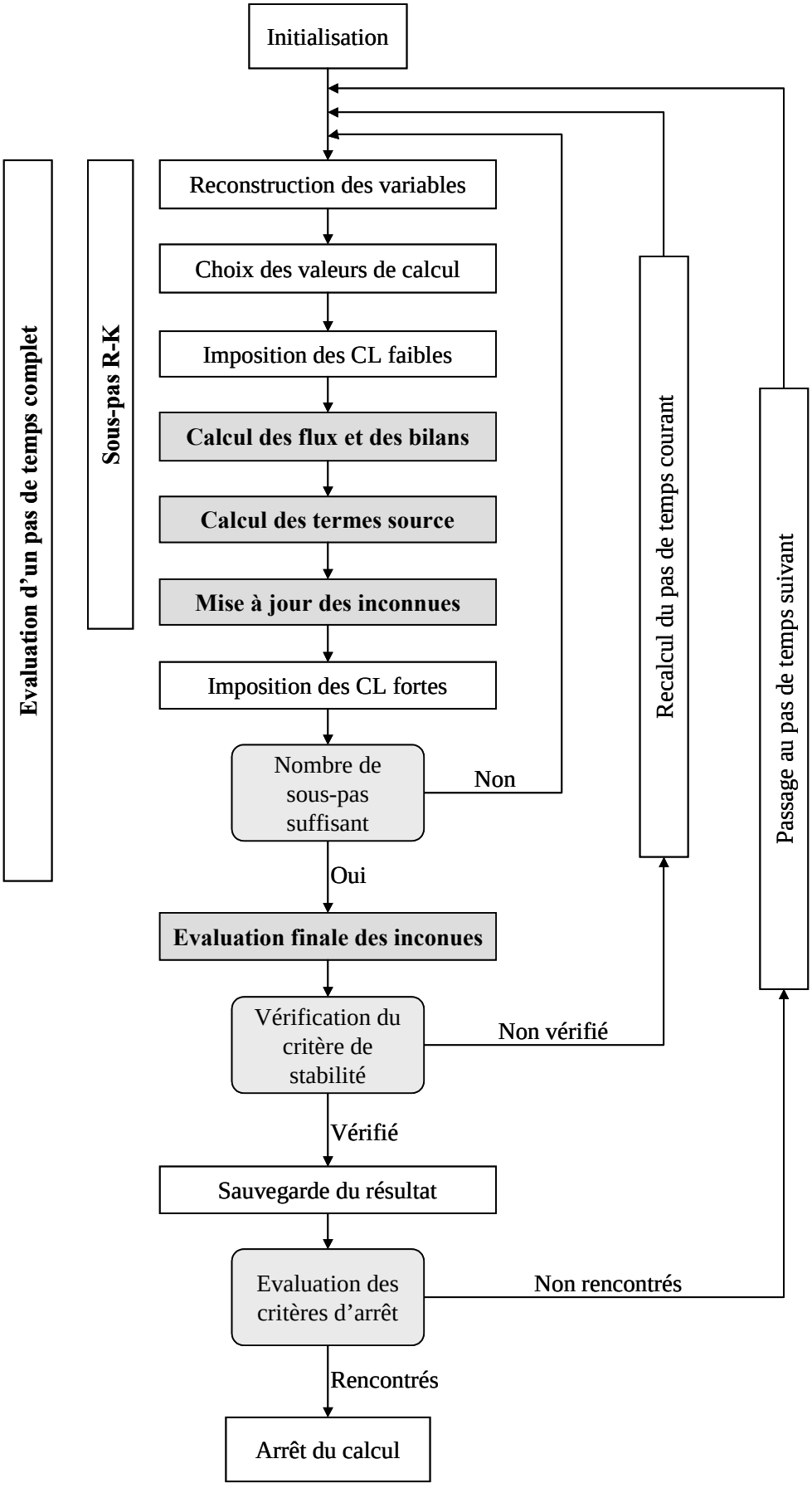


Figure III-23 : Structure du calcul au sein du logiciel WOLF2D (CL = conditions aux limites)

III.5.2 Transition zones sèches - humides et extension du domaine de calcul

III.5.2.1 Approche du problème

A coté de la possibilité de traiter n'importe quel modèle composé de *N* équations différentielles en *N* inconnues, la modification la plus importante introduite au sein du logiciel WOLF2D concerne la définition du domaine de calcul et la prise en compte de son évolution au cours du temps. Cette fonctionnalité touche au problème du traitement des zones sèches dans une simulation.

En l'absence d'eau et donc a fortiori d'écoulement, les équations des modèles hydrodynamiques ne s'appliquent pas. Par conséquent, la transition entre une zone humide et une zone sèche représente une frontière du domaine de calcul et nécessite dès lors l'imposition d'une condition limite adéquate. Par contre, par exemple lors de la simulation d'une rupture de barrage sur fond sec, il faut étendre le domaine de calcul au fur et à mesure de la propagation du front. C'est le cas également dans d'autres applications moins extrêmes, éventuellement stationnaires, en topographie réelle, pour lesquelles la limite de l'emprise des écoulements doit être ajustée en fonction de la variation de l'altitude de surface libre.

Une technique largement répandue pour résoudre ce problème [1, 157] et utilisée dans les premières versions de WOLF2D [100] consiste à recourir à l'artifice d'une hauteur d'eau minimale non nulle dans l'ensemble du domaine de simulation (*artificial bed wetting*), ce qui rend inutile l'imposition d'une condition limite interne et la détermination de l'extension du domaine de calcul. De plus, cela évite, le cas échéant, la singularité qui apparaît dans les vitesses d'écoulement pour une maille présentant une hauteur nulle. Cependant, cette technique possède deux désavantages majeurs : d'une part, dans le cas de la propagation d'une onde de rupture, la vitesse de propagation du front, forcément sur fond humide, est mal évaluée, et ce de façon insécuritaire [100, 157]. D'autre part, le volume hydrique de la simulation est faussé, avec toutes les conséquences néfastes que cela peut avoir sur le résultat hydrodynamique. Pour limiter au maximum ces erreurs, une hauteur minimale très faible est utilisée, sans pour autant pouvoir juger en pratique de l'imprécision générée.

L'approche envisagée lors de cette recherche doctorale est tout autre. Elle consiste à considérer la hauteur d'eau pour ce qu'elle est physiquement, à savoir une variable positive ou nulle dont l'annulation traduit l'assèchement d'une maille et donc sa sortie du domaine de calcul hydrodynamique. Rien n'empêche, mathématiquement, de résoudre les équations sur les mailles sèches pour autant que l'on s'assure que toutes les opérations de division par la hauteur d'eau ne conduisent pas à une impossibilité numérique. Or, une maille présentant une hauteur nulle ne peut présenter un débit et n'est donc le siège d'aucun écoulement. Il suffit alors de borner inférieurement toute hauteur d'eau de division dans le code à une valeur très faible mais non nulle pour assurer une réponse correcte du calcul.

Par cette limitation, dans une maille sèche, la résolution du système hydrodynamique peut être réalisée. Sur le bord de transition entre la zone sèche et la zone humide, le fractionnement original de WOLF2D est appliqué tel quel avec d'un coté les valeurs de hauteur et de débit dans la maille mouillée, de l'autre une hauteur et un débit nuls. L'évaluation de l'équation de continuité permet de juger du remplissage ou non de la maille selon son alimentation par ses voisines. Les équations de conservation de la quantité de mouvement indiquent la variation du débit, qui n'est licite que si la hauteur d'eau sur la maille est positive. Dans le cas contraire, une limitation adéquate des résultats permet d'annuler les valeurs du débit calculées puisqu'elles ne sont pas physiques.

La force et l'efficacité du fractionnement des flux de WOLF transparaissent ici, le décentrement total des flux en amont ou en aval évitant toute manipulation complexe au niveau des frontières.

La détermination de l'extension du domaine de calcul est maintenant immédiate. Ce dernier comprend en effet l'ensemble des mailles mouillées complété éventuellement d'une frange de mailles sèches permettant la propagation du front là où la topographie du terrain l'autorise.

Le critère de stabilité du schéma numérique choisi nous renseigne sur la taille à donner à cette frange pour la propagation au cours d'un pas de temps. En effet, dans une méthode d'intégration temporelle explicite, les pas spatial et temporel sont liés par le critère sur le nombre de Courant du modèle de façon à garantir que toute oscillation reste bornée dans l'espace et le temps. Dans le cas d'un schéma temporel de type Euler, le critère s'énonce sous la forme d'un intervalle de variation borné entre zéro et un pour le nombre de Courant défini par (II-56). Il traduit la nécessité de limiter à une seule maille la distance parcourue par l'onde pendant un pas de temps. Cette limitation est tout à fait légitime dans un schéma explicite pour lequel l'évaluation de la solution en une maille n'est fonction que des valeurs sur les mailles adjacentes au pas de temps précédent. Il en va de même pour les schémas Runge-Kutta explicites pour lesquels le critère de stabilité possède une forme tout à fait semblable donnée par (II-61) :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{2c} R_\lambda \quad [18] \qquad \text{(III-32)}$$

La détermination de l'extension du domaine de calcul étant réalisée dans le code à chaque pas de temps afin de mettre à jour adéquatement les conditions limites internes, la taille de la frange de mailles sèches inclue au domaine de calcul est par défaut de un dans toutes les directions de propagation. Néanmoins, afin de rester ouvert à toute utilisation d'autres schémas d'intégration temporelle et de ne pas borner inutilement la valeur du pas de temps admissible dans certains cas spécifiques, la taille de la frange a été implémentée comme un paramètre accessible à l'utilisateur le cas échéant.

La frange est par contre limitée dans le cas où une maille sèche présente un niveau topographique supérieur à la surface libre de la maille mouillée adjacente. De ce fait, indépendamment de considérations sur la charge contenue dans l'écoulement d'une maille, le domaine ne peut être étendu dans une direction que pour autant qu'il y ait débordement des mailles mouillées sur les mailles sèches.

III.5.2.2 Propagation d'une onde unidimensionnelle sur fond sec et lisse

Le calcul d'une rupture de barrage instantanée sur fond sec a été résolu analytiquement pour la première fois par Ritter (cité dans [100, 107]) dans le cas d'une propagation sur fond lisse. Il a ensuite été complété par Dressler [37] et Whitham [163] qui ont intégré les effets de frottement sur le fond. Le premier cas a été envisagé ici pour valider la méthode choisie de prise en compte de la transition entre zones sèches et zones humides ainsi que la détermination concomitante de l'extension du domaine de calcul. Le second cas apparaît dans le paragraphe suivant consacré au traitement des termes sources (§ III.5.3). Il convient de noter que les deux solutions analytiques citées ci-dessus ont été établies sous l'hypothèse des eaux peu profondes, c'est-à-dire avec des vitesses perpendiculaires négligeables par rapport aux vitesses dans le plan préférentiel d'écoulement. De là, la distribution de pression sur la lame fluide est hydrostatique. Ces hypothèses sont les mêmes que celles à la base du modèle

[18] Pour les schémas de type RK2*N* et RK3*N* couramment utilisés au HACH, R_λ reste inférieur à 2 et la distance de propagation d'une onde sur un pas de temps reste donc limitée à une maille du domaine. Pour certains schémas $\mathrm{RK4}N$, R_λ peut dépasser 2 et conduire dès lors à une distance de propagation supérieure, mais leur utilisation pratique reste marginale.

hydrodynamique utilisé dans WOLF2D (§ II.2.4). Par ailleurs, des essais expérimentaux ont confirmé la bonne approximation de la solution analytique de Ritter [23].

On a considéré un canal unidimensionnel à fond horizontal et lisse (coefficient de frottement de Manning égal à 0) de 20 m de long. A l'instant initial, un paquet d'eau présentant une hauteur de 50 cm sur les sept premiers mètres du canal est libéré instantanément. La simulation numérique à l'aide de WOLF2D a été réalisée en utilisant 2000 mailles carrées de 1 cm de coté afin de modéliser une tranche du canal de largeur unitaire. Aucun frottement de bord n'a été pris en considération.

Un schéma d'intégration temporelle RK31 a été utilisé avec un nombre de Courant maximal de 0,4 ou 0,1. La sensibilité des résultats en fonction de ce paramètre est très faible. La nouvelle et l'ancienne technique de prise en compte des zones sèches ont été testées, de même que la reconstruction constante ou linéaire limitée des variables.

Les résultats ont été comparés à la solution analytique de Ritter (Annexe B) sur les trois premières secondes de la propagation.

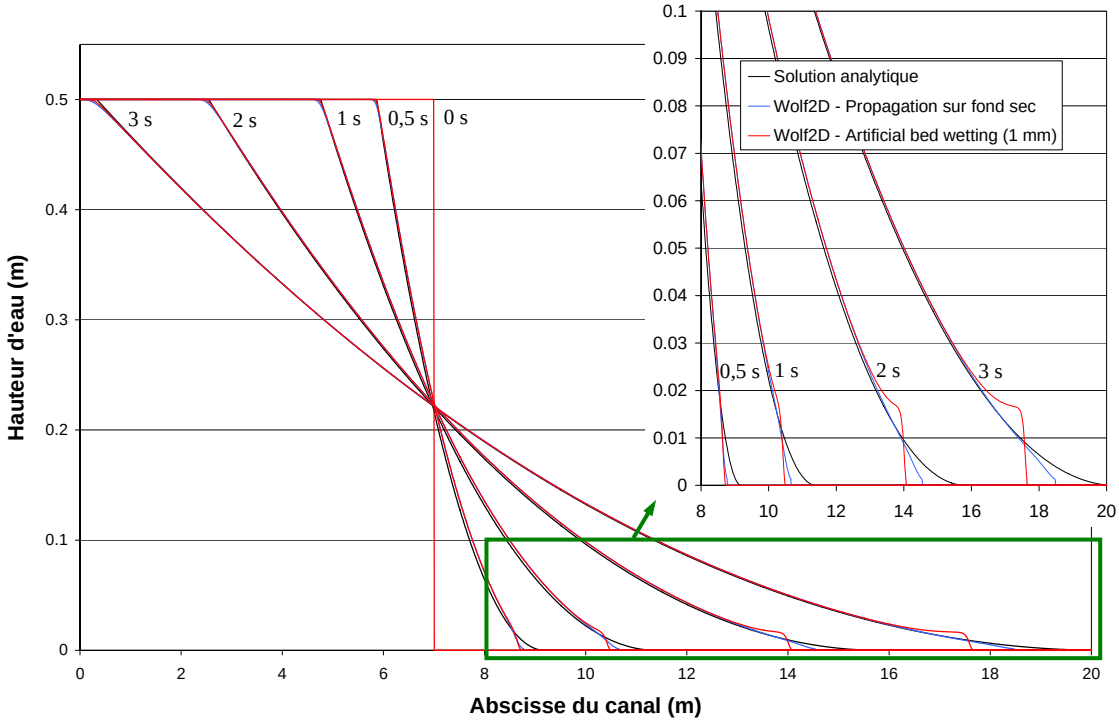


Figure III-24 : Lignes d'eau analytique et numériques dans le canal après 0, 0.5, 1, 2 et 3 s de propagation - Comparaison de la propagation sur fond sec et de la technique *artificial bed wetting*

Dans tous les cas, l'articulation des courbes définissant la surface libre de l'écoulement aux différents instants s'effectue parfaitement autour de la hauteur critique au droit de la position initiale du front.

On constate tout d'abord que la nouvelle proposition de traitement des zones sèches et d'extension du maillage conduit à de meilleurs résultats en termes de vitesse de propagation du front que la technique employée par Mouzelard [100] (hauteur artificielle de 1 mm). Il en va de même des hauteurs d'eau près du front d'onde qui sont beaucoup mieux évaluées par la nouvelle technique.

Par ailleurs, d'autres tests montrent qu'il n'y a aucune influence de la taille de la frange devant le front, si ce n'est la variation du nombre de mailles calculées.

Dans un second temps, la reconstruction linéaire des variables démontre sa supériorité en produisant des résultats excellents au détriment d'un temps de calcul majoré. La limitation des variables a très simplement été réalisée en bornant les variables reconstruites dans l'intervalle

défini par la valeur des inconnues aux nœuds voisins. Ce limiteur porte le nom de limiteur minmod [79].

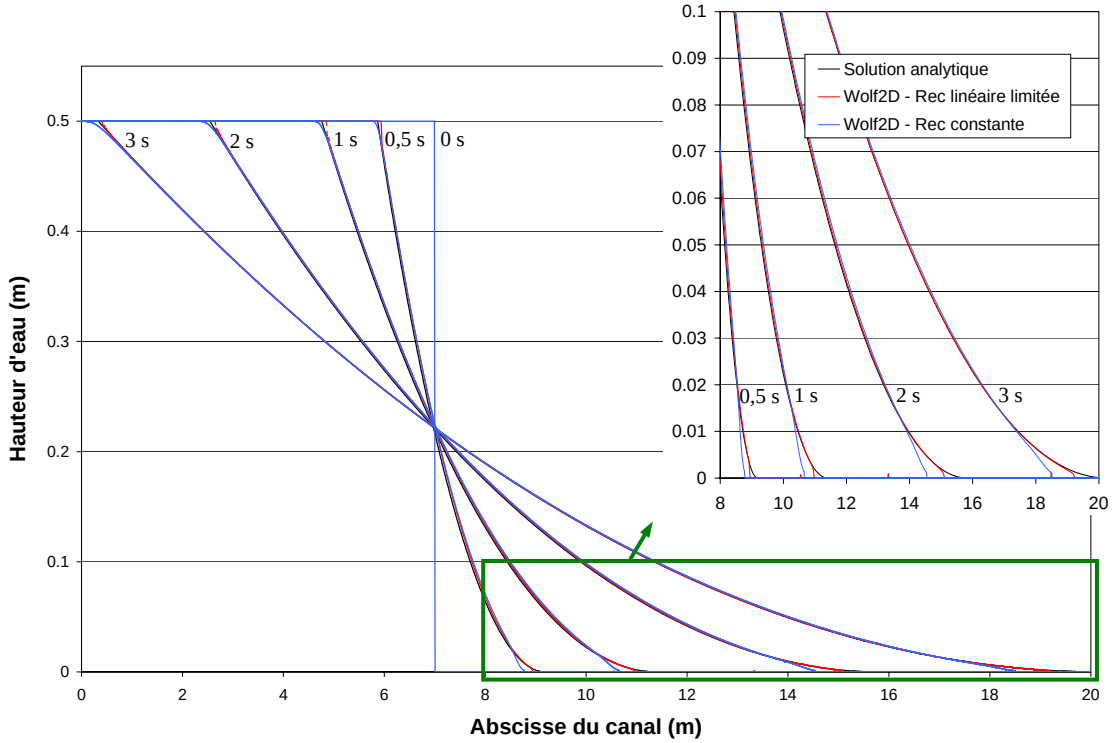


Figure III-25 : Lignes d'eau analytique et numériques dans le canal après 0, 0.5, 1, 2 et 3 s de propagation - Comparaison de la reconstruction constante et linéaire

III.5.2.3 Propagation d'une onde dans un canal bidimensionnel rugueux

Le second cas de validation de la méthode de détermination du domaine de calcul concerne la modélisation de l'onde bidimensionnelle consécutive à la rupture d'un ouvrage en amont d'un canal à section idéalisée et qui présente un tournant à 90°. Il n'y a pas de solution analytique à ce cas test, tout comme d'ailleurs pour toutes les applications purement bidimensionnelles, c'est-à-dire qui ne représentent pas un écoulement unidimensionnel que ce soit selon un axe principal ou par symétrie de révolution. Néanmoins, les études expérimentales qui proposent toute une série de tests bidimensionnels intéressants de par les données de validation qui les accompagnent, sont nombreuses.

Le cas test abordé ici fait partie de ces dernières. Il a été mis au point dans le cadre du programme européen CADAM[19] [98] dont le but était de valider, dans des cas présentant des aspects bidimensionnels marqués, des codes de calcul d'ondes de rupture consécutives à la rupture de barrages développés par différentes équipes de recherche.

Le schéma de l'installation réalisée à l'Université Catholique de Louvain est synthétisé sur la Figure III-26 [150]. Le modèle se compose d'une retenue amont carrée séparée d'un canal en aval par une vanne guillotine dont l'effacement rapide représente le plus fidèlement possible la rupture instantanée d'un barrage. L'eau se propage dans le canal sec à fond plat qui présente un coude brusque à 90° et se termine par un déversoir. Une marche topographique de 33 cm sépare le réservoir de l'entrée du canal.

Le coefficient de frottement de Manning a été mesuré sur l'installation pour des écoulements stationnaires à une valeur de 0,0095 $s/m^{1/3}$ sur le fond et 0,0195 $s/m^{1/3}$ sur les parois verticales [150]. Néanmoins, de par l'inconnue qui subsiste sur la forme des lois de frottement utilisées

[19] CADAM = *Concerted Action on DAm-break Modelling*

pour établir ces valeurs, notamment en ce qui concerne le frottement de bord, les coefficients de frottement sont considérés comme des paramètres du calcul. Il est plus intéressant de savoir que le fond du canal est en acier et les parois en verre, donc deux matériaux extrêmement lisses.

L'installation est équipée de six jauges qui enregistrent la hauteur d'eau durant 20 secondes avec une fréquence de 0,1 secondes.

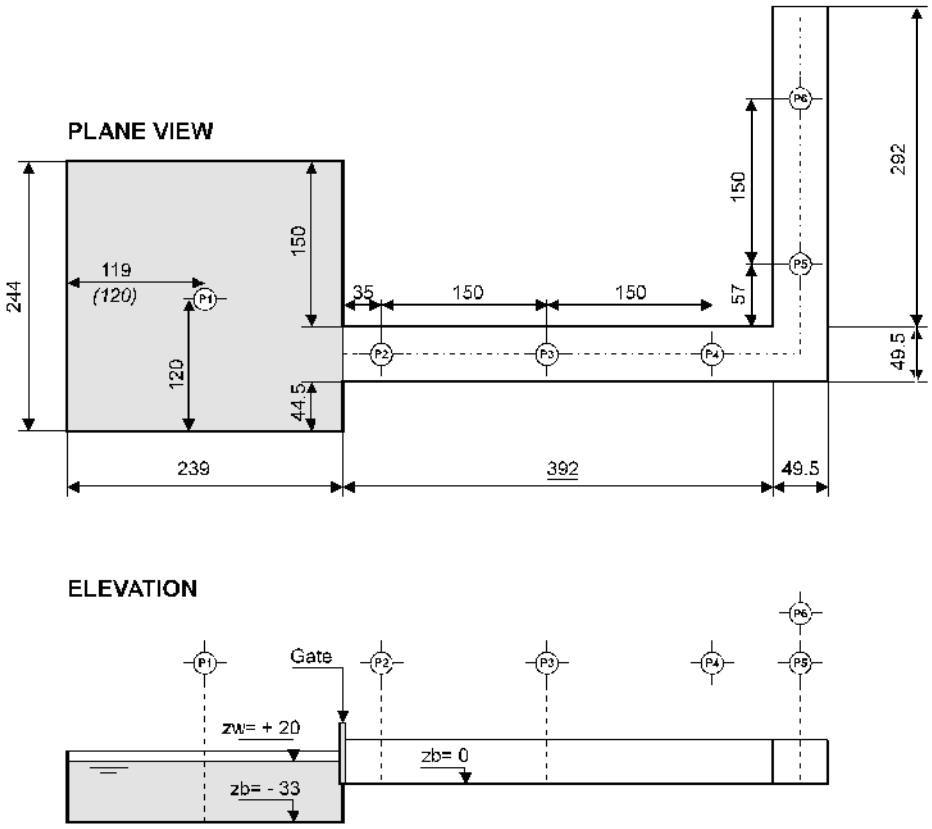


Figure III-26 : Schéma de l'installation expérimentale et positionnement des jauges d'acquisition des hauteurs [150] (dimensions en cm)

La modélisation numérique se base sur un maillage régulier de +/- 24 000 mailles carrées de 2 cm de coté. Les dimensions données à la Figure III-26 ont dû être légèrement adaptées ; le canal présente dans le modèle numérique une largeur de 50 cm. Cette approximation est négligeable en regard des phénomènes hydrodynamiques extrêmes à modéliser.

Les seules inconnues du problème sont les coefficients de frottement du canal. La loi utilisée dans WOLF2D pour cette simulation est la loi de frottement originale développée au HACH à partir de la loi de Manning en incluant l'effet des parois latérales [33]. Elle exprime les termes de frottement dans les équations de quantité de mouvement intégrées sur la hauteur (II-6) et (II-7) sous la forme :

$$J_x = u\left[\sqrt{u^2+v^2}\,\frac{n_b^2}{h^{4/3}} + u\sum_{k_x=1}^{N_x}\frac{4}{3}\frac{n_w^2}{h^{1/3}\Delta y}\right] \text{ et } J_y = v\left[\sqrt{u^2+v^2}\,\frac{n_b^2}{h^{4/3}} + v\sum_{k_y=1}^{N_y}\frac{4}{3}\frac{n_w^2}{h^{1/3}\Delta x}\right] \qquad \text{(III-33)}$$

avec n_b et n_w le coefficient de frottement de Manning caractérisant le matériau constituant respectivement le fond et les bords, N_x et N_y le nombre de parois latérales frottantes bordant le volume de contrôle, respectivement parallèles à l'axe *ox* et *oy*, et Δx et Δy la taille du maillage selon les deux axes de discrétisation (égaux en pratique dans le code de calcul). Un coefficient

de frottement identique pour le fond et les parois, égal à 0,006 $s/m^{1/3}$, a été choisi après quelques essais. Il est en accord avec la nature lisse des parois.

Un schéma RK31 explicite avec un nombre de Courant égal à 0,4 a été utilisé dans la simulation.

Les résultats relatifs à la propagation de l'onde sur fond sec sont présentés à la Figure III-27 pour différentes jauges successives et pour les 20 premières secondes de propagation.

Les courbes montrent une propagation de l'onde de rupture très bien reproduite, que ce soit avant ou après le coude, avec un déphasage entre résultats expérimentaux et numériques qui ne dépasse pas la demi-seconde, ce qui valide la méthode d'extension du maillage.

Les hauteurs d'eau et leurs variations instantanées sont également fort bien représentées, ce qui valide de façon générale le modèle mathématique implémenté dans WOLF2D.

Le temps nécessaire à la simulation a été dans ce cas de 5 806 secondes, le nombre de mailles de calcul évoluant progressivement de 14 785 à 23 965 au gré de la propagation de l'onde dans le canal.

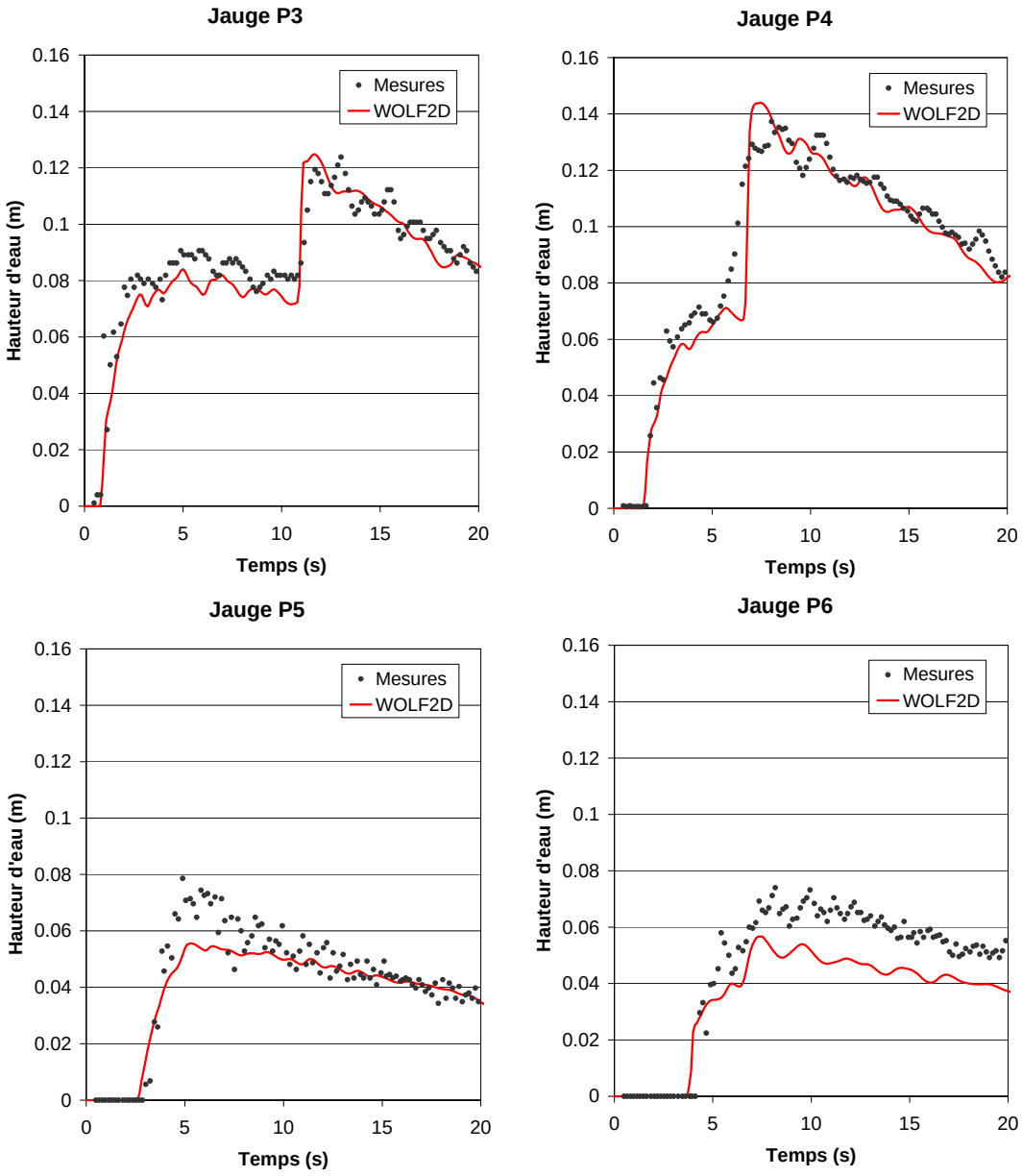


Figure III-27 : Résultats expérimentaux et numériques de la propagation du front dans le canal avant (P3 et P4) et après le coude (P5 et P6)

III.5.3 Traitement des termes sources de pente de fond et de frottement

III.5.3.1 Généralités

Le traitement des termes sources a toujours représenté un défi majeur dans la mise au point d'un code hydrodynamique efficient. Même s'il est couramment estimé, en mécanique des fluides, qu'un schéma centré est le plus approprié pour leur discrétisation, on peut montrer que ce n'est pas toujours le cas, en particulier en hydraulique à surface libre [100, 157]. L'utilisation abusive de cette technique peut conduire, si pas à l'instabilité du calcul, du moins à des erreurs sur l'évaluation de certaines grandeurs gouvernant le phénomène étudié. En réalité, l'analyse et l'évaluation numérique des termes sources doivent toujours être envisagées au cas par cas, et souvent à la lumière du schéma choisi pour la discrétisation des autres termes des équations.

Parmi les termes sources classiques en hydrodynamique, les termes de pente de fond et de frottement sont certainement les plus importants. Ils jouent un rôle primordial pour toute simulation d'écoulements à surface libre dans des conditions réelles. La pente de fond, associée à la hauteur d'eau pour définir la pente de surface, est le moteur du mouvement. Les frottements représentent quant à eux la principale perte d'énergie du système et conditionnent de ce fait directement les résultats.

Les autres termes sources qui nous intéressent particulièrement sont les termes diffusifs, liés à la perte d'énergie diffuse principalement par turbulence dans les fluides peu visqueux. Ils seront analysés dans un chapitre spécifique au vu de la quantité importante de développements que nécessite la mise au point d'un modèle de turbulence adapté aux équations intégrées sur la hauteur (Chap. IV).

Les termes liés à l'effet de la rotation de la Terre (termes de Coriolis) sont négligeables dans les applications courantes d'écoulement en rivières mais peuvent jouer un rôle important pour des simulations à très grande échelle ou des applications fortement idéalisées, parfois envisagées en laboratoire. Ils sont potentiellement pris en compte dans WOLF2D [100].

Enfin, d'autres termes peuvent être nécessaires pour certaines applications spécifiques comme ceux relatifs à l'apport ou à la perte de débit par le fond ou la surface libre, ceux traduisant l'existence de forces extérieures, comme un forcing pour modéliser l'effet d'un bateau ou l'impact d'un jet par exemple… Certains ont été utilisés dans ce travail et seront dès lors présentés au moment opportun, mais sans pour autant faire l'objet de développements détaillés puisqu'ils n'ont pas été mis au point spécifiquement dans le cadre de cette recherche doctorale. Toutes les informations nécessaires à leur bonne compréhension sont largement détaillées dans les autres ouvrages présentant les logiciels de la suite WOLF [6, 33, 100].

Dans ce paragraphe, nous allons nous focaliser sur les termes de pentes de fond et de frottement et analyser la façon dont ils apparaissent numériquement dans les équations afin de bien saisir leur impact et tenter de définir au mieux la façon dont ils doivent être discrétisés. Ces développements complètent ceux du paragraphe III.2.3 sur le comportement théorique des modèles hydrodynamiques en présence de discontinuités topographiques, en abordant les mêmes problèmes sous l'angle de la résolution numérique, et donc en tenant compte des effets liés à la discrétisation des équations et à l'imposition des conditions aux limites.

III.5.3.2 Première approche pour le terme de pente de fond – Plan d'eau au repos

Dans le cas d'un plan d'eau au repos, les équations hydrodynamiques se simplifient puisque seuls subsistent les termes de pression et de pente de fond. Néanmoins, ce cas simple n'est pas si évident à résoudre en pratique si l'on se réfère à l'abondante littérature sur le sujet [2, 105, 149].

L'équation de quantité de mouvement instantanée selon *ox* du paragraphe II.2.4 s'écrit dans ce cas et pour une inclinaison faible de l'axe *oz* sur la verticale :

$$\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x} = -g\hat{h}\frac{\partial z_b}{\partial x} \qquad \text{(III-34)}$$

Pour que l'état du fluide soit stable, la dérivée temporelle doit être nulle, ce qui signifie que les deux autres termes de l'équation doivent être égaux.

La signification physique de cette constatation est simple. L'hydrodynamique des écoulements de surface est essentiellement gouvernée par la pente de surface libre, nous l'avons déjà dit, combinaison du différentiel de hauteur d'eau et de la pente de fond. Pour un plan d'eau au repos, cette pente est nulle. La première partie du terme est modélisée au travers de la pression hydrostatique, dont le bilan est le second terme du membre de gauche de (III-34). C'est un terme convectif pur qui a fait l'objet d'une étude approfondie au HACH pour définir son décentrement adéquat (§ II.3.9.1 et [100]). La seconde partie est la dérivée de l'altitude du fond présente dans le terme source de (III-34). Même si cette dernière, en l'absence de topographie mobile, ne représente pas une variable du problème et que donc sa dérivée ne constitue pas un terme convectif au sens strict, sa contribution à la pente de surface nous oblige à la discrétiser en accord avec le terme advectif pour correctement représenter la physique des phénomènes étudiés. Il en va de même du terme de hauteur $\hat{h}$ qui multiplie la dérivée du fond. Il doit trouver son pendant dans la discrétisation du terme de pression.

En conclusion, la résolution de (III-34) pour un plan d'eau au repos implique que la contribution liée à la pente de fond doit contrebalancer exactement le bilan de pression hydrostatique sur les faces du volume de contrôle afin de traduire l'horizontalité de la surface libre.

Mouzelard [100] définit une expression discrétisée du terme source de (III-34) en accord avec le splitting de WOLF, et à même de conserver la surface libre horizontale. Cette formulation, unidirectionnelle, est étroitement liée au décentrement choisi pour les termes convectifs.

Considérons le schéma ci-dessous d'un plan d'eau au repos discrétisé par des volumes finis dont les centres de gravité sont désignés par *i-1*, *i* et *i+1*. La résolution de l'équation (III-34) sur ce maillage implique le calcul au niveau des bords des volumes de contrôle des flux intervenant dans les différents termes de dérivée. Ils doivent être évalués en *i-1/2* et *i+1/2* pour la maille *i*.

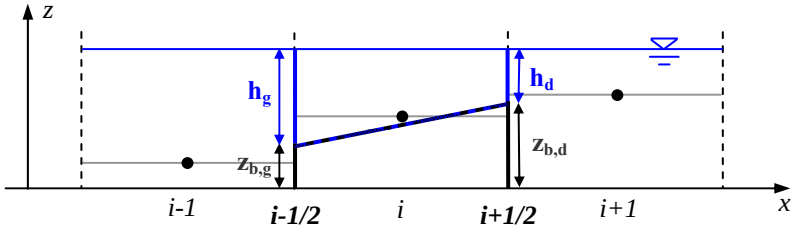


Figure III-28 : Plan d'eau au repos et maillage volume fini unidirectionnel

Il apparaît immédiatement que pour autant que les flux de hauteur et de pente de fond soient évalués avec le même décentrement, la valeur du bilan de hauteur d'eau pour une maille *i* est égale mais de signe opposé à celle du bilan de la pente de fond. De ce fait, la discrétisation suivante du terme $\hat{h}$ permet de remplir l'ensemble des conditions recherchées puisque le quotient des termes de dérivée de hauteur et de pente de fond vaut moins l'unité :

$$\hat{h} = \frac{\frac{1}{2}\overline{\frac{\partial h^2}{\partial x}}}{\overline{\frac{\partial h}{\partial x}}} \tag{III-35}$$

Si l'on utilise pour l'évaluation des dérivées de hauteur d'eau et de pente de fond le même décentrement aval que pour le terme de pression, (III-35) se simplifie en une hauteur moyenne décentrée en aval et le terme source de pente de fond s'écrit de façon discrétisée et en reconstruction constante :

$$g\hat{h}\frac{\partial z_b}{\partial x} = g\,\frac{1}{2}\frac{h_{i+1}^2 - h_i^2}{h_{i+1} - h_i}\frac{z_{b,i+1} - z_{b,i}}{\Delta x} = g\,\frac{h_{i+1} + h_i}{2}\frac{z_{b,i+1} - z_{b,i}}{\Delta x} \tag{III-36}$$

Cette approche remplit les conditions de compatibilité numérique définies par Nujic [105] pour assurer la stabilité du plan d'eau en l'absence de débit. Sa formulation finale est identique à celle obtenue par une approche type « hydrostatique » ou « latéralisation des flux » décrite par Soares [149] et Audusse [10].

L'expression du terme de hauteur dans (III-36) est similaire à celle préconisée pour limiter les variations d'énergie dans l'analyse théorique du comportement des modèles en présence d'une discontinuité topographie (§ III.2.3).

Même si la formulation est unidirectionnelle, elle peut être utilisée telle quelle dans les modèles 2D présentés au paragraphe II.2.4 puisque chacune des équations de conservation de la quantité de mouvement ne fait intervenir les effets de pression et de pente de fond que selon la direction d'écoulement qu'elle représente. Sa forme, extrêmement dépouillée, profite avantageusement de la simplicité du schéma de discrétisation utilisé.

Le même raisonnement peut être mené lorsque l'axe préférentiel d'écoulement est suffisamment incliné sur l'horizontale pour que la composante dans sa direction de l'accélération de la pesanteur ne soit plus négligeable. Le terme multipliant l'effet de la pente de fond dans les équations de quantité de mouvement est alors identique à (III-35).

Mouzelard [100] signale cependant dans sa thèse que l'approche ci-dessus constitue une condition nécessaire mais non suffisante à la discrétisation adéquate du terme source de pente de fond en hydrodynamique des écoulements à surface libre. En effet, elle n'a été établie que pour satisfaire à la situation d'un plan d'eau au repos, et ne tient donc pas compte des effets cinétiques.

III.5.3.3 Extension et analyse dans le cas d'un fluide en mouvement

Le cas d'un fluide en mouvement sur une marche topographique comprise entre deux tronçons horizontaux d'un canal sans frottement a été abondamment discuté au paragraphe III.2 sur base de la formulation analytique des modèles mathématiques disponibles.

La même démarche peut être appliquée à l'étude de la solution fournie par le système d'équations discrétisé tel qu'il est résolu numériquement dans les codes de calcul. Par la discrétisation des différents termes et la prise en compte des conditions aux limites, des différences de comportement apparaissent. Nous nous proposons de les analyser ici.

Comme précédemment, nous allons aborder successivement le problème sous l'angle de la conservation de l'énergie puis de la quantité de mouvement du fluide. Dans le second cas, la discrétisation du terme non conservatif de pente de fond proposée par Mouzelard et rappelée ci-dessus sera employée.

Conservation de l'énergie

Considérons une discontinuité topographique Δz_b au sein d'un écoulement à débit spécifique q dans un canal horizontal et lisse (Figure III-29). La hauteur d'eau respectivement en amont et en aval de la marche est désignée par h_{am} et h_{av}.

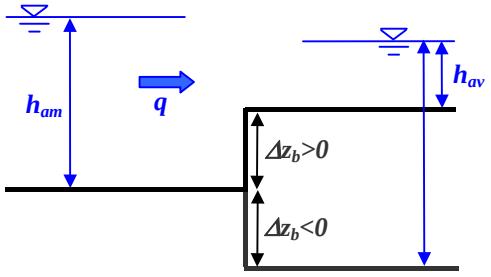


Figure III-29 : Ecoulement sur une marche topographique

Les hauteurs d'eau dans le canal de part et d'autre de la marche sont constantes puisque aussi bien la pente de fond que le frottement sont nuls. Il en va de même des vitesses d'écoulement puisque par continuité le débit est identique en tout point. On peut donc écrire le système suivant qui exprime la conservation de l'énergie entre l'amont et l'aval de l'écoulement sur la marche :

$$\frac{q^2}{2gh_{am}^2} + h_{am} = \frac{q^2}{2gh_{av}^2} + h_{av} + \Delta z_b \qquad \text{(III-37)}$$

Cette équation n'est strictement valable que pour un écoulement continu, c'est-à-dire en l'absence de changement de régime brusque.

Se fixant une valeur de h_{am}, on peut déduire de (III-37) la hauteur aval correspondante. Pour ce faire, les paramètres adimensionnels suivant ont été définis :

$$Fr_{am} = \sqrt{\frac{q^2}{gh_{am}^3}}\ ,\ h^* = \frac{h_{av}}{h_{am}} \text{ et } \Delta z_b^* = \frac{\Delta z_b}{h_{am}} \qquad \text{(III-38)}$$

Fr_{am} désigne le Froude de l'écoulement en amont de la marche, h^* le quotient des hauteurs d'eau aval et amont et Δz_b^* une hauteur de marche relative par rapport à l'écoulement amont. (III-37) devient, tous calculs faits :

$$h^{*3} - h^{*2}\left(\frac{Fr_{am}^2}{2} + 1 - \Delta z_b^*\right) + \frac{Fr_{am}^2}{2} = 0 \qquad \text{(III-39)}$$

(III-39) possède plusieurs racines pour h^* dont deux sont positives et donc possibles a priori.

On peut ici faire l'analogie avec la relation de choc définissant un changement de régime d'écoulement (ressaut) qui montre que pour un débit donné, deux hauteurs d'eau conduisent à la même quantité de mouvement du système et sont donc solutions du système (§ III.2.2). Ici, le choc n'est pas provoqué par le changement de régime mais par la discontinuité topographique.

Dans ce cas de figure, une seule racine assure cependant la continuité du régime d'écoulement de part et d'autre de la marche et est donc correcte. Le passage d'un écoulement supercritique à un écoulement infracritique induirait la présence d'un ressaut dont on sait qu'il est le siège d'une dissipation d'énergie ce qui rend (III-37) inapplicable. A l'inverse, l'accélération de l'écoulement induisant un passage d'un régime infracritique à supercritique sur la marche

conduit à l'apparition au niveau du seuil d'une section de contrôle. Dans ce cas de figure, l'amont du système décrit à la Figure III-29 est totalement conditionné par l'aval avec un Froude de l'écoulement au droit du seuil au plus égal à l'unité.

Finalement, le graphe ci-dessous (Figure III-30) fournit les solutions physiques de (III-39) au départ d'un écoulement amont défini par son nombre de Froude, pour le passage sur une marche topographique d'amplitude donnée.

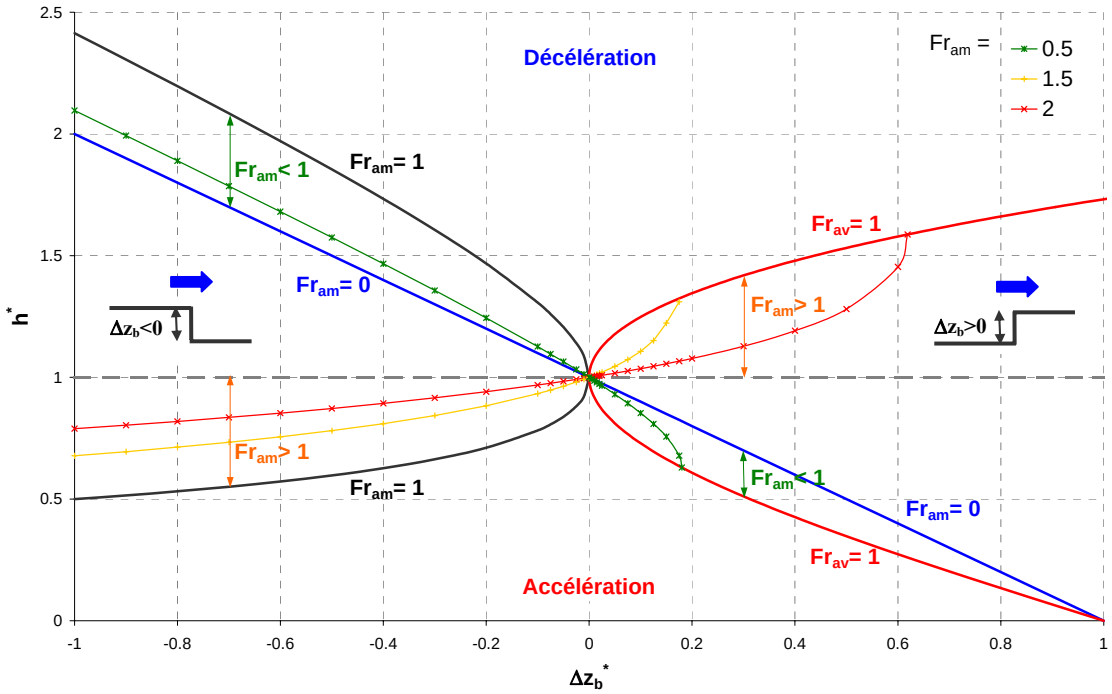


Figure III-30 : Caractérisation hydrodynamique d'un écoulement au passage d'une marche topographique - Conservation de l'énergie

La courbe en bleu ($Fr_{am}=0$) traduit l'absence d'écoulement et donc la conservation de la surface libre de part et d'autre de la marche.

La courbe en noir ($Fr_{am}=1$) représente la limite des régimes d'écoulement infracritique (partie haute) et supercritique (partie basse) pour un abaissement du fond. Elle n'existe pas pour un rehaussement du fond. En effet, un écoulement amont juste critique possède une énergie minimale pour un débit donné. En conséquence, il est impossible de franchir quelle que marche topographique positive que ce soit à énergie constante. Pour des rehaussements du fond, on a par contre la courbe rouge ($Fr_{av}=1$) qui délimite la zone au-delà de laquelle l'énergie en aval de la marche ne peut plus diminuer pour rencontrer celle d'un écoulement sur un fond à une altitude plus basse.

On note que pour un Froude amont infini, la courbe correspondante sur la Figure III-30 pour la solution de (III-39) serait une droite en $h^*=1$. L'énergie cinétique de l'écoulement est telle que la variation induite par une marche topographique quelle qu'elle soit est négligeable.

De façon générale, les courbes de la partie haute du graphe représentent une décélération de l'écoulement de l'amont vers l'aval, les courbes en bas, une accélération. On retrouve les conclusions classiques de ce genre de problème qui stipulent qu'un écoulement infracritique est décéléré par un abaissement du fond et accéléré par un rehaussement, l'inverse apparaissant pour un écoulement supercritique.

En l'absence de marche topographique, l'écoulement est identique en amont et en aval pour tout régime et tout Fr_{am}.

En plus des considérations précédentes sur le régime d'écoulement, une autre limitation du graphe pourrait être posée sur base de l'amplitude de la discontinuité topographique par rapport à la hauteur d'eau. Une hauteur de marche relative Δz_b^* supérieure à 1 implique que la surface libre de l'écoulement amont est inférieure au sommet de la marche. De même, un Δz_b^* inférieur à l'opposé de h^* traduit une hauteur aval plus faible que l'amplitude de l'abaissement du fond. Au-delà de ces limites, c'est donc le modèle proposé qui n'est plus valable.

Même s'ils sont présentés sous une autre forme, ces développements qui analysent la solution numérique du système basé sur les équations de conservation de l'énergie, sont identiques à ceux proposés au paragraphe III.2.3. En effet, grâce à la formulation conservative de l'équation sous sa forme unidimensionnelle, y compris pour le terme de pente de fond, sa résolution numérique conduit à des résultats tout à fait identiques à sa solution analytique, que la condition limite de hauteur du problème soit imposée en aval (infracritique) ou en amont (supercritique). Il n'en est pas de même pour l'approche basée sur la conservation de la quantité de mouvement.

Conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement unidimensionnelle s'écrit, à la stabilisation :

$$\frac{\partial \frac{q^2}{h}}{\partial x} + \frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x} = -g\hat{h}\frac{\partial z_b}{\partial x} \qquad \text{(III-40)}$$

Ce modèle est non-conservatif par rapport à la topographie du fond. Il ne peut donc pas être appliqué stricto senso au cas de la Figure III-29 qui présente une discontinuité topographique. Néanmoins, nous pouvons résoudre numériquement les équations de part et d'autre de la marche dans une discrétisation à l'aide de mailles régulières (Figure III-31), l'effet topographique apparaissant comme une pente de fond d'une des mailles suivant le schéma choisi. En utilisant le schéma de discrétisation développé pour WOLF (§ II.3.9.1), elle apparaît sur la maille 2 qui présente donc un terme source non nul.

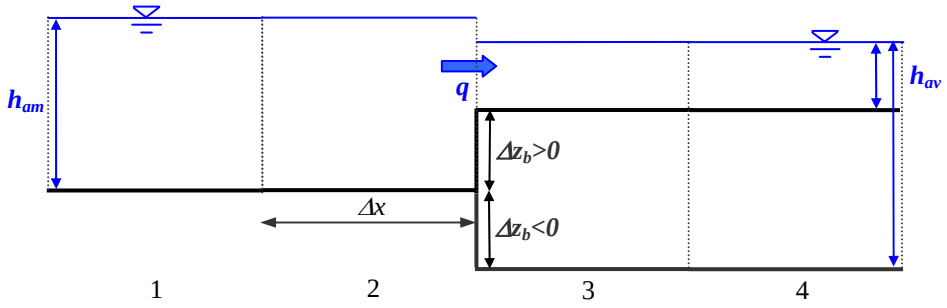


Figure III-31 : Discrétisation de la marche topographique par volumes finis

L'équation de conservation de la quantité de mouvement (III-40) discrétisée s'écrit pour une maille *i*, en utilisant la discrétisation de Mouzelard (III-36) pour le terme de pente de fond :

$$\frac{\left(\frac{q_i^2}{h_i} - \frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}}\right)}{\Delta x} + \frac{g}{2}\frac{\left(h_{i+1}^2 - h_i^2\right)}{\Delta x} = -g\frac{h_{i+1}+h_i}{2}\frac{\left(z_{i+1}-z_i\right)}{\Delta x} \qquad \text{(III-41)}$$

Le débit est, dans tous les cas, imposé comme condition limite en amont du système. Par l'équation de continuité, il est égal dans toutes les mailles.

En **écoulement infracritique**, une condition limite de hauteur d'eau est également imposée en aval du système. Par conséquent, en amont, la hauteur d'eau provient du domaine de calcul :

$$h_{am} = h_1 \tag{III-42}$$

et l'équation (III-41) écrite pour la maille 1 implique :

$$h_2 = h_1 = h_{am} \tag{III-43}$$

Pour la maille 2, l'équation s'écrit :

$$\left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1}\right) + \frac{g}{2}\left(h_3^2 - h_2^2\right) = -g\,\frac{h_3 + h_2}{2}\Delta z_b \tag{III-44}$$

et en utilisant (III-43) on trouve :

$$h_2 = h_3 + \Delta z_b \tag{III-45}$$

qui traduit l'horizontalité de la surface libre de part et d'autre de la marche.
Depuis l'aval, on a pour la maille 4 :

$$q^2\left(\frac{1}{h_{av}} - \frac{1}{h_3}\right) + \frac{g}{2}\left(h_{av}^2 - h_4^2\right) = 0 \Rightarrow \frac{g}{2}h_4^2 = q^2\left(\frac{1}{h_{av}} - \frac{1}{h_3}\right) + \frac{g}{2}h_{av}^2 \tag{III-46}$$

et pour la maille 3 :

$$q^2\left(\frac{1}{h_3} - \frac{1}{h_2}\right) + \frac{g}{2}\left(h_4^2 - h_3^2\right) = 0 \tag{III-47}$$

En introduisant (III-46) dans (III-47) on trouve :

$$q^2\left(\frac{1}{h_{av}} - \frac{1}{h_2}\right) + \frac{g}{2}\left(h_{av}^2 - h_3^2\right) = 0 \tag{III-48}$$

Finalement, le système à analyser se résume à l'équation obtenue en introduisant (III-45) et (III-43) dans (III-48) afin de ne conserver que les valeurs de hauteur aval et amont :

$$q^2\left(\frac{1}{h_{av}} - \frac{1}{h_{am}}\right) + \frac{g}{2}\left[h_{av}^2 - \left(h_{am} - \Delta z_b\right)^2\right] = 0 \tag{III-49}$$

Elle peut se réécrire pour retrouver une forme semblable à (III-41) comme :

$$q^2\left(\frac{1}{h_{av}} - \frac{1}{h_{am}}\right) + \frac{g}{2}\left[h_{av}^2 - h_{am}^2\right] = -g\left(h_{am} - \frac{\Delta z_b}{2}\right)\Delta z_b \tag{III-50}$$

En utilisant (III-45), le terme source peut également s'écrire :

$$-g\frac{h_{am}+h_3}{2}\Delta z_b \tag{III-51}$$

Pour un écoulement infracritique dans un canal à fond horizontal et lisse, la résolution numérique des équations de conservation de la quantité de mouvement discrétisant un saut topographique localisé revient à résoudre la formulation discrétisée de (III-41) entre deux sections situées respectivement en amont et en aval de la simulation, avec un terme $\hat{h}$ égal à la moyenne des hauteurs d'eau de part et d'autre de la marche.

En **écoulement supercritique**, la condition limite de hauteur d'eau est par contre imposée en amont du système, comme le débit. Le même raisonnement que ci-dessus conduit, pour les mailles 3 et 4, à :

$$h_2 = h_3 = h_4 = h_{av} \tag{III-52}$$

Pour la maille 2, on a :

$$q^2\left(\frac{1}{h_2}-\frac{1}{h_1}\right)+\frac{g}{2}\left(h_3^2-h_2^2\right)=-g\frac{h_3+h_2}{2}\Delta z_b \tag{III-53}$$

qui devient, en utilisant (III-52) :

$$q^2\left(\frac{1}{h_{av}}-\frac{1}{h_1}\right)=-gh_{av}\Delta z_b \tag{III-54}$$

Pour la maille 1 :

$$q^2\left(\frac{1}{h_1}-\frac{1}{h_{am}}\right)+\frac{g}{2}\left(h_2^2-h_{am}^2\right)=0\Rightarrow\frac{q^2}{h_1}=\frac{q^2}{h_{am}}-\frac{g}{2}\left(h_2^2-h_{am}^2\right) \tag{III-55}$$

Finalement, (III-54) s'écrit en utilisant (III-55) et (III-52) :

$$q^2\left(\frac{1}{h_{av}}-\frac{1}{h_{am}}\right)+\frac{g}{2}\left(h_{av}^2-h_{am}^2\right)=-gh_{av}\Delta z_b \tag{III-56}$$

Pour un écoulement supercritique dans un canal à fond horizontal et lisse, la résolution numérique des équations de conservation de la quantité de mouvement discrétisant un saut topographique localisé revient à résoudre la formulation discrétisée de (III-41) entre deux sections situées respectivement en amont et en aval de la simulation avec un terme $\hat{h}$ égal à la hauteur en aval. Ce cas est donc différent du cas infracritique envisagé ci-avant, uniquement du fait de l'imposition des conditions limites.

Au vu de la constance de la hauteur d'eau dans les tronçons en amont et en aval de la marche topographique, les développements qui précèdent ne sont valables que si les conditions aux limites sont imposées comme valeurs des inconnues reconstruites sur un ou les deux cotés des bords extrêmes.

En faisant appel aux mêmes paramètres adimensionnels qu'au paragraphe précédent, (III-49) et (III-56) s'écrivent respectivement et tous calculs faits :

$$h^{*3} + h^{*}\Delta z_b^{*}\left(2 - \Delta z_b^{*}\right) - h^{*}\left(1 + 2Fr_{am}^{2}\right) + 2Fr_{am}^{2} = 0 \text{ pour } Fr_{am} \le 1 \quad \text{(III-57)}$$

$$h^{*3} + 2h^{*2}\Delta z_b^{*} - h^{*}\left(1 + 2Fr_{am}^{2}\right) + 2Fr_{am}^{2} = 0 \text{ pour } Fr_{am} \ge 1 \quad \text{(III-58)}$$

De nouveau, ces équations possèdent plusieurs racines en h^{*}. Toutes les solutions positives sont correctes dans ce cas, le système envisagé admettant des solutions discontinues. Uniquement celles assurant une conservation du régime d'écoulement de part et d'autre de la marche peuvent cependant être comparées aux résultats du modèle de conservation de l'énergie.

Les courbes de la Figure III-32 fournissent les solutions physiques de (III-57) et (III-58) pour un écoulement amont défini par son nombre de Froude passant sur une marche topographique d'amplitude relative donnée.

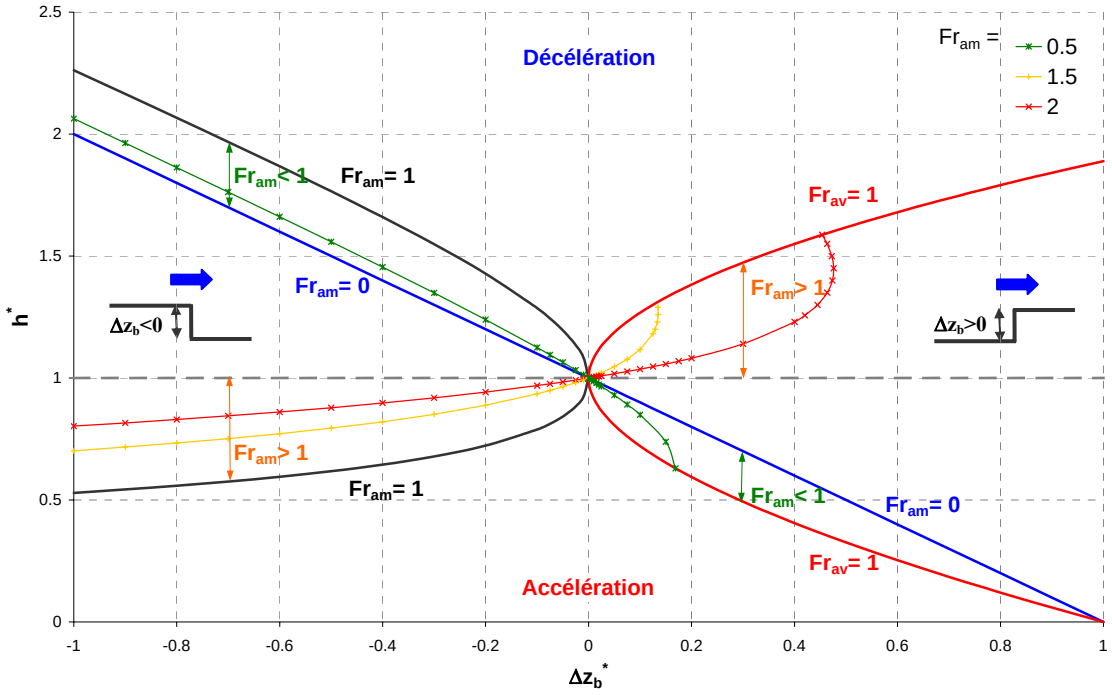


Figure III-32 : Caractérisation hydrodynamique d'un écoulement au passage d'une marche topographique - Conservation de la quantité de mouvement

Les courbes du graphe ci-dessus sont tout à fait semblables à celles de la Figure III-30, ce qui signifie que les deux modèles de conservation de l'énergie et de conservation de la quantité de mouvement fournissent des résultats similaires pour la modélisation d'un écoulement sur une marche topographique. Les courbes ne sont, par contre, pas exactement identiques et donc des différences existent entre les deux solutions.

La différence la plus importante est visible pour les courbes supercritiques sur une marche positive où l'on constate qu'en utilisant le modèle de conservation de la quantité de mouvement, pour une marche donnée, deux solutions physiques continues sont possibles pour l'écoulement aval. En d'autres termes, dans ce cas de figure, les deux racines positives de (III-58) induisent un écoulement supercritique en aval. Il n'y a donc pas de solution induisant la présence d'un ressaut.

Variation d'énergie des équations de conservation de la quantité de mouvement

La Figure III-33 ci-dessous synthétise les résultats des deux approches en termes de rapport des hauteurs d'eau $h^*=h_{av}/h_{am}$ de part et d'autre d'une marche topographique adimensionnelle $\Delta z_b^*=\Delta z_b/h_{am}$ et pour un écoulement défini par son Froude amont Fr_{am}.

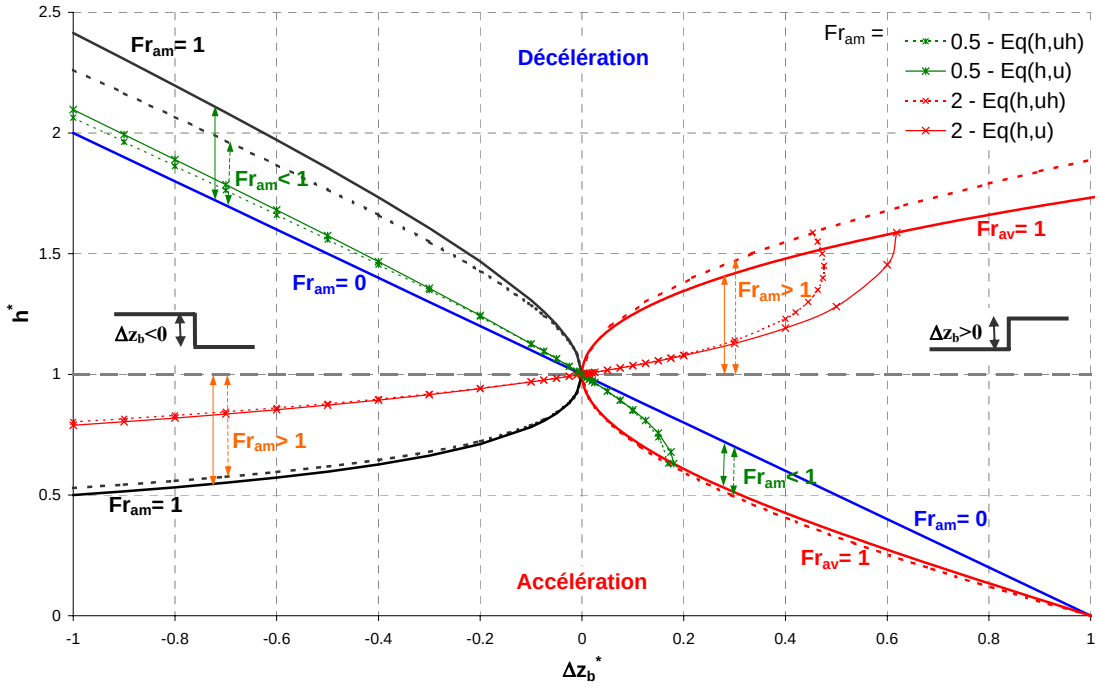


Figure III-33 : Solutions hydrodynamiques continues pour un écoulement sur une marche topographique par conservation de l'énergie (Eq(*h*,*u*)) et conservation de la quantité de mouvement (Eq(*h*,*uh*))

En l'absence de marche topographique, l'écoulement est identique en amont et en aval pour tout régime et tout Fr_{am} et quel que soit le modèle utilisé, ce qui confirme théoriquement les résultats du paragraphe précédent.

Dans les autres cas, à la lumière des décalages qui existent entre les courbes, il est évident que l'application à la simulation de l'écoulement sur une marche topographique du modèle de conservation de la quantité de mouvement implémenté dans WOLF2D induit des variations de l'énergie du fluide de part et d'autre de la marche. L'utilisation combinée de l'équation (III-37) avec (III-57) et (III-58) permet d'appréhender analytiquement cette variation d'énergie induite par l'application des équations de conservation de la quantité de mouvement.

Tous calculs faits, la variation relative d'énergie ΔE^*, définie comme le rapport à l'énergie amont de la différence d'énergie entre l'amont et l'aval, s'écrit :

$$\frac{\Delta E^*_{am-av}}{E^*_{am}} = \frac{\left(h^*-1\right)\left(h^*+\Delta z_b^*-1\right)\left[\left(h^*-1\right)^2-\left(h^*+1\right)\Delta z_b^*\right]}{h^*\left[h^{*3}-h^*\left(\Delta z_b^*-3\right)\left(\Delta z_b^*+1\right)-4\right]} \qquad \text{(III-59)}$$

$$\frac{\Delta E^*_{am-av}}{E^*_{am}} = \frac{\left(h^*-1\right)^2\left[\left(h^*-1\right)^2+2h^*\Delta z_b^*\right]}{h^*\left[h^*\left(3+h^{*2}+2h^*\Delta z_b^*\right)-4\right]} \qquad \text{(III-60)}$$

Les expressions sont bien identiques lorsque Δz_b^* est nul. Elles s'annulent dans ce cas pour h^* unitaire.

Graphiquement, (III-59) et (III-60) conduisent aux courbes de la Figure III-34 :

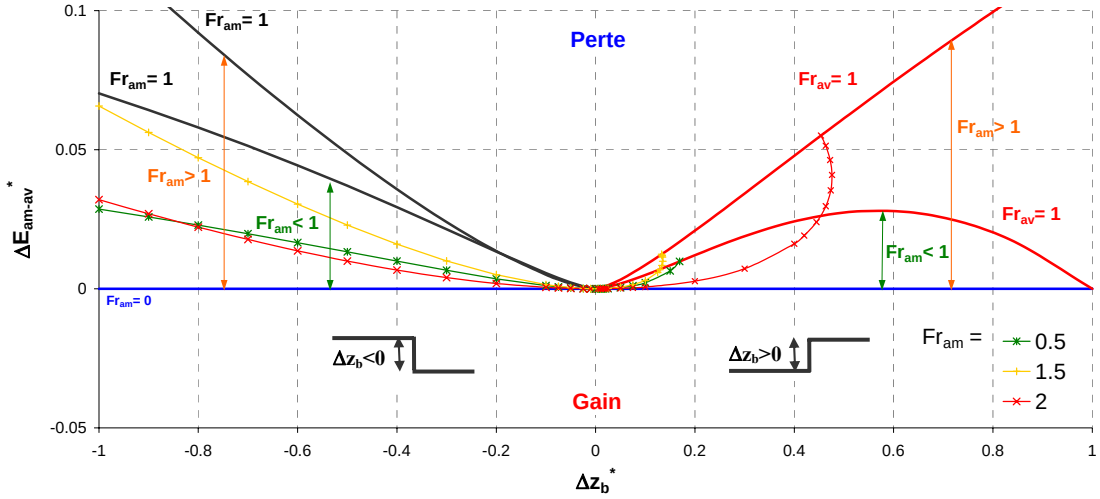


Figure III-34 : Pertes d'énergie relatives de part et d'autre d'une marche topographique induites par l'application du modèle de conservation de la quantité de mouvement implémenté dans WOLF2D

Il est intéressant de constater que dans la situation certes idéalisée d'une marche topographique dans un canal à fond horizontal, la variation d'énergie induite par le modèle basé sur la conservation de la quantité de mouvement implémenté dans WOLF2D est dans tous les cas une perte d'énergie de l'amont vers l'aval. Relativement faible en écoulement infracritique, elle est plus conséquente en écoulement supercritique pour atteindre les dix pourcents dans le cas de marches importantes.

Pour des variations du fond faibles et donc en accord avec les modèles mathématiques intégrés sur la hauteur tels ceux utilisés ici, la perte d'énergie reste limitée à quelques pourcents. Il est possible de prévoir analytiquement la valeur de la perte en utilisant les équations établies ci-dessus mais qui sont cependant uniquement valables pour une marche topographique isolée, localisée dans un canal à fond horizontal, et en l'absence de frottement, ce qui rend illusoire leur utilisation en pratique.

III.5.3.4 Approche originale pour la discrétisation du terme non-conservatif de pente de fond

A la lumière des développements ci-dessus, il convient donc de constater que la discrétisation du terme source de pente de fond proposée en (III-36) dans les équations de conservation de la quantité de mouvement ne traduit pas une conservation de l'énergie de l'écoulement sur une topographie variée.

Par le schéma de discrétisation actuellement employé dans WOLF2D, tout écoulement sur une variation topographique subit globalement une perte d'énergie de l'amont vers l'aval, ce qui est conforme à la physique. L'effet est tout à fait semblable à une perte par frottement. Des données sur l'amplitude de ces pertes manquent cependant pour juger de la représentativité intrinsèque du modèle. Quoiqu'il en soit, il serait étonnant de constater que la perte de charge induite numériquement par le schéma de discrétisation soit équivalente à la perte d'énergie réelle résultant de l'interaction entre l'écoulement et la marche topographique.

A ce stade, il est par contre intéressant d'analyser le cas d'un canal présentant une pente de fond constante. L'effet de la pente peut être considéré indifféremment dans le modèle par la dérivée de l'altitude du fond ou par le terme source relatif à l'inclinaison de l'axe principal d'écoulement, pour autant que les termes d'accélération de la pesanteur soient correctement projetés. Comme conséquence directe des développements ci-dessus, ce cas où aucune perte d'énergie n'apparaît en l'absence de frottement est mal modélisé par la discrétisation actuellement proposée pour le terme source de pente de fond.

Le paragraphe qui suit relate les développements réalisés durant cette thèse de doctorat dans le but d'aboutir à une nouvelle discrétisation mieux adaptée. Nous nous proposons de rechercher une formulation discrétisée du terme source non-conservatif de pente de fond dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, satisfaisant le critère de conservation de l'énergie sur une topographie plane, non frottante et inclinée sur l'horizontale, en réalisant une analogie des termes concernés avec ceux qui leurs correspondent dans le modèle de conservation de l'énergie.

Pente de fond constante

Considérons le cas d'un écoulement unidimensionnel stabilisé. L'équation de conservation de la quantité de mouvement intégrée sur la hauteur s'écrit, dans le sens de l'écoulement (§ II.2.4) :

$$\frac{\partial \frac{q^2}{h}}{\partial x} + \frac{g}{2}\cos\theta_z \frac{\partial h^2}{\partial x} = g\hat{h}\sin\theta_x \qquad \text{(III-61)}$$

Puisqu'il est indispensable de travailler avec cette équation pour assurer une capture correcte des discontinuités hydrodynamiques, cherchons une expression analytique de $\hat{h}$ qui permette également de conserver au mieux l'énergie lorsque l'écoulement est continu.

Pour ce faire, reprenons la même équation écrite en les inconnues primaires u et h, qui traduit la conservation de l'énergie (§ II.2.6.1) :

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x} + g\cos\theta_z \frac{\partial h}{\partial x} = g\sin\theta_x \qquad \text{(III-62)}$$

Dans le cas envisagé, en l'absence de toute discontinuité d'écoulement, les solutions des systèmes formés de l'équation de continuité et de (III-61) ou de (III-62) doivent être identiques.

Pour généraliser les approches précédentes, la seule méthode pour évaluer le terme de hauteur $\hat{h}$ du terme non-conservatif de (III-61) est de substituer à l'expression de la pente dans (III-61) celle provenant de (III-62). On trouve directement :

$$\hat{h} = \frac{\frac{\partial \frac{q^2}{h}}{\partial x} + \frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x}\cos\theta_z}{\frac{1}{2}\frac{\partial \frac{q^2}{h^2}}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x}\cos\theta_z} \qquad \text{(III-63)}$$

Le terme est défini par le rapport des termes convectifs de l'équation de conservation de la quantité de mouvement aux mêmes termes de l'équation de conservation de l'énergie.

Deux remarques peuvent être formulées :

- L'expression (III-63) ne peut être simplifiée une fois la discrétisation spatiale des différents termes développée. Or la prise en compte de cette discrétisation est essentielle à la mise au point d'une expression correcte du terme $\hat{h}$, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent.

- En cas de débit nul et donc d'un plan d'eau au repos, on retrouve l'expression discrétisée établie en III.5.3.2.

L'évaluation numérique de cette expression complexe implique de connaître les décentrements éventuels des différents termes convectifs assurant une stabilité du système. Au paragraphe II.3.9.1, nous avons rappelé le splitting développé au HACH pour la discrétisation du système basé sur la conservation de la quantité de mouvement. Les valeurs propres de la matrice convective du système traduisant une conservation de l'énergie étant identiques à celles de ce système de base, toutes les conclusions de décentrement peuvent lui être appliquées directement.

Selon le même principe que celui appliqué au paragraphe III.5.3.2, il apparaît naturellement de (III-62) et en l'absence d'écoulement, que le terme de pente de fond doit être décentré de la même façon que la dérivée de hauteur d'eau pour conférer à un plan d'eau au repos une surface libre horizontale, soit vers l'aval dans le cas du splitting original de WOLF.

L'expression discrétisée de (III-63) pour un nœud *i* s'écrit par conséquent :

$$\hat{h} = \frac{\left(\frac{q_i^2}{h_i} - \frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}}\right) + \frac{g}{2}\cos\theta_z\left(h_{i+1}^2 - h_{i-1}^2\right)}{\frac{1}{2}\left(\frac{q_i^2}{h_i^2} - \frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}^2}\right) + g\cos\theta_z\left(h_{i+1} - h_i\right)} \tag{III-64}$$

Malgré son expression complexe, l'utilisation directe dans le code de (III-64) ne pose pas de problème majeur, la plupart des termes du quotient étant déjà évalués par ailleurs. Le temps de calcul global s'en trouve de ce fait également peu affecté. La difficulté provient de l'évaluation du dénominateur dont la valeur s'annule lors d'un changement du régime d'écoulement (nombre de Froude unitaire). Théoriquement, le numérateur s'annule au même moment, et l'expression tend à la limite vers h, mais cela n'est pas vérifié pour l'expression discrétisée de $\hat{h}$.

Le dénominateur s'annule pour une valeur unitaire du rapport :

$$\frac{\frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}^2} - \frac{q_i^2}{h_i^2}}{2g\cos\theta_z\left(h_{i+1} - h_i\right)} = \alpha^E \tag{III-65}$$

représentatif du régime d'écoulement associé à l'équation de conservation de l'énergie. De la même façon, le numérateur de (III-64) s'annule pour une valeur unitaire du quotient :

$$\frac{2\left(\frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}} - \frac{q_i^2}{h_i}\right)}{g\cos\theta_z\left(h_{i+1}^2 - h_i^2\right)} = \alpha^Q \tag{III-66}$$

L'introduction de ces deux expressions dans la formulation (III-64) conduit à une relation où réapparaît naturellement la hauteur moyenne proposée par Mouzelard (III-36). Elle est cependant multipliée par un terme relatif à l'état de l'écoulement, que nous appelerons β, dont la valeur tend bien vers l'unité en l'absence de débit :

$$\hat{h} = \frac{1-\alpha^Q}{1-\alpha^E}\frac{h_{i+1}+h_i}{2} = \beta\frac{h_{i+1}+h_i}{2} \tag{III-67}$$

Ce qui nous importe à ce stade est d'analyser le comportement global du terme (III-67). En effet, nous devons pouvoir préjuger des actions à entreprendre à proximité d'un choc afin de ne pas détériorer la solution des équations de conservation de la quantité de mouvement. Et nous savons d'autre part que la liaison du terme correctif aux équations de conservation de l'énergie induira des corrections énergétiques non justifiées à cet endroit.

Cependant, la mise en évidence du facteur mathématique liant les expressions discrétisées (III-65) et (III-66), que nous appelerons α, permet de quantifier utilement la différence de comportement entre les deux modèles. Plus la valeur de ce facteur est proche de l'unité, plus les deux modèles tendent à changer de régime d'écoulement au même point.

Son expression fait intervenir toutes les variables du problème, sans ouvrir la voie à une éventuelle simplification :

$$\alpha = \frac{\alpha^Q}{\alpha^E} = \frac{4h_{i-1}h_i}{h_{i+1}+h_i}\frac{h_{i-1}q_i^2 - h_i q_{i-1}^2}{h_{i-1}^2 q_i^2 - h_i^2 q_{i-1}^2} \tag{III-68}$$

Néanmoins, dans le cas unidimensionnel qui nous intéresse, et en considérant un écoulement stationnaire à débit spécifique q, seuls des termes de hauteurs d'eau sont encore présents dans (III-68) :

$$\alpha = \frac{4h_{i-1}h_1}{\left(h_{i+1}+h_i\right)\left(h_i+h_{i-1}\right)} \tag{III-69}$$

Il est intéressant de constater que l'expression est strictement positive, la différence de régime entre les équations étant uniquement liée à la pente de la ligne d'eau. Pour un écoulement accéléré :

$$h_{i-1} > h_i > h_{i+1} \Rightarrow \alpha > 1 \tag{III-70}$$

Au contraire, pour un écoulement décéléré :

$$h_{i-1} < h_i < h_{i+1} \Rightarrow \alpha < 1 \tag{III-71}$$

Si l'on fixe la valeur du coefficient α, et donc si l'on préjuge de la finesse du maillage de calcul à laquelle est directement liée la variation de hauteur d'eau d'une maille à l'autre en l'absence d'un choc, on peut étudier le comportement de $\hat{h}$. Le graphe de la Figure III-35 montre l'évolution du facteur multiplicatif β dans (III-67) en fonction du régime d'écoulement évalué au départ des équations de conservation de l'énergie (α^E).

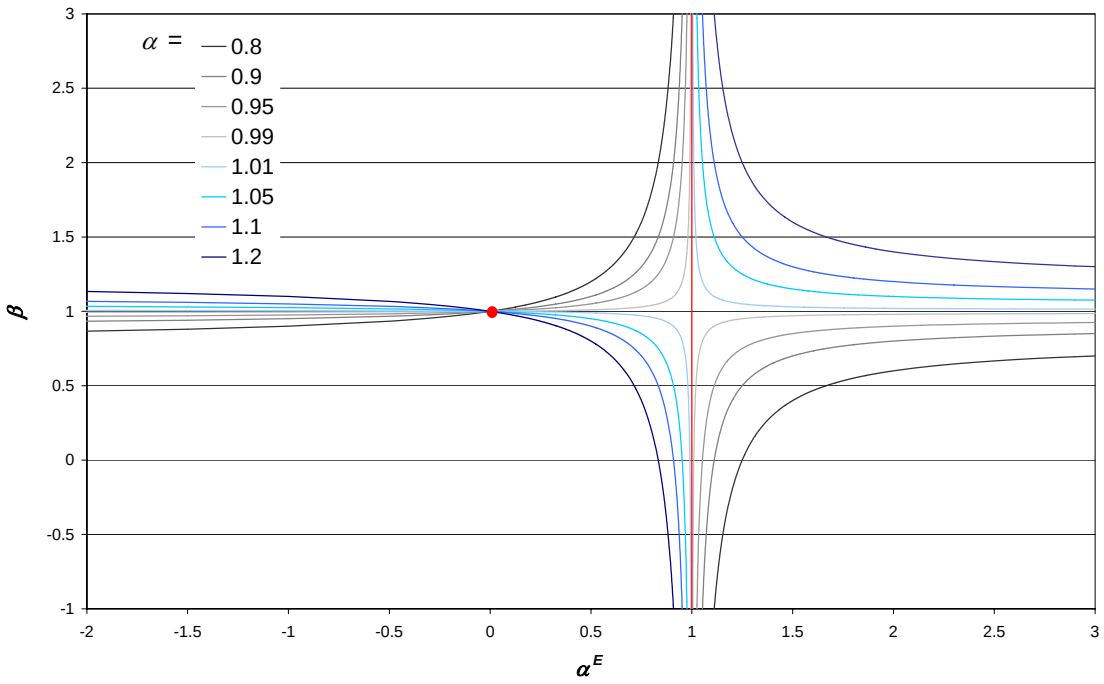


Figure III-35 : Variation du facteur multiplicatif β en fonction de α_E

On constate la singularité attendue lorsque le dénominateur tend vers zéro ($\alpha^E \rightarrow 1$). Par contre, l'allure des courbes de part et d'autre de l'asymptote verticale montre, à la limite pour α tendant vers l'unité, que la valeur du terme correctif est 1. Pour une variation nulle des hauteurs d'une maille à l'autre, et donc pour un maillage infiniment fin et en l'absence de choc, les équations unidimensionnelles de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie discrétisées sont équivalentes, en écoulement stationnaire. Au vu des propriétés de variation des variables hydrodynamiques en l'absence de discontinuité et de l'expression (III-68), cette constatation est valable pour un écoulement instationnaire. Il apparaît donc manifestement que l'erreur sur l'évaluation de l'énergie d'un calcul basé sur les équations de conservation de la quantité de mouvement est exclusivement liée à la discrétisation utilisée. Plus le maillage sera fin, plus l'erreur sera négligeable.

Cette dernière propriété du terme correctif nous indique la voie à suivre pour le modéliser numériquement en évitant les pièges inhérents au calcul d'un quotient unique dont les deux termes tendent à s'annuler de concert. (III-64) peut en effet très facilement être écrit comme la somme d'un terme de hauteur moyenne et d'une contribution liée au régime d'écoulement. Cette contribution possède alors une valeur faible la plupart du temps, valeur qui augmente de plus en plus significativement au fur et à mesure que la somme des bilans de l'équation d'énergie tend à s'annuler :

$$\hat{h} = \frac{\left(h_{i+1}+h_i\right)}{2} + \frac{1}{g}\frac{\left(\frac{q_i^2}{h_i}-\frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\left(h_{i+1}+h_i\right)}{2}\right)\left(\frac{q_i^2}{h_i^2}-\frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}^2}\right)}{\frac{1}{2g}\left(\frac{q_i^2}{h_i^2}-\frac{q_{i-1}^2}{h_{i-1}^2}\right)+\cos\theta_z\left(h_{i+1}-h_i\right)} \qquad \text{(III-72)}$$

La limitation du second terme de (III-72) est d'autant plus aisée que le terme correctif $\hat{h}$ comprend de toute façon un terme de valeur finie facilement évaluable. Dans le calcul, le terme additionnel à la hauteur moyenne est limité en valeur absolue à la hauteur moyenne. De ce fait, le terme correctif est égal au moins à zéro et au plus au double de la hauteur moyenne.

Le terme additionnel est annulé exactement à la singularité qui correspond à une valeur nulle du bilan d'énergie.

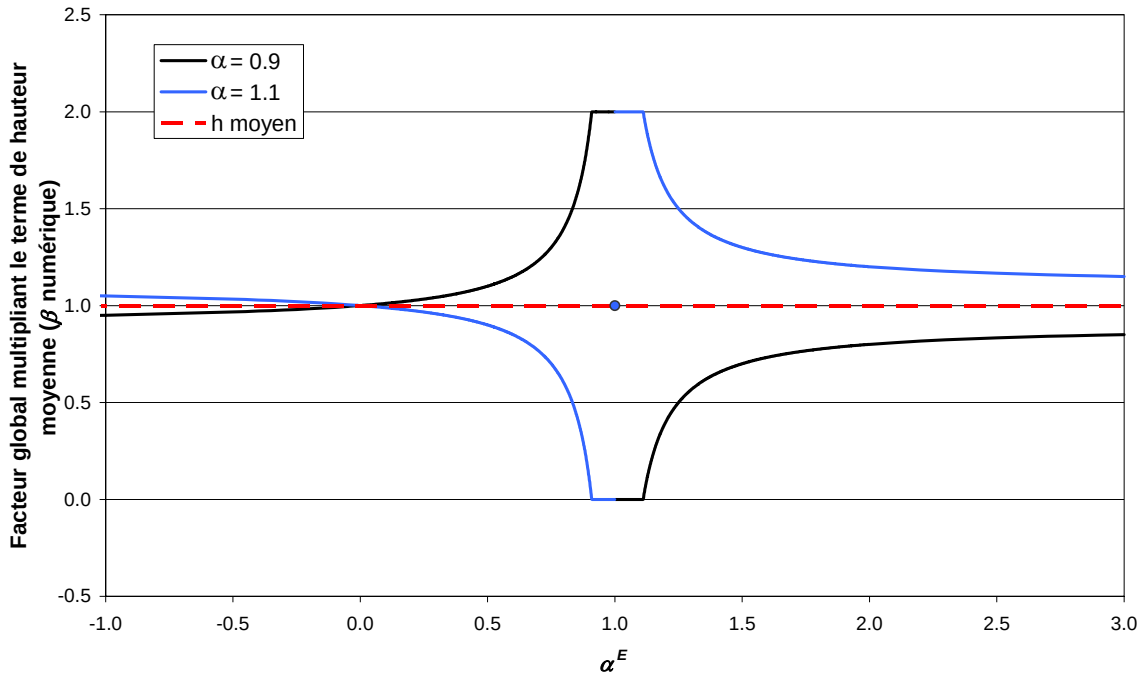


Figure III-36 : Variation du facteur global multipliant la hauteur d'eau moyenne dans l'expression du terme source de pente de fond pour le modèle intégré de conservation de la quantité de mouvement

Cette logique de limitation, qui pourrait sembler brutale au premier abord, a été choisie car elle est à l'image du comportement du terme correctif et dégénère naturellement vers la solution non-limitée pour un maillage infiniment fin.

D'autre part, un lissage de la fonction à proximité des asymptotes afin d'assurer un comportement continu du terme lors d'un changement de régime des équations de conservation de l'énergie a été testé, mais l'essai s'est rapidement révélé infructueux. En effet, si la stabilisation à partir d'une condition initiale faiblement perturbée d'un écoulement présentant un changement de régime à une cassure de pente était de meilleure qualité avec la fonction de transition en cas de discrétisation grossière, la solution établie au départ de conditions initiales de moins bonne qualité était fausse car des changements de régime erronés apparaissaient. Le problème semble se situer au niveau du comportement du modèle en phase transitoire où la propagation d'ondes de choc dans la simulation est mal reproduite lors du lissage des asymptotes. La variation discontinue du terme est nécessaire et est à l'image de la discontinuité hydrodynamique d'un changement de régime d'écoulement.

Enfin, le choix des valeurs de limitation résulte d'un compromis entre, d'une part, la volonté de ne pas inverser le signe du terme source de pente de fond et de ne pas détériorer de façon inacceptable la localisation d'un ressaut et, d'autre part, l'obligation d'assurer une évaluation adéquate du terme correctif là où son importance est potentiellement forte tout en étant physiquement correcte.

Capture d'un ressaut

Le principal écueil auquel devra faire face l'approche originale développée ici est la capture des discontinuités d'écoulement. En effet, tous les efforts réalisés pour conserver l'énergie d'un écoulement continu doivent impérativement être annulés pour permettre la dissipation d'énergie physiquement significative présente au sein d'un ressaut par exemple.

La stratégie développée se base sur le principe suivant. Dans (III-64), le dénominateur du membre de droite quantifie la variation d'énergie de l'écoulement liée à l'évolution des grandeurs hydrodynamiques qui le définissent, i.e. la hauteur d'eau et le débit spécifique. En l'absence de frottement, pour que l'énergie du fluide soit globalement conservée, ce bilan d'énergie hydrodynamique doit être exactement contrebalancé par la variation d'énergie potentielle attachée à la pente de fond. En d'autres termes, si au cours du calcul la variation d'énergie hydrodynamique est fortement supérieure à la variation d'énergie potentielle du fond du lit, il y a beaucoup de chance qu'un ressaut soit présent dans l'écoulement.

Un limiteur a donc été introduit dans le code lors de l'évaluation du bilan d'énergie hydrodynamique. Localement, ce dernier n'est pas autorisé à dépasser de plus de 50 pourcents la variation de l'altitude du fond au même point.

La figure suivante représente le résultat de la modélisation de l'écoulement qui s'établit dans un canal rectangulaire lisse de 10 m de long, incliné de 20 degrés sur l'horizontal et alimenté à son amont par un débit spécifique de 1 m²/s sous une hauteur d'eau de 40 cm. En aval, une hauteur d'eau de 3 m est imposée. Une discrétisation à l'aide de mailles de 10 cm de coté a été utilisée.

Dans cet exemple, l'écoulement amont est supercritique et celui d'aval infracritique. La charge est imposée en amont et en aval du canal. Aucune perte n'est présente dans les écoulements et un ressaut doit se positionner correctement pour assurer la dissipation d'énergie. La solution analytique peut être facilement calculée sur base d'une conservation de la charge et à l'aide de la relation des hauteurs conjuguées [130] pour déterminer la position de la discontinuité.

La simulation a été réalisée à l'aide du logiciel WOLF2D en utilisant l'expression du terme de pente de fond développée par Mouzelard et l'approche originale présentée dans ce chapitre. Les résultats sont présentés à la Figure III-37.

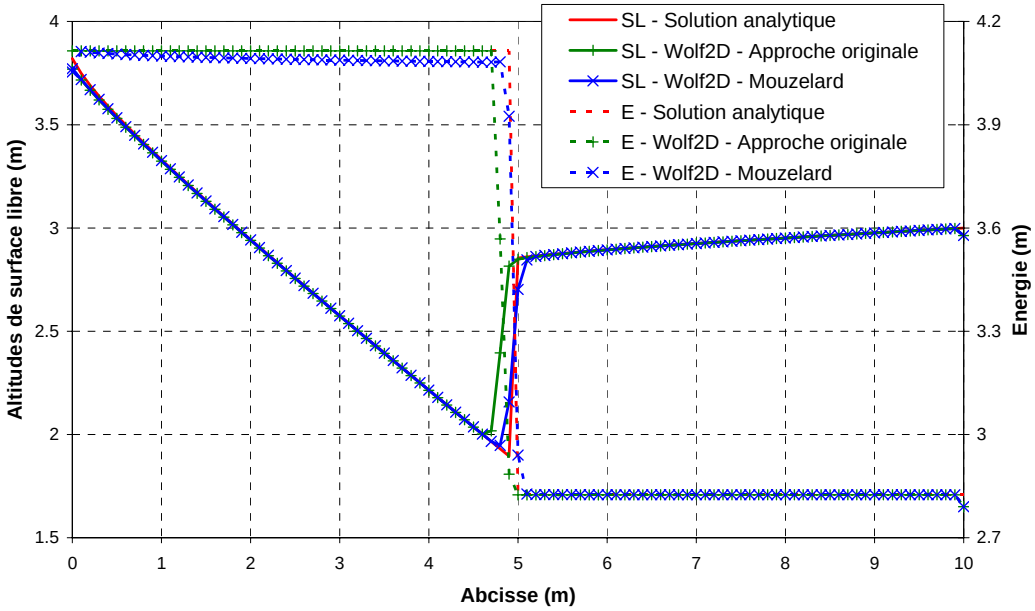


Figure III-37 : Ecoulement sur un canal à forte pente avec apparition d'un ressaut

Dans ce cas théorique où il n'y a aucune perte d'énergie pour l'écoulement de part et d'autre du ressaut, on constate directement le gain apporté par l'approche originale qui procure un résultat totalement en accord avec la solution analytique alors que l'approche proposée par Mouzelard induit des pertes numériques.

En ce qui concerne la position du ressaut, on constate sur la Figure III-38 qu'elle est assez bien capturée par l'approche originale, malgré ses caractéristiques intrinsèques inadaptées à la modélisation d'une telle discontinuité. La limitation imposée prend ici tout son sens et l'approche proposée est globalement validée pour la simulation d'écoulements stationnaires.

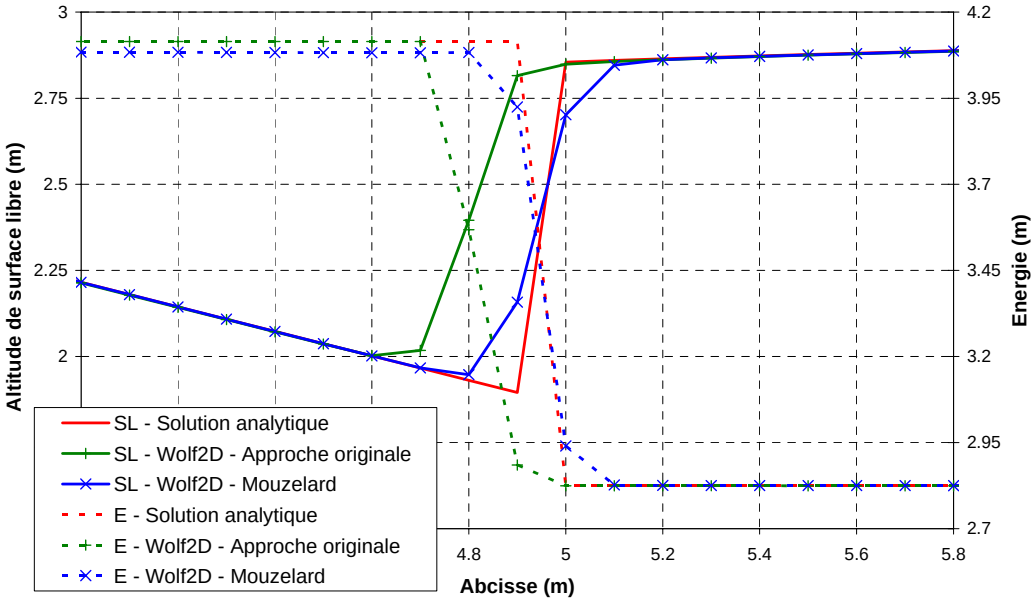


Figure III-38 : Ecoulement sur un canal à forte pente avec apparition d'un ressaut – Position du ressaut

Topographie variée

Les développements originaux du paragraphe III.5.3.4 peuvent être étendus sans autre forme au modèle mathématique décrivant l'écoulement sur une topographie variée. Ils permettent alors de conserver l'énergie de l'écoulement en sus de sa quantité de mouvement, quel que soit le maillage utilisé. Les équations unidimensionnelles (III-61) et (III-62) s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial \frac{q^2}{h}}{\partial x} + \frac{g}{2}\cos\theta_z \frac{\partial h^2}{\partial x} = g\hat{h}\left(-\frac{\partial z_b}{\partial x} + \sin\theta_x\right) \qquad \text{(III-73)}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x} + g\cos\theta_z \frac{\partial h}{\partial x} = -g\frac{\partial z_b}{\partial x} + g\sin\theta_x \qquad \text{(III-74)}$$

et l'expression obtenue in fine pour $\hat{h}$ est strictement identique à (III-63).

La modélisation d'un écoulement sur une topographie variée idéalisée, en l'absence de frottement, a été réalisée à l'aide de la formulation originale du terme de pente de fond et de la formulation proposée par Mouzelard. Le régime d'écoulement dans la modélisation étant continu, le modèle mathématique traduisant une conservation de l'énergie a également été employé. Dans ce cas d'application, aucune perte d'énergie ne doit apparaître dans la solution qui résulte de la modélisation d'un écoulement stationnaire.

Un canal de 10 m de long a été modélisé par des mailles de 10 cm de côté. La topographie du fond est représentée à la Figure III-39. Elle présente deux séries de pics en dents de scie de 25 cm de hauteur, l'une en relief par rapport au fond, l'autre en dépression, et deux marches

successives de 10 cm, de telle sorte que la dénivellation totale du canal est positive depuis l'amont vers l'aval.

Un débit spécifique de 1 m²/s est imposé en amont alors qu'une condition limite fixe la hauteur d'eau en aval à 1 m. De cette façon, la charge de l'écoulement est imposée en aval de la simulation.

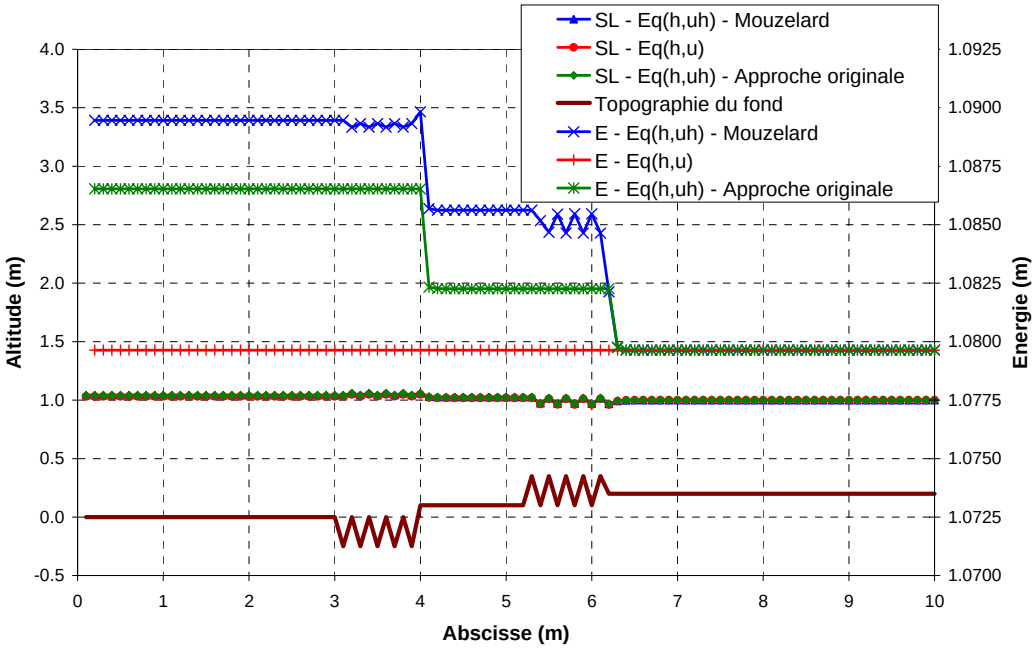


Figure III-39 : Ecoulement sur une topographie variée – Comparaison des résultats des différentes formulations mathématiques

Les résultats des trois modèles en termes de hauteurs d'eau sont fort semblables, les différences d'altitudes de surface libre ne dépassant pas 1 cm pour des hauteurs d'eau de l'ordre du mètre.

L'ensemble des modèles représente exactement la charge de l'écoulement aval. Sur les variations topographiques, seul le modèle de conservation de l'énergie présente une solution totalement en accord avec la théorie. En effet, l'approche originale permet une simulation correcte de l'effet des variations topographiques sauf pour la première maille à fond horizontal qui suit une variation topographique. Cela s'explique aisément si l'on remarque que l'expression du terme de hauteur proposée dans ce paragraphe est dépendante, pour une maille *i*, des variables hydrodynamiques en *i*, *i+1* et *i-1*. Ce terme multiplie la pente de fond qui est fonction de la topographie en *i* et *i+1*. Dès lors, si la maille *i* possède une topographie horizontale, son terme de pente de fond est nul, indépendamment de ce qui se passe sur la maille *i-1*. Si cette dernière présente un terme de pente de fond non nul, l'implication conséquente sur les variables hydrodynamiques en *i* ne pourra être appliquée. Finalement, on observe, pour l'approche originale, une variation positive de l'énergie depuis l'aval vers l'amont de l'ordre d'un-demi pourcent.

Ces considérations sur l'appproche originale sont à relativiser en fonction du caractére théorique du cas envisagé ici. Pour une topographie réelle, une pente de fond nulle entre deux mailles successives est peu probable et, le cas échéant, nous connaissons la façon de traiter l'information bathymétrique pour éviter une mauvaise évaluation de l'énergie de l'écoulement.

En ce qui concerne l'approche proposée par Mouzelard, elle implique globalement une augmentation de l'énergie de l'aval vers l'amont de près de un pourcent, malgré des variations locales aussi bien positives que négatives.

Conclusions

L'approche originale proposée pour la discrétisation du terme de pente de fond permet de rencontrer, pour des écoulements stationnaires, la plupart des problèmes auxquels doit faire face la modélisation actuellement employée au sein du logiciel WOLF2D.

Pour des écoulements sur une pente de fond constante, elle assure la conservation de l'énergie d'un écoulement continu, tout en capturant avec une bonne précision les discontinuités comme les ressauts hydrauliques. Pour une topographie variée, elle permet de s'affranchir presque totalement des variations d'énergie induites par le schéma de discrétisation. Seul le cas d'une marche topographique en amont d'un fond plat n'est pas correctement appréhendé. En topographie réelle, pour autant que ce cas se présente, une correction des données bathymétriques permet de s'affranchir du problème. D'un autre coté, si la présence d'un fond plat en amont d'une discontinuité du fond représente une situation correctement définie (dans le cas d'une structure hydraulique par exemple), l'application du modèle de conservation de l'énergie, également disponible dans WOLF2D, permet de s'affranchir de toute modification intempestive de la charge d'un écoulement continu.

En ce qui concerne la modification de l'énergie de l'écoulement induite par l'utilisation de la discrétisation historiquement employée au HACH pour le terme de pente de fond, elle peut, en pratique, aisément être contrebalancée par une adaptation du coefficient de rugosité.

III.5.3.5 Extension de l'approche originale au terme de frottement

Les développements originaux qui viennent d'être décrits ont été réalisés dans le cas d'un écoulement unidimensionnel sur un fond lisse. Leur généralisation à la prise en compte des pertes par frottement est cependant immédiate. En effet, si l'on se réfère à nouveau aux équations de conservation de la quantité de mouvement intégrées sur la hauteur d'eau du paragraphe II.2.4, on a, pour un écoulement unidimensionnel :

$$\frac{\partial \frac{q^2}{h}}{\partial x} + \frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x} = -g\hat{h}\frac{\partial z_b}{\partial x} + g\hat{\bar{h}}J_x \qquad \text{(III-75)}$$

Les termes $\hat{h}$ et $\hat{\bar{h}}$ peuvent être discrétisés différemment, mais rien n'empêche a priori de les évaluer avec le même schéma, auquel cas (III-75) devient :

$$\frac{\partial \frac{q^2}{h}}{\partial x} + \frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x} = g\hat{h}\left(-\frac{\partial z_b}{\partial x} + J_x\right) \qquad \text{(III-76)}$$

La même équation s'écrit en les inconnues primaires u et h (§ II.2.6.1) :

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} = g\left(-\frac{\partial z_b}{\partial x} + J_x\right) \qquad \text{(III-77)}$$

et le raisonnement précédant conduit à une expression de $\hat{h}$ identique à (III-72).

De façon plus générale, il semble logique que quelle que soit la discrétisation retenue pour le terme $\hat{h}$, elle soit également utilisée pour $\widehat{h}$.

III.5.3.6 Application à la propagation d'une onde sur une topographie variée et rugueuse

Le cas de la propagation d'une onde dans un canal rectangulaire présentant une singularité topographique (*bump*), présenté dans le cadre du projet européen CADAM[20] [99], a été choisi comme exemple de validation spécifique pour la discrétisation des termes sources. Cette application est doublement intéressante puisque, outre les données expérimentales disponibles pour valider les résultats numériques, les premiers instants du problème peuvent être résolus analytiquement par la théorie de Dressler [37] (Annexe C). Ils correspondent en effet à la propagation d'une onde de rupture sur fond sec et rugueux. La propagation de l'onde sur la singularité topographique assure quant à elle la validation de la formulation du terme de pente de fond.

Le dispositif expérimental se présente sous la forme d'un canal rectiligne de 38 m de long et de 75 cm de large. Un saut topographique (*bump*) est localisé 10 m en aval d'une plaque retenant une masse d'eau de 75 cm de haut sur 15,50 m de long. Le *bump* est composé d'une contre-pente sur 3 m qui élève l'altitude du fond de 40 cm avant une pente également de 3 m qui ramène le fond à son altitude initiale. Le canal en aval de la plaque est initialement sec sur la partie en amont du *bump*, et recouvert d'un matelas d'eau de 15 cm au repos en aval. Les extrémités et les parois du canal sont imperméables (Figure III-40).

L'essai consiste à retirer la plaque en un temps très court (0,5 s) et à mesurer la propagation conséquente de l'onde sur un fond sec et rugueux, puis son arrivée et sa réflexion partielle sur le *bump* avant sa propagation sur un fond humide en aval du canal. Plusieurs jauges de mesures de hauteur d'eau ont été placées le long du canal pour appréhender la cinématique de l'onde. Les mesures ont été réalisées durant 60 s avec un intervalle de temps de 0,1 s.

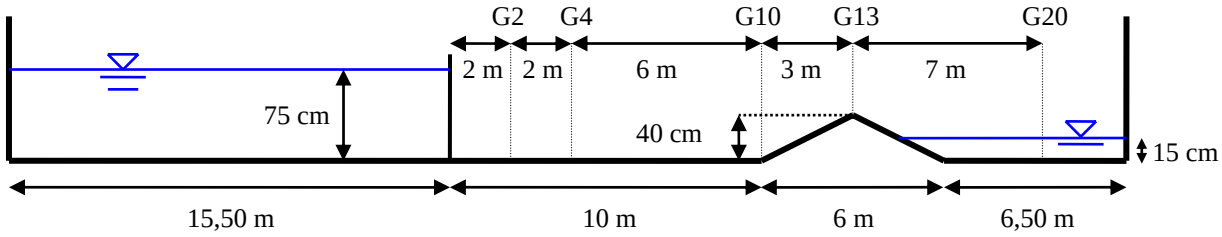


Figure III-40 : Schéma du modèle expérimental pour la propagation d'une onde sur une topographie variée et positionnement des sondes

La simulation de l'essai expérimental a été réalisée à l'aide du logiciel WOLF2D sur base d'un maillage de 5 cm de côté. Comme au paragraphe III.5.2.3, le frottement sur les bords a été pris en compte au travers d'une formulation originale. Même si le canal est rectiligne, une approche bi-dimensionnelle prend tout son sens par la distribution non uniforme du profil transversal de vitesse sous l'action du frottement sur les bords.

Les deux approches présentées pour la discrétisation du terme de pente de fond ont été employées. Cela va permettre une comparaison des deux formulations dans un cas hydrodynamique assez complexe.

Un coefficient de frottement de Manning de 0,0085 $s/m^{1/3}$ a été utilisé pour l'approche proposée par Mouzelard, alors qu'une valeur de 0,005 $s/m^{1/3}$ était mieux adaptée pour la discrétisation originale développée durant cette thèse de doctorat. Le coefficient de frottement plus faible de l'approche originale est en accord avec ses caractéristiques de conservation de l'énergie par rapport à la formulation de Mouzelard. Cette dernière a en effet tendance à

[20] Concerted Action on DAm-break Modelling

surestimer l'énergie de l'écoulement et donc les pertes par frottement doivent y être plus importantes pour obtenir un même résultat. Quoi qu'il en soit, les valeurs des coefficients de frottement sont en accord avec la nature lisse des parois du canal.

Les résultats obtenus à la sonde G4 située 4 m en aval de la position initiale du front (Figure III-41) sont intéressants à plus d'un titre. Tout d'abord, on constate que la cinétique de l'onde initiale qui se propage sur un fond sec et rugueux est extrêmement bien représentée par le code de calcul, que ce soit en regard de la solution analytique ou des mesures. Le fond étant horizontal juste en aval de la plaque, la différence entre les deux approches de discrétisation du terme de pente de fond n'est liée à cet endroit et aux premiers instants qu'à l'utilisation d'un coefficient de frottement différent. L'écart entre les courbes de mesures et celles résultant d'un calcul analytique permet d'appréhender l'effet du mouvement de la plaque qui n'est pas instantané. Les déphasages temporels restent cependant négligeables puisque inférieurs à la demi-seconde.

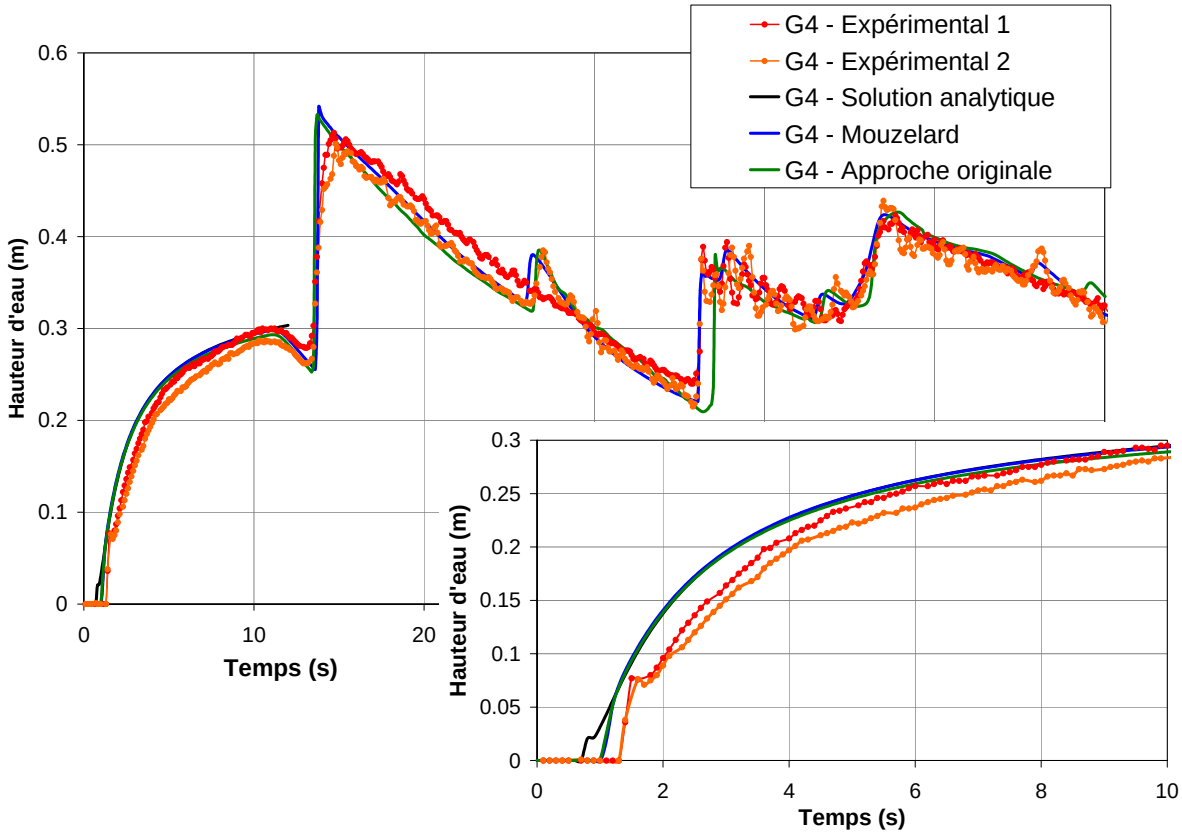


Figure III-41 : Hauteurs d'eau mesurées et calculées à la sonde G4

Après plus ou moins 13 secondes, l'onde de réflexion sur le *bump* arrive à la sonde. Cette première onde, et les suivantes, permettent une nouvelle fois de constater la grande représentativité de la simulation numérique qui reproduit avec précision aussi bien les amplitudes des ondes que leurs vitesses de propagation. La différence de résultats entre les deux approches de discrétisation du terme de pente de fond est faible.

Les quatre graphes de la Figure III-42 illustrent plus globalement les excellents résultats fournis par le code de calcul. La représentation des deux courbes expérimentales disponibles pour l'essai permet de juger de la précision et de la reproductibilité des mesures.

Toutes les ondes sont correctement représentées, aussi bien en termes d'amplitude que de temps d'arrivée, pour les deux approches de discrétisation du terme de pente de fond. Au sommet du *bump* (sonde G13), le comportement du code utilisant l'approche originale est un peu moins satisfaisant, surtout en ce qui concerne la représentation de l'assèchement

temporaire après 30 secondes. Pour ce graphe, la variation d'amplitude des ondes de hauteur d'eau entre les deux modèles reste néanmoins limitée par rapport aux hauteurs d'eau en jeu (de l'ordre de 15%).

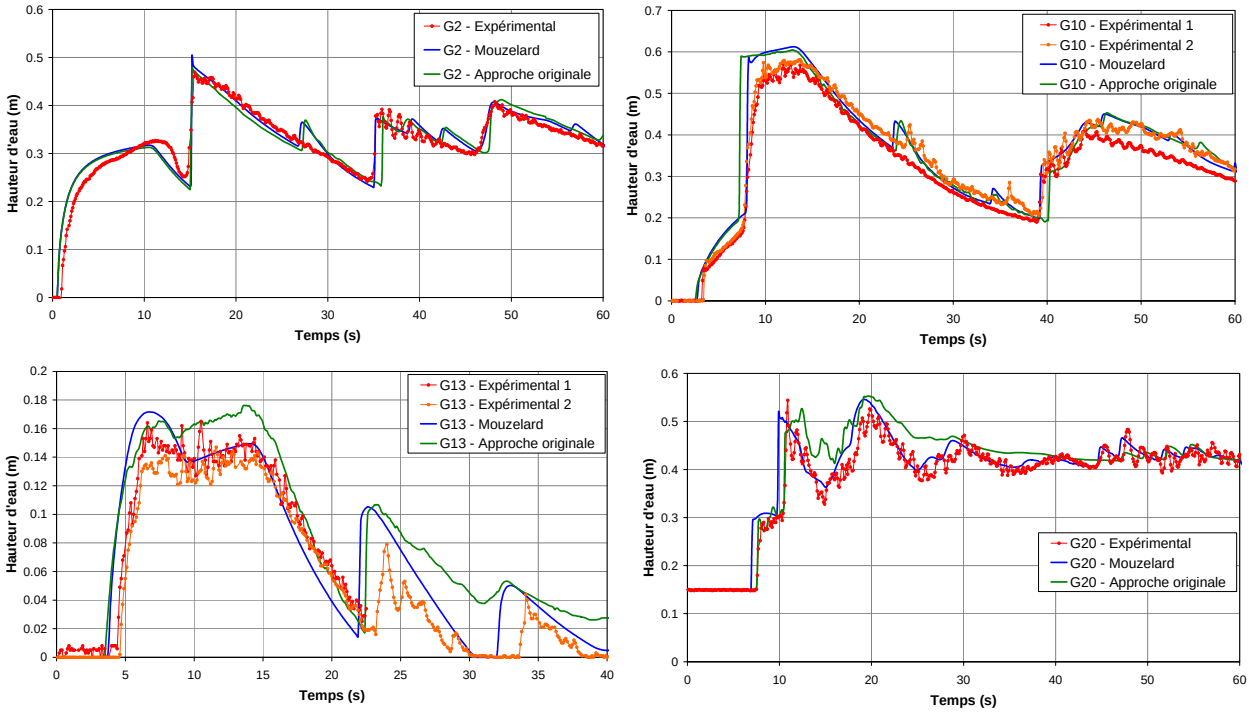


Figure III-42 : Evolution des hauteurs d'eau mesurées et calculées aux sondes G2, G10, G13 et G20

Dans ce cas, hormis la variation de la valeur du coefficient de frottement, les deux modèles appliqués conduisent tous deux à des résultats assez semblables, ce qui conforte les développements réalisés au paragraphe III.5.3 pour une situation instationnaire. Le modèle proposé par Mouzelard induit numériquement des variations d'énergie principalement positives qui peuvent être contrebalancées par une adaptation des pertes par frottement. L'approche originale présente un moins bon comportement instationnaire au sommet du *bump* et, dans une moindre mesure, à son aval, ce qui montre la voie à examiner pour les développements ultérieurs.

En termes de temps de calcul, l'approche originale nécessite un surcoût de l'ordre de 13 pourcents pour le calcul des termes additionnels.

III.5.4 Conservation volumique des modèles

Le choix d'un schéma d'intégration temporelle explicite de type Runge Kutta implique que la solution des équations au pas de temps inconnu est évaluée exclusivement à partir de la solution au pas de temps juste antérieur. Si les critères théoriques de stabilité du système nous imposent un pas de temps de calcul maximum fonction de l'état hydrodynamique instantané de la simulation, rien ne garantit la signification physique de la solution obtenue en termes de hauteurs d'eau par exemple. Dans le cas de l'équation de continuité, en effet, la valeur des flux de débit traversant les frontières d'un volume de contrôle au cours d'un pas de temps n'est pas directement liée au volume d'eau présent sur la maille, et donc rien n'assure que la hauteur d'eau calculée soit positive, notamment en cas de vidange de la maille. Or une hauteur d'eau négative ne possède pas de signification physique et n'est donc pas licite.

La solution la plus généralement adoptée pour résoudre ce problème est la correction a posteriori de la valeur calculée par remise à zéro et annulation concomitante des valeurs de débit sur cette maille qui sort de fait du domaine de calcul. Ce faisant, on biaise cependant le volume hydrique total de la simulation puisque, virtuellement, on apporte une quantité d'eau

supplémentaire nécessaire au remplissage de la maille. Dans le cas de la simulation d'événements extrêmes sur des topographies abruptes, l'erreur sur le volume d'eau total peut devenir importante.

Une autre approche pour résoudre le problème serait de lier la valeur du pas de temps de simulation à la vidange des mailles. Le pas de temps de calcul serait alors le minimum du pas de temps hydrodynamique et du pas assurant tout juste la vidange complète de la maille la plus sujette à voir sa hauteur d'eau diminuer. Cette façon de procéder n'a pas été retenue au cours de cette recherche doctorale. En effet, les schémas d'intégration temporelle à plusieurs sous-pas utilisés dans WOLF n'acceptent pas un changement de la valeur du pas de temps au cours d'une itération. Il conviendrait alors de résoudre une première fois l'ensemble d'un pas de temps, de vérifier s'il conduit à la vidange excessive d'une maille et, le cas échéant, de recommencer l'itération complète avec un pas de temps minoré. Cette technique est donc lourde en termes de temps de calcul, et conduit de plus à devoir procéder deux fois à l'évaluation de l'évolution temporelle de chaque maille. Enfin, on peut aisément imaginer que dans des situations fortement transitoires, la valeur du pas sera fortement limitée et conduira de facto à un nouvel allongement excessif du temps de simulation.

L'approche finalement mise au point et implémentée au sein du logiciel WOLF2D dans le cadre de ce travail est la suivante. Lors de chaque phase de résolution des équations, celle de continuité est évaluée a priori. Si la hauteur d'eau qui en résulte est négative, les flux de masse quittant la maille sont limités adéquatement et proportionnellement à leur intensité pour assurer exactement la vidange. Cette limitation des flux ayant un impact sur les mailles voisines et pouvant donc conduire à un prélèvement excessif d'eau sur une autre maille, le processus est répété jusqu'à assurer la conservation exacte de la masse dans tout le domaine. En pratique, on se rend compte que le nombre d'itérations nécessaires reste faible, de l'ordre de trois ou quatre au maximum pour les simulations fortement transitoires, ce qui reste acceptable en termes de coût CPU par rapport à la précision obtenue. Ce n'est qu'une fois cette première étape terminée que les autres équations du système sont évaluées, en utilisant les valeurs des flux massiques corrigées afin d'assurer une évaluation globale cohérente du système. La valeur du pas de temps reste donc inchangée avec cette solution, ce qui n'augmente pas la charge de calcul à ce stade.

Cette technique itérative de correction des flux massiques est appliquée à chaque sous-pas du schéma Runge Kutta utilisé puisque ces derniers doivent tous conduire à une prédiction de la solution qui doit posséder une signification physique puisqu'elle est à la base de l'évaluation des pas suivants.

L'approche originale proposée se résume donc à utiliser comme flux massiques à travers les bords d'une maille qui s'assèche une valeur moyenne à l'échelle du pas de temps qui permet de vider exactement la maille, et non les flux massiques générés par l'hydrodynamique instantanée du système. Elle assure une conservation exacte de la masse de la simulation tout en n'allongeant pas substantiellement le temps de calcul.

Des applications de cette technique prouvant sa pertinence et son utilité sont présentées plus loin dans ce travail, notamment au chapitre V.

III.6 Applications

III.6.1 Modélisation unidimensionnelle des cours d'eau de la Région wallonne

III.6.1.1 Le projet PIRENE

En Région wallonne, le décret du 15 avril 1999 relatif au cycle de l'eau et instituant une Société Publique de Gestion de l'Eau (SPGE) mentionne que le cycle de l'eau doit être géré de façon globale et intégrée, l'action de la Région devant être menée sur base d'un

programme pour la qualité des eaux tel que prévu par le décret du 21 avril 1994 relatif à la planification en matière d'environnement dans le cadre du développement durable. Ces objectifs ont été confirmés dans la Déclaration de Politique Régionale et le Contrat d'Avenir pour la Wallonie (1999).

Le 23 octobre 2000, l'adoption par le Parlement européen et le Conseil de la Directive Cadre sur l'Eau (DCE)[21], établissant un cadre pour une politique communautaire dans le domaine de l'eau, a renforcé l'urgence d'agir : la Région wallonne ne disposait que de quelques années pour mettre en œuvre cette directive qui impose une gestion intégrée de l'eau et en particulier une approche intégrée eaux de surface - eaux souterraines, pour les aspects quantitatifs et qualitatifs, en incluant tout écosystème dépendant de milieux aquatiques.

Dans ce cadre et afin d'apporter une aide et un appui scientifique à son Administration, le Gouvernement wallon a initié le 26 octobre 2000 un programme intégré de recherche, intitulé PIRENE[22], qui devait déboucher, au terme de 4 ans, sur le développement de méthodes et d'outils qui pourraient être utilisés pour la gestion intégrée de l'eau ainsi que sur la mise en place en Région wallonne d'un réseau de compétences scientifiques en matière d'eau.

Le projet devait aboutir à la construction d'un modèle complet du cycle de l'eau en Région wallonne, englobant tous les processus significatifs : sols, eaux souterraines, eaux de surface, zones humides, tant pour les aspects quantitatifs que qualitatifs. Cet outil devait permettre de reproduire le fonctionnement du système des ressources en eau, d'évaluer l'incidence des pressions dues aux différents secteurs d'activité (épandages agricoles, liaison égouttage - épuration, retombées atmosphériques, …) et de simuler l'effet des politiques et programmes d'actions envisagés. Le projet devait également envisager les aspects juridiques (compatibilité des législations de la Région wallonne avec la gestion intégrée de l'eau, cohérence avec les contraintes imposées par les engagements internationaux), économiques (analyse économique des utilisations de l'eau) et sociologiques (acceptabilité sociale des actions de gestion envisagées, rôle des acteurs) liés à la DCE.

Le HACH et le LHM ont été impliqués, avec 16 autres équipes scientifiques, dans le programme PIRENE.

III.6.1.2 Le modèle intégré MOÏRA

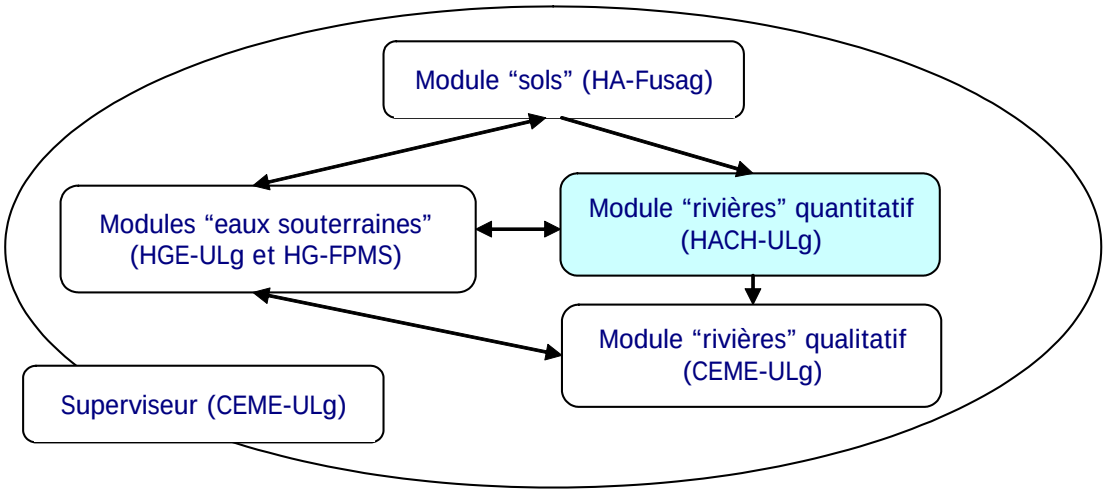
Destiné à devenir un véritable outil d'aide à la décision à l'adresse des autorités publiques, le modèle intégré du cycle de l'eau MOÏRA[23], mis au point dans le cadre de PIRENE, relevait d'un réel défi scientifique, les échelles spatiales et temporelles, ainsi que les capacités informatiques nécessaires, n'ayant encore jamais été envisagées.

Le HACH avait plus particulièrement en charge le développement d'un module du modèle intégré, celui destiné à représenter les aspects quantitatifs liés aux eaux de surface. Schématiquement, il s'insérait dans le modèle intégré selon la Figure III-43 qui montre également les autres intervenants principaux de l'aspect « modélisation » de PIRENE.

[21] Directive Européenne CE/2000/60 - Journal officiel L 327, 22.12.2000

[22] PIRENE : Programme Intégré de Recherche Environnement – Eau, du nom d'une fontaine de Corinthe réputée dans la mythologie grecque pour son eau pure et à laquelle les dieux et déesses venaient s'abreuver

[23] MOÏRA : Modèle Intégré pour la gestion des Ressources Aquatiques



HA-Fusag : Unité d’Hydraulique Agricole de la Faculté universitaire des Sciences Agronomiques de Gembloux,
HGE-ULg : Unité d’Hydrogéologie de l’Environnement de l’Université de Liège,
HG-FPMS : Unité d’Hydrogéologie de la Faculté Polytechnique de Mons,
CEME-ULg : Centre d’Etude et de Modélisation de l’Environnement de l’Université de Liège

Figure III-43 : Schéma conceptuel simplifié du modèle intégré MOIRA [126]

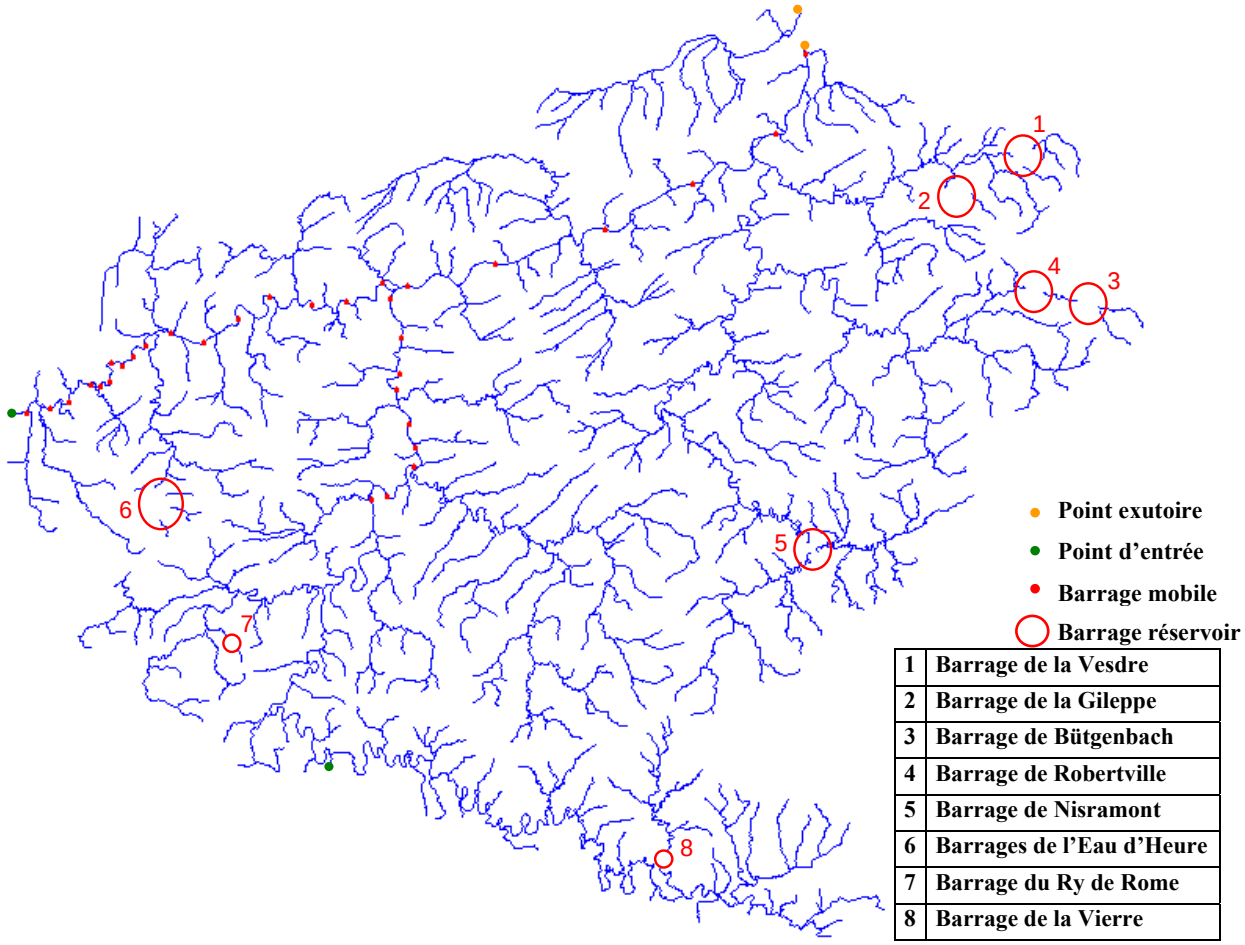
III.6.1.3 Module de calcul hydrodynamique

Le module hydrodynamique a été développé sur base du modèle de calcul des écoulements existant dans MOHICAN pour la simulation des crues et inondations, lui-même émanant des premières versions de WOLF1D. Le schéma d’intégration temporelle implicite décrit précédemment dans ce chapitre a été implémenté en lieu et place du schéma explicite qui était auparavant nécessaire au suivi précis d’ondes de crue en instationnaire.

En effet, la modélisation hydrodynamique dans PIRENE devait être adaptée aux débits faibles et moyens, permettre une détermination des fluctuations de débit au pas de temps horaire et être compatible du point de vue des pas de temps spatial et temporel avec les aspects « qualité de l’eau » et « transport des matières en suspension » à charge d’autres équipes. En d’autres mots, le module hydrodynamique devait être à même de calculer, plus rapidement que le module existant de MOHICAN, les moyennes horaires des variables hydrauliques principales d’un large réseau de rivière sur de très longues périodes.

III.6.1.4 Discrétisation

Le réseau considéré pour le calcul hydrodynamique comprenait l’ensemble des rivières du bassin hydrographique de la Meuse en Région wallonne dont le bassin versant présente une superficie supérieure ou égale à 10 km². Des informations de positionnement (x,y) dans le système Lambert belge, d’altitude de fond et de superficie de bassin versant drainé pour des points de discrétisation espacés régulièrement de +/- 200 m ont été utilisées. Quinze barrages mobiles sur la Meuse et dix-sept sur la Sambre ont été recensés et pris en compte dans la modélisation. Les huit grands barrages réservoirs de la Région wallonne ont également été explicitement modélisés (Figure III-44) [126].



1	Barrage de la Vesdre
2	Barrage de la Gileppe
3	Barrage de Bütgenbach
4	Barrage de Robertville
5	Barrage de Nisramont
6	Barrages de l'Eau d'Heure
7	Barrage du Ry de Rome
8	Barrage de la Vierre

Figure III-44 : Représentation du réseau de rivière explicitement modélisé par le module hydrodynamique

Finalement, le réseau comptait 24 093 points de discrétisation pour 4 650 km de rivière explicitement représentés. Le nombre de bras était de 914, le nombre de jonctions de 434. L'entredistance minimale entre deux points successifs était de 15 m, l'entredistance maximale de 300 m. Deux points d'entrée ont été définis en amont du réseau, sur la Sambre à la frontière belgo-française et sur la Meuse juste en amont de la confluence avec la Semois. Deux points d'exutoire ont également été définis, un sur la Meuse en aval de Lixhe et l'autre sur le Geer à la frontière belgo-néerlandaise. Une valeur du nombre de Froude de 0,3 y a été imposée en condition limite aval.

Il convient de noter ici que des bras du réseau, localisés au départ des têtes de bassin, présentaient des bassins versants très peu étendus étant donné que la discrétisation remontait jusqu'à la source de tous les cours d'eau dont le bassin versant atteint ou dépasse en un point 10 km² de superficie. De plus, de par le mode de modélisation des nappes choisi par les équipes de modélisation « eaux souterraines », qui appréhendait mal la répartition spatiale des débits de soutien d'étiage des nappes aquifères sur l'ensemble du réseau explicitement discrétisé, de nombreux cours d'eau n'étaient pas alimentés durant des périodes qui pouvaient être assez longues, ce qui mettait en péril la stabilité du schéma hydrodynamique complet proposé et surtout induisait des temps de calcul déraisonnables à l'échelle du réseau global.

La solution choisie pour résoudre ce problème a finalement été d'implémenter, dans le module hydrodynamique et uniquement pour le calcul de ces bras problématiques, un modèle simplifié, dégénérescence du modèle complet décrit ci-avant. Il s'accommodait simplement de l'annulation potentielle du débit et de la disparition conséquente d'une valeur de hauteur d'eau, sans conduire à une instabilité du code ni allonger les temps de calcul, et tout en assurant tout de même une propagation physique des débits lorsqu'ils existaient. De façon

simple, ce modèle ne résout plus, au départ de considérations sur la pente locale du bras considéré, qu'une équation de transport en la seule inconnue de section mouillée, les débits étant reconstruits a posteriori tout en assurant une conservation globale des volumes d'eau en jeu [6].

III.6.1.5 Résultats

Quelques résultats obtenus suite à la modélisation de l'hydrodynamique du réseau de rivières pour l'ensemble de l'année 1993 sont illustrés ici de façon synthétique. La simulation a été réalisée sur base des données de débits d'apport en long résultant de l'application, dans le modèle intégré élaboré par l'équipe CEME-ULg, du module « sols » de l'équipe HA-Fusagx, couplé à l'utilisation de fonctions de transfert pour simuler le fonctionnement des nappes souterraines. Une analyse plus complète se trouve dans le rapport final du projet [126].

Les résultats de modélisation peuvent être observés en tous les points du réseau discrétisé mais sont évidemment d'un intérêt particulier au droit des stations de mesures du SETHY[24] (MET) et de la DGRNE[25]. Par exemple, les graphes de la Figure III-45 et de la Figure III-46 montrent les moyennes journalières des débits calculés et mesurés aux stations de Tabreux (Ourthe) et de Juzaine (Aisne). La somme des débits d'apports latéraux dans le réseau en amont de la station est également représentée afin de disposer de toutes les informations nécessaires à la compréhension du calcul hydrodynamique.

On peut constater sur les courbes l'effet de la propagation des débits d'apport dans le réseau par le module hydrodynamique. Les hydrogrammes sont lissés et les débits déphasés.

Il faut rappeler ici que le module de calcul n'est pas adapté à l'estimation des ondes de crues, notamment du fait qu'il ne considère pas les écoulements en lit majeur ou les stockages temporaires dans des zones d'inondations. De plus, les débits d'apports, s'ils sont transmis au pas de temps horaire au module de calcul, proviennent d'un calcul hydrologique journalier, ce qui ne saurait conduire à une bonne évaluation des pics de débit dont les temps caractéristiques sont beaucoup plus petits, surtout sur les têtes de bassin. Toutes les variations de l'hydrogramme réel sont néanmoins représentées, que ce soit en étiage ou en crue.

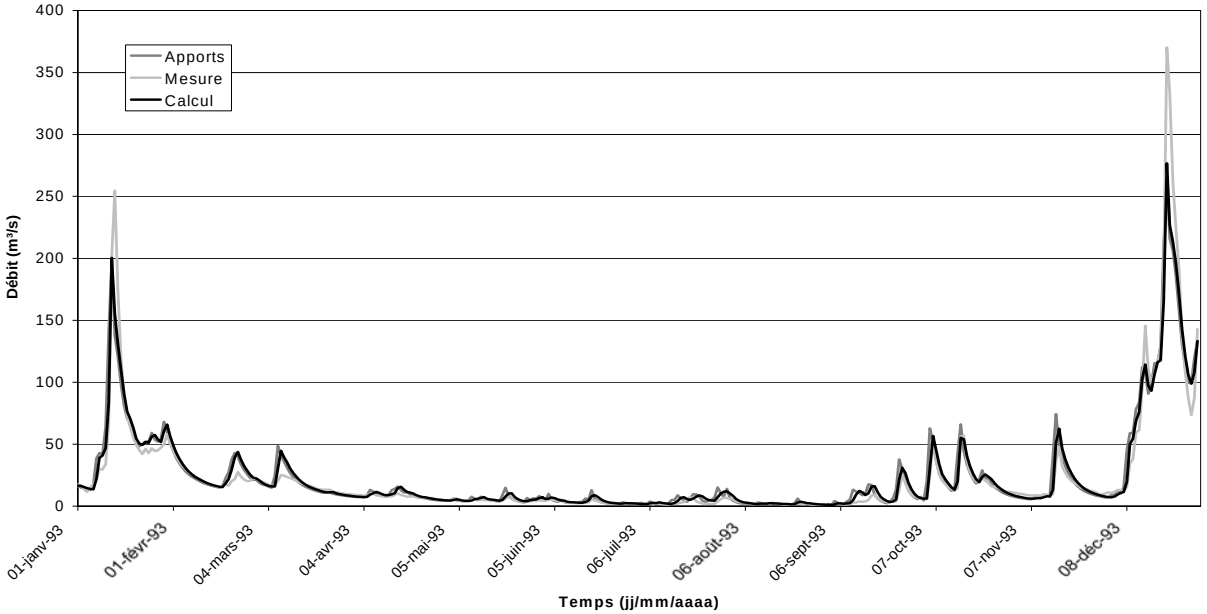


Figure III-45 : Débits (m³/s) au droit de la station limnimètrique de Tabreux sur l'Ourthe pour l'année 1993

[24] Service d'ETudes HYdrologiques du MET

[25] Direction Générale des Ressources Naturelles et de l'Environnement

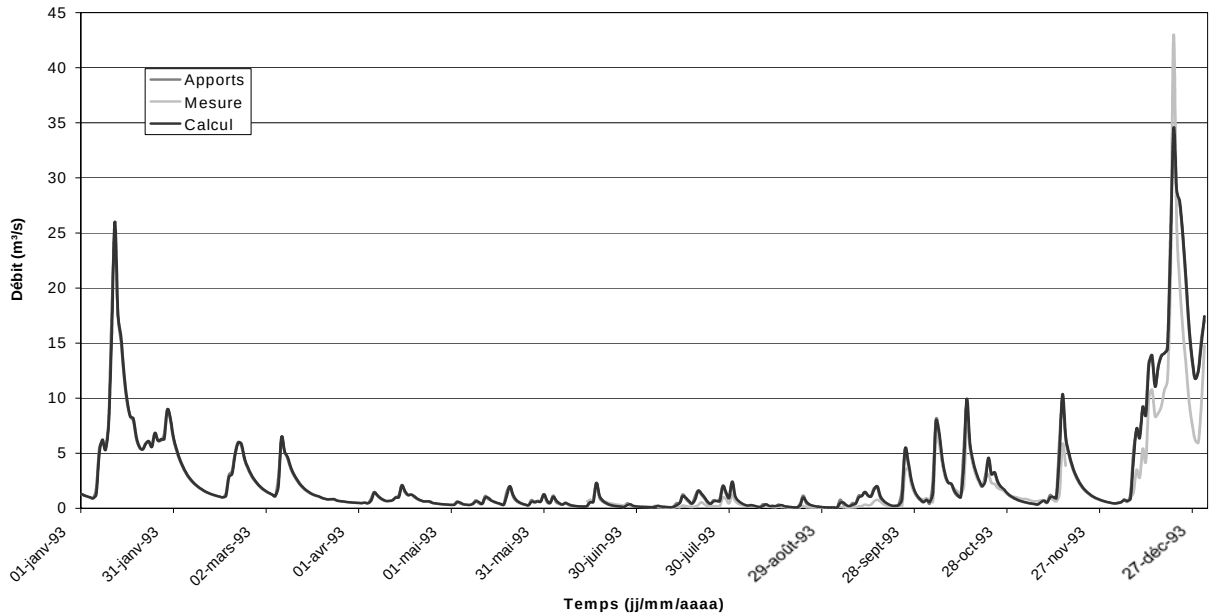


Figure III-46 : Débits (m³/s) au droit de la station limnimètrique de Juzaine sur l'Aisne pour l'année 1993

Globalement, on constate une relativement bonne corrélation entre débits calculés et débits mesurés, même si des réglages du modèle intégré dans son ensemble doivent encore bien évidemment être réalisés, avec toutes les équipes impliquées, pour ajuster au mieux la réponse du calcul aux observations réelles de validation.

La Figure III-46 illustre une des utilités connexe du modèle intégré qui permet de compléter efficacement les données de débit d'une station, par exemple lors des périodes où elle n'a pu fonctionner, soit de septembre à octobre dans le cas illustré.

Finalement, l'application effective du modèle à un réseau de rivières aussi vaste et complexe que celui de la Meuse en Région wallonne constitue un succès en soi, qui prouve la validité et la qualité des développements effectués. Au-delà des légères imperfections sur les résultats qui sont inéluctables lorsque l'on modélise des environnements réels aussi diversifiés et étendus, la capacité du logiciel à représenter en continu les phases de débit d'étiage et de crue en fait un outil de pointe, disponible pour la gestion des réseaux de rivières et des ressources hydriques au sens large.

III.6.2 Interaction numérique / expérimental - Prédiction des champs d'écoulement dans les retenues de barrages

III.6.2.1 Utilité d'une approche couplée de la modélisation d'ouvrages hydrauliques complexes

Une des plus importantes spécificités des Laboratoires de Constructions Hydrauliques de l'Université de Liège est de pouvoir systématiquement appréhender les études d'ouvrages hydrauliques qui lui sont confiées sous les deux angles complémentaires de la modélisation numérique et de la modélisation physique [103, 109, 112, 131]. Le plus souvent, l'approche informatique est utilisée pour rapidement définir les champs d'écoulement généraux en amont d'ouvrages de retenue afin de choisir au mieux la géométrie restreinte et les conditions d'alimentation du modèle physique à construire pour étudier en détail les écoulements potentiellement problématiques sur les structures. Le logiciel WOLF2D du HACH est presque exclusivement utilisé pour réaliser ces simulations à grande échelle.

A titre d'exemple, les résultats de l'étude réalisée pour la société EDF-CIH[26] sur une retenue actuellement en construction dans les contreforts de l'Himalaya en Inde sont présentés [112]. Trois des buts de l'étude confiée aux Laboratoires étaient la vérification des capacités fonctionnelles de l'évacuateur de crue (EVC) qui équipe le barrage, l'analyse des conditions d'alimentation des prises d'eau de la centrale hydroélectrique et l'évaluation qualitative des risques d'érosion en aval du saut de ski. Ce genre d'étude se réalise au travers de l'exploitation d'une maquette à échelle réduite de la structure projetée. Grâce à des règles de similitude, les écoulements observés sur le modèle peuvent être valablement extrapolés à la réalité. Le problème majeur de ce genre de réalisation est de définir l'échelle du modèle. Elle doit être suffisamment grande pour pouvoir observer et mesurer tous les phénomènes hydrauliques importants, tout en étant assez petite pour limiter l'emprise du modèle, et donc son coût et son temps de réalisation, dans des proportions acceptables pour les contraintes économiques et financières du projet.

Dans le cas pratique présenté ici, il était nécessaire de réaliser la construction d'une maquette comprenant a minima l'ouvrage d'évacuation des crues, la topographie naturelle de la vallée à son aval et l'ouvrage de prise d'eau, ce qui représente une emprise en plan importante. Afin de correctement alimenter ces différentes structures par rapport à la réalité, il convient de réaliser sur la maquette une extension suffisante de la retenue afin d'éliminer tout effet pervers des limites des bacs et des zones d'alimentation. Cela rend encore plus difficile la réalisation d'une maquette à une échelle exploitable.

C'est ici que l'approche couplée proposée par les Laboratoires prend toute son importance. Par une modélisation numérique à grande échelle des conditions d'écoulement dans l'entièreté de la retenue, les limites précises d'une emprise réduite à réaliser sur modèle peuvent être définies de façon objective. De même, les conditions à remplir pour assurer une alimentation de ce bac amont en accord avec les écoulements réels dans le réservoir complèt peuvent être analysées.

III.6.2.2 Caractéristiques principales du projet

Le projet étudié comporte principalement un barrage en enrochements de 163 m de haut sur fondations, avec une crête de 500 m de long, qui obstrue complètement la vallée encaissée d'une rivière naturelle de l'Himalaya.

La sécurité de l'ouvrage par rapport aux crues, qui peuvent être extrêmement importantes dans cette région, est assurée par la réalisation d'un EVC en rive gauche de la rivière. Il est constitué d'un seuil déversant vanné comprenant six passes de 17,1 m de large séparées par des piles de 6 m de large. L'ouverture des passes est commandée par des vannes secteur de 17,3 m de haut. En aval du seuil, un coursier lisse de 420 m de long et de largeur variable de 108,5 m à l'amont jusqu'à 70 m à l'aval assure l'évacuation des débits. Il se termine par une cuillère de dissipation.

Les spécifications fonctionnelles pour l'EVC sont d'évacuer de façon sécuritaire un débit de 11 400 m^3/s (crue de projet) avec une vanne fermée et une revanche de 6,6 m par rapport à la crête du barrage, et d'évacuer sans dégâts structurels majeurs un débit de 16 500 m^3/s (crue maximale probable) toutes vannes ouvertes avec une revanche de 4,4 m.

Le but principal de l'aménagement est la production d'électricité. Une centrale hydroélectrique équipée de quatre groupes de 200 MW localisée au pied du barrage exploite la chute de 140 m créée par l'ouvrage de retenue. Elle est alimentée par quatre conduites

[26] Electricité de France – Centre d'Ingénierie Hydraulique : division d'EDF ayant en charge les aspects hydraulique et éolien de la production d'électricité, tant sur le plan national qu'international.

forcées de 6,45 m de diamètre qui partent d'une chambre à surface libre située entre le barrage et l'EVC.

De par la nature érodable des terrains en amont de la retenue, les eaux qui arrivent dans le lac sont fortement chargées en sédiments. Ces derniers étant néfastes à la pérennité de l'installation de turbinage, un dessableur doit être construit entre le réservoir et la prise d'eau de l'usine (Figure III-47).

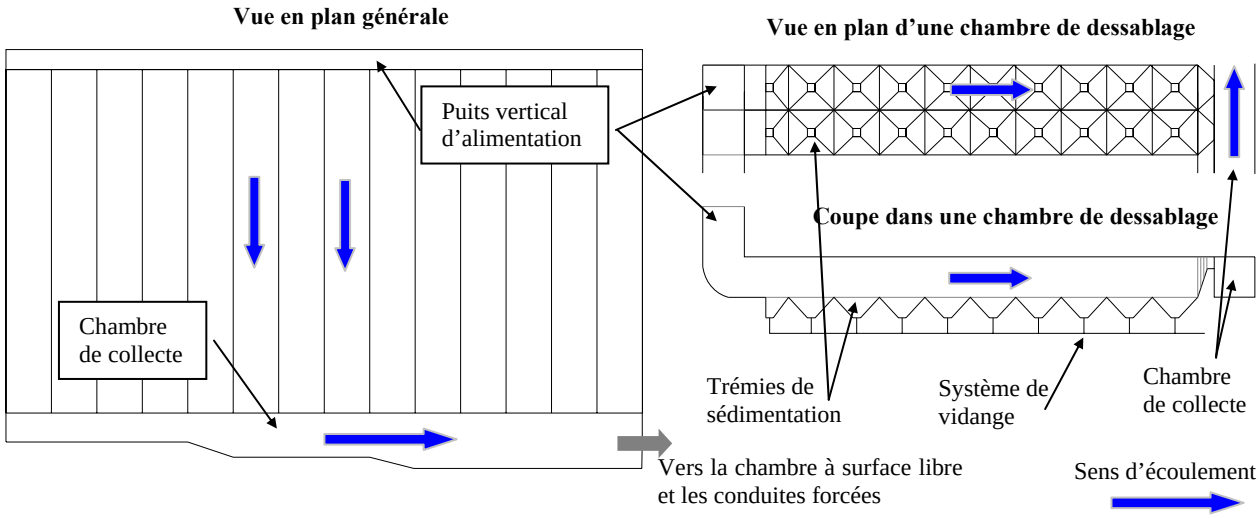


Figure III-47 : Schéma de principe du dessableur [46]

Il est constitué de quatorze chambres de dessablage identiques placées côte à côte, transversalement à l'axe du coursier de l'EVC. Elles ont une largeur de 16,42 m, une hauteur de 12 m et une longueur de 180 m. Elles sont alimentées par un puits de prise d'eau de 12 m de large et 277 m de long, lui-même alimenté par un seuil déversant. Une chambre de collecte en charge en aval des chambres de dessablage, d'une longueur de 200 m environ, récolte les eaux propres pour les conduire dans la chambre à surface libre (Figure III-47).

III.6.2.3 Modèles réduits

Pas moins de cinq modèles réduits ont été réalisés pour rencontrer tous les objectifs des études, avec des facteurs d'échelles de 1/37,5 à 1/100.

Les deux premiers concernaient le système de dessablage [113] (Figure III-48). Grâce au développement de lois de similitudes adaptées [46, 50], ils ont permis de valider le diamètre de coupure de l'installation, d'ajuster la longueur des chambres et de mettre au point le système d'évacuation des sédiments piégés.

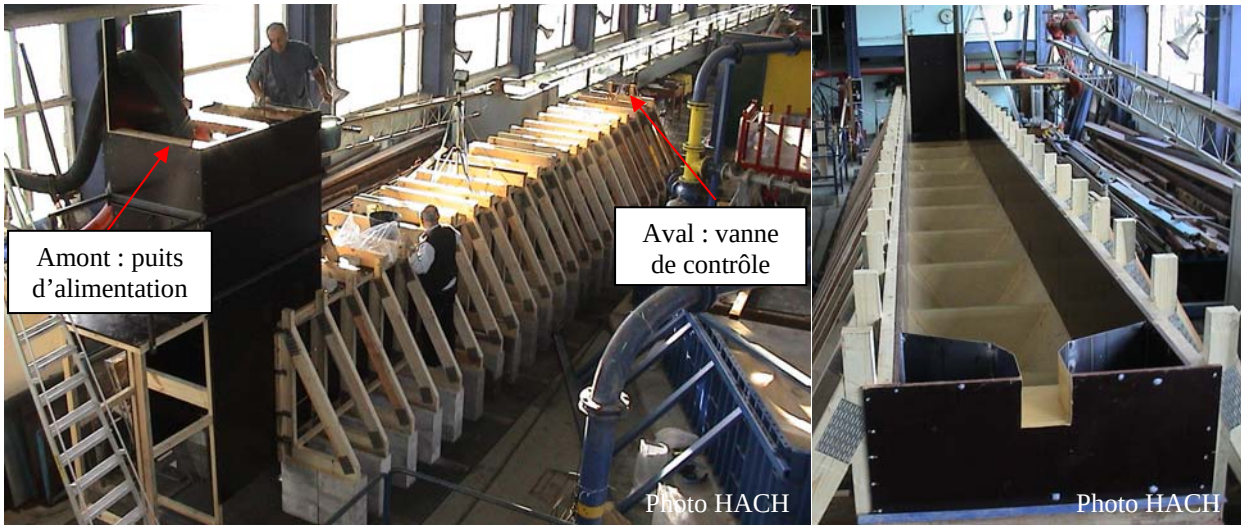


Figure III-48 : Modèle réduit d'une chambre de dessablage (Ech : 1/37.5)

Le troisième sera décrit plus en détail au chapitre suivant (§ IV.8.1). Il concernait le dispositif d'alimentation des conduites forcées [109].

Un autre représentait les ouvrages de dérivation provisoire de la rivière et de vidange de fond [110]. Cette partie de l'aménagement a déjà été réalisée sur site, ce qui permet les confrontations visuelles, toujours agréables pour l'ingénieur de projet, des figures suivantes :

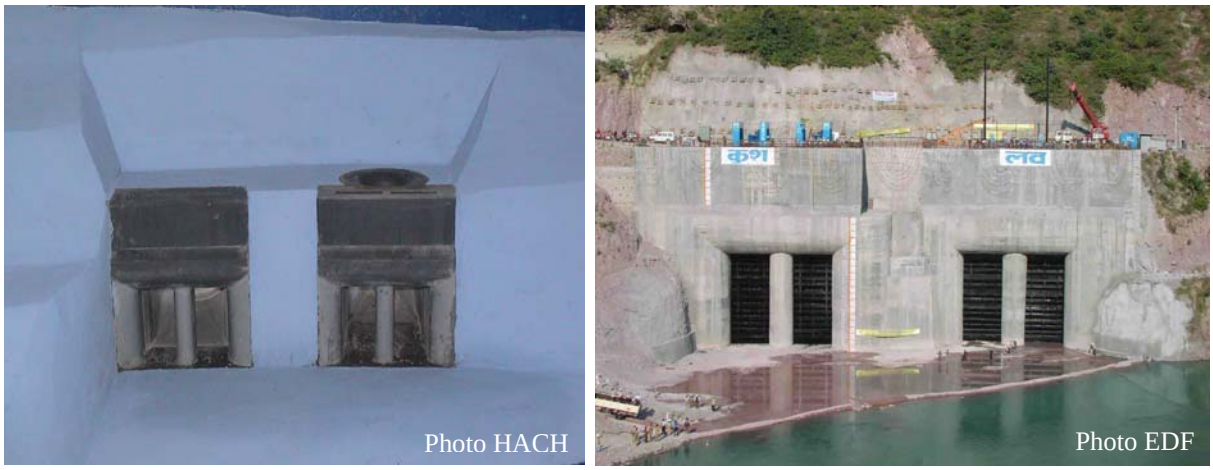


Figure III-49 : Extrémité amont des galeries de dérivation provisoire – Modèle réduit à l'échelle 1/83 (gauche) et ouvrage réel (droite)



Figure III-50 : Extrémité aval des galeries de dérivation provisoire – Modèle réduit à l'échelle 1/83 (gauche) et ouvrage réel (droite)

Finalement, un modèle d'ensemble du barrage, de l'EVC et de la prise d'eau (Figure III-51 et Figure III-52) a permis d'appréhender le fonctionnement hydraulique global de l'ouvrage et d'analyser les écoulements dans la retenue jusqu'à l'aval, avec quantification des phénomènes d'érosion [112]. Il a également servi à étudier les conditions d'écoulement dans la chambre de collecte et la chambre à surface libre, à mesurer la perte de charge entre la retenue et le départ des conduites forcées aisni, qu'à vérifier l'équirépartition des débits entre les chambres de dessablage.



Figure III-51 : Vue du modèle réduit d'ensemble de l'aménagement hydroélectrique (Ech : 1/100)



Figure III-52 : Dessableur et EVC (gauche) et cuillère de dissipation (droite) (Ech : 1/100)

Des études numériques complémentaires ont été réalisées à l'aide des outils de la suite WOLF pour caractériser l'ensablement de la retenue [108], évaluer l'efficacité d'opérations de chasse par l'EVC [36, 114] ou encore modéliser le système d'évacuation des sédiments sous le dessableur [111].

III.6.2.4 Modélisation numérique de la retenue

Afin de définir l'emprise du bac amont du modèle général, des simulations numériques des écoulements dans la retenue ont été entreprises.

La topographie générale du site a été fournie par EDF sous la forme d'un nuage de points définis par leurs coordonnées *x, y* et *z*. Pour être utilisable par WOLF2D, la topographie a été interpolée sur un maillage régulier de 3 m de côté grâce aux outils de préprocessing disponibles dans l'interface WOLF [6]. Ensuite, la topographie spécifique du barrage, de la zone d'approche de l'EVC, du dessableur, de la prise d'eau et de l'EVC a été implémentée manuellement via l'interface graphique de WOLF.

La topographie du coursier n'a pas été représentée telle quelle. En effet, pour simuler des écoulements dans le cas de fortes pentes, des axes de référence locaux sont définis de telle sorte qu'ils « suivent » localement la plus grande pente [100, 107]. La topographie au sens du logiciel est donc plane à ces endroits. L'inclinaison d'axe a été effectuée de façon graduelle, sur 60 m de long, à partir du profil de l'EVC. Une très forte pente a été ajoutée à la fin du coursier de façon à assurer le passage en écoulement supercritique et ainsi éviter l'imposition d'une condition limite de sortie.

Le modèle numérique de terrain finalement obtenu est représenté à la Figure III-53 et à la Figure III-54. Il permet déjà une très bonne visualisation d'ensemble des ouvrages projetés. Il est composé de plus de 178 000 volumes finis et représente une surface réelle de modélisation de l'ordre de 1,6 km².

Le logiciel traitant automatiquement la séparation entre zones émergées et immergées, aucune condition limite particulière n'est à imposer à la simulation en dehors de la zone de l'EVC.

Le débit a été injecté dans le modèle numérique par infiltration au prorata de la hauteur d'eau disponible, donc sans imposer a priori de direction d'écoulement préférentielle [100].

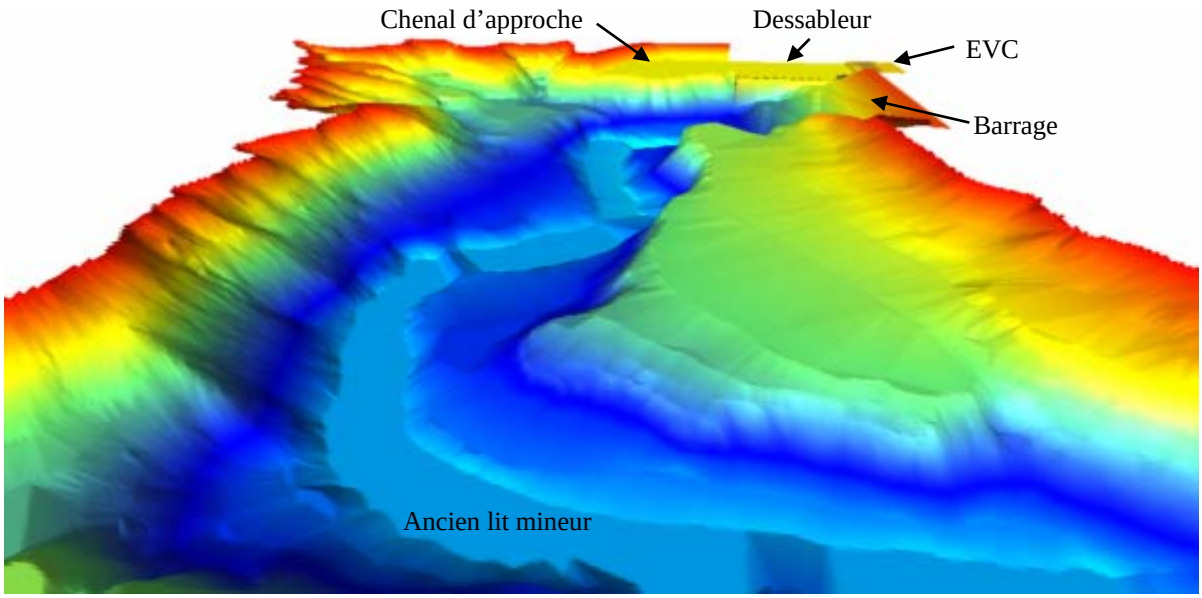


Figure III-53 : Topographie de la zone modélisée dans la retenue

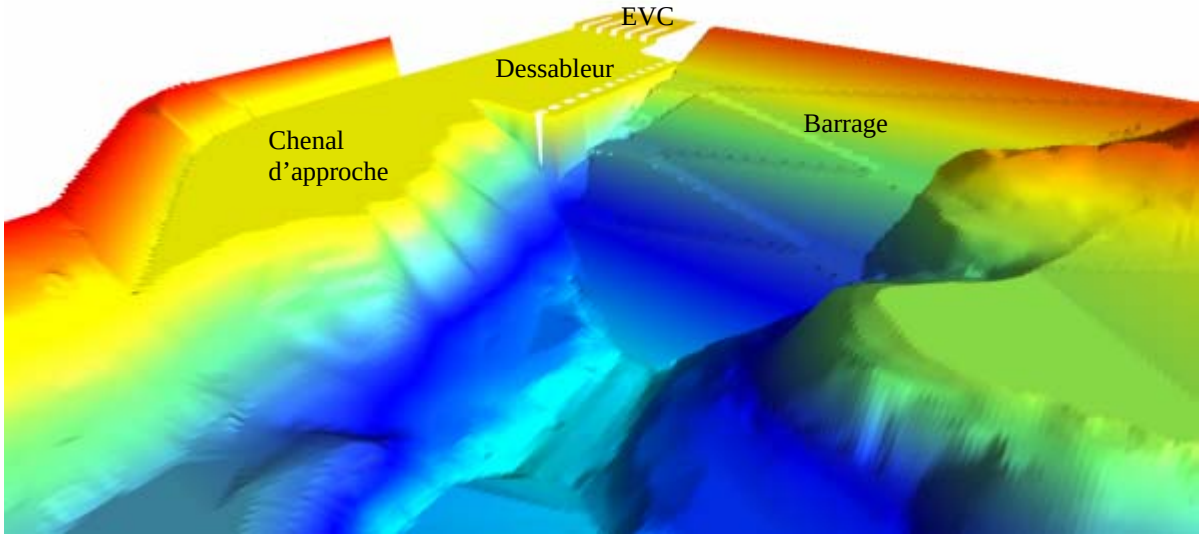


Figure III-54 : Détail de la topographie du barrage et de la zone d'approche de l'ouvrage d'évacuation

III.6.2.5 Définition de la géométrie du modèle réduit

Dans un premier temps, une simulation globale de la retenue, utilisant l'ensemble des données topographiques disponibles, a été réalisée de façon à déterminer les conditions d'écoulement dans le réservoir en amont et à l'approche des ouvrages d'évacuation. Dans un second temps, sur base de ces premiers résultats, la géométrie du modèle réduit a été définie. La simulation des écoulements qui s'y développent a permis de valider son emprise en vérifiant que les conditions d'écoulement reproduites à l'échelle correspondent bien aux conditions réelles prévues par la première simulation.

Les deux modélisations ont été réalisées au débit maximum probable de 16 500 m³/s qui est le cas le plus défavorable au niveau de l'écoulement à l'approche de l'EVC.

Sur base des résultats de la simulation globale (Figure III-55), on constate que l'écoulement dans la retenue se scinde en deux courants principaux : un courant qui suit le lit mineur de la rivière, là où le frottement est le moins important, et un autre qui coupe le coude de la rivière au plus court pour aller directement alimenter l'EVC. Entre les deux, on observe une zone morte. Ces observations sont extrêmement importantes et doivent être prises en considération lors de la définition de l'emprise de la partie amont du modèle réduit afin de ne pas biaiser la représentation des conditions d'alimentation de l'EVC.

La simulation de la partie amont du modèle réduit à l'aide du même maillage et pour des conditions d'écoulement identiques permet une validation immédiate de l'emprise choisie, par exemple par comparaison de la distribution du débit en des endroits spécifiques (Figure III-56 et Figure III-57).

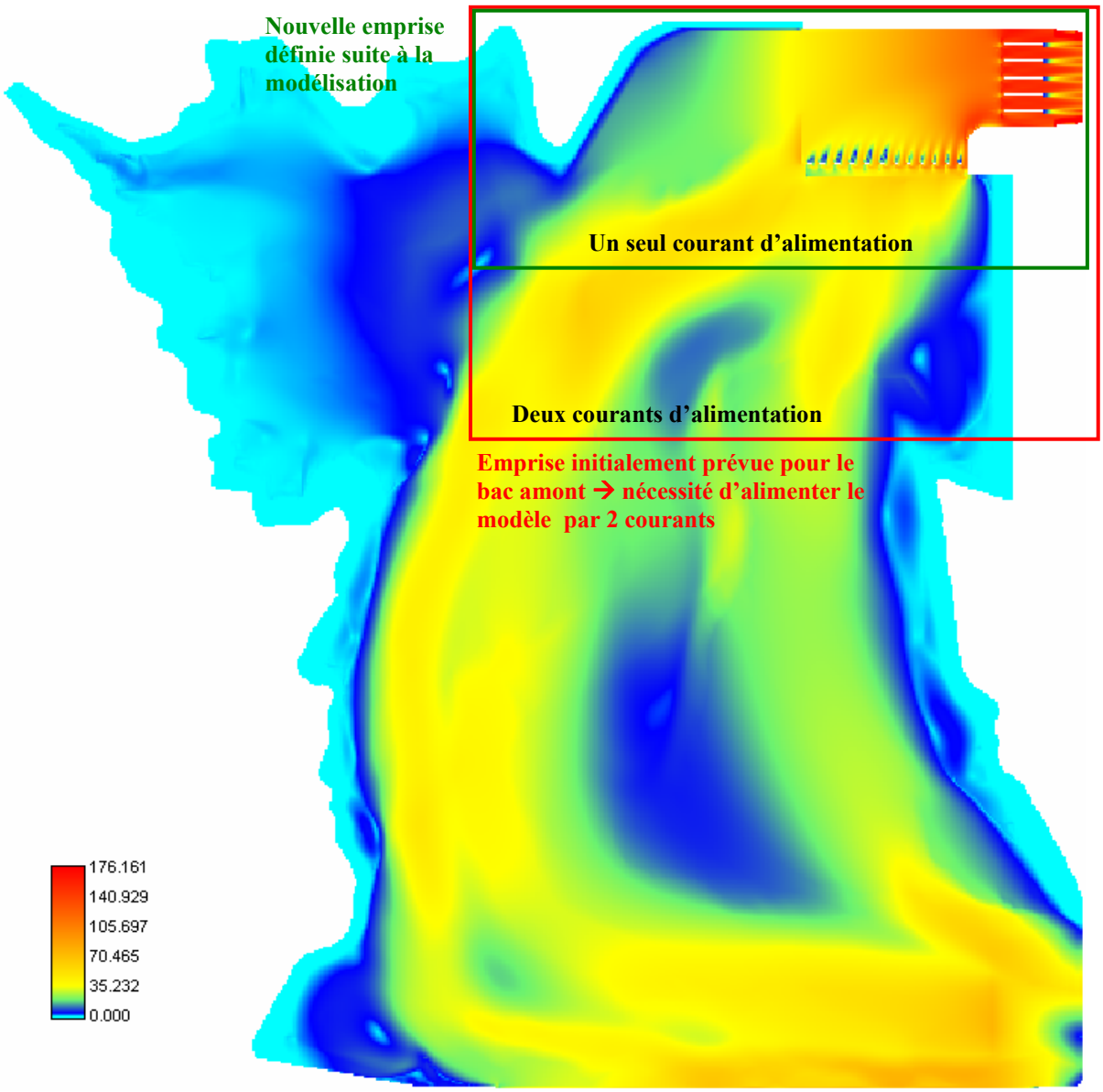


Figure III-55 : Modules de débit dans la retenue (m²/s) pour un débit total injecté de 16 500 m³/s – Définition de l'emprise du modèle réduit

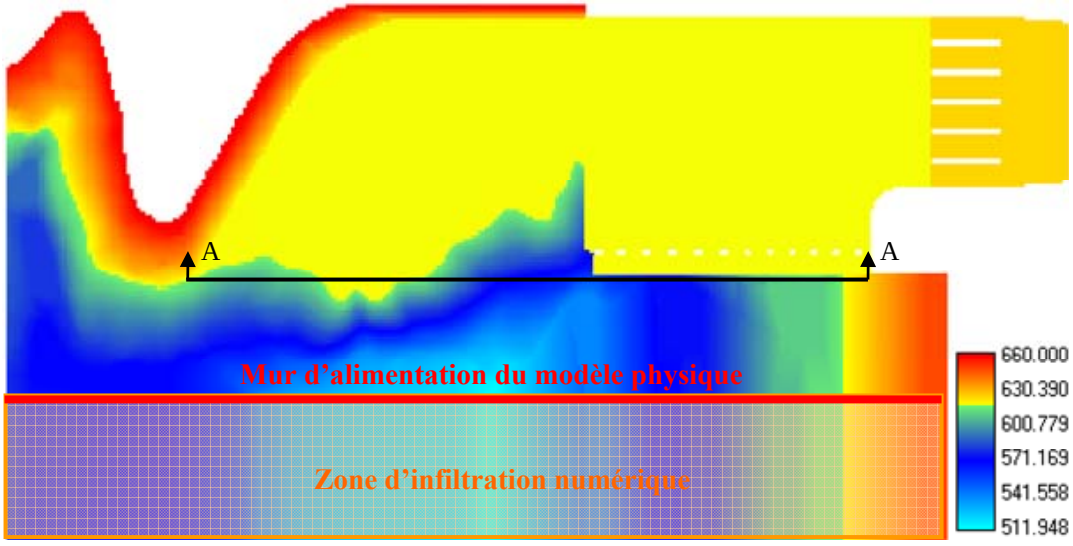


Figure III-56 : Topographie du bac amont du modèle réduit et de la simulation numérique associée

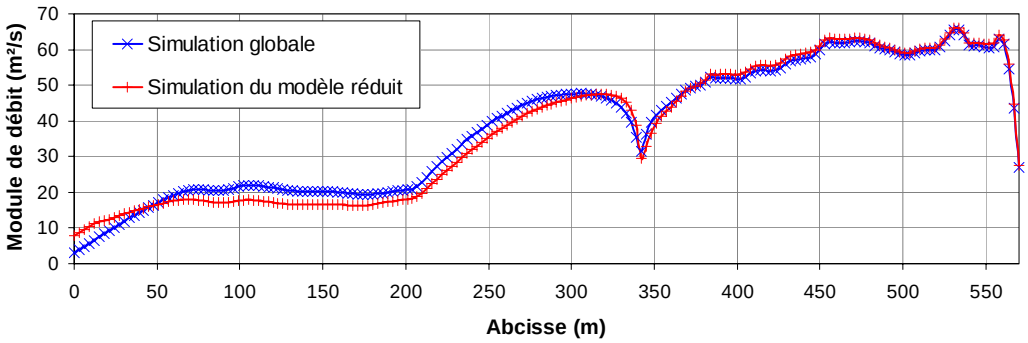


Figure III-57 : Distribution des modules de débits au droit de la section A-A – Comparaison de la simulation d'ensemble et de la géométrie limitée du bac du modèle réduit

Outre les aspects liés à la définition de la géométrie du modèle réduit, les simulations numériques de la retenue à large échelle produisent des résultats intéressants sur la géométrie des ouvrages. Par exemple, à la Figure III-55, on constate un surdimensionnement manifeste de la zone d'approche de l'EVC.

D'autre part, dans le réservoir proprement dit, des zones de recirculation apparaissent qui sont d'une extrême importance pour l'appréhension des phénomènes hydrosédimentaires, en particulier l'ensablement de la retenue [108]. Néanmoins, l'étude fiable de ces phénomènes hydrodynamiques de tourbillons de faible intensité ne peut s'envisager sans l'adjonction au modèle mathématique de base d'une représentation détaillée des effets de turbulence. Ce point, intégralement développé au HACH dans le cadre de cette recherche doctorale, fera l'objet du chapitre suivant.

Au delà des capacités du logiciel WOLF2D à modéliser les écoulements dans les réservoirs de barrage, cette application illustre le bénéfice qui peut être retiré d'une approche couplée numérique – expérimentale pour les études sur modèle de grands ouvrages hydrauliques.

Dans le cas présenté ici, une emprise réduite du modèle physique a été déterminée objectivement avec comme conséquence directe une diminution des coûts et des délais de réalisation sans préjudice de la qualité des essais réalisés face à la réalité.

III.7 Conclusions

Ce chapitre a débuté par l'analyse théorique du comportement, en présence de discontinuités, des principaux modèles hydrodynamiques employés dans cette thèse de doctorat. Elle a notamment permis de mettre en évidence et d'analyser la variation des grandeurs physiques conservées par les différentes formes de modèles mathématiques. Une première conclusion sur la façon d'appréhender les termes non-conservatifs de pente de fond a pu être dégagée.

Ensuite, le gain en temps de calcul engendré, pour les simulations unidimensionnelles à large échelle, par l'implémentation d'une méthode d'intégration temporelle implicite dans le logiciel WOLF1D, a été démontré.

De même la nouvelle structure du logiciel WOLF2D, mise au point lors de cette recherche doctorale, a été présentée et validée. Elle permet de résoudre tout jeu de N équations différentielles en N inconnues sur un maillage bidimensionnel cartésien. La validation des améliorations apportées au code bidimensionnel, comme la gestion du domaine de calcul, a été réalisée sur la base de cas test spécifiques.

Des avancées significatives dans la compréhension du comportement énergétique des modèles basés sur les équations de conservation de la quantité de mouvement ont également été réalisées. Une formulation des termes sources de pente de fond et de frottement permettant de

conserver l'énergie de l'écoulement a été proposée. Des limitations adéquates ont également été établies de façon à permettre la capture correcte par le modèle des discontinuités d'écoulement, telles les ressauts.

Enfin, une méthode originale pour assurer la conservation du volume hydrique des simulations a été proposée.

Des cas d'applications réels ont finalement été présentés, aussi bien en une qu'en deux dimensions. Ils prouvent l'applicabilité et l'efficacité des modèles développés face aux problèmes classiques rencontrés par les ingénieurs hydrauliciens, ainsi que l'opportunité que représente une utilisation combinée de modèles numériques et physiques.

Au terme de ce chapitre, nous disposons d'une base informatique solide et fonctionnelle, à la structure éprouvée, pour développer de nouveaux modèles et de nouvelles potentialités de calcul à même de nous aider à atteindre les objectifs que nous nous sommes fixés pour la mise au point d'outils pratiques pour la gestion et le dimensionnement d'ouvrages hydrauliques.

Notamment, les modèles exposés rencontrent les propriétés nécessaires énoncées par Alcrudo [1] pour qu'un modèle numérique constitue un bon logiciel de calcul des écoulements :

- Ils sont conservatifs, i.e. ils conservent les quantités fondamentales de base que sont la masse et la quantité de mouvement,
- Ils sont capables de capturer les seules solutions qui ont un sens physique, i.e. uniquement celles qui dissipent de l'énergie,
- Ils sont équilibrés dans le sens de la compatibilité entre la discrétisation des flux advectifs et des termes sources, afin de préserver l'équilibre d'un état stabilisé,
- Ils sont capables de traiter des zones sèches et la propagation d'un front humide sur un fond sec.

Sur cette base saine et bien maîtrisée, nous nous proposons maintenant d'enrichir les modèles mathématiques par la prise en compte des effets de turbulence, ou d'augmenter leurs potentialités de représentation par un raffinage local du domaine de calcul, voire une variation locale des modèles mathématiques employés. Ce seront les thèmes des chapitres suivants.

IV CONTRIBUTION À LA MODÉLISATION DE LA TURBULENCE

« Classification of turbulent flows has, surprisingly, seldom been attempted by turbulent researchers (…); but we have found it to be useful in guiding the choice of appropriate turbulence models, and for relating complex practical problems in turbulence to simpler and better understood turbulent flows. »
Hunt, 1992, cité dans Chassaing [25]

IV.1 Introduction

Dans tout écoulement réel, de l'énergie est continuellement dissipée par frottements externes (lit, berges, …), par interaction avec divers éléments de macro-rugosité (bâtiments, arbres, ...), mais aussi par turbulence. Cette dernière est définie comme « un mode naturel d'écoulement d'un fluide visqueux où des mécanismes internes d'échange d'énergie assurent la création et le maintien de toute une hiérarchie de mouvements chaotiques répartis continûment sur une large gamme d'échelles macroscopiques » [25].

Les effets turbulents s'apparentent à une véritable friction interne à la lame fluide, qui prélève de l'énergie de l'écoulement moyen pour la dégrader à des échelles spatiales significativement plus petites par frottements visqueux.

Dans bon nombre d'applications pratiques de l'ingénieur, la turbulence joue un rôle de second plan et seuls les frottements externes dus au contact du fluide avec les parois sont significatifs dans les calculs. Cet état de fait se vérifie particulièrement pour des écoulements réels conditionnés par des effets advectifs intenses, tels que les crues induites par la rupture d'un ouvrage.

Néanmoins, la prépondérance des termes de transport des équations hydrodynamiques est moins marquée dans d'autres cas de figure, notamment des écoulements plus lents à proximité de structures ou sur des configurations géométriques spécifiques. La prise en compte de la turbulence est alors tout à fait nécessaire à l'affinement des résultats de la modélisation. De plus, son rôle peut se révéler essentiel dans des applications complexes, telles celles considérant l'interaction de l'écoulement avec un lit mobile ou celles envisageant la dispersion d'un polluant par exemple [33].

Pratiquement, le régime d'écoulement turbulent a pour effet de réduire les inhomogénéités cinématiques au sein du fluide, d'augmenter les pertes par frottement visqueux mais de diminuer sensiblement la traînée de forme en retardant d'éventuels décollements, et enfin de favoriser le mélange d'une phase dispersée [25].

Différentes techniques de modélisation existent pour rendre compte, dans les modèles mathématiques employés, de l'effet de la turbulence. Cependant, très peu ont été développés dans le cadre spécifique des écoulements en fine lame qui nous intéressent. Or nous verrons par la suite que le cadre d'application des modèles intégrés sur la hauteur a des implications

non négligeables sur les phénomènes de turbulence observés. De facto, les modèles développés doivent tenir compte de ces spécificités.

Dans ce chapitre, après un rappel de la nature de la turbulence et de ses principales caractéristiques, nous allons proposer une modélisation des phénomènes turbulents spécifiquement adaptée aux modèles hydrodynamiques à surface libre intégrés sur l'épaisseur de la lame fluide. Un modèle original, du type à deux longueurs de mélange et équations de transport additionnelles, est établi analytiquement pour ensuite être implémenté dans le logiciel WOLF2D.

Des exemples de validation sur base d'essais expérimentaux prouvent la pertinence de l'approche proposée et illustrent sa meilleure représentativité des phénomènes turbulents par rapport aux modèles classiquement employés dans le cadre des écoulements en fine lame.

Des applications pratiques clôturent le chapitre. Elles permettent la mise en œuvre du nouveau modèle dans des situations pratiques réelles présentant une complexité croissante, depuis des écoulements en section rectangulaire dans un ouvrage de prise d'eau jusqu'à la modélisation d'un tronçon de rivière en topographie réelle avec des transitions entre zones sèches et humides et la présence de hauts fonds ou d'élargissements locaux propices à l'apparition de courants de recirculation.

IV.2 Le mouvement turbulent

IV.2.1 Régime laminaire et régime turbulent

C'est en 1883 que Osborne Reynolds [139] publia les résultats de sa célèbre expérience qui lui permit de mettre en évidence les deux régimes d'écoulement d'un fluide en mouvement, le régime laminaire et le régime turbulent.

Il observa que dans un tube où s'installe un débit, un filet de fluide coloré injecté en amont reste concentré et possède une trajectoire longiligne et stable pour des faibles valeurs de vitesse de l'écoulement dans le tube. Par contre, au-delà d'une certaine vitesse, le filet coloré devient instable et indique la présence dans l'écoulement de toute une série de tourbillons d'apparence aléatoire dans toutes les directions. Une représentation de ces deux phénomènes est donnée à la Figure IV-1.

Reynolds montra par ailleurs que trois paramètres entrent en jeu pour caractériser le régime de l'écoulement : une longueur caractéristique L (le diamètre du tube par exemple), la vitesse U du fluide et sa viscosité ν. Il les combina pour former ce que l'on appelle couramment le nombre de Reynolds *Re*, nombre sans dimension qui traduit le rapport entre les termes non-linéaires et visqueux des équations de Navier-Stokes. Les termes non-linéaires des équations (II-2) ont pour dimension U^2/L alors que les termes visqueux sont de l'ordre de $\nu U/L^2$. Le rapport des deux expressions conduit à :

$$\mathrm{Re} = \frac{UL}{\nu} \tag{IV-1}$$

La transition entre le régime laminaire (écoulement régulier et reproductible) et turbulent (d'apparence chaotique) est située aux environs de $\mathrm{Re} \approx 2000$ [140]. A cet instant, l'amplitude des termes non-linéaires, responsables de la propagation des perturbations au sein du fluide et donc ayant un effet déstabilisant, devient supérieure à celle des termes visqueux qui ont un effet dissipatif et sont donc stabilisants.

On comprend bien ici que les mouvements d'agitation ne doivent pas être considérés comme se superposant au mouvement d'ensemble du fluide. Il y a en fait interaction entre tous les mouvements présents dans l'écoulement, selon une dynamique unique régie par les équations de Navier-Stokes.

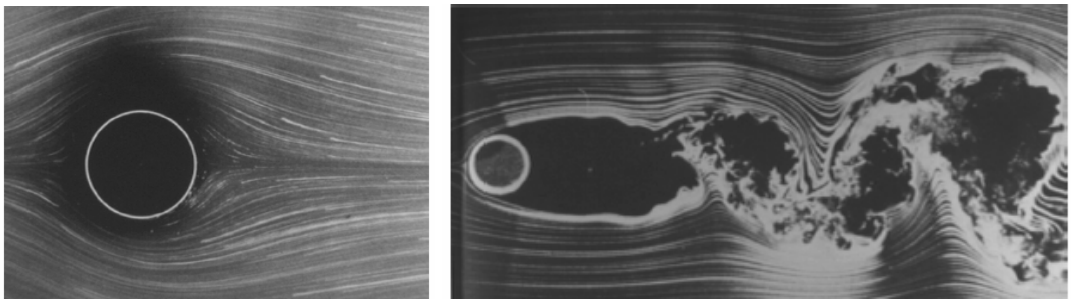


Figure IV-1 : Ecoulements autour d'un cylindre en régime laminaire (a) et en régime turbulent (b) : (a) *Re* = 1,5 ; (b) *Re* = 1000 [158]

IV.2.2 Caractéristiques du mouvement turbulent

Le mouvement turbulent est de nature rotationnelle tridimensionnelle et se compose d'une infinité de contributions en termes d'échelles temporelles et spatiales. Il est souvent cité que, de façon concrète, les mouvements désordonnés caractérisant l'agitation de la turbulence sont liés à la présence de « tourbillons » ou « structures tourbillonnaires » au sein même de l'écoulement. Même si cette notion de tourbillons se doit de rester purement conceptuelle, chaque fréquence ou chaque nombre d'onde caractérisant le mouvement turbulent ne pouvant être rattaché en toute rigueur à une entité physique parfaitement définie [25], elle est commode pour l'explication des phénomènes et sera conservée dans la suite de ce travail. De plus, il n'en demeure pas moins que dans la plupart des écoulements turbulents qui nous intéressent, l'ensemble des mouvements d'agitation inclut ceux de véritables structures tourbillonnaires parfaitement constituées au caractère périodique prononcé.

Physiquement, les grands tourbillons, associés aux faibles fréquences de fluctuation, sont de l'ordre de grandeur du domaine d'écoulement. Ils sont anisotropes car influencés par les conditions limites, en particulier pour les écoulements à surface libre en fine lame où ils sont géométriquement limités au plan préférentiel d'écoulement. A l'inverse, les petits tourbillons, associés aux grandes fréquences, sont soumis à l'action de la viscosité moléculaire et sont isotropes.

C'est principalement le mouvement turbulent à grande échelle qui transporte la quantité de mouvement. Il est très peu dissipatif, interagit avec l'écoulement moyen et a tendance à propager les fluctuations. Au contraire, le mouvement turbulent à faible échelle, qui interagit avec les forces de viscosité, est très dissipatif.

Mais ces deux états d'écoulement sont en intime relation : afin de transformer l'énergie cinétique des mouvements à grande échelle en énergie thermique (dissipation par les mouvements de faible amplitude), les échelles interagissent par un processus appelé « cascade d'énergie ».

Pendant la cascade, l'énergie cinétique des grandes structures est transformée, presque sans dissipation, en énergie cinétique de petites structures. Toutes les échelles intermédiaires sont alors excitées, et ceci grâce à la non-linéarité des équations de Navier-Stokes. Finalement, l'énergie cinétique emmagasinée dans les petites structures est dissipée sous forme de chaleur par les forces visqueuses.

IV.2.3 Echelles de la turbulence

Les transferts d'énergie qui ont lieu dans un écoulement turbulent s'effectuent à diverses échelles caractéristiques. Selon la théorie de Kolmogorov (1941), la turbulence s'apparente à un transfert d'énergie cinétique en cascade depuis l'écoulement moyen jusqu'à des cellules de turbulence à grande échelle. Ces dernières transfèrent elles-mêmes de l'énergie cinétique à des cellules turbulentes à plus petites échelles jusqu'à atteindre une échelle où les contraintes visqueuses agissent fortement pour dissiper cette énergie en chaleur. La plus petite échelle

s'appelle micro-échelle ou échelle de Kolomogorov, et le processus ainsi décrit est la cascade de Kolmogorov [83].

IV.2.4 Nature aléatoire de la turbulence

Les caractéristiques d'un écoulement laminaire sont des fonctions déterministes de l'espace et du temps, c'est-à-dire que la répétition d'un mouvement réel à partir de conditions initiales et aux limites identiques conduit à des valeurs identiques de ces fonctions aux incertitudes de mesure près [25]. A contrario, dans un écoulement turbulent, le champ des vitesses $\vec{u}$ est aléatoire [25, 132]. Il convient d'entendre par là que la répétition d'une même expérience ne conduira pas à l'obtention d'une même valeur des variables en un même point et au même temps, mais bien à celle d'un ensemble de valeurs différentes. En d'autres termes, la valeur du champ hydrodynamique associée à la répétition d'une même expérience dans les mêmes conditions n'est pas unique.

Or, l'étude de la turbulence reste du domaine de la mécanique des milieux continus puisque l'agitation turbulente s'exerce à un niveau supra-moléculaire [25]. Les équations générales qui régissent le mouvement d'un fluide sont celles du modèle classique de Navier-Stokes, rappelées au chapitre II. Les principes à la base de ces équations sont déterministes. Et si les équations décrivant le mouvement d'un fluide sont déterministes et possèdent une solution unique pour des conditions initiales et limites données [25], pourquoi les observations réelles apparaissent-elles aléatoires ?

La réponse réside dans la combinaison de deux observations [132]:

- pour tout écoulement turbulent, il y a inévitablement des perturbations dans la condition initiale, les conditions aux limites et les propriétés du fluide, en tous les cas au degré de précision requis à l'échelle du continu,
- les champs d'écoulement turbulent sont extrêmement sensibles à de telles perturbations.

Par exemple, considérons l'écoulement d'un débit donné d'eau à 20°C dans un canal rectiligne alimenté par un seuil déversant. Les conditions de l'expérience décrites de cette façon sont incomplètes. En pratique, le débit ne sera pas toujours exactement identique d'une expérience à l'autre, le fini de surface des parois variera également au cours du temps. La présence d'impuretés dans le fluide en modifiera légèrement ses propriétés et sa température ne sera jamais totalement homogène. Même si, en pratique, il y a moyen de réduire l'amplitude de ces imprécisions en travaillant méticuleusement, elles restent inéluctables du fait de la présence dans toute application ou expérimentation d'un seuil de précision [25].

De telles perturbations n'expliquent pas à elles seules la nature aléatoire des écoulements turbulents. Elles sont d'ailleurs les mêmes pour les écoulements laminaires qui n'apparaissent pourtant pas aléatoires au sens où nous l'avons défini ci-dessus. En fait, pour de grandes valeurs du nombre de Reynolds, l'évolution des champs d'écoulements est fort sensible à de très faibles variations des conditions initiales, conditions limites et propriétés du fluide. Cette sensibilité est mise en évidence et a été popularisée dans les livres sur la théorie du chaos. Elle peut facilement être illustrée par les équations de Lorenz [132].

Lorenz étudie un système temporel de trois équations différentielles ordinaires en les trois variables $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma\left(y - x\right) \tag{IV-2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \rho x - y - xz \tag{IV-3}$$

$$\frac{dz}{dt} = -\beta z + xy \tag{IV-4}$$

Pour la valeur des coefficients $\sigma = 10$, $\beta = 8/3$ et $\rho = 28$ et partant d'une condition initiale

$$\left[x(0), y(0), z(0)\right] = \left[0.1, 0.1, 0.1\right], \tag{IV-5}$$

la Figure IV-2 a) montre l'évolution temporelle de la variable $x(t)$ obtenue par intégration des équations (IV-3). Le résultat $\hat{x}(t)$, obtenu pour une condition initiale très légèrement différente,

$$\left[x(0), y(0), z(0)\right] = \left[0.100001, 0.1, 0.1\right] \tag{IV-6}$$

est donné à la Figure IV-2 b). Dans une première phase, on observe que les deux solutions $x(t)$ et $\hat{x}(t)$ sont identiques. Mais, pour $t = 35\,\text{s}$, elles deviennent tout à fait différentes comme le montre le graphe de $\hat{x}(t) - x(t)$ (Figure IV-2 c)).

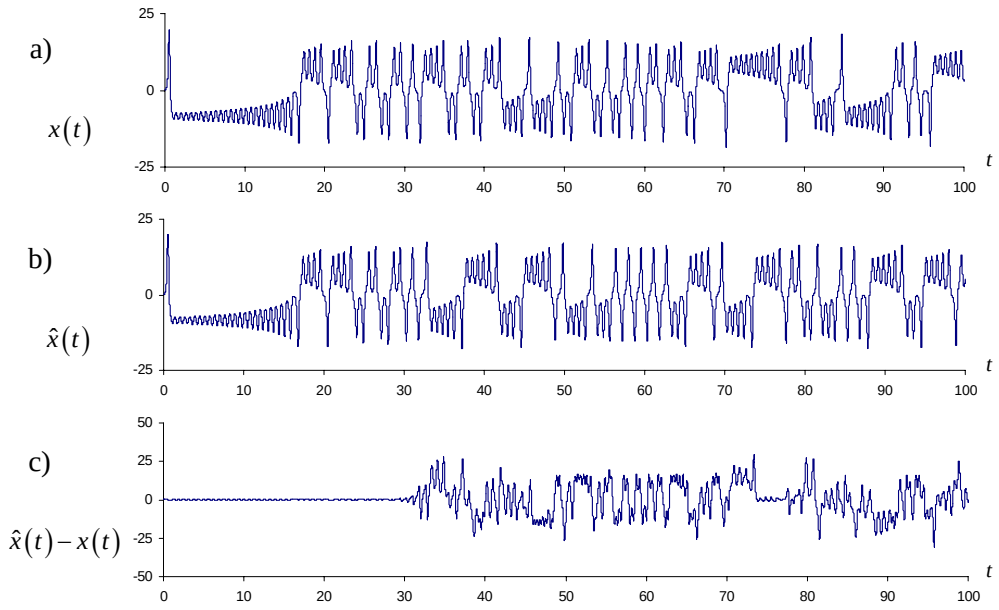


Figure IV-2 : Evolution temporelle à partir du système de Lorenz ($\sigma = 10$, $\beta = 8/3$, $\rho = 28$) de a) la variable $x(t)$ pour la condition initiale (IV-5), b) la variable $\hat{x}(t)$ pour la condition initiale légèrement différente (IV-6), c) la différence $\hat{x}(t) - x(t)$

Une conséquence de cette extrême sensibilité aux conditions initiales est que, passé un certain point, l'état du système ne peut plus être prédit. Dans l'exemple présenté ci-dessus, si l'état initial est connu avec une précision de 10^{-6}, la Figure IV-2 c) montre à suffisance que l'état du système est indéterminé dès que t dépasse 30 secondes.

Cet exemple sert à démontrer qu'un système simple d'équations déterministes peut afficher une sensibilité importante aux conditions initiales, et donc une certaine forme d'imprévu de la solution.

Il est intéressant de poursuivre plus loin le raisonnement et de constater que le comportement qualitatif du système de Lorenz dépend de la valeur de ses coefficients. En particulier, pour une valeur fixée de $\sigma = 10$ et $\beta = 8/3$, son comportement dépend de ρ. Si la valeur de ρ est inférieure à une valeur critique $\rho^* \approx 24.74$ [132], alors le système converge vers une solution stable et les variables $\left[x(t), y(t), z(t)\right]$ tendent asymptotiquement vers une valeur fixée (Figure IV-3) indépendamment de la condition initiale choisie. Pour tout $\rho > \rho^*$, un comportement désordonné du système apparaît.

Le parallélisme est immédiat avec les équations régissant le mouvement d'un fluide qui, pour des conditions limites constantes, tendent vers une solution stationnaire à bas nombre de Reynolds mais présentent un comportement turbulent pour des valeurs élevées.

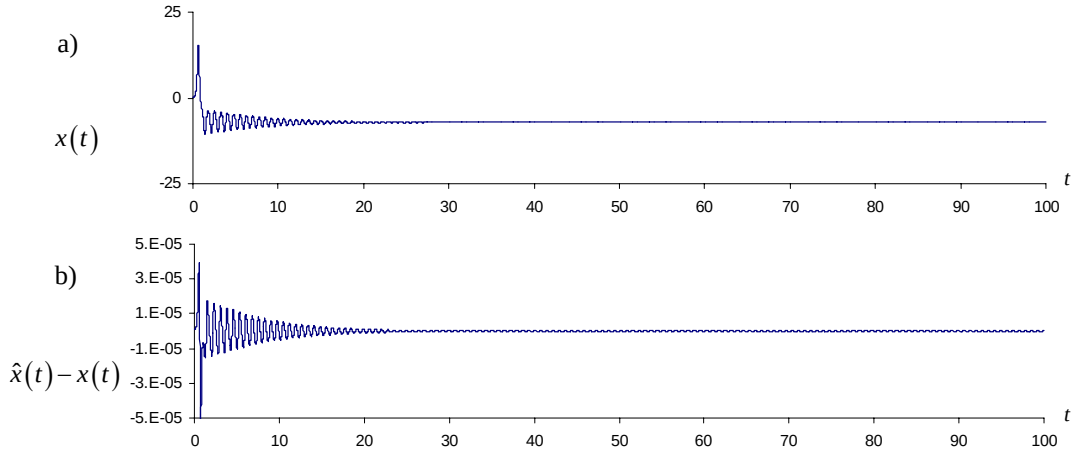


Figure IV-3 : Evolution temporelle à partir du système de Lorenz ($\sigma = 10$, $\beta = 8/3$, $\rho = 20$) de a) la variable $x(t)$ pour la condition initiale (IV-5), b) la différence $\hat{x}(t) - x(t)$ avec $\hat{x}(t)$ évalué à partir de la condition initiale (IV-6)

Même si la pertinence de cette approche de la justification de la perte de déterminisme physique en turbulence du modèle de Navier Stokes, comme l'appelle Favre ou Chassaing [25], n'est à l'heure actuelle pas encore totalement assurée pour toutes les situations décrites par ces équations, elle ouvre des perspectives conceptuelles nouvelles.

IV.3 Techniques de modélisation

Les équations de Navier–Stokes présentées au chapitre II s'étendent valablement à l'ensemble des écoulements de fluides newtoniens car le modèle rhéologique n'est en rien modifié par le régime d'écoulement. Néanmoins, dès lors qu'une résolution numérique de ce système est entreprise, il est extrêmement complexe et coûteux de tenir compte explicitement des phénomènes turbulents aux plus petites échelles temporelles et spatiales. C'est pourquoi des techniques ont été mises au point pour simplifier cette représentation. La plus célèbre et la plus efficace est sans conteste celle proposée par Reynolds, qui s'appuie sur une décomposition des variables instantanées en une composante moyenne et une fluctuation.

Cette constatation a inspiré à Kampé de Fériet en 1962 cette description très romanesque du problème, citée par Chassaing [25]: « D'un côté, sur un pic couvert de neiges éternelles, flotte dans la solitude et le silence, l'étendard des équations de Navier ; un abîme insondable sépare ce sommet du terrain sur lequel se déverse la pluie incessante des résultats de l'expérience… Un seul pont est tendu au-dessus de cet abîme… Ce pont est constitué par les équations de Reynolds ».

D'autres approches que celle de Reynolds ont néanmoins été mises au point pour la modélisation des processus turbulents. Partant de la résolution directe des équations de Navier-Stokes, elles s'étendent jusqu'à des paramétrisations locales largement simplifiées. L'étude de ces modèles mérite à elle seule plusieurs ouvrages de l'ampleur de celui-ci. Traitée par une littérature spécialisée abondante [25, 132, 141], leur description complète dépasse largement le cadre de cette thèse de doctorat. Tout au plus allons-nous nous contenter ici d'une brève présentation des principales familles de techniques de modélisation, dans le but de mieux cadrer l'approche envisagée pour le développement d'un modèle original spécifiquement adapté aux écoulements en fine lame.

IV.3.1 Simulation numérique directe

Conceptuellement très simple, la Simulation Numérique Directe (SND[27]) consiste à discrétiser directement les équations de Navier-Stokes avec une finesse temporelle et spatiale suffisante pour calculer correctement toute la gamme du mouvement turbulent. Cette technique demeure encore hypothétique pour la plupart des applications pratiques. En effet, la puissance de calcul requise dépasse celle des ordinateurs de pointe actuels (par ex. CRAY 1) dès lors que le maillage excède environ 1000 nœuds [25].

De par l'extrême influence de la précision sur les valeurs des conditions aux limites, un traitement statistique est nécessaire sur base d'un échantillon de solutions obtenues à la suite de plusieurs résolutions du modèle. Aucune réponse théorique satisfaisante n'existe aujourd'hui quant à la détermination de cet échantillon « représentatif » [25].

L'impossibilité d'alimenter une telle modélisation en conditions initiales et limites suffisamment définies pour un écoulement à surface libre d'intérêt pratique hypothèque toute possibilité de retenir cette approche comme alternative crédible pour la modélisation d'écoulements turbulents dans le contexte qui nous intéresse.

IV.3.2 Simulation de grandes échelles

De nombreux développements sont en cours actuellement autour de méthodes à statistique partielle [64, 78, 154]. Dans ce cas, les mouvements turbulents à petite échelle sont traités par une approche statistique alors que l'évolution des plus grands tourbillons relève du calcul direct. Ces méthodes sont connues sous la dénomination de Simulations de Grandes Echelles (SGE[28]) en faisant référence aux échelles qui sont résolues directement.

Le principe de la méthode consiste à appliquer un filtre spatial aux équations de Navier-Stokes afin de séparer les échelles de fluctuations : seule la contribution de la turbulence aux grandes échelles est explicitement simulée et n'est pas considérée comme aléatoire, tandis que celle à petites échelles est modélisée par un traitement approprié appelé Modélisation de Sous Maille (MSM[29]). Ce principe de séparation des échelles a un sens étant donné que les fluctuations à faible échelle sont beaucoup moins dépendantes du temps et influencent beaucoup moins l'écoulement moyen. Les paramétrer à l'aide d'un modèle simplifié se révèle dès lors davantage justifiable.

Bien que très en vogue aujourd'hui, cette technique requiert encore d'importantes ressources informatiques, un temps de calcul devenant vite prohibitif, et l'impossibilité de tirer parti d'éventuels plans ou axes de symétrie, étant donné le caractère toujours transitoire de la solution finale [132]. Elle est donc surtout à retenir pour des études ciblées sur des domaines d'emprise très limitée [143].

[27] DNS en anglais pour *Direct Numerical Simulation*

[28] LES en anglais pour *Large Eddies Simulations*

[29] SGM en anglais pour *Sub-Grid Model*

IV.3.3 Evolution de grandeurs moyennes

IV.3.3.1 Principe - Moyenne de Reynolds

Les considérations qui précèdent semblent assez pessimistes quant à notre capacité à caractériser un écoulement turbulent réel et à le modéliser. Même si nous parvenions à résoudre les équations de Navier-Stokes pour un cas d'application pratique, la solution obtenue ne nous serait d'aucune utilité puisque qu'elle ne serait la représentation que d'une possibilité de la solution réelle, dont elle serait l'image à la précision des données du problème posé près. De plus, un tel détail sur les résultats n'est en général pas requis dans la grande majorité des applications pratiques qui nous intéresse.

Une solution nous est fournie par Reynolds, qui a envisagé la piste d'une description statistique globale du mouvement turbulent.

Comme toute variable aléatoire, le champ de vitesse peut être caractérisé à l'aide de variables statistiques, et les équations de Navier-Stokes peuvent être utilisées pour évaluer l'évolution de ces valeurs particulières. Reynolds [140] a été le premier à développer le principe d'un état moyen du fluide, pour aboutir à ce qui est communément connu sous le nom de principe de la décomposition de Reynolds. Son idée est de décomposer chaque variable en une composante moyennée $\overline{a}$ et une fluctuation a'.

$$a(x,t) = \overline{a}(x,t) + a'(x,t) \tag{IV-7}$$

La composante moyenne représente une moyenne statistique de la variable aléatoire $a(x,t)$.

En écoulement stationnaire, elle peut être obtenue par intégration de la variable sur un temps suffisant pour excéder l'échelle temporelle des variations erratiques les plus lentes de la propriété étudiée (*aspect temporel de l'intégration*). En écoulements instationnaires, elle est plutôt à considérer comme une moyenne des variations de la propriété sur un grand nombre d'expériences identiques (*aspect probabiliste de l'intégration*).

Par définition, on a

$$\overline{a'} = 0 \tag{IV-8}$$

L'application de cette décomposition aux variables décrites par les équations de Navier-Stokes conduit au système connu sous l'acronyme d'équations RANS pour *Reynolds-Averaged Navier–Stokes Equations*.

Formellement, les équations régissant l'évolution des grandeurs moyennes sont semblables à celles de Navier–Stokes, hormis l'apparition de contributions additionnelles provenant de l'évaluation de la moyenne de produits des fluctuations turbulentes dans les termes advectifs. Ces termes nouveaux représentent physiquement le transport de quantité de mouvement dû au mouvement turbulent. Ils agissent comme des contraintes supplémentaires sur le fluide et ont de ce fait été appelés tensions de Reynolds ou tensions turbulentes. Les équations tridimensionnelles moyennes s'écrivent :

$$div\overline{\mathbf{u}} = 0 \tag{IV-9}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + div\left(\overline{u}_i \overline{\mathbf{u}}\right) = \overline{F_i} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \text{ avec i = 1, 2, 3} \tag{IV-10}$$

Les tensions $\overline{\tau}_{ij}$ reprennent cette fois non seulement la moyenne $\overline{\tau_{ij}^{V}}$ des tensions visqueuses mais également les tensions de Reynolds (tensions turbulentes) $\overline{\tau_{ij}^{T}}$:

$$\overline{\boldsymbol{\tau}} = \overline{\boldsymbol{\tau}^{V}} + \overline{\boldsymbol{\tau}^{T}} \tag{IV-11}$$

Ces dernières sont données explicitement par :

$$\overrightarrow{\tau_{ij}^{T}} = -\overline{u_i' u_j'} \tag{IV-12}$$

L'analogie qui vient d'être faite entre les tensions visqueuses et turbulentes ne doit pas faire oublier les différences intrinsèques des deux composantes. Même si toutes deux produisent des effets de cisaillement sur le fluide, leur origine est fondamentalement différente. Alors que la viscosité moléculaire est une propriété du fluide et de la température, la viscosité turbulente est définie par les conditions d'écoulement et est donc beaucoup plus difficile à appréhender [130].

Au contraire des techniques précédentes, le genre d'approche explicité ici permet de maintenir le coût de calcul dans des proportions raisonnables. Il sera par conséquent retenu dans la suite du travail.

IV.3.3.2 Nécessité d'un modèle de fermeture

Le modèle mathématique posé par (IV-9) et (IV-10) n'est plus fermé, les termes des tensions de Reynolds constituant autant de nouvelles inconnues alors qu'aucune nouvelle équation n'est venue enrichir le système. Ce dernier ne peut donc être résolu tant que les tensions de Reynolds ne sont pas déterminées d'une façon ou d'une autre.

Ceci se fait habituellement en les reliant aux composantes du champ d'écoulement moyen à l'aide d'un modèle de fermeture supplémentaire établi sur base de considérations théoriques, de résultats expérimentaux, par essais et erreurs ou à l'aide de formules empiriques [141].

En règle générale, le modèle établi ne décrit pas directement le comportement du champ turbulent, mais il rend compte de son effet sur l'écoulement moyen.

IV.3.3.3 Hypothèse de Boussinesq

Par analogie avec la représentation des tensions visqueuses (Annexe D), Boussinesq [17] a relié les tensions turbulentes aux grandeurs moyennes de l'écoulement par le biais de l'introduction d'une viscosité turbulente ν_{T}. Son hypothèse consiste à admettre que les tensions turbulentes sont proportionnelles aux gradients des vitesses moyennes et sont valablement représentées par une forme mathématique du type :

$$\overrightarrow{\tau_{ij}^{T}} = -\overline{u_i' u_j'} = \nu_{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(k + \nu_T div \overline{\mathbf{u}} \right) \delta_{ij} \tag{IV-13}$$

où k est l'énergie cinétique turbulente [25, 68, 130] définie par

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \tag{IV-14}$$

Cette dernière est introduite afin de rendre la relation (IV-13) licite lorsqu'on l'utilise pour évaluer k par contraction des indices [25].

Les tensions normales agissent comme des forces de pression et, l'énergie *k* étant un scalaire, le second terme du membre de droite de (IV-13) représente une pression. Lorsque (IV-13) est introduite dans l'équation de quantité de mouvement, l'énergie cinétique turbulente peut être absorbée par le gradient de pression, remplaçant de ce fait la pression statique par une nouvelle inconnue. Dès lors, l'apparition de *k* dans (IV-13) ne nécessite pas sa détermination, seule la viscosité turbulente ν_T devant être évaluée.

La viscosité turbulente n'est en rien une propriété intrinsèque au fluide ; elle ne peut être constante. Les valeurs répertoriées dans la littérature [52] vont de 0,12 m²/s (diffusion transversale) à 1500 m²/s (diffusion longitudinale dans le Missouri) ! Le formalisme (IV-13) ne constitue donc pas un modèle de turbulence, mais propose un support à leur développement. Le problème est finalement reporté sur la détermination adéquate du champ de ν_t par un modèle de fermeture.

En pratique, de multiples variantes de ce modèle existent (à zéro, une, deux ou plus d'équations additionnelles) (§ IV.4).

IV.3.3.4 Equation de transport des tensions de Reynolds

Une autre stratégie pour fermer les équations moyennes consiste à écrire des équations de transport des tensions turbulentes. Pour ce faire, on repart successivement des équations de Navier Stokes que l'on multiplie par la fluctuation u_i' pour obtenir un nouveau jeu d'équations que l'on combine entre elles de façon à écrire une équation pour les tensions de Reynolds [106].

A nouveau, le système finalement obtenu n'est pas fermé car quatre nouveaux termes inconnus ont fait leur apparition : le transport diffusif, la production de forcing, la déformation de pression et la dissipation visqueuse. Deux solutions s'offrent alors pour résoudre ces termes. Soit on écrit de nouvelles relations de transport pour chacun d'eux, mais on verra alors apparaître de nouveaux termes inconnus d'ordre supérieur. Soit on modélise les termes en les remplaçant par des combinaisons des variables connues. Cette dernière solution est la seule utilisée en pratique [106].

Cette approche contient peut-être moins d'empirisme, quoique la détermination des nouveaux termes inconnus soit problématique, mais elle nécessite la résolution d'un grand nombre d'équations additionnelles.

IV.4 Modèles de turbulence pour un écoulement en fine lame

IV.4.1 Généralités

En hydraulique, la plupart des modèles de turbulence utilisent le concept de viscosité turbulente.

Les modèles les plus simples relient directement ν_t à la distribution locale du champ d'écoulement moyen. Ils supposent alors implicitement que la turbulence est dissipée par l'action de la viscosité moléculaire à l'endroit même où elle est générée par le cisaillement du champ d'écoulement (hypothèse d'équilibre local). Il n'y a donc dans ce cas pas de transport de la turbulence.

Afin d'être à même de modéliser des cas où l'état de turbulence en un point est influencé par la turbulence générée dans le reste de l'écoulement, des modèles plus complexes font appel à des équations supplémentaires, représentatives du transport de variables liées à la turbulence, telle l'énergie cinétique turbulente *k*, la vorticité turbulente ω ou encore le taux de dissipation visqueuse ε.

IV.4.2 Equations hydrodynamiques intégrées

Utilisant le principe de la décomposition de Reynolds, les équations moyennes de Navier-Stokes pour un fluide incompressible présentent la forme donnée en (IV-9) et (IV-10). Leur intégration sur la hauteur, largement exposée dans divers ouvrages réalisés au HACH [33, 100], conduit à la forme suivante des équations dites de Saint-Venant, qui caractérisent le mouvement intégré moyen, avec *U* et *V* les composantes moyennes de vitesse sur la hauteur respectivement selon les axes *ox* et *oy* :

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial Uh}{\partial x}+\frac{\partial Vh}{\partial y}=0 \tag{IV-15}$$

$$\frac{\partial Uh}{\partial t}+\frac{\partial U^2h}{\partial x}+\frac{\partial UVh}{\partial y}+\frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x}=-gh\frac{\partial z_b}{\partial x}+ghJ_x+\frac{\partial h\overline{\tau_{xx}}}{\partial x}+\frac{\partial h\overline{\tau_{xy}}}{\partial y} \tag{IV-16}$$

$$\frac{\partial Vh}{\partial t}+\frac{\partial UVh}{\partial x}+\frac{\partial V^2h}{\partial y}+\frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial y}=-gh\frac{\partial z_b}{\partial y}+ghJ_y+\frac{\partial h\overline{\tau_{yx}}}{\partial x}+\frac{\partial h\overline{\tau_{yy}}}{\partial y} \tag{IV-17}$$

L'hypothèse de Boussinesq, transposée en variables moyennes intégrées, permet de modéliser les tensions turbulentes dans (IV-16) et (IV-17) :

$$\frac{\partial h\overline{\tau_{xx}}}{\partial x}+\frac{\partial h\overline{\tau_{xy}}}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left[h\left(\nu+\nu_t\right)\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial V}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[h\left(\nu+\nu_t\right)\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\right)\right] \tag{IV-18}$$

$$\frac{\partial h\overline{\tau_{yx}}}{\partial x}+\frac{\partial h\overline{\tau_{yy}}}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[h\left(\nu+\nu_t\right)\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial U}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[h\left(\nu+\nu_t\right)\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\right)\right] \tag{IV-19}$$

Cette forme mathématique des équations hydrodynamiques est complète pour modéliser les effets de turbulence dans l'écoulement pour autant que l'on définisse la viscosité turbulente. Plusieurs modèles classiquement employés en modélisation des écoulements à surface libre sont rapidement décrits dans le paragraphe suivant, partant des modèles empiriques les plus simples pour arriver à des modèles plus complexes à équations additionnelles.

IV.4.3 Modèles à 0 équation

IV.4.3.1 Modèle de Fischer

Fischer [52] a exploité de nombreux résultats de mesures pour aboutir à l'expression suivante de la viscosité turbulente, valable pour des écoulements en rivière où la turbulence est essentiellement gouvernée par le cisaillement induit par le fond,

$$\nu_T=\alpha hU^* \tag{IV-20}$$

La notation U^* représente la vitesse de friction, égale à $\sqrt{\tau_b/\rho}$, avec τ_b la contrainte de cisaillement au fond. α désigne un coefficient valant environ 0,5 d'après Fischer. Cette valeur a été confirmée [54, 55] ou amendée [97, 170] par d'autres auteurs.

Ce modèle est dérivé des modèles à viscosité turbulente constante. Il globalise la turbulence sur la verticale en la rattachant uniquement à la vitesse de friction, ce qui est licite pour les modèles hydrodynamiques intégrés où seuls les mouvements horizontaux sont explicitement discrétisés [141].

Une forme analogue de l'expression de la viscosité turbulente peut être obtenue en approximant l'écoulement par un écoulement de type couche limite et en effectuant l'intégration de la viscosité turbulente locale sur l'épaisseur de la lame fluide [57].

IV.4.3.2 Concept de longueur de mélange - Modèle de Smagorinski

Le premier modèle décrivant une distribution spatiale de la viscosité turbulente a été suggéré par Prandtl en 1925 [141]. Il est connu sous le nom d'hypothèse de la longueur de mélange. Sur base de la théorie cinétique des gaz, Prandtl a posé que la viscosité turbulente était proportionnelle au produit d'une vitesse fluctuante moyenne et d'une longueur de mélange, et qu'elle pouvait être représentée par l'expression générique

$$\nu_t \propto l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| \tag{IV-21}$$

Le modèle de Smagorinski [68], basé sur ce principe, fournit l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$\nu_{\mathrm{T}} = \alpha \, \Delta x \, \Delta y \sqrt{2\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2} \tag{IV-22}$$

avec Δx et Δy le pas spatial selon chacune des deux directions du maillage de simulation.

Les gradients de vitesse en plan représentent la vitesse fluctuante et la longueur de mélange est à l'image de la taille de maille.

Le paramètre α représente un coefficient adimensionnel à calibrer. Cette dernière opération est hasardeuse du fait de la présence de la taille de maille dans l'expression (IV-22). Le paramètre α n'est pas unique pour un écoulement donné, mais il dépend de la finesse de la discrétisation employée [141].

De par sa forme mathématique, la relation (IV-22) traduit l'effet de tourbillons de nature turbulente dans le plan principal d'écoulement. Ce modèle fait partie de la catégorie des modèles de sous-maille (*sub-grid model*), dont le principe est de ne reproduire que l'effet des tourbillons de taille faible par rapport à la taille de maille, sachant que les autres apparaissent naturellement comme solution des équations.

IV.4.3.3 Commentaires sur les modèles à 0 équation

Les formulations (IV-20) et (IV-22) représentent des processus fondamentalement distincts.

La turbulence quantifiée par le modèle de Fischer est générée par le frottement sur le fond, tandis que le modèle de Smagorinski, indépendant de la vitesse de friction, conduit à une viscosité turbulente non nulle même dans un chenal parfaitement lisse, pour autant que des gradients de vitesse existent.

A la limite de raffinement du maillage, le modèle de Fischer attribue une valeur non nulle à la viscosité turbulente, tandis que la viscosité turbulente fournie par le modèle de Smagorinski est évanescente lorsque $\Delta x \to 0$ ou $\Delta y \to 0$. Cette dernière constatation est bien logique, puisque dans de telles conditions, les échelles turbulentes dans le plan principal d'écoulement sont résolues exactement, d'autant qu'à la limite de raffinement du maillage, le pas temporel tend également vers zéro pour une question de stabilité numérique.

De façon générale, ces modèles basés sur une évaluation locale de la viscosité turbulente ne sont pas adaptés quand les processus de transport de la turbulence sont importants [141],

comme c'est par exemple le cas des mouvements de recirculation souvent présents dans nos applications en rivière.

IV.4.4 Modèles à 1 équation

Les modèles à 0 équation ne rendent pas compte du transport ou de la diffusion de la turbulence au sein de l'écoulement. Dans le but d'améliorer la représentation des phénomènes, des modèles représentant le transport de quantités turbulentes ont été développés.

Si les fluctuations de vitesse doivent être représentées par une seule grandeur, celle qui a le plus de signification physique est sans aucun doute $\sqrt{k}$ [141] où k est l'énergie cinétique turbulente définie par (IV-14).

Conformément à cette relation, k est une mesure directe de l'intensité des fluctuations turbulentes dans les trois directions. Quand cette mesure est utilisée comme échelle des vitesses dans la relation de viscosité turbulente (IV-21), cette dernière s'écrit [141]:

$$\nu_t = c'_\mu \sqrt{k} L \tag{IV-23}$$

avec c_μ' une constante empirique. Cette relation est connue sous le nom d'expression de Kolmogorov-Prandtl car elle fut introduite simultanément par les deux chercheurs. Ces deux auteurs suggérèrent également de déterminer la distribution de k par la résolution d'une équation de transport pour cette quantité.

Par analogie avec le modèle tridimensionnel (Annexe E), Rodi [141] propose l'équation suivante pour la forme intégrée de l'équation de transport de k :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U\frac{\partial k}{\partial x} + V\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right) + P_h + P_{kV} - \varepsilon \tag{IV-24}$$

où

$$P_h = \nu_t\left[2\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\right] \tag{IV-25}$$

P_h est un terme de production de turbulence par les gradients de vitesse horizontaux.

D'autre part, la production de turbulence par le frottement de fond est exprimée au travers du terme P_{kV} lié à la vitesse de friction [138] :

$$P_{kV} = c_k \frac{U^{*3}}{h} \tag{IV-26}$$

Pour fermer le système, le taux de dissipation ε est défini par l'expression

$$\varepsilon = c_D \frac{k^{3/2}}{L} \tag{IV-27}$$

Il est gouverné par le mouvement fluctuant à grande échelle, représenté par k, bien que la dissipation prenne place dans les fluctuations à petite échelle [141].

Les différentes constantes empiriques ont été déterminées à partir des résultats d'expériences comme [86]

$$c_k = \frac{1}{\sqrt{c_f}}\ ,\ c'_\mu = 0,55\ ,\ c_D = c'^3_\mu = 0,17 \text{ et } \sigma_k = 1 \tag{IV-28}$$

avec c_f un coefficient de frottement adimensionnel défini, pour la loi de Manning, par

$$c_f = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \tag{IV-29}$$

Ce genre de modèle à une équation additionnelle donne de bons résultats dans certains cas car il tient compte de l'historique de l'écoulement, mais sa fermeture complète impose de spécifier la longueur caractéristique *L*, ce qui se révèle difficile en pratique [141].

IV.4.5 Modèles à 2 équations

La longueur de mélange, qui caractérise la taille des tourbillons à grande échelle contenant l'énergie de la turbulence, est soumise à des phénomènes de transport au même titre que *k*. Les autres processus qui l'influencent sont la dissipation, qui détruit les petits tourbillons, et le transfert par la cascade d'énergie. Le bilan de tous ces phénomènes peut être exprimé au travers d'une équation de transport de la longueur de mélange.

Cette approche permet également de s'affranchir de la difficulté de choisir la valeur de la longueur de mélange pour déterminer la viscosité turbulente.

Une équation de transport d'une longueur en tant que telle n'est pas strictement nécessaire, la connaissance de l'énergie cinétique turbulente en tout point permettant de se contenter de représenter simplement toute combinaison de la forme [141]

$$Z = k^m L^n \tag{IV-30}$$

En écoulements bidimensionnels, Tennekes & al. [155] et Yu [169] ont proposé une équation pour la vorticité turbulente $\omega \propto k/L^2$, mais la majeure partie des modèles proposés considèrent comme seconde variable turbulente le taux de dissipation $\varepsilon \propto k^{3/2}/L$ [11, 27, 141, 166].

Le modèle le plus usité est sans conteste celui de Rastogi et Rodi [138] qui a été développé pour les écoulements en fine lame par analogie avec la forme tridimensionnelle établie par Launder et Spalding [87].

Dans ce cas, la viscosité turbulente est définie par

$$\nu_T = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{IV-31}$$

L'équation pour l'énergie cinétique turbulente est celle exposée en (IV-24), avec les valeurs des constantes données en (IV-28). L'équation du taux de dissipation s'écrit

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) + c_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}P_h + P_{\varepsilon V} - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{IV-32}$$

avec

$$P_{\varepsilon V} = c_\varepsilon \frac{U^{*4}}{h^2} \tag{IV-33}$$

où $c_\varepsilon = 3,6 \frac{c_{2\varepsilon}}{c_f^{3/4}} \sqrt{c_\mu}$

Comme pour le modèle du paragraphe IV.4.4, les valeurs des constantes empiriques, déterminées à partir de l'expérimentation, sont empruntées au modèle tridimensionnel [86].

$$c_\mu = 0,09\,,\ c_{1\varepsilon} = 1,44\,,\ c_{2\varepsilon} = 1,92 \text{ et } \sigma_\varepsilon = 1,3 \tag{IV-34}$$

Les modèles à deux équations additionnelles, certes plus complexes à résoudre numériquement, possèdent l'avantage fondamental de ne pas nécessiter de phase de calage des paramètres, les valeurs des constantes empiriques étant relativement universelles [86, 87, 130, 141, 166].

IV.5 Approche originale

IV.5.1 Spécificité de la turbulence dans les écoulements en fine lame

La modélisation des phénomènes turbulents qui prennent place au sein des écoulements en fine lame représente un cas spécifique à traiter parmi les nombreuses applications des théories de la turbulence. En effet, de par les caractéristiques intrinsèques de ce type d'écoulements, l'échelle de longueur horizontale des mouvements turbulents est en général de plusieurs ordres de grandeur supérieure à la hauteur d'eau [11]. La turbulence est donc essentiellement anisotropique.

De nombreuses études ont été réalisées sur modèle réduit, mais les lois de similitude permettant l'extrapolation des résultats à des applications pratiques sont difficiles à appréhender de par la grande distorsion entre les échelles horizontale et verticale [16].

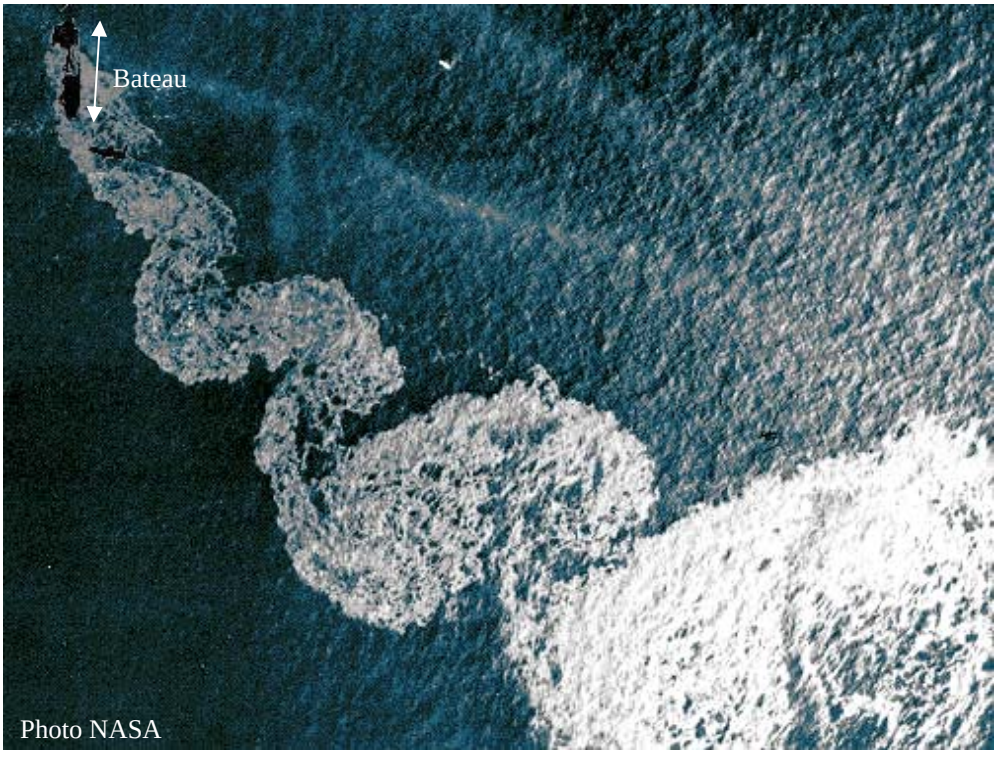


Figure IV-4 : Turbulence dans le sillage du pétrolier Argo Merchant échoué sur un banc de sable du Nantucket (Océan Atlantique Nord) [158]

La Figure IV-4 illustre très bien la spécificité du mouvement turbulent dans un écoulement en fine lame. La très dommageable perte de pétrole d'un bateau échoué sur un haut fond permet de visualiser le mouvement tourbillonaire dans son sillage. Bien que le nombre de Reynolds de l'écoulement soit de l'ordre de 10^8 (en se basant sur la longueur du bateau), des oscillations distinctes apparaissent. Elles sont fort semblables à des tourbillons de Von Karman qui s'observent dans des écoulements tridimensionnels présentant un nombre de Reynolds sensiblement inférieur.

Ce qui n'est pas directement visible sur la photo, c'est la grande longueur en plan des tourbillons (+/- 600 m) par rapport à la hauteur d'eau (+/- 15 m). Presque deux ordres de grandeur séparent donc la taille maximale des mouvements turbulents verticaux par rapport aux horizontaux [11].

Dans les écoulements en fine lame, le mouvement turbulent est caractérisé par deux échelles de longueur (Figure IV-5). La turbulence à grande échelle qui est générée par des variations de quantité de mouvement, et la turbulence à petite échelle générée par les forces de friction au fond. Le mouvement à grande échelle est confiné dans le plan préférentiel d'écoulement et est de ce fait bidimensionnel, avec une taille caractéristique l_{2D} généralement supérieure à la hauteur d'eau ($l_{2D} \geq h$). Le mouvement à petite échelle, par contre, est tridimensionnel puisque se développant sur l'épaisseur de la lame fluide sous l'influence de la tension de cisaillement au fond rugueux. La taille caractéristique l_{3D} de ces tourbillons est inférieure ou de l'ordre de grandeur de la hauteur d'eau ($l_{3D} \leq h$).

On observe donc une séparation anisotrope des mouvements turbulents entre une turbulence tridimensionnelle à petite échelle et un mouvement turbulent 2D à grande échelle, avec des interactions mutuelles potentielles encore assez méconnues [75]. Ces deux grands types de processus turbulents doivent être caractérisés à l'aide de modèles spécifiques distincts.

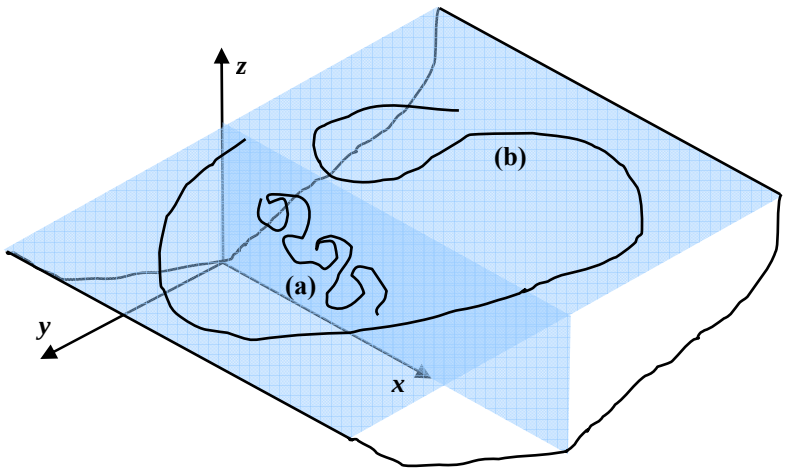


Figure IV-5 : Vue schématique de structures turbulentes (a) 3D à petite échelle et (b) 2D à grande échelle.

Une conséquence directe de ces observations est la modification du concept de cascade d'énergie tel qu'établi pour les écoulements turbulents tridimensionnels non confinés [11].

Pour les écoulements turbulents tridimensionnels, l'énergie est transférée continûment des mouvements à grande échelle vers les mouvements à petite échelle par l'intermédiaire de tourbillons de plus en plus petits (Figure IV-6).

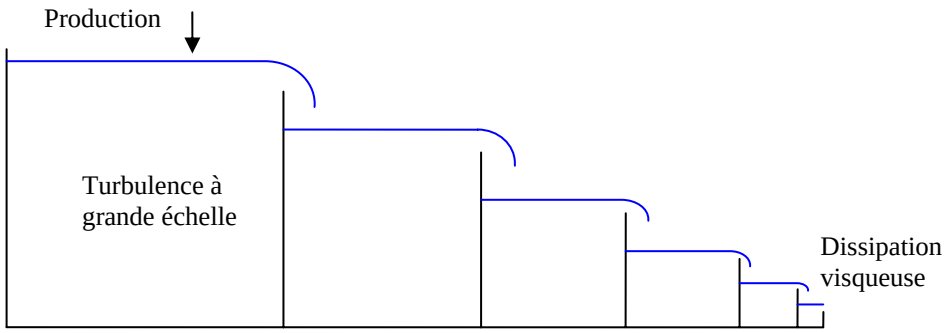


Figure IV-6 : Schématisation du processus de cascade d'énergie dans un écoulement turbulent tridimensionnel non-confiné [11]

La cascade d'énergie de la turbulence quasi-bidimensionnelle est quant à elle affectée par deux mécanismes opposés assurant un transfert d'énergie différent. D'une part, le transfert d'énergie du mouvement bidimensionnel à large échelle vers les mouvements tourbillonnaires à petite échelle est moins efficace que dans la cascade conventionnelle parce que le mécanisme de mouvement tourbillonnant tridimensionnel est absent de la notion bidimensionnelle. D'autre part, le transfert d'énergie est plus efficace parce que l'énergie peut être directement transférée de la grande à la petite échelle de turbulence au travers du travail négatif réalisé par le mouvement à large échelle vis-à-vis des forces de frottement. Une part significative de l'énergie associée à la turbulence à large échelle est directement transférée à la turbulence à petite échelle, sans cascade au travers des échelles intermédiaires. L'absence d'échelles intermédiaires est une caractéristique unique de la turbulence quasi-bidimensionnelle. Les structures organisées et cohérentes observées dans un écoulement turbulent de cette sorte sont une conséquence directe de cette propriété.

Ceci peut être représenté schématiquement (Figure IV-7) par deux réservoirs de turbulence dans l'écoulement, alimentés indépendamment par la production de turbulence par cisaillement dans le plan préférentiel d'écoulement (P') ou la génération due au frottement sur le fond (P'') [12]. Ces termes de production sont contrebalancés par un travail des forces de frottement (F') et par de la dissipation au travers de la cascade d'énergie (ε') pour ce qui concerne la turbulence à grande échelle, et uniquement par la dissipation visqueuse pour ce qui est de la turbulence à petite échelle. L'influence du frottement est donc double : il génère la turbulence de petite échelle et a un effet stabilisant sur la turbulence à grande échelle [12, 26].

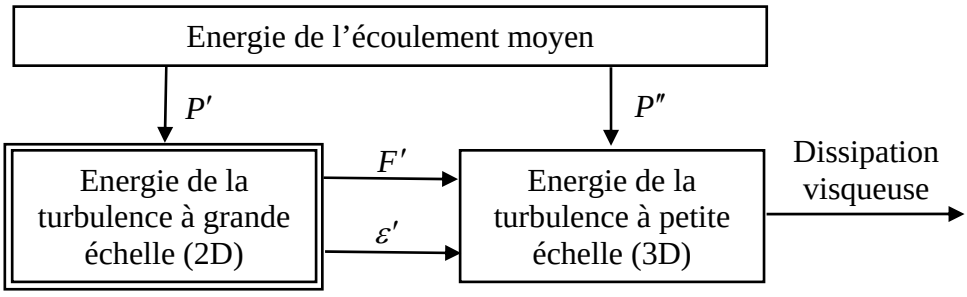


Figure IV-7 : Schématisation des deux réservoirs d'énergie turbulente dans les écoulements en eaux peu profondes et visualisation des échanges [11]

Le schéma de la Figure IV-6 est alors modifié et devient (Figure IV-8) :

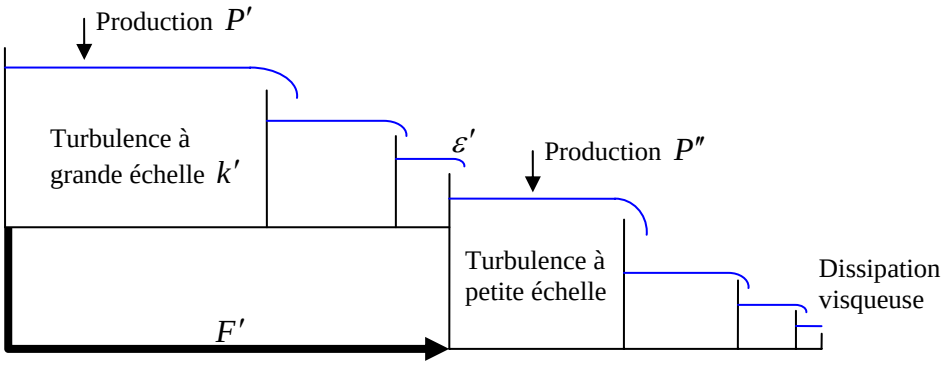


Figure IV-8 : Schématisation du processus de cascade d'énergie dans un écoulement turbulent bidimensionnel [11]

IV.5.2 Justification d'une nouvelle approche

Dans les écoulements en eaux peu profondes, la production de la turbulence horizontale P' peut être faible comparée à la génération de turbulence tridimensionnelle par le frottement de fond P'' [12].

L'ordre de grandeur de ces termes de production peut être estimé de la façon suivante. La production de turbulence horizontale est liée aux gradients de vitesse dans le plan préférentiel d'écoulement et à une viscosité turbulente bidimensionnelle que l'on peut nommer $\nu_{T,2D}$. Cette viscosité turbulente est elle-même proportionnelle à une vitesse et une longueur caractéristiques. On a donc :

$$P' \propto \nu_{T,2D}\left(\frac{u_{2D}}{l_{2D}}\right)^2 \propto c_\mu \frac{u_{2D}^3}{l_{2D}} \tag{IV-35}$$

Il en va de même de la production de turbulence tridimensionnelle par le frottement de fond :

$$P'' \propto \nu_{T,3D}\left(\frac{u_{3D}}{l_{3D}}\right)^2 \propto c_\mu \frac{u_{3D}^3}{l_{3D}} \tag{IV-36}$$

qui peut aussi être évaluée par (IV-26).

Si l'on pose $l_{3D} = h$ et en égalant les expressions (IV-36) et (IV-26), on trouve :

$$u_{3D} = \left(\frac{c_k}{c_\mu}\right)^{1/3} U^* \tag{IV-37}$$

et le rapport des termes de production s'écrit :

$$\frac{P'}{P''} \propto \frac{c_\mu u_{2D}^3}{c_k U^{*3}} \frac{h}{l_{2D}} \tag{IV-38}$$

En explicitant l'expression de la vitesse de friction,

$$U^* = \sqrt{c_f}\sqrt{U^2 + V^2} \tag{IV-39}$$

(IV-38) devient, en utilisant (IV-28) et en supposant que la vitesse caractéristique bidimensionnelle u_{2D} est de l'ordre de grandeur de la vitesse d'écoulement moyenne :

$$\frac{P'}{P''} \propto \frac{c_\mu}{c_f}\frac{h}{l_{2D}} \qquad \text{(IV-40)}$$

La comparaison des termes P' et P'' revient donc à comparer l'inverse du rapport de leur longueur caractéristique respective, multiplié par un facteur lié aux caractéristiques de frottement du lit d'écoulement.

Pour la loi de frottement de Manning par exemple, ce facteur possède la forme explicitée :

$$\frac{c_\mu}{c_f} = \frac{0,09h^{1/3}}{gn^2} \qquad \text{(IV-41)}$$

Elle conduit, pour différentes valeurs de coefficient de frottement dans sa gamme de variation physique en rivière, aux courbes de la Figure IV-9, tracées en fonction de la hauteur d'eau.

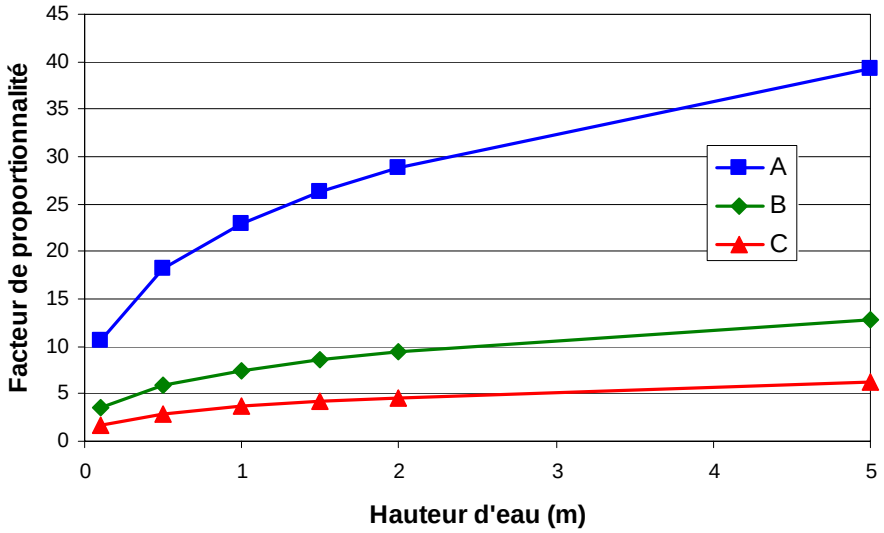


Figure IV-9 : Courbes d'évolution du facteur de proportionnalité de (IV-40) en fonction de la hauteur d'eau pour différentes valeurs du coefficient de frottement de Manning (A : n = 0,02 s/m$^{1/3}$; B : n = 0,035 s/m$^{1/3}$; C : n = 0,05 s/m$^{1/3}$)

Pour des écoulements sur des lits naturels (courbes B et C) – par opposition à des lits canalisés (courbe A) - dont l'emprise en plan est d'au moins d'un ordre de grandeur supérieure à la hauteur d'eau, le second membre de (IV-40) est inférieur à l'unité. Il l'est d'autant plus que la hauteur d'eau est faible, et donc que les conditions d'application du modèle des eaux peu profondes sont rencontrées.

Dans ce cas, l'ordre de grandeur du terme de production de turbulence par le frottement de fond est supérieur à celui lié à la turbulence bidimensionnelle. Un modèle de turbulence tenant compte des deux effets dans la même équation ne peut donc représenter correctement, et dans toutes les situations, les caractéristiques du mouvement fluctuant bidimensionnel à large échelle.

C'est pourquoi une approche basée sur la décomposition de la viscosité turbulente en deux parties distinctes, une représentative de la turbulence à grande échelle purement

bidimensionnelle et l'autre traduisant l'effet de la turbulence isotrope tridimensionnelle, a été envisagée par quelques auteurs [3, 11, 18]. Ces modèles sont appelés modèles à deux longueurs de mélange. Ils sont encore fort peu répandus dans les logiciels de calcul des écoulements en rivières.

D'autre part, force est de constater que la plupart des modèles mathématiques actuellement employés dans les logiciels de calcul des écoulements à surface libre sont basés sur des théories développées au départ pour de la turbulence essentiellement isotropique avant d'être éventuellement particularisés aux écoulements bidimensionnels. Pour le plus utilisé d'entre eux, soit le modèle *k-ε* proposé par Rastogi et Rodi [138], les auteurs soulignent eux-mêmes ces imperfections : *« the depth-averaged turbulence model described involves some rather crude assumptions ; only the applications can show wether they are justified »*. Cette situation est préjudiciable à la bonne compréhension des modèles employés et à la justification des résultats générés.

Un des objectifs des paragraphes qui suivent est d'appliquer le concept de mouvement turbulent à deux échelles de longueur pour établir de façon rigoureuse un modèle mathématique de la turbulence, intégré sur la hauteur d'eau au départ des équations tridimensionnelles.

IV.5.3 Canevas des développements

Les développements ont été réalisés au départ des équations hydrodynamiques de base présentées au chapitre II.

La décomposition des variables en moyenne-fluctuation selon la technique de Reynolds est effectuée en deux étapes. La première permet d'extraire les fluctuations tridimensionnelles des vitesses liées à la turbulence isotrope sur l'épaisseur de la lame fluide. Elle est réalisée avant d'intégrer sur la hauteur d'eau les équations hydrodynamiques. La seconde décomposition des variables de vitesse isole les fluctuations dans le plan préférentiel d'écoulement et est dès lors introduite après la phase d'intégration.

La modélisation des termes de turbulence qui apparaissent suite aux décompositions des variables de vitesse est réalisée dans le premier cas par l'intermédiaire d'une hypothèse d'équilibre local de la production et de la destruction de turbulence, et dans le second cas par l'intermédiaire d'un modèle de fermeture à équations additionnelles.

Afin de particulariser au mieux le modèle établi à la forme conservative des équations hydrodynamiques résolues dans le logiciel WOLF2D, qui rappelons-le est la seule licite pour modéliser des chocs dans l'écoulement, les différentes expressions utilisées pour modéliser les tensions turbulentes ont été adaptées. Notamment, les variables conservatives des équations intégrées, i.e. la hauteur d'eau et les débits spécifiques, ont principalement été utilisées au détriment des variables primitives de vitesses d'écoulement.

IV.5.4 Première décomposition moyenne-fluctuation – Turbulence à petite échelle

IV.5.4.1 Equations instantanées

Le système d'équation de base pour l'écoulement d'un fluide incompressible s'écrit en les trois composantes de vitesse instantanée sous la forme

$$div\mathbf{u} = 0 \tag{IV-42}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + div\left(u_i\mathbf{u}\right) = F_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial x_j} \text{ avec i = 1, 2, 3} \tag{IV-43}$$

IV.5.4.2 Décomposition moyenne-fluctuation

Les composantes de la vitesse instantanée u_i sont décomposées en une valeur moyenne $\overline{\overline{u_i}}$ et une fluctuation de petite échelle u_i''.

$$u_i = \overline{\overline{u_i}} + u_i'' \tag{IV-44}$$

Ces fluctuations de petite échelle comprennent l'ensemble des variations erratiques de la composante verticale de vitesse et les fluctuations analogues des composantes horizontales. Les valeurs moyennes sont donc obtenues par intégration des composantes instantanées sur un temps suffisamment long par rapport à l'échelle de temps de la turbulence à petite échelle, mais court par rapport aux fluctuations à grande échelle dans le plan préférentiel d'écoulement.

Par définition, on a

$$\overline{\overline{u_i}} = 0 \tag{IV-45}$$

Introduisant (IV-44) dans (IV-42) et (IV-43) et effectuant l'opération de moyenne à petite échelle, on obtient

$$div\overline{\overline{\mathbf{u}}} = 0 \tag{IV-46}$$

$$\frac{\partial \overline{\overline{u_i}}}{\partial t} + div\left(\overline{\overline{u_i}}\,\overline{\overline{\mathbf{u}}}\right) = \overline{\overline{F_i}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{\overline{p}}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\overline{\tau_{ij}^V}}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\overline{u_i'' u_j''}}}{\partial x_j} \text{ avec i = 1, 2, 3} \tag{IV-47}$$

Les termes supplémentaires représentent les tensions turbulentes tridimensionnelles. On les associe aux termes de tensions visqueuses pour simplifier l'écriture

$$\overline{\overline{\tau_{ij}}} = \overline{\overline{\tau_{ij}^V}} + \overline{\overline{\tau_{ij}^{T,3D}}} \text{ avec } \overline{\overline{\tau_{ij}^{T,3D}}} = -\overline{\overline{u_i'' u_j''}} \tag{IV-48}$$

de sorte que (IV-47) s'écrit

$$\frac{\partial \overline{\overline{u_i}}}{\partial t} + div\left(\overline{\overline{u_i}}\,\overline{\overline{\mathbf{u}}}\right) = \overline{\overline{F_i}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{\overline{p}}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\overline{\tau_{ij}}}}{\partial x_j} \text{ avec i = 1, 2, 3} \tag{IV-49}$$

IV.5.4.3 Intégration sur l'épaisseur de la lame fluide

L'intégration sur la hauteur d'eau de (IV-46) et (IV-49) grâce au théorème de Leibnitz s'effectue de façon tout à fait semblable à ce qui est largement décrit par Dewals [33] ou Mouzelard [100].

L'effet des fluctuations des vitesses aux bornes d'intégration est traité par les conditions aux limites dynamiques au fond et à la surface libre [33].

Le système finalement obtenu s'écrit

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Uh}{\partial x} + \frac{\partial Vh}{\partial y} = 0 \tag{IV-50}$$

$$\frac{\partial Uh}{\partial t}+\frac{\partial U^2 h}{\partial x}+\frac{\partial UVh}{\partial y}+\frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x}=-gh\frac{\partial z_b}{\partial x}+ghJ_x+\left(\frac{\partial\int_0^h\overline{\overline{\tau_{xx}}}dz}{\partial x}+\frac{\partial\int_0^h\overline{\overline{\tau_{xy}}}dz}{\partial y}\right) \quad \text{(IV-51)}$$

$$\frac{\partial Vh}{\partial t}+\frac{\partial UVh}{\partial x}+\frac{\partial V^2 h}{\partial y}+\frac{g}{2}\frac{\partial h^2}{\partial y}=-gh\frac{\partial z_b}{\partial y}+ghJ_y+\left(\frac{\partial\int_0^h\overline{\overline{\tau_{yx}}}dz}{\partial x}+\frac{\partial\int_0^h\overline{\overline{\tau_{yy}}}dz}{\partial y}\right) \quad \text{(IV-52)}$$

IV.5.4.4 Modélisation des tensions visqueuses intégrées

L'expression tridimensionnelle des tensions visqueuses au sein d'un fluide newtonien est donnée par (Annexe D)

$$\overline{\overline{\tau_{ij}^{V,3D}}}=\nu\left[\left(\partial_{x_j}U_i+\partial_{x_i}U_j\right)-\frac{2}{3}\delta_{ij}\partial_{x_l}U_l\right] \text{ avec } l \text{ variant de 1 à 3} \quad \text{(IV-53)}$$

La contrainte visqueuse moyenne, obtenue par contraction des indices, est nulle. Cela rencontre la condition de Stokes qui stipule que la contrainte moyenne au sein d'un fluide est égale à la pression, et que donc toute autre contribution est nulle [130].

Par équivalence, en deux dimensions, on peut poser

$$\overline{\overline{\tau_{ij}^{V}}}=\nu\left[\left(\partial_{x_j}U_i+\partial_{x_i}U_j\right)-\delta_{ij}\partial_{x_l}U_l\right] \text{ avec } l \text{ variant de 1 à 2} \quad \text{(IV-54)}$$

Cette expression vérifie toujours la condition de Stokes et ne fait plus intervenir de gradient de vitesse verticale puisque cette dernière est négligée.

Or, les termes que l'on doit modéliser sont les intégrales sur l'épaisseur de lame fluide des tensions visqueuses. Par analogie avec (IV-54), on pose alors que

$$\int_0^h\overline{\overline{\tau_{ij}^{V}}}dz=\nu\left[\left(\partial_{x_j}U_l h+\partial_{x_i}U_j h\right)-\delta_{ij}\partial_{x_l}U_l h\right] \text{ avec } l \text{ variant de 1 à 2} \quad \text{(IV-55)}$$

Dans (IV-51) et (IV-52), les termes de tension visqueuse sont dérivés. La viscosité moléculaire de l'eau étant constante, on a

$$\begin{aligned}\partial_x\int_0^h\overline{\overline{\tau_{xx}^{V}}}dz+\partial_y\int_0^h\overline{\overline{\tau_{xy}^{V}}}dz&=\partial_x\left[\nu\left(\partial_x Uh-\partial_y Vh\right)\right]+\partial_y\left[\nu\left(\partial_x Vh+\partial_y Uh\right)\right]\\&=\nu\left(\partial_x^2 Uh+\partial_y^2 Uh\right)\end{aligned} \quad \text{(IV-56)}$$

De la même façon,

$$\partial_x\int_0^h\overline{\overline{\tau_{yx}^{V}}}dz+\partial_y\int_0^h\overline{\overline{\tau_{yy}^{V}}}dz=\nu\left(\partial_x^2 Vh+\partial_y^2 Vh\right) \quad \text{(IV-57)}$$

IV.5.4.5 Modélisation des tensions turbulentes de petite échelle intégrées

De façon tout à fait semblable aux expressions (IV-56) et (IV-57) explicitant les tensions visqueuses, nous nous proposons de modéliser les sommes des termes de tensions turbulentes

de petite échelle intégrées par les expressions suivantes, selon une approche semblable à celle proposée par Chapmann et Kuo [24].

$$\partial_x \int_0^h \overline{\overline{\tau_{xx}^T}} dz + \partial_y \int_0^h \overline{\overline{\tau_{xy}^T}} dz = \nu_{T,3D} \left(\partial_x^2 Uh + \partial_y^2 Uh \right) \tag{IV-58}$$

$$\partial_x \int_0^h \overline{\overline{\tau_{yx}^T}} dz + \partial_y \int_0^h \overline{\overline{\tau_{yy}^T}} dz = \nu_{T,3D} \left(\partial_x^2 Vh + \partial_y^2 Vh \right) \tag{IV-59}$$

La viscosité turbulente tridimensionnelle $\nu_{T,3D}$ est évaluée en faisant l'hypothèse d'un équilibre local entre production et destruction, comme spécifié par Babarutsi [11, 12]. Elle est dans ce cas proportionnelle à la hauteur d'eau et à la vitesse de friction :

$$\nu_{T,3D} = c_\nu h U^* \tag{IV-60}$$

avec une valeur de la constante de proportionnalité c_ν égale à 0,08 comme suggéré par Rastogi [138] et Babarutsi [11]. Cette dernière constante dépend, en toute rigueur, du nombre de Reynolds et d'autres paramètres que nous n'analyserons cependant pas ici.

IV.5.4.6 Résumé

A l'issue de cette première étape de décomposition des vitesses instantanées, le modèle hydrodynamique intégré obtenu tient compte des effets de la turbulence isotrope tridimensionnelle se développant sur l'épaisseur de la lame fluide par l'intermédiaire d'un modèle simple liant la viscosité turbulente au frottement sur le fond.

Les termes des tensions visqueuses et turbulentes intégrées s'écrivent, sous forme agglomérée, dans les équations hydrodynamiques (IV-51) et (IV-52) comme, respectivement :

$$\nu^* \left(\partial_x^2 Uh + \partial_y^2 Uh \right) \text{ et } \nu^* \left(\partial_x^2 Vh + \partial_y^2 Vh \right) \tag{IV-61}$$

avec

$$\nu^* = \nu + \nu_{T,3D} \tag{IV-62}$$

IV.5.5 Seconde décomposition moyenne-fluctuation – Turbulence à grande échelle

IV.5.5.1 Décomposition moyenne-fluctuation

Afin de rendre compte de la turbulence à grande échelle dans le plan préférentiel d'écoulement, les deux composantes de la vitesse d'écoulement intégrée dans ce plan sont une nouvelle fois décomposées en une valeur moyenne et une fluctuation.

Comme le mouvement turbulent à petite échelle a été filtré par la première décomposition, les fluctuations des vitesses intégrées sont représentatives du seul mouvement à grande échelle. Les vitesses moyennes sont le résultat d'une moyenne temporelle des vitesses intégrées sur une période de temps grande par rapport à l'échelle de temps de la turbulence à grande échelle.

$$U_i = \overline{U_i} + u_i' \tag{IV-63}$$

On a de nouveau, par définition

$$\overline{u_i'} = 0 \tag{IV-64}$$

Introduisant (IV-63) dans (IV-50), (IV-51) et (IV-52) et effectuant l'opération de moyenne à grande échelle, on obtient le système suivant

$$\frac{\partial \overline{h}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\overline{U}h}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\overline{V}h}}{\partial y} = 0 \tag{IV-65}$$

$$\frac{\partial \overline{\overline{U}h}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\overline{U}^2 h}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\overline{U}\overline{V}h}}{\partial y} + \frac{g}{2}\frac{\partial \overline{h^2}}{\partial x} = -gh\frac{\partial z_b}{\partial x} - g\overline{hJ_x} + \nu^*\left(\partial_x^2 \overline{\overline{U}h} + \partial_y^2 \overline{\overline{U}h}\right) - \frac{\partial \overline{u'u'h}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'h}}{\partial y} \tag{IV-66}$$

$$\frac{\partial \overline{\overline{V}h}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\overline{U}\overline{V}h}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\overline{V}^2 h}}{\partial y} + \frac{g}{2}\frac{\partial \overline{h^2}}{\partial y} = -gh\frac{\partial z_b}{\partial y} - g\overline{hJ_y} + \nu^*\left(\partial_x^2 \overline{\overline{V}h} + \partial_y^2 \overline{\overline{V}h}\right) - \frac{\partial \overline{v'v'h}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v'u'h}}{\partial x} \tag{IV-67}$$

Par la suite, les symboles de moyenne à grande échelle sur les variables intégrées moyennes seront omis par souci de clarté.

IV.5.5.2 Modélisation des tensions turbulentes à grande échelle

De nouveaux termes de produits des fluctuations sont apparus dans les équations. Ils représentent l'effet de la turbulence à grande échelle sur l'écoulement moyen.

Ils sont modélisés sur la base d'une hypothèse du type de celle de Boussinesq où les gradients de vitesse sont remplacés par des gradients de débits spécifiques, de façon semblable à ce qui est proposé par Chapman et Kuo [24]

$$-\overline{u_i'u_j'h} = \nu_{T,2D}\left(\partial_j U_i h + \partial_i U_j h\right) - \left(\nu_{T,2D}\partial_k U_k h + k'\right)\delta_{ij} \tag{IV-68}$$

Un terme d'énergie cinétique turbulente intégrée à grande échelle apparaît. Il est défini comme :

$$k' = \frac{\overline{u'u'h} + \overline{v'v'h}}{2} \tag{IV-69}$$

Sa présence dans (IV-68) permet de vérifier l'existence d'une énergie cinétique turbulente intégrée non nulle en évaluant (IV-69) à l'aide de (IV-68).

La viscosité turbulente 2D sera définie par après, mais $\sqrt{k'/h}$ sera utilisée comme vitesse caractéristique de la même façon que dans le modèle à une équation de Rodi (§ IV.4.4).

On a finalement, pour la modélisation des tensions turbulentes, les expressions :

$$-\overline{u'u'h} = \nu_{T,2D}\left(\frac{\partial Uh}{\partial x} - \frac{\partial Vh}{\partial y}\right) - k' \tag{IV-70}$$

$$-\overline{v'v'h} = \nu_{T,2D}\left(\frac{\partial Vh}{\partial y} - \frac{\partial Uh}{\partial x}\right) - k' \tag{IV-71}$$

$$-\overline{u'v'h} = -\overline{v'u'h} = \nu_{T,2D}\left(\frac{\partial Uh}{\partial y} + \frac{\partial Vh}{\partial x}\right) \tag{IV-72}$$

IV.5.6 Etablissement de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente

Nous nous proposons ici d'établir analytiquement une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente intégrée *k'*.

Pour ce faire [69], il convient de réaliser la différence deux à deux des équations hydrodynamiques sous forme non moyennée et sous forme moyennée à grande échelle. Ceci permet d'obtenir une équation pour chaque fluctuation de grande échelle.

On obtient, en supprimant les signes de moyenne par souci de clarté et en omettant dans un premier temps le terme de frottement

$$\partial_x u'h + \partial_y v'h = 0 \tag{IV-73}$$

$$\partial_t u'h + \partial_x 2Uu'h + \partial_y\left(Uv' + Vu'\right)h = \nu^*\partial_x^2 u'h + \nu^*\partial_y^2 u'h + \partial_x\overline{u'u'}h + \partial_y\overline{u'v'}h - \partial_x u'u'h - \partial_y u'v'h \tag{IV-74}$$

$$\partial_t v'h + \partial_y 2Vv'h + \partial_x\left(Uv' + Vu'\right)h = \nu^*\partial_y^2 v'h + \nu^*\partial_x^2 v'h + \partial_y\overline{v'v'}h + \partial_x\overline{u'v'}h - \partial_y v'v'h - \partial_x u'v'h \tag{IV-75}$$

Chacune des deux équations (IV-74) et (IV-75) est ensuite multipliée par la fluctuation correspondante afin de faire apparaître les doubles produits des fluctuations. Les deux équations sont alors sommées et le résultat est moyenné à grande échelle pour in fine obtenir la représentation de l'énergie cinétique turbulente.

IV.5.6.1 Membre de gauche

On a pour le membre de gauche de l'équation (IV-74)

$$u'MG_x = \underbrace{u'\partial_t u'h}_{1} + 2\underbrace{u'\partial_x Uu'h}_{2} + \underbrace{u'\partial_y Uv'h}_{3} + \underbrace{u'\partial_y Vu'h}_{4} \tag{IV-76}$$

et

$$\boxed{1} = u'\partial_t u'h = \partial_t u'u'h - u'h\partial_t u' = \partial_t u'u'h - u'\partial_t u'h + u'^2\partial_t h \Rightarrow \boxed{1} = \partial_t\frac{u'u'h}{2} + \underbrace{\frac{u'^2}{2}\partial_t h}_{A}$$

$$\boxed{2} = u'\partial_x Uu'h = \partial_x Uu'u'h - Uu'h\partial_x u' = \partial_x Uu'u'h - u'\partial_x Uu'h + u'^2\partial_x Uh \Rightarrow \boxed{2} = \partial_x U\frac{u'u'h}{2} + \underbrace{\frac{u'^2}{2}\partial_x Uh}_{A}$$

$$\boxed{2} = u'\partial_x Uu'h = u'u'h\partial_x U + \underbrace{u'U\partial_x u'h}_{B}$$

$$\boxed{3} = u'\partial_y Uv'h = u'v'h\partial_y U + \underbrace{u'U\partial_y v'h}_{B}$$

$$\boxed{4} = u'\partial_y V u'h = \partial_y V \frac{u'u'h}{2} + \underbrace{\frac{u'^2}{2}\partial_y V h}_{A} \text{ (même raisonnement que 2)}$$

La somme des termes *A* rend l'équation de continuité moyenne (IV-65). Celle des termes *B* rend l'équation de continuité des fluctuations (IV-73).
Il reste alors de (IV-76)

$$u'MG_x = \partial_t \frac{u'u'h}{2} + \partial_x U \frac{u'u'h}{2} + \partial_y V \frac{u'u'h}{2} + u'u'h\partial_x U + u'v'h\partial_y U \tag{IV-77}$$

En procédant de même pour l'équation (IV-75), on obtient

$$v'MG_y = \partial_t \frac{v'v'h}{2} + \partial_y V \frac{v'v'h}{2} + \partial_x U \frac{v'v'h}{2} + v'v'h\partial_y V + u'v'h\partial_x V \tag{IV-78}$$

En réalisant la somme de (IV-77) et (IV-78) puis en effectuant une opération de moyenne à grande échelle, on a finalement en introduisant (IV-69)

$$\partial_t k' + \partial_x U k' + \partial_y V k' + \overline{u'u'h}\partial_x U + \overline{u'v'h}\partial_y U + \overline{v'u'h}\partial_x V + \overline{v'v'h}\partial_y V \tag{IV-79}$$

IV.5.6.2 Membre de droite

Reste à traiter les membres de droite des équations (IV-74) et (IV-75). Les deux premiers termes de (IV-74), prémultipliés par $u'h/h$, fournissent

$$\frac{u'h}{h}\left(MD_{x,1} + MD_{x,2}\right) = \frac{\nu^*}{h}\left(\underbrace{u'h\partial_x^2 u'h}_{1} + \underbrace{u'h\partial_y^2 u'h}_{2}\right) \tag{IV-80}$$

où

$$\boxed{1} = u'h\partial_x^2 u'h = \partial_x\left[u'h\left(\partial_x u'h\right)\right] - \left(\partial_x u'h\right)^2 = \partial_x^2 \frac{u'u'h}{2} h - \left(\partial_x u'h\right)^2$$

$$\boxed{2} = u'h\partial_y^2 u'h = \partial_y^2 \frac{u'u'h}{2} h - \left(\partial_y u'h\right)^2$$

Et donc

$$u'\left(MD_{x,1} + MD_{x,2}\right) = \frac{\nu^*}{h}\left(\partial_x^2 \frac{u'u'h}{2} h + \partial_y^2 \frac{u'u'h}{2} h\right) - \frac{\nu^*}{h}\left[\left(\partial_x u'h\right)^2 + \left(\partial_y u'h\right)^2\right] \tag{IV-81}$$

En procédant de même avec les termes correspondant de (IV-75), on obtient

$$v'\left(MD_{y,1} + MD_{y,2}\right) = \frac{\nu^*}{h}\left(\partial_y^2 \frac{v'v'h}{2} h + \partial_x^2 \frac{v'v'h}{2} h\right) - \frac{\nu^*}{h}\left[\left(\partial_x v'h\right)^2 + \left(\partial_y v'h\right)^2\right] \tag{IV-82}$$

La somme de (IV-81) et (IV-82) suivie d'une opération de moyenne à grande échelle fournit

$$\frac{\nu^*}{h}\left(\partial_x^2 k'h + \partial_y^2 k'h\right) - \frac{\varepsilon'}{h} \tag{IV-83}$$

en introduisant un taux de dissipation turbulente intégré ε' défini par

$$\varepsilon' = \nu^*\left[\overline{\left(\partial_x u'h\right)^2} + \overline{\left(\partial_y v'h\right)^2} + \overline{\left(\partial_y u'h\right)^2} + \overline{\left(\partial_x v'h\right)^2}\right] \tag{IV-84}$$

Ce taux de dissipation, fonction de la viscosité moléculaire et de la viscosité turbulente tridimensionnelle, traduit les deux niveaux de destruction de la viscosité de grande échelle : la dissipation visqueuse et le transfert au mouvement d'agitation à petite échelle.

Les troisièmes et quatrièmes termes du membre de droite de (IV-74) et (IV-75) n'apporteront aucune contribution si le même traitement leur est appliqué car ils ont déjà été soumis à une opération de moyenne à grande échelle. Par exemple

$$\overline{\overline{u'}\overline{u'u'}} = \overline{\overline{u'}\overline{\overline{u'u'}}} = 0 \tag{IV-85}$$

Finalement, il reste à traiter les deux derniers termes des membres de droite. On a pour ceux de (IV-74)

$$u'\left(MD_{x,5} + MD_{x,6}\right) = -\underbrace{u'\partial_x u'u'h}_{1} - \underbrace{u'\partial_y u'v'h}_{2} \tag{IV-86}$$

Avec

$$\boxed{1} = u'\partial_x\left(u'u'h\right) = \partial_x\left(u'u'u'h\right) - u'u'h\partial_x u' = \partial_x\left(u'u'u'h\right) - u'\partial_x\left(u'u'h\right) + u'^2\partial_x\left(u'h\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{1} = \partial_x\left(u'\frac{u'u'h}{2}\right) + \underbrace{\frac{u'^2}{2}\partial_x\left(u'h\right)}_{B}$$

$$\boxed{2} = u'\partial_y\left(u'v'h\right) = \partial_y\left(u'u'v'h\right) - u'v'h\partial_y u' = \partial_y\left(u'u'v'h\right) - u'\partial_y\left(u'v'h\right) + u'^2\partial_y\left(v'h\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{2} = \partial_y\left(v'\frac{u'u'h}{2}\right) + \underbrace{\frac{u'^2}{2}\partial_y\left(v'h\right)}_{B}$$

Et donc on a finalement, en utilisant à nouveau (IV-73) pour éliminer la somme des termes *B*

$$u'\left(MD_{x,5} + MD_{x,6}\right) = -\partial_x\left(u'\frac{u'u'h}{2}\right) - \partial_y\left(v'\frac{u'u'h}{2}\right) \tag{IV-87}$$

De la même façon, on obtient pour les termes correspondant de (IV-75)

$$v'\left(MD_{y,5} + MD_{y,6}\right) = -\partial_y\left(v'\frac{v'v'h}{2}\right) - \partial_x\left(u'\frac{v'v'h}{2}\right) \tag{IV-88}$$

Réalisant la somme de (IV-87) et (IV-88) suivie d'une opération de moyenne à grande échelle, on a

$$-\partial_x\left[\overline{u'\left(\frac{u'u'h}{2} + \frac{v'v'h}{2}\right)}\right] - \partial_y\left[\overline{v'\left(\frac{u'u'h}{2} + \frac{v'v'h}{2}\right)}\right] \tag{IV-89}$$

Ces termes sont dits de corrélation triple puisqu'ils contiennent des produits de trois fluctuations. Par analogie avec l'expression proposée par Launder [87] pour la modélisation des termes correspondants dans l'établissement des équations de modèle *k*-ε pour des écoulements tridimensionnels, on pose pour (IV-89)

$$-\partial_x\left[\overline{u'\left(\frac{u'u'h}{2}+\frac{v'v'h}{2}\right)}\right]-\partial_y\left[\overline{v'\left(\frac{u'u'h}{2}+\frac{v'v'h}{2}\right)}\right]=\partial_x\left(\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\partial_x k'\right)+\partial_y\left(\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\partial_y k'\right) \tag{IV-90}$$

IV.5.6.3 Premier bilan et fermeture

L'équation de transport de *k'* est obtenue en regroupant les expressions (IV-79), (IV-83) et (IV-90), ce qui fournit

$$\begin{aligned}\partial_t k'+\partial_x U k'+\partial_y V k' &= -\overline{u'u'h}\partial_x U-\overline{u'v'h}\partial_y U-\overline{v'u'h}\partial_x V-\overline{v'v'h}\partial_y V\\ &+\frac{\nu^*}{h}\partial_x^2 k'h+\frac{\nu^*}{h}\partial_y^2 k'h+\partial_x\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\left(\partial_x k'\right)\right]+\partial_y\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\left(\partial_y k'\right)\right]-\frac{\varepsilon'}{h}\end{aligned} \tag{IV-91}$$

Les termes de tension turbulente sont modélisés comme précédemment par les expressions (IV-70), (IV-71) et (IV-72).

Comme pour les développements réalisés par Rodi sur les modèles à une équation additionnelle (§ IV.4.4), la viscosité turbulente bidimensionnelle est définie par

$$\nu_{T,2D}=c_\mu'\frac{\sqrt{k'}L}{\sqrt{h}} \tag{IV-92}$$

avec $c_\mu'=0.55$. Il en va de même du taux de dissipation intégré déterminé par

$$\varepsilon'=c_D\frac{k'^{3/2}\sqrt{h}}{L} \tag{IV-93}$$

avec $c_D=c_\mu'^3$. La valeur de la constante empirique σ_k est empruntée au modèle *k*-ε tridimensionnel ($\sigma_k=1$).

IV.5.6.4 Terme de frottement

Nous n'avons pas encore effectué les manipulations pour le terme de frottement. Particularisé à la loi de Manning, sa composante selon l'axe *x* s'écrit, sous forme intégrée et avant la seconde décomposition moyenne-fluctuation, comme

$$ghJ_x=F_x=\frac{gn^2}{h^{1/3}}U\sqrt{U^2+V^2} \tag{IV-94}$$

Par un développement en série de (IV-94) autour des composantes de vitesse intégrées moyennes $\left(\overline{U},\overline{V}\right)$ et en s'arrêtant au premier ordre, on a

$$F_x\left(U,V\right)=F_x\left(\overline{U},\overline{V}\right)+u'\partial_U F_x+v'\partial_V F_x \tag{IV-95}$$

D'autre part, la composante de frottement dans les équations intégrées moyennes s'écrit

$$\overline{F_x} = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \overline{U} \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} \tag{IV-96}$$

On a alors pour l'expression fluctuante de la composante de frottement

$$F_x' = F_x - \overline{F_x} = u' \partial_U F_x + v' \partial_V F_x \tag{IV-97}$$

Les dérivées dans l'expression (IV-97) s'évaluent facilement si le coefficient de frottement est indépendant des vitesses d'écoulement, ce qui est communément admis pour la majorité des lois de frottement usuelles

$$\partial_U F_x = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \left(\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} + \frac{\overline{U}^2}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} \right) \tag{IV-98}$$

$$\partial_V F_x = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \left(\frac{\overline{U}\,\overline{V}}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} \right) \tag{IV-99}$$

Finalement, les termes de frottement dans les deux équations des fluctuations (IV-74) et (IV-75) s'écrivent respectivement

$$F_x' = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \left(u' \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} + u' \frac{\overline{U}^2}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} + v' \frac{\overline{U}\,\overline{V}}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} \right) \tag{IV-100}$$

$$F_y' = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \left(v' \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} + v' \frac{\overline{V}^2}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} + u' \frac{\overline{U}\,\overline{V}}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} \right) \tag{IV-101}$$

Prémultipliés par la fluctuation correspondante et sommés, ils fournissent la forme suivante du terme source de frottement de l'équation de *k'*

$$F' = \frac{gn^2}{h^{4/3}} \left(2k' \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} + u'u'h \frac{\overline{U}^2}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} + v'v'h \frac{\overline{V}^2}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} + 2u'v'h \frac{\overline{U}\,\overline{V}}{\sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}} \right) \tag{IV-102}$$

En exploitant les expressions (IV-70), (IV-71) et (IV-72) pour expliciter les produits des fluctuations bidimensionnelles, on obtient la forme finale suivante où les signes de moyenne ont été supprimés par souci de clarté

$$F' = \frac{gn^2}{h^{4/3}} \left(3k' \sqrt{U^2 + V^2} - \nu_{T,2D} \frac{\left(\partial_x Uh - \partial_y Vh \right) \left(U^2 - V^2 \right) + 2 \left(\partial_y Uh + \partial_x Vh \right) UV}{\sqrt{U^2 + V^2}} \right) \tag{IV-103}$$

Cette relation n'est pas liée à la vitesse de friction comme les expressions courantes proposées par Rodi [141] par exemple (IV-26). Elle est fonction des gradients des débits spécifiques

dans le plan préférentiel d'écoulement et de l'énergie cinétique turbulente intégrée bidimensionnelle.

Elle a un effet stabilisant sur la turbulence bidimensionnelle (terme source négatif) et contribue à sa dissipation.

IV.5.6.5 Forme finale du modèle à une équation additionnelle

A ce stade, nous possédons une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente intégrée.

$$\begin{aligned}\partial_t k' + \partial_x U k' + \partial_y V k' = {} & \frac{\nu^*}{h}\partial_x^2 k' h + \frac{\nu^*}{h}\partial_y^2 k' h + \partial_x\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\left(\partial_x k'\right)\right] + \partial_y\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\left(\partial_y k'\right)\right] \\ & - k'\partial_x U - k'\partial_y V \\ & + P' - F' - \frac{\varepsilon'}{h}\end{aligned} \tag{IV-104}$$

avec, en particularisant les expressions des termes de frottement à la loi de Manning

$$P' = \nu_{T,2D}\left[\left(\partial_x Uh - \partial_y Vh\right)\left(\partial_x U - \partial_y V\right) + \left(\partial_y Uh + \partial_x Vh\right)\left(\partial_y U + \partial_x V\right)\right] \tag{IV-105}$$

$$F' = \frac{gn^2}{h^{4/3}}\left(3k'\sqrt{U^2+V^2} - \nu_{T,2D}\frac{\left(\partial_x Uh - \partial_y Vh\right)\left(U^2 - V^2\right) + 2\left(\partial_y Uh + \partial_x Vh\right)UV}{\sqrt{U^2+V^2}}\right) \tag{IV-106}$$

$$\varepsilon = c_D\frac{k'^{3/2}\sqrt{h}}{L} \tag{IV-107}$$

$$\nu^* = \nu + \nu_{T,3D} \text{ où } \nu_{3D} = c_\nu h U^* \text{ et } U^* = \sqrt{g}\,\frac{n\sqrt{U^2+V^2}}{h^{1/6}} \tag{IV-108}$$

$$\nu_{T,2D} = c_\mu'\frac{\sqrt{k'}L}{\sqrt{h}} \tag{IV-109}$$

et les constantes empiriques

$$c_\nu = 0.08,\ c_D = c_\mu'^3 \text{ et } c_\mu' = 0.55 \tag{IV-110}$$

L'équation a été établie analytiquement de façon rigoureuse au départ des équations hydrodynamiques, en faisant appel aux seules hypothèses strictement nécessaires pour modéliser les termes supplémentaires qui sont apparus naturellement lors des développements. Dans ce cas, les hypothèses posées sont toutes analogues à celles utilisées lors de l'établissement du modèle de turbulence *k-ε* en écoulement totalement tridimensionnel.

Sa syntaxe diffère de celle de l'équation (IV-24) proposée par Rodi [141] par la forme conservative des termes de transport et par la nature des termes sources. Le taux de dissipation intègre la destruction de turbulence de grande échelle par la viscosité moléculaire ν mais également par transfert à l'énergie isotrope tridimensionnelle sur l'épaisseur de la lame

fluide $\nu_{T,3D}$. Le terme de frottement est dissipateur de turbulence et est proportionnel aux gradients des débits spécifiques de l'écoulement.

La difficulté du modèle consiste, comme précédemment, à déterminer la longueur de mélange L. C'est pourquoi il serait intéressant de poursuivre le raisonnement afin d'établir une équation de transport pour ε et de facto éviter trop d'empirisme dans la détermination de la viscosité turbulente bidimensionnelle.

IV.5.7 Equation de transport du taux de dissipation

Plusieurs auteurs s'accordent à dire que l'équation de transport du taux de dissipation résiste toujours à toute forme d'établissement analytique [14, 53, 144]. Il nous faut bien reconnaître que nos tentatives ont dû faire face à des expressions analytiques complexes, dont il était très difficile de voir où se trouvait la clé de la simplification. Le problème n'est pas tant de faire apparaître les termes de transport du taux de dissipation, mais plutôt de s'accommoder du grand nombre de termes périphériques dont le regroupement et la voie de modélisation sont improbables.

C'est pourquoi nous avons actuellement établi l'équation de transport par analogie avec celle développée pour l'énergie cinétique turbulente. La modification des termes sources a été réalisée de la même façon que ce qui est proposé par Rodi [141] et Babarutsi [12].

La forme finalement retenue s'écrit

$$\begin{aligned}\partial_t\varepsilon' + \partial_x U\varepsilon' + \partial_y V\varepsilon' = {} & \frac{\nu^*}{h}\partial_x^2\varepsilon' h + \frac{\nu^*}{h}\partial_y^2\varepsilon' h + \partial_x\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_\varepsilon}\left(\partial_x\varepsilon'\right)\right] + \partial_y\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_\varepsilon}\left(\partial_y\varepsilon'\right)\right] \\ & + c_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon'}{k'}\left[P' - \left(1 - c_{3\varepsilon}\right)F'\right] \\ & - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon'^2}{hk'}\end{aligned} \qquad \text{(IV-111)}$$

avec la viscosité turbulente 2D évaluée par (IV-31) à partir des valeurs de k' et ε'. La valeur des constantes empiriques est à nouveau empruntée, sans autre forme, au modèle k-ε pour les écoulements tridimensionnels [87] :

$$c_\mu = 0,09\,,\ \sigma_\varepsilon = 1,3\,,\ c_{1,\varepsilon} = 1,44\,,\ c_{2,\varepsilon} = 1,92 \text{ et } c_{3,\varepsilon} = 0,8 \qquad \text{(IV-112)}$$

IV.5.8 Forme finale du modèle à deux équations additionnelles

La forme finale du modèle hydrodynamique, qui rend compte de l'effet de la turbulence dans l'écoulement par une approche à deux longueurs de mélange spécifiquement adaptée aux caractéristiques des écoulements en fine lame, s'écrit :

$$\partial_t h + \partial_x Uh + \partial_y Vh = 0 \qquad \text{(IV-113)}$$

$$\begin{aligned}\partial_t Uh + \partial_x U^2 h + \partial_y UVh + \partial_x\frac{gh^2}{2} = {} & -gh\partial_x z_b + \nu^*\partial_x^2 Uh + \nu^*\partial_y^2 Uh - F_x \\ & + \partial_x\left[\nu_{T,2D}\left(\partial_x Uh - \partial_y Vh\right) - k'\right] + \partial_y\left[\nu_{T,2D}\left(\partial_y Uh + \partial_x Vh\right)\right]\end{aligned} \qquad \text{(IV-114)}$$

$$\begin{aligned}\partial_t Vh + \partial_y V^2 h + \partial_x UVh + \partial_y\frac{gh^2}{2} = {} & -gh\partial_y z_b + \nu^*\partial_y^2 Vh + \nu^*\partial_x^2 Vh - F_y \\ & + \partial_y\left[\nu_{T,2D}\left(\partial_y Vh - \partial_x Uh\right) - k'\right] + \partial_x\left[\nu_{T,2D}\left(\partial_y Uh + \partial_x Vh\right)\right]\end{aligned} \qquad \text{(IV-115)}$$

avec

$$\nu^* = \nu + \nu_{T,3D} \tag{IV-116}$$

La turbulence isotrope à petite échelle est modélisée sur base d'une hypothèse d'équilibre local par

$$\nu_{T,3D} = c_\nu h U^* \text{ avec } c_\nu = 0,08 \tag{IV-117}$$

La turbulence bidimensionnelle à large échelle est évaluée à l'aide d'un modèle à deux équations additionnelles *k*-ε intégré sur la hauteur qui s'écrit :

$$\nu_{T,2D} = c_\mu \frac{k'^2}{\varepsilon'} \text{ avec } c_\mu = 0,09 \tag{IV-118}$$

$$\begin{aligned}\partial_t k' + \partial_x U k' + \partial_y V k' = {} & \frac{\nu^*}{h}\partial_x^2 k' h + \frac{\nu^*}{h}\partial_y^2 k' h + \partial_x\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\left(\partial_x k'\right)\right] + \partial_y\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_k}\left(\partial_y k'\right)\right] \\ & - k'\partial_x U - k'\partial_y V \\ & + P' - F' - \frac{\varepsilon'}{h}\end{aligned} \tag{IV-119}$$

$$\begin{aligned}\partial_t \varepsilon' + \partial_x U \varepsilon' + \partial_y V \varepsilon' = {} & \frac{\nu^*}{h}\partial_x^2 \varepsilon' h + \frac{\nu^*}{h}\partial_y^2 \varepsilon' h + \partial_x\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_\varepsilon}\left(\partial_x \varepsilon'\right)\right] + \partial_y\left[\frac{\nu_{T,2D}}{\sigma_\varepsilon}\left(\partial_y \varepsilon'\right)\right] \\ & + c_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon'}{k'}\left[P' - \left(1 - c_{3\varepsilon}\right)F'\right] \\ & - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon'^2}{hk'}\end{aligned} \tag{IV-120}$$

où les constantes empiriques sont données par (IV-112) et

$$P' = \nu_{T,2D}\left[\left(\partial_x U h - \partial_y V h\right)\left(\partial_x U - \partial_y V\right) + \left(\partial_y U h + \partial_x V h\right)\left(\partial_y U + \partial_x V\right)\right] \tag{IV-121}$$

$$F' = \frac{g n^2}{h^{4/3}}\left(3k'\sqrt{U^2+V^2} - \nu_{T,2D}\frac{\left(\partial_x U h - \partial_y V h\right)\left(U^2 - V^2\right) + 2\left(\partial_y U h + \partial_x V h\right)UV}{\sqrt{U^2+V^2}}\right) \tag{IV-122}$$

IV.6 Résolution numérique

IV.6.1 Schéma de décentrement

Pour pouvoir implémenter le nouveau modèle de turbulence dans le code WOLF2D, il faut déterminer le schéma de décentrement des différents termes, en particulier celui des termes advectifs.

Le modèle hydrodynamique est globalement inchangé par rapport à celui déjà présent dans le logiciel (§ II.2.4). En effet, hormis un terme de gradient de l'énergie cinétique turbulente, seuls des termes diffusifs ont fait leur apparition dans les équations (IV-113) à (IV-115). Ils traduisent la dissipation d'énergie provoquée par le mouvement turbulent au sein du fluide et sont valablement discrétisés à l'aide d'un schéma centré [79].

Dans les équations de transport de k' et ε', les termes sources sont discrétisés également de façon purement centrée alors que le décentrement des termes advectifs doit être déterminé pour assurer la stabilité du schéma.

Les grandeurs turbulentes ne modifient pas la physique de l'écoulement. Elles permettent simplement d'expliciter des pertes d'énergie par effets visqueux. En conséquence, le schéma de décentrement original proposé par Mouzelard et présenté au paragraphe II.3.9.1 peut être conservé pour les équations hydrodynamiques. D'autre part, les grandeurs turbulentes sont transportées par l'écoulement fluide, et un schéma de décentrement des termes advectifs dans les équations (IV-119) et (IV-120), semblable à celui décrit au paragraphe II.3.9.1, semble donc licite. Nous rejoignons en cela les développements réalisés par Dewals pour les systèmes décrivant le transport d'un constituant [33].

En ce qui concerne le terme de gradient de l'énergie cinétique turbulente dans les équations (IV-114) et (IV-115), il est décentré comme le terme de pression. En effet, dans les équations de turbulence tridimensionnelle, la grandeur scalaire *k* est associée à la variable de pression pour former un nouveau terme unique. Par analogie, nous appliquons au terme correspondant dans les équations intégrées sur la hauteur le même traitement que le terme de pression, soit un décentrement aval.

En résumé, la forme discrétisée du nouveau modèle s'écrit, avec les signes + et – qui renvoient respectivement à des flux évalués de façon décentrée vers l'amont et vers l'aval :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\frac{\partial\left(\vec{f}^{+}+\vec{f}^{-}\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\vec{g}^{+}+\vec{g}^{-}\right)}{\partial y}=\vec{s} \tag{IV-123}$$

avec

$$\vec{u}=\begin{pmatrix} h \\ Uh \\ Vh \\ k' \\ \varepsilon' \end{pmatrix} \text{ et } \vec{s} \text{ l'ensemble des termes sources} \tag{IV-124}$$

$$\vec{f}^{+}=\begin{pmatrix} Uh \\ U^2h \\ UVh \\ Uk' \\ U\varepsilon' \end{pmatrix};\ \vec{f}^{-}=\begin{pmatrix} 0 \\ g\dfrac{h^2}{2}+k' \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\ \vec{g}^{+}=\begin{pmatrix} Vh \\ UVh \\ V^2h \\ Vk' \\ V\varepsilon' \end{pmatrix} \text{ et } \vec{g}^{-}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g\dfrac{h^2}{2}+k' \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{IV-125}$$

Les deux termes non conservatifs de (IV-119) n'apparaissent pas dans l'expression (IV-125). Ils sont décentrés en amont, avec une évaluation du terme k' par moyenne des valeurs de l'énergie cinétique turbulente reconstruites sur le côté amont des bords.

La validité du schéma de décentrement peut être prouvée en analysant le signe des valeurs propres des matrices convectives **A** et **B** du système linéarisé équivalent dépourvu de termes sources [33, 100, 129] :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \mathbf{A}\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + \mathbf{B}\frac{\partial \vec{u}}{\partial y} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \mathbf{A}^{+}\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial x}\right]^{+} + \mathbf{A}^{-}\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial x}\right]^{-} + \mathbf{B}^{+}\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial y}\right]^{+} + \mathbf{B}^{-}\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial y}\right]^{-} = 0 \qquad \text{(IV-126)}$$

On a par exemple, à partir de (IV-125) et en considérant les termes non conservatifs

$$\mathbf{A}^{+} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -U^2 & 2U & 0 & 0 & 0 \\ -UV & V & U & 0 & 0 \\ -2\dfrac{Uk'}{h} & 2\dfrac{k'}{h} & 0 & U & 0 \\ -\dfrac{U\varepsilon'}{h} & \dfrac{\varepsilon'}{h} & 0 & 0 & U \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{A}^{-} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ gh & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(IV-127)}$$

dont les valeurs propres sont respectivement U de multiplicité cinq pour $\mathbf{A}^{+}$, et 0 également de multiplicité cinq pour $\mathbf{A}^{-}$. Les premières sont bien non négatives et les secondes non positives. Elles sont de plus tout à fait équivalentes à celles obtenues pour le modèle hydrodynamique seul [33].

IV.6.2 Conditions aux limites

Les équations différentielles de transport pour les quantités turbulentes qui ont été exposées ne peuvent être résolues, pour un problème particulier, que si des conditions aux limites sont spécifiées. Les différents types utilisés dans ce travail sont exposés ci-dessous.

IV.6.2.1 Conditions hydrodynamiques

Les termes de diffusion introduits dans les équations hydrodynamiques requièrent une condition limite supplémentaire par rapport à celles exposées au paragraphe II.3.10. Les valeurs des gradients des débits spécifiques doivent en effet être spécifiées sur les bords limites du domaine de calcul pour permettre l'évaluation des dérivées secondes de ces mêmes inconnues au centre de gravité des volumes de contrôle.

En ce qui concerne les gradients des inconnues parallèlement aux bords, ils ont systématiquement été annulés. Cela revient à ignorer la présence de la couche limite dans les équations hydrodynamiques, les composantes de débit spécifique le long d'une frontière imperméable étant supposées identiques sur le bord et au centre de la maille voisine.

Pour les gradients des inconnues perpendiculairement aux bords, ils sont calculés entre le centre de la première maille du domaine et le bord, avec une valeur de l'inconnue sur ce dernier imposée par les conditions limites du problème ; c'est donc, soit une valeur nulle si le bord est imperméable, soit une valeur de condition limite d'entrée de débit.

IV.6.2.2 Conditions turbulentes

<u>Frontières imperméables</u>

En ce qui concerne les conditions limites sur les variables turbulentes, la fonction de mur (*law of the wall*), d'utilisation quasi universelle, a été implémentée [104, 141, 168].

Cette approche permet d'éviter la discrétisation explicite de la couche limite qui se développe le long d'une limite imperméable à l'écoulement. Cela est profitable pour deux raisons : les gradients de vitesse importants qui s'y développent nécessiteraient l'utilisation d'un maillage très fin, et la prépondérance dans cette zone des effets visqueux rend inadéquat le modèle de turbulence développé [141].

Des lois empiriques suffisamment générales permettent de spécifier la valeur des variables turbulentes dans la couche limite à partir des variables hydrodynamiques moyennes juste en dehors, comme la loi universelle de mur qui s'exprime comme [141]

$$\frac{U^{//}}{U^{\tau}} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(y^{+}E\right) \tag{IV-128}$$

avec $U^{//}$ la vitesse moyenne d'écoulement parallèlement au bord, U^{τ} la vitesse de friction résultante, κ la constante de Von Karman (égale à 0,41), y^{+} la distance adimensionnelle du point d'évaluation à la limite imperméable (doit être située dans l'intervalle [30,100]) et E un paramètre de frottement égal à 9 en général en hydraulique de surface.

La distance adimensionnelle y^{+} est elle-même définie en fonction de la distance réelle à la paroi y et de la vitesse de friction résultante par

$$y^{+} = \frac{U^{\tau}y}{\nu} \tag{IV-129}$$

Dans la zone définie par l'intervalle de variation de y^{+}, les tensions de Reynolds sont sensiblement constantes et leur convection et diffusion sont négligeables. En conséquence, les conditions d'un équilibre local entre production et dissipation prévalent, et on a [141]

$$k = \frac{U^{\tau 2}}{\sqrt{c_{\mu}}} \text{ et } \varepsilon = \frac{U^{\tau 3}}{\kappa y} \tag{IV-130}$$

qui deviennent pour les variables turbulentes intégrées

$$k' = \frac{hU^{\tau 2}}{\sqrt{c_{\mu}}} \text{ et } \varepsilon' = \frac{h^2U^{\tau 3}}{\kappa y} \tag{IV-131}$$

Pratiquement, la loi (IV-128) est utilisée dans la dernière maille de calcul avant un bord imperméable pour évaluer la vitesse de friction résultante au centre de la maille et en déduire l'expression des variables turbulentes à cet endroit. Les valeurs de k et ε ainsi déduites sont utilisées comme conditions aux limites fortes au centre de gravité des mailles de bord, ce qui élimine de facto l'évaluation problématique des gradients des inconnues turbulentes sur les bords imperméables.

La seule condition à respecter est que la taille du maillage soit telle que la position du centre de gravité des mailles adjacentes à un bord imperméable permette de remplir la condition sur y^{+}.

La loi de mur est moins bien adaptée aux points d'arrêt ou de séparation de courant, mais ces derniers sont en général marginaux dans les applications et ont dès lors peu d'influence sur l'écoulement [141]. Quoiqu'il en soit, des lois plus perfectionnées existent [104] mais elles n'ont pas été envisagées ici.

Zone d'injection – Frontière libre

Aux limites amont du domaine de calcul, au droit des zones d'injection de débit, c'est-à-dire aux endroits où la vitesse d'écoulement est connue et constante, la valeur des variables turbulentes est annulée. Cela traduit une zone sans effet de turbulence en amont.

Zones de turbulence uniforme

Aux limites du domaine de calcul qui correspondent aux frontières aval de l'écoulement, l'hypothèse est faite d'une zone de turbulence uniforme. Les gradients des variables turbulentes parallèlement à l'écoulement sont annulés.

IV.6.3 Autres considérations

Il convient d'utiliser dans les simulations un maillage suffisamment fin pour que les mouvements de recirculation horizontaux puissent se développer [141]. Il faut, de même, que la taille de maille permette de rencontrer les conditions d'applications de la loi de mur par un éloignement adéquat du point d'évaluation des variables turbulentes par rapport à un bord imperméable.

Néanmoins, il ne faut pas perdre de vue que le but est d'appliquer le code à des situations réelles rencontrées en pratique. L'utilisation d'un maillage extrêmement fin dans le seul objectif de satisfaire les conditions d'application de la condition limite de bord imperméable n'est donc pas envisageable.

Deux considérations viennent renforcer cette idée. Si un maillage structuré est utilisé, et c'est le cas ici, il n'y a aucune taille de maille qui permette de rencontrer partout les conditions d'application de la loi de mur. L'intervalle de la distance adimensionnelle est borné aussi bien en valeur inférieure qu'en valeur supérieure et, dans toute application pratique, des points d'arrêt à vitesse nulle et des zones de forte vitesse coexistent. La taille de maille doit donc varier localement. Pour des simulations instationnaires, le maillage doit de plus évoluer au cours du temps.

D'autre part, dans des applications en topographie réelle, la notion de couche limite se développant le long d'un bord imperméable est plus difficile à appréhender, la remontée naturelle du terrain sur plusieurs mailles assurant la limite de l'écoulement. En pratique d'ailleurs, la transition entre zone humide et zone sèche est souvent positionnée le long d'une maille avec une hauteur d'eau très faible par rapport à la hauteur d'eau moyenne de l'écoulement. L'évaluation à ce seul endroit de l'ensemble de l'influence de la couche limite le long de la composante verticale de la paroi est certainement irréaliste. Sur les autres mailles du domaine de calcul, les effets du frottement sont pris en compte explicitement sur des surfaces pseudo horizontales qui intègrent de facto des effets de bord.

Dans les applications qui suivent, la taille du maillage sera donc définie au mieux pour assurer une représentation réaliste des courants de recirculation, tout en maintenant les temps de calcul dans des proportions acceptables.

IV.7 Validation

IV.7.1 Ecoulement dans un élargissement brusque

IV.7.1.1 Données expérimentales

Les données publiées par Babarutsi [13] ont été utilisées pour valider le modèle original proposé. Elles proviennent d'essais réalisés dans un canal de laboratoire (Figure IV-10) de 61 cm de large, 15 cm de profondeur et 7 m de long présentant à son amont un élargissement brusque. L'installation est alimentée par l'intermédiaire d'un dispositif qui assure un écoulement à vitesse uniforme U_0 en amont de l'élargissement. La largeur de l'extension latérale d est de 30,5 cm, soit la moitié de la largeur du canal.

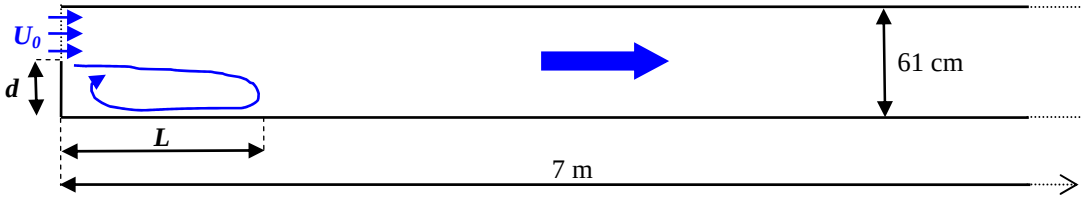


Figure IV-10 : Dispositif expérimental de Babarutsi [13]

Les expérimentations ont été menées de façon à étudier l'influence du frottement de fond sur le développement de la zone de recirculation en aval de l'élargissement. La longueur L du courant de retour a notamment été comparée au nombre de friction S, défini comme le rapport de l'échelle de longueur horizontale de l'écoulement à son échelle de longueur de friction [13], soit

$$S = \frac{c_f d}{2h} \tag{IV-132}$$

avec c_f un coefficient de frottement adimensionnel et h une hauteur d'eau dans le dispositif.

La turbulence de l'écoulement est conditionnée par le frottement de fond et par le cisaillement transversal. Babarutsi [14] montre que pour des écoulements en eaux « peu profondes », où le frottement de fond est prépondérant, la longueur de la zone de recirculation est directement liée au nombre de friction. Par contre, lorsque la hauteur d'eau augmente et que l'effet du frottement de fond diminue, c'est le seul cisaillement transversal qui devient prépondérant, et donc la largeur du décrochement.

Tableau IV-1 : Conditions d'essais et résultats des expériences de Babarutsi [13]

Test n°	U_0 [m/s]	h [m]	c_f	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.022	0.00622	0.043	7.25	0.305
2	0.181	0.039	0.00596	0.0232	7.74	0.305
3	0.145	0.0819	0.00529	0.0098	7.87	0.305
4	0.213	0.0145	0.024	0.2515	2.26	0.305
5	0.123	0.0276	0.01768	0.0973	4.49	0.305

A la lumière de ces expérimentations, Babarutsi stipule que la longueur de recirculation est approximativement égale à 8 fois la largeur de l'élargissement quand le nombre de friction est inférieur à 0,05, ce qui corrobore d'autres résultats expérimentaux [13]. Par contre, pour des valeurs supérieures du nombre de friction, la longueur de la zone de recirculation diminue pour tendre asymptotiquement vers une relation du type $L = h/c_f$, totalement indépendante de l'échelle de longueur horizontale (Figure IV-11).

Même si les valeurs des asymptotes définies par Babarutsi sont à relativiser puisqu'elles n'ont été établies que sur une série d'essais réalisés dans un cadre bien particulier, elles n'en montrent pas moins la présence, dans l'écoulement, de deux effets distincts. L'un est lié à une échelle de recirculation horizontale, l'autre à une échelle de friction dépendant plutôt de la troisième dimension.

Comme nous l'avons montré au paragraphe IV.5.2, ces deux phénomènes ne s'exercent pas avec le même ordre de grandeur, et dès lors le bon comportement d'un modèle appliqué à cet exemple dépend directement de sa capacité à représenter distinctement les deux sources de turbulence. Dans son analyse, Babarutsi [14] montre par exemple que le modèle de Rodi pour les écoulements intégrés sur la hauteur n'est pas valable dans tous les cas.

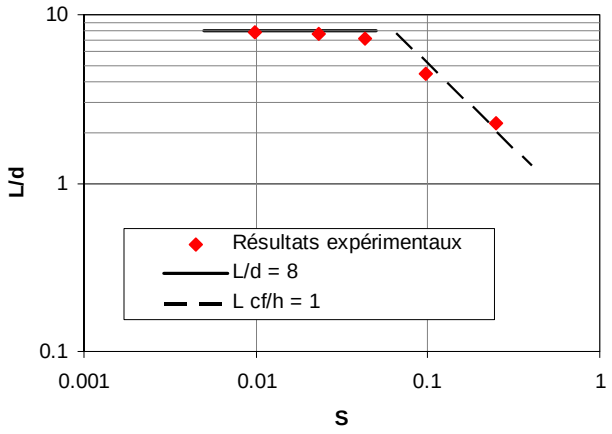


Figure IV-11 : Représentation graphique des résultats expérimentaux de Babarutsi et des lois théoriques de comportement [13]

L'application à ce cadre d'expérience du nouveau modèle, sous sa forme à une ou deux équations additionnelles, va permettre de confirmer ou d'infirmer sa capacité à représenter fidèlement les phénomènes de turbulence en écoulement à surface libre sous faible hauteur d'eau.

IV.7.1.2 Simulations numériques

Des simulations ont été menées sur un domaine représentant la géométrie de la Figure IV-10 avec des mailles carrées de 1 cm de coté. Cela conduit à 42 700 éléments de calcul.

En amont, les conditions limites sont imposées sur le champ de vitesse, soit une composante longitudinale égale aux données de Tableau IV-1 et une composante transversale nulle. En aval, une hauteur d'eau uniforme sur la largeur du canal est fixée de façon à induire en amont une hauteur d'eau qui se rapproche au mieux des valeurs de Babarutsi. En effet, rien n'indique où les hauteurs d'eau du Tableau IV-1 ont été mesurées.

Le frottement dans le canal est imposé sur base d'un coefficient de Manning n déduit des valeurs de c_f et h dans le Tableau IV-1. Cette opération conduit à définir deux séries d'essais où le coefficient de frottement est identique : pour les essais 1 à 3, n = 0,01 $m^{1/3}/s$ et pour les essais 4 et 5, n = 0,017 $m^{1/3}/s$.

La taille du maillage employé permet de rencontrer les conditions d'application de la loi de mur dans la majeure partie de la gamme des vitesses d'écoulement considérées.

Au départ d'une condition initiale de surface libre horizontale égale à la valeur de la condition limite aval, et d'un champ de débit longitudinal uniforme correspondant au débit injecté en amont, les simulations ont été menées avec un schéma d'intégration temporelle *RK31* et un nombre de Courant de 0,5 jusqu'à stabilisation des écoulements.

Les résultats obtenus avec le modèle à une équation additionnelle du paragraphe IV.5.6.5 (modèle k') et celui du paragraphe IV.5.8 (modèle $k'-\varepsilon'$) sont synthétisés ci-après (Tableau IV-2 et Tableau IV-3). Dans le premier cas, le paramètre de longueur de mélange a été choisi égal à la taille de la maille.

La hauteur de référence h_{am} est évaluée en amont de la simulation par moyenne de la hauteur d'eau sur les mailles situées à l'aval des bords d'imposition de la vitesse. Elle sert à évaluer le paramètre S.

Tableau IV-2 : Paramètres et résultats du modèle *k*

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0472	5.45	0.31
2	0.181	0.039	0.01	0.0232	7.48	0.31
3	0.145	0.082	0.01	0.0086	7.61	0.31
4	0.213	0.019	0.017	0.1691	2.65	0.31
5	0.123	0.028	0.017	0.1020	3.55	0.31

Tableau IV-3 : Paramètres et résultats du modèle *k*-ε

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0473	6.48	0.31
2	0.181	0.039	0.01	0.0232	7.13	0.31
3	0.145	0.082	0.01	0.0086	7.42	0.31
4	0.213	0.019	0.017	0.1697	3.06	0.31
5	0.123	0.028	0.017	0.1020	4.52	0.31

La visualisation des résultats illustre parfaitement la différence notable de développement des effets turbulents et de la zone de recirculation qui y est associée.

Pour la simulation du test 3, on observe une zone de recirculation très longue, avec une lente redistribution des vecteurs de vitesse sur la largeur du canal en aval de l'élargissement (Figure IV-12). L'influence du frottement de fond est faible.

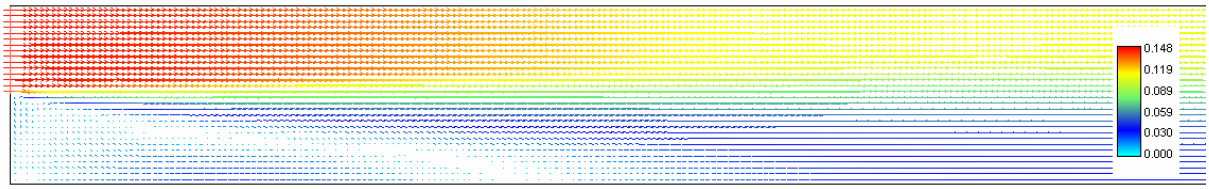


Figure IV-12 : Test 3 – Nouveau modèle *k*-ε - Vecteurs de vitesse (1 vecteur sur 2 représenté) sur les 4 premiers mètres du canal d'essai (m/s)

Pour le test 4 par contre, la zone de recirculation est beaucoup plus courte, avec une uniformisation très rapide du champ des vitesses (Figure IV-13) sous l'action du frottement de fond important.

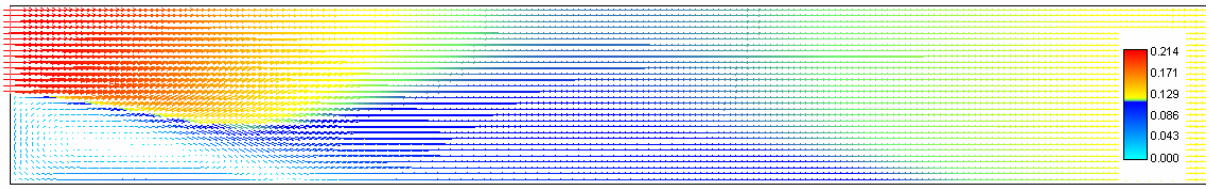


Figure IV-13 : Test 4 – Nouveau modèle *k*-ε - Vecteurs de vitesse (1 vecteur sur 2 représenté) sur les 4 premiers mètres du canal d'essai (m/s)

La représentation des deux viscosités $\nu_{T,2D}$ et $\nu_{T,3D}$ calculées au sein du nouveau modèle illustre la prédominance des effets turbulents associés à chaque cas.

Dans l'exemple du test 4, la turbulence isotrope tridimensionnelle domine avec une viscosité horizontale quasi nulle dans l'ensemble du domaine de simulation (Figure IV-14 et Figure IV-15).



Figure IV-14 : Test 4 – Nouveau modèle k-ε - Viscosité turbulente tridimensionnelle (10^{-5} m²/s)

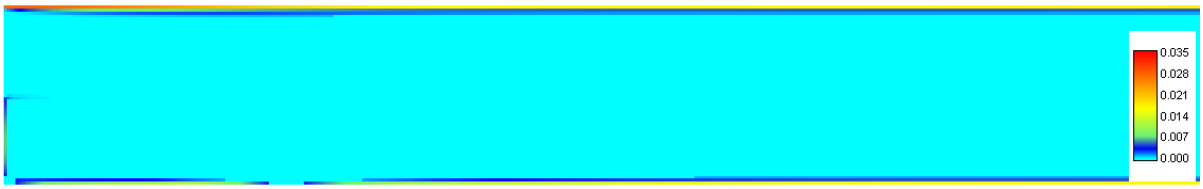


Figure IV-15 : Test 4 – Nouveau modèle k-ε - Viscosité turbulente bidimensionnelle (10^{-3} m²/s)

Dans le test 3 par contre, la viscosité bidimensionnelle présente des valeurs de deux ordres de grandeur supérieurs à $\nu_{T,3D}$ dans la zone de recirculation, alors que la viscosité tridimensionnelle reste globalement semblable à celle calculée pour le cas 4.

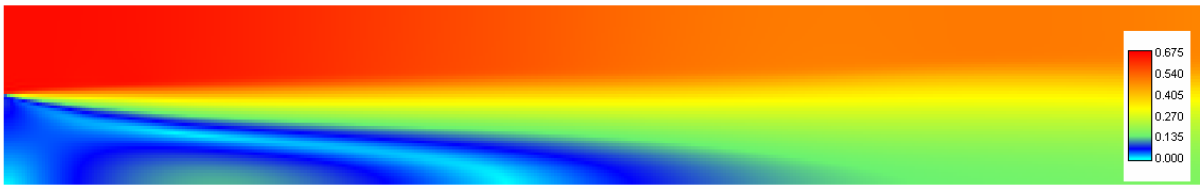


Figure IV-16 : Test 3 – Nouveau modèle k-ε - Viscosité turbulente tridimensionnelle (10^{-5} m²/s)

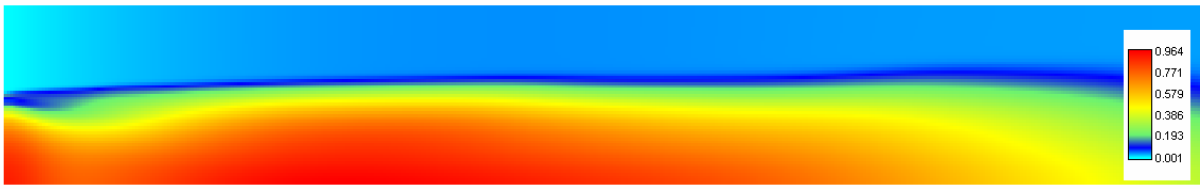


Figure IV-17 : Test 3 – Nouveau modèle k-ε - Viscosité turbulente bidimensionnelle (10^{-3} m²/s)

Des simulations ont également été réalisées avec le modèle de Rastogi et Rodi (§ IV.4.5) afin de comparer le modèle original aux modèles classiquement employés en hydraulique de surface (Tableau IV-4).

Tableau IV-4 : Paramètres et résultats du modèle k-ε de Rastogi et Rodi

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0471	8.19	0.31
2	0.181	0.039	0.01	0.0231	7.00	0.31
3	0.145	0.081	0.01	0.0086	5.52	0.31
4	0.213	0.020	0.017	0.1651	3.06	0.31
5	0.123	0.028	0.017	0.1020	4.52	0.31

Les modèles sans équation additionnelle de Fischer (§ IV.4.3.1) et de Smagorinski (§ IV.4.3.2) ont aussi été appliqués avec des valeurs du paramètre α de respectivement 0,5 et 1 (Tableau IV-5 et Tableau IV-6).

Tableau IV-5 : Paramètres et résultats du modèle de Fischer (α = 0,5)

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0474	7.06	0.31
2	0.181	0.039	0.01	0.0231	13.23	0.31
3	0.145	0.082	0.01	0.0086	20.61	0.31
4	0.213	0.019	0.017	0.1710	2.77	0.31
5	0.123	0.028	0.017	0.1021	3.94	0.31

Tableau IV-6 : Paramètres et résultats du modèle de Smagorinski (α = 1)

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0473	6.77	0.31
2	0.181	0.039	0.01	0.0232	9.19	0.31
3	0.145	0.082	0.01	0.0086	12.39	0.31
4	0.213	0.019	0.017	0.1699	2.87	0.31
5	0.123	0.028	0.017	0.1021	3.74	0.31

IV.7.1.3 Comparaison des résultats

La représentation graphique des résultats synthétisés dans les tableaux ci-dessus permet une comparaison des différents modèles.

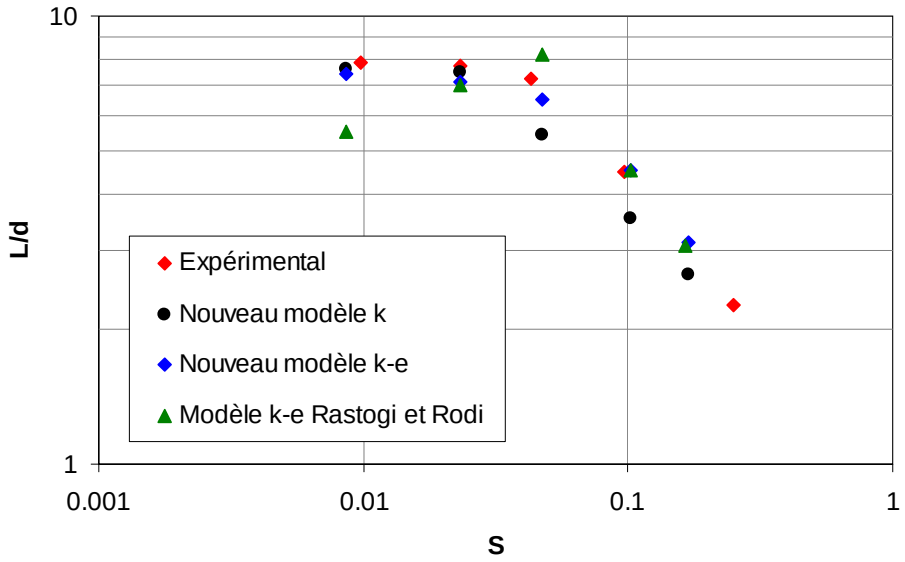


Figure IV-18 : Comparaison des résultats de simulation à l'aide de modèles à équations additionnelles avec les données expérimentales

Les deux modèles de la nouvelle approche présentent un comportement en accord avec les résultats de l'expérience, ce qui n'est pas le cas du modèle de Rastogi et Rodi (Figure IV-18). Ce dernier fournit de bons résultats lorsque le frottement de fond joue un rôle prépondérant mais est incapable de représenter l'effet prédominant du cisaillement transversal, ce qui confirme l'analyse de Babarutsi [14]. L'approche à deux longueurs de mélange montre donc ici sa supériorité.

Le modèle à une équation additionnelle affiche un comportement fort satisfaisant, ce qui est étonnant en regard de l'incertitude qui entoure la détermination du paramètre de longueur de mélange.

Le modèle à deux équations additionnelles fournit les résultats les mieux en accord avec l'expérience, ce qui valide les développements réalisés et justifie l'effort de calcul supplémentaire.

En ce qui concerne les modèles sans équation additionnelle (Figure IV-19), ils présentent tous deux de bons résultats pour les écoulements influencés principalement par le frottement de fond. Ils faillissent à modéliser correctement la zone de recirculation dans les autres cas.

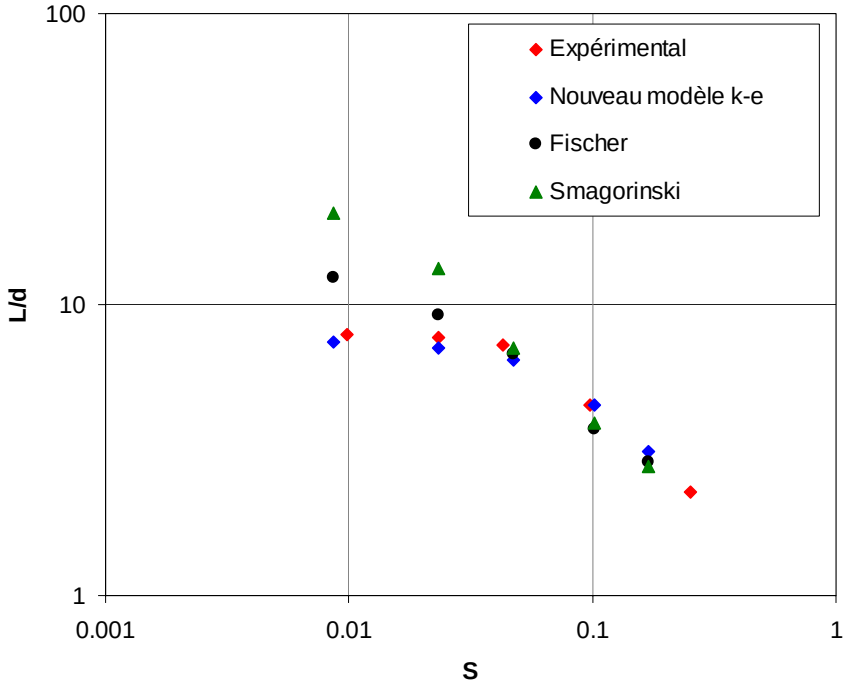


Figure IV-19 : Comparaison des résultats de simulation à l'aide de modèles sans équation additionnelle avec les données expérimentales et les résultats du nouveau modèle k-ε

Cette dernière constatation est interpellante. En effet, on aurait pu penser que le modèle de Smagorinski, basé sur une évaluation de la viscosité turbulente au départ des seuls gradients de vitesse d'écoulement dans le plan préférentiel, permette de représenter la partie gauche du graphique et non la partie droite. Pour le modèle de Fischer, des résultats opposés, avec une bonne représentation de la zone influencée par le frottement de fond au détriment de celle à longueur de recirculation constante, auraient pu être attendus.

Les simulations du même exemple sans utiliser de modèle de turbulence apportent un éclairage nouveau sur ces réflexions. Dans ce cas en effet, la partie droite du graphique de Babarutsi reste bien représentée (Figure IV-20). Pour la partie gauche par contre, les simulations ne permettent pas de refermer la zone de recirculation dès que l'effet du frottement de fond diminue trop, et tous les points ne sont donc pas disponibles.

Ces derniers tests montrent que les phénomènes envisagés dans cet exemple d'application expérimental sont très complexes et ne sont pas forcément tous relatifs à des phénomènes de turbulence.

Lorsque le nombre de friction est élevé, l'effet des forces de frottement sur le fond peut être tel qu'il devient le phénomène prédominant dans la distribution des vitesses d'écoulement, tout effet de turbulence étant négligeable. Cela explique les résultats semblables procurés par l'ensemble des modèles dans ces conditions. Lorsque l'amplitude de ce nombre diminue, les effets de turbulence deviennent prépondérants, et seul un modèle complet, mettant en balance avec précision les différentes sources de turbulence, permet d'obtenir des résultats de simulation en accord avec les mesures expérimentales. C'est le cas du nouveau modèle proposé dans ce chapitre.

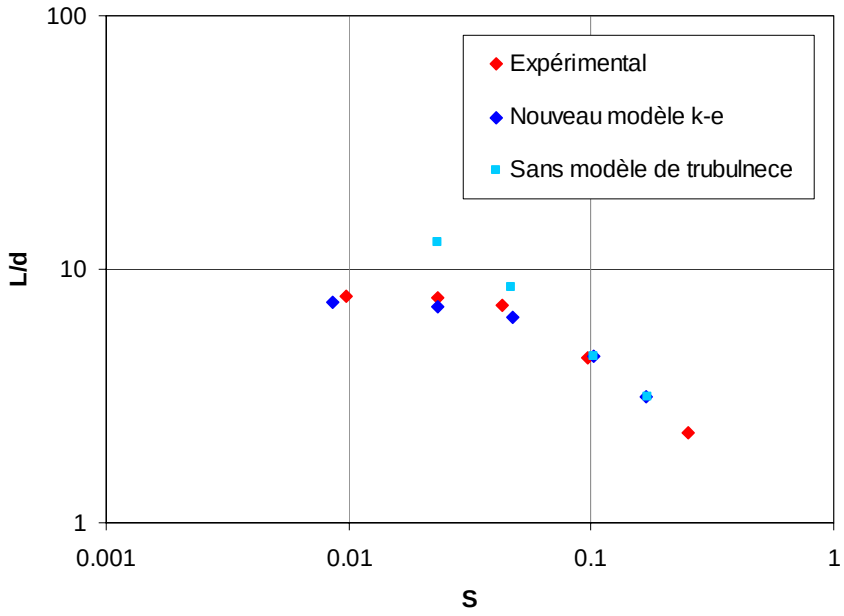


Figure IV-20 : Comparaison des résultats de simulation à l'aide d'un modèle sans représentation des phénomènes turbulents avec les données expérimentales et les résultats du nouveau modèle k-ε

IV.7.1.4 Influence de la taille de maille

Afin de juger de l'influence de la taille de maille sur la solution obtenue, les mêmes simulations ont été effectuées à l'aide du nouveau modèle *k-ε* avec un maillage 5 fois plus lâche. Pour ce faire, la largeur de l'élargissement a été ramenée à 30 cm.

Tableau IV-7 : Paramètres et résultats du nouveau modèle *k-ε* avec des mailles de 5 cm de coté

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0459	5.33	0.3
2	0.181	0.039	0.01	0.0224	6.17	0.3
3	0.145	0.082	0.01	0.0083	6.83	0.3
4	0.213	0.019	0.017	0.1644	2.33	0.3
5	0.123	0.028	0.017	0.0987	3.33	0.3

Dans ce cas, le comportement qualitatif du modèle est toujours excellent, mais on observe une sous estimation récurrente de la longueur de la zone de recirculation (Figure IV-21).

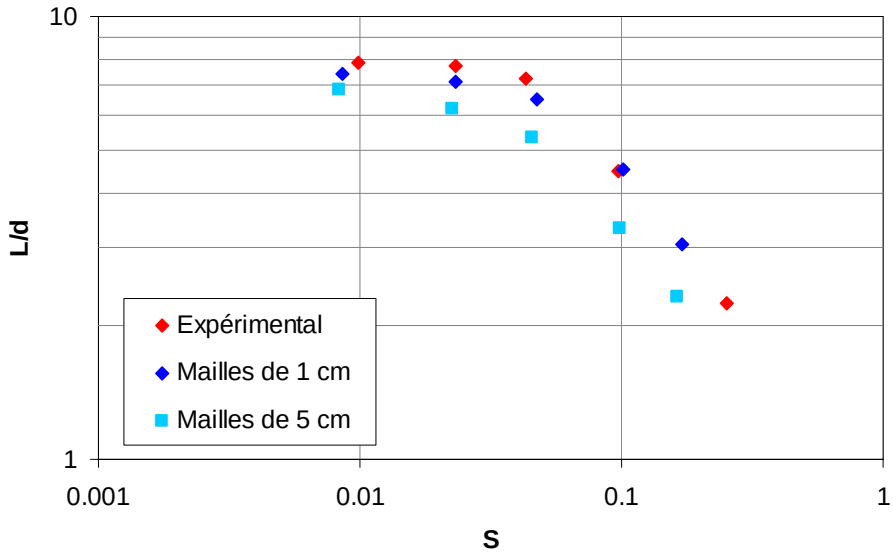


Figure IV-21 : Influence de la taille du maillage pour le nouveau modèle *k-ε*

Néanmoins, au vu de la faiblesse de la discrétisation de l'élargissement (six mailles sur la largeur - Figure IV-22), les résultats sont satisfaisants et ne mettent pas en péril la validité du modèle proposé.

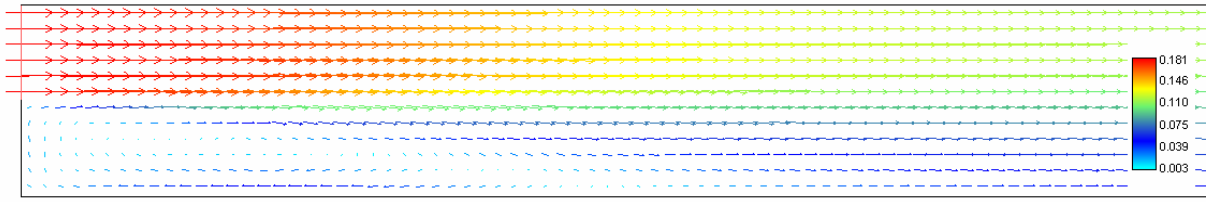


Figure IV-22 : Test 2 – Nouveau modèle k-ε - Vecteurs de vitesse (m/s) – Mailles de 5 cm de coté

IV.7.1.5 Influence du type de reconstruction

Les simulations présentées aux paragraphes précédents ont été réalisées en effectuant une reconstruction constante aux bords des variables servant à l'évaluation des flux convectifs, ce qui conduit à une précision du premier ordre. Les flux diffusifs sont quant à eux évalués au second ordre (§ II.3.8).

Un calcul a été mené avec le nouveau modèle à deux équations en effectuant une reconstruction linéaire des variables, afin d'avoir une évaluation précise au second ordre de l'ensemble des termes des équations. Une taille de maille de 1 cm de coté a été utilisée.

Cette approche augmente le temps de calcul global et nécessite localement l'utilisation d'un limiteur [100]. L'ordre de grandeur impair des termes d'erreur est dispersif. Néanmoins, le schéma de discrétisation est plus cohérent et l'ordre de précision de calcul globalement plus élevé que dans les simulations précédentes.

Tableau IV-8 : Paramètres et résultats du nouveau modèle k-ε en reconstruction linéaire

Test n°	U_0 [m/s]	h_{am} [m]	n [$m^{1/3}/s$]	S	L/d	d [m]
1	0.267	0.023	0.01	0.0471	6.42	0.31
2	0.181	0.039	0.01	0.0232	6.97	0.31
3	0.145	0.082	0.01	0.0086	7.48	0.31
4	0.213	0.019	0.017	0.1679	3.80	0.31
5	0.123	0.028	0.017	0.1020	4.87	0.31

La comparaison des résultats est réalisée sur le graphe de la Figure IV-23. La différence entre les deux types de reconstruction est très faible pour les petites valeurs du nombre de friction et augmente graduellement avec celui-ci. Les résultats restent néanmoins fort semblables dans la gamme des essais réalisés.

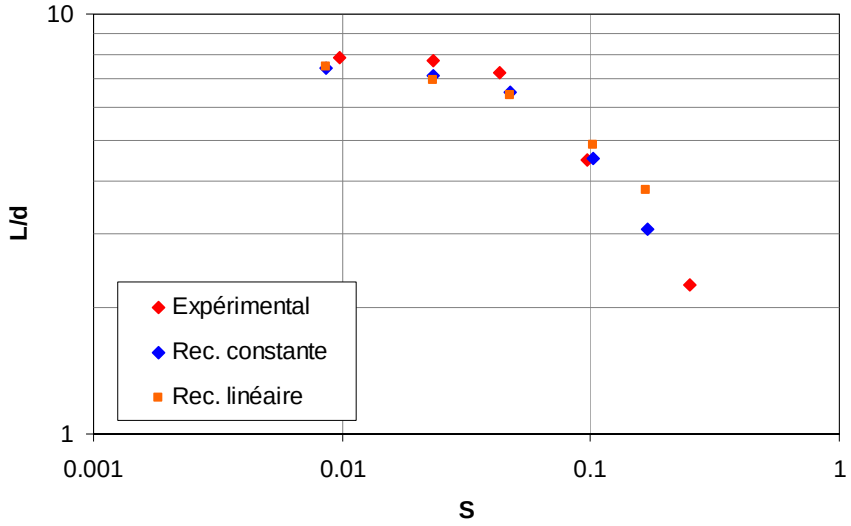


Figure IV-23 : Influence du type de reconstruction pour le nouveau modèle k-ε

Le graphe représentant la longueur adimensionnelle de la zone de recirculation par rapport au nombre de Froude de l'écoulement amont (Figure IV-24) montre que la différence entre les modes de reconstruction dépend moins de l'accroissement de l'importance des termes advectifs lorsque l'écoulement s'accélère que de la longueur de la zone de recirculation. Plus celle-ci est faible, plus les différences sont marquées. Dans le cas d'une petite emprise de tourbillon, les gradients de débit spécifique sont exacerbés et la taille du maillage est comparativement plus grossière.

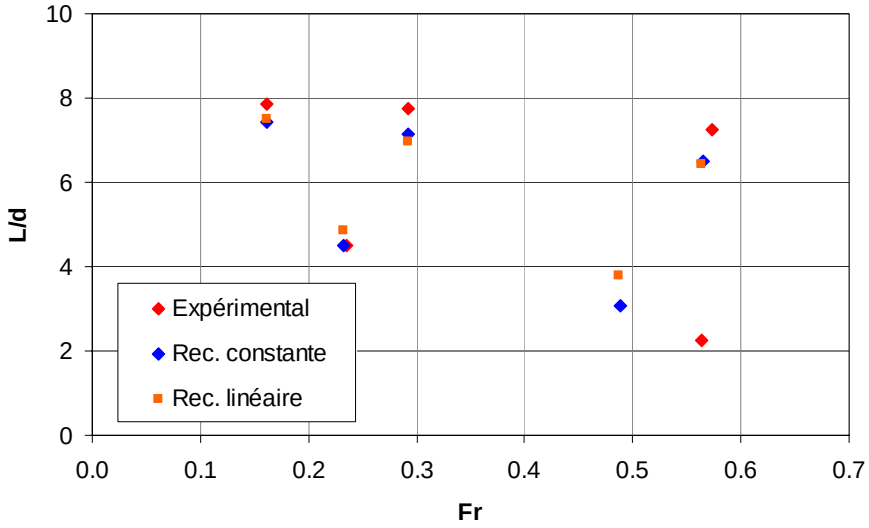


Figure IV-24 : Influence du type de reconstruction pour le nouveau modèle k-ε en regard de la longueur de la zone de recirculation et du Froude de l'écoulement amont

IV.7.2 Ecoulement dans un canal avec un épi

IV.7.2.1 Données expérimentales

Ce second exemple de validation, proposé initialement par Rajaratnam & al. [136], a été exploité par Molls & al. [97] et Wu & al. [167]. Il concerne l'analyse, sur modèle expérimental, de l'écoulement qui s'établit de part et d'autre d'un épi transversal dans un canal rectiligne à section rectangulaire constante.

Le canal fait 37 m de long, 90 cm de large et 76 cm de haut. L'épi est constitué d'une plaque d'aluminium de 3 mm d'épaisseur et de 152 mm de long qui dépasse largement la surface libre de l'écoulement. Elle est placée perpendiculairement à l'axe du canal et est collée à la rive droite. Une incertitude subsiste sur sa position longitudinale.

Le fond du canal et les parois sont lisses, sans spécification d'un coefficient de frottement.

Une vitesse uniforme de 0,253 m/s est imposée en amont du canal et une hauteur d'eau de 18,9 cm à son aval. Les vitesses de l'écoulement stabilisé ont été mesurées à l'aide de tubes de Pitot sur plusieurs sections transversales et longitudinales, réparties de part et d'autre de l'épi, sur une longueur de 92 cm en amont, et de 1,22 m en aval.

Cet exemple expérimental a été utilisé par Smolders [148] pour comparer les différents modèles de turbulence disponibles au sein du logiciel WOLF2D, et notamment le nouveau modèle proposé sous sa forme à une et deux équations additionnelles. Nous allons présenter ici les principaux résultats de cette application.

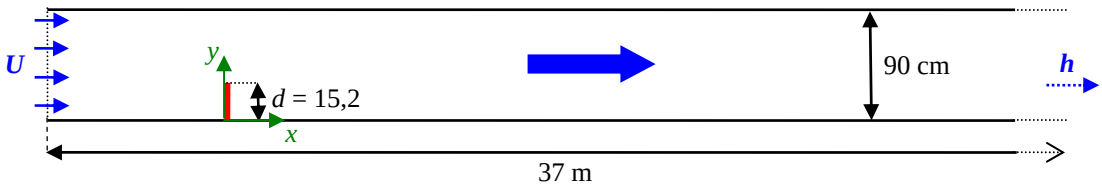


Figure IV-25 : Schéma de l'installation expérimentale de Rajaratnam [97]

Les données expérimentales sont repérées par une distance adimensionnelle déterminée comme le rapport de l'abscisse x ou y de la section de mesure, à la longueur d de l'obstacle (Figure IV-25).

Ce cas est assez complexe à modéliser car la zone de recirculation en aval de l'épi est directement influencée par le champ d'écoulement à son amont, lui aussi étroitement lié aux caractéristiques turbulentes de l'écoulement. Une mauvaise prise en compte de la mise en vitesse au droit du rétrécissement hypothèque toute chance de modéliser correctement la zone de recirculation aval.

Par contre, un seul jeu de mesures, avec un frottement de fond très faible mais non précisé, est disponible, ce qui limite le champ de comparaison.

IV.7.2.2 Caractéristiques des simulations

Dans un but de comparaison, des simulations ont été réalisées avec les modèles à 0 équation de Fischer (§ IV.4.3.1) et Smagorinski (§ IV.4.3.2), le modèle k-ε de Rastogi et Rodi (§ IV.4.5) et les deux variantes de l'approche proposée dans ce travail.

Une emprise réduite du modèle a été considérée. 6,3 m de canal ont été représentés avec une taille de maille de 3 cm, ce qui conduit à un peu moins de 6 500 volumes finis de calcul. L'épi est placé 1,8 m en aval de la limite amont du modèle [148].

Le débit est imposé en amont, une altitude de surface libre en aval. Le calcul est mené jusqu'à stabilisation complète des champs d'écoulement.

IV.7.2.3 Résultats et comparaisons des modèles

Les résultats globaux sont exposés en détail par Smolders [148] dans son travail de DEA[30].

Une première analyse des résultats peut être menée par rapport à la longueur de la zone de recirculation en aval de l'obstacle (Figure IV-26), qui est expérimentalement de 12d [97].

Sans modèle de turbulence, il est impossible de refermer la zone de recirculation : elle s'étend jusqu'à la condition limite de la simulation, peu importe l'éloignement de celle-ci vers l'aval.

Alors que le modèle de Fischer surestime largement la longueur de recirculation (28d), le modèle de Smagorinski fait une prévision en très bon accord avec les expériences (12d), tout comme le nouveau modèle à deux équations additionnelles (11d). Le modèle de Rastogi et Rodi (6d) et le nouveau modèle à 1 équation (9d) sous-estiment cette emprise.

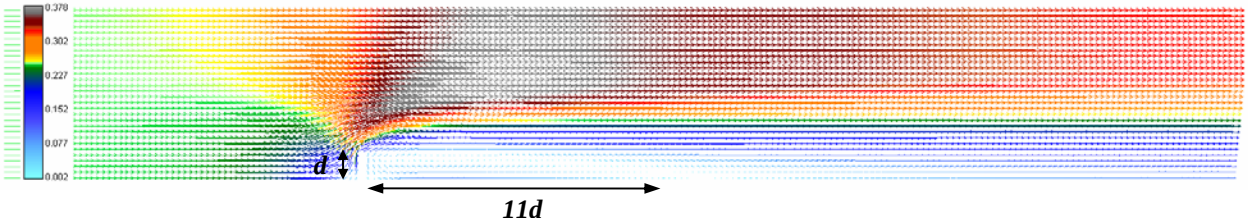


Figure IV-26 : Champs de vitesse (m/s) fournis par le nouveau modèle à deux équations additionnelles

[30] DEA = Diplôme d'Etudes Approfondies – Diplôme universitaire de troisième cycle

Les graphes des vitesses d'écoulement adimensionnalisées par rapport à la vitesse d'injection, tracés en différentes sections longitudinales ou transversales, permettent d'appréhender qualitativement le comportement des différents modèles.

Pour les coupes longitudinales de la Figure IV-27 et de la Figure IV-28, l'obstacle est à l'abscisse 1,8 m. On constate qu'en amont, tous les modèles fournissent des résultats fort semblables et en accord avec l'expérience. En aval de l'obstacle par contre (x > 1,8 m - Figure IV-28), de légères différences de comportement apparaissent entre les résultats de simulation, même si globalement le comportement des modèles reste satisfaisant, sauf pour le modèle de Fischer.

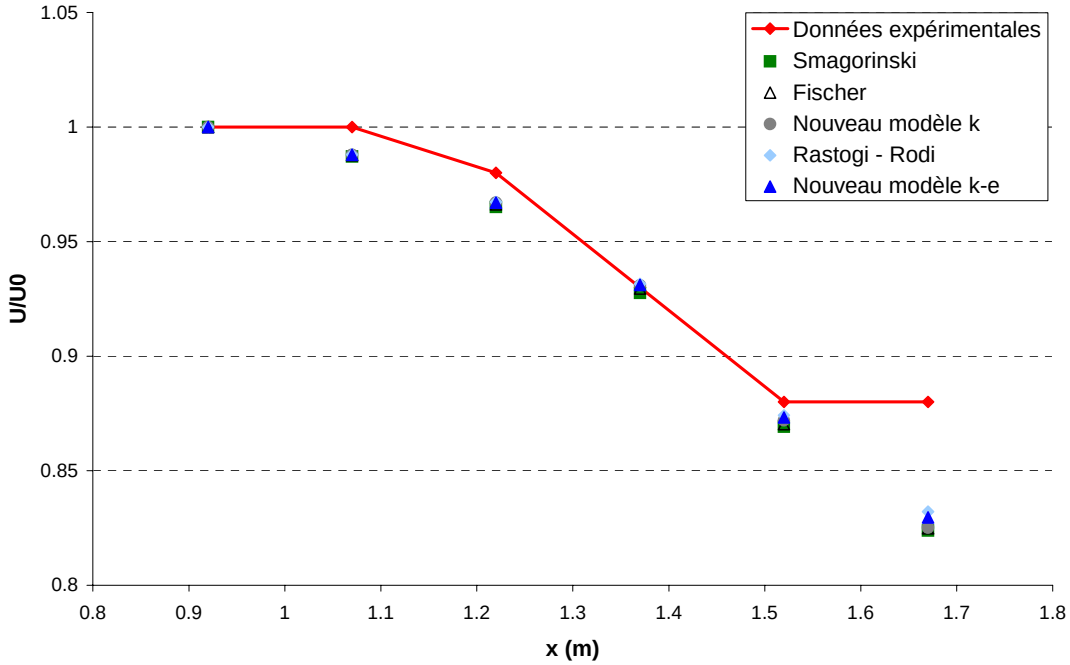


Figure IV-27 : Vitesses d'écoulement adimensionnelles le long du canal, en amont de l'obstacle, à 15 cm du bord droit (*y/d=1*)

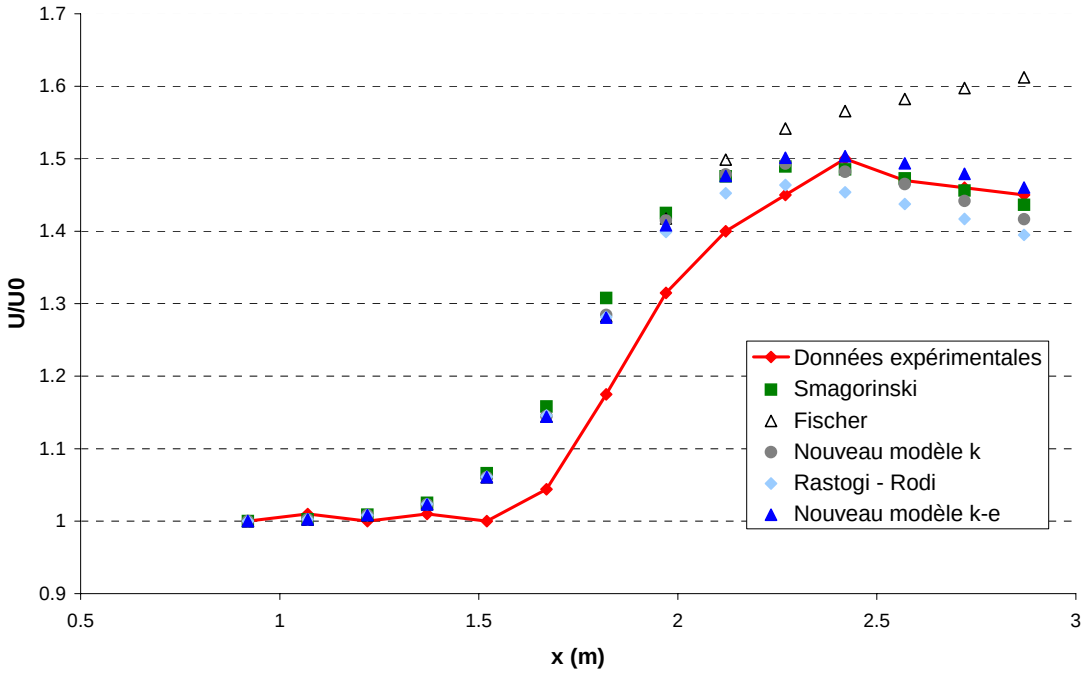


Figure IV-28 : Vitesses d'écoulement adimensionnelles le long du canal, à 45 cm du bord droit (*y/d=3*)

Pour les coupes transversales, on a par exemple les graphes de la Figure IV-29 et de la Figure IV-30. Les vitesses d'écoulement ne sont dans ce cas pas adimensionnalisées.

De nouveau, le comportement qualitatif des modèles est excellent, sauf pour le modèle de Fischer. Les tendances des courbes de variation de vitesse sont bien représentées.

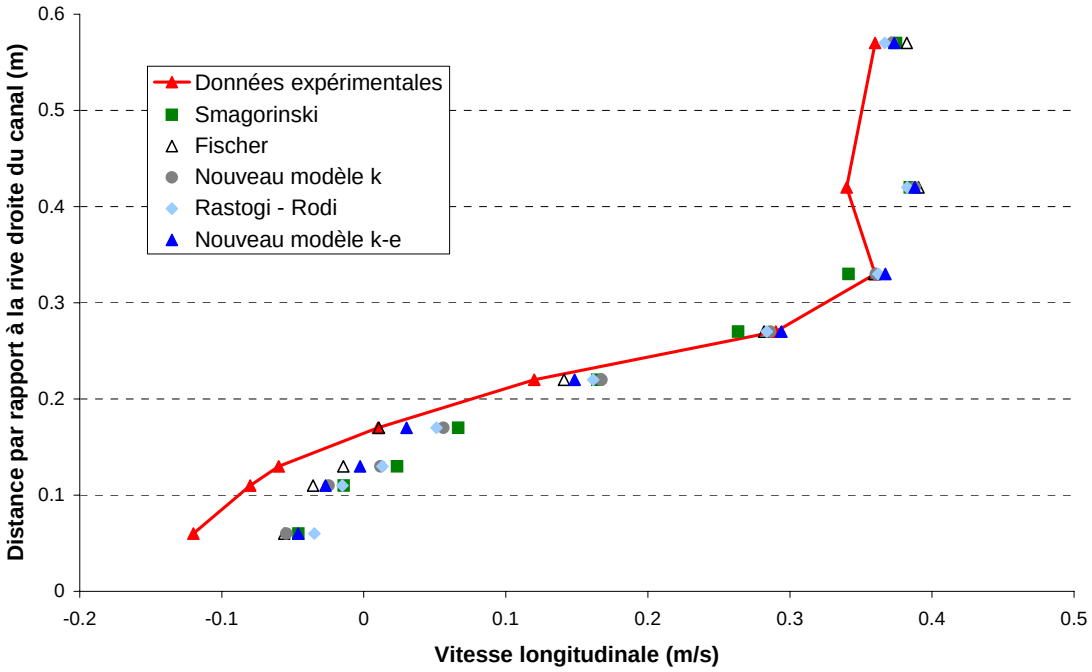


Figure IV-29 : Vitesses d'écoulement transversalement au canal et 30 cm en aval de l'obstacle (*x/d=2*)

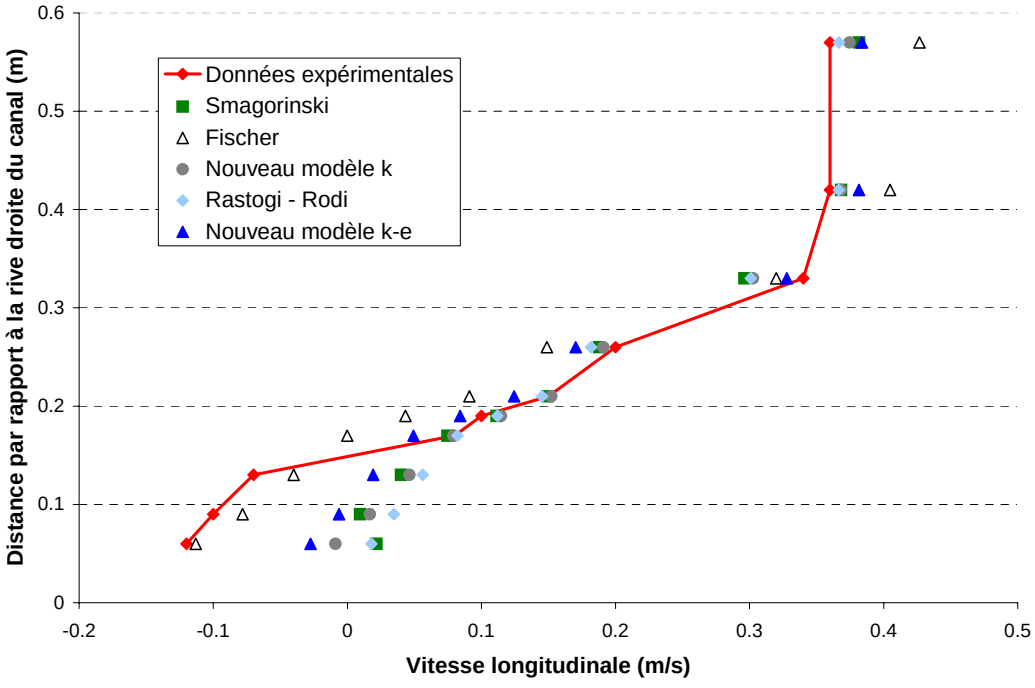


Figure IV-30 : Vitesses d'écoulement transversalement au canal et 90 cm en aval de l'obstacle (*x/d=6*)

L'ensemble des résultats de ce second exemple de validation montre le bon comportement du nouveau modèle de turbulence, tout comme celui des autres modèles à l'exception de celui de Fischer. Cela peut s'expliquer par la prépondérance dans cette application de l'effet des gradients de vitesse horizontaux, le frottement étant de très faible amplitude.

Sur base de la longueur de la zone de recirculation, le nouveau modèle à deux équations additionnelles et celui de Smagorinski sont les plus représentatifs, ce qui est explicable par

l'importance des termes de gradients dans le plan préférentiel d'écoulement et ce qui valide une nouvelle fois l'approche proposée.

IV.8 Applications

IV.8.1 Design d'une structure de prise d'eau

Dans le cadre des applications décrites au chapitre III, le bénéfice qui peut être retiré d'une approche couplée numérique – expérimentale a été illustré au travers de la description des études d'un aménagement hydroélectrique de grande ampleur. Dans le même contexte, le design de la structure de prise d'eau en amont des conduites forcées a été étudié en détail, en premier lieu par voie de modélisation numérique, dans un second temps à l'aide d'un modèle physique [109]. Nous allons synthétiser les principaux résultats obtenus à l'époque sans modèle de turbulence pour ensuite illustrer l'applicabilité du nouveau code développé dans ce chapitre.

IV.8.1.1 Description de l'ouvrage et objectif des études

L'ouvrage de prise d'eau concerné assure la jonction entre les chambres de dessablage décrites au paragraphe III.6.2.2 et les conduites forcées qui alimentent la centrale hydroélectrique située au pied du barrage. Il est composé d'un conduit en charge qui collecte les eaux en provenance du dessableur, et d'une chambre à surface libre qui joue le rôle de bassin tranquilisateur et de cheminée d'équilibre en amont des 4 conduites forcées (Figure IV-32).

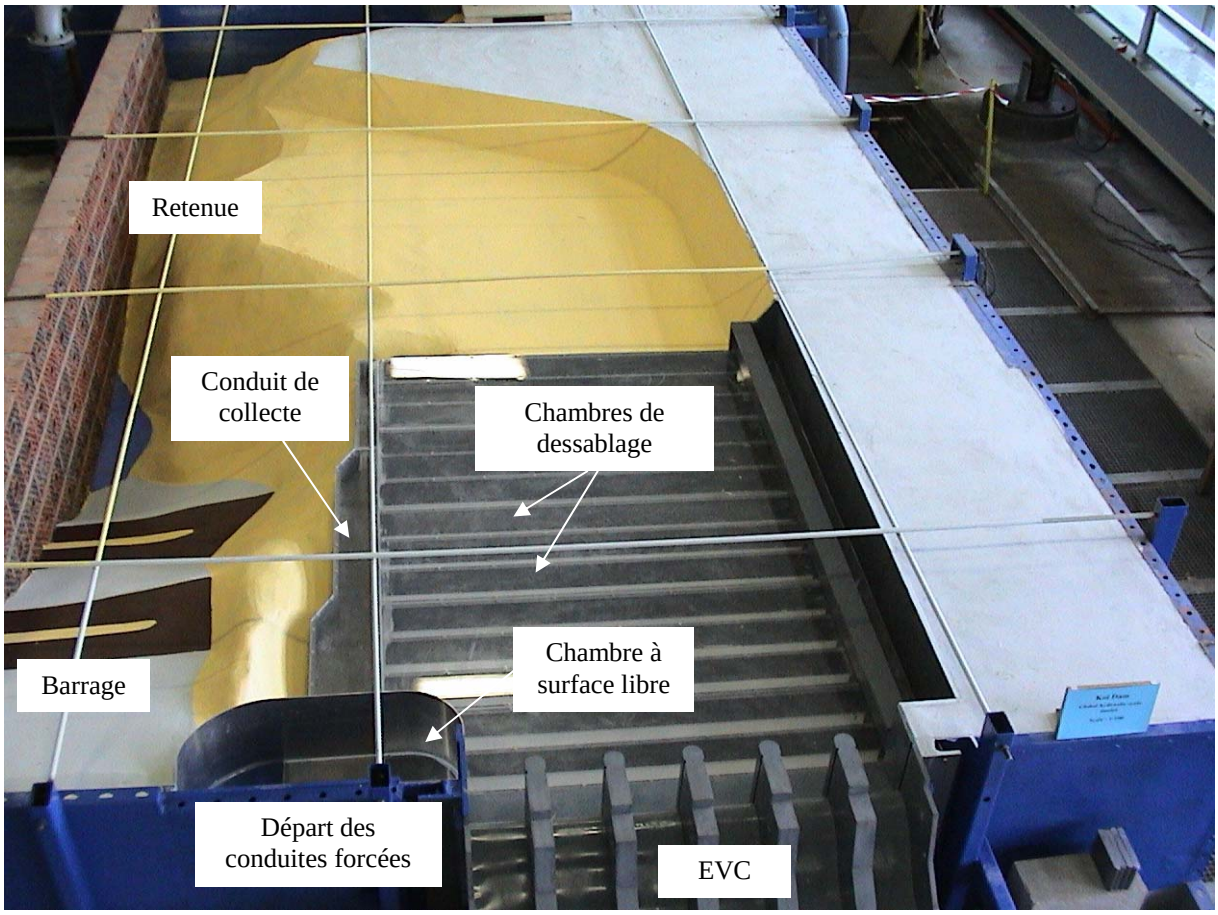


Figure IV-31 : Localisation des éléments du dessableur et de l'ouvrage de prise d'eau sur une vue en plan du modèle réduit d'ensemble au 1/100^{e} [112]

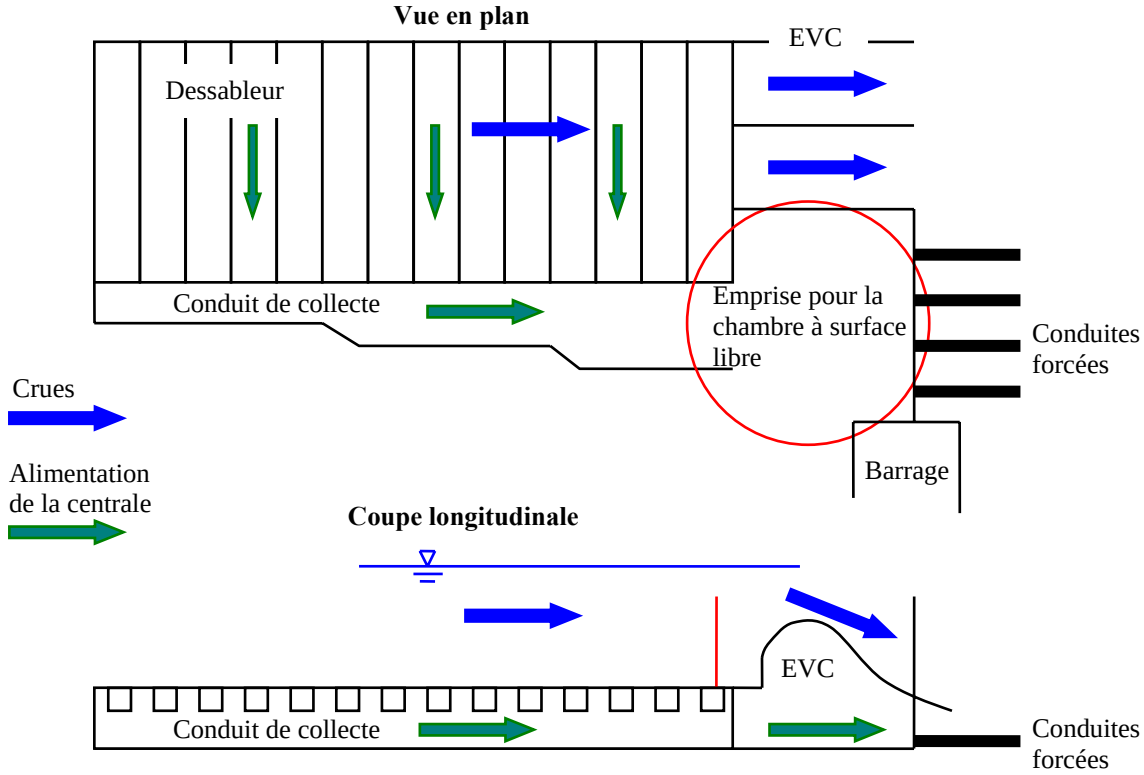


Figure IV-32 : Schéma de la structure de prise d'eau dans le contexte de l'aménagement général

Le conduit de collecte présente une section rectangulaire de l'ordre de 15 m de large sur 10 m de haut et une longueur de 200 m environ.

La chambre d'eau était initialement en forme de L avec une surface libre d'une superficie de l'ordre de 2 600 m². Elle est délimitée par des murs de 2 m d'épaisseur pour plus de 35 m de haut dont la stabilité est assurée par un réseau de buttons. La chambre est équipée de quatre piquages pour le départ des quatre conduites forcées.

Le débit transitant par la structure de prise est de 784 m³/s au maximum.

Les premiers objectifs des études étaient d'analyser sur modèle réduit les conditions d'écoulement dans le conduit de collecte et la chambre d'eau, d'analyser les conditions d'entonnement au départ des quatre conduites forcées et de mesurer la perte de charge entre le dessableur et le départ des conduites.

Or, les simulations numériques à grande échelle de l'ensemble de l'aménagement hydroélectrique, réalisées dans les premiers temps du projet, ont montré que la forme de la prise d'eau n'était pas satisfaisante d'un point de vue hydraulique. Elle perturbait en effet le fonctionnement de la première passe de l'EVC, positionnée le long de son flanc gauche (§ IV.8.2). De plus, les études du dessableur [113] ont conduit à raccourcir la longueur des chambres de dessablage, et de là la position du conduit de collecte. Enfin, la forme dissymétrique en L de la chambre à surface libre, adoptée dans les plans d'avant-projet, n'était pas garante d'une régulière répartition des débits entre les différents groupes hydroélectriques.

Toutes ces considérations ont finalement conduit le mandataire de l'étude à confier aux Laboratoires de Constructions Hydrauliques la tâche de mettre au point un nouveau design de la structure intégrant toutes ces considérations.

Afin de globalement maintenir le délai initial de réalisation des essais, tout en testant plusieurs variantes, et sans trop augmenter les coûts, le travail de mise au point du design a été en grande partie effectué par voie de modélisation numérique.

Dans un second temps, le logiciel de calcul a été utilisé pour définir l'emprise réduite du modèle physique destiné à valider les choix retenus et à appréhender les effets plus complexes de vortex notamment [109].

IV.8.1.2 Caractéristiques des simulations

Au vu des potentialités de modélisation présentes à l'époque dans le logiciel, toute la structure de prise a été modélisée à surface libre et les conduites forcées ont été représentées par des déversoirs. Sous ces hypothèses simplificatrices, la répartition des différents courants reste bien représentée dans la chambre à surface libre et, dans une moindre mesure, dans le conduit de collecte. Le débit évacué par chaque conduite est déterminé au prorata de la charge qui s'installe à son amont. La distribution des débits en sortie de simulation est alors à l'image de l'uniformité de la charge dans la chambre. Le seuil des déversoirs a été calé à une altitude telle que les niveaux d'eau dans la structure soient représentatifs de la réalité.

Au départ d'une géométrie de la chambre à surface libre symétrique par rapport aux conduites forcées, meilleure garante d'une équirépartition du débit, trois largeurs du conduit de collecte ont été envisagées (15 m, 22,5 m et 30 m). Le mode d'alimentation de ce dernier ayant tendance à chasser l'écoulement en rive droite, l'axe du conduit a été excentré vers la gauche. D'autre part, comme le débit dans le conduit de collecte croît d'amont en aval, une section variable a été envisagée. Dans certains cas, des piles ont été placées dans la partie la plus large du conduit pour soutenir son plafond. (Figure IV-33)

Le débit d'équipement de 784 m³/s est supposé équiréparti entre les différentes chambres de dessablage (56 m³/s/chambre) et est injecté dans le modèle selon l'axe des chambres, c'est-à-dire transversalement à l'axe du tronçon de collecte. Pour les deux chambres aval débitant dans la grande zone à surface libre, l'apport en eau a été imposé dans le modèle numérique par infiltration au fond, c'est-à-dire sans composante préférentielle de vitesse d'écoulement dans le plan horizontal. Pour les deux chambres les plus en amont, le débit a été injecté uniformément dans l'axe du conduit de collecte.

La discrétisation spatiale a été réalisée avec des mailles carrées de 50 cm de coté. Elles permettent de bien représenter la géométrie de la chambre, et notamment le profilage des prises des conduites forcées, tout en ne conduisant pas à un temps de calcul trop important. Les maillages utilisés comportaient de 21 000 à 31 000 volumes finis.

Aucun modèle de turbulence n'a été utilisé dans les simulations réalisées au moment des études.

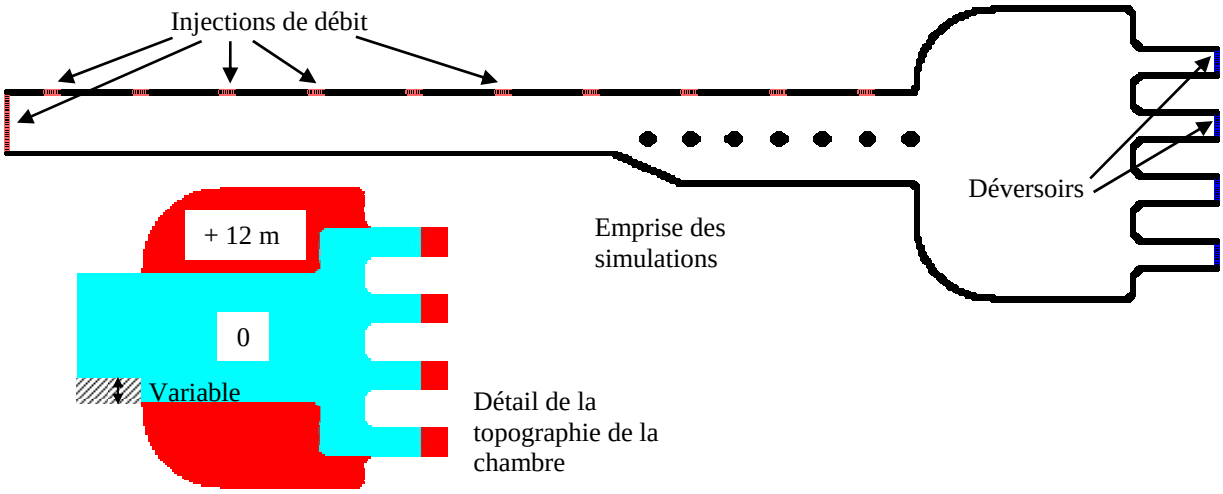


Figure IV-33 : Schéma de principe des simulations et topographie de la chambre à surface libre

IV.8.1.3 Résultats

Outre une analyse visuelle des champs d'écoulement, et notamment de l'emprise des zones mortes dans la chambre à surface libre, les simulations ont été comparées sur base de la répartition du débit entre les différents déversoirs.

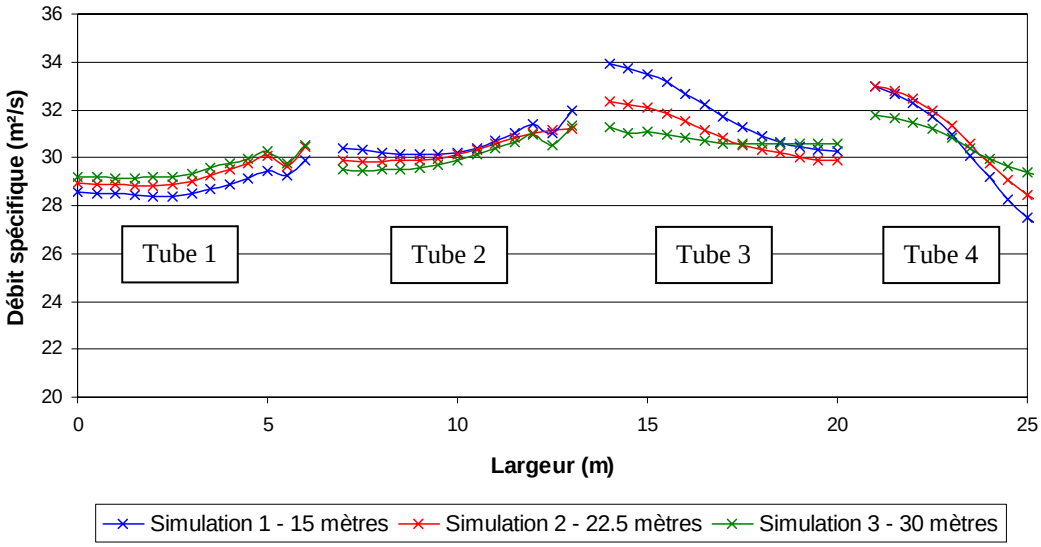


Figure IV-34 : Comparaison de la répartition des débits entre les déversoirs en fonction de la largeur du tronçon de collecte

La géométrie à 22,5 m de large a été retenue comme le meilleur compromis entre coût de réalisation et équirépartition du débit prélevé.

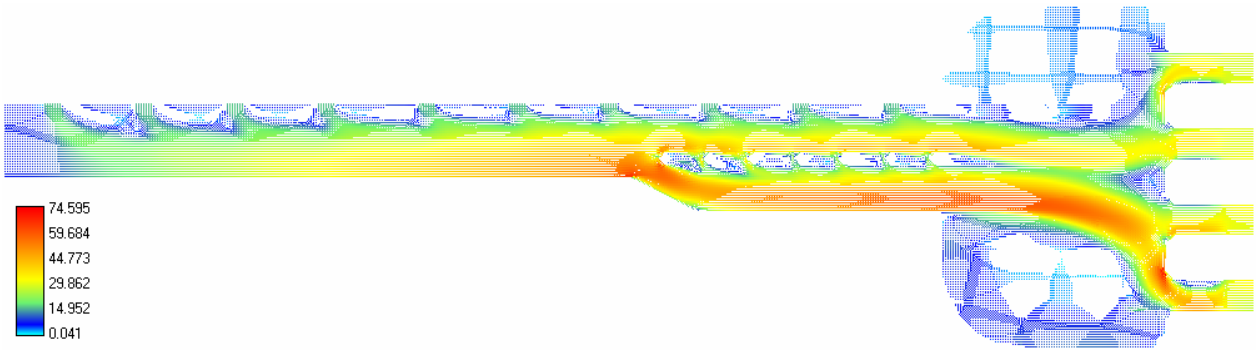


Figure IV-35 : Module de débits spécifiques (m²/s) dans la configuration retenue

On observe dans cette situation deux courants principaux qui alimentent les conduites forcées. Ils sont générés par la rangée des piles destinées à soutenir le plafond du conduit. Des sillages de trainée sont visibles à l'arrière de chaque pile. Ils sont assez vite refermés par interaction avec la pile suivante ou avec le courant du côté droit.

Une zone de recirculation est localisée en aval de chaque point d'injection dans le conduit de collecte (Figure IV-36).

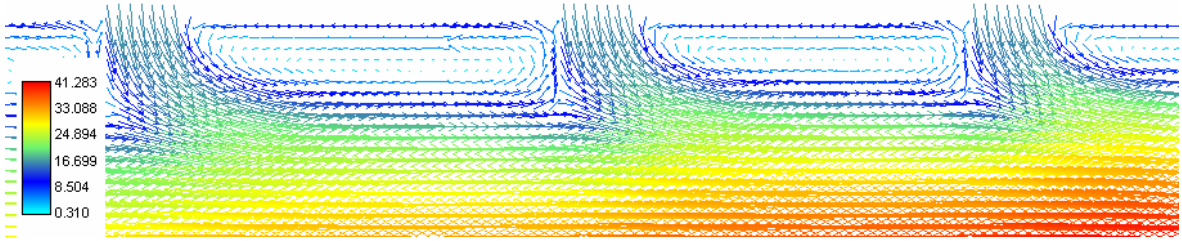


Figure IV-36 : Zones de recirculation en aval des points d'injection dans le conduit de collecte – vecteurs de débits spécifiques (m²/s)

Dans la chambre à surface libre, on observe un tourbillon du coté droit mais pas du coté gauche, vraisemblablement à cause du débit d'injection en provenance des deux chambres de dessablage les plus en aval (Figure IV-37).

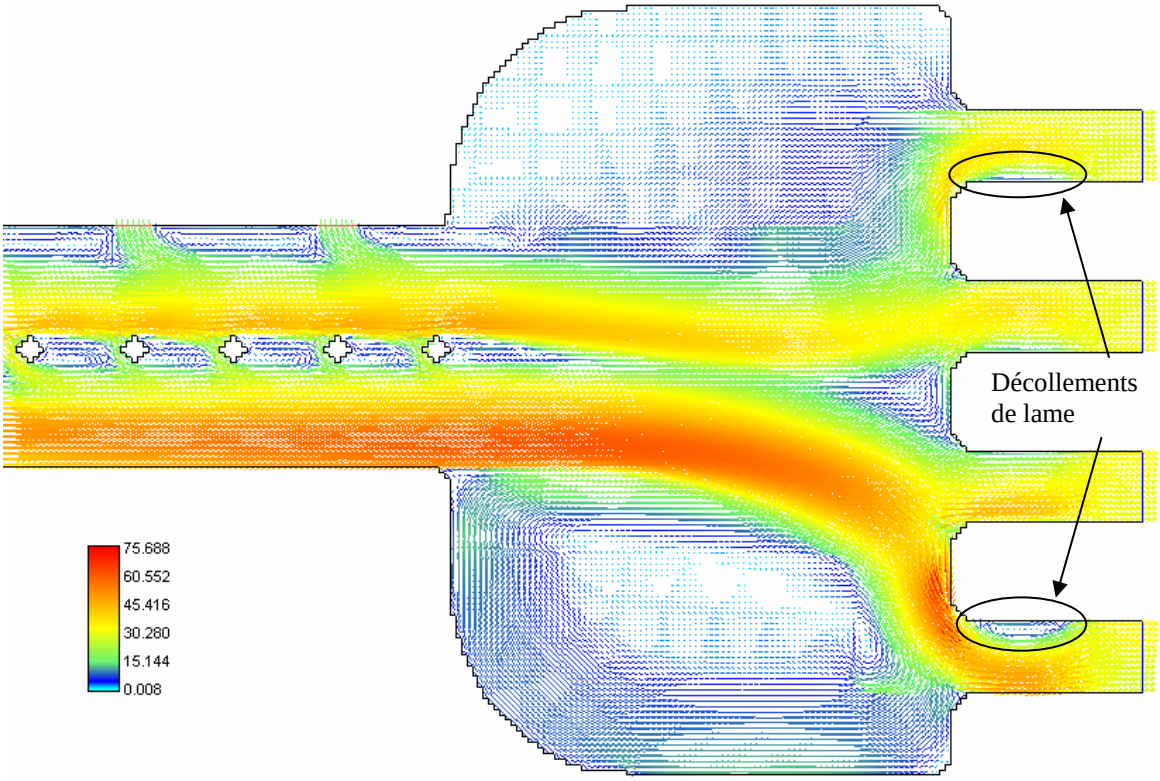


Figure IV-37 : Détail des vecteurs de débit spécifique (m²/s) dans la chambre à surface libre

Même si le débit sur les seuils déversants est relativement uniforme, on constate la présence de zone de décollement de l'écoulement dans les conduites d'extrémité.

IV.8.1.4 Modélisation des effets de la turbulence

Le nouveau modèle de turbulence à deux équations additionnelles a été appliqué à ce cas pratique pour juger des modifications qu'il peut apporter aux champs d'écoulement.

L'application ne présente pas de difficultés particulières par rapport aux cas de validation envisagés jusqu'ici, si ce n'est la multiplication des obstacles géométriques et des zones d'injection ou de sortie. La topographie présente également deux niveaux, ce qui aura un impact direct sur les vitesses d'écoulement.

On note peu de différence entre les deux simulations dans la partie amont de la modélisation, que ce soit au niveau des zones d'injection ou des piles. Les extrema des champs de débit sont atténués, ce qui traduit une plus grande homogénéité de l'écoulement. Ce constat est logique au vu du caractère dissipatif des termes ajoutés aux équations hydrodynamiques.

Dans la chambre à surface libre par contre, les différences sont plus marquées (Figure IV-38). Le courant de recirculation du côté droit est moins visible, de même que le sillage de trainée derrière la dernière pile et le point d'arrêt entre les deux conduites centrales. Les champs de débit sont globalement plus homogènes.

Juste en amont des seuils déversants d'extrémités, les zones de recirculation visibles à la Figure IV-37 ont disparu (Figure IV-38 – a). Seule une légère tendance au décollement de la lame fluide est encore visible (Figure IV-38 - b). Ce dernier élément est validé par la représentation de la distribution des débits sur les seuils (Figure IV-39). Elle est beaucoup plus homogène lorsque les effets de turbulence sont modélisés.

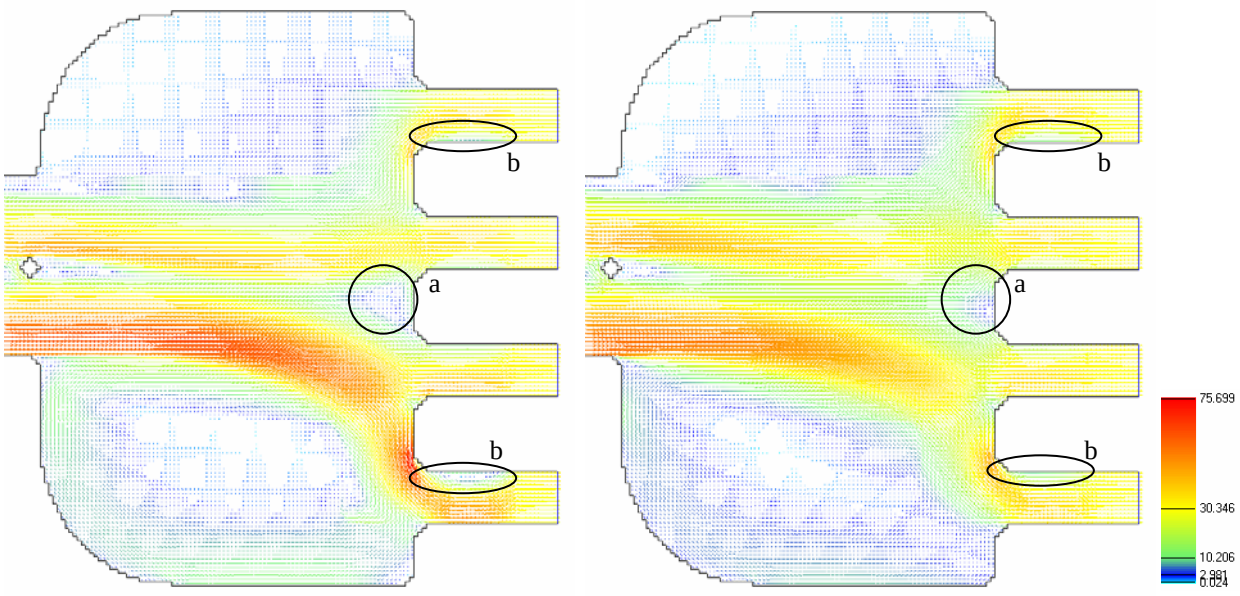


Figure IV-38 : Champs de débit spécifique (m²/s) dans la chambre à surface libre avec (droite) et sans (gauche) prise en compte des effets de turbulence

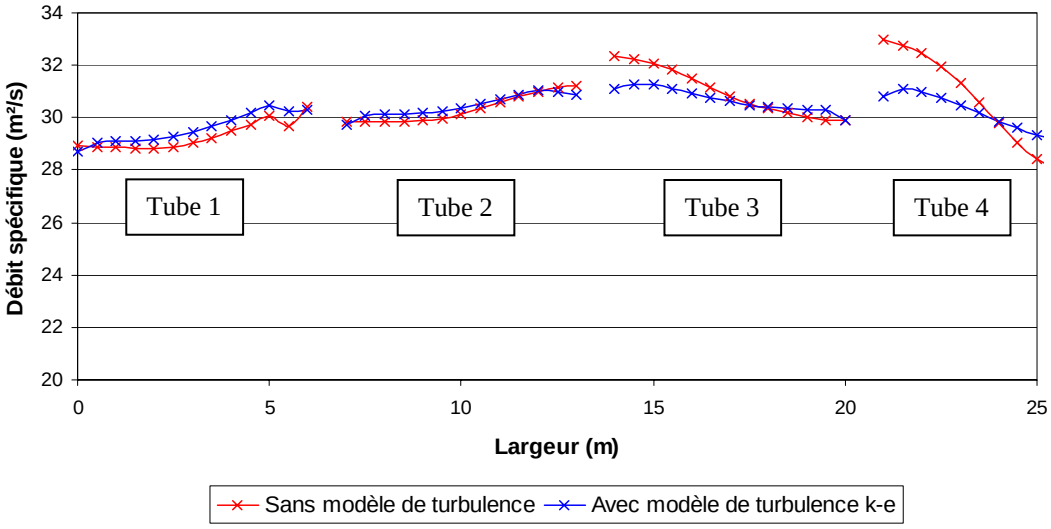


Figure IV-39 : Comparaison de la répartition des débits entre les déversoirs avec et sans prise en compte des effets de turbulence

La représentation du rapport entre les deux viscosités turbulentes, celle bidimensionnelle $\nu_{T,2D}$ et celle isotrope $\nu_{T,3D}$, renseigne sur leur prépondérance respective en différents points de la modélisation (Figure IV-40). Les effets de la friction au fond dominent le long des courants principaux et dans les zones mortes. Dans les zones de recirculation, ce sont les effets des gradients des vitesses dans le plan de simulation qui jouent un rôle prépondérant.

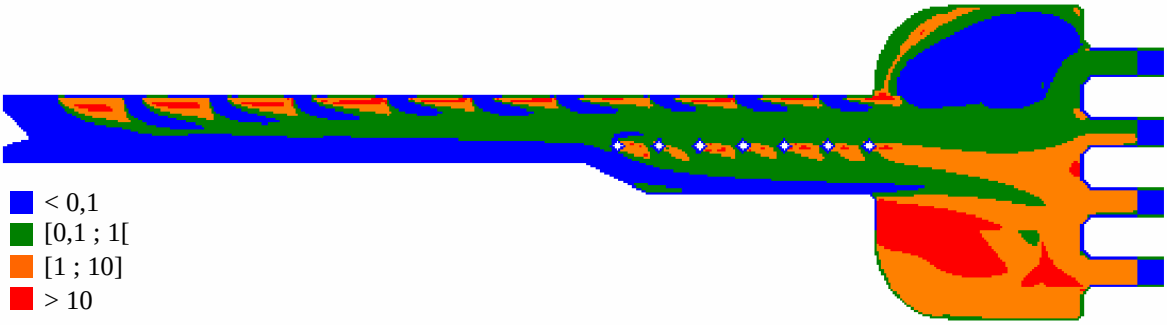


Figure IV-40 : Rapport de la viscosité turbulente bidimensionnelle à la viscosité turbulente isotrope

En ce qui concerne les implications informatiques de la modélisation des effets turbulents, le code avec équations additionnelles nécessite deux fois plus de temps de calcul que le code initial. Ce ratio est à l'image du nombre et de la complexité des termes supplémentaires à évaluer.

IV.8.2 Simulation des écoulements en amont d'un ouvrage de retenue

IV.8.2.1 Caractéristiques de l'application

Afin de tester le nouveau modèle en topographie réelle, l'exemple d'application du paragraphe III.6.2 a été une seconde fois envisagé. Il concernait la modélisation de l'écoulement de crue qui prend place dans le réservoir en amont du barrage équipé d'un évacuateur de crue de surface qui a servi de cadre général à l'exemple d'application précédent.

La retenue est discrétisée à l'aide de mailles de 3 m de côté. Les limites de domaine de calcul sont gérées automatiquement au sein du logiciel à la transition entre zones sèches et zones humides, elle-même déterminée par remontée topographique.

Ce point spécifique constitue a priori une difficulté de taille pour le modèle de turbulence, l'évaluation à cet endroit de gradients de vitesses pouvant se révéler problématique à cause des faibles hauteurs d'eau potentiellement en jeu.

Une autre difficulté potentielle est la mise en vitesse à l'approche de l'EVC. Des gradients marqués apparaissent, avec un changement du régime d'écoulement au passage du seuil.

IV.8.2.2 Résultats

Aucun problème numérique particulier n'est survenu lors de l'application du nouveau modèle. La prise en compte automatique de la transition entre zones sèches et humides s'effectue sans perturbation. Ces constatations soulignent la pertinence du travail de développement effectué durant cette thèse de doctorat aussi bien au niveau du modèle de turbulence que de la gestion du domaine de calcul (§ III.5.2).

Les champs d'écoulement dans la retenue sont par contre fortement modifiés par rapport à ceux obtenus précédemment sans modèle de turbulence. On n'observe plus qu'un seul courant principal en amont du barrage au lieu de deux précédemment (Figure IV-41). Des recirculations locales sont également présentes de part et d'autre de ce courant principal.

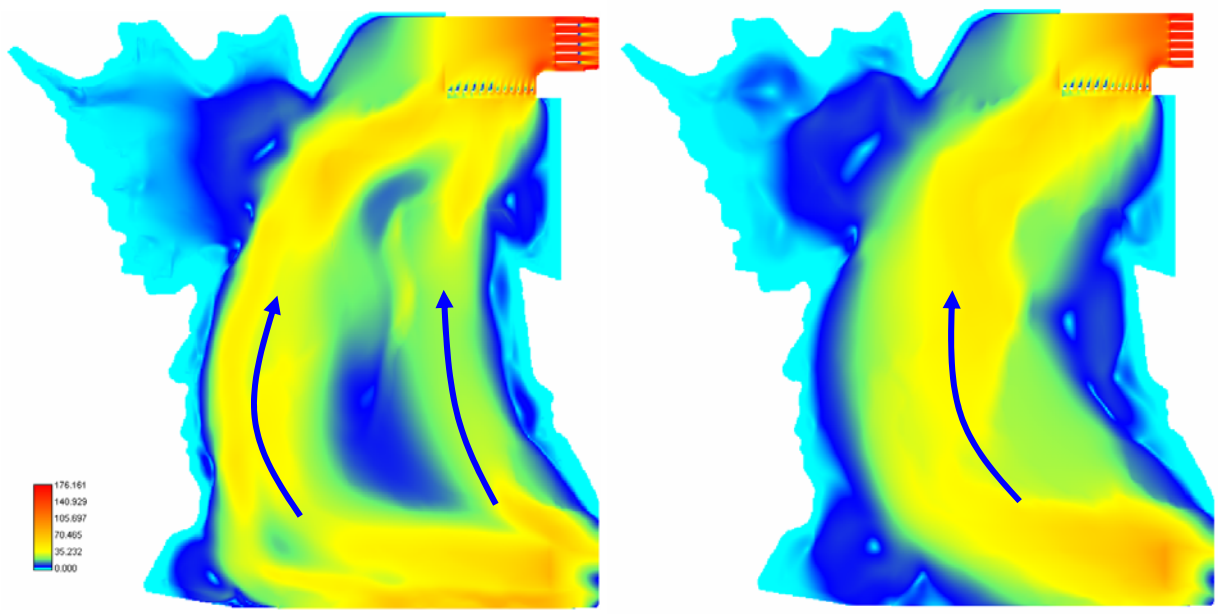


Figure IV-41 : Comparaison des champs de débit spécifique (m²/s) dans la retenue avec (droite) et sans (gauche) modèle de turbulence – Q = 16 500 m³/s

Ce résultat souligne la sensibilité des écoulements dans la retenue au modèle mathématique employé. A cause de la grande hauteur d'eau et des faibles vitesses d'écoulement conséquentes, les termes advectifs des équations possèdent une amplitude très faible, et les effets annexes, comme la turbulence, deviennent primordiaux.

Il ne faut pas perdre de vue que l'application d'un modèle intégré sur la hauteur pour appréhender les champs d'écoulement dans une retenue de grande profondeur reste sujette à discussion. En dehors de la zone d'approche de l'EVC où les hypothèses d'établissement des équations des eaux peu profondes sont rencontrées, des courants verticaux non négligeables existent vraisemblablement dans le réservoir et interagissent en conséquence avec les champs hydrodynamiques horizontaux. Ce genre de remarque est à considérer avec attention lors de la simulation de phénomènes d'envasement du réservoir ou de transport de polluants par exemple.

Finalement, grâce à l'emprise réduite considérée pour le modèle physique, ses conditions d'alimentation, principalement affectées par l'appel de l'EVC, sont identiques dans tous les cas. Le design proposé au paragraphe III.6.2.5 reste donc valide.

IV.8.3 Etude d'impact de la construction d'un pont en rivière

IV.8.3.1 Présentation de l'étude

La dernière application présentée dans ce chapitre concerne l'étude de l'impact hydraulique de la construction d'un nouveau pont sur la Meuse à Revin (France) en remplacement d'un ouvrage vétuste qui ne répond plus aux impératifs structurels et sécuritaires en vigueur [124]. Elle a été réalisée pour le bureau d'études Greisch, lui-même mandaté par la DRI[31].

Le pont existant, dit pont de Saint-Nicolas, comporte quatre travées de 25,5 m, trois piles dans le lit mineur du fleuve et présente un intrados à la cote 125,83. Le nouvel ouvrage est constitué de deux travées de 95 et 35 m de portée avec un appui dans le lit majeur et un intrados à la cote 128,15.

[31] DRI : Direction Régionale des Infrastructures - Conseil Général des Ardennes

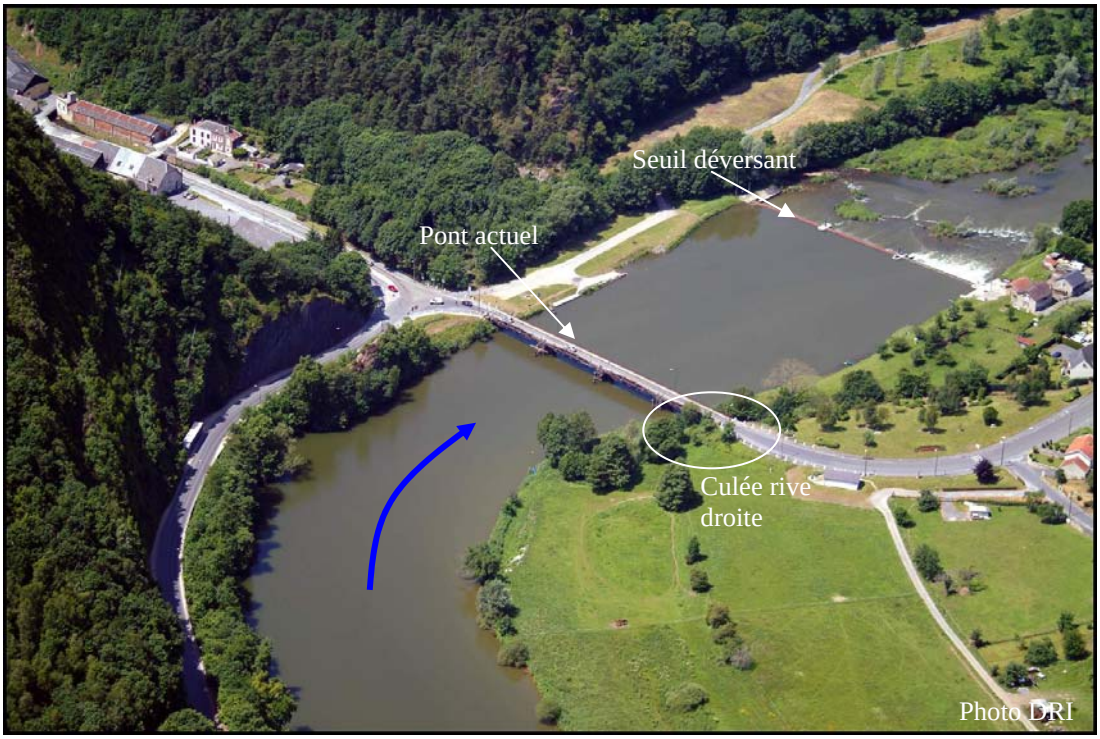


Figure IV-42 : Vue aérienne du pont de Saint Nicolas sur la Meuse et du seuil déversant en aval

Le site du pont est localisé dans un léger méandre de la Meuse, en amont d'un seuil déversant (Figure IV-42). Un lit d'inondation assez large, majoritairement situé en amont du pont, est rétréci localement au droit de ce dernier par la culée en rive droite.

La méthodologie suivante a été suivie pour l'étude. A l'aide du logiciel WOLF2D, la modélisation d'une zone de +/- 2 km s'étendant vers l'amont à partir du barrage a été réalisée pour la configuration actuelle des ouvrages.

La simulation des écoulements pour le débit maximal de la crue de janvier 1995, bien documentée, a été utilisée pour tester la consistance du modèle numérique sur base des données d'altitudes de surface libre et d'emprise de l'inondation provenant de la base de données des repères de crue de la SNNE[32].

Ce premier modèle a ensuite fourni les situations de référence, dans la configuration topographique actuelle, pour les crues décennale et centennale.

Dans un second temps, en comparaison avec les résultats de référence, l'impact hydraulique de la nouvelle configuration de l'ouvrage a été étudié dans les mêmes configurations de débit. Une phase de chantier critique a également été envisagée.

IV.8.3.2 Données de simulation

Un modèle numérique de terrain couvrant l'ensemble de la zone d'étude avec une résolution de 1 point par m² a été généré par l'interface WOLF au départ des informations de topographie disponibles dans un ensemble de fichiers *AutoCad*® fournis par le bureau d'études. La bathymétrie de la Meuse a été interpolée à partir de données de sections en travers du fleuve. Enfin, une phase d'encodage manuel a permis d'affiner la géométrie des structures comme les piles, les culées… au départ de plans des ouvrages [124].

La Figure IV-43 illustre le résultat obtenu à proximité du pont (même point de vue que la Figure IV-42). Le même travail a été réalisé pour la situation projetée et les phases de travaux envisagées.

[32] SNNE : Service de la Navigation du Nord-Est, division de VNF – Voies Navigables de France

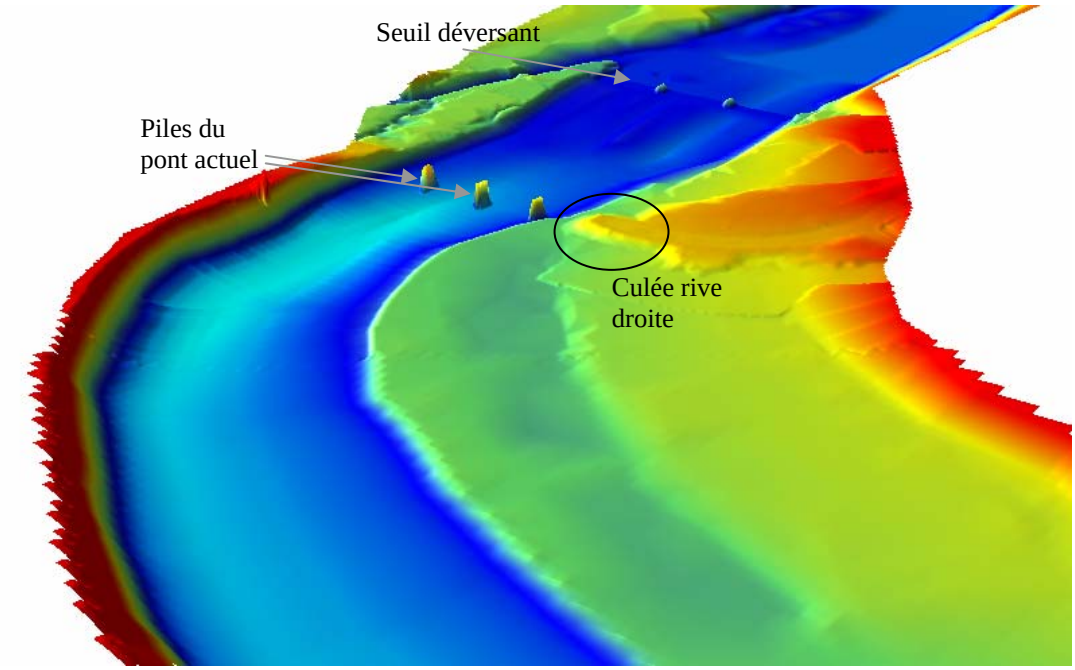


Figure IV-43 : MNT final à proximité du pont

Un débit est injecté en amont de la simulation. Le débit de validation est de 1325 m³/s, le débit centennal de 1660 m³/s et le décennal de 1120 m³/s. Une relation hauteur – débit en aval procure une information d'altitude de surface libre pour les différentes crues envisagées. Elle est utilisée comme condition limite.

Des tailles de mailles de 25 cm de côté jusque 4 m ont été utilisées pour les simulations. Cela est rendu possible par les potentialités de calcul multibloc développées au sein du code durant cette recherche doctorale (Chap. V). Un maillage fin a été utilisé au droit des ouvrages pour assurer une discrétisation suffisamment précise de leur forme et des effets hydrodynamiques locaux, alors qu'un maillage plus grossier a été employé dans les zones où une précision moins importante sur la distribution des résultats est suffisante.



Figure IV-44 : Maillage multibloc pour les simulations de la situation existante

IV.8.3.3 Résultats

Les premières simulations ont permis le calage du coefficient de frottement du modèle en lit mineur et majeur sur base des relevés disponibles pour la crue de 1995 (Figure IV-45). Une taille de macro-rugosité de 15 cm pour la loi de frottement de Bathurst, employée dans ce cas, a été retenue comme meilleur compromis entre mesures réelles et résultats numérique [124].

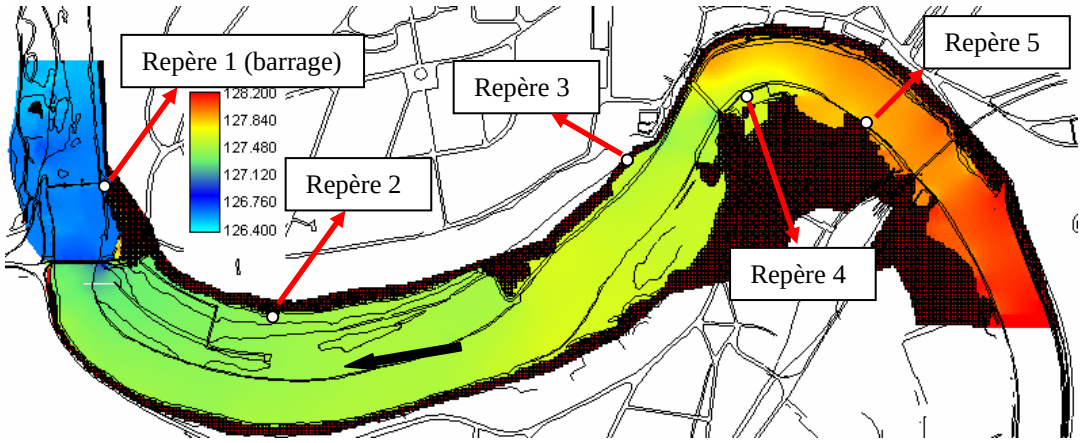


Figure IV-45 : Altitudes de surface libre pour la simulation de calage et localisation des points de validation

Les simulations comparatives ont par la suite montré une nette diminution des niveaux d'eau en amont du nouvel ouvrage par rapport à la situation existante (Figure IV-46). Même si cette situation était prévisible de par la suppression de trois piles dans le lit mineur du cours d'eau, les simulations ont permis de la quantifier avec précision. De plus, la redistribution des débits en aval de l'ouvrage a pu être appréhendée. Ce dernier point était totalement imprévisible.

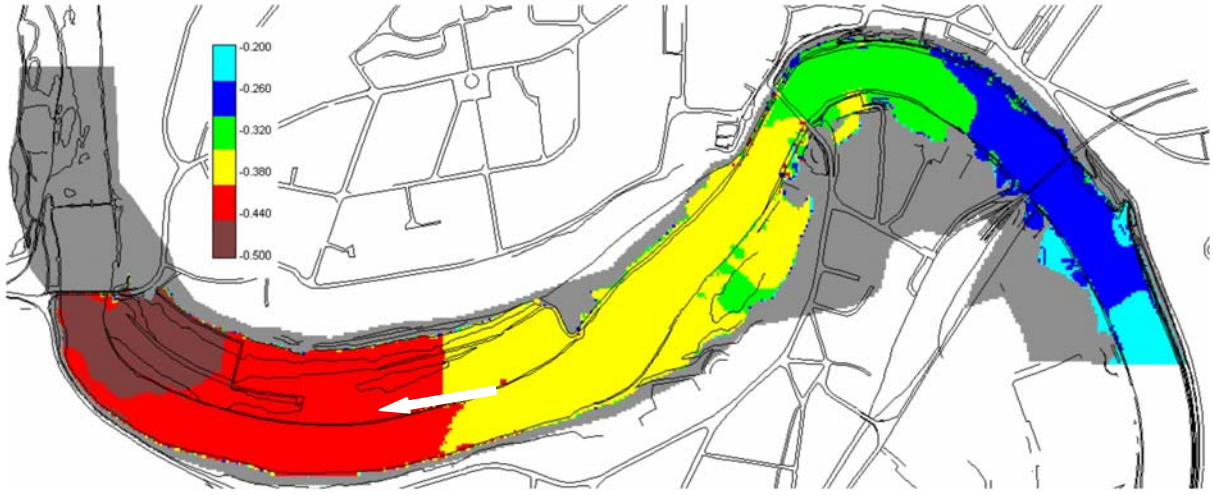


Figure IV-46 : Diminution des niveaux d'eau entre les situations actuelle et projetée pour la crue de comparaison (en gris, zones présentant un différentiel inférieur à 20 cm)

IV.8.3.4 Utilité d'un modèle de turbulence

Les simulations précédemment décrites ne faisaient pas appel à un modèle de turbulence. Or, en aval du barrage, on observe une zone de faible hauteur d'eau en rive gauche, assez fortement envahie par la végétation (Figure IV-47). Des courants de recirculation y prennent place. Même si le courant principal, majoritairement en rive droite, était bien représenté dans les simulations, le code affichait une solution oscillante en rive gauche.



Figure IV-47 : Aval de la zone d'étude – Détail de la zone de recirculation en rive gauche

Pour essayer d'améliorer la solution et en tout cas d'obtenir un champ d'écoulement stabilisé en rive gauche, l'utilisation du nouveau modèle de turbulence à deux équations additionnelles a été envisagée.

Le cadre d'application est ici assez complexe, la topographie naturelle de la rivière impliquant de devoir gérer des transitions entre zones sèches et zones humides, avec potentiellement de très faibles hauteurs d'eau aux interfaces. La présence de hauts fonds peut également perturber le calcul, surtout quand ils se trouvent dans des zones d'élargissement, comme c'est le cas en aval de la simulation, où des courants de recirculation sont susceptibles d'apparaître.

Néanmoins, le travail de développement et de mise au point du logiciel porte à nouveau ses fruits, l'application du nouveau modèle ayant conduit, sans manipulations supplémentaires, à des résultats tout à fait stabilisés dans l'ensemble du domaine de calcul, ce qu'aucun des modèles à 0 équation testés jusque là n'avait pu réaliser.

Le graphe de la Figure IV-49 illustre l'oscillation de la solution aux points A et B (Figure IV-48) sans utilisation d'un modèle de turbulence adapté, et le résultat stabilisé avec le nouveau modèle k-ε.

Un autre effet bénéfique du modèle de turbulence est la modélisation du sillage en aval des piles du barrage notamment (Figure IV-48). L'effet de trainée est fort marqué dans les simulations sans prise en compte des effets turbulents, et il se fait sentir fort loin en aval, ce qui est peu physique dans ce cas. La redistribution des champs d'écoulement semble par contre beaucoup plus réaliste lorsque le modèle de turbulence est utilisé ; les effets de sillage sont moins visibles et prennent place sur une longueur plus réduite.

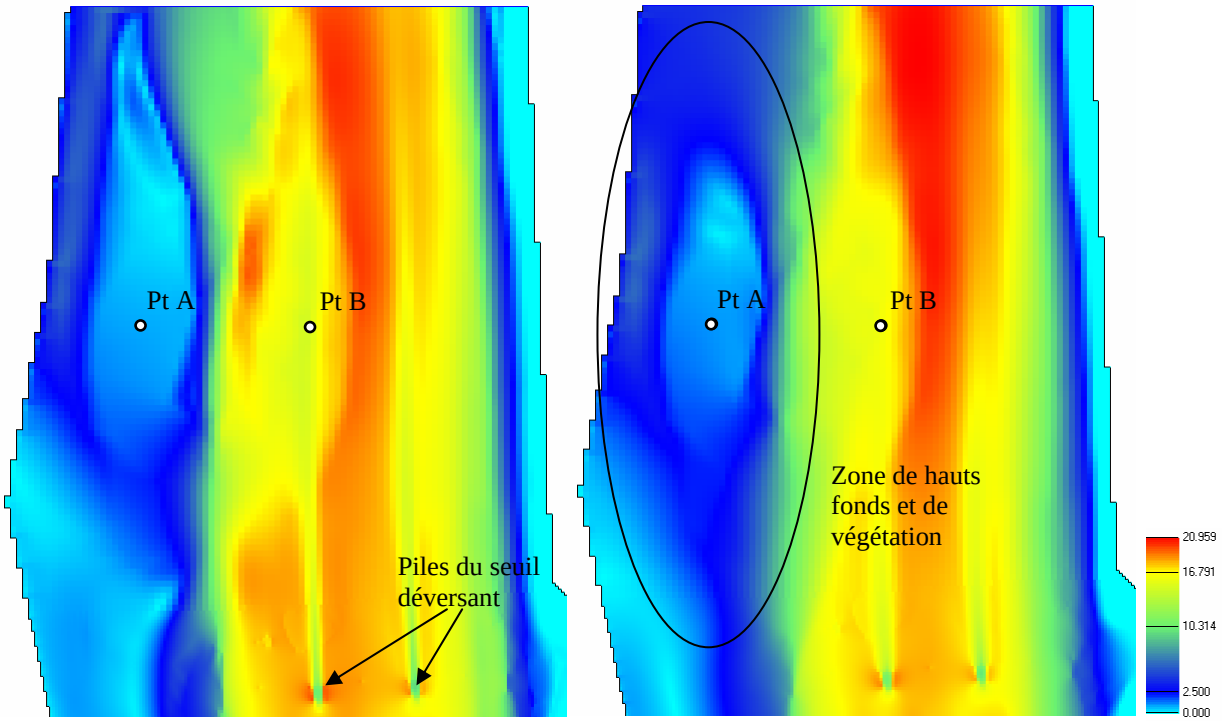


Figure IV-48 : Comparaison de la distribution des débits spécifiques absolus (m²/s) en aval du barrage avec (droite) et sans (gauche) utilisation d'un modèle de turbulence – Q = 1660 m³/s

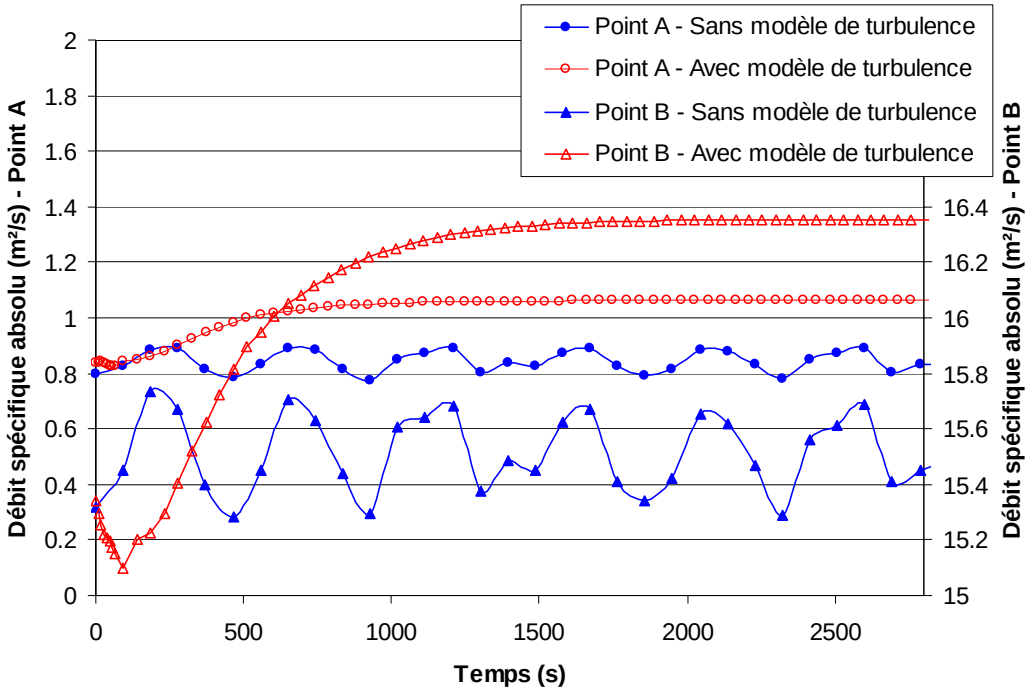


Figure IV-49 : Effet de la modélisation de la turbulence - Evolution du débit spécifique absolu (m²/s) au cours de la simulation aux points A et B – Q = 1660 m³/s

La Figure IV-50 illustre la distribution des viscosités turbulentes en aval du nouveau pont. Alors que la turbulence isotrope se développe dans l'ensemble du domaine de simulation en fonction de la distribution des champs de débit spécifique, la viscosité bidimensionnelle est prépondérante en rive gauche, dans la zone de faibles courants, avec des ordres de grandeurs largement supérieurs à ceux de $\nu_{T,3D}$ à cet endroit.

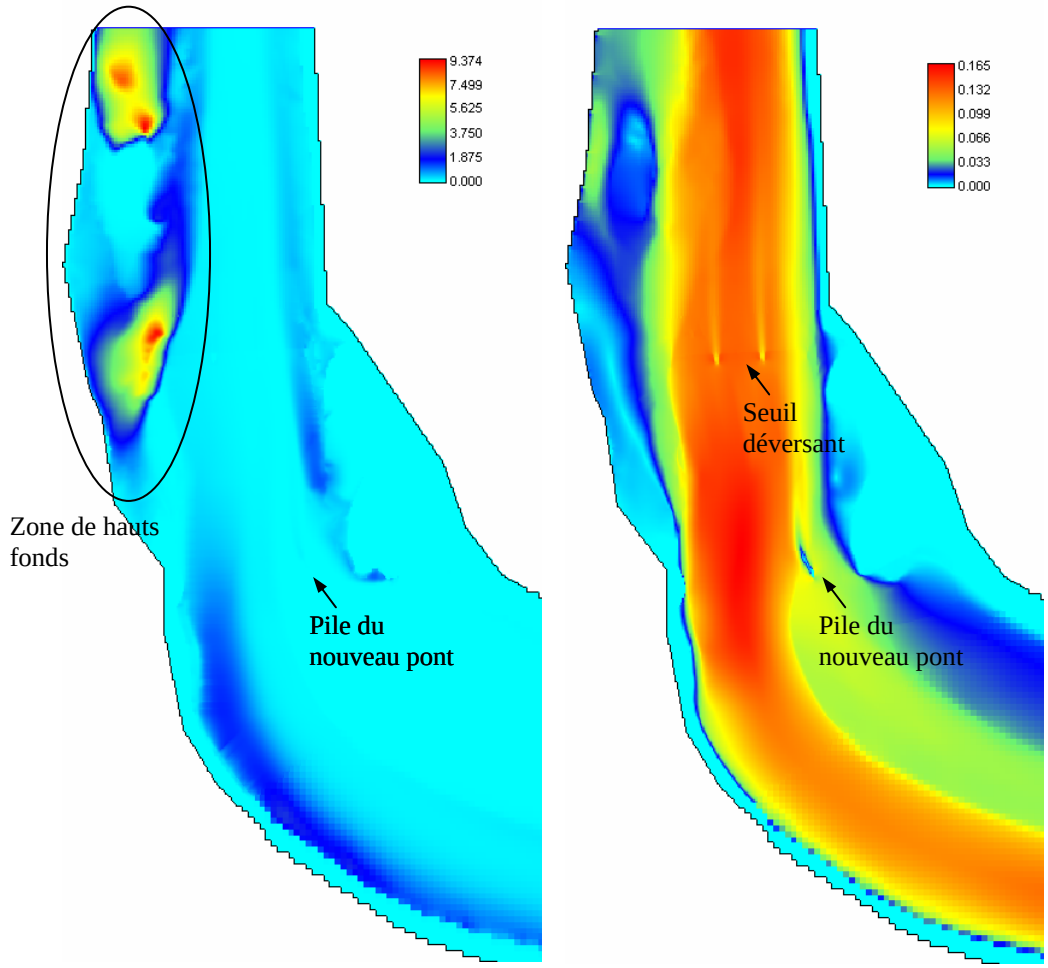


Figure IV-50 : Viscosités turbulentes bidimensionnelle (gauche) et tridimensionnelle (droite) en aval du nouveau pont – Q = 1660 m³/s

Enfin, la modélisation des effets de turbulence a un impact important sur les pertes de charge dans l'écoulement. En effet, à coefficient de frottement constant, on observe une variation de la perte entre l'aval et l'amont du tronçon modélisé de l'ordre de 18 cm pour les simulations avec ou sans prise en compte de la turbulence. De par la relativement faible valeur des vitesses d'écoulement, cette variation se répercute presque entièrement sur les niveaux d'eau.

En d'autres termes, si la phase de calage du coefficient de frottement de la simulation avait été réalisée avec le modèle modélisant explicitement les effets de turbulence, la valeur optimale aurait été différente de celle qui a été obtenue dans le cadre de l'étude.

Par exemple, en termes de coefficient de Manning, la valeur de 0,04 $m^{1/3}/s$ initiale serait devenue 0,038 $m^{1/3}/s$. Cette variation est loin d'être négligeable, surtout si l'on considère ses implications par la variation de hauteur d'eau sur le tronçon qu'elle implique.

L'enrichissement de la représentativité du modèle hydrodynamique modifie donc la signification des termes des équations qui présentent un paramètre à caler, comme le frottement de fond. Des éléments de réflexion supplémentaires sur ce point, capital pour l'analyse des résultats fournis par un modèle numérique, seront discutés dans le chapitre VI.

IV.9 Conclusions

Dans ce chapitre, une contribution a été apportée à l'enrichissement des modèles hydrodynamiques par l'établissement d'un modèle de turbulence adapté pour la simulation des écoulements intégrée sur la hauteur d'eau.

Le concept de décomposition des variables instantanées en une composante moyenne et une fluctuation, introduit par Reynolds, est utilisé en combinaison avec une hypothèse du type de celle de Boussinesq pour la modélisation des tensions visqueuses.

Le modèle, original, est fondé sur une division de la viscosité turbulente en deux contributions distinctes.

La première contribution caractérise la turbulence isotrope tridimensionnelle qui se développe à petite échelle, avec comme dimension caractéristique la hauteur d'eau. Elle est modélisée par une formulation empirique basée sur une hypothèse d'équilibre local entre production et destruction.

La seconde composante caractérise la turbulence à grande échelle, géométriquement confinée au plan principal d'écoulement. Elle est représentée par un modèle à équations additionnelles. Ce dernier se compose d'une équation de transport de l'énergie cinétique turbulente intégrée, établie de façon rigoureuse au départ des équations hydrodynamiques instantanées, et d'une équation optionnelle de transport du taux de dissipation, dont la forme a été posée par analogie avec la précédente et les approches proposées dans la littérature.

Outre les aspects théoriques d'établissement du modèle, des considérations liées à sa résolution numérique ont été envisagées. Le schéma de décentrement des termes advectifs a été analysé, de même que l'imposition de conditions aux limites adéquates.

Le modèle a été validé sur des cas expérimentaux de la littérature. Sa supériorité par rapport aux modèles classiquement employés a été démontrée pour la représentation de phénomènes spécifiques aux écoulements en fine lame.

Trois exemples d'applications réelles clôturent le chapitre. Le premier démontre la capacité du nouveau modèle à résoudre des cas pratiques d'ingénierie hydraulique au travers de la modélisation des écoulements dans un ouvrage de prise d'eau. Ensuite deux applications en topographie réelle illustrent les potentialités de l'approche pour la simulation de situations d'écoulement complexes, avec des transitions entre zones sèches et humides, ainsi que la présence de hauts fonds ou d'élargissements locaux propices à la formation de courants de recirculation.

De façon générale, le nouveau modèle de turbulence apporte, dans les modélisations, la dissipation nécessaire à la stabilisation de situations d'écoulement avec formations de tourbillons ou de recirculations complexes. Il conduit également à une plus grande homogénéité des champs d'écoulement simulés. Il a enfin un impact non négligeable sur la valeur optimale du coefficient de frottement.

Le dernier exemple d'application a recours à la technique de maillage multibloc qui a été développée dans le cadre de ce travail. Sa description fait l'objet du chapitre suivant.

V DÉCOMPOSITION DU DOMAINE DE CALCUL – MULTIBLOC

V.1 Objectifs

Une fois que le corps du logiciel de calcul quasi tridimensionnel WOLF2D a été rendu totalement opérationnel et a été suffisamment validé sur des exemples théoriques ou expérimentaux, son application à des études de cas réels s'est largement développée au HACH, que ce soit pour le compte de sociétés privées ou publiques mais aussi pour les besoins de la recherche tant fondamentale qu'appliquée réalisée par le Service [40, 101, 102]. Au fur et à mesure des années, la superficie des zones d'étude s'est fortement étendue, de même que la finesse des maillages nécessaires pour la représentation de plus en plus précise des phénomènes hydrauliques envisagés.

C'est alors que l'approche basée sur un maillage structuré cartésien unique a commencé à montrer ses limites. Par exemple, des domaines de calcul comptant plusieurs millions de volumes finis très petits ont dû être utilisés dans des applications où la précision souhaitée dans les cahiers des charges ne le demandait a priori pas. Les tailles caractéristiques des situations étudiées (largeur du lit des rivières, dimensions des ouvrages de régulation…) imposaient cependant l'utilisation d'un maillage fin malgré l'étendue en plan importante de la zone d'étude. Les conséquences en termes de temps de calcul étaient énormes à l'époque [121].

Dans le cadre de cette recherche doctorale, des travaux ont été entrepris afin de permettre l'utilisation de mailles de taille variable au sein d'une simulation. Par les implications sur la précision des calculs que cela implique (§ II.3.6), il n'était pas dans l'idée d'utiliser au sein de WOLF2D des maillages non structurés, mais plutôt de relier entre eux différents maillages structurés afin de conserver au maximum les acquis engrangés dans la mise au point des premières versions du logiciel. L'objectif initial était de pouvoir faire appel à un maillage assez lâche sur une partie du domaine de simulation de façon à accélérer le calcul, sans pour autant perdre de l'information dans des zones potentiellement intéressantes où un maillage plus fin serait utilisé. Cela permettrait, par exemple, de lier une zone d'étude finement discrétisée à des conditions aux limites potentiellement éloignées sans devoir faire face à des nombres de mailles, et de facto des temps de calcul, insurmontables. Un maillage de base assez grossier, couvrant l'ensemble du domaine de simulation, pourrait être raffiné localement au droit d'ouvrages dont le design hydraulique devrait être étudié.

Dans le même ordre d'idée, face à la diversité sans cesse croissante des modèles mathématiques implémentés dans WOLF2D, il devenait primordial de pouvoir utiliser dans une même simulation des modèles différents sur différentes zones. Par exemple, les deux modèles de conservation de la quantité de mouvement et de conservation de l'énergie

possèdent chacun des propriétés propres très utiles dans des situations hydrodynamiques bien précises. Cependant, ils présentent également chacun des défauts qui font qu'il n'est pas toujours souhaitable de les appliquer dans l'ensemble d'un domaine de simulation. Pouvoir coupler les deux approches, en les utilisant chacune localement là où elles sont le plus indiquées, permettrait de mieux appréhender des situations d'écoulement complexes. Il en va de même de modèles plus sophistiqués, et donc plus gourmands en temps CPU, dont l'utilisation est rarement utile sur l'ensemble d'une zone d'étude, souvent de par l'augmentation des capacités informatiques que cela induirait par rapport au gain de précision.

Au delà de la division d'un domaine de simulation en blocs à maillage structuré, tous les développements exposés ici ont été effectués en gardant à l'esprit la volonté du HACH de pouvoir réaliser des simulations hautement instationnaires. La mise au point de traitements idoines des interfaces entre blocs, qui constitue le principal écueil à la résolution des problèmes posés ci-avant, a été réalisée dans tous les cas en évitant le recours simpliste à un gel des conditions d'écoulement aux frontières tel qu'il est proposé dans la littérature [28]. Au contraire, une évolution des interfaces, aussi précise temporellement et spatialement que dans le reste du domaine de simulation, a toujours été recherchée.

Dans ce chapitre, nous commencerons par décrire les travaux effectués pour permettre le découpage d'un domaine de calcul bidimensionnel en plusieurs zones utilisant des tailles de mailles différentes, ce que l'on appelle la technique multibloc [142].

Ensuite, la mise au point et l'implémentation de méthodes permettant la variation des modèles de calcul appliqués au sein des blocs seront exposées en détail.

Enfin, l'étape ultime consistera à coupler des simulations bidimensionnelles réalisées à l'aide de WOLF2D à des simulations unidimensionnelles menées avec WOLF1D.

Des exemples de validation permettent d'appréhender l'efficacité des techniques mises au point à chaque étape, et notamment de vérifier la précision des calculs aux interfaces.

Finalement, l'exposé détaillé de trois applications pratiques d'envergure, faisant appel de façon de plus en plus complète aux potentialités de calcul nouvellement développées, termine le chapitre. Il permet de souligner les potentialités de simulation, jusqu'ici jamais envisagées, qui sont maintenant disponibles au sein de la suite logicielle WOLF.

V.2 Maillage à blocs multiples

V.2.1 Principe

Les premiers développements entrepris au sein du logiciel WOLF2D ont consisté en l'implémentation de possibilités de découpage du domaine de calcul en plusieurs zones où une taille de maille différente peut être appliquée.

Il a été choisi, dès le début, d'utiliser dans chaque zone, ou bloc, un maillage structuré cartésien afin de conserver tous les avantages de la méthode décrite au chapitre III.

Le problème principal se situe alors au niveau de la gestion des interfaces entre blocs où l'information nécessaire au calcul doit être soit globalisée pour alimenter un maillage plus grossier, soit redistribuée sur un maillage plus fin. Des techniques extrêmement simples mais très générales ont été mises au point. Elles se basent le plus possible sur les méthodes de calcul utilisées au sein des maillages uniformes afin de profiter de l'expérience acquise dans ce domaine, ainsi que de la robustesse éprouvée de ces techniques.

V.2.2 Types de méthode

On peut distinguer deux familles de méthodes pour décomposer un domaine de simulation en plusieurs zones. Ces dernières peuvent en effet se recouvrir ou être strictement contigües. Dans le premier cas, on parle de techniques « Chimère ». Elles possèdent une grande

flexibilité de discrétisation, mais présentent des difficultés non négligeables relatives, par exemple, à la conservativité globale du calcul, ou à la nécessité de réaliser des opérations d'interpolation dans les zones de recouvrement, avec tous les problèmes de précision que cela implique [142]. Le second cas permet d'éviter ces défauts intrinsèques et a été choisi dans ce travail. Le domaine de simulation est donc divisé en zones dont les limites sont adjacentes.

Parmi les méthodes sans recouvrement des blocs, une méthode utilisant des lignes de maillage pseudo-continues a été choisie dans un souci de simplicité et d'efficacité du calcul. Même si elle ne permet pas une flexibilité totale du maillage, elle permet des raffinements bien suffisants pour les applications réalisées en pratique. Par ailleurs, le développement récent au sein du HACH de méthodes de simulation tenant compte de frontières obliques sur un maillage cartésien permet de venir à bout des dernières limitations en termes de représentation géométrique d'ouvrages [48].

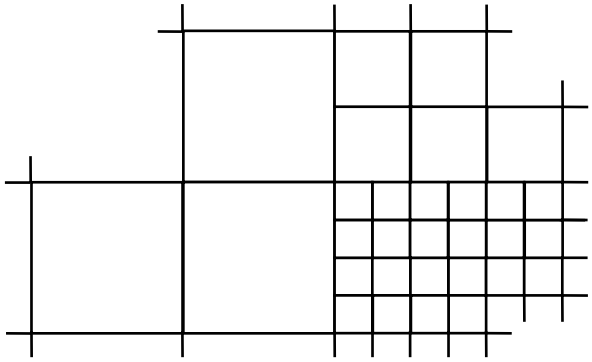


Figure V-1 : Schéma d'un maillage multibloc cartésien pseudo-continu

La Figure V-1 illustre un exemple de maillage multibloc. Il est composé de plusieurs maillages structurés cartésiens adjacents avec des lignes de maillage continues des plus grosses mailles vers les plus fines. Aux interfaces, la taille des grandes mailles doit donc être un multiple entier de celle des plus petites.

Tout en restant assez simple en termes de génération et d'utilisation, ce type de maillage possède tous les avantages des maillages structurés cartésiens (Chap. II). De même, la structure du code WOLF2D développée au chapitre III peut être appliquée sans autre forme au sein d'un bloc. Enfin, il permet de rencontrer les objectifs initiaux de raffinement ou d'agglomération du maillage par zone.

V.2.3 Génération du maillage

De par les informations spécifiques au maillage multibloc qui sont nécessaires au bon déroulement du calcul, il a été jugé plus intéressant d'intégrer le mailleur au code hydrodynamique plutôt que de fournir à ce dernier les données nécessaires par des fichiers d'entrée. Historiquement, c'est l'interface WOLF qui se chargeait de générer le maillage et de le transmettre au code de calcul [6].

Une conséquence bénéfique de cette intégration du mailleur au sein du code de calcul est la possibilité de changer automatiquement de maillage au cours de la simulation sans devoir arrêter le code. De même, l'utilisation de blocs mobiles au cours du temps pourrait être envisagée.

V.2.3.1 Données d'entrée

Dans le but de rester tout à fait général dans la définition des emprises de la simulation et des blocs, les données d'entrée du mailleur sont, outre la taille des mailles, des contours définis par une série de coordonnées de points dans le plan (x,y) de la simulation. Ces points, reliés entre eux successivement par des droites, délimitent les zones de maillage.

Un contour est nécessaire pour délimiter l'emprise de la simulation. Il permet notamment la lecture des données de base du calcul et la définition des conditions aux limites. Un contour est également nécessaire pour chaque bloc. Il permet de générer le maillage propre au bloc.

Des îlots internes à un contour peuvent être définis pour autant qu'ils soient reliés au reste du contour par deux segments identiques mais parcourus en sens opposé (Figure V-2).

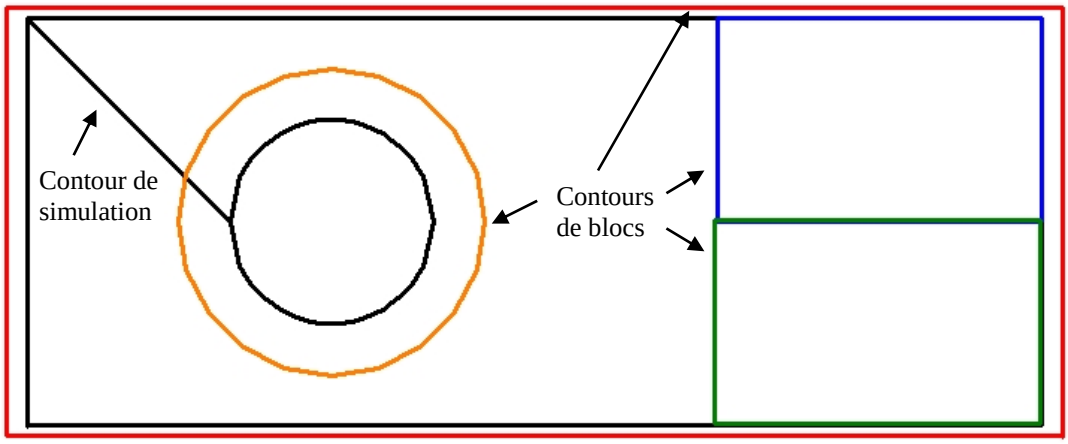
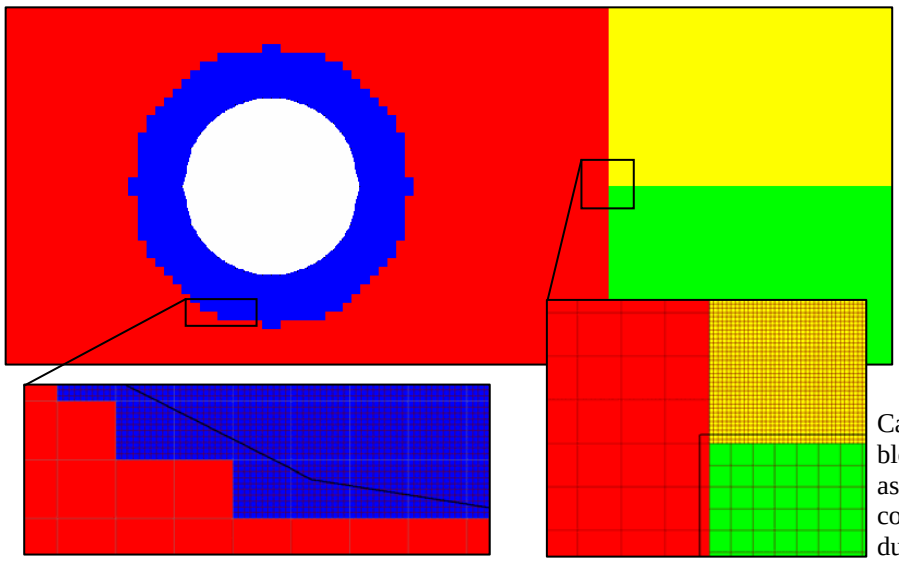


Figure V-2 : Contours pour la définition d'un domaine de simulation multibloc

La seule opération de prétraitement à effectuer sur les données de contour est de s'assurer que leur positionnement relatif permet la génération d'un maillage pseudo-continu aux interfaces (§ V.2.2). L'opération, réalisée automatiquement par l'interface WOLF, consiste à caler les coordonnées des points définissant un contour sur un grillage régulier tracé avec la plus grande taille de maille envisagée dans la simulation (Figure V-3).

V.2.3.2 Mailleur

Le mailleur automatique intégré au logiciel WOLF2D est celui décrit par Archambeau [6] et qui est déjà présent dans l'interface WOLF. La technique employée consiste à parcourir de la gauche vers la droite chaque horizontale passant par le lieu potentiel des centres de gravité de mailles du bloc, et de numéroter sur cette horizontale les intersections avec le contour. L'intérieur du bloc est défini sur tous les segments compris entre une intersection impaire et une intersection paire. Les segments ayant servis à lier les îlots au contour global n'ont pas d'influence sur le maillage étant donné leur stricte superposition.



Extension du dernier bloc ajouté en dehors de son contour pour éviter des zones non maillées

Calage des blocs pour assurer la continuité du maillage

Figure V-3 : Maillage multibloc sur base des contours de la Figure V-2

Une spécificité du multibloc est la nécessité de croiser l'information relative aux contours des blocs avec celle du contour de simulation. Les segments effectivement maillés au sein d'un bloc sont donc ceux qui se situent à l'intérieur du contour du bloc et du contour de simulation.

V.2.3.3 Non recouvrement entre blocs

Une fois défini le maillage de chaque bloc, il faut encore s'assurer de l'unicité du domaine de modélisation : un point du domaine ne peut appartenir qu'à un seul bloc. Pour ce faire, la priorité est donnée au dernier bloc qui a été ajouté. Cela implique d'éventuellement étendre la zone d'influence d'un bloc à son voisin de façon à toujours avoir un domaine continu au sein du contour de simulation (Figure V-3).

V.2.4 Traitement des interfaces

V.2.4.1 Conservativité

De la même façon que le schéma de résolution à l'intérieur d'un bloc doit être conservatif, le traitement appliqué aux interfaces doit assurer le transfert continu des différents flux [94, 135, 142]. L'approche par volumes finis *cell centered* appliquée au HACH (§ II.3.5) est dans ce cas particulièrement bien adaptée au sein d'un bloc. Il en est de même aux interfaces. En effet, ces derniers coïncident avec les bords des mailles frontières dans les blocs voisins. La méthode exposée au chapitre II peut alors être appliquée telle qu'elle pour les mailles frontières, pour autant que l'on considère des flux advectifs et visqueux uniques au travers des interfaces.

De façon formelle, aux interfaces, la formulation générique pour la résolution par volumes finis d'une équation différentielle reste identique à ce qui a été exposé au chapitre II. Seul le nombre de segments composant un bord peut changer pour les grandes mailles contigües à un bloc au maillage plus fin.

Pour assurer l'unicité des flux, ces derniers sont uniquement calculés au niveau des bords d'interface les plus petits. Un bord d'une grande maille frontière est alors soumis à plusieurs flux venant des petites mailles voisines (Figure V-4).

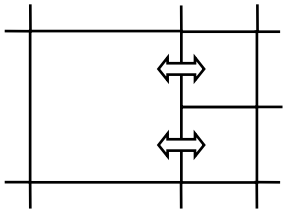


Figure V-4 : Lieu d'évaluation des flux advectifs et diffusifs à une interface entre blocs

Le calcul multibloc reste donc tout à fait semblable à ce qui a été décrit précédemment pour un seul bloc, si ce n'est qu'un bord sur une interface peut recevoir une contribution de plusieurs mailles. Par contre, le problème du traitement des interfaces est reporté au niveau de la reconstruction des variables.

V.2.4.2 Reconstruction des variables

Afin de calculer les flux advectifs et diffusifs aux interfaces entre blocs, il convient d'y évaluer la valeur des différentes variables hydrodynamiques.

La méthode de reconstruction constante évoquée au paragraphe II.3.7 devient ici théoriquement inconsistante. En effet, de part et d'autre de l'interface, nous sommes localement en présence d'un maillage non structuré. Il convient donc de reconstruire les variables à l'aide d'une méthode de reconstruction d'un ordre de précision plus élevé d'au

moins une unité. Une méthode de reconstruction linéaire avec un point d'intégration de Gauss convient si l'intérieur des blocs est traité en reconstruction constante (Tableau II-1). C'est ce qui a été implémenté dans le logiciel.

Nous souhaitons conserver la simplicité du code WOLF2D puisqu'elle est une des meilleures garantes de son efficacité. De plus, nous avons décidé de travailler aux interfaces par une évaluation des flux au travers des bords des plus petites mailles de façon à assurer directement la conservativité du calcul.

Ces considérations ont conduit à mettre au point un schéma de reconstruction linéaire faisant appel à des nœuds fictifs [67, 85] pour traiter les interfaces entre blocs. Pour chaque bord d'un volume de contrôle positionné sur une interface, une maille de calcul fictive est définie dans le bloc voisin. Elle possède son centre de gravité sur le même axe horizontal ou vertical que celui qui passe par le centre de gravité de la maille réelle à laquelle appartient le bord, et sa dimension perpendiculairement à l'interface est celle du maillage du bloc sous-jacent.

La valeur des inconnues est calculée aux centres de gravité des mailles fictives par moyenne des valeurs au centre de gravité des mailles sous-jacentes (plus grande maille fictive), ou est supposée égale à la valeur au centre de gravité de l'unique maille sous-jacente (plus petite maille fictive). Pour chaque bloc, la valeur des inconnues sur le coté intérieur du bord constituant l'interface est évaluée par reconstruction linéaire à l'aide de la maille fictive et en tenant compte de la distance réelle séparant les centres de gravité des mailles (Figure V-5).

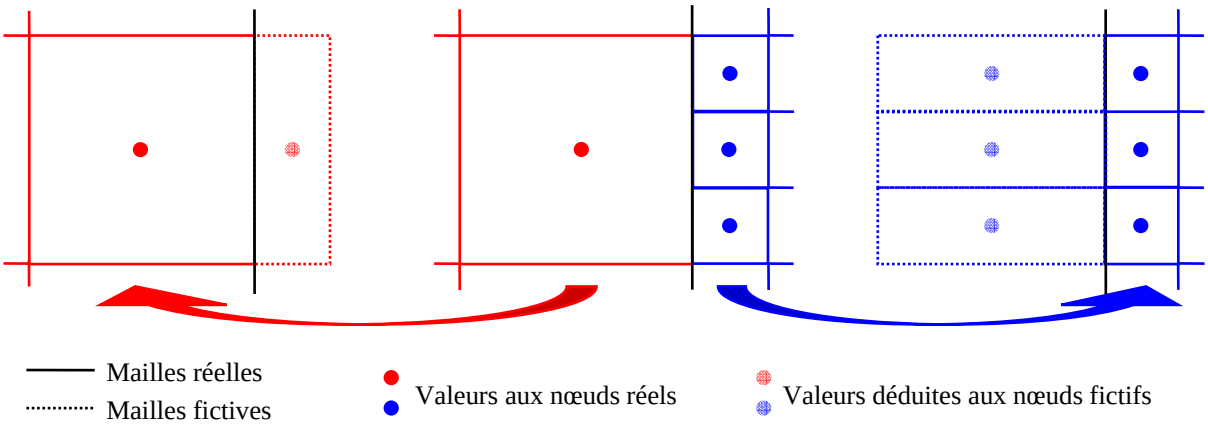


Figure V-5 : Nœuds fictifs et stencil pour la reconstruction des variables aux interfaces

Afin d'éviter des oscillations parasites introduites par la méthode de reconstruction linéaire, une limitation des variables a été introduite à partir des valeurs des inconnues aux centres de gravité des mailles voisines. L'ensemble des limiteurs présentés par Mouzelard [100] a, à ce titre, été adapté pour le calcul multibloc.

Passé cette étape nous disposons, par addition des informations des deux blocs voisins, d'une valeur reconstruite avec un ordre de précision suffisant pour chaque inconnue et de chaque coté de l'interface. En attribuant les valeurs reconstruites à chaque petit bord (Figure V-6), l'évaluation des flux peut alors être réalisée sur base du splitting original de WOLF2D (§ II.3.9).

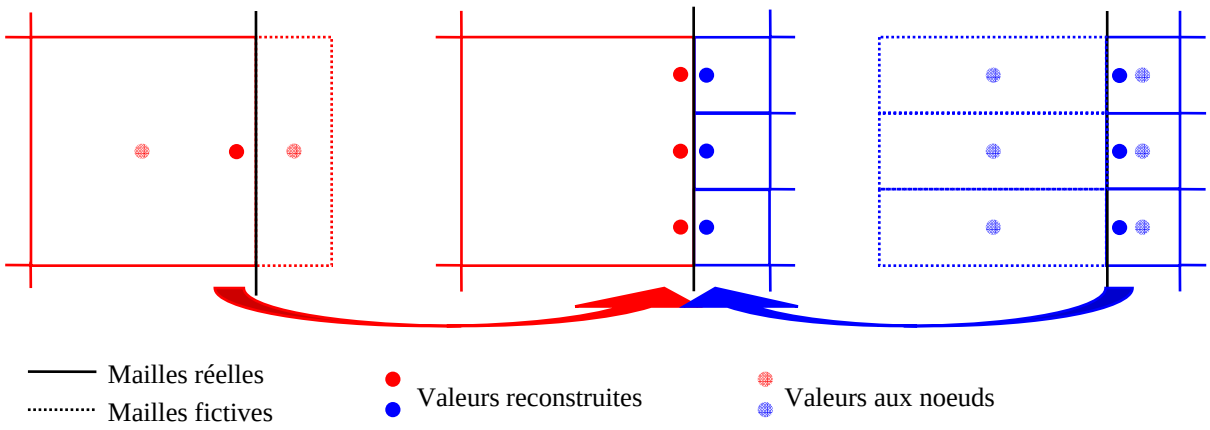


Figure V-6 : Reconstruction des variables grâce aux nœuds fictifs et combinaison de l'information aux interfaces

Dans le cas où les mailles de blocs voisins présentent une taille identique, la méthode proposée permet d'obtenir un résultat de calcul strictement égal à celui qui aurait été trouvé avec un maillage unique de même taille.

De façon plus générale, la technique développée ici a prouvé son efficacité au travers d'une multitude d'applications [43, 47, 49, 116] dont plusieurs sont présentées dans la suite de ce travail.

V.2.4.3 Cas particuliers

Des cas particuliers existent qu'il convient de considérer et de traiter adéquatement pour que la technique proposée soit efficace et réellement applicable.

Lorsque l'interface entre deux blocs atteint les limites du domaine de simulation (Figure V-7), l'évaluation des flux doit être réalisée sur l'ensemble de la longueur du bord frontière d'une grande maille, même si ce dernier n'est pas entièrement composé de petits bords dans le bloc voisin. Rien n'impose en effet que deux maillages possèdent la même extension le long d'une interface.

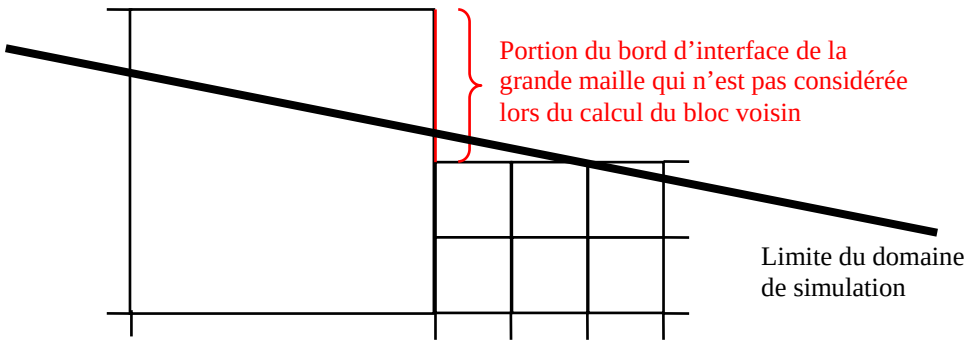


Figure V-7 : Interface entre blocs à la limite du domaine de simulation

Ce cas peut également se présenter au sein du domaine de calcul par le jeu des transitions entre zones sèches et humides. Chaque maille possède sa propre topographie et rien n'impose que toutes les petites mailles voisines d'une grande soient en même temps sous eau.

L'évaluation des flux sur l'interface doit alors être complétée au niveau de la grande maille avec une longueur de bord adéquate.

Lorsque trois blocs se rencontrent en un point, on obtient par exemple le stencil de la Figure V-8. La technique proposée ne rencontre ici aucune difficulté particulière, les mailles fictives étant attachées à des bords et non à des volumes finis. La présence de deux mailles fictives en partie superposées n'induit aucune modification de calcul et n'introduit pas de problème de conservativité ou d'évaluation des différentes grandeurs.

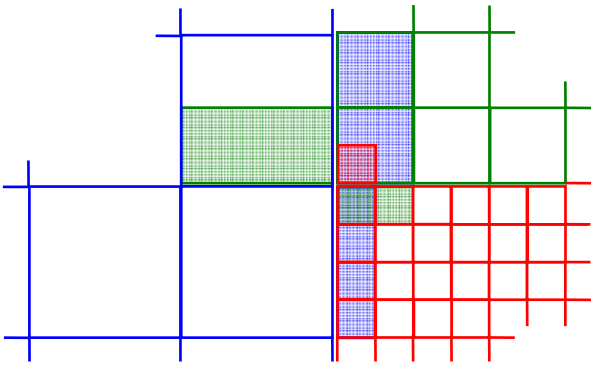


Figure V-8 : Point de convergence de trois blocs

V.2.5 Aspects informatiques

V.2.5.1 Organisation du calcul

La méthode de calcul multibloc qui vient d'être présentée consiste à relier entre eux différents maillages structurés cartésiens par une évaluation adéquate des flux aux interfaces. De façon extrême et quelque peu simplifiée, on pourrait dire que la méthode revient à faire évoluer de concert plusieurs domaines de calcul distincts, tout en mettant à jour à chaque pas ou sous-pas de temps leurs conditions aux limites afin de les lier entre eux.

Ce concept simplifié peut être utilisé pour décrire l'organisation du calcul au sein du code WOLF2D. L'ensemble des opérations décrites au paragraphe III.5.1 pour un seul bloc a été repris selon le même schéma, en introduisant plusieurs bouclages supplémentaires sur les différents blocs qui constituent le domaine de simulation.

Ainsi, après la génération du maillage et l'initialisation du problème, la première boucle d'évolution temporelle ou pseudo-temporelle des variables intéresse tous les blocs. Il en va de même des phases de recalcul éventuel du pas de temps, d'évaluation des critères d'arrêt et de sauvegarde des résultats.

Les modifications substantielles interviennent dans le calcul d'un pas de temps. Il est composé de façon séquentielle d'une première boucle sur les différents blocs où l'on met à jour la valeur des inconnues au centre de gravité des nœuds fictifs à partir de la solution au pas précédent, et avant de reconstruire les variables. Ensuite, les valeurs reconstruites aux bords d'interfaces sont complétées sur les bords frontières de chaque bloc à partir des valeurs dans les blocs voisins. Le calcul des flux peut alors être envisagé pour chaque bloc, avec une évaluation au niveau des interfaces qui n'est réalisée que pour les petites mailles. S'ensuivent le calcul des termes sources et la mise à jour des inconnues maille par maille avant de passer à l'itération suivante.

De façon schématique, la Figure III-23 devient, pour un calcul multibloc, la Figure V-9, avec, en rouge, les opérations supplémentaires et les boucles sur les blocs.

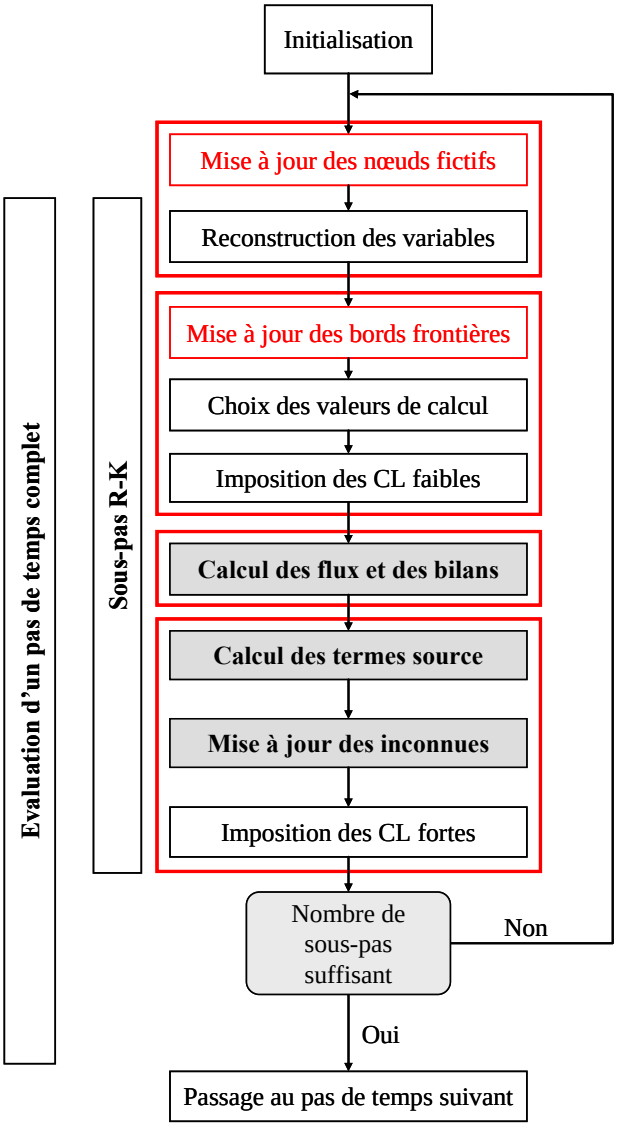
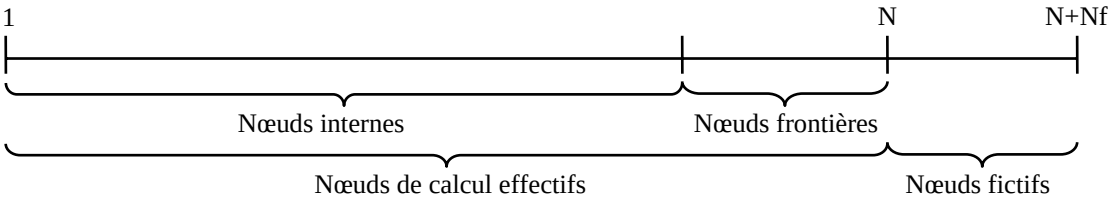


Figure V-9 : Structure du calcul multibloc au sein du logiciel WOLF2D (CL = conditions aux limites)

V.2.5.2 Numérotation des bords et des mailles

Le principe de numérotation continue des mailles au sein d'un maillage structuré tel qu'exposé au paragraphe III.5.1.2 a été conservé par bloc. Cela permet un stockage séquentiel très peu consommateur en espace mémoire des informations aux nœuds et autorise un bouclage aisé sur les seules mailles à calculer (celles contenant de l'eau plus une frange d'extension potentielle). Une seule modification a été introduite au niveau de la séquence de numérotation : les mailles frontières des blocs possèdent les plus grands numéros de stockage et sont de ce fait automatiquement localisées en fin de vecteur, ce qui facilite leur traitement spécifique le cas échéant.

Les mailles fictives d'un bloc sont également numérotées de la même manière, mais à la suite des mailles réellement actives au sein d'un bloc, et ce de nouveau pour s'assurer de leur localisation et donc pouvoir facilement leur appliquer le traitement idoine qu'elles nécessitent (Figure V-10).



N = nombre de mailles dans le bloc
Nf = nombre de nœuds fictifs

Figure V-10 : Principe de numérotation continue des mailles au sein d'un bloc

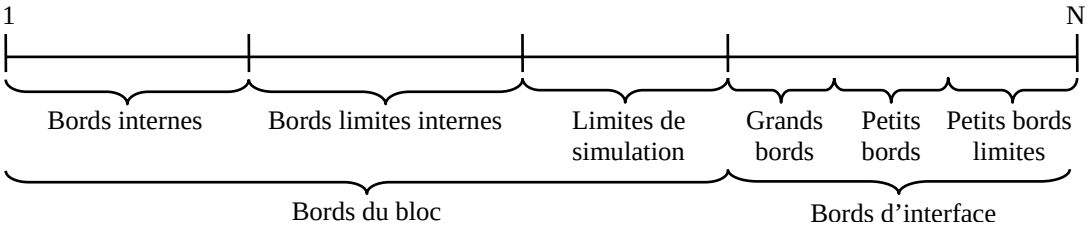
Pour la numérotation des bords, le même principe a également été appliqué (Figure V-11). Selon les deux axes de calcul, les bords sont tout d'abord séparés en deux catégories suivant qu'ils soient ou non sur une interface. Les bords frontières sont alors numérotés de façon continue mais en étant rangés selon trois catégories :

- Les grands bords d'interface qui ne sont le siège d'aucun flux,
- Les petits bords d'interface où calculer les flux advectifs et diffusifs,
- Les petits bords d'interface imperméables.

Les autres bords du bloc sont aussi numérotés de façon continue et rangés selon trois classes :

- Les bords limites du domaine de simulation,
- Les bords internes limites du domaine de calcul,
- Le reste des bords internes au bloc.

Aucune information n'est nécessaire sur les bords des nœuds fictifs puisqu'aucun flux n'y est évalué.



N = nombre de bords selon un axe dans le bloc (N_x ou N_y)

Figure V-11 : Principe de numérotation continue des bords au sein d'un bloc et selon les axes

Finalement, la numérotation ci-dessus est dédoublée, une première classification générale renseignant l'ensemble des mailles et des bords du domaine de simulation, la seconde restreignant les séquences aux seuls éléments du domaine de calcul (éléments sous eau).

Le séquençage continu de la numérotation permet très facilement, tout en optimisant l'utilisation de la mémoire, la réalisation des calculs adéquats sur les différents types de bord. Des pointeurs renseignant des routines de calcul distinctes, définies sur base des desiderata de l'utilisateur au début de la simulation, ont été utilisés pour rendre le code le plus efficace possible en limitant au maximum les tests répétitifs durant le calcul (§ III.5.1.3).

V.2.5.3 Gestion de la mémoire

Les principes qui viennent d'être décrits pour l'implémentation informatique du code multibloc WOLF2D montrent, qu'au cours du calcul, il est nécessaire de réaliser plusieurs bouclages sur les différents blocs et sur les nœuds et les bords qui les constituent. De plus, lors du traitement de l'interface d'un bloc, des informations doivent être récupérées dans le

bloc voisin pour mettre à jour les nœuds fictifs et des flux doivent lui être transmis. Enfin, le code a été écrit de façon très générale, et donc le nombre de blocs, leur géométrie et leur extension sont tout à fait libres.

Il ressort de tout cela qu'il n'est pas envisageable d'allouer un ou plusieurs vecteurs pour chaque bloc afin d'y stocker ces informations. En effet, un simple problème d'appellation est de suite rencontré dès qu'il s'agit de définir un nombre a priori inconnu de vecteurs. La seule solution envisageable serait de travailler avec une matrice unique par type de données, dont chaque colonne serait attribuée à un bloc spécifique. De ce fait cependant, le nombre d'éléments de la matrice est directement dépendant de la taille du plus grand bloc de la simulation, ce qui conduit à un gaspillage de l'espace mémoire qui peut être conséquent.

Une méthode utilisant au mieux la mémoire disponible, tout en permettant un bouclage aisé sur les différents blocs, a été mise au point. A nouveau, il a été fait appel à des pointeurs, à des adresses dans la mémoire de l'ordinateur. Au début du calcul, chaque bloc se voit attribuer un espace en mémoire vive calculé au mieux en fonction des options du calcul qui lui sont propres et du type de ses variables. L'adresse mémoire de cet espace de stockage est retenue pour chaque bloc dans un vecteur unique à la simulation. Lors des boucles de calcul, le code travaille alors directement sur l'espace mémoire des blocs, en allant pointer successivement vers les différentes variables qui y sont stockées de façon, soit à utiliser leur valeur, soit à les modifier. Ce travail par adressage direct dans la mémoire a rapidement montré son efficacité aussi bien en termes de temps de calcul et d'utilisation de la mémoire que de flexibilité et de facilité d'utilisation au sein du code.

V.2.6 Autres spécificités

V.2.6.1 Calcul partiel

La technique de bouclage sur les différents blocs s'accommode très simplement d'un bouclage partiel sur certains blocs. En effet, pour autant que l'ensemble du domaine de simulation ait été mis à jour une fois en début de calcul, certains blocs peuvent être figés, et seule leur interface avec des blocs à calculer continue d'évoluer. Les mailles frontières des blocs non calculés jouent simplement le rôle de conditions aux limites pour le reste du domaine de simulation. Cette approche permet d'économiser énormément de temps de calcul dans certains cas où une légère modification géométrique a été introduite au sein d'un seul bloc, alors qu'une solution hydrodynamique satisfaisante a déjà été obtenue sur l'ensemble du domaine de simulation.

Dans d'autres situations, les différents blocs constituant le domaine de simulation ne sont calculés qu'au fur et à mesure de l'évolution de l'écoulement. Des balises sont alors disséminées dans la simulation, à l'endroit desquelles l'atteinte d'un critère précis sur l'évolution des variables hydrodynamiques provoque le début du calcul d'un ou plusieurs nouveaux blocs. Les gains en temps de calcul peuvent être substantiels (§ V.5.2).

V.2.6.2 Remaillage

Les possibilités de remaillage automatique en cours de simulation, mises au point et largement décrites par Archambeau [6], ont été étendues au multibloc. De ce fait, il est possible de raffiner automatiquement le maillage au sein d'un bloc au cours du calcul, dans le but d'accélérer la convergence vers une solution stationnaire.

V.2.6.3 Autres

La technique originale de traitement de l'assèchement des mailles exposée au paragraphe III.5.4 a été étendue au multibloc, de même que l'extension automatique du domaine de calcul (§ III.5.2).

Par ailleurs, des options d'élimination de zones indépendantes, c'est-à-dire qui ne sont reliées à aucune condition limite du problème, ont été implémentées. Elles permettent, en cours de simulation, de supprimer automatiquement du domaine de calcul toutes les zones qui, par l'historique d'évolution pseudo-instationnaire des variables hydrodynamiques lors de la recherche d'une solution stabilisée, se retrouvent isolées de l'écoulement principal.

V.2.7 Conditions aux limites

Par défaut, l'ensemble des bords du domaine de simulation sont considérés comme imperméables. Cela permet de gagner du temps lors de la génération d'une simulation puisque, en général, les frontières du domaine correspondent à la limite d'extension des écoulements. D'autre part, cela permet d'éviter tout problème durant un calcul sur une topographie réelle plus étendue dans le cas où l'écoulement atteint des niveaux imprévus.

Des conditions aux limites spécifiques peuvent être fixées par l'utilisateur sur le contour du domaine de simulation. Elles sont automatiquement reportées au sein du logiciel, durant la phase de préprocessing, sur la limite extérieure du bloc le plus proche, de façon à respecter au mieux l'emprise définie par l'utilisateur. Si besoin en est, la valeur de la condition limite est éventuellement adaptée à la taille de maille du bloc impliqué.

En pratique, le type des conditions aux limites peut être fort varié. Même si, généralement, une altitude de surface libre est imposée en aval des simulations, l'utilisateur peut préférer une valeur de nombre de Froude. Il est également possible de ne pas imposer de condition sur un bord si l'écoulement incident est prévu supercritique. En amont, l'imposition des deux composantes de débit spécifique est la plus répandue, mais une imposition des vitesses d'écoulement est également possible. En cas d'écoulement supercritique, l'altitude de surface libre peut également être fixée.

V.2.8 Gestion des données et des résultats

L'alimentation en données et l'écriture des résultats sont des opérations d'importance qu'il convient de ne pas négliger dans la mise au point d'un code informatique efficace et pratique d'utilisation. A ce titre, la collaboration étroite et quotidienne entre les membres du HACH est extrêmement profitable, l'interface WOLF [6] évoluant de concert avec le développement du code multibloc.

Les données du calcul sont fournies au code au choix, soit sous la forme de matrices intéressant l'ensemble du domaine de simulation, auquel cas la phase de préprocessing interne à WOLF2D répartit l'information entre les blocs, soit directement bloc par bloc à l'aide d'une série de fichiers distincts générés par l'interface WOLF.

La sortie des résultats intermédiaires du calcul doit se faire très rapidement afin de ne pas allonger inutilement le temps de simulation. Seules les informations absolument nécessaires sont donc écrites dans des fichiers. Il s'agit de la valeur instantanée des variables hydrodynamiques aux seules mailles sous eau dans le domaine de simulation. Afin de pouvoir exploiter ces résultats, des informations de positionnement en plan doivent être fournies. Une écriture des résultats par blocs à l'aide du stockage CSR (§ II.4.4.3) a été retenue pour la rapidité avec laquelle les informations peuvent être générées au départ du mode de stockage vectoriel, ainsi que pour l'extrême parcimonie de la méthode en terme d'utilisation de l'espace mémoire.

V.2.9 Validation

V.2.9.1 Ressaut mobile

La validation de la méthode de calcul par blocs multiples a été réalisée dans le cas de la simulation de la propagation d'un ressaut mobile en canal rectiligne horizontal et lisse. Une

solution analytique existe en effet pour cette situation d'écoulement idéalisée. Elle fournit donc des données de comparaison de première qualité.

Les développements du paragraphe III.2.2 détaillent les relations qui lient la vitesse de propagation d'un ressaut aux conditions d'écoulement à son amont et à son aval. L'une d'elles provient de l'équation de conservation de la masse, l'autre de celle de conservation de la quantité de mouvement.

Se fixant une vitesse de propagation du ressaut et les conditions de hauteur d'eau en amont et en aval par exemple, on peut en déduire les valeurs de vitesse d'écoulement à respecter pour obtenir un état équilibré du système. Dans l'application présentée ici, une vitesse de propagation de 2 m/s, une hauteur d'eau en amont de 1 m et en aval de 5 m, sont utilisées. Les débits spécifiques doivent alors être de 14,13 et 22,12 m²/s respectivement en amont et en aval du ressaut pour que l'amplitude du choc reste constante au cours du temps.

La simulation numérique de ce cas théorique a été réalisée pour un canal de 50 m de long et de 3 m de large. Aucun frottement n'a été considéré, que ce soit sur les bords ou le fond. Les conditions limites appliquées au système sont les conditions d'écoulement complètes en amont (hauteur et débits spécifiques) car le Froude y est supérieur à l'unité, et une simple hauteur d'eau en aval. La condition initiale correspond à une position instantanée du ressaut à l'abscisse 4,5 m.

Un maillage multibloc du domaine de simulation à l'aide de mailles de 0,5 et 1 m a été défini. Un bloc finement maillé couvre les 15 m du canal de part et d'autre d'un bloc central de 20 m de long discrétisé plus grossièrement (Figure V-12).

Ce maillage permettra d'appréhender la propagation du ressaut au travers de l'interface d'un bloc finement maillé vers un bloc plus grossier, ainsi que la situation inverse. Cet exemple constitue donc une situation délicate numériquement, que ce soit au niveau de la conservation de la vitesse de propagation du choc ou de son amplitude.

Le calcul a été mené sur une période de 20 secondes qui permet au ressaut de parcourir la majeure partie de la longueur du canal, et en tout cas de passer par tous les blocs et de traverser toutes les interfaces.

Les trois images de la Figure V-12 permettent de visualiser le maillage utilisé et l'évolution des hauteurs d'eau lorsque le ressaut se trouve dans les différents blocs.

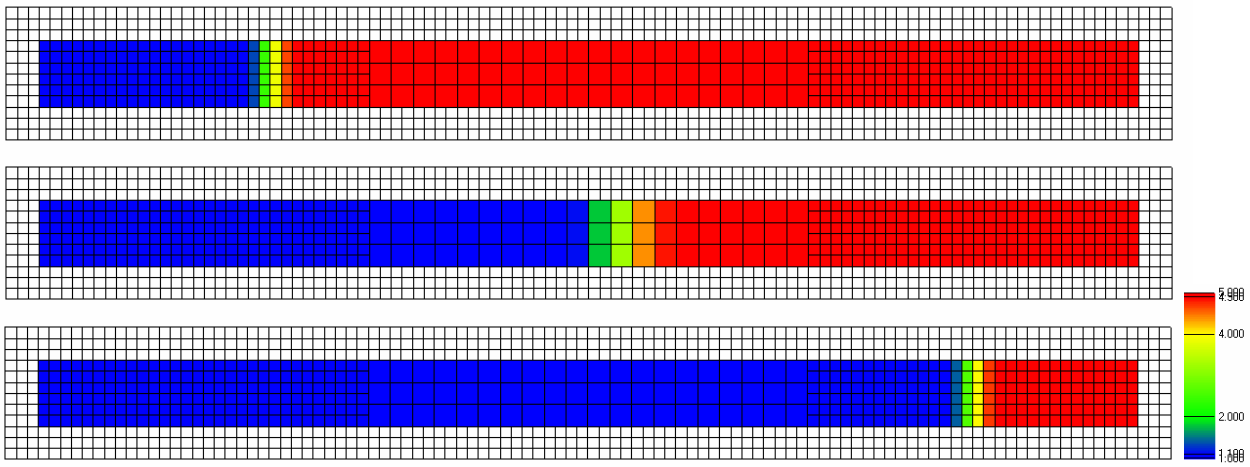


Figure V-12 : Propagation d'un ressaut mobile dans un canal rectiligne - Hauteurs d'eau (m) - Situation après 3, 11 et 19 secondes de calcul

De façon plus précise, le graphe de la Figure V-13 illustre les lignes d'eau successives obtenues dans le canal par pas de temps de 2 secondes.

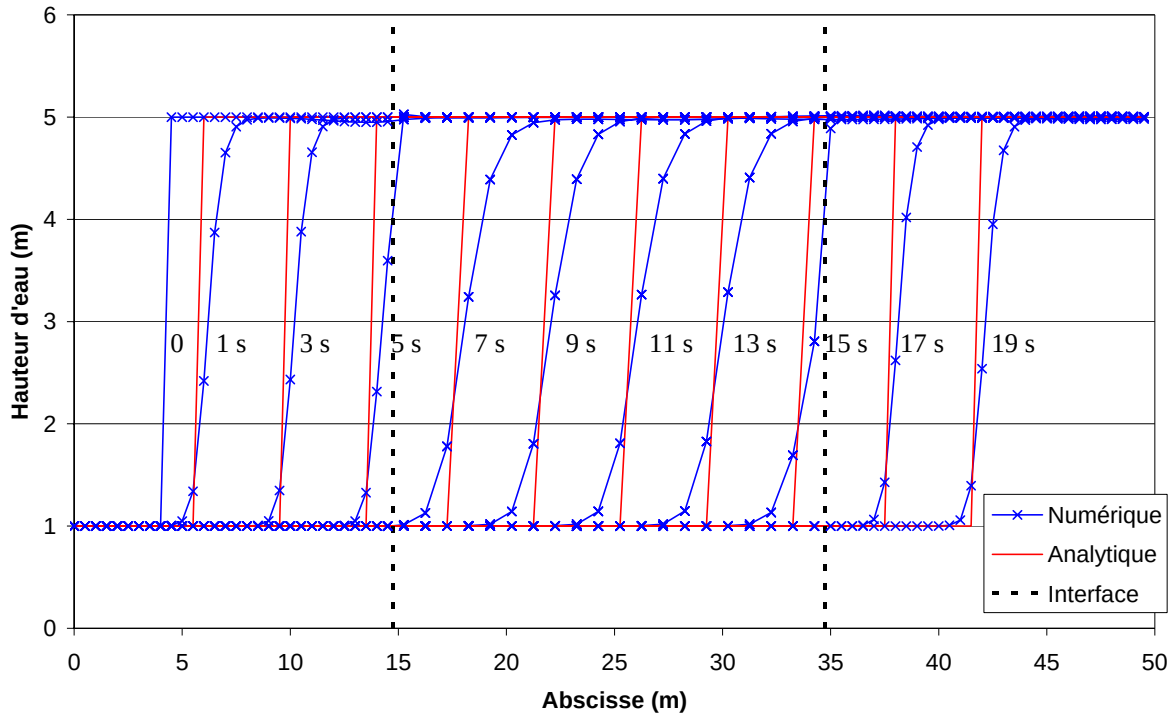


Figure V-13 : Propagation d'un ressaut mobile dans un canal rectiligne lisse à fond plat – Solutions analytique et numérique sur maillage multibloc

Les résultats du calcul sont excellents à plus d'un titre. La vitesse de propagation théorique du ressaut est parfaitement représentée, même après le passage entre deux maillages différents. Il en va de même de l'amplitude du choc qui est tout à fait conservée. Non seulement le passage d'un bloc à l'autre ne détériore pas la solution, mais le ressaut est identiquement capturé sur le maillage fin avant et après le passage au travers du bloc central. On observe tout au plus un léger effet de la reconstruction linéaire aux interfaces entre blocs, qui tend à raidir localement le choc.

V.2.9.2 Onde de rupture dans un canal en L

Un second exemple de validation du code multibloc a été réalisé pour la simulation de la propagation d'une onde de rupture dans un canal en L à fond rugueux (Figure V-14). Ce cas bidimensionnel a été détaillé au chapitre III pour la validation des premières améliorations apportées au code WOLF2D. Il a été repris ici en utilisant un bloc avec des mailles de 6 cm pour modéliser le bac en amont du canal, le reste du domaine étant discrétisé avec des mailles de 2 cm comme auparavant (Figure V-15). L'ensemble des autres paramètres de simulation sont identiques à ceux décrits au chapitre III (§ III.5.2.3).

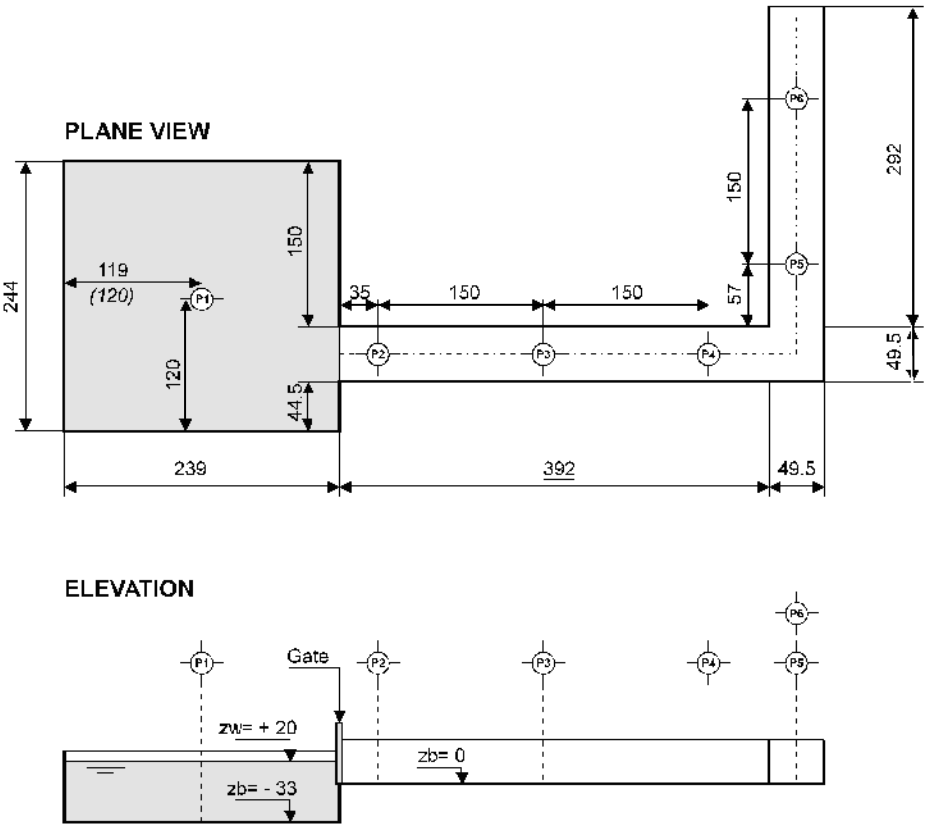


Figure V-14 : Schéma de l'installation expérimentale du canal en L - Positionnement des jauges d'acquisition des hauteurs – Dimensions en cm

Un premier avantage de l'utilisation de blocs multiples pour le maillage est la diminution drastique du nombre de mailles, malgré la conservation d'une représentation fine du canal où se propagent les principales ondes de rupture. D'un maximum de 29 935 mailles de calcul dans le domaine décrit au chapitre III, on passe à 10 815 mailles dans le domaine multibloc. Couplées aux propriétés d'extension instationnaire du domaine de calcul (§ III.5.2), les fonctionnalités multiblocs permettent de réduire le temps CPU nécessaire pour la modélisation des 40 premières secondes de la rupture de plus de 65 pourcents (1329 à 463 secondes). Ce gain de temps est identique au gain sur le nombre de mailles du domaine de simulation puisque la taille du maillage de la zone où s'observent les plus importantes célérités d'écoulement reste constante, et donc le pas de temps est également identique.

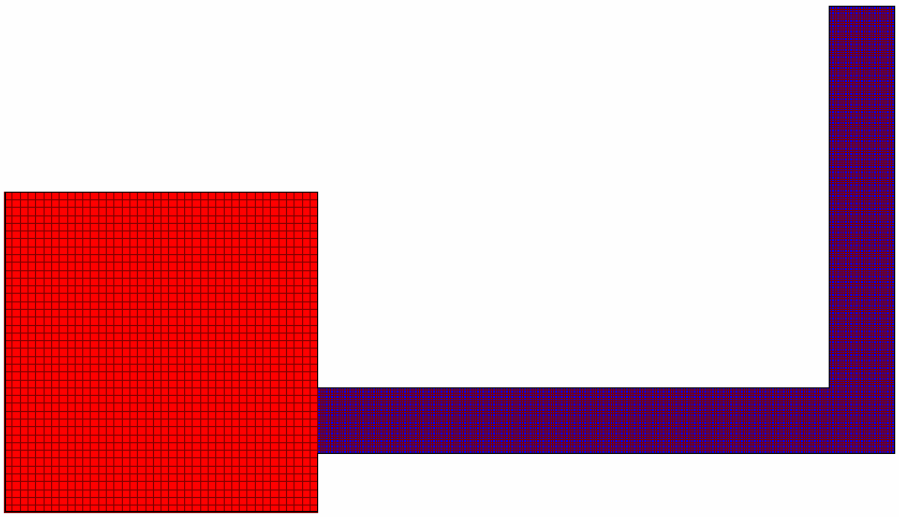


Figure V-15 : Domaine multibloc pour la simulation de la propagation d'une onde de rupture dans un canal en L

Les résultats instationnaires en différents points du canal localisés à la Figure V-13, permettent de constater que les résultats du calcul avec le maillage multibloc sont tout à fait semblables à ceux obtenus avec un maillage fin unique, ce qui valide une nouvelle fois l'approche proposée (Figure V-16).

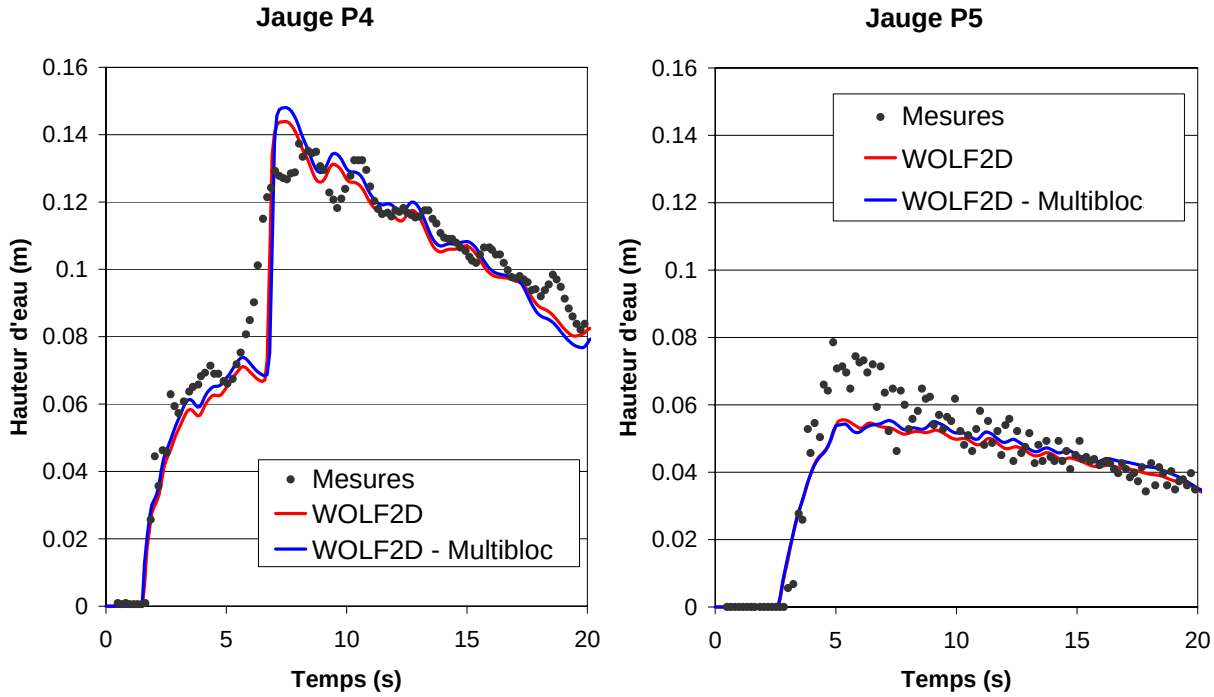


Figure V-16 : Comparaison des résultats numériques avec ou sans maillage multibloc aux sondes P4 et P5

Il en va de même dans le réservoir (Figure V-17), où l'effet du maillage plus grossier est peu visible par rapport aux résultats expérimentaux.

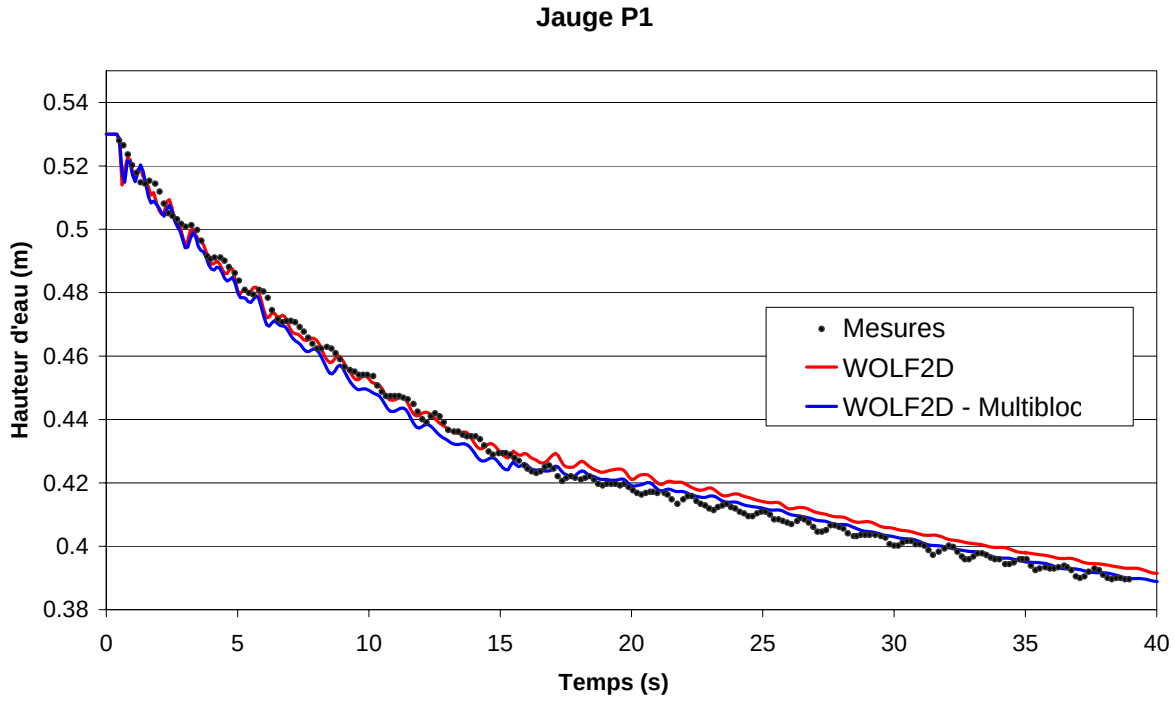


Figure V-17 : Comparaison des résultats numériques avec ou sans maillage multibloc dans le réservoir

De façon plus locale, l'instantané de la Figure V-18 illustre la continuité des champs bidimensionnels de débit spécifique au travers de l'interface entre blocs après 0,4 seconde de propagation.

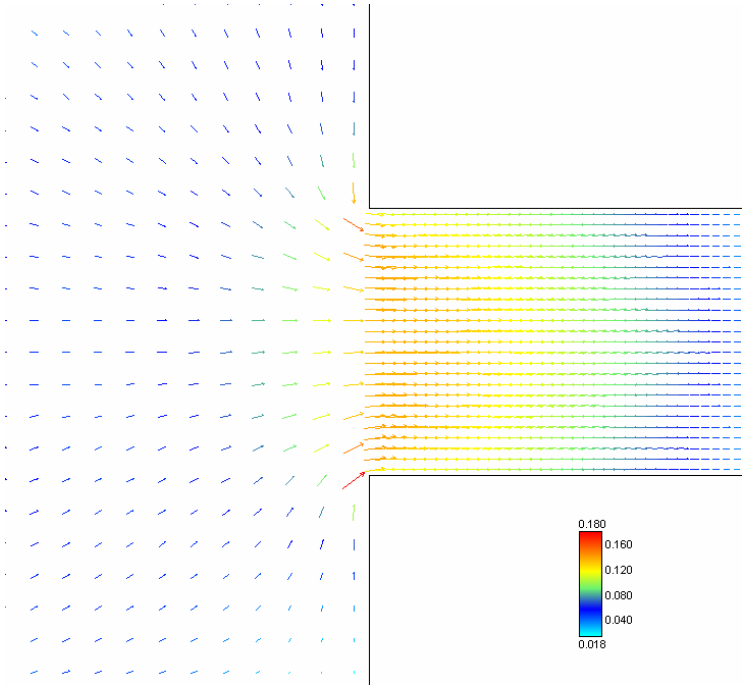


Figure V-18 : Champ bidimensionnel des débits spécifiques (m²/s) en entrée de canal 0,4 s après la rupture

V.3 Variation des modèles de calcul

V.3.1 Principe

De la même façon qu'un domaine de simulation peut être divisé en différentes zones où une taille de maille spécifique est utilisée, des modèles mathématiques différents peuvent être appliqués dans les blocs. Pour que la simulation puisse être menée d'un seul tenant, il convient cependant de fournir à chaque modèle de calcul les informations d'écoulement dont il a besoin aux interfaces. Ces conditions doivent bien entendu provenir du bloc voisin si elles y sont disponibles, mais on peut aussi envisager qu'elles ne le soient pas parce que le modèle mathématique considéré ne les évalue pas, auquel cas il faut alors générer l'information de la façon la plus pertinente. En règle générale, ce second cas de figure se présente lorsque l'on souhaite simuler des phénomènes hydrodynamiques spécifiques, comme la turbulence, dans certaines zones de la simulation, alors que dans d'autres l'hypothèse est faite qu'ils ont des effets négligeables. La condition d'interface consiste alors souvent à imposer l'évanescence du phénomène envisagé dans les blocs voisins.

V.3.2 Traitement des interfaces

Les mêmes techniques de reconstruction des variables et d'échange des flux que celles décrites pour la division du domaine de calcul en zones de maillages différents ont été adaptées ici pour l'utilisation de modèles mathématiques variés au sein d'une simulation.

La différence avec la technique multibloc se situe au niveau de l'évaluation des flux proprement dite. Tout d'abord, les variables reconstruites de part et d'autre de l'interface peuvent être différentes. La hauteur d'eau est une variable présente dans tous les modèles bidimensionnels, mais les deux autres inconnues hydrodynamiques principales peuvent être les composantes de débit spécifique ou de vitesse. De même, nous avons déjà signalé qu'un modèle peut utiliser plus de variables qu'un autre, et donc des variables reconstruites sont

manquantes d'un coté de l'interface. Ensuite, les flux nécessaires à l'évaluation des mailles frontières diffèrent de part et d'autre de l'interface, en nature et en nombre.

Il convient donc, à chaque évaluation des flux, de savoir précisément quelles sont les inconnues reconstruites disponibles de chaque coté du bord où l'on se situe, et quels sont les flux à évaluer. Des routines de calcul spécifiques ont été écrites pour chaque modèle et chaque type de liaison. Elles sont de nouveau appelées au cours du calcul par l'intermédiaire de pointeurs définis en début de simulation à partir des choix de l'utilisateur. Dès le lancement de la simulation, le type de modèle utilisé dans chaque bloc est en effet connu.

Ces routines effectuent un calcul des flux appropriés de chaque coté des bords d'interface, tout en assurant la conservation des grandeurs hydrodynamiques générales par l'utilisation d'une valeur unique pour chaque variable reconstruite sur le bord.

V.3.3 Aspects informatiques

Les mêmes méthodes que celles développées auparavant pour les maillages multiples ont été implémentées dans WOLF2D pour l'utilisation de modèles mathématiques variés au sein des blocs. L'implémentation informatique des potentialités d'utilisation de différents modèles de calcul a été réalisée de la même façon que celle qui a été décrite au chapitre III pour le code à maillage unique. Des pointeurs ont été utilisés pour l'appel aux différentes routines afin de limiter au maximum les tests répétitifs au sein du code.

Du fait de l'organisation modulaire du code et de l'utilisation de la même architecture pour l'implémentation des aspects multibloc et multimodèle, il est de plus possible d'utiliser les deux fonctionnalités, mailles variées et modèles variés, au sein de mêmes blocs dans une même simulation, ce qui ouvre la porte à des possibilités énormes de modélisation.

V.3.4 Modèles implémentés

V.3.4.1 Modèles principaux

Deux modèles mathématiques principaux sont disponibles dans le code WOLF2D. Il s'agit des deux modèles intégrés sur la hauteur présentés au chapitre II, soit les modèles des eaux peu profondes écrits pour une conservation de la quantité de mouvement ou de l'énergie de l'écoulement.

V.3.4.2 Variantes du modèle classique des SWE

A coté de ce premier choix du niveau de modélisation, le modèle principal basé sur les équations de conservation de la quantité de mouvement intégrées sur la hauteur a été décliné en toute une série de variantes, qui ont chacune été implémentée comme un modèle spécifique pour rationnaliser le temps de calcul tout en augmentant la souplesse de génération d'une simulation. Les cinq modèles suivants sont actuellement disponibles.

Inclinaison des axes

Lors de l'établissement des modèles d'écoulement intégrés sur la hauteur (Chap. II), aucune hypothèse n'est énoncée sur la pente du fond. La seule restriction d'application est d'avoir une composante des vitesses verticales au plan principal d'écoulement faible par rapport aux deux composantes dans ce plan. En pratique cependant, la majeure partie des simulations sont envisagées avec un plan principal d'écoulement horizontal, et les équations ont donc été simplifiées en ce sens pour augmenter la rapidité du calcul du modèle de base de WOLF2D. Néanmoins, le modèle permettant de simuler un écoulement bidimensionnel sur un plan préférentiel incliné de quelque façon que ce soit, reste disponible dans le logiciel.

Coordonnées curvilignes

Au-delà des potentialités de modélisation liées à une inclinaison des axes du plan principal sur l'horizontale, l'écriture du modèle mathématique des eaux peu profondes en coordonnées curvilignes dans un plan vertical (Figure V-19) ouvre la porte à la simulation des écoulements sur des coursiers d'évacuateurs de crue, avec tout le champ d'applications pratiques que cela sous-tend en dimensionnement de structures hydrauliques.

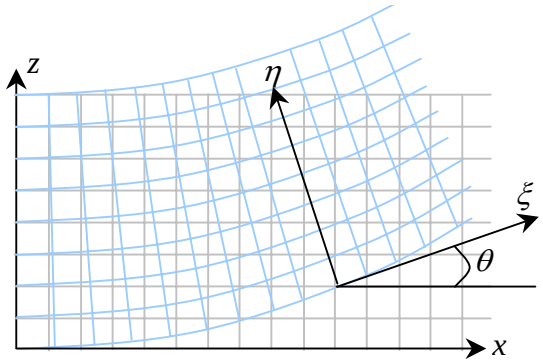


Figure V-19 : Position relative des repères cartésien (x,z) et curviligne (ξ,η) [33]

Ce changement de coordonnées a été investigué au HACH et est largement décrit et appliqué par Dewals [33, 35]. Une application pratique d'envergure, couplée aux capacités multibloc, est présentée au paragraphe V.5.3.

Contours fixes ou mobiles

Dans le but de disposer de nouvelles potentialités de calcul pour le design de structures hydrauliques ou l'analyse des interactions fluide-structure, des développements sont actuellement réalisés au HACH [48, 119, 123] pour rendre compte, dans des simulations bidimensionnelles, de l'effet d'une frontière imperméable inclinée sur les axes cartésiens de discrétisation. Cette frontière imperméable peut être fixe (mur de quai, pile de pont, …) ou mobile (porte d'écluse, …).

L'approche envisagée est basée sur la technique *cut-cell* [22, 72]. Elle consiste à sous diviser les éléments du maillage cartésien de base pour mieux appréhender, à l'échelle de la maille, l'inclinaison de la frontière oblique. Des taux d'occupation θ de la maille par le fluide et des longueurs efficaces θ_x et θ_y des bords sont ainsi utilisés pour modifier adéquatement les équations du modèle de base [48].

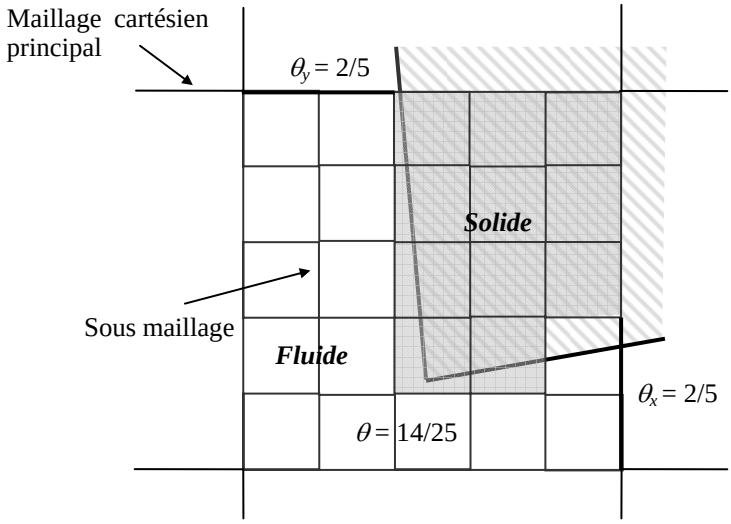


Figure V-20 : Exemple de sous maillage pour évaluer l'influence d'une structure quelconque sur une maille de maillage cartésien principal

Cette technique permet, tout en conservant les avantages des maillages cartésiens en termes de simplicité d'implémentation, de précision du calcul et de gestion de l'espace mémoire, de calculer les effets hydrodynamiques instantanés de la géométrie complexe d'un ouvrage ou d'une structure mobile [48].

Ecoulements en charge

Les systèmes génériques d'équations présentés au chapitre II sont particularisés à la modélisation des écoulements à surface libre. Or les écoulements en charge sont gouvernés par les mêmes équations de base que les écoulements en rivière, et le traitement d'intégration sur la hauteur ou la section mouillée qui conduit aux modèles mathématiques implémentés dans WOLF1D et WOLF2D se réalisent de la même manière que le fluide s'écoule sous la pression atmosphérique ou sous une contrainte plus importante.

Pour peu que l'on fasse appel à l'artifice conceptuel d'une « fente de pression » [6] pour tenir compte de façon continue, dans le code numérique, de l'évolution de la charge piézométrique H entre un écoulement à surface libre et un écoulement sous pression, des simulations d'écoulements stationnaires en charge peuvent être tout à fait valablement menées avec le logiciel WOLF2D (Figure V-21). Dans le premier cas, la simplification du modèle provient de l'égalité de la charge piézométrique H et de la hauteur d'eau h.

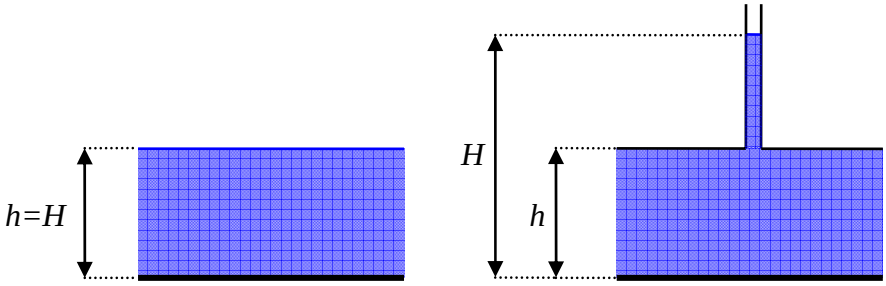


Figure V-21 : Définition de la hauteur d'eau et de la charge piézométrique pour un écoulement de surface ou en charge avec artifice de la fente de pression [6]

Le modèle mathématique adéquat, dont la description sort du cadre de cette thèse, a été implémenté dans WOLF2D. On peut simplement signaler qu'il est l'homologue du modèle décrit au paragraphe II.2.4 où les termes de pression et de frottement ont été modifiés pour rendre compte de l'effet de la limite supérieure de la section sur l'écoulement.

Il permet notamment la simulation d'écoulement de rivière passant localement en charge sous des ponts par exemple (§ V.3.6.1).

Ecoulements aérés

Le modèle biphasique eau-air développé au HACH et exposé en détail par Dewals [33] a également été implémenté au sein de WOLF2D.

Il permet la modélisation bidimensionnelle d'écoulements aérés sur des topographies complexes, notamment des évacuateurs en marches d'escalier [5, 34].

V.3.4.3 Equations additionnelles

A coté des différents modèles mathématiques implémentés pour la simulation bidimensionnelle d'écoulements, des potentialités d'enrichissement de la représentation des phénomènes hydrodynamiques sont également disponibles dans tous les cas.

Il s'agit principalement de l'ensemble des modèles de turbulence décrits au chapitre IV, qu'ils soient de forme simple ou à équations additionnelles.

Des équations de transport supplémentaires peuvent également être adjointes aux modèles hydrodynamiques pour appréhender la propagation dans l'écoulement de polluants ou de sédiments [33].

Enfin, des modèles à équations supplémentaires de moment [33] permettent de caractériser la distribution des variables intégrées le long de l'axe d'intégration.

V.3.5 Résumé des possibilités

Le schéma de la Figure V-22 résume l'ensemble des modèles mathématiques disponibles au sein du logiciel WOLF2D à son stade actuel de développement.

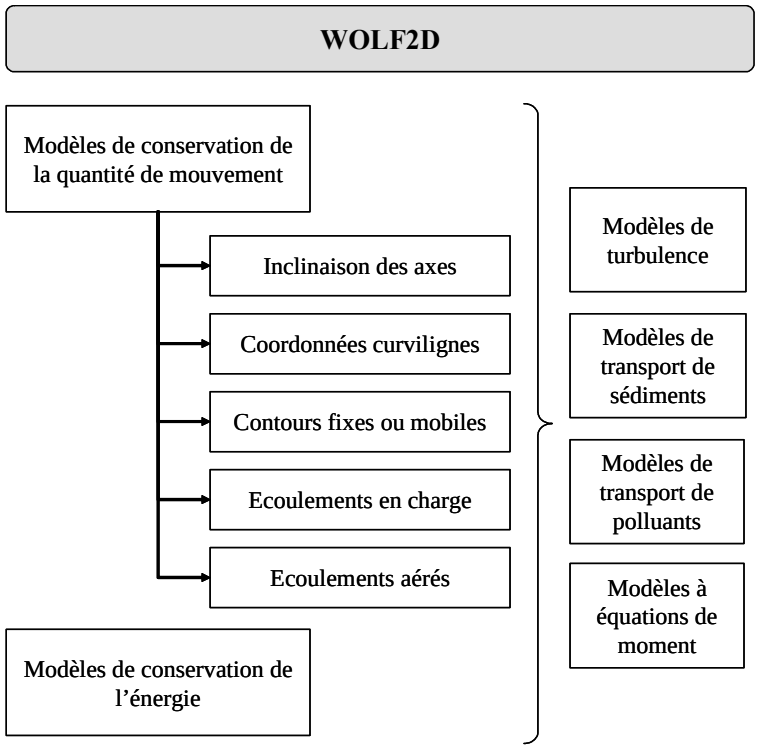


Figure V-22 : Options de modélisation du logiciel WOLF2D

V.3.6 Validation

V.3.6.1 Passage en charge dans un canal unidimensionnel

Un premier exemple de validation de la technique de calcul a été mené dans le cas d'un canal unidimensionnel horizontal, rectangulaire, à fond rugueux, présentant une réduction de section localisée au droit d'un pont. Dans le cas où l'écoulement passe en charge sous l'ouvrage, le modèle mathématique de base de WOLF2D n'est plus valable et il convient d'appliquer un modèle d'écoulement sous pression (§ V.3.4.2). Afin de ne pas augmenter inutilement les opérations nécessaires au calcul, le modèle d'écoulement en charge n'est appliqué que localement au niveau du pont, dans un bloc spécifique.

La géométrie du canal est identique à celle décrite au paragraphe V.2.9.1. Le pont, localisé au milieu du canal, fait 2 m de large et son tablier est positionné 1 m au dessus du fond. Un coefficient de frottement de Manning uniforme de 0,04 $s/m^{1/3}$ est imposé dans l'ensemble du domaine.

Deux blocs ont été définis avec des mailles de 50 cm. L'un couvre les 20 m du canal de part et d'autre d'un bloc central de 10 m de long où le modèle d'écoulement en charge est appliqué.

La solution d'écoulement stabilisée pour un débit total de 1,5 m^3/s est recherchée avec une condition limite aval de hauteur d'eau de 1,2 m.

Au travers des interfaces entre blocs où des modèles mathématiques différents sont utilisés, les champs hydrodynamiques ne subissent aucune altération. Les Figure V-24, Figure V-25 et Figure V-23 illustrent ces résultats pour la distribution des hauteurs d'eau et les modules de la vitesse d'écoulement.

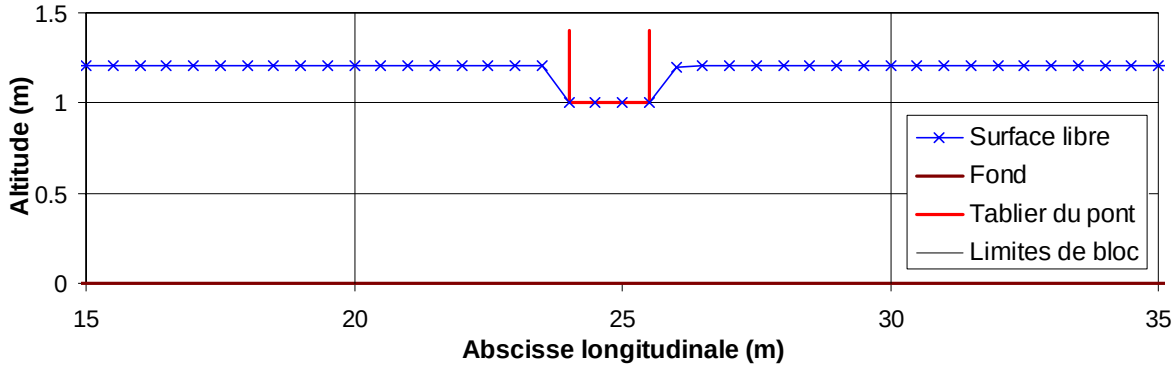


Figure V-23 : Coupe longitudinale dans la simulation bidimensionnelle représentant l'altitude de surface libre de l'écoulement (m) et l'emprise du tablier du pont

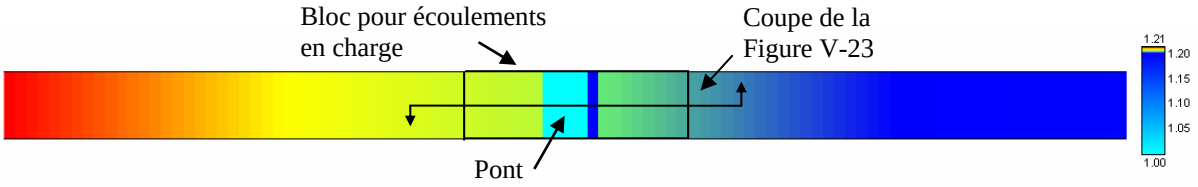


Figure V-24 : Hauteurs d'eau (m) – Limitation sous le pont



Figure V-25 : Modules de vitesse (m/s) – Accélération de l'écoulement sous le pont

Une vue plus détaillée des vecteurs de vitesse dans le bloc central achève de prouver l'efficacité du traitement des interfaces (Figure V-26). La modification sensible des flux entre les deux modèles employés dans la simulation, notamment en termes de pression et de pente topographique du plafond, ne transparaît pas dans le résultat unifié.

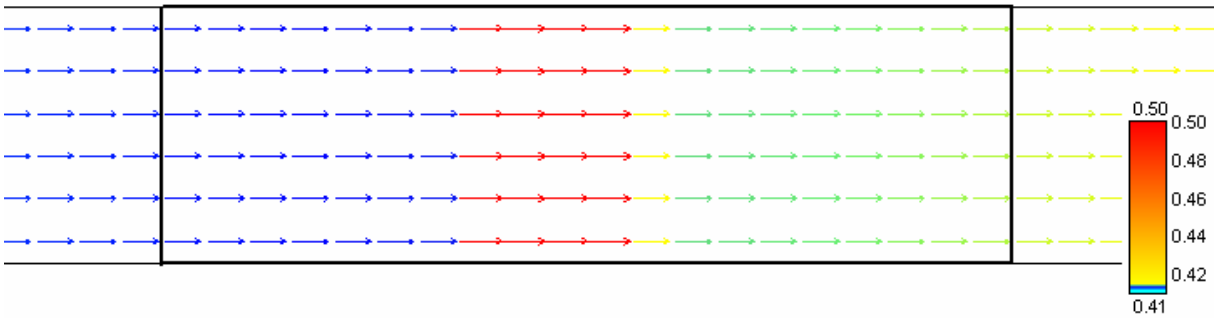


Figure V-26 : Détail des vecteurs de vitesse (m/s) dans le bloc central et à ses interfaces avec le bloc principal.

D'autre part, on observe dans ces résultats la limitation de hauteur d'eau sous le tablier du pont et l'accélération locale conséquente de l'écoulement, ainsi que la bonne dégénérescence du modèle de calcul sous pression dans les zones d'écoulement à surface libre.

V.3.6.2 Onde de rupture dans un canal en L

Le cas de la propagation d'une onde de rupture dans un canal en L (§ V.2.9.2) a une dernière fois été utilisé comme exemple de validation. En effet, une marche topographique est présente entre le réservoir en amont et le canal en L en aval. Or, nous avons vu au chapitre III que le passage d'un écoulement sur une discontinuité topographique n'était pas bien représenté par le modèle de conservation de la quantité de mouvement. Des pertes d'énergie imputables au schéma numérique de discrétisation du modèle mathématique apparaissent au droit de la marche. Par contre, si le modèle dérivé qui traduit une conservation de l'énergie est utilisé, ces pertes n'apparaissent plus, mais la capture de chocs n'est plus possible. Dans le cas présent, aucun choc ne passe sur la marche topographique. Les ondes de ce type sont en effet présentes uniquement dans le canal en aval, du moins durant l'intervalle de temps mesuré aux sondes. Le modèle de conservation de l'énergie peut donc être appliqué au droit de la marche si l'on souhaite y annuler les variations d'énergie.

Par rapport à la discrétisation de la Figure V-15, un troisième bloc, utilisant une taille de maille de 2 cm, a été positionné au droit de la marche (Figure V-27). Le modèle de conservation de l'énergie y est utilisé alors que c'est celui de conservation de la quantité de mouvement qui continue à être appliqué dans le reste du domaine.

Les mêmes paramètres de simulation que dans les deux applications précédentes ont été employés.

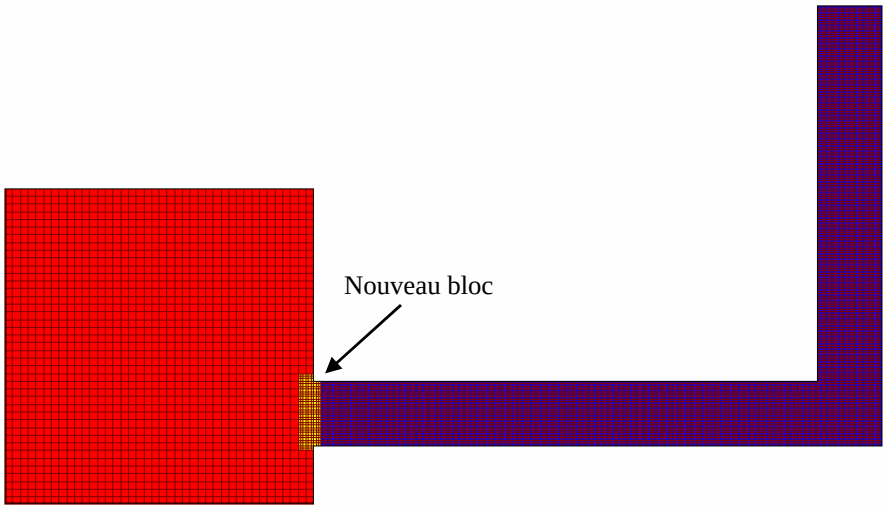


Figure V-27 : Domaine multibloc – multimodèle pour la simulation de la propagation d'une onde de rupture dans un canal en L

Le nombre de mailles de calcul est ici de 10975. Le temps CPU pour la modélisation des 40 premières secondes qui suivent la rupture est de 588 secondes, ce qui est proportionnellement plus lent que le calcul du paragraphe V.2.9.2 mais s'explique par les traitements spécifiques aux interfaces qui sont plus complexes. La célérité importante des ondes en entrée de canal dans le troisième bloc est également un facteur qui augmente quelque peu le temps de calcul.

Le Tableau V-1 synthétise les variations des temps de calcul et du nombre de mailles entre les trois applications qui concernent le canal en L.

Tableau V-1 : Résumé des gains en nombre de mailles et en temps de calcul procurés par l'approche multibloc - multimodèle

		Nbre de mailles	Temps CPU (s)	Nbre d'interfaces	Différentiel (%) en	
					nbre de mailles	temps CPU
Simulation initiale	**§ III.5.2.3**	29935	1329	0	-	-
Multibloc	**§ V.2.9.2**	10815	463	1	**63.87**	**65.16**
Multimodèle	**§ V.3.6.2**	10975	588	2	**63.34**	**55.76**

La validité des résultats dans le canal est illustrée à la Figure V-28. On note peu d'effet de la modélisation à énergie constante du passage sur la marche, mais on n'observe surtout aucun effet négatif du changement de modèle de calcul entre blocs.

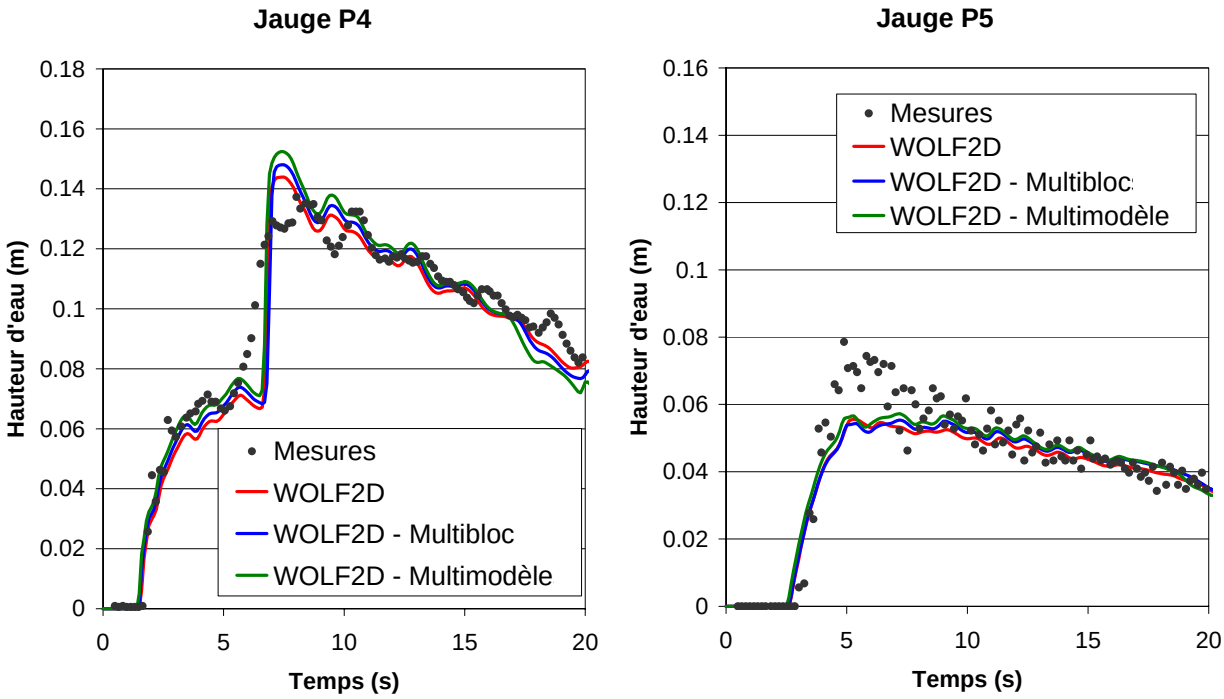


Figure V-28 : Comparaison des résultats numériques avec ou sans maillage multibloc ou multimodèle aux sondes P4 et P5

L'effet du changement de modèle de calcul est plus marqué dans le réservoir, avec une courbe de vidange qui se rapproche mieux des mesures, surtout en fin de modélisation (Figure V-29).

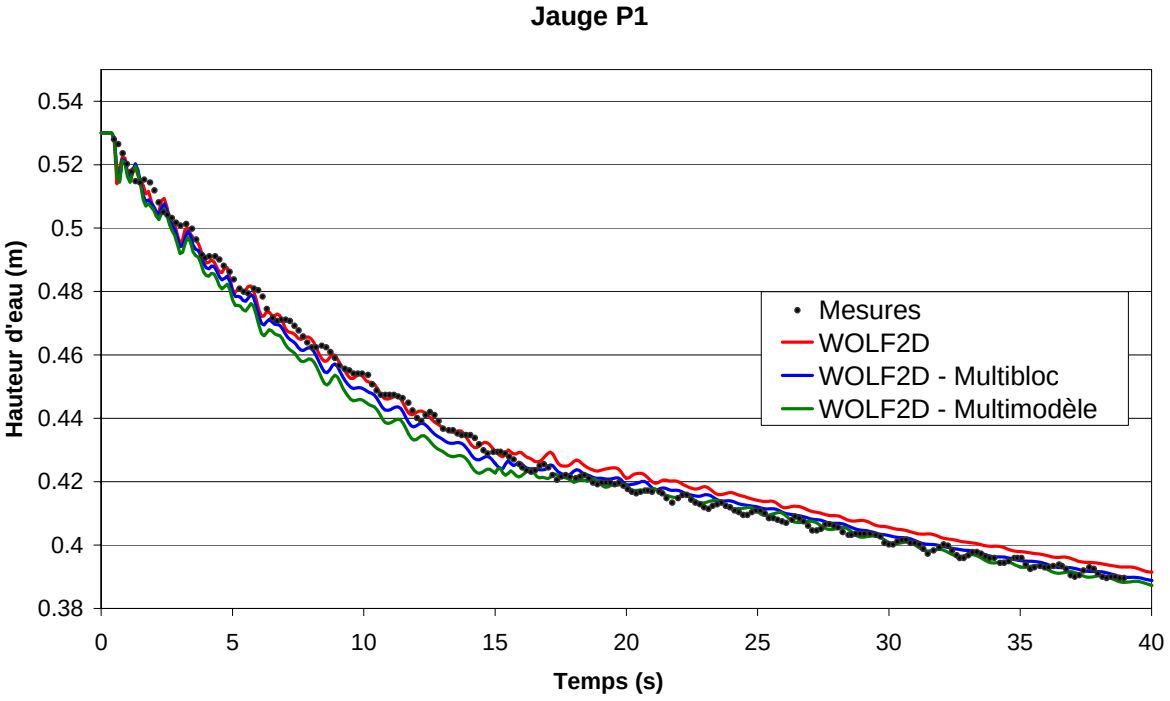


Figure V-29 : Comparaison des résultats numériques avec ou sans maillage multibloc ou multimodèle dans le réservoir

La validité du traitement des interfaces peut être appréhendée par la visualisation des champs de distribution des inconnues au niveau du troisième bloc (Figure V-30).

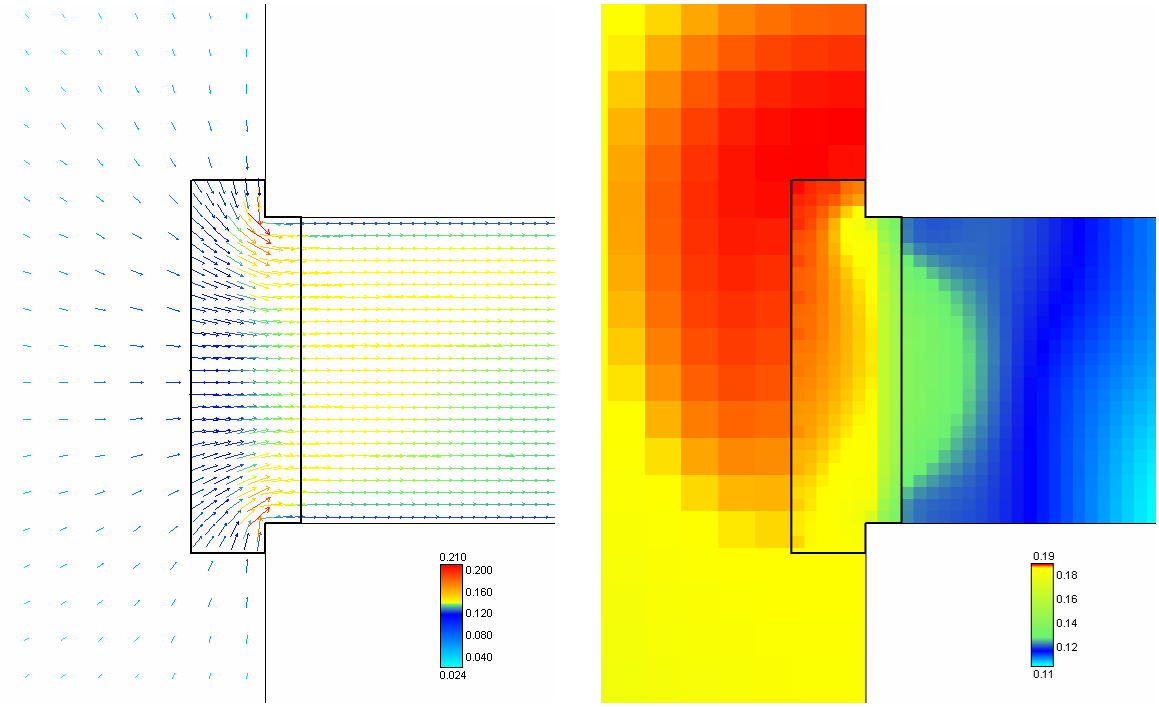


Figure V-30 : Distribution des débits spécifiques (m²/s) et des altitudes de surface libre (m) à la jonction du réservoir et du canal 1,9 s après la rupture

V.4 Couplage 1D-2D

Poussée à l'extrême, la philosophie du maillage multibloc permet de faire dégénérer un maillage bidimensionnel en un maillage unidimensionnel, sans aucune hypothèse supplémentaire ou précaution particulière. D'une rivière modélisée avec plusieurs mailles sur la largeur, on peut aboutir à une discrétisation plus grossière à l'aide de grandes mailles carrées sur le seul filaire d'écoulement. Or, nous l'avons décrit dans l'introduction de cette thèse, un logiciel de calcul unidimensionnel existe au sein de la suite WOLF. Un schéma d'intégration temporelle implicite y a d'ailleurs été implémenté dans le cadre du chapitre III. Basé sur la forme intégrée sur la section mouillée des équations de base qui gouvernent l'hydraulique des écoulements à surface libre, le code 1D permet une modélisation plus réaliste du filaire des cours d'eau que la dégénérescence du modèle 2D décrite ci-dessus.

Les logiciels uni- et bidimensionnel utilisant la même technique de discrétisation spatiale par volumes finis, faisant potentiellement appel aux mêmes schémas d'intégration temporelle explicites, et étant de plus implémentés selon la même logique de programmation, il a tout naturellement été envisagé de coupler les deux approches au sein d'un même code. C'est ce qui est décrit ci-après.

Les potentialités de ce genre d'approche sont multiples. Elle ouvre la porte à toute une série de modélisations jusqu'ici inimaginables en pratique par l'étendue des zones potentiellement modélisables d'un seul tenant pour un coût en temps de calcul acceptable, et sans perdre d'information distribuée en plan aux endroits stratégiques.

V.4.1 Principe et limites

Le principe de la méthode mise au point est de coupler les volumes finis d'extrémité de domaines de modélisation 2D et 1D par un échange, à chaque sous pas, des informations de calcul aux bords libres, de façon à conserver aussi bien le débit à travers les bords que la quantité de mouvement et la surface libre (Figure V-31).

Le principal obstacle à surmonter se situe au niveau de la modélisation de l'impulsion hydrodynamique fournie par le code 2D au code 1D et vice-versa. En effet, la représentation filaire d'un écoulement place l'impulsion de celui-ci dans l'axe du maillage unidimensionnel. Dans les simulations 2D, l'orientation du mouvement est libre dans le plan de représentation. Un traitement original de l'interface entre les deux modèles a été développé. Il permet de conserver l'impulsion du modèle 1D dans le modèle 2D quelle que soit la direction de la frontière. Dans l'autre cas de figure, aucune latitude n'est disponible dans la représentation 1D et donc aucun traitement ad hoc n'a dû être mis au point.

La seule limitation à la méthode est la nécessité d'utiliser pour les deux discrétisations couplées des tailles de mailles semblables, sans quoi des imprécisions de calcul apparaissent par inconsistance de l'approche. La méthode n'est en effet pas basée sur une reconstruction particulière des variables à l'interface entre les modèles, ceux-ci interagissant l'un avec l'autre par l'intermédiaire de leurs conditions aux limites, mises à jour à chaque sous itération.

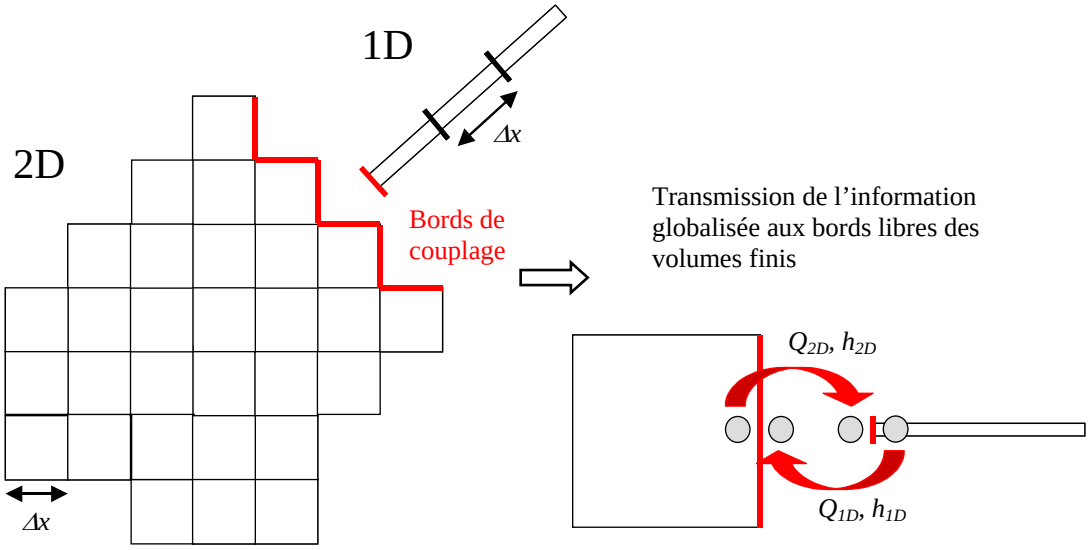


Figure V-31 : Principe du couplage des modèles 1D et 2D

V.4.2 Traitement des interfaces

V.4.2.1 Mode de couplage

Tout comme dans l'approche multibloc, le couplage des deux modèles se réalise ici au niveau du bord des volumes de contrôle. Conceptuellement, les bords d'interface 2D coïncident dans l'espace avec le bord d'interface du 1D.

Pour appliquer la méthode d'intégration par volumes finis, la valeur des variables du problème doit être reconstruite de chaque coté des bords (§ II.3.7). Dans le cas du couplage 1D-2D présenté ici, sur les bords d'interface, la valeur des inconnues peut être reconstruite à l'intérieur du domaine de simulation, et c'est la valeur extérieure au domaine qui doit provenir du modèle couplé (Figure V-31). Les conditions de couplage sont donc imposées comme des conditions limites faibles aux frontières des deux modèles.

L'application sur ces bords d'interface du splitting original de WOLF conduit ensuite à l'utilisation effective pour le calcul des seules valeurs qui lui sont indispensables, quelle que soit leur provenance.

V.4.2.2 Impositions pour le 1D

La prise en compte des contraintes de couplage pour le 1D est assez simple. Les degrés de liberté disponibles sont en effet très limités dès lors que l'on souhaite assurer la conservation

du débit sortant de la simulation 2D et l'altitude de surface libre moyenne dans cette même simulation. Il suffit en effet d'imposer sur le bord extérieur du dernier volume de contrôle le débit total passant à travers les bords 2D de l'interface et une altitude de surface libre équivalente à l'altitude moyenne sur ces mêmes bords.

V.4.2.3 Impositions pour le 2D

Des degrés de liberté sont disponibles pour imposer dans la simulation 2D le transfert du débit provenant du 1D, ainsi que son altitude de surface libre. Pour cette dernière variable, on impose simplement à l'extérieur des bords interfaces de la simulation 2D une altitude de surface libre égale à celle de la simulation 1D.

En ce qui concerne les débits spécifiques, qui constituent les deux autres inconnues du modèle 2D de base, la tâche est plus ardue. Ils doivent tous deux être déduits de la seule variable de débit total en provenance du 1D. De part et d'autre de l'interface, on a, par continuité :

$$\sum_{i=1}^{N_x} q_{x,i} dx + \sum_{i=1}^{N_y} q_{y,i} dy = Q_{1D} \tag{V-1}$$

avec $q_{x,i}$ et $q_{y,i}$ les débits spécifiques au bord i de la simulation 2D selon respectivement l'axe ox et oy, N_x et N_y le nombre de bords perpendiculaires à l'axe ox et oy et Q_{1D} le débit total de la simulation 1D.

Si l'on repère pour la simulation filaire l'angle d'orientation moyen de la rivière par rapport aux axes du plan d'écoulement, on dispose d'une seconde source d'information qui peut permettre de rendre compte de l'orientation de l'impulsion de l'écoulement en provenance du domaine 1D. L'angle d'inclinaison du débit total imposé à la simulation 2D doit être identique à l'angle d'incidence θ de la simulation 1D, qui représente la direction moyenne d'écoulement de la rivière (Figure V-32).

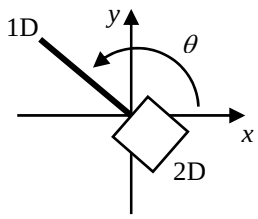


Figure V-32 : Définition de l'angle d'incidence θ d'une simulation 1D par rapport aux axes d'une simulation 2D

Les composantes du débit à la limite de la simulation 2D vérifient alors la relation :

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_x} q_{x,i} dx}{\sum_{i=1}^{N_y} q_{y,i} dy} = \tan\theta \tag{V-2}$$

De (V-1) et (V-2), on a les expressions suivantes qui définissent les deux composantes du débit total $Q_{x,2D}$ et $Q_{y,2D}$ à imposer comme condition limite à la simulation 2D, au départ des valeurs du 1D :

$$Q_{x,2D} = \sum_{i=1}^{N_x} q_{x,i} dx = Q_{1D} \frac{1}{1+\tan\theta} \tag{V-3}$$

$$Q_{y,2D} = \sum_{i=1}^{N_y} q_{y,i} dy = Q_{1D} \frac{\tan\theta}{1+\tan\theta} \quad \text{(V-4)}$$

A ce stade, on ne peut pas se contenter de répartir uniformément ces débits totaux selon les axes sur les bords de couplage 2D. En effet, de par les variations de hauteur d'eau sur la section, les vitesses d'écoulement et donc la quantité de mouvement injectée vont varier de bord en bord, ce qui n'est physiquement pas correct. Le choix a plutôt été fait de répartir le débit total en provenance du 1D en supposant une vitesse d'écoulement constante sur la largeur de l'interface. Cette approche est conforme aux hypothèses d'établissement du modèle 1D.

Au départ de la valeur d'altitude de surface libre imposée par le 1D, la section globale d'écoulement $\omega_{i,2D}$ selon chaque axe est évaluée du coté extérieur de l'interface. Les vitesses moyennes axiales U_{2D} et V_{2D} en sont ensuite déduites, et les composantes de débit spécifique peuvent être évaluées bord par bord :

$$U_{2D} = \frac{Q_{x,2D}}{\omega_{x,2D}} \text{ et } q_{x,i} = U_{2D} h_i \quad \text{(V-5)}$$

$$V_{2D} = \frac{Q_{y,2D}}{\omega_{y,2D}} \text{ et } q_{y,i} = V_{2D} h_i \quad \text{(V-6)}$$

V.4.3 Aspects informatiques

D'un point de vue informatique, les deux logiciels sont exécutés en parallèle dans le même code et des commandes d'attente disponibles dans le Fortran sont utilisées pour synchroniser les calculs (*multithreading*). Pour ce faire, la seule imposition est que les deux logiciels utilisent le même schéma d'intégration temporelle avec un pas de temps de calcul évalué de façon globale sur les deux domaines.

Schématiquement, on a donc les différentes étapes de calcul décrites à la Figure V-33, avec en rouge les phases de mise en commun de l'information entre les deux codes.

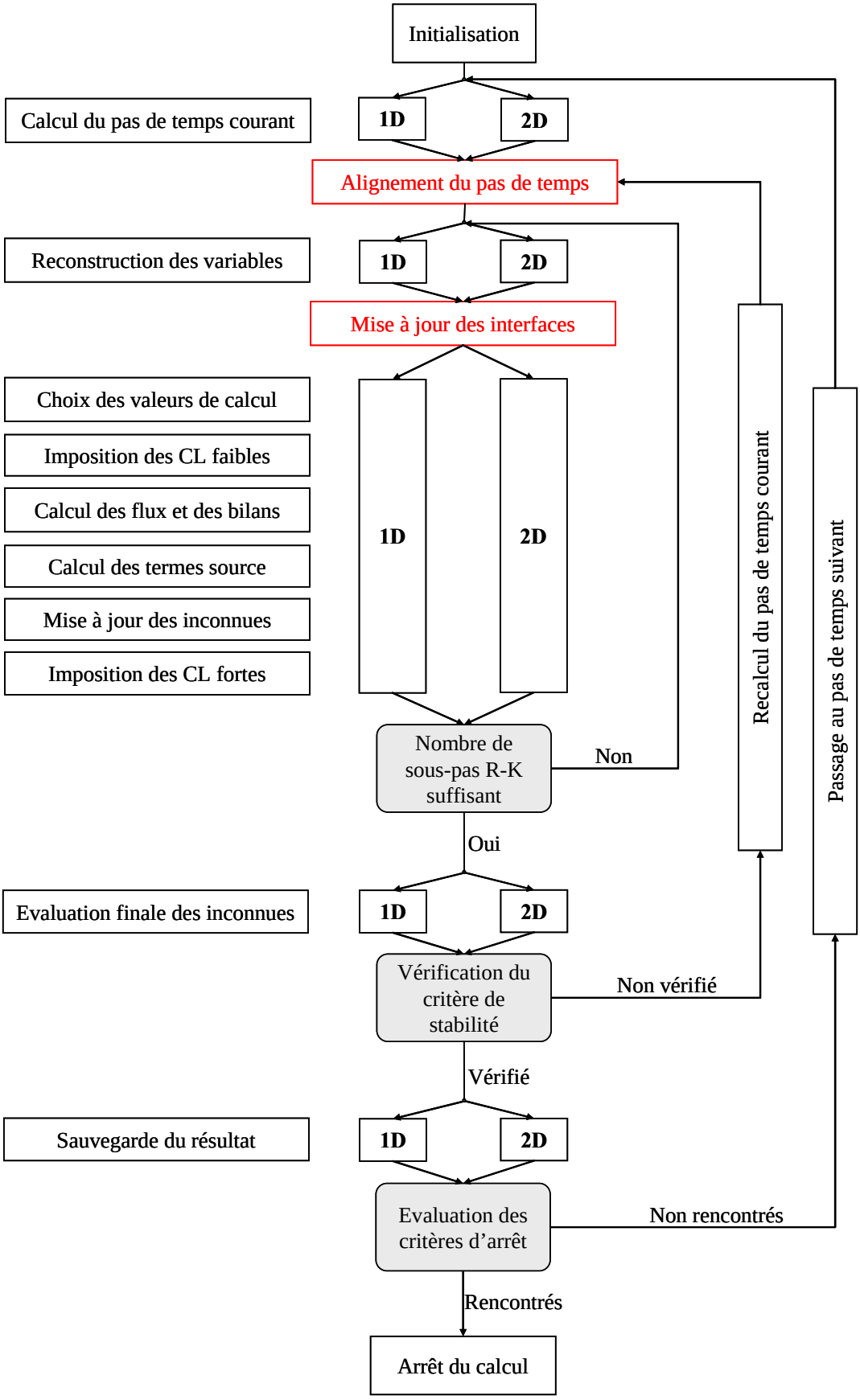


Figure V-33 : Schéma conceptuel du calcul dans une simulation couplée 1D – 2D

V.4.4 Validation

V.4.4.1 Ressaut mobile

Le cas de validation du code multibloc décrit au paragraphe V.2.9.1 a été repris ici pour valider l'approche de couplage entre les codes WOLF1D et WOLF2D.

Le canal rectangulaire à fond lisse et horizontal de 50 m de long et 3 m de large a été divisé en trois zones : deux tronçons d'extrémités de 15 m de long modélisés en une dimension à l'aide de mailles de 50 cm, et un tronçon central de 20 m de long modélisé à l'aide de mailles carrées de 50 cm de côté (Figure V-34).



Figure V-34 : Domaine de modélisation couplé 1D–2D

Les mêmes conditions hydrodynamiques initiales et aux limites que celles décrites au paragraphe V.2.9.1 ont été imposées, et donc un ressaut mobile de 4 m d'amplitude parcourt le domaine à la vitesse de 2 m/s.

Le graphe de la Figure V-35 illustre les résultats de la simulation par rapport à la solution analytique du problème.

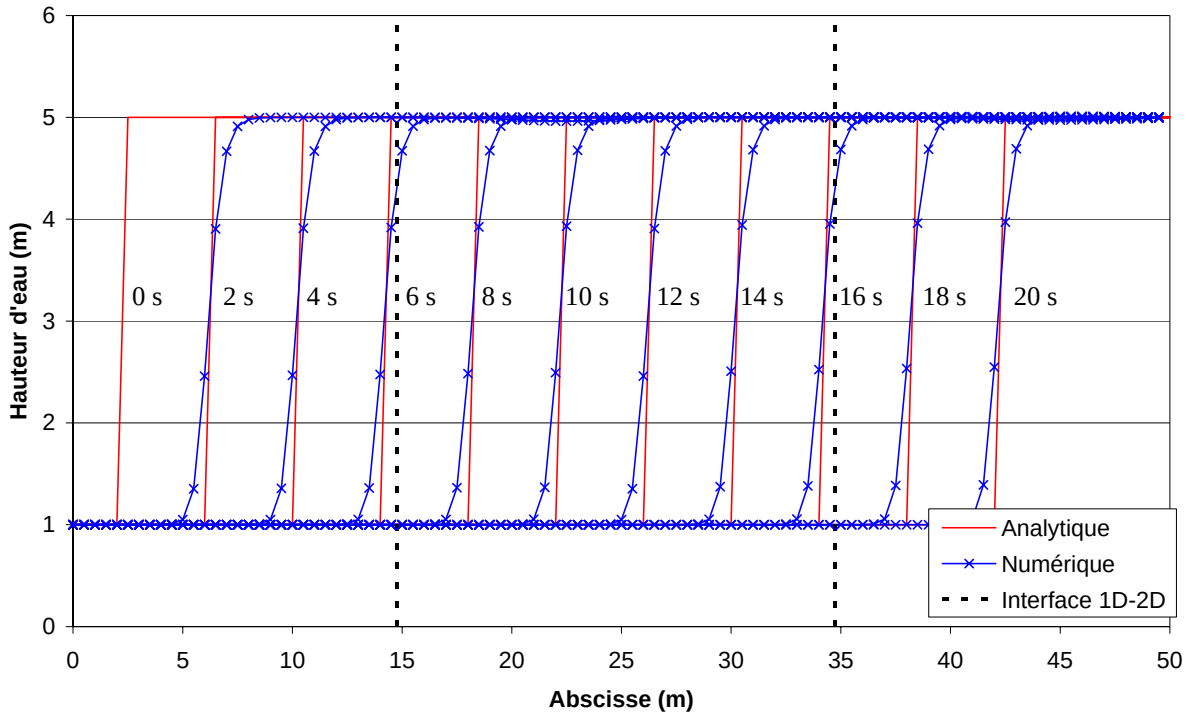


Figure V-35 : Propagation d'un ressaut mobile dans un canal rectiligne lisse à fond plat – Solutions analytique et numérique sur maillage couplé 1D-2D

L'approche proposée montre ici toute son efficacité, avec un ressaut qui est correctement capturé dans les deux modèles, et une vitesse de propagation tout à fait conforme à la théorie. De plus, on constate aisément que le passage de l'interface entre les deux types de modélisation n'induit aucun effet de modification de l'onde.

V.4.4.2 Propagation en rivière

Un second exemple de validation de la technique de couplage a consisté en la modélisation d'un canal sinueux. Dans un premier temps, ce canal a été modélisé totalement en deux dimensions avec le logiciel WOLF2D. La simulation de la propagation d'un hydrogramme de crue a été réalisée comme situation de référence. Ensuite, les parties amont et aval ont été modélisées en une dimension au sein d'une simulation couplée. La modélisation dans ce nouveau domaine de la propagation du même hydrogramme permet une comparaison fiable dans le tronçon central des résultats de l'approche couplée par rapport à ceux de l'approche totalement bidimensionnelle (Figure V-36).

Des mailles de 1 m de coté ont été utilisées pour les deux discrétisations. Le canal fait 10 m de large et 280 m de longueur développée. Il ne présente pas de pente de fond et sa section est rectangulaire. La longueur des tronçons unidimensionnels est de 90 m.

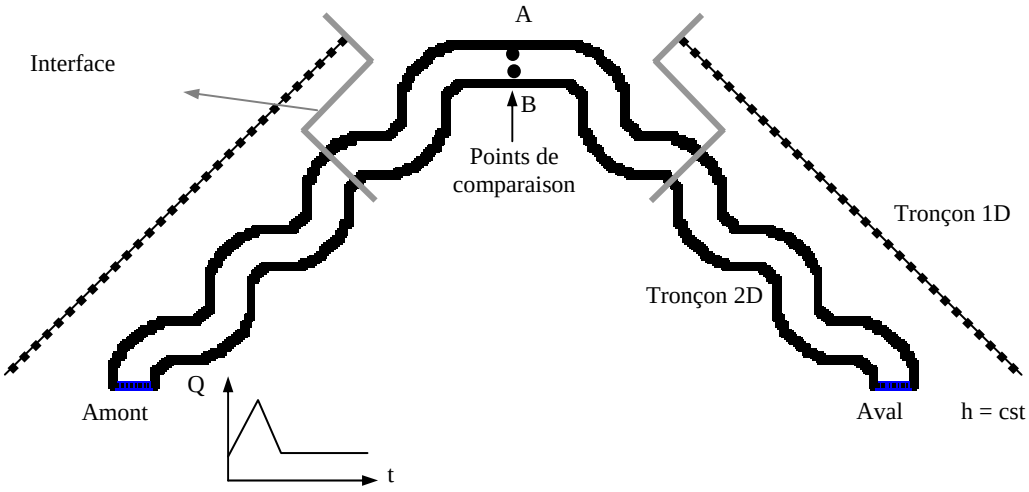


Figure V-36 : Domaine de modélisation pour la simulation totalement bidimensionnelle et la simulation couplée 1D-2D

La condition initiale correspond à un écoulement stabilisé pour un débit de 10 m³/s avec une hauteur d'eau en aval de 1 m. La condition limite aval reste constante durant toutes les simulations. L'hydrogramme injecté en amont correspond à une brusque augmentation du débit de 10 à 40 m³/s en 30 s, avant une décrue tout aussi rapide pour retrouver le débit initial qui reste alors constant. Un hydrogramme bien marqué et facilement visible se propage alors durant plus ou moins 120 s dans le domaine de simulation.

Le coefficient de frottement de Manning est de 0,04 $s/m^{1/3}$ dans le domaine bidimensionnel. Dans les bras unidimensionnels, une valeur de 0,054 $s/m^{1/3}$, plus frottante, a été imposée. Elle a été obtenue par calibration de façon à obtenir les mêmes niveaux d'eau de condition initiale dans l'ensemble du domaine couplé par rapport au domaine totalement bidimensionnel.

On constate déjà ici qu'il importe d'être très attentif à la calibration d'une simulation couplée. En effet, des valeurs de coefficients de frottement obtenues en 2D ne peuvent être utilisées telles quelles en 1D et vice-versa, les effets globalisés dans les lois de frottement étant différents. Autrement dit, il convient d'utiliser des points de calibration / validation des modèles couplés aussi bien dans les tronçons représentés en bidimensionnel que dans ceux modélisés en une dimension.

Deux points A et B (Figure V-36) ont été choisis pour la comparaison des approches. Ils sont localisés respectivement à l'intérieur et à l'extérieur du coude central du canal, et permettent donc d'appréhender la distribution bidimensionnelle des variables hydrodynamiques.

L'évolution temporelle de la hauteur d'eau et de la norme du débit spécifique en ces deux points est représentée à la Figure V-37 et à la Figure V-38.

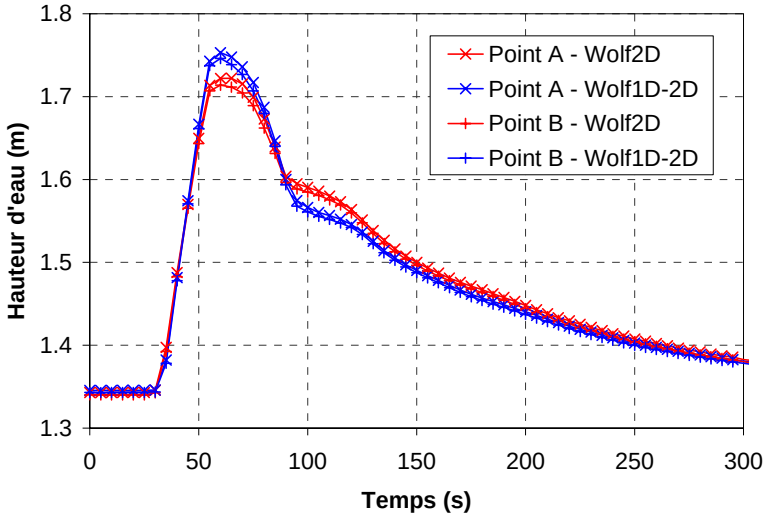


Figure V-37 : Comparaison des deux approches - Evolution de la hauteur d'eau aux points A et B

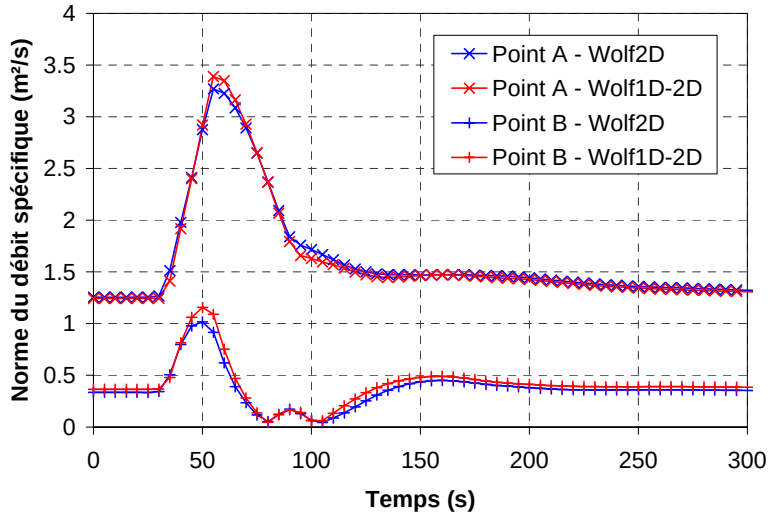


Figure V-38 : Comparaison des deux approches - Evolution de la norme du débit spécifique aux points A et B

L'évolution temporelle des variables hydrodynamiques est assez semblable dans les deux cas. On note une variation de l'amplitude des pics, que ce soit en termes de débits ou de hauteur d'eau. Globalement, les pics de hauteurs d'eau sont plus importants pour la simulation couplée ; c'est l'inverse pour les débits.

Ces différences peuvent s'expliquer en partie par la variation transversale des conditions d'écoulement en amont de la zone modélisée en 2D dans le domaine couplé par rapport à la simulation totalement bidimensionnelle. Les distributions de la vitesse d'écoulement à cet endroit sont différentes dans les deux cas (Figure V-39). En effet, l'écoulement sortant du bras 1D est injecté dans le domaine 2D avec une vitesse constante, alors que l'historique de propagation dans le modèle complètement bidimensionnel montre une distribution de vitesse à cet endroit qui n'est pas uniforme sur la largeur.

Il ne faut pas oublier qu'une perte d'information a lieu par rapport à une solution bidimensionnelle lorsque l'on modélise un bras par son seul axe principal. Le but de la technique de couplage est uniquement de permettre de gagner du temps de calcul et de l'espace mémoire en fournissant un moyen peu coûteux de modéliser des zones pour lesquelles une information distribuée n'est pas forcément nécessaire. Cela n'évite cependant

pas de choisir avec attention la localisation des interfaces entre les deux domaines afin de les positionner en des endroits où la représentation unidimensionnelle à un sens, c'est-à-dire notamment dans des zones où la vitesse est sensiblement constante sur la largeur de la section.

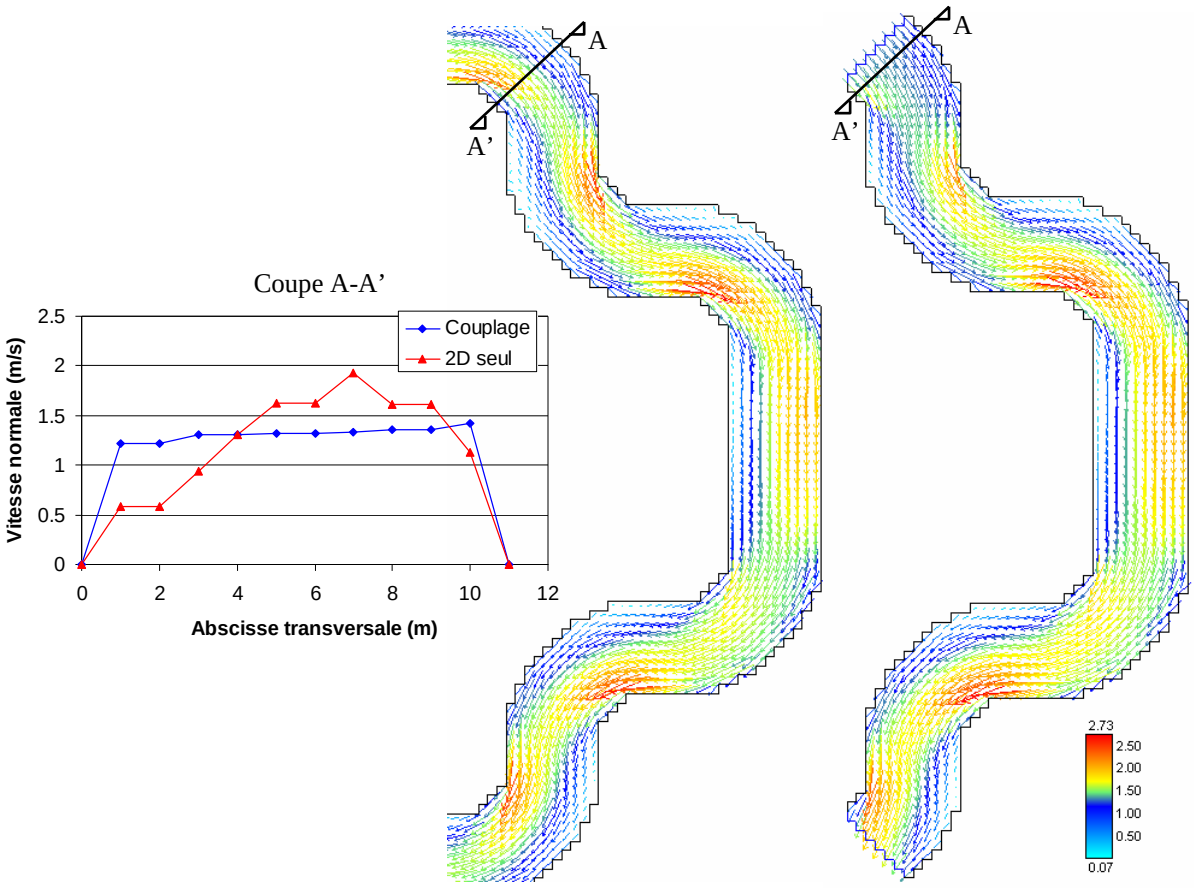


Figure V-39 : Distribution des champs de vitesse dans la zone de modélisation 2D – Comparaison des conditions d'entrée en amont pour les deux méthodes de discrétisation après 65 s de simulation

On peut noter qu'en aval de la zone modélisée en 2D, la distribution des vitesses d'écoulement sur la largeur est sensiblement identique dans les deux cas, aucune imposition d'interface ne venant détériorer la représentation bidimensionnelle à cet endroit.

De façon générale, on constate qu'aucun effet de réflexion ou de génération d'ondes indésirables n'apparaît dans les zones de couplage. Les effets hydrodynamiques bidimensionnels principaux sont bien représentés aux points de comparaison.

Le nombre de mailles de calcul dans le premier cas est de 2860 contre 1346 pour la simulation couplée. Grâce à cela, le temps de calcul est réduit dans le second cas de l'ordre de 55 pourcents.

On peut donc conclure que l'approche de couplage intelligemment appliquée est efficace pour diminuer les capacités d'espace mémoire nécessaires ainsi que le temps de calcul de simulations bidimensionnelles, sans pour autant détériorer les résultats au droit de zones potentiellement intéressantes.

V.5 Applications

V.5.1 Présentation des cas

Au-delà des tests de validation décrits ci-dessus, le code multibloc WOLF2D est largement appliqué par l'équipe du HACH pour mener bon nombre d'études, qu'elles aient trait à

l'évaluation de l'impact hydraulique de constructions existantes ou anciennes [116, 122], au design d'ouvrages [115], à l'évaluation des risques liés à des ruptures de barrages [117] ou encore à de la recherche fondamentale et appliquée sur des phénomènes hydrauliques spécifiques et leurs conséquences hydrodynamiques [33]. Le modèle a par ailleurs été retenu par le Gouvernement wallon et est actuellement exclusivement utilisé pour la détermination par calcul hydraulique de l'emprise des zones inondables sur le territoire de la Région wallonne.

Nous nous proposons ici de présenter trois cas d'applications qui font appel, d'une façon de plus en plus complète, aux spécificités du code qui viennent d'être décrites.

Un premier exemple exploite la seule option de calcul par blocs pour modéliser les conséquences hydrodynamiques de la rupture du barrage de Malpasset. La simulation de cette catastrophe, survenue en France fin des années soixante, permet d'illustrer l'efficacité et la précision du logiciel pour fidèlement prévoir la propagation d'ondes de rupture sur topographie réelle, tout en assurant un temps de calcul et des besoins en espace mémoire tout à fait acceptables pour des études de scénarios de rupture divers ou d'optimisation d'aménagements susceptibles d'atténuer les effets de tels événements.

Le second exemple utilise les options de calcul multibloc et de modèles variés pour la mise au point d'un nouveau design du bassin de dissipation d'énergie en aval d'un barrage belge qui présente un coursier lisse d'évacuation des crues. Cette application envisage la simulation d'un seul tenant des écoulements en amont, sur et en aval de la structure, avec stabilisation d'un ressaut dans le bassin de dissipation. Cela représente, à notre connaissance, un calcul jamais envisagé jusqu'à présent. Les éléments disponibles pour la validation montrent l'exactitude et la fiabilité des simulations réalisées.

Finalement, le dernier exemple d'application décrit les simulations couplées 1D-2D avec blocs multiples qui ont été réalisées dans le cadre de l'étude des problèmes hydrauliques relatifs à la quatrième écluse de Lanaye en Belgique. Les modélisations destinées à appréhender les problèmes de propagation des ondes de sassement dans le bief aval de plusieurs kilomètres de long sont notamment exposées en détail.

V.5.2 La rupture du barrage de Malpasset

V.5.2.1 Historique

Implanté dans un rétrécissement de la vallée du Reyran, quelques kilomètres en amont de la ville de Fréjus dans le département du Var en France, le barrage de Malpasset a été érigé au lendemain de la seconde guerre mondiale pour des besoins d'irrigation et de production d'eau potable, problèmes récurrents dans ces contrées à la pluviosité fort variable. C'était un barrage en béton, du type voûte à double courbure, de plus de 66 m de haut sous fondations. Sa longueur en crête était de 223 m et le volume maximal de la retenue de l'ordre de 50 millions de mètres cube. La très faible épaisseur de la voûte en tête, pas plus de 1,5 m, en faisait à l'époque le barrage le plus mince d'Europe.

Malgré l'achèvement des travaux en 1954, le remplissage de la retenue n'est pas encore terminé en décembre 1959 quand des pluies diluviennes s'abattent sur la côte d'Azur. Les derniers mètres du réservoir sont remplis en quelques heures, en dépit de l'ouverture de la vanne de vidange. Le 2 décembre, peu après 21 heures, le barrage se rompt entièrement, libérant instantanément plusieurs dizaines de millions de mètres cube d'eau. L'onde de rupture s'est propagée sur 12 kilomètres, traversant la ville de Fréjus avant d'atteindre la mer Méditerranée en emportant tout sur son passage et causant la mort de 423 personnes [63].

Les investigations effectuées après l'accident ont montré que les facteurs clés ayant conduit à la rupture étaient les sous-pressions dans les roches et la géologie du terrain en rive gauche de l'ouvrage. Sous l'augmentation de la pression induite par l'élévation brutale du niveau d'eau, la voûte s'est désolidarisée de son appui en rive gauche et s'est ouverte en tournant comme une porte autour de son extrémité droite avant de s'effondrer.



Figure V-40 : Le site du barrage de Malpasset aujourd'hui

V.5.2.2 Eléments de validation

Bien documenté, ce dramatique accident a été utilisé dans le cadre du projet européen CADAM comme un cas test pour valider des codes de calcul à même de prédire les conséquences hydrodynamiques de la rupture d'un ouvrage de retenue [63, 99].

Par exemple, trois transformateurs électriques situés dans la vallée en aval du barrage ont été détruits lors de la catastrophe. L'heure de leur destruction permet d'appréhender la cinétique de propagation de l'onde de rupture. D'autre part, un relevé effectué par la police inventorie la limite d'extension de l'inondation sur les deux rives du Reyran, et procure des indications très précieuses sur les hauteurs d'eau maximales atteintes. Enfin, en 1964, la société Electricité de France (EDF), par ailleurs participant au CADAM, a réalisé un modèle réduit du site à l'échelle 1/400^{e} et y a entrepris des simulations de la catastrophe. Après calibration sur base des données réelles de l'évènement, le modèle a fourni des données de niveaux d'eau et de temps de propagation supplémentaires.

Au total, c'est presque une trentaine de mesures couvrant la majeure partie du site d'étude qui sont disponibles pour valider les résultats de calcul (Figure V-41).

V.5.2.3 Données de simulation

Suite aux importants remaniements topographiques subis durant l'accident par la vallée du Reyran en aval de l'ouvrage, des anciennes cartes du site ont été utilisées pour générer l'information topographique indispensable à la réalisation d'une modélisation numérique. 13 541 points définis par leurs coordonnées (x,y,z) ont été digitalisés par EDF [63]. Ils couvrent une zone de 17,5 sur 9 km qui englobe la retenue et l'ensemble de la vallée jusque la

ville de Fréjus et la mer Méditerranée. Ces données ont été interpolées dans le logiciel WOLF de façon à générer une information topographique distribuée sur les 180 000 volumes finis constituant le domaine de simulation envisagé pour la modélisation à l'aide du logiciel WOLF2D.

Quatre blocs de calcul ont été définis, avec des tailles de mailles carrées variant de 5 m à proximité du barrage et dans les méandres de la vallée, à 30 m dans la plaine de la ville de Fréjus (Figure V-41) [43]. Un premier bloc recouvre la retenue du barrage avec une taille de maille de 10 m. En effet, cette zone, comme celle du bloc 2 en aval qui fait appel à la même taille de maille, est assez encaissée et donc des mailles relativement fines doivent être utilisées. Dans la plaine de Fréjus en aval par contre, des mailles de 30 m ont été choisies de par le relief assez plat et la grande étendue à couvrir. Un dernier bloc détaille la position initiale du barrage et les deux premiers coudes très serrés de la vallée avec des mailles fines de 5 m.

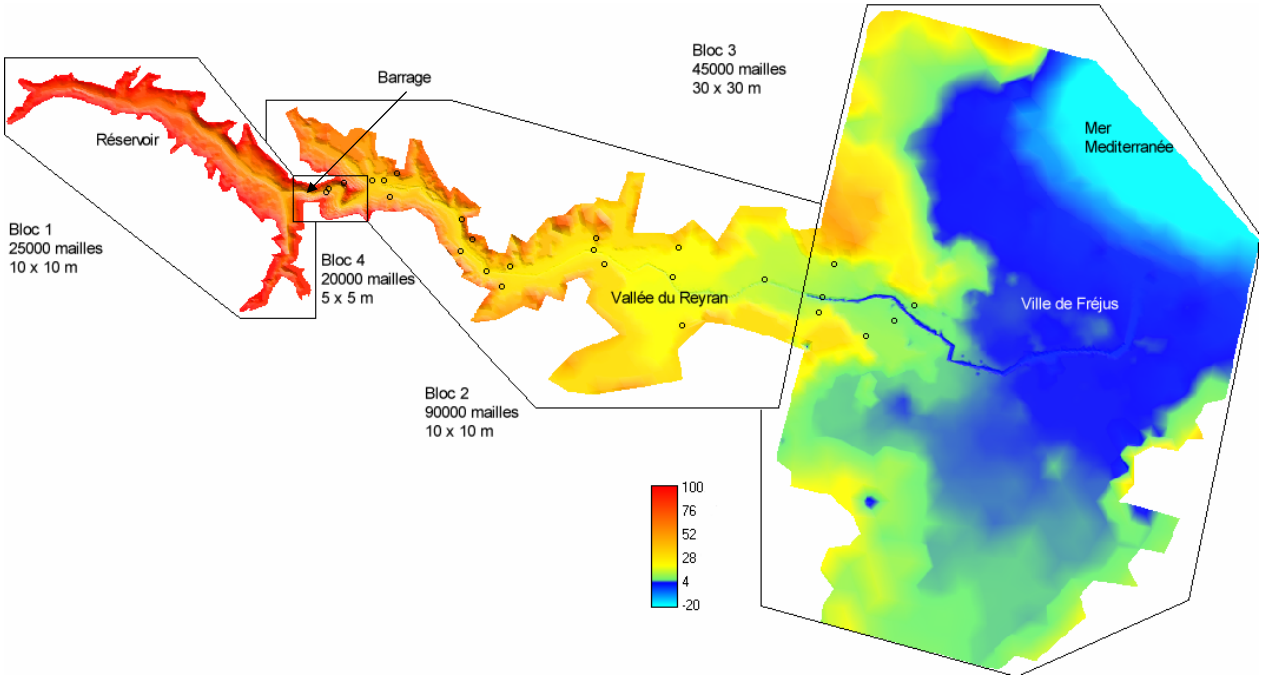


Figure V-41 : Vue ombrée du modèle numérique de terrain du site - Définition des blocs de calcul et de la taille des mailles - Localisation des données de validation

La simulation de la rupture a été réalisée à l'aide du logiciel WOLF2D au départ des seules données nécessaires de topographie. L'unique paramètre du problème était le coefficient de frottement (K) du sol. Plusieurs valeurs ont donc été testées dans sa gamme physiquement significative pour ce genre de situation.

La condition initiale du problème était la présence d'un mur d'eau à l'emplacement du barrage, dont la hauteur correspondait au niveau de retenue avant la catastrophe. Le reste de la vallée en aval est sec et le niveau de la mer Méditerranée est fixé à la cote 0.

La simulation consiste donc à calculer la propagation d'une onde de rupture sur fond sec en topographie réelle. Aucune condition limite n'est imposée au modèle si ce n'est une altitude de surface libre constante à la cote 0 dans la mer. La transition entre les zones sèches et humides par remontée topographique constitue une condition limite automatiquement définie par le logiciel en cours de simulation.

V.5.2.4 Options du calcul multibloc

Outre la décomposition du domaine de calcul en plusieurs zones dont la taille de maille varie selon la géométrie, la topographie et les conditions hydrodynamiques, des balises ont été

utilisées pour économiser au maximum l'espace mémoire et le temps de calcul nécessaires. Ainsi, le calcul est mené au début pour les blocs 1 et 4, puis le bloc 2 est activé quand le front d'onde sort des coudes de la vallée juste en aval du barrage. Le bloc 3 n'est activé qu'après 900 secondes, quand l'onde de rupture rejoint la plaine de Fréjus.

Ce canevas de modélisation permet de débuter la simulation sur un maillage de 45 000 éléments de calcul potentiels, dont 30 600 sont réellement évalués, pour atteindre in fine un domaine de modélisation de 182 200 volumes finis, dont 103 800 sont sous eau. La zone couverte par la mer Méditerranée n'est notamment calculée qu'à partir de l'instant où l'onde de rupture pénètre dans le bloc 3. Globalement, l'utilisation de balises permet un gain en temps de calcul de l'ordre de 16 pourcents sur les 500 premières secondes de propagation.

La gestion itérative de l'assèchement des mailles est utilisée. L'ensemble des bords de la simulation étant imperméables, elle permet de conserver exactement le volume d'eau dans le domaine de calcul. Si cette gestion n'est pas utilisée, on constate une augmentation de 0,5 pourcents des quantités d'eau impliquées.

Cette proportion de variation de volume pourrait sembler incongrue fasse à l'augmentation de 15 pourcents du temps de calcul nécessaire à la gestion des assèchements. Le volume d'eau impliqué dans ce cas précis est néanmoins de 250 000 m^3, mais, surtout, sa valeur est a priori impossible à évaluer, car elle dépend étroitement de la topographie du site étudié et des options choisies pour le calcul (nombre de Courant, taille de maille,…). Ne pas se préoccuper de l'assèchement des mailles relève donc de l'inconscience puisque ses conséquences ne sont pas prévisibles.

V.5.2.5 Résultats

La simulation a été menée sur les 5 000 secondes qui ont suivi la rupture brutale et instantanée du barrage.

Le passage des ondes d'un bloc à l'autre se réalise de façon continue, que ce soit pour l'onde de rupture en aval ou l'onde de dépression dans le réservoir. Les Figure V-42 et Figure V-43 illustrent la propagation des vecteurs de débit spécifique de part et d'autre du bloc fin à 5 m vers les blocs à 10 m, respectivement sur une visualisation des altitudes de surface libre 20 secondes après la rupture et une visualisation des hauteurs d'eau après 80 secondes de propagation. La transition de maille est bien visible mais la distribution du débit spécifique sur la largeur de l'écoulement est concordante de part et d'autre des interfaces, de même que les hauteurs d'eau ou les altitudes de surface libre.

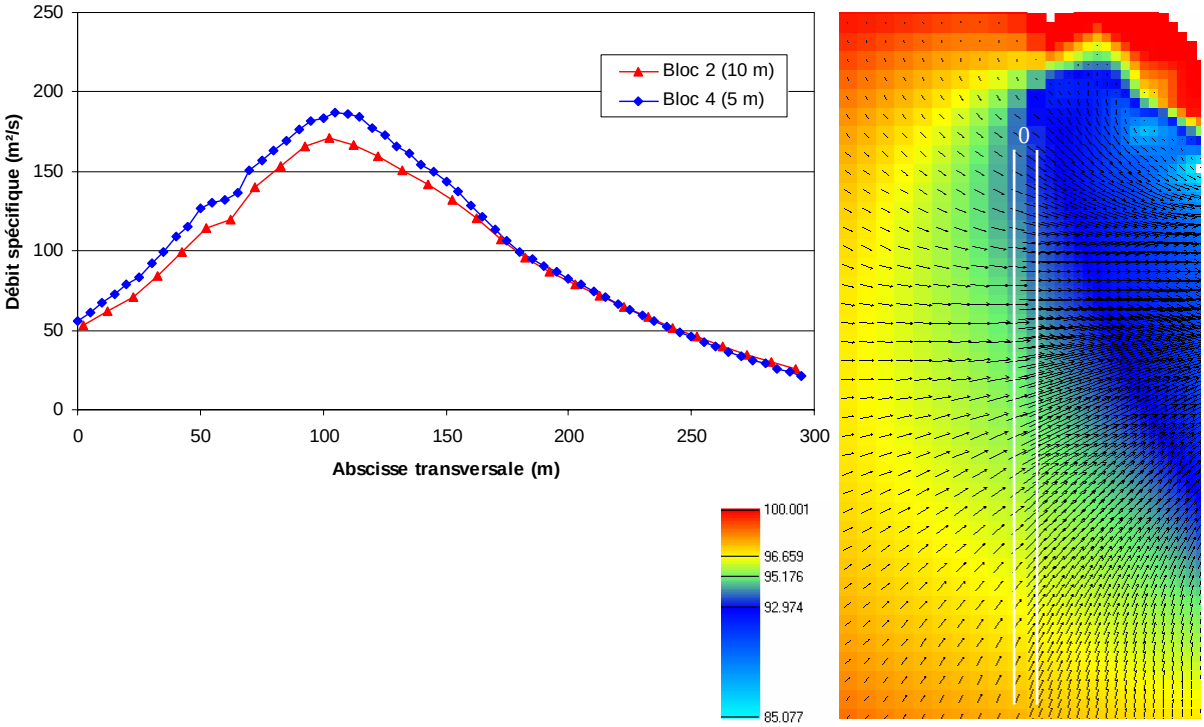


Figure V-42 : Interface entre le bloc à 5 mètres et le bloc à 10 mètres dans le réservoir, 20 secondes après la rupture. A droite, vecteurs de débit spécifique sur une visualisation des altitudes de surface libre.

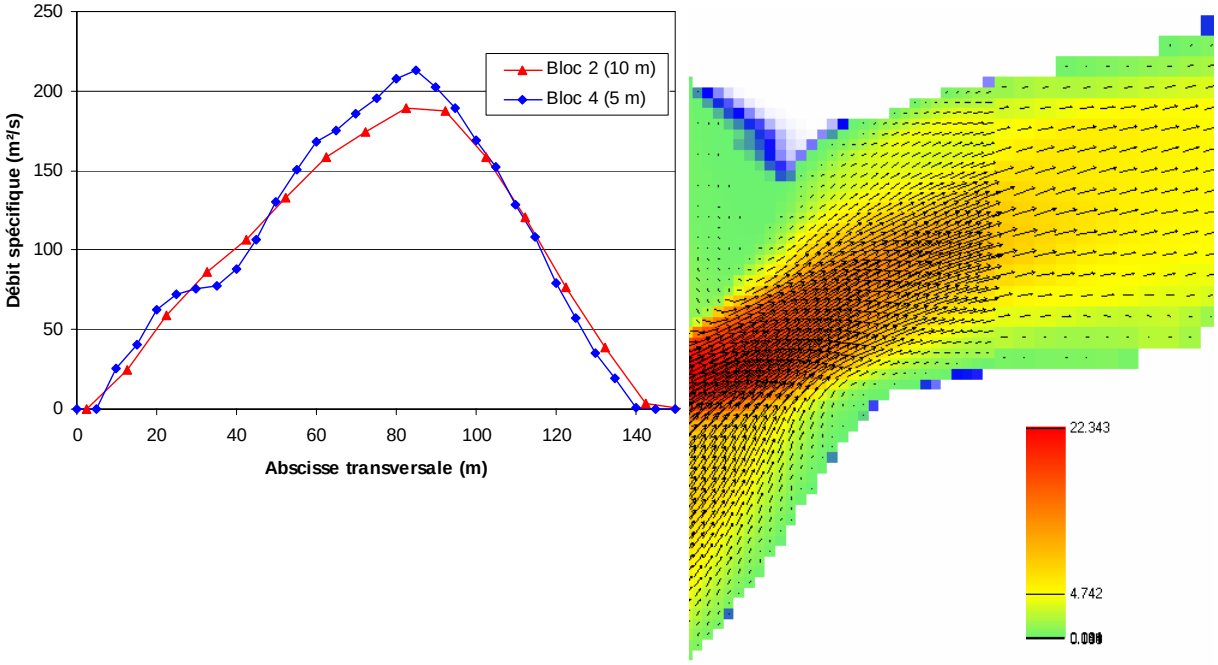


Figure V-43 : Interface entre le bloc à 5 mètres et le bloc à 10 mètres dans la vallée en aval du barrage, 80 secondes après la rupture. A droite, vecteurs de débit spécifique sur une visualisation des hauteurs d'eau.

Les Figure V-44 et Figure V-45 illustrent la comparaison des résultats de la simulation par rapport aux mesures de terrain et de laboratoire.

La Figure V-44 représente les temps de propagation de l'onde de rupture. Les points A, B et C sont relatifs à la coupure des transformateurs électriques. L'appareil du point A était localisé en fond de vallée, son heure d'arrêt correspond exactement à l'heure d'arrivée de la vague. Pour les deux autres transformateurs, étant donné que l'instant de coupure est situé entre

l'heure d'arrivée de la vague et le moment où la hauteur d'eau maximale a été atteinte, le temps de déphasage entre les deux coupures est le plus représentatif.

De façon générale, on constate la bonne correspondance entre les temps d'arrivée du front calculés et ceux observés sur le modèle réduit (S6 à S14). La valeur du coefficient de frottement K de 35 $m^{1/3}/s$ semble la mieux adaptée, ce qui correspond aux conclusions de l'étude sur modèle réduit.

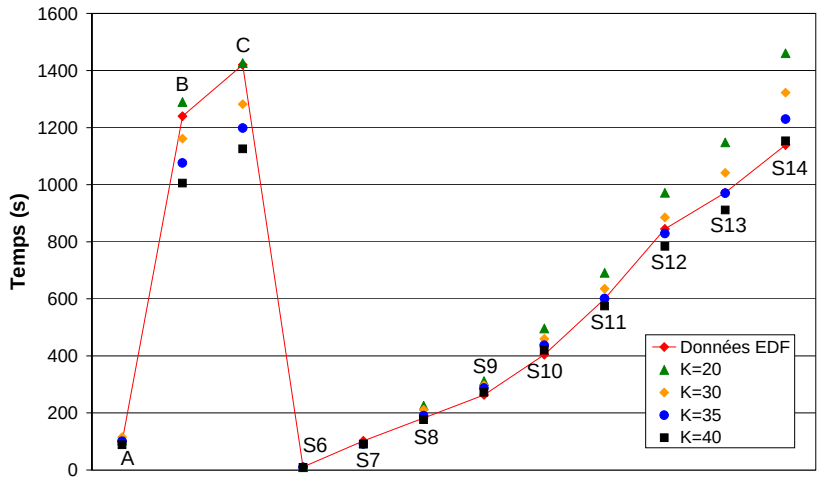


Figure V-44 : Temps d'arrivée du front aux transformateurs électriques (A à C) et aux jauges du modèle réduit (S6 à S14)

Les niveaux d'eau maximums atteints, représentés à la Figure V-45, montrent également la validité de la modélisation numérique, d'autant plus si l'on garde à l'esprit la relative précision des données topographiques utilisées. La faible influence de la valeur du coefficient de frottement est intéressante à constater.

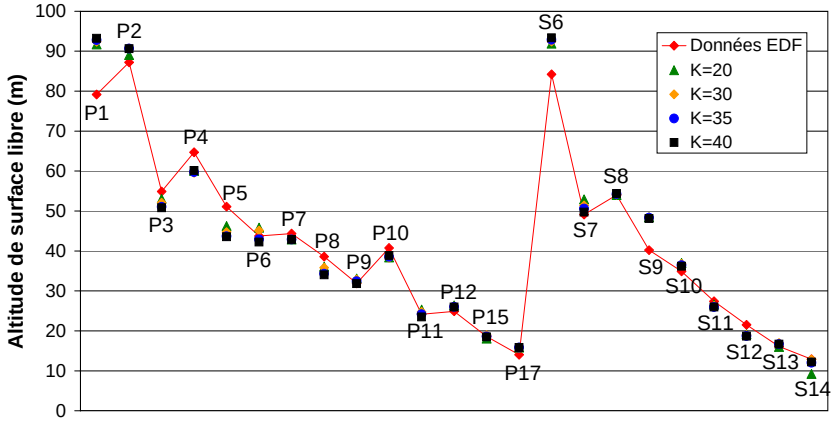


Figure V-45 : Niveaux d'eau maximum aux points relevés par la police (P1 à P17) et aux jauges du modèle réduit (S6 à S14)

L'interface WOLF permet une édition facile de cartes de risque, notamment en représentant les temps de propagation du front et les niveaux d'eau maximum. Ces cartes permettent également de corroborer les bons résultats de la modélisation, par exemple en regard de l'extension de l'inondation relevée par la police (Figure V-46 et Figure V-47).

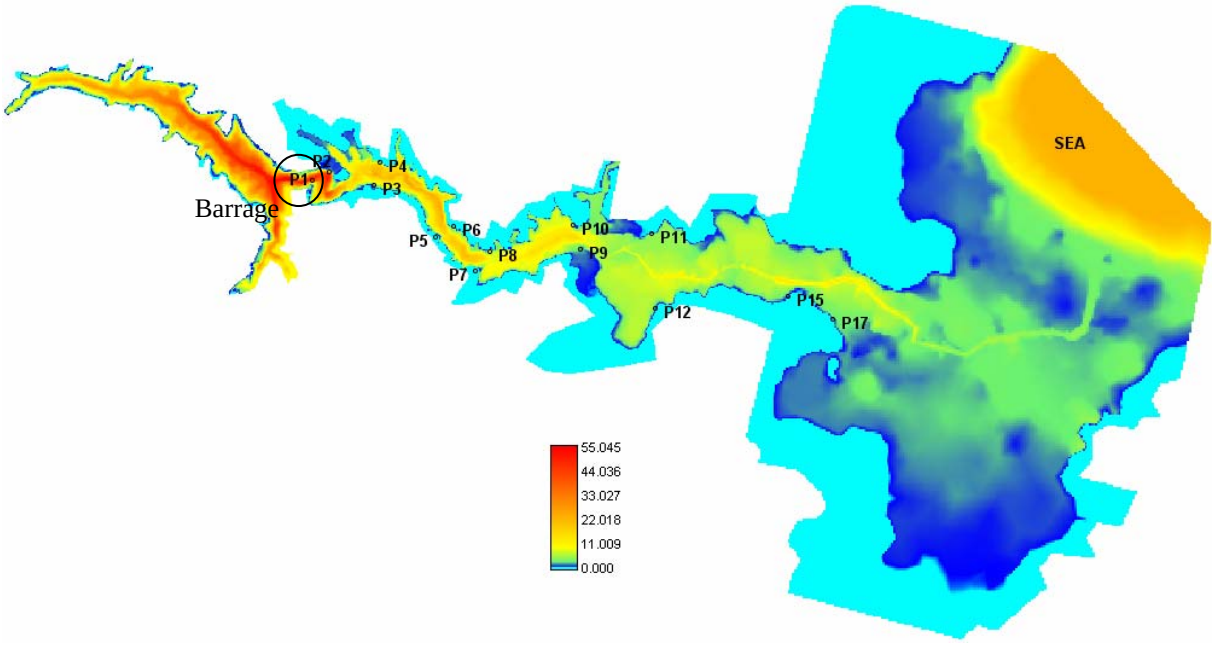


Figure V-46: Carte des hauteurs d'eau maximales - Validation de l'extension de l'inondation par rapport au relevé de la police

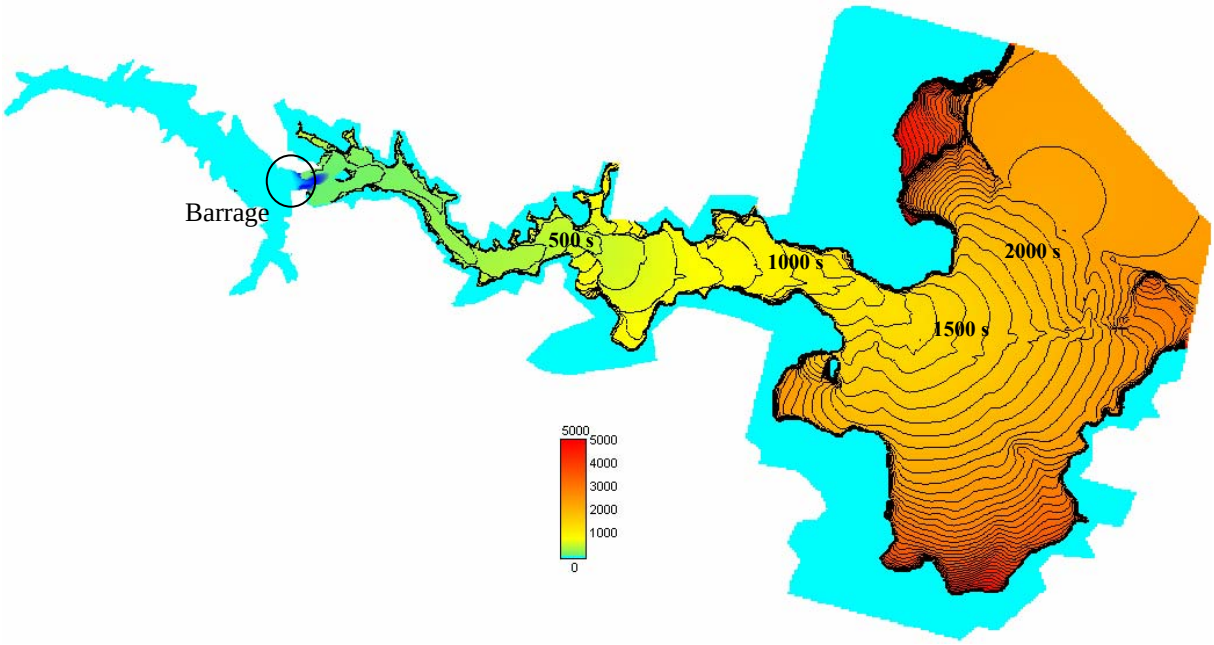


Figure V-47 : Carte des temps d'arrivée du front – Représentation de courbes d'isovaleurs par pas de 100 s

V.5.3 Dimensionnement hydraulique d'un bassin de dissipation

V.5.3.1 Préambule

Dans la perspective globale des changements climatiques, la réhabilitation des structures hydrauliques est un sujet d'actualité qui requiert des études d'impact et de dimensionnement adaptées. Dans ce cadre, la mise à niveau des capacités d'évacuation des ouvrages de retenue est un point d'importance quand l'on prend conscience des conséquences souvent irréversibles, tant au niveau de la structure qu'à son aval, d'une montée mal maîtrisée des eaux dans la retenue.

Aujourd'hui, des modèles numériques adaptés, tels ceux développés au HACH notamment durant cette recherche doctorale, donnent aux ingénieurs la possibilité d'appréhender les

situations complexes induites sur les structures réelles par des événements extrêmes, avec une représentativité et une précision sans cesse croissantes.

Dans cet exemple d'application, les études de réhabilitation du barrage de Nisramont sur l'Ourthe en Belgique sont présentées, et en particulier les résultats du dimensionnement hydraulique d'un nouveau bassin de dissipation.

V.5.3.2 Le barrage de Nisramont

Localisé sur l'Ourthe, quelques kilomètres en amont de la ville de La Roche, le barrage de Nisramont a été mis en service en 1958 et devait servir, à l'époque, comme batardeau durant la construction d'une structure majeure en aval retenant 250 hm³. Ce second barrage n'ayant jamais été construit, le barrage de Nisramont est devenu par la force des choses un ouvrage définitif assurant l'alimentation en eau d'une grande partie de la population du sud de la Belgique, ainsi que la production d'électricité.

De type poids en béton (Figure V-48), le barrage est haut de 21 m, sa longueur en crête est de 116 m pour un volume total de 22 000 m³. La crête du barrage est à la cote 276 m. La surface de la retenue est de 47 ha pour un volume stocké de +/- 3 millions de m³. La surface du bassin versant est de 74 000 ha.



Figure V-48 : Barrage poids en béton de Nisramont

Le barrage est équipé d'un évacuateur de crues de surface composé de trois passes de 12,5 m de large dont le seuil est calé à la cote 272 m. L'ouverture des passes est réglée par des vannes wagon descendantes dont le mécanisme de commande par câbles est logé dans des piles de 2,6 m de large entre les passes. Le niveau maximal du réservoir est à la cote 275 m pour un débit maximal théorique de 427 m³/s, les 3 passes de surface étant totalement ouvertes.

En aval des passes, le déversoir présente un profil de type Creager suivi d'un coursier à pente constante de 5,3 m de long, qui se raccorde par un profil en arc de cercle à un bassin de

dissipation à pente constante vers l'aval de +/- 0,33%. Le bassin, de 42,7 m de large, est calé en amont à la cote 261,2 m et se termine par un redent profilé de 1,2 m de haut, situé 32 m en aval du pied du coursier.



Figure V-49 : Détails du coursier et du bassin de dissipation du barrage de Nisramont

Les vidanges de fond sont constituées de pertuis de section octogonale de 3 m de haut, 3 m de large, pour une superficie de 7,46 m². Chaque pertuis est placé dans l'axe d'une passe de l'évacuateur de surface. Côté réservoir, le radier des pertuis est positionné à la cote 262,2 m. A l'exutoire, dans le bassin de dissipation, il est à la cote 261,2 m. Leur longueur étant de 17,2 m, les pertuis présentent une pente constante vers l'aval de 5,8 %. Ces trois conduites sont obturées à leur partie amont par une bouchure fixe en béton. Il n'est donc pas possible à l'heure actuelle de gérer le niveau du lac par des vidanges de fond. De plus, l'augmentation régulière des fuites suggère de procéder à une réhabilitation des bouchures en les rendant manœuvrables.

V.5.3.3 Objectifs de l'étude

De par les perspectives temporaires de son utilisation, le bassin de dissipation de l'évacuateur de crues de surface a été sous-dimensionné par rapport à un usage à long terme. Il en va de même des trois pertuis de fond qui n'ont jamais été équipés d'un système de vannes et sont par conséquent inutilisables pour la gestion de l'ouvrage.

Dans le but de sécuriser la structure et de la mettre en conformité avec ses objectifs de fonctionnement définitif tout en tenant compte des observations relatives aux changements climatiques, la Direction des Barrages de l'Est (D.241) du Ministère wallon de l'Equipement et des Transports (MET) a confié au HACH la mission d'évaluer les valeurs critiques actualisées de débit de crue sur l'ouvrage ainsi que d'étudier un système en adéquation avec ces nouveaux débits de dimensionnement pour la réhabilitation des vidanges de fond et l'évacuation des crues vers l'aval.

Cette étude a, pour l'essentiel, été réalisée à l'aide des logiciels de la suite WOLF qui ont été appliqués à la modélisation d'événements extrêmes réellement observés sur l'ouvrage avant d'être utilisés pour la détermination des nouveaux débits de pointe et le dimensionnement du bassin de dissipation [115, 125].

Une première partie a consisté en une évaluation hydrologique du bassin versant de l'ouvrage menée sur deux plans complémentaires : d'une part une analyse statistique des données de débit entrant dans la retenue depuis la mise en service de l'ouvrage et jusqu'à l'année 2001, d'autre part une simulation numérique de l'écoulement hydrologique sur le bassin versant, à l'aide du logiciel WOLFHydro, au départ de données de pluie fournies par les courbes Intensité - Durée - Fréquence (courbes IDF) de la station météorologique la plus proche [125]. Cette première phase a permis de démontrer que la capacité toutes passes ouvertes de l'évacuateur de surface correspond à une crue décamillénale actualisée et reste donc acceptable. Le blocage d'une passe n'assure, par contre, une sécurité que jusqu'à un débit de période de retour de 200 ans, ce qui implique que l'équipement des vidanges de fond est nécessaire pour assurer une sécurité suffisante de l'ouvrage. D'autre part, le débit de dimensionnement finalement retenu pour la réhabilitation du bassin de dissipation correspond au débit millénal majoré dans l'intervalle de confiance à 90% jusqu'à 375 m³/s.

Dans un second temps, une solution d'équipement des vidanges de fond, simple et peu coûteuse en nouvelles structures, a été mise au point en accord avec l'Administration. Elle consiste à équiper chaque pertuis séparément avec deux vannes papillon ainsi qu'un batardeau, glissant sur la face amont du barrage.

Dans ce travail, nous allons présenter les simulations bidimensionnelles qui ont été réalisées durant la troisième phase pour mettre à jour les dimensions du bassin de dissipation de l'ouvrage en accord avec ses nouvelles exigences de fonctionnement.

V.5.3.4 Modèle numérique du site

La donnée de base d'une modélisation déterministe hydraulique à surface libre est une topographique précise de l'ensemble de la zone d'étude, le relief étant le principal moteur de l'écoulement et le principal responsable des perturbations locales. Il est aussi le siège des dissipations globales d'énergie. Une grande attention a donc été apportée à la réalisation d'un modèle numérique de terrain (MNT) du bassin versant de Nisramont, de la retenue, de l'ouvrage et de la rivière en aval, pour une emprise totale et une discrétisation en accord avec les phénomènes envisagés.

Les informations utilisées pour générer le MNT proviennent de diverses sources :

- Les cartes topographiques de l'Institut Géographique National (IGN) pour l'ensemble de la zone d'étude,
- Les plans topographiques de la retenue avant remplissage,
- Les plans de construction de l'ouvrage,
- Des profils en travers du lit mineur de la rivière en aval,
- Un MNT global des zones émergées acquis par relevé laser aéroporté avec une précision de 1 point par mètre carré et de 15 cm en altitude,
- Diverses photos de l'ouvrage depuis sa construction jusqu'à ce jour.

Toutes ces sources, une fois digitalisées et référencées dans le même système de coordonnées géographiques (Système belge Lambert 72), constituent une base solide à la génération d'un MNT distribué sur un grid régulier, à même d'être utilisée directement dans les logiciels de la suite WOLF.

Un total de trois MNT distribués distincts ont été construits pour l'ensemble des études numériques : un modèle du bassin versant avec des mailles de 100 m pour l'étude

hydrologique, un modèle de la retenue et du corps du barrage avec des mailles de 1 m (Figure V-50), et un modèle plus précis du barrage, de son bassin de dissipation et de la rivière en aval discrétisés avec des mailles carrées de 25 cm de coté pour le dimensionnement hydraulique (Figure V-51). Un MNT bidimensionnel de l'Ourthe en aval de l'ouvrage, composé de sections transversales de la rivière espacées de 25 m et couvrant un tronçon de 600 m (Figure V-50), est venu compléter cet ensemble de représentations tridimensionnelles pour des calculs spécifiques.

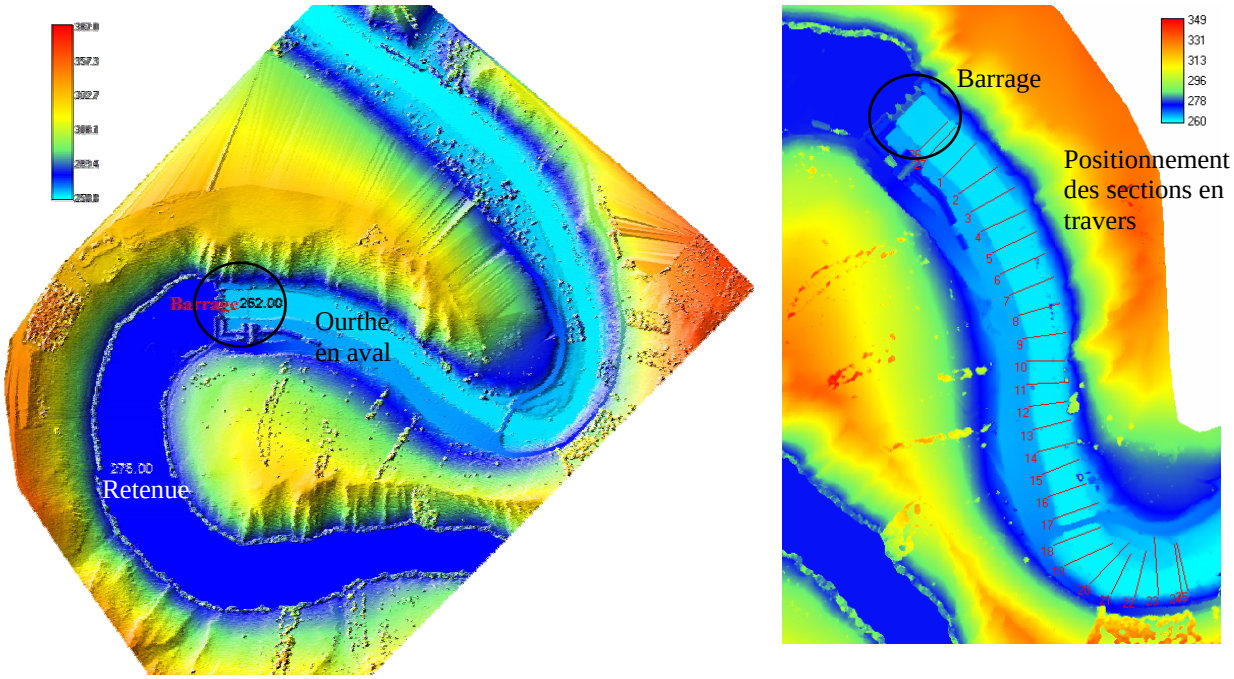


Figure V-50 : Sources pour la construction du MNT - Topographie laser brute (2nd écho) du site d'étude et positionnement des sections en travers du lit mineur de l'Ourthe en aval

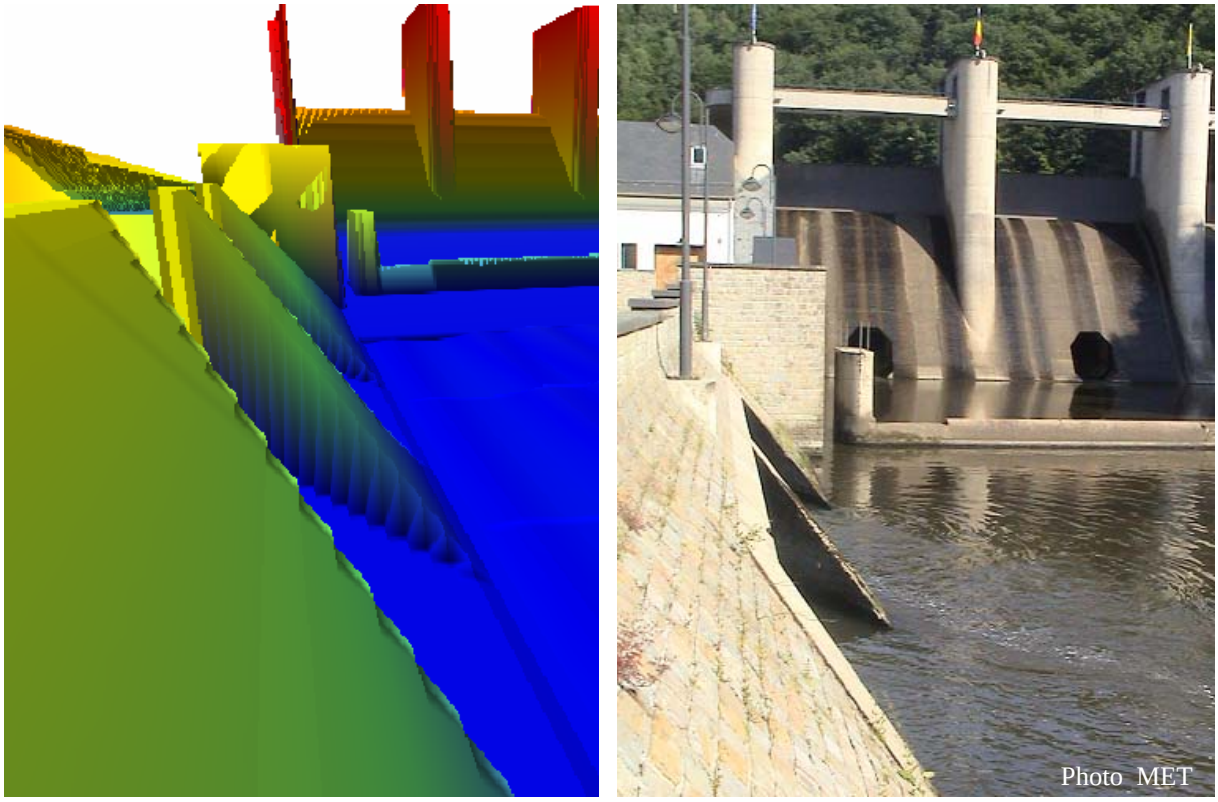


Figure V-51 : Modèle numérique de terrain à 25 cm du barrage et de son proche aval

Les différents modèles sont bornés dans la rivière en aval au niveau d'un limnigraphe du SETHY[33] dont la courbe de tarage procure des valeurs fiables de condition limite. L'extension latérale a été déterminée de telle façon que la limite d'un écoulement soit toujours le résultat d'une remontée topographique réelle du terrain pour toute la gamme des débits envisagés, et ce aussi bien dans la retenue que dans l'Ourthe en aval.

V.5.3.5 Conditions d'écoulement dans la retenue

Même si les capacités de calcul à blocs multiples du logiciel WOLF2D permettent la modélisation d'un seul tenant de zones géométriquement importantes et à topographie très variée, un premier ensemble de simulations de la retenue a été réalisé de façon à définir précisément les conditions d'alimentation en amont du barrage. Ces dernières ont servi dans un second temps de conditions aux limites amont à l'ensemble des simulations détaillées du fonctionnement hydraulique des ouvrages d'évacuation des crues [125].

Cette approche en deux temps se justifie pleinement par les gains en temps de calcul qu'elle procure, que ce soit par une réduction du nombre de mailles de calcul ou par une diminution de la distance de propagation des ondes dans le modèle numérique. En effet, la zone ainsi étudiée se situe en amont du barrage et n'est en rien perturbée par les modifications structurelles qui vont être testées. En conséquence, il est inutile de considérer explicitement son étendue dans les simulations détaillées et répétitives de l'ouvrage.

V.5.3.6 Domaine de simulation multibloc

Le domaine de simulation a été découpé en quatre blocs utilisant des tailles de mailles de calcul de 25 cm à 1 m (Figure V-52).

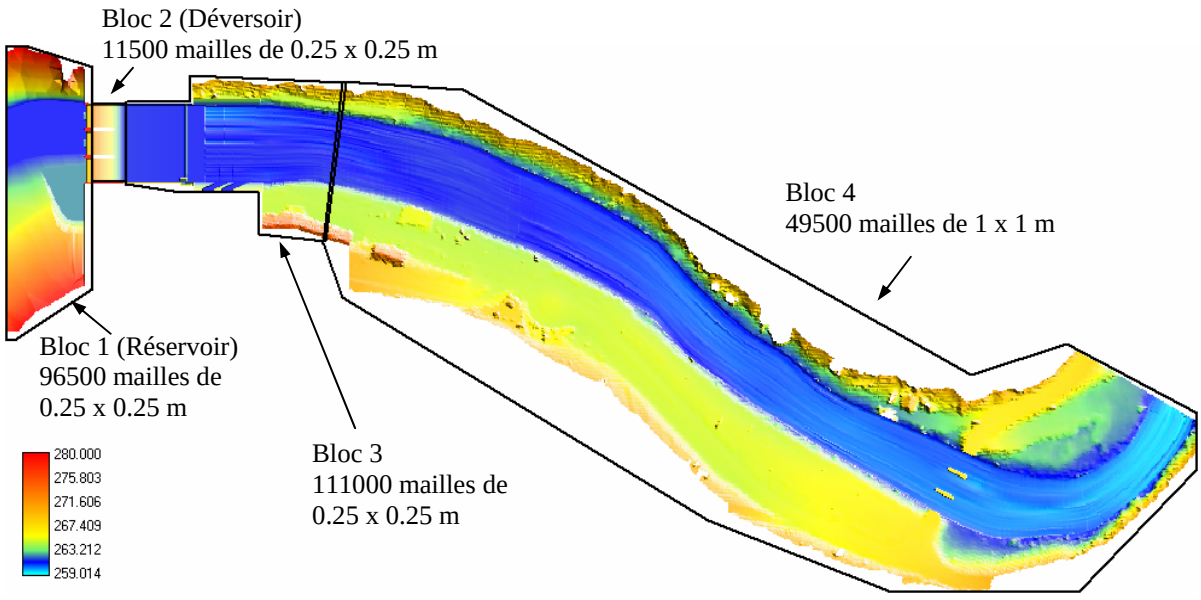


Figure V-52 : Topographie du domaine de modélisation et définition des différents blocs de calcul

Un bloc a été défini en amont de l'ouvrage (A), un autre sur le coursier (B), un troisième couvre la zone du bassin de dissipation (C) et le dernier représente la rivière naturelle jusqu'à la limite aval de modèle (D). Les formes classiques des équations des eaux peu profondes, c'est-à-dire celles écrites en coordonnées cartésiennes, sont résolues partout sauf dans le second bloc (B) où c'est la forme écrite en coordonnées curvilignes qui est utilisée. Dans les blocs B, C et D, les inconnues de calcul sont la hauteur d'eau et les débits dans le plan

[33] SETHY : Service d'Etudes Hydrologiques - Direction Générale des Voies Hydrauliques - Ministère wallon de l'Equipement et des Transports

préférentiel d'écoulement, alors que dans le bloc en amont du barrage (A), la hauteur d'eau et les vitesses d'écoulement ont été choisies comme inconnues principales, de façon à évaluer correctement la charge en amont de l'ouvrage et le passage de l'écoulement sur le seuil.

Les fonctionnalités de WOLF2D permettant de changer de modèle mathématique entre blocs sont ici largement utilisées puisque la simulation fait appel à trois des modèles disponibles.

Les seules conditions limites imposées au modèle ont été la répartition en plan du débit dans la retenue en amont du barrage et l'altitude de surface libre dans la rivière 600 mètres en aval. C'est ici qu'apparaît la principale originalité et l'intérêt d'une modélisation continue amont-aval, notamment pour le calcul objectif de la courbe hauteur-débit de l'ouvrage, la seule restriction étant l'absence de décrochement de l'écoulement sur l'ouvrage d'évacuation.

V.5.3.7 Validation : la crue du 3 janvier 2003

Afin de valider l'approche proposée pour le cas spécifique envisagé et de caler la valeur des coefficients de frottement des différents terrains rencontrés qui représente la seule inconnue des modèles numériques, l'application du logiciel à la modélisation d'un événement de crue vécu au début de l'année 2003 a été réalisée.

Le pic de crue observé pour cet événement était de 240 m^3/s, ce qui en fait statistiquement une crue centennale. Pour ce débit, les trois passes de l'évacuateur de crues étaient en partie ouvertes. Cependant, ce pic est apparu durant la nuit, et aucune vue des écoulements n'est disponible. Par contre, durant la journée du 3 janvier, peu avant midi, le passage d'un débit de 175 m^3 /s a été observé et les écoulements sur le barrage ont été photographiés. C'est donc ce débit qui a été utilisé pour valider le modèle numérique.

Plusieurs simulations ont été réalisées, en testant différentes valeurs des coefficients de frottement des structures dans leur gamme de variation physiquement représentative. L'extrême sensibilité des résultats, surtout en ce qui concerne la position du ressaut dans le bassin de dissipation, est rapidement apparue. Par ailleurs, il est impossible de positionner correctement le ressaut dans le bassin de dissipation sans utiliser la forme des équations des eaux peu profondes écrites en coordonnées curvilignes.

La valeur du coefficient de frottement de Strickler des parties bétonnées de l'ouvrage a été choisie égale à 70 $m^{1/3}/s$ et celle du lit naturel de l'Ourthe en aval à 27 $m^{1/3}/s$. Ces valeurs conduisent aux résultats les plus en accord avec les éléments à disposition en ce qui concerne la position du ressaut dans le bassin de dissipation (Figure V-53 et Figure V-54 - A), les hauteurs d'eau dans la rivière en aval notamment au niveau des berges (Figure V-53 et Figure V-54 - B) et la position et la géométrie des cross-waves et des zones d'assèchement au pied des piles (Figure V-55 - C et D).

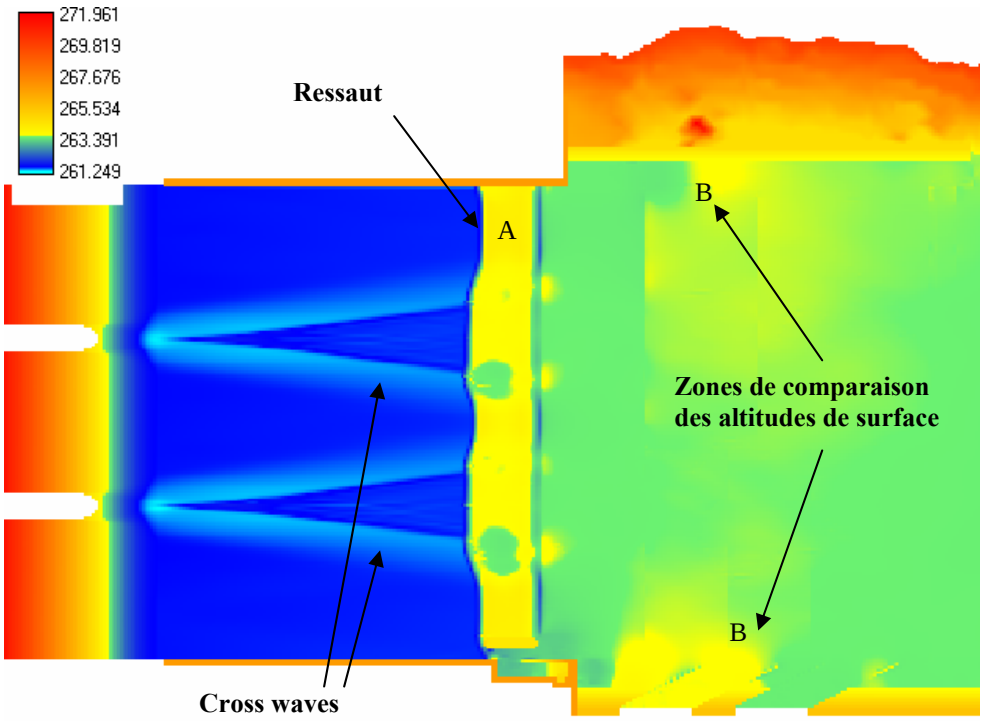


Figure V-53 : Altitudes de surface libre dans le bassin de dissipation pour un débit de 175 m³/s – Calibration des valeurs du coefficient de frottement

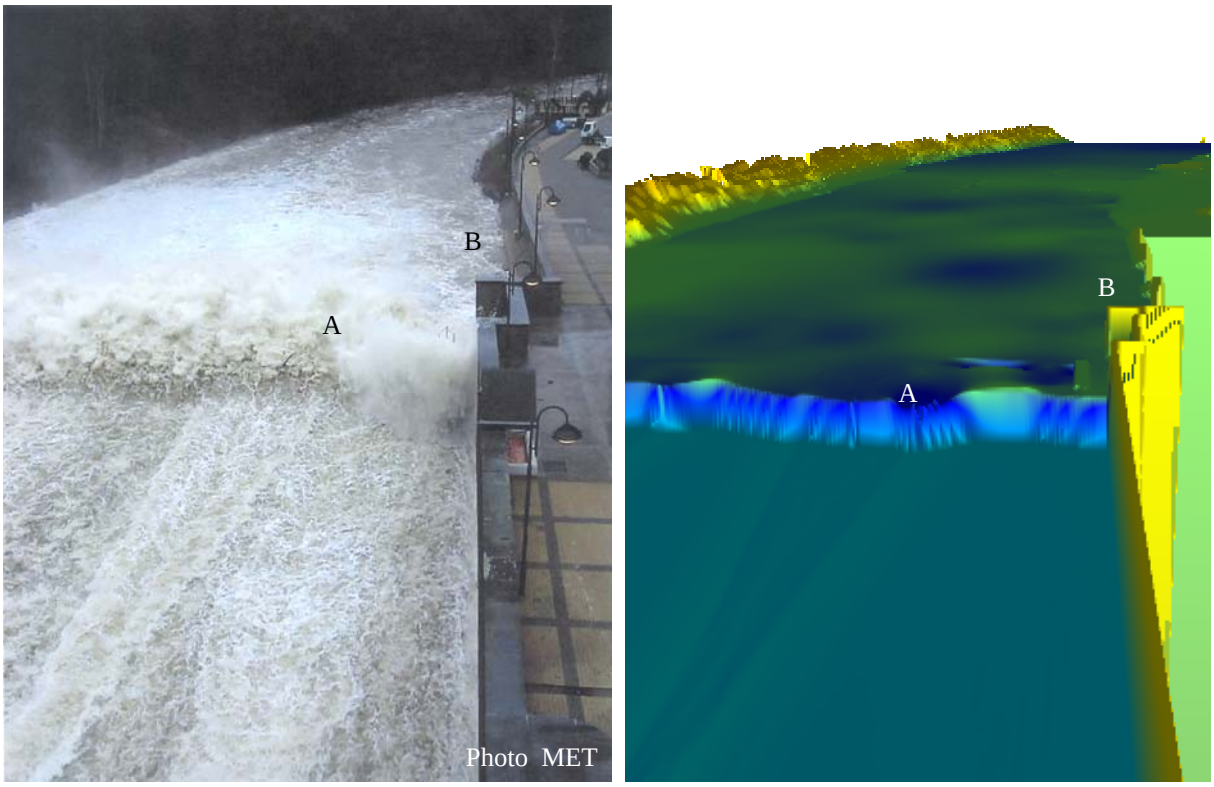


Figure V-54 : Simulation de la crue du 3 janvier 2003 – Débit = 175 m³/s - Validation de l'approche numérique : événement réel (gauche) et résultat de simulation (droite)

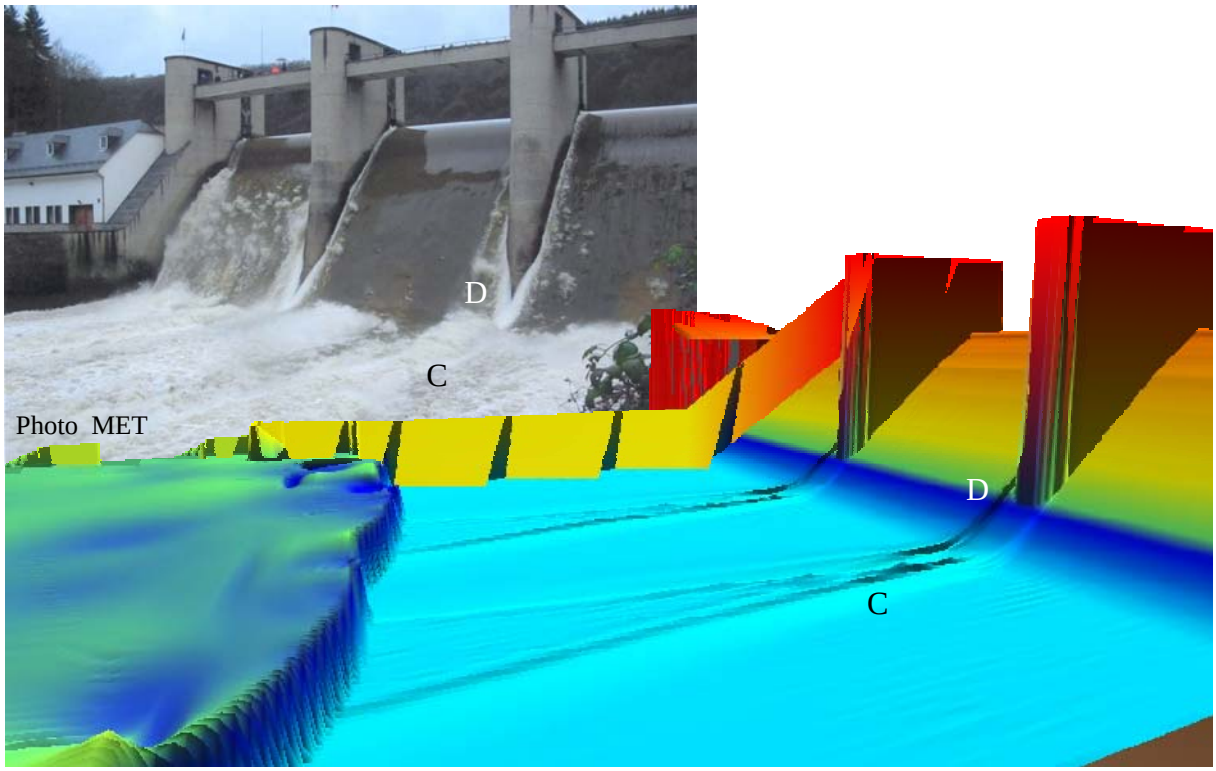


Figure V-55 : Simulation de la crue du 3 janvier 2003 – Débit = 175 m³/s - Validation de l'approche numérique : événement réel (haut) et résultat de simulation (bas)

La simulation dans les mêmes conditions du débit de pointe de 240 m³/s confirme le sous dimensionnement du bassin de dissipation puisque le ressaut sort de celui-ci. Ces résultats corroborent les observations des témoins sur place la nuit du 2 au 3 janvier 2003.

V.5.3.8 Dimensionnement du bassin de dissipation

Il est important de souligner la géométrie particulière du bassin de dissipation dans sa configuration actuelle, qui présente à son extrémité aval un redent en surhauteur par rapport au fond de la rivière, suivi d'un radier bétonné. Les bassins de dissipation « classiques » présentent plutôt, en effet, une marche d'extrémité destinée à reprendre la différence de topographie entre le radier enterré du bassin et le lit naturel de la rivière, marche qui provoque artificiellement une augmentation importante du niveau d'eau aval à l'encontre de l'écoulement supercritique en provenance du coursier. Cela induit le changement de régime souhaité pour dissiper l'énergie excédentaire de la crue et fait percevoir à l'écoulement une hauteur imposée aval de restitution plus importante, ce qui va dans le même sens. Dans la configuration actuelle, il n'est pas exclu que le redent soit perçu par l'écoulement comme une topographie ponctuelle trop peu incitatrice d'un changement de régime.

D'autre part, le bassin de dissipation est sous dimensionné pour des débits de crue susceptibles de passer sur l'ouvrage avec une récurrence assez importante, comme démontré par calcul ci-avant et en réalité pour les événements de ces dernières années. Dans l'optique de la réhabilitation des vidanges de fond, la problématique des capacités dissipatives du bassin est encore accentuée au vu de l'augmentation potentielle des débits délivrables au travers des organes de gestion de l'ouvrage. Il va cependant de soi que le débit de dimensionnement du bassin reste lié directement aux récurrences de la rivière, et non aux potentialités artificiellement cumulées des différents ouvrages.

C'est dans cette optique qu'après analyse et simulation du comportement de l'ouvrage actuel, le prédimensionnement d'un bassin de dissipation à fond plat a été réalisé comme une situation extrême préalable à la détermination des dimensions requises pour un allongement et

un approfondissement efficace du bassin actuel. Cette dernière solution est en effet apparue comme la moins coûteuse et la plus facile à réaliser sur le site.

Les deux premiers points énoncés ci-dessus ont dans un premier temps été approchés en unidimensionnel à l'aide du logiciel WOLF1D avant d'être finalement validés par des simulations bidimensionnelles à l'aide du logiciel WOLF2D.

La solution finalement retenue rencontre tous les impératifs aussi bien liés au fonctionnement du bassin en tant que tel qu'à celui de la centrale hydroélectrique qui rejette ses eaux en aval du barrage. Elle consiste en une suppression de seuil et en un allongement du bassin vers l'aval de 30 m, combiné à un approfondissement de 1 m de cette nouvelle partie. Une marche de sortie de 50 cm de haut et de 3 m de long termine le dispositif (Figure V-56).

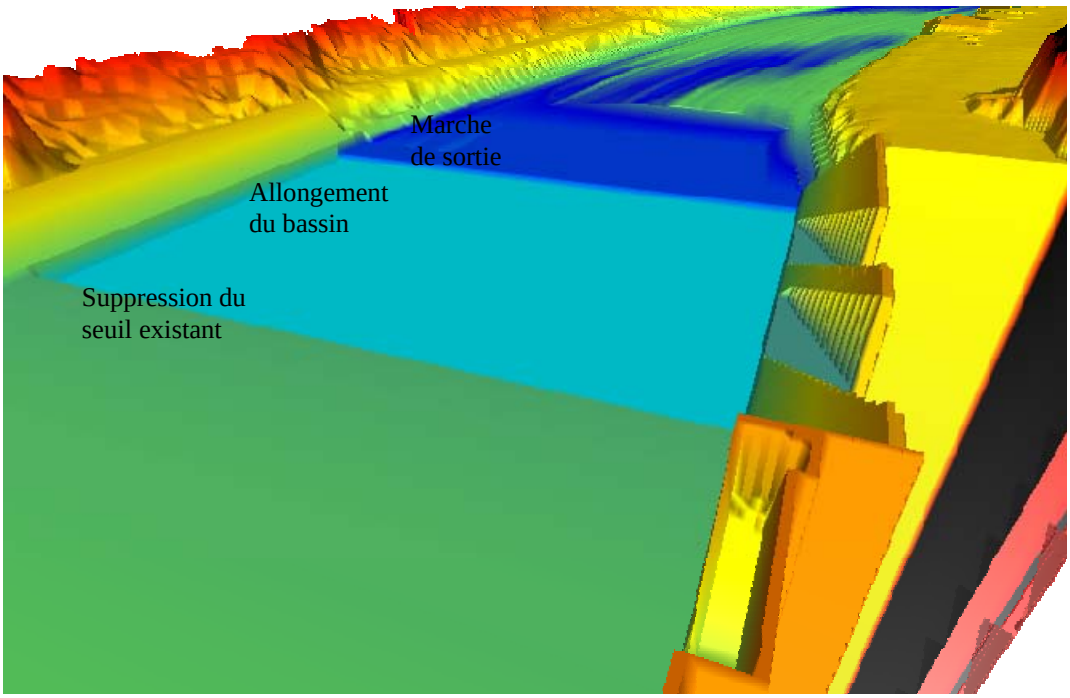


Figure V-56 : Vue 3D de la géométrie finale du bassin de dissipation

Le résultat de la simulation finale de l'évacuation du débit millénal sur l'ouvrage confirme le bon fonctionnement d'ensemble de la structure, que la crue soit évacuée par le seul évacuateur de surface ou par une combinaison de ce dernier avec les vidanges de fond (Figure V-57).

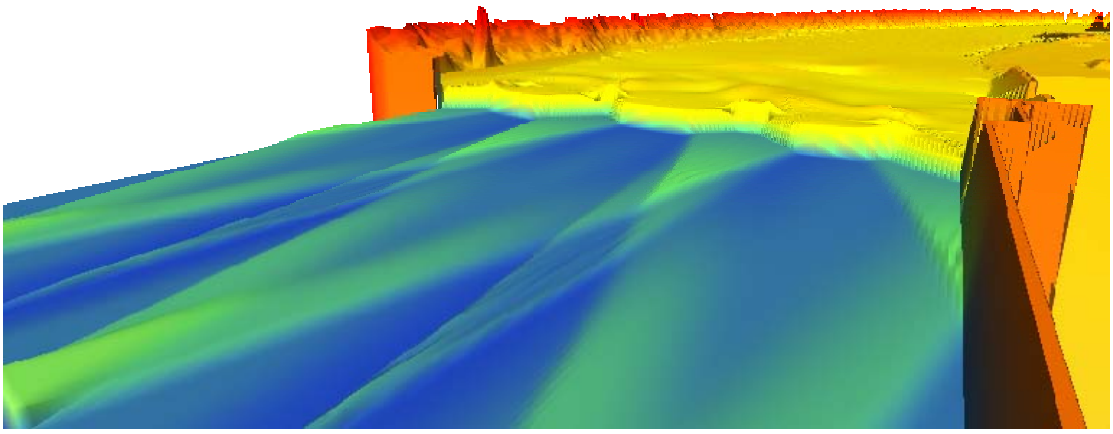


Figure V-57 : Vue 3D de la simulation du débit de dimensionnement avec la géométrie finale du bassin de dissipation – Evacuation combinée par l'évacuateur de surface et les vidanges de fond

V.5.4 Propagation des ondes de sassement d'un complexe éclusier

V.5.4.1 La quatrième écluse de Lanaye

Le complexe éclusier de Lanaye, situé en territoire belge à environ 20 km au nord de Liège, assure la liaison entre le canal Albert et le réseau de voies navigables néerlandais. Le site compte actuellement trois écluses, deux de 55 x 7,5 m (L1 et L2) et une de 136 x 16 m (L3). La dénivelée maximale est de 13,68 m entre le niveau 60,00 DNG[34] du canal Albert et le niveau 46,32 DNG d'étiage de la Meuse en aval.



Figure V-58 : Vue aérienne du site éclusier de Lanaye

Le canal Albert est actuellement au gabarit navigable de classe VI (Tableau V-2), la Meuse néerlandaise et le canal Juliana sont au gabarit de classe Va, tout comme le complexe éclusier. Du fait de l'évolution de la navigation marchande, le transport des marchandises par voie d'eau est assuré de plus en plus par des unités de classe III et supérieures, au détriment des bateaux de classe I et II. Dans ces conditions, à Lanaye, l'utilisation de plus en plus intensive du grand sas qui en résulte conduit à des temps d'attente importants malgré un fonctionnement quasi continu de l'ouvrage et à des risques accrus d'avaries. De ce fait, et tenant compte de l'évolution future du réseau néerlandais en aval que les Pays-Bas envisagent de porter au gabarit de la classe Vb, le Ministère wallon de l'Equipement et des Transports a décidé de construire, à droite du complexe existant, un quatrième sas d'une longueur utile de 225 m et d'une largeur de 25 m (L4) [118].

De façon à limiter la consommation d'eau en période sèche et a contrario de profiter de la chute en période de forts débits, il a été décidé d'adjoindre au nouvel ouvrage une centrale hydroélectrique / station de pompage.

[34] DNG : Deuxième Nivellement Général. Nivellement de la Belgique effectué de 1947 à 1968, réactualisé de 1981 à 2000, qui sert actuellement de réseau topographique de référence pour le territoire belge.

Tableau V-2 : principales caractéristiques des bateaux de transport de marchandises les plus répandus sur ces voies navigables wallonnes (Source : http://voies-hydrauliques.wallonie.be)

Classe CEMT	Type	Longueur	Largeur	Tirant d'eau	Tonnage	Hauteur sans ballast		Jaugeage (t)		Tirant d'eau à vide	Poids à vide
		(m)	(m)	(m)		Cabine démontée	Avec cabine	1er cm	Dernier cm	(m)	(t)
I	Spits	38,50	5,05	2,20	300	3,30/3,80	4,00/4,70	1,76	1,86	0,40	70
				2,50	390					0,50	
-	Sambrésien	47,00	5,05	2,50	450	3,15/4,70	3,90/5,25	2,10	2,25	0,40	85
										0,50	
II	Campinois	50,00	6,60	2,50	600	4,00	5,00	2,90	3,10	0,45	155
				2,60	630					0,55	
		55,00	6,60	2,60	670	4,00	5,20	3,10	3,40	0,50	165
										0,60	
		55,00	7,20	2,60	700	4,00/5,00	5,00/6,25	3,30	3,80	0,55	175
										0,60	
		67,00	7,20	2,60	900	4,40	5,45	4,15	4,55	0,50	210
										0,60	
III	D.E.K.	67,00	8,20	2,50	1000	4,00/4,60	5,00/6,00	4,70	5,00	0,55	230
				2,60	1050					0,65	
		73,00	8,20	2,70	1150	4,15/4,90	5,20/6,50	5,20	5,60	0,55	255
										0,65	
IV	R.H.K.	80,00	9,50	2,50	1350	4,30/4,70	5,40/6,85	6,50	7,00	0,55	500
				2,80	1500					0,65	
Va	Gd-Rhénan	95,00	11,50	2,70	2000	6,00	7,45	9,00	9,50	0,55	500
		100,00	12,00	2,80	2050					0,65	
-	Barge Eur1	54,50	9,50	3,00	1250	-	-	-	-	-	-
	Convoi 2b	±130	9,50	3,00	2500	-	-	-	-	-	-
-	Barge Eur2	76,50	11,40	3,50	2250	-	-	-	-	-	-
Vb	Convoi 2b	±180	11,40	3,50	4500	-	-	-	-	-	-
VIb	Convoi 4b	±180	22,80	3,50	9000	-	-	-	-	-	-

L'étude de l'ensemble des problèmes hydrauliques relatifs à la quatrième écluse de Lanaye a été confiée par le Ministère wallon de l'Equipement et des Transports à l'Association Momentanée constituée de la société SNC Lavalin Europe et des Laboratoires de Mécanique des Fluides, d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques (HACH – LHM) de l'Université de Liège.

Cette étude comprenait notamment la définition, eu égard aux conditions hydrauliques et nautiques, des configurations définitives des môles, garages à bateaux et chenaux d'accès, de la prise d'eau et du chenal de fuite de la centrale hydroélectrique / station de pompage et du système de restitution des eaux de vidange de l'écluse dans le port aval [118, 127].

Cette tâche a été entièrement réalisée à l'aide des logiciels de la suite WOLF, à l'exception du design des chambres de dissipation en aval du système de sassement dans lesquelles la nature fortement tridimensionnelle des écoulements interdisait un recours adapté à des outils de simulation numérique. Un modèle réduit a donc été construit pour cette analyse spécifique [118].

Nous allons ici décrire les simulations visant à appréhender la cinétique de propagation des ondes de sassement dans les biefs amont et aval qui ont été réalisées à l'aide du modèle numérique couplé 1D-2D, mis au point dans le cadre de cette recherche doctorale.

V.5.4.2 Nécessité d'un couplage 1D-2D

Le cahier des charges des études hydrauliques imposait les dimensions de l'emprise des simulations bidimensionnelles des biefs en amont et en aval du complexe éclusier.

Or, il est rapidement apparu que cette emprise était trop peu importante pour reproduire fidèlement l'effet des ondes de sassement par exemple. En effet, si l'on considère le volume d'eau prélevé dans le bief amont pour un remplissage de l'écluse, il est de l'ordre de 80 000 m³. La surface de la zone de modélisation du bief amont est quant à elle de l'ordre de 400 000 m² puisque l'on modélise un tronçon de 2 km de long et approximativement 200 m de large. Avec des limites imperméables, la modélisation d'un remplissage de l'écluse conduirait donc à un abaissement de l'ordre de 20 cm du plan d'eau de la simulation, ce qui est d'un ordre de grandeur égal à celui de l'amplitude des ondes que l'on cherche à évaluer.

D'un autre côté, la célérité des ondes est de +/- 7,5 m/s dans le bief amont puisque la hauteur d'eau y est de l'ordre de 6 m. Sur la durée d'un hydrogramme de sassement (2000 s), les

ondes parcourent donc une distance de +/- 15 km, largement supérieure à la distance explicitement modélisée.

Même si le logiciel WOLF2D dispose de conditions limites couplant les inconnues au bord pour absorber les ondes leur parvenant, l'extrême sensibilité des résultats aux conditions de volume citées auparavant induisait des effets jugés quantitativement trop importants par rapport aux amplitudes calculées. De plus, au vu de la longueur réelle des biefs en aval, des ondes réfléchies ont le temps d'atteindre le site éclusier avant la fin du sassement. Il convient donc de considérer des longueurs de biefs réelles dans la simulation.

C'est ici que les potentialités de couplage des codes WOLF1D et WOLF2D permettent d'utiliser de façon efficace un domaine de simulation représentatif de la réalité, tout en maintenant le nombre de mailles dans des proportions tout à fait acceptables pour des simulations répétitives de scénarios de fonctionnement.

V.5.4.3 Données et domaines de modélisation

Données topographiques

La topographie de l'ensemble du site, distribuée sur un grid de 1 m de coté acquise par le SETHY par laser aéroporté ou sonar embarqué avec une précision verticale de 15 cm, a été utilisée comme donnée de base pour générer le MNT indispensable à la réalisation des simulations bidimensionnelles. Des données numériques complémentaires de la bathymétrie de l'Oost-Maarland, ancien bras mort de la Meuse situé en territoire néerlandais au proche aval du site éclusier, ont également été utilisées.

Les plans des ouvrages actuels et projetés ont servi à la construction dans WOLF du modèle définitif par modification locale des données génériques afin de rendre compte de la géométrie précise des différents ouvrages ayant un impact hydraulique [118].

Amont

L'emprise de simulation 2D de la partie amont couvre environ 1300 m en amont du site éclusier (jusqu'au pont de Lanaye) et 700 m de canal Albert supplémentaires vers Anvers (mi-longueur de la tranchée de Caster). Chaque extrémité est prolongée par une modélisation unidimensionnelle à section rectangulaire de 10 km de long, plus petite que la longueur réelle des biefs mais suffisante pour éviter un retour inopportun des ondes réfléchies dans la simulation 2D et pour assurer un volume d'eau global représentatif.

Des mailles carrées de 2 m ont été utilisées pour la discrétisation de la zone près des têtes d'écluse, alors que le reste du domaine présente une taille de maille de calcul de 4 m. Cela conduit à 37 000 volumes finis 2D et 5 000 volumes finis 1D.

Aval

En aval, l'emprise de simulation 2D couvre environ 4 km du site éclusier, dont 3 km de la Meuse mitoyenne vers Lixhe en amont de la confluence. Chaque bras est prolongé par une modélisation unidimensionnelle à section rectangulaire. Vers Liège, une longueur de bief de 4 km permet de remonter jusqu'au barrage de Lixhe. Vers Maastricht, le bras 1D représente 6 km de Meuse jusqu'au barrage de Borghaeren.

Au vu de l'emprise de la zone à modéliser, une taille de maille de 4 m a été choisie dans la majeure partie du domaine mais l'Oost-Marland, de par sa grande étendue, a été modélisé à 16 m. Juste en aval de la nouvelle écluse, une taille de maille de 2 m a été choisie afin d'accroître localement la précision des résultats. Cela représente 60 000 volumes finis en 2D et 2 500 mailles 1D.

Conditions aux limites

Les conditions limites à imposer aux bornes du domaine de simulation sont des conditions classiques en modélisation des écoulements à surface libre, i.e. un débit en amont et une altitude de surface libre en aval.

Pour les simulations de la partie amont, le débit est imposé dans le canal Albert en amont du site. Une altitude de surface libre à la cote 60,00 DNG est quant à elle imposée dans le canal vers l'écluse de Genk. En ce qui concerne la partie aval, un débit est imposé au niveau de barrage de Lixhe, dans la Meuse mitoyenne, et la cote du plan d'eau est imposée en aval, au barrage de Borghaeren.

Dans le reste du domaine de simulation, des bords imperméables sont automatiquement gérés dès qu'une transition entre zone humide / zone sèche apparaît naturellement sur les berges.

Données hydrauliques

L'effet du sassement dans les biefs amont et aval a été étudié pour plusieurs valeurs du débit dans le canal Albert et dans la Meuse, ainsi que selon plusieurs scénarios de fonctionnement des écluses actuelles et de celle projetée.

En amont, les trois situations suivantes de débit stationnaire dans le canal Albert ont été envisagées :

- 0 m³/s, plan d'eau au repos à la cote 60,00 DNG,
- 40 m³/s, débit moyen du canal,
- 80 m³/s, débit maximum observé dans le canal.

En aval, l'effet du sassement a été étudié dans les 5 situations suivantes de débit stationnaire en Meuse :

- 0 m³/s, plan d'eau au repos à la cote 46,06,
- 400 m³/s, débit marquant la transition entre périodes de pompage et de turbinage,
- 700 m³/s,
- 1280 m³/s, débit de dimensionnement pour les simulations de navigation,
- 2100 m³/s, débit maximum de navigation montante en Meuse.

Dans chaque cas, 4 scénarios de fonctionnement des écluses ont été envisagés :

- Remplissage de L3 dans la configuration topographique actuelle,
- Remplissage de L3 dans la configuration topographique projetée,
- Remplissage de L4 dans la configuration topographique projetée,
- Remplissage combiné de L3 et L4 dans la configuration topographique projetée avec apparition simultanée des pics de débit (décalage adéquat des temps de début de sassement).

Les débits des hydrogrammes de sassement des différentes écluses ont été imposés par pas de temps de 0,1 seconde au niveau de l'extrémité aval des systèmes de vidange, en utilisant des zones d'infiltration numériques. Ces dernières injectent, au cours du temps, un débit instationnaire dans la simulation avec sa quantité de mouvement, de façon à ce que l'écoulement dans un plan préférentiel horizontal conserve ses caractéristiques hydrodynamiques [33, 100].

Pour l'écluse L3, le débit maximum de remplissage est de 120 m³/s après 221 s, le temps total de remplissage étant de 480 s. Il en va de même pour L4 avec un débit de pointe de 152 m³/s après 220 s, le temps total de remplissage étant de 1100 s.

Dans le cas de la vidange, le débit maximal en provenance de L3 est de 92 m³/s après 200 s pour une durée totale de l'opération de 540 s. Pour L4, le pic de débit est de 142 m³/s après 500 s, avec une durée totale de 1200 s.

L'hydrogramme complet de sassement a été modélisé ainsi qu'une période supplémentaire à débit nul, ce qui représente une durée totale simulée de 3600 s. Cette période est suffisante pour évaluer l'impact instationnaire significatif des opérations de remplissage et de vidange de la nouvelle écluse.

V.5.4.4 Résultats dans le bief amont

Les résultats des différentes simulations ont été analysés et comparés en plusieurs points caractéristiques du domaine répartis en des endroits stratégiques par rapport aux conditions hydrodynamiques ou de navigation (Figure V-59). Des graphes ont été réalisés qui représentent l'évolution au cours du temps de l'altitude de surface libre et des vitesses d'écoulement au droit des différents points.

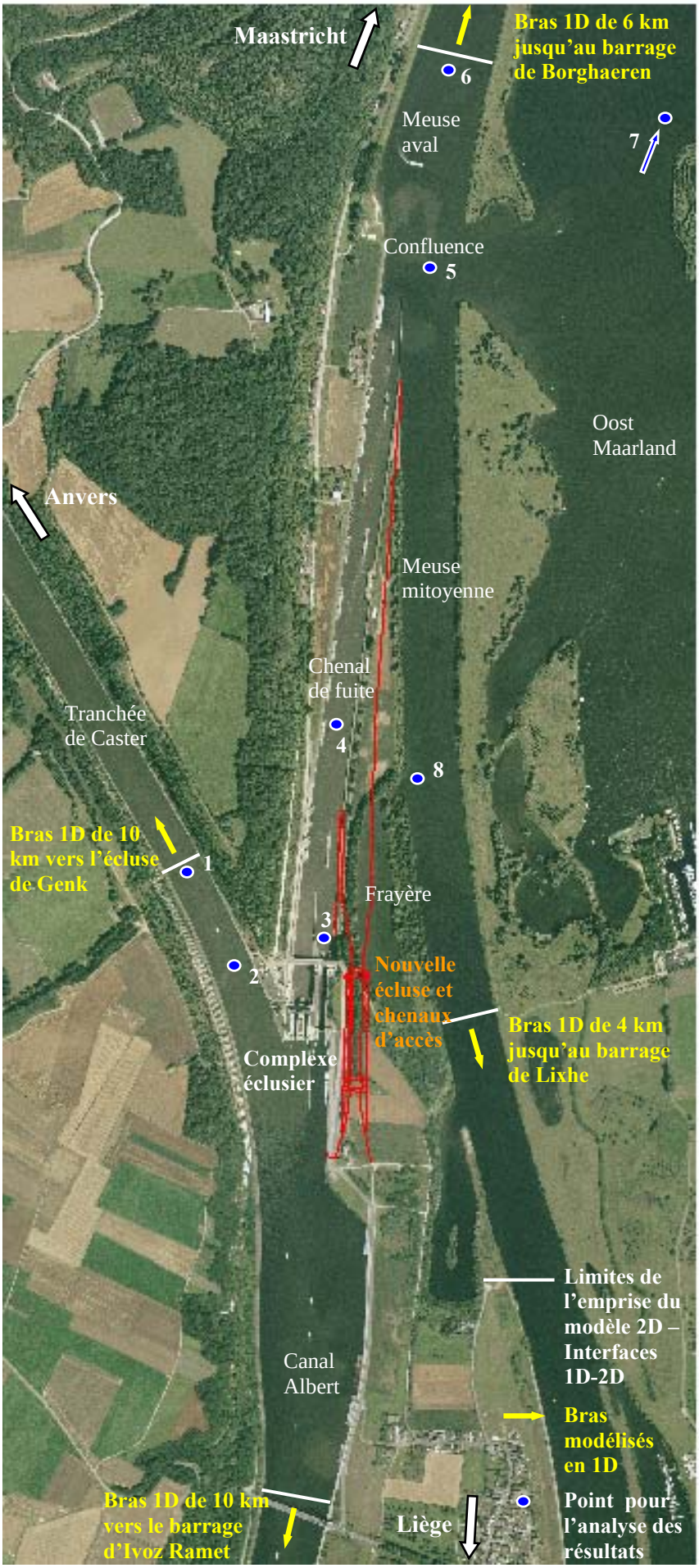


Figure V-59 : Photo aérienne du site d'étude – Délimitation des emprises de simulation et des zones d'interface 1D-2D – Localisation des points d'analyse des résultats

Par exemple, en amont, cela permet de mettre en évidence, outre la propagation d'une onde de dépression induite par le prélèvement du débit de remplissage, une inversion du courant dans le canal Albert vers Genk dans certains scénarios de sassement pour un débit initial de 40 m³/s dans le canal.

Le point 2 est localisé à l'entrée de la tranchée de Caster et le point 1 juste en amont de l'interface 1D-2D, soit plus ou moins 250 mètres en aval du point 2.

Les courbes avec marques, qui représentent l'évolution de la surface libre de l'écoulement dans le canal au cours du sassement, permettent de visualiser la propagation vers l'aval d'une onde de dépression de quelques centimètres d'amplitude induite par le remplissage des sas. Cette amplitude diminue d'amont (point 2 - Figure V-60) vers l'aval (point 1 - Figure V-61), ce qui s'explique aisément par l'amortissement induit par les forces de frottement.

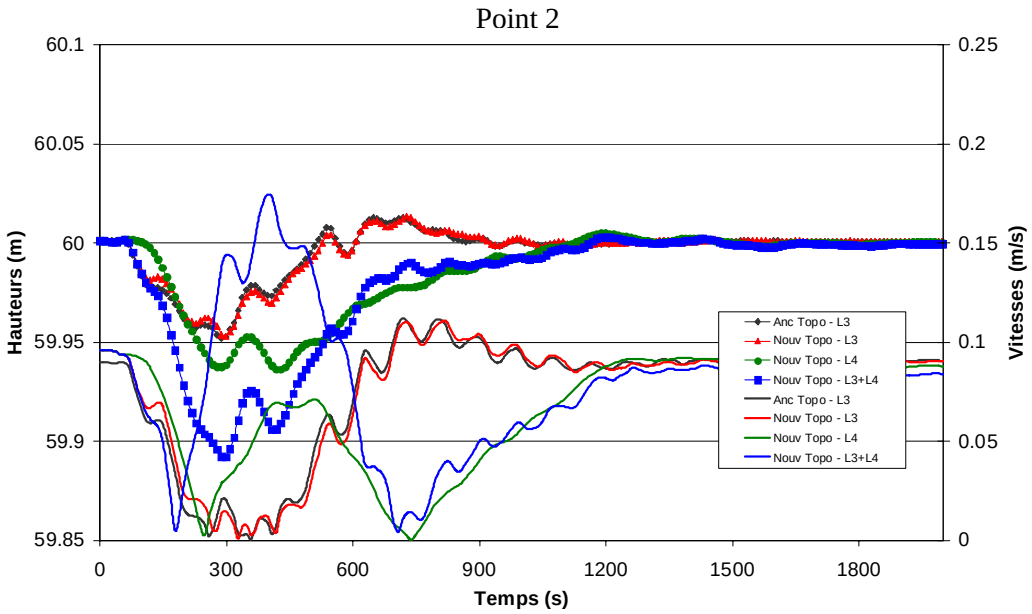


Figure V-60 : Canal Albert en entrée de la tranchée de Caster – Evolution au cours du sassement des altitudes de surface libre (courbes avec points) et des vitesses absolues d'écoulement (courbes lisses)

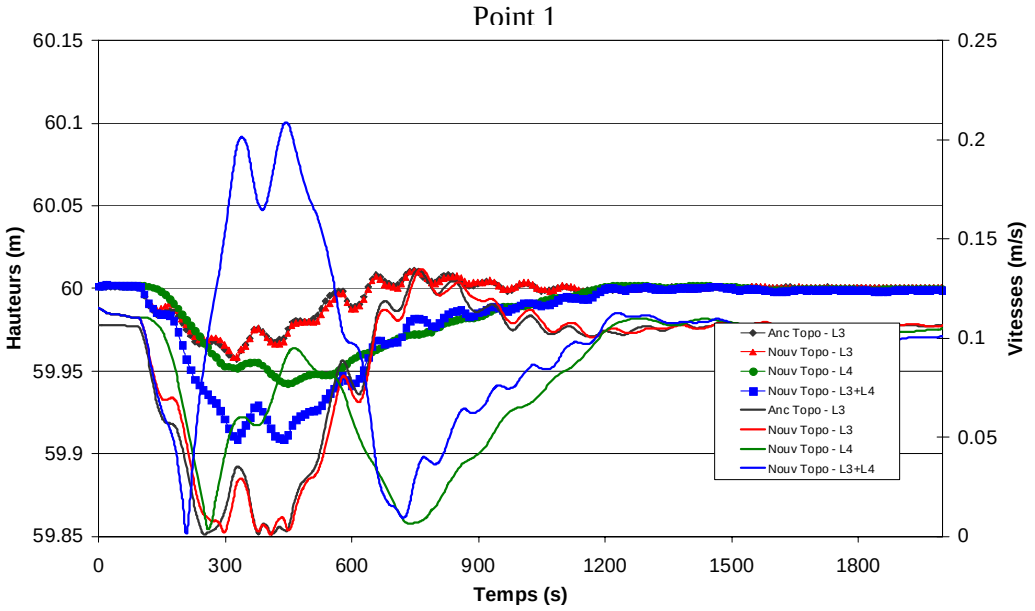


Figure V-61 : Canal Albert au milieu de la tranchée de Caster – Evolution au cours du sassement des altitudes de surface libre (courbes avec marques) et des vitesses absolues d'écoulement (courbes lisses)

Ce qu'il est également intéressant de constater est l'inversion du sens d'écoulement observée lors du remplissage de L4 et de L3 plus L4. Cet effet est bien visible sur la Figure V-62 qui représente notamment les vitesses d'écoulement selon l'axe *oy* des simulations, orienté Nord-Sud, soit plus ou moins selon l'axe du canal Albert. Les courbes verte et bleue en trait lisse montrent clairement une inversion du débit depuis plus ou moins 250 secondes après le début du sassement et jusque 700 secondes.

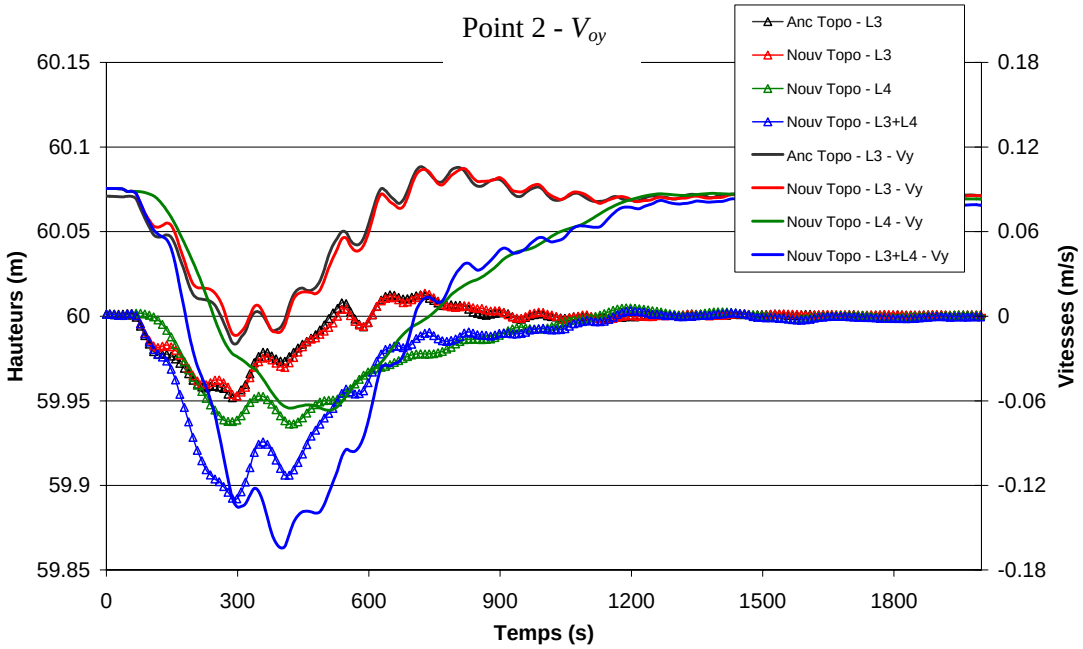


Figure V-62 : Canal Albert en entrée de la tranchée de Caster – Evolution au cours du sassement des altitudes de surface libre (courbes avec points) et des vitesses d'écoulement selon *oy* (courbes lisses)

Cette inversion du courant, et surtout son amplitude et sa durée, sont d'une importance capitale pour l'étude des conditions futures de navigation en amont du site éclusier, et le cas échéant pour la définition de mesures de remédiation pour favoriser les manœuvres des bateaux.

En chaque point envisagé et au point 1 en particulier, on ne constate aucun effet parasite dû au couplage des simulations. Or, le sens d'écoulement s'inversant dans la tranchée de Caster, le courant qui passe au point 1 provient tantôt de la simulation 2D, tantôt de la simulation 1D. Cette situation est loin d'être évidente à gérer d'un point de vue numérique, surtout lors de l'inversion du courant au niveau de l'interface.

La méthodologie originale développée et implémentée dans WOLF2D pour le traitement de la zone de couplage montre donc ici toutes ses potentialités.

V.5.4.5 Analyse des ondes en aval

La situation en aval du site éclusier est plus complexe qu'en amont de par le nombre et la géométrie des bras constituant le réseau, la longueur plus faible des biefs et la présence de l'Oost Maarland. Elle est donc beaucoup plus intéressante à étudier. Les paragraphes qui suivent détaillent deux phénomènes liés à la propagation d'onde qui ont été spécifiquement étudiés.

De nouveau, les résultats des multiples simulations ont été analysés en plusieurs points répartis aux endroits clés du domaine de calcul bidimensionnel.

Phénomène de battement

Des phénomènes d'oscillations de surface libre et de vitesse sont visibles aux différents points envisagés. Les premières analyses ont permis de conclure que ces ondes étaient en partie provoquées par un battement en masse entre le chenal de fuite et l'Oost Maarland.

Le raisonnement se base sur l'analyse des ondes observées en l'absence de débit en Meuse et pour la vidange de L4 seule, au point 3 localisé juste au pied des écluses, au point 5 qui se trouve au milieu de la confluence, et au point 7 situé dans l'Oost Maarland.

Au point 3 (Figure V-63 – courbes rouges), on observe une onde réfléchie qui atteint son maximum au pied des écluses 1200 s après le pic de hauteur initial. La hauteur d'eau moyenne dans le chenal de fuite étant de l'ordre de 4,5 m, ce qui induit une vitesse de propagation de l'ordre de 6,7 m/s, le temps de 1200 s correspond à une distance de 4 km aller et 4 km retour, qui est à peu près celle séparant les écluses des extrémités de l'Oost Maarland.

Si l'on analyse les courbes relatives au point 5 pour le même débit (Figure V-63 – courbes vertes), on voit que la surface libre s'élève légèrement puis reste sensiblement au même niveau pendant une longue période durant laquelle on peut observer un cycle complet de l'onde de battement au point 3 et au point 7. Par contre, le point 5 voit le passage d'ondes de vitesse dont les pics coïncident avec une altitude de surface libre sensiblement horizontale entre les points 3, 5 et 7, et dont les valeurs nulles correspondent aux extrema des ondes de hauteur aux points 3 et 7. Tout conduit donc à croire que ce point, d'altitude constante sur un cycle de l'onde de battement, est situé à mi-parcours de celle-ci.

Une dernière validation est réalisée au point 7, dans l'Oost Maarland, (Figure V-63 – courbes bleues) dont les amplitudes de surface libre sont en opposition de phase avec celles au point 3.

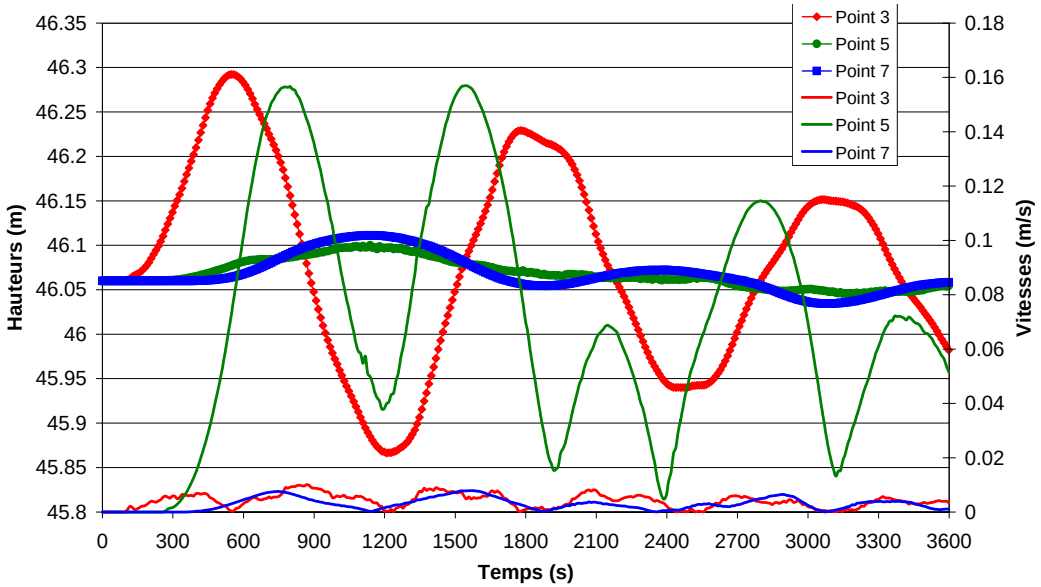


Figure V-63 : Vidange de L4 - Débit en Meuse nul - Phénomène de battement – Evolution de la surface libre (courbes avec marques) et des vitesses absolues d'écoulement (courbes lisses)

Ce phénomène est observé pour tous les débits de Meuse envisagés, avec des amplitudes légèrement réduites au fur et à mesure que le débit de Meuse augmente.

Réflexion aux extrémités des biefs

Des simulations ont été réalisées sous l'hypothèse d'une fermeture totale de l'entrée de l'Oost Maarland à la confluence, ceci dans le but d'éviter les phénomènes de battement précédemment décrits.

Dans ce cas, de nouveau pour un débit de Meuse nul, on observe au point 6, localisé juste à l'amont de l'interface entre la simulation 2D et le bras 1D qui descend vers Maastricht (Figure V-64), le passage d'une première onde de surface libre positive provoquée par la vidange combinée du sas de L3. 1800 s plus tard, l'onde réfléchie 6 km plus en aval sur le barrage de Borghaeren repasse au même point, comme le confirme le calcul des célérités. Cette onde, qui est maintenant une onde de dépression, est visible en termes de variation de surface libre et de vitesse, contrairement aux effets de balancement en masse des volumes d'eau décrits précédemment pour lesquels les extrema de hauteurs et de vitesse étaient localisés en des points différents le long du chemin suivi par les ondes. Elle résulte de l'appel d'eau créé par l'arrivée de l'onde positive initiale sur la condition limite aval d'altitude de surface libre imposée au droit du barrage de Borghaeren. Elle remonte ensuite la Meuse et arrive au point 6 à peu près 2500 s après le début de la vidange des écluses.

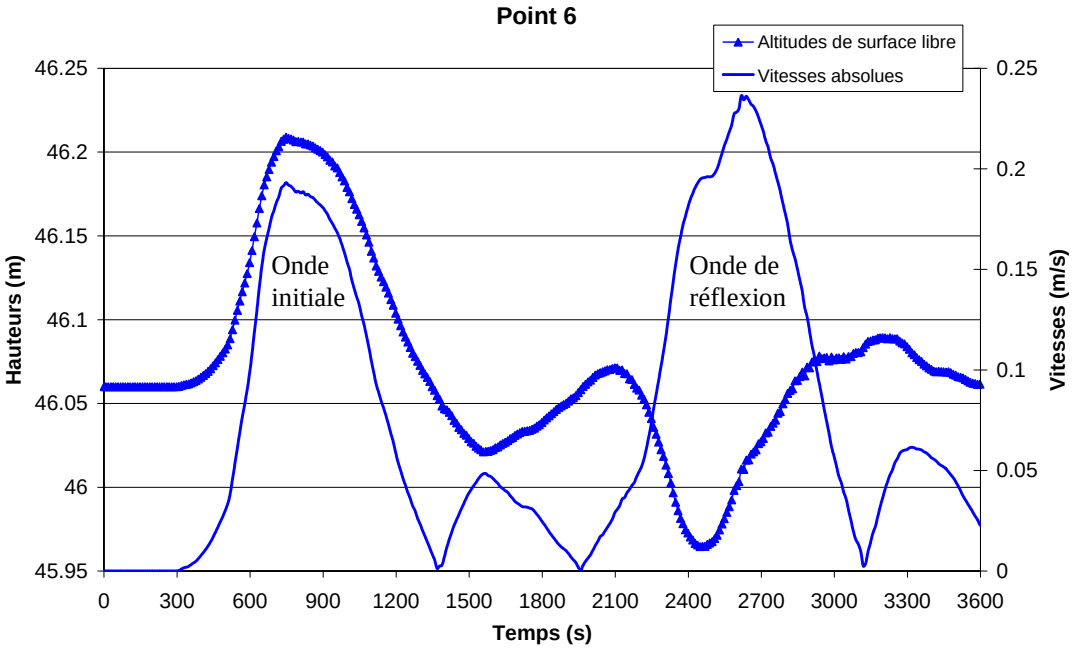


Figure V-64 : Vidange de L3 - Débit en Meuse nul – Réflexion de l'onde de vidange sur le barrage de Borgharen

L'onde de dépression continue ensuite son chemin vers l'amont dans la Meuse, comme en témoignent les courbes du point 8 localisé au niveau de la frayère. A ce dernier endroit, on visualise la rencontre de l'onde de dépression provenant de l'aval avec l'onde positive réfléchie, en amont, sur la condition de débit nul au barrage de Lixhe (Figure V-65). Pour cette dernière onde, on peut vraiment parler d'onde réfléchie, la condition limite utilisée pouvant être imaginée comme un mur imperméable à l'écoulement.

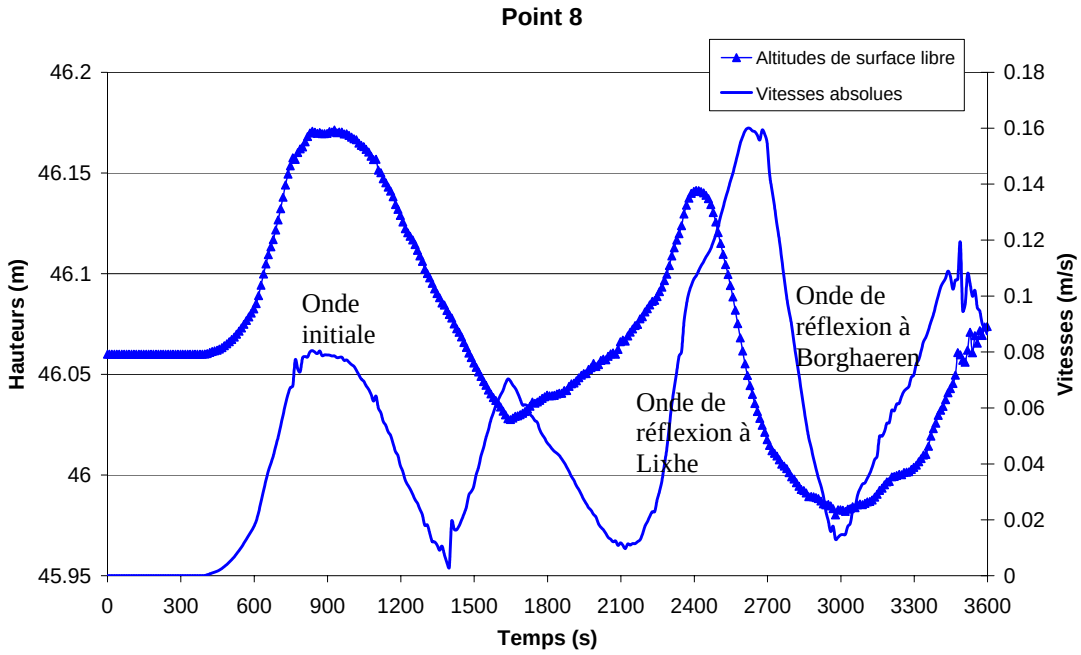


Figure V-65 : Vidange de L3 - Débit en Meuse nul – Rencontre des ondes réfléchies au niveau de la frayère

Quand un débit est installé en Meuse, ces phénomènes d'ondes réfléchies sur les conditions limites sont fortement lissés par le courant stationnaire vers l'aval.

Dans le chenal de fuite des écluses (point 4), malgré la fermeture de l'Oost Maarland, on observe une onde après l'onde initiale de vidange et avant l'arrivée de l'onde de dépression remontant à Borghaeren (Figure V-66).

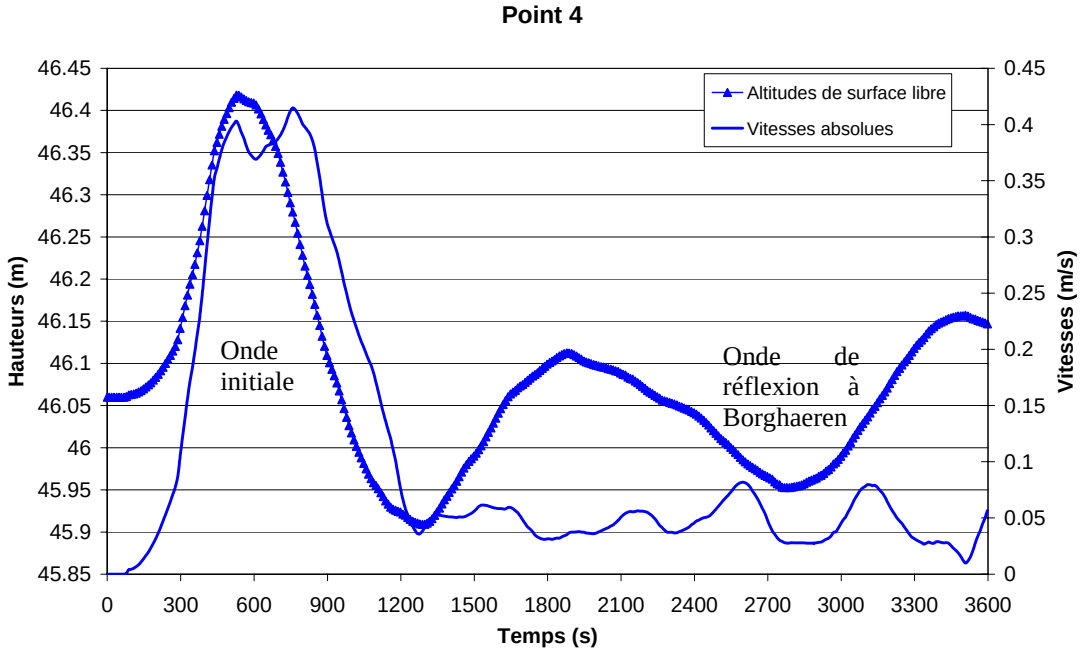


Figure V-66 : Vidange de L3 - Débit en Meuse nul - Chenal de fuite des écluses

Elle résulte des effets d'inertie consécutifs à l'écoulement induit par la vidange du sas. A la fin de cette vidange, en t = 1200 s, le plan d'eau devant les écluses (point 3) est descendu plus bas que son niveau d'équilibre. La remontée du niveau qui s'en suit nécessite un apport d'eau en provenance de la Meuse, ce qui crée une onde se déplaçant vers les écluses qui est visible sur le graphe de la Figure V-67 à partir de t = 1200 s jusque t = 1700 s. Elle est suivie d'un

palier à surface libre relativement constante avant l'arrivée de l'onde revenant de Borghaeren à partir de t = 2000 s.

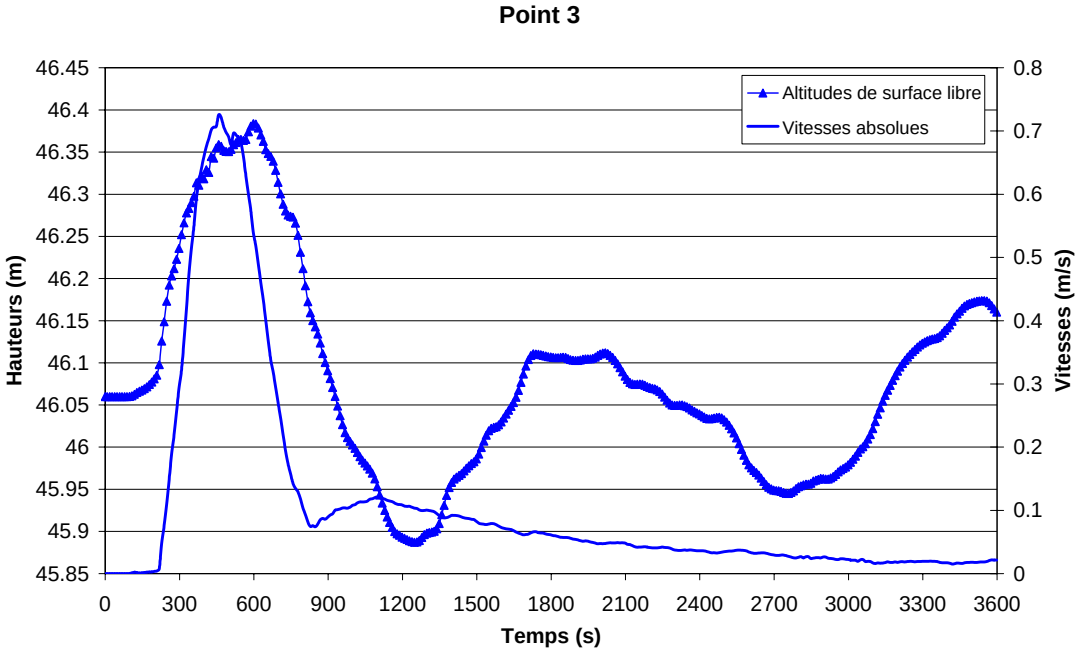


Figure V-67 : Vidange de L3 - Débit en Meuse nul - Pied des écluses

Pour un débit de Meuse non nul par contre, l'onde remontant de Borghaeren étant pratiquement inexistante, le plan d'eau se stabilise rapidement en aval des écluses lorsque l'Oost Maarland est fermé et par conséquent les phénomènes de battement sont empêchés (Figure V-68).

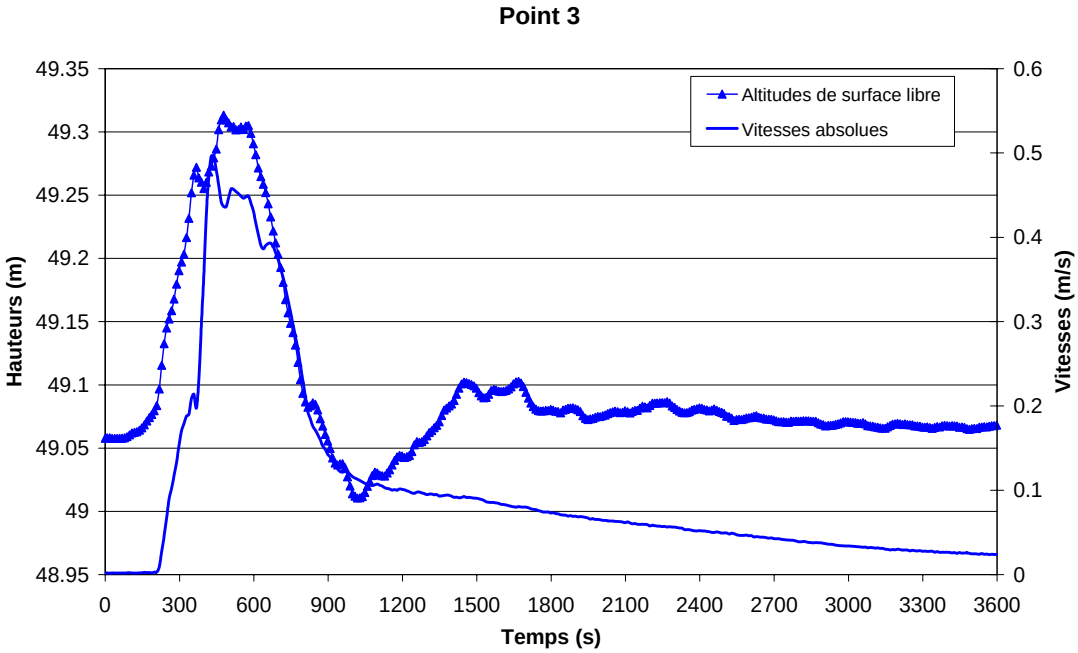


Figure V-68 : Vidange de L3 - Débit en Meuse de 2100 m³/s - Pied des écluses

V.6 Calcul en parallèle

L'architecture d'implémentation des fonctionnalités multibloc et multimodèle au sein du logiciel WOLF2D permet d'envisager un calcul en parallèle d'une simulation. En effet, beaucoup d'opérations sont réalisées bloc par bloc (§ V.2.5.1), indépendamment des

maillages voisins. Elles peuvent donc être menées de front pour plusieurs blocs si les possibilités informatiques sont disponibles.

Déjà dans l'approche de couplage des modèles 1D et 2D, la méthode de calcul à l'aide de *threads*[35] conduit à une évolution en parallèle des deux modèles sur des processeurs équipés de la technologie d'*hyperthreading* d'*Intel*®. Cette dernière permet en effet de mener deux *threads* en parallèle sur un simple processeur. Des commandes d'attente et de lancement sont facilement implémentées en Fortran pour gérer séquentiellement le calcul et assurer le couplage là où cela est nécessaire.

Sans être à proprement parler un calcul parallélisé d'une simulation, cette technique permet de gagner du temps de calcul en utilisant pleinement les capacités d'un ordinateur monoprocesseur équipé de la technologie d'*hyperthreading*, tels ceux couramment répandus dans le commerce actuellement.

Dans la continuité du travail de recherche réalisé durant cette thèse de doctorat, et notamment sur base des acquits engrangés lors de la parallélisation du code d'optimisation proposé au chapitre suivant, l'implémentation des routines nécessaires au calcul en parallèle d'une simulation à blocs multiples est actuellement en cours de réalisation.

V.7 Conclusions

Au cours de ce chapitre, afin de dépasser les limitations, tant informatiques que de représentation, inhérentes à l'utilisation d'une taille de maille unique sur un domaine de simulation, des développements ont été entrepris dans le code WOLF2D pour permettre le calcul sur un maillage structuré cartésien constitué de plusieurs zones à la taille de maille différente. Cette approche multibloc a été fondée sur les principes à la base du schéma numérique originel du logiciel bidimensionnel, dans le but d'en conserver tous les avantages de simplicité, de précision et d'efficacité. Un traitement idoine des bords d'interface entre blocs a été proposé de façon à garantir la précision globale du calcul et l'évolution temporelle de concert des différentes zones.

Dans le même ordre d'idée, des potentialités de variation des modèles de calcul utilisés de bloc en bloc ont été développées. Elles permettent aujourd'hui de faire appel en différents points d'une même modélisation au modèle hydrodynamique le mieux en accord avec les caractéristiques des écoulements envisagés. Notamment, des modèles très sophistiqués mais très gourmands en temps de calcul peuvent être appliqués localement au sein d'une simulation de grande étendue, sans préjudice d'augmentation significative du temps de calcul ou de perte de précision globale ou locale sur les résultats.

Finalement, une dernière étape a consisté en le couplage, au sein d'une même simulation, des approches de modélisation uni- et bidimensionnelle présentes au sein des logiciels WOLF1D et WOLF2D. Pour un réseau de rivières représenté dans son ensemble sur base du seul filaire d'écoulement, des tronçons de cours d'eau peuvent maintenant être modélisés en deux dimensions dans une même simulation et pour des événements hydrodynamiques jusqu'aux plus extrêmes, hautement instationnaires.

Dans tous les cas, l'accent a été mis sur la limitation du temps de calcul et de la capacité d'espace mémoire nécessaire. Des algorithmes originaux, faisant un large appel à l'adressage direct dans la mémoire de l'ordinateur pour la gestion des données et la gestion des nombreuses routines d'évaluation, ont été développés. Leur utilisation intensive au HACH démontre quotidiennement leur efficacité et leur fiabilité.

De même, tous les développements ont été effectués en gardant à l'esprit la volonté du HACH de pouvoir réaliser des simulations hautement instationnaires. Notamment, une évolution des

[35] Un *thread* est un chemin d'exécution à travers un programme.

interfaces, aussi précise temporellement et spatialement que dans le reste du domaine de simulation, a toujours été recherchée.

De nombreux exemples de validation, théoriques ou expérimentaux, permettent d'appréhender l'efficacité de chaque technique développée. Trois applications pratiques d'envergure clôturent le chapitre et permettent de souligner les potentialités de simulation jusqu'ici jamais envisagées qui sont maintenant disponibles au sein de la suite logicielle WOLF.

La première application valide les développements du code multibloc par la reproduction fidèle de la propagation de l'onde de rupture du barrage de Malpasset sur une modélisation de la vallée naturelle avec des mailles de 5, 10 et 30 m.

Le second cas démontre les potentialités de l'approche multibloc – multimodèle par la modélisation d'un seul tenant des écoulements qui s'établissent en amont, sur et en aval du barrage poids de Nisramont sur l'Ourthe en Belgique. La modélisation du ressaut hydraulique qui se stabilise dans le bassin de dissipation de l'ouvrage en cas de crue, en tous points conforme aux événements observés, constitue à ce titre une avancée extraordinaire dans le développement des codes numériques de modélisation hydrodynamique bidimensionnelle à surface libre.

Le dernier exemple illustre les développements réalisés pour permettre le couplage dans une simulation unique des modèles uni- et bidimensionnel de la suite WOLF. La modélisation de la propagation sur plusieurs kilomètres de bief des ondes de sassement générées par un complexe éclusier, associée à leur réflexion sur les ouvrages d'extrémités, apporte un éclairage objectif supplémentaire pour la bonne compréhension des phénomènes hydrodynamiques observés. Elle permet en outre de préjuger des effets de la construction d'une nouvelle écluse et d'adapter son mode de fonctionnement aux impératifs structurels et environnementaux des cahiers des charges.

VI OPTIMISATION OBJECTIVE DE PARAMÈTRES

VI.1 Introduction

Les modèles mathématiques que nous avons décrits et employés jusqu'à présent comportent tous des paramètres caractérisant, par exemple, le milieu dans lequel a lieu l'écoulement. Leur détermination relativement précise est indispensable à la réalisation de simulations en accord avec la réalité.

L'approche physiquement basée suivie pour les développements procure une propriété d'importance à ces paramètres : ils ont un sens physique. En d'autres termes, ils représentent une caractéristique mesurable du milieu envisagé, dont la valeur est comprise dans un intervalle de variation quantifiable avec plus ou moins de précision.

Le plus courant de ces paramètres est le coefficient de frottement. Lorsque la topographie est connue, il est, en règle générale, le seul sur lequel subsiste une incertitude dans les simulations uni- ou bidimensionnelles d'écoulements en eau pure. C'est en tout cas ce que l'on constate quotidiennement au HACH en appliquant les logiciels WOLF1D et WOLF2D. Parfois, le coefficient d'inégale répartition de vitesse sur l'épaisseur de la lame fluide présente une seconde source d'incertitude, mais son utilisation est plus rare. Pour les logiciels hydrologiques tel WOLFHydro par contre, les caractéristiques d'infiltration ou d'écoulement hypodermique s'ajoutent aux paramètres influençant le ruissellement de surface [7, 39, 91].

Classiquement, en préambule à des modélisations prédictives, une phase de calage est réalisée afin de trouver la valeur de ces coefficients qui permet au modèle numérique de représenter au mieux des écoulements réellement observés sur le site envisagé [116].

D'un autre côté, l'application de modèles hydrodynamiques à des cas pratiques d'ingénierie hydraulique permet d'envisager des problèmes d'optimisation très variés, qu'ils concernent la forme d'ouvrages [19, 31], le mode de fonctionnement ou de gestion de réseaux [44, 45], …

Dans ce second cadre, le but de l'optimisation est d'améliorer au mieux la performance du système hydraulique envisagé, cette dernière devant dès lors être quantifiable. La solution optimale résulte souvent d'un compromis, les objectifs visés étant généralement antagonistes.

L'utilisation des modèles hydrodynamiques pour résoudre des cas pratiques d'ingénierie hydraulique nécessitant le recours à un outil d'optimisation objective, nous avons cherché dans ce chapitre à développer un algorithme d'optimisation robuste, simple et fiable, qui permette d'aborder un grand nombre de problèmes totalement différents avec la même efficacité et qui soit utilisable avec n'importe quel logiciel de modélisation de la suite WOLF.

Les critères de robustesse et de simplicité nous ont poussés à utiliser les Algorithmes Génétiques d'optimisation (AG), développés par John Holland et ses collaborateurs à l'Université du Michigan dès les années septante, et validés pour des applications très variées dans un grand nombre d'articles [21, 160] et d'ouvrages [58, 76].

Ce chapitre constitue une première approche des méthodes génétiques, dont les variantes sont multiples et peuvent devenir très complexes [58]. Elle est destinée à prouver l'applicabilité de la méthode aux problèmes qui nous intéressent, ainsi qu'à dégrossir la recherche d'une configuration efficace de l'algorithme dans le cadre général des problèmes hydrauliques à surface libre. Ce travail a débuté durant les travaux réalisés dans le cadre de notre DEA [41].

Dans un premier temps, après quelques réflexions indispensables sur le calage de paramètres dans les modèles hydrauliques et sur la méthode d'optimisation, les opérateurs génétiques de base sont détaillés. La description et la validation de l'algorithme original WOLFAG, développé et implémenté au sein de la suite WOLF durant cette thèse, sont ensuite abordées. Une série de tests théoriques et pratiques permet de valider la méthode et de dégager une configuration satisfaisante de l'algorithme pour les problèmes envisagés.

Plusieurs applications originales sont ensuite exposées. Elles font successivement appel aux différents logiciels hydrodynamiques disponibles au HACH. Elles illustrent la large gamme d'application du logiciel d'optimisation, ainsi que le bénéfice qui peut être retiré de l'utilisation d'un outil de calibration objectif.

Finalement, la parallélisation du code ouvre la porte à des simulations d'envergure dont un exemple est présenté au travers de l'optimisation de la forme de la prise d'eau d'une centrale hydroélectrique, sur base de modélisations bidimensionnelles d'écoulements turbulents à l'aide du logiciel multibloc WOLF2D. Cette dernière application globalise l'ensemble des développements réalisés durant cette thèse de doctorat et permet d'illustrer l'efficacité de la filière de modélisation des ouvrages hydrauliques développée.

VI.2 Réflexion sur la signification des paramètres de calage

Le principal paramètre de la plupart des modèles hydrodynamiques physiquement basés est le coefficient de frottement. En tout cas, c'est le seul terme dont la valeur n'est pas automatiquement définie dans une simulation numérique à l'aide des modèles rappelés au chapitre II. Sa détermination dans les logiciels de calcul d'écoulement fait souvent l'objet d'une phase de calage [56, 137].

Provenant d'expérimentations empiriques, la plupart des lois de frottement employées en pratique présentent dans leur formalisme un coefficient qui caractérise la rugosité du lit d'écoulement. Son intervalle de variation est en général défini de manière plus ou moins large en fonction du type ou de la nature du matériau constituant le lit, mais sa valeur précise est très rarement connue avec certitude. A titre d'illustration, le Tableau VI-1 fournit la gamme des valeurs du coefficient de Manning-Strickler, d'utilisation très répandue en hydraulique de surface.

De ce fait, le coefficient de frottement a acquit au cours du temps la réputation de paramètre de calage des modèles mathématiques utilisés.

Il faut cependant rester conscient qu'il possède une portée bien plus large, car il sert toujours à caler globalement le comportement d'un modèle dans son ensemble par rapport à des évènements réels observés. De ce fait, il permet de corriger toutes les imperfections éventuelles d'une formulation mathématique inadaptée ou simplement incomplète. Le coefficient de frottement ne représente dès lors plus les seules pertes par friction sur les parois, mais bien les effets de l'ensemble des phénomènes (pertes ou gains d'énergie) qui ne sont pas pris en compte dans le modèle.

Un exemple a été donné au chapitre IV lors de la modélisation des écoulements sur un tronçon de rivière naturelle. La valeur du coefficient de frottement permettant d'obtenir la même perte de charge entre l'amont et l'aval du tronçon variait de cinq pourcents selon que les effets de turbulence soient modélisés ou pas. De même, au chapitre III, la discussion au sujet de la modélisation des écoulements sur des discontinuités topographiques à l'aide d'un modèle basé sur la conservation de la quantité de mouvement, montrait qu'un réglage adéquat du coefficient de frottement employé dans les simulations permettait de corriger l'inadéquation de la formulation mathématique employée.

Il convient donc de rester prudent quant à la signification réelle de la valeur d'un coefficient de frottement résultant d'un calage, cette dernière n'étant en tout état de cause adaptée qu'au modèle mathématique global dans lequel le coefficient est employé.

Ce point de vue renforce l'idée que la bonne connaissance des modèles mathématiques et des méthodes de résolution utilisés dans les codes hydrodynamiques est une condition sine qua non à leur application correcte et efficace [134]. Le calage objectif d'un paramètre ne peut être réalisé qu'en possédant une expertise suffisante des phénomènes physiques étudiés et des modèles employés pour les représenter [162].

Tableau VI-1 : Valeurs du coefficient de Manning-Strickler $m^{1/3} / s$ [130]

Nature des surfaces	**Etat des parois**			
	Parfait	**Bon**	**Assez bon**	**Mauvais**
A. Canaux artificiels				
Ciment lissé	100	91	83	77
Mortier de ciment	91	83	77	67
Aqueducs en bois raboté	100	83	77	71
Aqueducs en bois non raboté	91	77	71	67
Canaux revêtus de béton	83	71	63	56
Moellons bruts assemblés au ciment	59	50	40	33
Pierre sèches	40	33	30	29
Moellons dressés	77	71	67	59
Aqueducs métalliques à section demi-circulaire, lisses	91	83	77	67
Aqueducs métallique en tôle plissée section demi-circulaire	44	40	36	33
Canaux et fossés en terre, droits et uniformes	59	50	44	40
Canaux et fossés avec pierres, lisses et uniformes	40	33	30	29
Canaux et fossés avec pierres, rugueux et irréguliers	29	25	22	-
Canaux en terre à larges méandres	44	40	36	33
Canaux en terre dragués	40	36	33	30
Canaux avec lits de pierres rugueuses, herbes sur les rives de terre	40	33	29	25
Canaux à fond de terre, côtés avec pierres	36	33	30	29
B. Cours d'eau naturels				
1. Propres rives en ligne droite, l'eau au niveau le plus haut, sans gué ou fosse profonde	40	36	33	30
2. même que 1 mais quelques herbes et pierres	33	30	29	25
3. Avec méandres, avec quelques étangs et endroits peu profonds, propres	29	25	22	20
4. même que 3, l'eau à l'étiage, pente et sections plus faibles	25	22	20	18
5. même que 3 avec quelques pierres et herbes	30	29	25	22
6. même que 4 avec pierres	22	20	18	17
7. Zones à eau coulant lentement avec herbes ou fosses très profondes	20	17	14	13
8. Zones avec beaucoup de mauvaises herbes	13	10	8	7

VI.3 Objectifs de l'optimisation

Les objectifs d'optimisation poursuivis dans ce travail sont multiples et variés mais peuvent être classés en deux catégories a priori distinctes.

D'une part, on cherche à posséder un outil de calibration objective des modèles hydrodynamiques de la suite WOLF. D'autre part, on souhaite mettre au point un logiciel d'optimisation des paramètres intervenant dans la définition de structures hydrauliques ou de leur fonctionnement.

Dans le premier cas, l'objectif de l'optimisation est de minimiser les différences en termes de résultats entre une modélisation d'un ou plusieurs phénomènes observés et la réalité de ces derniers. La valeur des paramètres physiques des modèles de calcul employés doit donc être ajustée pour reproduire au mieux la réalité observée (méthode inverse). L'optimisation consiste à réduire au maximum les écarts entre variables hydrauliques calculées et observées sur site, que ce soit des hauteurs d'eau, des vitesses d'écoulement, des emprises d'inondations… pour toute une série d'événements de référence bien documentés.

Dans le second cas, c'est la meilleure solution techniquement possible pour un problème hydraulique donné qui doit être définie. Parfois, une situation existante fournit une référence qu'il convient d'améliorer, mais le plus souvent l'objectif minimal n'existe pas et l'optimisation revient à trouver la solution la plus adéquate qui intègre au mieux les desiderata de tous les intervenants au problème envisagé : gestionnaires, maîtres d'œuvre, Administrations, tierces parties, … Il faut pour ce faire quantifier la qualité d'une solution, les différents critères d'optimisation envisagés influençant directement le résultat obtenu.

De par leur mode de fonctionnement, les AG recherchent le maximum absolu d'une fonction positive en les paramètres à optimiser ; la fonction objectif. Elle traduit l'adaptation des solutions testées au problème traité. Plus grande est la valeur de la fonction objectif déterminée pour un jeu complet de valeurs des paramètres, meilleure est cette solution.

Au-delà de la présence d'un maximum dans la fonction objectif, la principale difficulté est de construire cette relation d'adaptation pour un problème donné. Il convient en effet d'arriver à traduire la qualité d'une solution en une expression évaluable distinctement pour chaque essai réalisé, et qui présente un (ou plusieurs) extremum(a) correspondant à un résultat optimal face aux critères d'optimisation.

C'est la variabilité et la multiplication des critères à rencontrer qui crée la principale difficulté, ceux-ci étant différents pour chaque problème et rarement directement comparables entre eux. Le souci de maximisation du profit généré par l'installation hydroélectrique d'un gestionnaire d'ouvrage n'est pas directement comparable quantitativement au maintien de conditions hydrodynamiques adéquates pour le développement de telle ou telle espèce piscicole. De même, la qualité de la forme d'un ouvrage hydraulique, mesurable en termes d'homogénéité du champ des vitesses d'écoulement à ses abords par exemple, n'est pas facilement comparable à la quantité de matériaux mise en œuvre et donc au coût de la structure.

Par la suite, pour chaque cas envisagé, la détermination de la relation définissant la fonction objectif fera toujours l'objet d'une attention toute particulière et sera analysée en détail.

Pour l'exposé des caractéristiques des AG que nous entamons dans le paragraphe suivant, l'objectif d'adaptation est supposé connu et est représenté par une fonction f_{obj} positive dont le maximum absolu dans l'intervalle de variation des paramètres correspond à l'optimum du problème envisagé.

VI.4 Les Algorithmes Génétiques

VI.4.1 Généralités

« Les AG sont des algorithmes d'exploration fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique [58]. » Ils font partie des méthodes métaheuristiques[36] distribuées dont une des caractéristiques principales est de réaliser une exploration intelligente et guidée de l'espace de recherche [76].

Les AG travaillent sur une série de *N* représentations codées des paramètres à optimiser, que l'on appelle une population de *N* chromosomes ou chaînes. La séquence de code représentant un paramètre s'appelle un gène.

Pour chaque chromosome d'une population, la pertinence des valeurs codées des paramètres par rapport au problème à résoudre est calculée par l'évaluation d'une fonction objectif. Meilleures sont les valeurs proposées pour les paramètres, plus grande est la valeur de la fonction objectif.

L'algorithme construit alors une nouvelle population à partir de l'ancienne, avec comme principe directeur que les chromosomes les mieux adaptés, c'est-à-dire pour lesquels la valeur de la fonction objectif est la plus grande, ont plus de chance de survivre et de conduire à une solution optimale. L'AG utilise des règles de transition probabilistes pour faire évoluer les populations de façon naturelle au départ d'une population initiale construite aléatoirement (Figure VI-1).

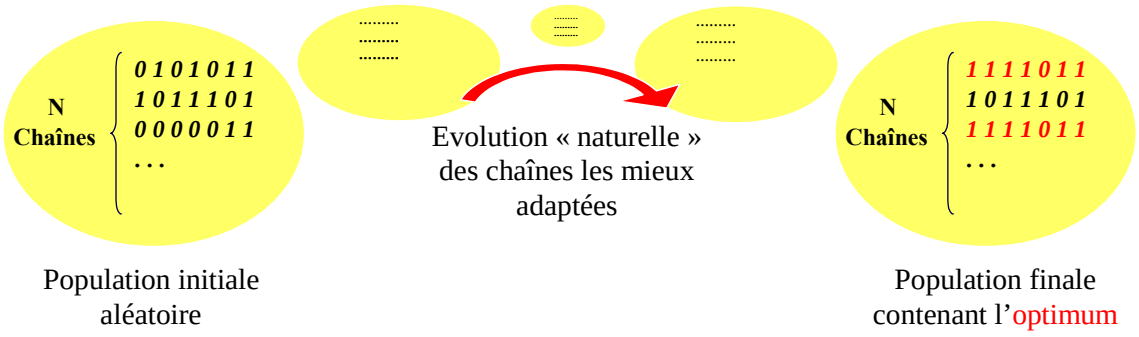


Figure VI-1 : Schéma de principe des AG

Les AG se situent donc entre les méthodes classiques d'optimisation, qui s'appliquent localement dans l'espace à considérer, et les méthodes purement aléatoires, ou de parcours systématique, qui explorent le champ de variation des paramètres dans son ensemble (Figure VI-2). Les AG mènent de façon intelligente une exploration pseudo-aléatoire de l'espace de variation des paramètres du problème.

[36] Métaheuristique : adjectif provenant de la contraction du grec *meta*, qui signifie au-delà, à un plus haut niveau, et de *heuriskein*, trouver en cherchant. Apparues dans les années 1980, les méthodes métaheuristiques sont généralement des algorithmes stochastiques itératifs, qui progressent vers un optimum par échantillonnage d'une fonction objectif [Source : Encyclopédie Wikipedia].

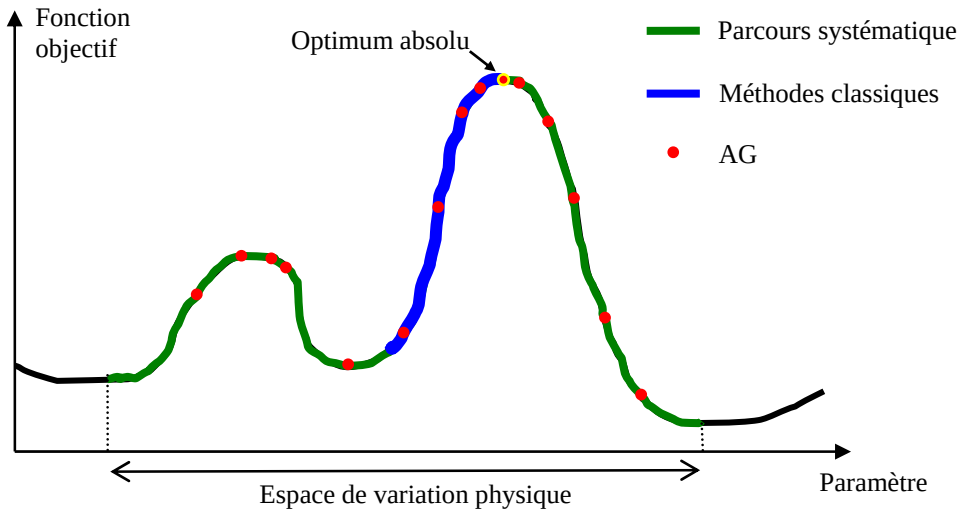


Figure VI-2 : Principe de l'exploration du champ de variation des paramètres pour les méthodes de parcours systématique, les méthodes classiques d'optimisation et les AG

Les différences fondamentales des AG par rapport aux autres méthodes d'optimisation plus classiques se regroupent en quatre points [58] :

- Les AG utilisent un codage des paramètres et non les paramètres eux-mêmes,
- Les AG travaillent sur une population de points au lieu d'un point unique,
- Les AG n'utilisent que les valeurs de la fonction étudiée, et pas sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire,
- Les AG utilisent des règles de transition probabilistes et non déterministes.

On peut donc penser que les AG permettent de s'affranchir de la difficulté qu'ont les méthodes plus traditionnelles à étudier des fonctions bruitées et discontinues, ou à assurer la convergence vers un extremum absolu, tout en évitant un parcours systématique extrêmement coûteux des espaces de variation des paramètres.

De par leur simplicité d'utilisation, ils permettent de résoudre un grand nombre de problèmes totalement différents avec la même efficacité, alors que les méthodes traditionnelles sont en général très bien adaptées à une classe restreinte d'applications. Les AG sont ce que l'on appelle une méthode robuste, c'est-à-dire une méthode qui obtient de bons résultats pour une classe importante de problèmes (Figure VI-3).

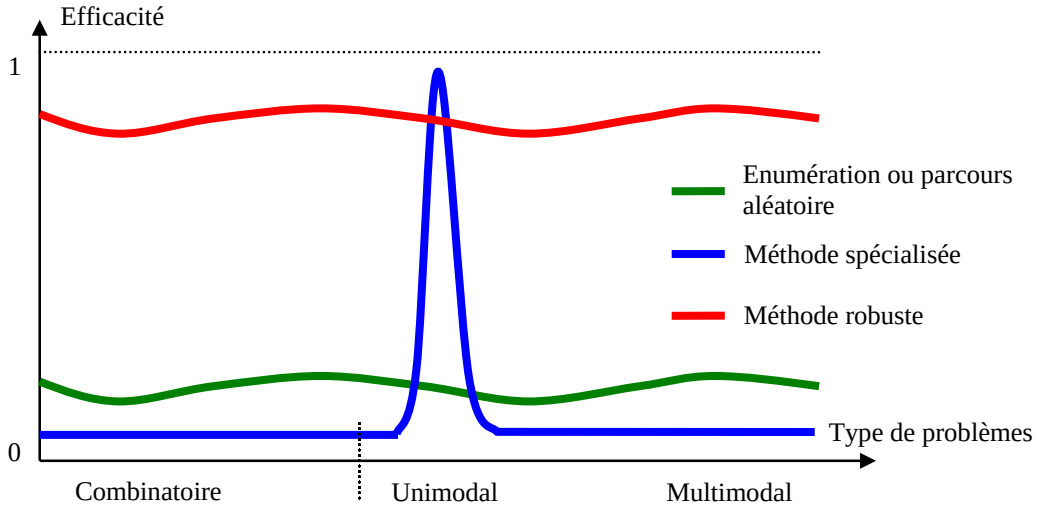


Figure VI-3 : Classification des méthodes d'optimisation en fonction de leur efficacité pour divers types de problèmes [58]

Les inconvénients des AG, communs par ailleurs à la plupart des métaheuristiques, sont qu'ils requièrent un réglage des différents paramètres guidant les opérations d'évolution et qu'ils nécessitent un grand nombre d'évaluations de la fonction objectif.

VI.4.2 Les paramètres

VI.4.2.1 Codage

Comme déjà signalé précédemment, les AG nécessitent le codage de l'ensemble des paramètres du problème à optimiser en une chaîne d'alphabet et de longueur finie. Cette étape est indispensable à l'évolution des populations à l'aide d'opérateurs mimant les mécanismes naturels, comme nous le verrons dans les paragraphes suivants.

En pratique, même si une infinité de solutions existent [59], les deux codages principalement employés sont le codage réel et le codage binaire (Figure VI-4). Ce dernier est le plus anciennement employé. Il a permis d'établir les premiers développements théoriques à propos de la convergence des AG [58]. Il peut être employé quelle que soit la nature des paramètres (valeurs réelles, discrètes, nombres booléens, chaînes de caractères), et est très bien adapté aux opérateurs génétiques que nous décrirons par la suite. Il nécessite cependant des phases de codage et décodage, introduit une discrétisation des variables continues et peut souffrir d'un problème de continuité entre l'espace de codage et l'espace de variation, connu sous le nom de défaut de Hamming [59]. Le codage réel trouve quant à lui son origine dans les techniques de programmation évolutionnaire et les stratégies d'évolution [76]. D'utilisation moins générale que le codage binaire, il est moins bien adapté aux opérations de base des AG même s'il permet de s'affranchir des problèmes de continuité de la variation des paramètres réels et ne nécessite pas de phase de codage – décodage.

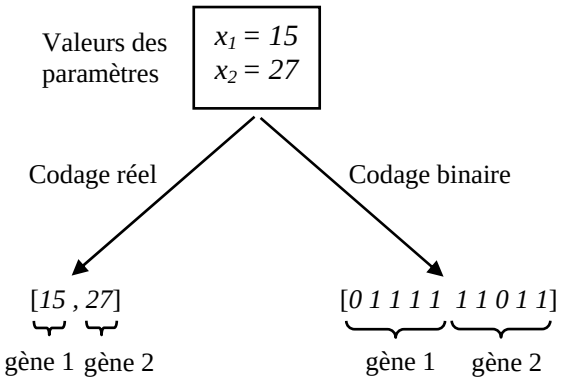


Figure VI-4 : Exemple d'un codage réel et d'un codage binaire de deux paramètres

Dans le cadre de ce travail, un codage binaire en base deux a été exclusivement employé. Un paramètre se code en une chaîne de *0* et de *1* telle qu'un *1* à la $i^{ème}$ position renvoie la valeur 2^{i-1}. La position est définie en représentation informatique, le premier élément à l'extrémité droite de la chaîne étant en position *1*. Par exemple, le codage *1 0 0 0 0* renvoie la valeur $2^4 = 16$. La chaîne *0 1 0 1 1* renvoie la valeur $2^0+2^1+2^3 = 11$.

En général, une chaîne de *x* bits permet donc d'atteindre toutes les valeurs entières comprises entre *0* et 2^x-1.

Pour donner un ordre de grandeur, les chaînes utilisées dans ce travail comprennent quelques dizaines de bits (*0* ou *1*) selon le nombre de paramètres à déterminer et la précision souhaitée pour les résultats.

VI.4.2.2 Contraintes

Les contraintes sur les paramètres sont de deux types : tout d'abord, un paramètre possède toujours un intervalle de variation défini par une borne supérieure et une borne inférieure en dehors desquelles sa valeur ne peut se trouver. Ensuite, certaines limitations peuvent être posées, pour un problème spécifique, sur la valeur de différents paramètres ou d'une combinaison de ceux-ci.

Nous allons examiner successivement ces deux types de contraintes et la façon dont elles sont prises en considération dans l'AG.

Intervalle de variation des paramètres

Le codage binaire des paramètres limite les valeurs qui peuvent leur être attribuées. Un codage en base 2 avec 5 bits ne fournira comme valeurs que les 32 nombres entiers compris entre 0 (*0 0 0 0 0*) et 31 (*1 1 1 1 1*) inclus. Dans cette forme de codage, c'est donc la longueur de la chaîne qui fixe l'intervalle de variation des paramètres.

Les paramètres étudiés en pratique ne variant pas nécessairement dans les intervalles définis par le codage, l'intervalle de variation de ce dernier a systématiquement été projeté linéairement sur celui du paramètre pour déterminer sa valeur réelle. Avec cette technique, c'est alors la précision du paramètre qui est fonction de la longueur de la chaîne.

Par exemple, supposons un paramètre qui peut varier entre les valeurs 10 et 40. Pour un codage en base 2 avec 4 bits, le champ d'exploration est limité aux 16 valeurs du Tableau VI-2.

Tableau VI-2 : Exemple de codage binaire d'un paramètre et projection sur son intervalle de variation

Codage	Valeur décodée	Valeur projetée
0 0 0 0	0	10
0 0 0 1	1	12
0 0 1 0	2	14
0 0 1 1	3	16
0 1 0 0	4	18
0 1 0 1	5	20
0 1 1 0	6	22
0 1 1 1	7	24
1 0 0 0	8	26
1 0 0 1	9	28
1 0 1 0	10	30
1 0 1 1	11	32
1 1 0 0	12	34
1 1 0 1	13	36
1 1 1 0	14	38
1 1 1 1	15	40

La précision sur le résultat, égale à un demi-intervalle de variation, est dans ce cas de *(40-10)/15/2 = 1* unité. Le codage du paramètre par une chaîne de longueur 6 offre 64 valeurs pour la représentation et une précision de *(40-10)/63/2 = 0,238* est obtenue. Elle est quatre fois plus de grande qu'auparavant, pour cinquante pourcents de bits supplémentaires. Cela est logique étant donné l'utilisation d'un codage en base 2.

Contraintes sur les combinaisons de paramètres

Il arrive que certains paramètres soient soumis à des contraintes découlant de la valeur prise par les autres paramètres. On peut par exemple devoir tenir compte d'égalités du type :

$$P_1 = aP_2 + bP_3 + c \tag{VI-1}$$

où P_1, P_2, P_3 sont trois paramètres à optimiser et a, b et c sont trois constantes. Ce cas se résout très simplement en optimisant la valeur de deux paramètres, la valeur du troisième étant calculée directement, pour chaque chaîne, à partir de celles des deux autres.

Si, par contre, les contraintes à respecter sont des inégalités comme :

$$aP_1 + bP_2 + cP_3 \leq d \tag{VI-2}$$

elles sont vérifiées dans l'AG d'une toute autre façon. En premier lieu, une population de départ qui vérifie toutes les inégalités est construite. Pour ce faire, des chaînes de codage sont générées aléatoirement, décodées puis vérifiées afin que les groupes de paramètres respectent les différentes contraintes. Si ce n'est pas le cas, une autre chaîne est générée. Si toutes les contraintes sont vérifiées, la chaîne est conservée. Cette opération est effectuée jusqu'à posséder une population de départ complète de chaînes toutes différentes, de façon à explorer dès le départ le plus de directions possibles dans l'espace de recherche.

L'AG fait ensuite évoluer naturellement cette première population, avec une vérification supplémentaire sur chaque nouvelle chaîne proposée : si les valeurs des paramètres contenues dans la chaîne vérifient toutes les contraintes, elle est acceptée. Si les valeurs des paramètres ne vérifient pas les contraintes, la chaîne est rejetée et une nouvelle chaîne est générée à partir de l'ancienne population.

Cette méthode, par opposition à celle consistant à attacher une valeur de fonction objectif pénalisante aux chaînes qui ne vérifient pas les contraintes du problème, permet en toute logique d'obtenir une convergence plus rapide de l'algorithme, du moins pour les problèmes peu contraints tels ceux qui nous intéressent ici, l'évolution des populations s'effectuant à partir de séries complètes de chaînes toutes acceptables. Dans l'autre méthode, appelée méthode de pénalisation, le nombre de chaînes disponibles est limité étant donné que les chaînes inacceptables occupent une place dans la population, alors qu'elles ne seront quasi jamais sélectionnées vu la valeur pénalisante de la fonction objectif qui leur est attachée.

Dans le cas de problèmes fortement contraints, pour lesquels il est presque aussi difficile de trouver une solution qui satisfasse toutes les contraintes que de trouver l'optimum, la méthode de pénalisation est plus intéressante, puisqu'il est important d'obtenir de l'information sur les points qui ne sont pas acceptables afin d'essayer de déterminer des solutions acceptables. Dans cette méthode, la fonction objectif des chaînes non-acceptables est donc pénalisée, par exemple en fonction de leur degré de violation des contraintes.

VI.4.3 Evolution des populations – Opérateurs de base

Depuis des milliards d'années, l'évolution biologique naturelle a façonné des êtres vivants adaptés à un environnement complexe, parfois incertain, et en constante transformation. Les mécanismes principaux qui régulent cette évolution se sont eux-mêmes développés au cours de l'apparition de la vie.

Au départ, les premières cellules vivantes les mieux adaptées à leur environnement, c'est-à-dire celles qui y survivaient le plus, ont développé les moyens de se reproduire. Elles ont donc acquis la faculté de perdurer face à l'effet destructeur du temps, ce qui représentait une première étape indispensable à leur développement ultérieur dont nous connaissons les effets aujourd'hui. Ensuite, un second mécanisme, tout aussi fondamental et véritable moteur de l'évolution, est apparu : la procréation. Nous ne sommes plus en présence d'un être qui se dédouble pour perdurer, mais de deux êtres qui survivent et coopèrent en échangeant l'information qu'ils contiennent pour en former un troisième [74]. Parallèlement à ces mécanismes principaux, la mutation occasionnelle de l'une ou l'autre information lors de la

reproduction a introduit au sein de nouveaux individus des caractéristiques jusque là inexistantes.

Les trois opérations à la base de l'évolution d'une population dans les AG calquent ces mécanismes de l'évolution naturelle. Une nouvelle population *i+1* est construite au départ d'une population existante *i* par la répétition de la sélection d'une paire d'individus parmi les mieux adaptés (les parents) et le croisement de l'information qu'ils renferment pour générer deux nouvelles chaînes (les enfants). Au cours de l'opération de croisement, la mutation des bits échangés est éventuellement réalisée, avec une très faible probabilité, afin d'explorer des pistes inexistantes dans le codage des parents.

Nous allons ci-après décrire en détail ces trois opérations de base ainsi que deux options envisagées pour améliorer le comportement de l'AG développé dans ce travail. Il s'agit de la mémoire du maximum, qui permet d'accélérer la convergence quand l'optimum, même bruité, est localisé dans une région précise de l'espace de variation, et de l'inversion, qui permet de s'affranchir du défaut de Hamming en cas d'utilisation d'un codage binaire.

VI.4.3.1 Sélection

Cette manipulation est la première dans l'évolution des populations. Elle applique le principe que seuls les éléments les mieux adaptés survivent. Après avoir évalué la valeur de la fonction objectif pour chaque chaîne d'une population, les meilleures d'entre elles sont sélectionnées pour participer à la création d'un nouvel ensemble de même taille.

Le choix des chaînes peut se faire de différentes manières, indépendamment du type de codage employé : par roue de loterie biaisée, par tournoi ou encore par classement [60].

Sélection par roue de loterie biaisée

La sélection par roue de loterie biaisée, ou sélection proportionnelle à l'adaptation, est un des modes de sélection les plus courants [76].

Elle consiste à représenter la somme des valeurs de la fonction objectif de chaque chaîne de la population *i* comme une roue de loterie divisée en autant de parts qu'il y a de chromosomes dans la population. La taille de chaque morceau est proportionnelle à la valeur de la fonction objectif de la chaîne qu'elle représente. Un tour de roue permet de sélectionner un chromosome, une chaîne *k* ayant une probabilité $p_{s,k}$ d'être choisie directement proportionnelle à la valeur de la fonction objectif $f_{obj,k}$ qui lui correspond (Figure VI-5) :

$$p_{s,k} = \frac{f_{obj,k}}{\sum_{j=1}^{N} f_{obj,j}} \qquad \text{(VI-3)}$$

Individu	f_{obj}	p_s
1	200	0.4
2	150	0.3
3	100	0.2
4	50	0.1
Total	500	1

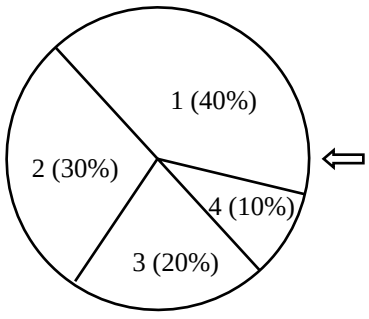


Figure VI-5 : Probabilité de sélection pour une population de quatre chaînes et roue de loterie proportionnée en conséquence

Une variante de cet opérateur consiste à sélectionner plusieurs chaînes lors d'un seul tour de roue (Figure VI-6). Elle permet de conserver une certaine diversité dans la sélection même si un élément extrêmement bien adapté, et donc avec une probabilité de choix importante, est présent. Dans notre cas, un traitement adapté de la fonction objectif permet de s'affranchir de ce problème (§ VI.4.4.3).

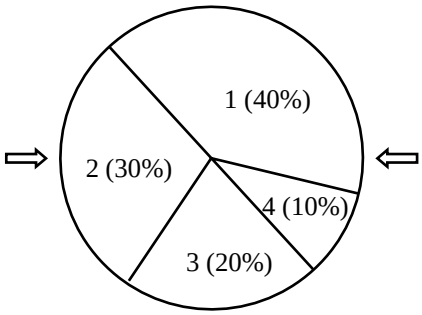


Figure VI-6 : Roue de loterie biaisée à deux pointeurs

Sélection par tournoi

La sélection par tournoi consiste à pêcher aléatoirement plusieurs individus dans la population *i* et de ne conserver pour la procréation que la chaîne possédant la meilleure valeur de fonction objectif.

Le processus est répété autant de fois que nécessaire en réinjectant en général le gagnant du tournoi dans la population.

Cette technique présente l'avantage de ne pas nécessiter de roue de loterie et s'affranchit donc de tout problème lié à des différences importantes de valeur de fonction objectif entre les chaînes.

Sélection par classement

La sélection par classement consiste à trier les chaînes de la population *i* selon la valeur de leur fonction objectif et de déterminer leur probabilité de sélection sur une roue de loterie biaisée selon leur rang dans le classement [76].

Plusieurs fonctions différentes peuvent être employées pour déterminer la probabilité de sélection selon le rang, ce qui augmente la richesse de la méthode, mais toutes font intervenir un paramètre de pression de sélection qui doit être judicieusement choisi par l'utilisateur.

VI.4.3.2 Croisement

La deuxième opération de base des AG consiste, pour une paire de chromosomes issus de deux opérations de sélection, à croiser des parties des deux chaînes codées pour créer deux nouvelles chaînes de la nouvelle population. Le but de cette manipulation est de créer de nouveaux chromosomes meilleurs que leurs parents en espérant avoir réuni dans le nouveau codage de « bonnes » parties des codages initiaux, c'est-à-dire des schèmes[37] performants. C'est ici que le codage des chaînes devient indispensable.

[37] Un schème, encore appelé motif de similarité, est une chaîne de codage dont l'alphabet est étendu grâce à un symbole * indifférent. Il permet de définir un sous ensemble de chaînes par des similarités à des positions définies. Par exemple, dans un codage de 5 chiffres à l'aide de 0 et de 1, le schème *0**1 correspond aux huit chaînes de longueur 5 qui possèdent un 0 en deuxième position et un 1 en dernière position. On peut montrer [58] que ce sont les schèmes courts et très performants, aussi appelé briques élémentaires, (****0 par exemple pour un codage à 5 bits) qui se combinent au cours du processus d'optimisation pour former des chaînes potentiellement plus performantes.

Plusieurs méthodes de croisement existent, adaptées au codage binaire ou au codage réel. Dans le premier cas, le croisement en un point, multipoint, et uniforme [153] seront successivement envisagés en détails. Pour un codage réel, les techniques sont le croisement discret, la recombinaison intermédiaire étendue ou encore la recombinaison linéaire étendue. Elles sont décrites dans des ouvrages où ce type de codage est employé [76].

En pratique, le choix d'un opérateur de croisement est toujours difficile, aucune règle n'aidant à la décision. Il dépend du type de codage utilisé, bien sûr, mais aussi de la nature du problème d'optimisation envisagé. Une technique de croisement multipliant les échanges entre parents permet d'explorer une grande zone de l'espace de variation des paramètres mais risque de détruire les acquis engrangés dans l'ordonnancement des bits. Une autre, limitant les échanges, bride les capacités de l'exploration.

Par la suite, dans le cadre d'applications pratiques, plusieurs types de croisement seront testés.

Croisement en un point

L'opération se fait dans ce cas en sélectionnant aléatoirement une seule position de croisement sur les chaînes codées et en échangeant les parties de code ainsi définies (Figure VI-7).

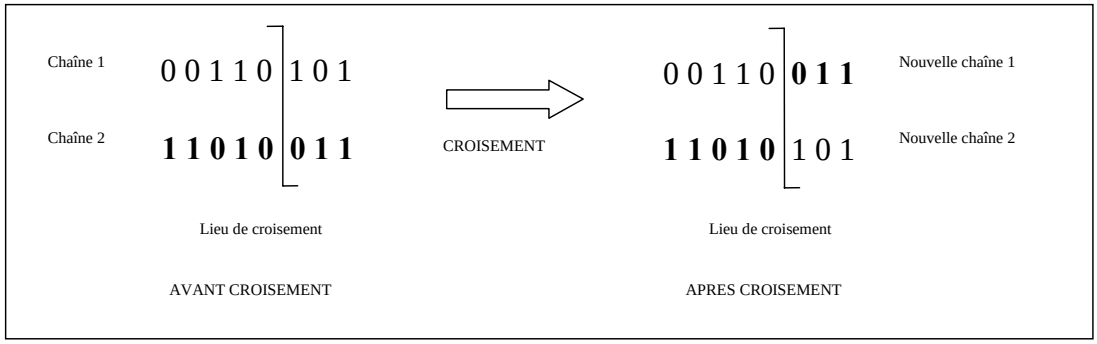


Figure VI-7 : Schéma de principe de l'opération de croisement en un point ou croisement simple

Croisement multipoint

Le croisement multipoint, variante du croisement simple, consiste à sélectionner plusieurs positions de croisement pour chaque paire de chaînes, par exemple une pour chaque gène (croisement en un point par paramètre - Figure VI-8).

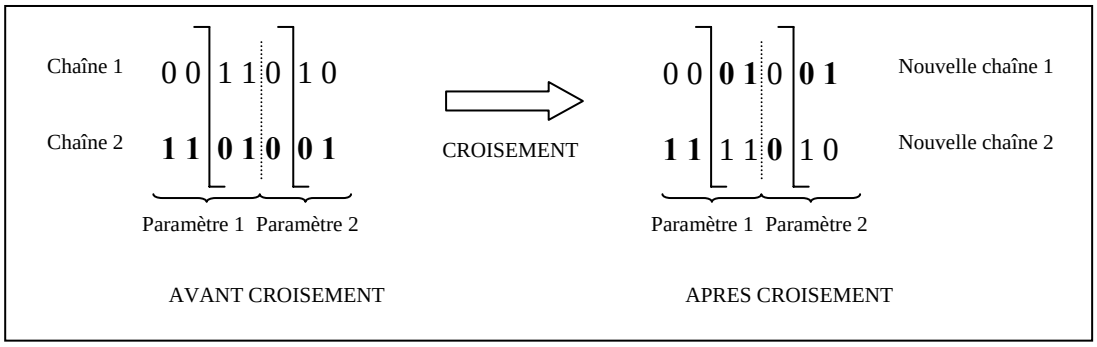


Figure VI-8 : Schéma de principe de l'opération de croisement en 1 point par paramètre

Dans nos applications, ette méthode a donné de meilleurs résultats que la précédente. Cela s'explique aisément car la première méthode (méthode du croisement simple) se contente d'échanger de l'information entre deux codages d'un seul paramètre, celui dont la chaîne de code est coupée, les autres paramètres se trouvant échangés dans leur entièreté entre les deux chaînes. Le mélange de l'information est donc fortement réduit, et les pistes explorées beaucoup moins nombreuses que dans la seconde méthode où l'on échange de l'information

simultanément entre tous les paramètres afin de rechercher la valeur optimale de chacun d'entre eux séparément.

Croisement uniforme

Une troisième façon de croiser les chaînes, le croisement uniforme, généralise le croisement multipoint en échangeant avec une probabilité de 50 pourcents chaque bit des deux chaînes issues de la sélection (Figure VI-9). Le mélange d'information est donc ici très important, au risque de détruire beaucoup des schèmes présents dans les chaînes parentes.

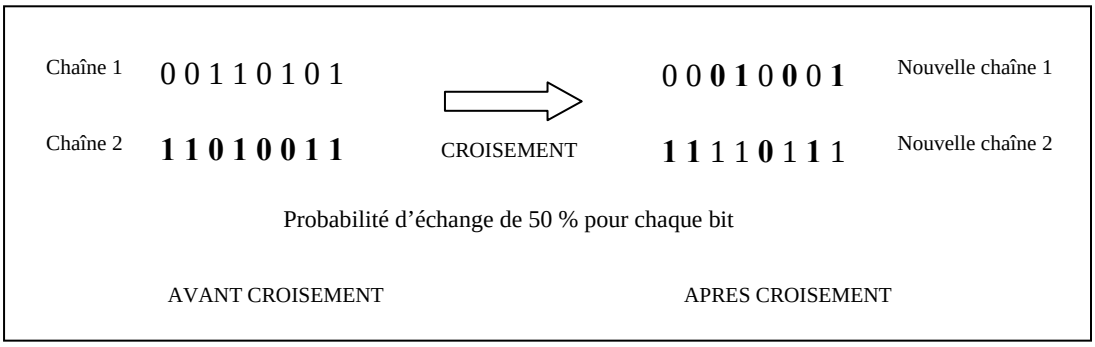


Figure VI-9 : Schéma de principe de l'opération de croisement uniforme

VI.4.3.3 Mutation

Le rôle de la mutation reste très flou en génétique (aussi bien naturelle qu'artificielle). Si ce sont la sélection et le croisement associés qui donnent aux AG l'essentiel de leur puissance, l'intérêt de la mutation n'est pas totalement négligeable. Bien que les deux premières opérations combinent de façon efficace les notions existantes dans les chaînes codées, elles peuvent conduire à la perte, de manière irrémédiable, d'information génétique potentiellement utile (des *1* ou des *0* à des endroits précis). L'opération de mutation sert à éviter, dans les systèmes génétiques artificiels, de telles pertes. Dans un AG simple, la mutation se définit comme « la mutation aléatoire occasionnelle de la valeur d'un caractère de la chaîne » [58].

De plus, cette opération sert à explorer de nouvelles pistes dans la recherche de l'optimum absolu, pistes a priori non envisageables car inconnues dans la population de base (schèmes courts absents).

Pratiquement, la mutation se traduit, lors du croisement, par une faible probabilité de voir un gêne muté en une autre valeur (un *0* devient *1* et vice versa) dans les chaînes de code échangées.

Il convient de garder cette probabilité de mutation assez faible de façon à ne pas perdre trop d'information par rapport aux chaînes de départ de la population et de ne pas détruire les effets de l'opération de sélection.

VI.4.3.4 Opérateurs annexes

Mémoire du maximum

Dans l'algorithme génétique développé pour ce travail, la possibilité a été laissée à l'utilisateur de choisir de garder ou non, dans toute nouvelle population, la chaîne la mieux adaptée de la population précédente. De cette façon, on impose à l'AG de ne pas « oublier » la meilleure combinaison des paramètres obtenue d'une génération à l'autre.

L'AG peut ainsi tester de nouvelles pistes à partir des meilleurs éléments qu'il contient sans risquer de perdre l'information sur l'optimum intermédiaire. Il possède en quelque sorte une certaine mémoire de ce qu'il a déjà trouvé comme bonne solution au problème à optimiser.

Cette opération devrait donner de bons résultats lorsque le maximum de fonction objectif est localisé dans une zone restreinte, en termes de codage des paramètres, de l'espace à explorer. En effet, le fait de retrouver dans chaque population le maximum précédemment atteint guide la recherche dans son voisinage proche (en termes de codage) puisque un grand nombre de chromosomes de la nouvelle génération seront potentiellement issus du codage de ce maximum.

L'étude de problèmes pour lesquels l'allure de la fonction objectif n'est a priori pas connue ne devrait pas être menée avec cette opération de mémoire du maximum afin de ne pas risquer de restreindre la zone de recherche aux alentours du premier maximum rencontré.

Dans tous les cas, cette opération est à utiliser avec prudence afin de ne pas biaiser la recherche de l'optimum absolu.

Inversion

A l'analyse des premiers tests, il est apparu que la façon dont sont codées les chaînes peut conduire à un grave dysfonctionnement de l'algorithme. Par exemple, si l'on observe le codage en base 2 avec 5 bits des nombres voisins 15 et 16, on a respectivement les chaînes *0 1 1 1 1* et *1 0 0 0 0*.

Ces deux valeurs, forts proches en représentation réelle, présentent un codage totalement différent, et donc les opérations de croisement et de mutation ne sont pas à même de générer une valeur à partir de l'autre. L'exploration de l'espace de variation des paramètres est donc biaisée par le codage utilisé, ce qui est illustré par la Figure VI-10 qui représente les résultats de l'optimisation d'un problème à deux paramètres. Les valeurs testées sont cantonnées dans des zones de l'espace de variation délimitées par des nombres voisins dont les codages sont similaires à ceux présentés ci-avant.

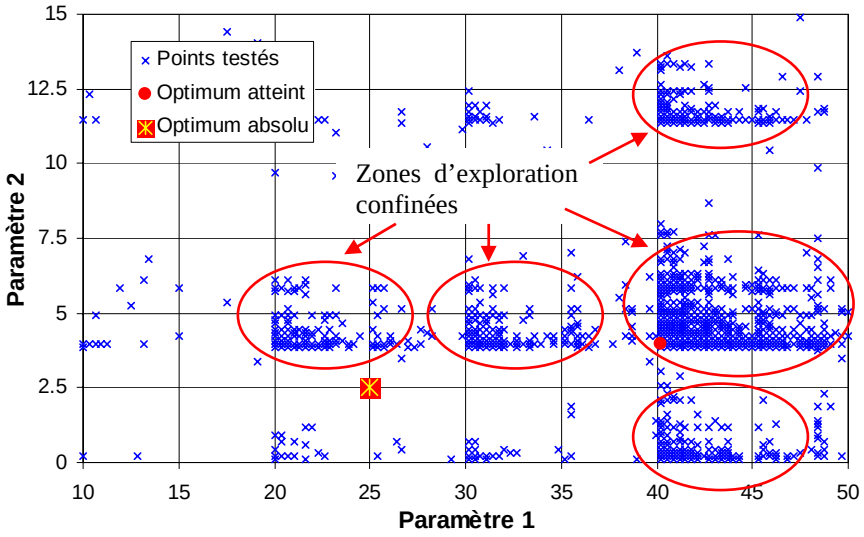


Figure VI-10 : Couples de valeurs des paramètres testés par l'AG

Afin d'éviter ce mauvais comportement, connu sous le nom de défaut de Hamming, un opérateur d'inversion totale du codage d'un paramètre a été implémenté dans l'AG. Cette opération s'apparente à une mutation complète du codage d'un paramètre, c'est pourquoi elle est réalisée avec une probabilité très faible, comme la mutation.

Une autre façon de s'affranchir de ce problème de continuité entre l'espace de représentation du codage et celui des paramètres consiste à utiliser un codage de Gray. Ce dernier assure en effet, pour deux entiers consécutifs, un codage binaire qui ne diffère que par un seul bit (Tableau VI-3). Il conduit cependant à d'autres problèmes [59], notamment lors des

opérations de croisement, car les schèmes ne possèdent plus nécessairement la même signification d'un codage à l'autre.

Tableau VI-3 : Exemple de codage de Gray en trois bits

Entier	Codage en base 2	Codage de Gray
0	0 0 0	0 0 0
1	0 0 1	0 0 1
2	0 1 0	0 1 1
3	0 1 1	0 1 0
4	1 0 0	1 1 0
5	1 0 1	1 1 1
6	1 1 0	1 0 1
7	1 1 1	1 0 0

VI.4.4 Fonction objectif

VI.4.4.1 Généralités

Le choix de la fonction objectif est d'une importance capitale pour le bon fonctionnement de l'AG, tout comme pour celui des autres méthodes d'optimisation. Pour les AG, si la fonction ne possède pas de pics assez marqués, les optimums sont peu différenciés du reste des possibilités et la convergence est plus lente. Une chaîne représentant une bonne combinaison de paramètres n'aura pas plus de chance qu'une chaîne moins efficace de se retrouver dans la génération suivante, leur probabilité de sélection étant du même ordre de grandeur. A l'inverse, si la fonction possède des pics d'amplitude trop importante, le premier extremum atteint risque de coloniser toute la nouvelle population, tant sa probabilité de sélection sera grande par rapport aux chaînes « moyennes ».

D'autre part, il y a lieu dans certains cas de modifier la fonction à optimiser de façon à ce qu'elle soit positive et que la solution optimale rencontre un critère de maximisation. Ces conditions sont en effet nécessaires au bon fonctionnement de l'opérateur de sélection comme nous venons de le décrire.

VI.4.4.2 Transformations des fonctions à optimiser

La plupart des problèmes d'optimisation que nous allons réaliser concernent la minimisation d'une fonction e_i, traduisant l'écart entre des valeurs mesurées et modélisées pour la valeur des paramètres codée dans la chaîne i. L'évaluation de cet écart par la méthode des moindres carrés nous assure que la fonction à minimiser soit toujours positive. Un traitement adéquat pour la transformer en une fonction objective utilisable par l'AG est par exemple d'effectuer l'opération [58] :

$$f_{obj,i} = \begin{cases} C_{\max} - e_i & \text{quand } e_i < C_{\max} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \qquad \text{(VI-4)}$$

La difficulté de cette transformation réside dans le choix de C_{max} qui doit assurer que $f_{obj,i}$ soit positive pour tout i. En effet, on connaît rarement à l'avance les valeurs que peut prendre e_i dans la gamme de variation des paramètres.

Dans le cadre de ce travail, la transformation suivante a été préférée :

$$f_{obj,i} = \frac{1}{(e_i)^a} \qquad \text{(VI-5)}$$

avec a un exposant positif (généralement 1) choisi de façon à exacerber suffisamment les pics de la fonction objectif, et e_i la fonction à minimiser évaluée en fonction des N valeurs des variables α_i de comparaison par :

$$e_i = \sum_{j=1}^{N} \left(\alpha_{i,j}\Big|_{réelle} - \alpha_{i,j}\Big|_{calcul} \right)^b \qquad \text{(VI-6)}$$

où b est un multiple positif de 2.

Cette fonction objectif évite toute évaluation préalable de l'ordre de grandeur de e_i et permet éventuellement de régler l'amplitude des extrema de la fonction en faisant varier la valeur des coefficients a et b.

Dans d'autres cas, l'optimisation concerne directement la maximisation d'une fonction p_i, représentant le profit généré par exemple. Il convient alors d'être attentif à ce que cette fonction soit toujours positive. Une transformation de la forme :

$$f_{obj,i} = \begin{array}{ll} p_i + C_{\min} & \text{quand } p_i + C_{\min} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{array} \qquad \text{(VI-7)}$$

est généralement utile pour éviter tout problème en cours de calcul.

Enfin, l'évaluation de l'uniformité d'une distribution de variables permet de déterminer la qualité d'une solution dans certains cas. Elle est valablement évaluée par un calcul de l'écart type σ_i d'une série de N variables α_i dans le champ de la solution. La moyenne de cet écart type $\bar{\sigma}_i$ fournit une valeur directement comparable à celles établies en d'autres points, ce qui permet de diversifier les zones d'évaluation de la qualité d'une solution.

On a dans ce cas :

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^{N} \left(\alpha_{i,j} - \bar{\alpha}_i \right)^2}}{\bar{\alpha}_i} \qquad \text{(VI-8)}$$

Une opération semblable à (VI-5) permet de transformer la relation en une fonction objectif adaptée aux AG.

Bien que les trois opérations d'évaluation de fonction objectif décrites ci-dessus soient loin de couvrir l'ensemble des cas rencontrés en pratique, ce sont celles qui ont été les plus employées dans la suite de ce travail.

VI.4.4.3 Retraitement

Afin d'éviter des dysfonctionnements tels une colonisation des nouvelles populations par une seule chaîne ou l'absence de convergence à cause de pics de la fonction objectif peu prononcés, les valeurs de cette dernière peuvent être retraitées à chaque génération de façon à permettre une saine compétition entre les différentes chaînes tout en favorisant, mais pas trop, les meilleurs individus.

Ce retraitement est surtout utile au début et à la fin de l'exécution de l'AG : la première population est générée de façon aléatoire et il est courant qu'elle contienne quelques très bonnes chaînes au sein d'une population globalement médiocre. La règle de sélection, par exemple par roue de loterie biaisée, risque alors de conduire à la colonisation de la nouvelle population par ces quelques éléments, ce qui n'est pas souhaitable et est même une des causes principales de convergence prématurée de l'algorithme. Vers la fin de l'exécution, la situation est différente : il est possible qu'il y aie toujours une bonne diversité dans la population, mais l'adaptation moyenne de la population risque d'être fort proche de celle du meilleur individu, ce qui fait que la probabilité de sélection de celui-ci n'est pas supérieure à la probabilité

moyenne de sélection de la population. L'optimisation se réduit alors à une exploration aléatoire parmi des individus globalement médiocres.

Le retraitement de la fonction objectif consiste à redistribuer les valeurs de la fonction de façon à conserver la moyenne d'adaptation de la population, tout en contrôlant le nombre de descendants probables du maximum.

Une transformation linéaire (Figure VI-11) a été utilisée avec succès. Elle consiste à transformer les valeurs $f_{obj,i,i}$ de la fonction objectif des chaînes j d'une population i en des valeurs $f'_{obj,i,j}$ selon l'équation :

$$f'_{obj,i,j} = a f_{obj,i,j} + b \tag{VI-9}$$

où a et b sont choisis de façon à conserver la valeur moyenne de la fonction objectif $\overline{f}_{obj,i}$ dans la population, tout en prodiguant au maximum une probabilité de sélection C_{mult} fois supérieure à la probabilité moyenne de sélection des individus (Figure VI-11).

Les expressions de a et b s'obtiennent à partir du système :

$$\begin{cases} \overline{f}'_{obj,i} = \overline{f}_{obj,i} = a\overline{f}_{obj,i} + b \\ \max\left(f'_{obj,i,j} \right) = C_{mult}\, \overline{f}_{obj,i} = a \max\left(f_{obj,i,j} \right) + b \end{cases} \tag{VI-10}$$

et on a donc

$$\begin{cases} a = \dfrac{\left(C_{mult} - 1 \right) \overline{f}_{obj,i}}{\max\left(f_{obj,i,j} \right) - \overline{f}_{obj,i}} \\ b = \dfrac{\max\left(f_{obj,i,j} \right) - C_{mult}\, \overline{f}_{obj,i}}{\max\left(f_{obj,i,j} \right) - \overline{f}_{obj,i}}\, \overline{f}_{obj,i} \end{cases} \tag{VI-11}$$

Une valeur de C_{mult} égale à 2 a donné de bons résultats dans la plupart des cas testés.

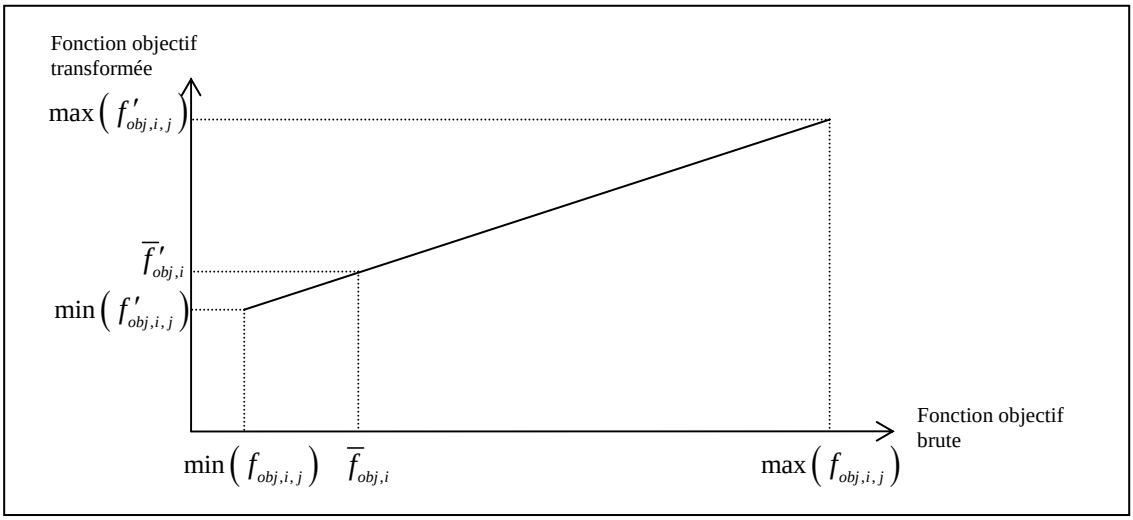


Figure VI-11 : Transformation linéaire « normale » de la fonction objectif

Comme le fait remarquer Goldberg [58], cette transformation de la fonction objectif brute peut conduire à des erreurs, surtout en fin d'exécution. Au début, il n'y a pas de problème : la valeur de la fonction des individus extraordinaires diminue alors que celle des individus

faibles augmente. L'opération permet donc une saine compétition entre toutes les chaînes proposées au départ. Plus loin dans le processus par contre, la situation peut se compliquer, par exemple dans le cas où quelques très mauvais individus survivent dans une population relativement bien adaptée. Ces individus ont en effet une valeur de fonction objectif très faible par rapport à la moyenne et au maximum de la population, qui sont eux fort proches. Cela peut conduire à des valeurs de fonction retraitée négatives pour ces mauvais individus (Figure VI-12). Une façon très simple de résoudre ce problème consiste, quand le coefficient C_{mult} souhaité n'est pas utilisable, à appliquer une nouvelle transformation linéaire de la forme (VI-9), pour laquelle la moyenne de la fonction objectif est à nouveau conservée mais où la seconde condition concerne le minimum de la fonction transformée qui doit être égal à 0.

Le système en les paramètres *a* et *b* s'écrit alors

$$\begin{cases} \overline{f}'_{obj,i} = \overline{f}_{obj,i} = a\overline{f}_{obj,i} + b \\ \min\left(f'_{obj,i,j} \right) = 0 = a \min\left(f_{obj,i,j} \right) + b \end{cases} \quad \text{(VI-12)}$$

ce qui conduit aux valeurs suivantes de a et b :

$$\begin{cases} a = \dfrac{\overline{f}_{obj,i}}{\overline{f}_{obj,i} - \min\left(f_{obj,i,j} \right)} \\ b = \dfrac{\overline{f}_{obj,i} \min\left(f_{obj,i,j} \right)}{\min\left(f_{obj,i,j} \right) - \overline{f}_{obj,i}} \end{cases} \quad \text{(VI-13)}$$

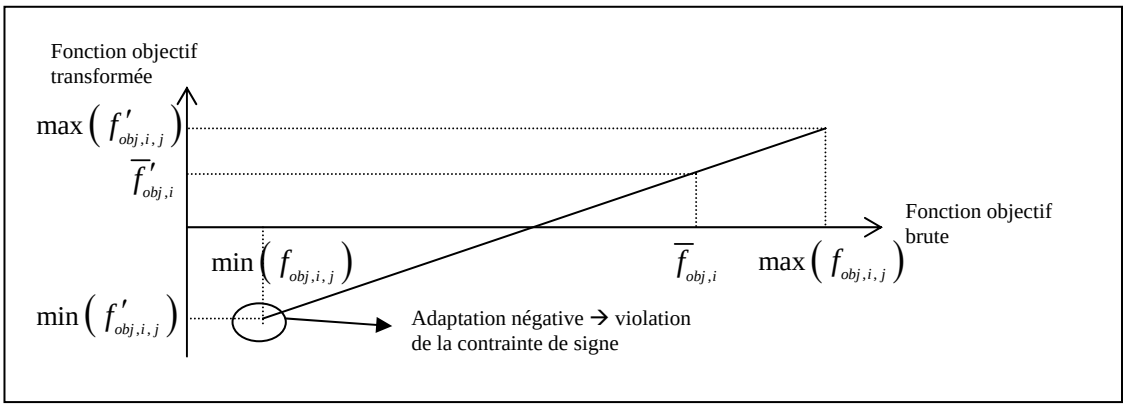


Figure VI-12 : Problème lié à la transformation linéaire « normale » de la fonction objectif

VI.4.4.4 Evaluation globale ou locale

Lorsque plusieurs paramètres doivent être optimisés pour un problème donné, deux approches sont possibles pour calculer la valeur de la fonction objectif.

Soit on calcule une valeur globale, pour chaque chaîne codée, en fonction d'une série de points de comparaison : les populations évoluent sur base d'une sélection de chaînes entières dans l'ancienne population. C'est le cas des problèmes avec des paramètres dépendants.

Soit on calcule, pour chaque paramètre au sein d'une chaîne, une valeur selon certains points de comparaison, et on construit les nouvelles chaînes paramètre par paramètre à l'aide de ces valeurs de fonctions objectifs locales. C'est le cas des problèmes avec des paramètres totalement indépendants.

Les formules introduites dans le logiciel développé dans le cadre de ce travail permettent d'évaluer une fonction locale « hybride » $f''_{obj,loc,j,k}$ en effectuant une moyenne pondérée et normée des fonctions locales et globale pour le gène *k* de la chaîne *j* dans la population *i* :

$$f''_{obj,loc,j,k} = \alpha \frac{f_{obj,glob,i,j}}{\max\left(f_{obj,glob,i,l}\right)} + (1-\alpha)\frac{f_{obj,loc,i,j,k}}{\max\left(f_{obj,loc,i,l,k}\right)} \text{ avec } l = 1 \ldots N \qquad \text{(VI-14)}$$

Cela est intéressant lorsque des données de comparaison qui dépendent de paramètres globaux et de paramètres purement locaux sont disponibles.

Par exemple (§ VI.6.4.6), la valeur du coefficient de frottement et celle du débit d'une rivière ont été optimisées pour différentes valeurs de hauteur d'eau mesurées sur plusieurs échelles limnimétriques. Concrètement, cinq séries de mesures en quatre échelles étaient à notre disposition, chaque série ayant été relevée à un instant différent et donc pour un débit différent. Le coefficient de frottement de la rivière était supposé constant avec le débit. Six paramètres étaient donc à optimiser, dont cinq indépendants entre eux. Chaque série de mesures dépendait d'un paramètre global et d'un paramètre uniquement local.

L'optimisation a été menée comme suit : les chaînes de l'AG contenaient le codage des six paramètres. Pour chaque débit, une valeur de fonction objectif locale « hybride » a été évaluée en calculant une moyenne pondérée entre les écarts du résultat calculé par rapport à la ligne d'eau relative à ce débit et la fonction objectif globale du problème, évaluée avec toutes les données disponibles. Une 6$^{\text{ième}}$ valeur de fonction objectif a été calculée pour le frottement, et ce de façon globale en considérant tous les points de mesure disponibles.

L'évolution des populations a alors été réalisée en reconstruisant les chaînes paramètre par paramètre, en se servant, pour sélectionner les débits, des fonctions objectifs locales et de la fonction globale pour le paramètre de frottement.

Cette seconde approche conduit aux résultats probants du paragraphe VI.6.4.6. Le choix des valeurs de débit les mieux adaptées est guidé par le résultat global de la chaîne testée mais aussi par le résultat propre au débit considéré pour la ligne d'eau le concernant, ce qui améliore nettement la convergence de l'AG.

VI.4.5 Critère d'arrêt

Un AG est la plupart du temps arrêté lorsqu'il a atteint un nombre d'itération fixé a priori par l'utilisateur. En effet, de par son mode de fonctionnement, il ne va jamais « converger » au sens où toute une population va être colonisée par l'optimum absolu et donc toute évolution être stoppée. Ce genre d'évènement est au contraire évité afin que l'algorithme explore le plus possible de pistes différentes dans l'espace de variation des paramètres.

Une autre possibilité de stopper l'évolution serait d'évaluer la variation de l'adaptation des chaînes au cours des générations, et d'arrêter l'AG lorsque les populations ne s'améliorent plus assez rapidement [76]. Ce dernier type de critère n'a pas été choisi dans ce travail car il nécessite de laisser un optimum coloniser suffisamment une population pour atteindre une sorte d'état de convergence qui n'est pas garant d'une exploration totalement libre de l'espace de variation des paramètres. Au contraire, les calculs ont toujours été arrêtés manuellement après avoir examiné l'évolution de l'AG et la qualité de l'optimum proposé en regard des critères d'optimisation propres à l'étude. Aucun critère d'arrêt automatique autre qu'un nombre maximum d'itérations n'a donc été implémenté au sein de l'algorithme.

VI.5 Structure de l'AG et intégration à la suite WOLF

VI.5.1 Structure

La structure de l'AG développé dans le cadre de ce travail est la structure classique proposée dans la littérature, sur laquelle ont été greffées les opérations supplémentaires proposées (Figure VI-13). Les étapes en grisé sur la Figure VI-13 sont des opérations optionnelles.

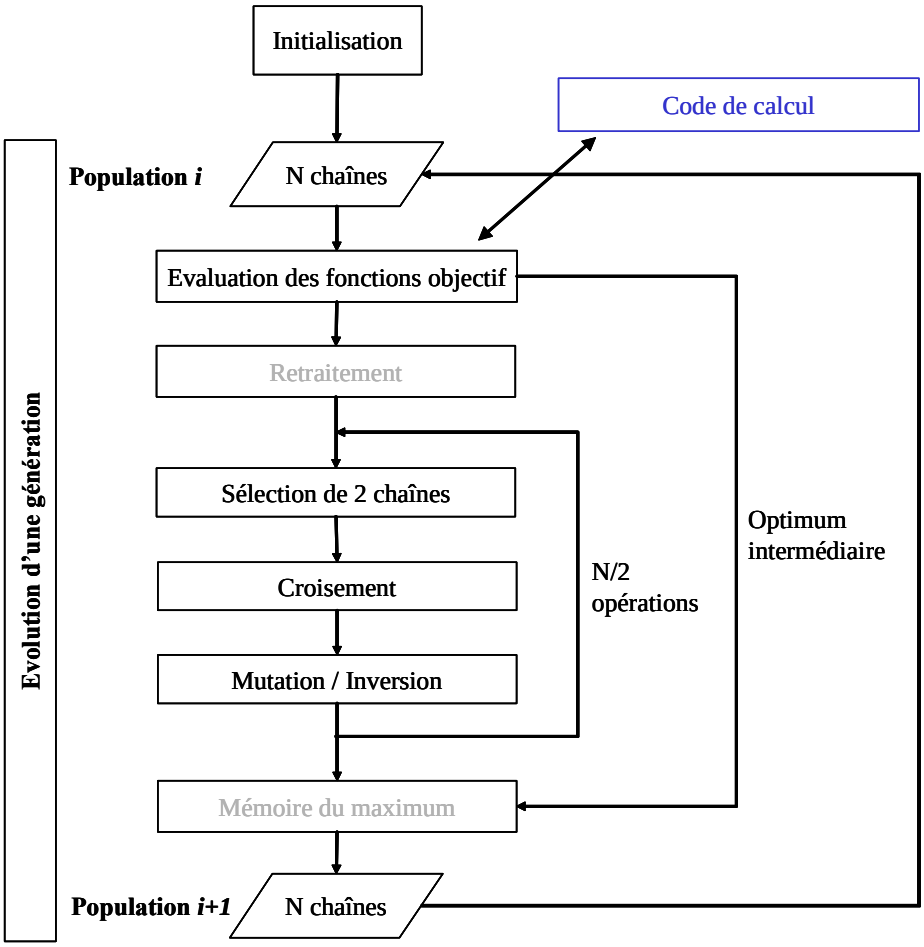


Figure VI-13 : Schéma de fonctionnement de l'AG

Le programme, écrit en Fortran 95, comprend une série de sous-procédures, dont une routine de génération de nombres aléatoires [133], des routines de codage et décodage, de sélection, de croisement et de mutation.

Le corps de l'algorithme est composé d'une séquence d'initialisation dans laquelle les données du problème sont lues, les intervalles de variation des paramètres à optimiser sont calculés, et une première population de chaînes toutes différentes et acceptables par rapport aux contraintes est générée. Il faut noter que la possibilité a été laissée à l'utilisateur de fournir lui-même les chaînes de la première population, de façon à pouvoir comparer entre elles différentes configurations de l'AG ou de reprendre une optimisation à l'endroit où elle a été arrêtée.

La séquence d'initialisation est suivie de la séquence principale d'évolution des populations pendant un nombre de générations fixé par l'utilisateur. Les paramètres de la population *i* sont décodés, leur valeur réelle est calculée par projection sur leur intervalle de variation, et la fonction objectif est évaluée pour chaque chaîne et pour autant que cette combinaison de paramètres n'ait pas encore été testée. Le résultat est ensuite archivé de façon à éviter de faire deux fois le même calcul de fonction d'adaptation.

Une fois les valeurs de fonction objectif de l'ensemble de la population *i* connues, elles sont éventuellement retraitées avant de générer la nouvelle population *i+1* par les opérations de sélection, croisement, mutation et inversion. La meilleure combinaison des paramètres atteinte jusque là est à ce moment éventuellement introduite dans la nouvelle population (mémoire du maximum). Pour terminer, les données et résultats relatifs à la population *i* sont écrits dans les fichiers résultats, avant de faire évoluer la population *i+1*.

VI.5.2 Connexion AG – programmes de calcul

A l'analyse du schéma de la Figure VI-13, on devine déjà que la façon dont a été construit l'AG permet de faire appel à n'importe quel programme de calcul pour évaluer la fonction objectif.

En effet, le programme se présente sous la forme d'un module qui fait appel à toute une série de routines, dont d'évaluation de la fonction objectif. Afin de pouvoir être utilisé par l'AG, il suffit donc que le programme de calcul soit construit de la même façon, avec une routine principale d'initialisation et une autre réalisant le calcul.

Ce travail de structuration des codes hydrodynamiques a été réalisé pour l'ensemble des logiciels de la suite WOLF, en continuité des développements décrits dans les chapitres précédents. L'AG peut donc faire appel uniquement aux routines de calcul de la solution hydrodynamique proprement dite, sans passer à chaque évaluation de fonction objectif par une lecture des paramètres fixes de la simulation (topographie, réseau,…) et sans initialiser à chaque fois les matrices nécessaires à la modélisation. L'AG ne modifie, dans les simulations, que les paramètres qu'il optimise (débit, coefficient de frottement,...), directement à l'endroit où ils sont stockés en mémoire vive, avant de relancer le calcul. De même, il va chercher les résultats dont il a besoin pour évaluer la fonction objectif directement dans le code de calcul hydraulique, une fois la simulation terminée.

Un autre avantage de cette implémentation réside dans le fait que les logiciels hydrodynamiques restent totalement indépendants de l'AG, et peuvent donc aussi bien être utilisés en combinaison avec ce dernier que seuls dans une simulation isolée, sans nécessiter aucune duplication des codes. De même, une amélioration apportée à un quelconque des logiciels est automatiquement répercutée dans l'AG.

Schématiquement, le fonctionnement du logiciel d'optimisation dans son ensemble est synthétisé par la Figure VI-14 :

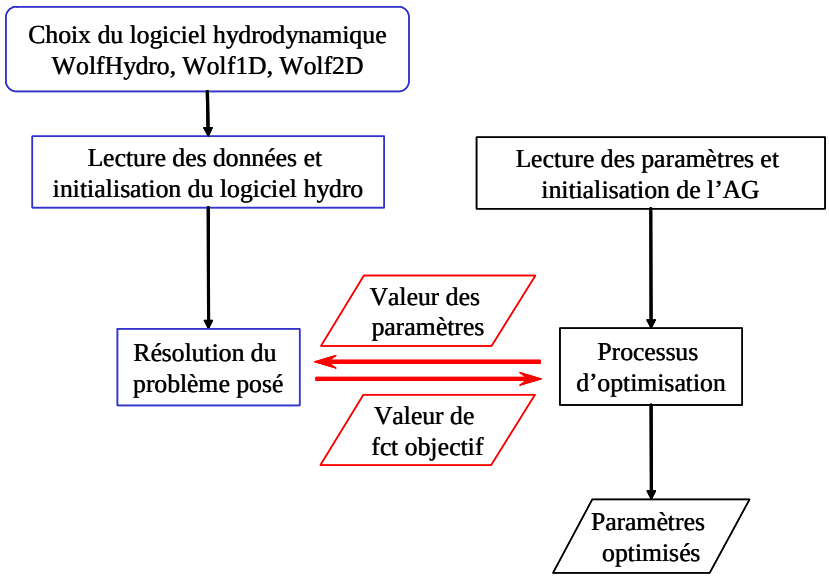


Figure VI-14 : Schéma de principe du programme d'optimisation

VI.5.3 Paramètres de l'optimisation et visualisation des résultats

Afin de faciliter l'utilisation du logiciel d'optimisation et de visualiser efficacement les résultats, même en cours de calibration, l'interface WOLF [6] a été complétée par plusieurs fenêtres d'options propres à WOLFAG (Figure VI-15).

Elles permettent de régler l'ensemble des paramètres de l'AG, de définir les éléments de calibration et de visualiser les résultats en termes d'optimum atteint, de moyenne d'adaptation de la population ou encore d'historique des chaînes testées, que ce soit sous forme graphique ou de tableaux chiffrés.

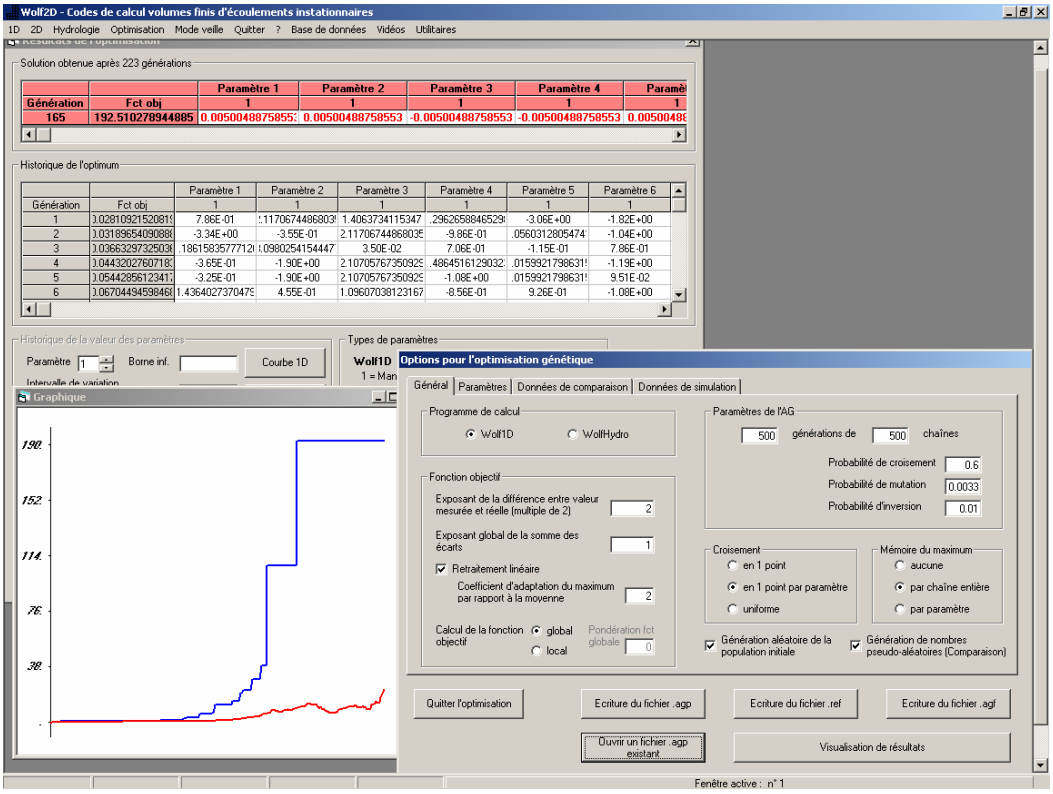


Figure VI-15 : Exemple de fenêtre, personnalisée par l'utilisateur, de définition des paramètres de l'AG et de visualisation des résultats de l'optimisation

VI.6 Tests et validation

VI.6.1 Introduction

L'AG a tout d'abord été appliqué à trois cas théoriques d'optimisation d'une fonction analytique tirés de la littérature. Ces premiers tests ont permis, pour des applications à l'optimum parfaitement identifié, d'utiliser les différentes options du logiciel et de prouver sa capacité à résoudre des problèmes à la complexité croissante.

Dans un second temps, des applications hydrauliques de recherche de la valeur d'un coefficient de frottement ou d'un débit en rivière à partir de mesures de hauteur d'eau en différentes sections ont été réalisées. Elles valident les travaux de couplage du logiciel d'optimisation aux outils de la suite WOLF et illustrent ses capacités à résoudre des problèmes hydrodynamiques de calage. De nouveau, différentes configurations de l'AG ont été envisagées, afin de tenter de définir celle la mieux adaptée à notre cadre d'application.

VI.6.2 Remarque sur l'évolution de l'AG

De par son utilisation de nombres aléatoires, l'AG ne devrait jamais suivre le même chemin de convergence, même pour deux applications successives à un même problème. En effet, la

population de départ sera chaque fois totalement différente, et les nombres aléatoires qui décident des opérations de sélection, croisement, … également.

Il nous fallait cependant pouvoir comparer entre elles différentes simulations afin de pouvoir juger de la rapidité et de la qualité de l'évolution induite par l'une ou l'autre méthode. Pour ce faire, une seconde routine de génération de nombres pseudo-aléatoires a été implémentée dans le logiciel. Elle génère des nombres indépendants entre eux, mais dont la série est identique d'une exécution de l'algorithme à l'autre.

Les comparaisons des différentes configurations qui suivent sont donc licites, la population de départ et la séquence de nombres aléatoires étant à chaque fois identiques.

VI.6.3 Optimisation de fonctions analytiques

De Jong a appliqué les AG à toute une série de fonctions analytiques [58], dont les fonctions :

$$f_1\left(\alpha_j\right) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j^2 \text{ avec } -5{,}12 \le \alpha_j \le 5{,}12 \tag{VI-15}$$

$$f_2\left(\alpha_j\right) = \sum_{j=1}^{N} \left[100\left(\alpha_j^2 - \alpha_{j+1}\right)^2 + \left(1-\alpha_j\right)^2 \right] \text{ avec } -2{,}048 \le \alpha_j \le 2{,}048 \tag{VI-16}$$

Elles sont multivariables et unimodales. La première présente un minimum global pour $\alpha_j=0$, la seconde pour $\alpha_j=1$.

f_1 présente une allure assez simple dans l'espace de variation des paramètres, avec un extremum bien visible, alors que f_2 est plus complexe, le minimum étant localisé dans une longue « vallée » en forme de parabole au fond assez plat (Figure VI-16).

Le troisième cas test envisagé, la fonction de Rastrigin, est multivariable et multimodal [76]:

$$f_3\left(\alpha_j\right) = \sum_{j=1}^{N} \left(\alpha_j^2 - \cos\left(2\pi\alpha_j\right)\right) \text{ avec } -5{,}12 \le \alpha_j \le 5{,}12 \tag{VI-17}$$

L'expression de f_3 est basée sur la fonction f_1 de De Jong à laquelle une modulation en cosinus a été ajoutée de façon à créer toute une série d'extrema locaux (Figure VI-16). La fonction possède un minimum global en $\alpha_j=0$.

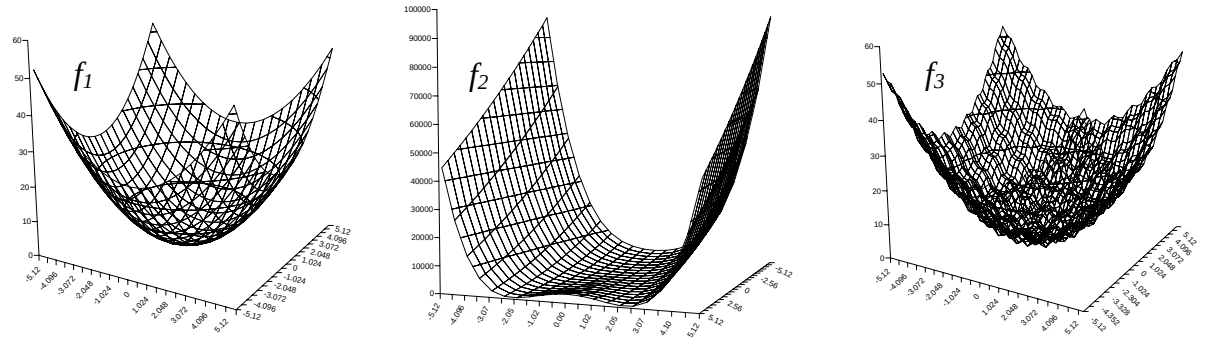


Figure VI-16 : Allure des trois fonctions analytiques envisagées ($N=2$)

Les trois fonctions présentent un minimum comme extremum global. C'est leur inverse qui a été utilisé comme fonction objectif.

Les paramètres ont été codés dans tous les cas à l'aide de 10 bits. 1024 possibilités existent donc pour la valeur de chacun d'entre eux, et les optima absolus deviennent, dans cette espace de représentation (Tableau VI-4) :

Tableau VI-4 : Extremum absolus des fonctions analytiques selon la discrétisation des paramètres par le codage

Fonction	Extremum absolu	α_j correspondant
f_1	5.01E-05	-5.0E-3 ou 5.0E-3
f_2	1.06E-04	-2.0E-3 ou 2.0E-3
f_3	1.04E-03	9.99E-1

Les tests des trois fonctions ont tout d'abord été réalisés pour *N=2*, avec des populations de 100 chaînes évoluant durant 200 générations.

Pour la fonction f_1, les deux opérateurs de sélection par roue de loterie biaisée et par tournoi ont été testés, de même que les trois types de croisement : en un point, en un point par paramètre et uniforme. L'effet de la mémoire du maximum a également été envisagé.

La probabilité de croisement était constante à 0,6, celle de mutation à 0,0033 et celle d'inversion à 0,01. Un retraitement de la fonction objectif a été effectué avec un coefficient d'adaptation du maximum égal à 2.

Le Tableau VI-5 synthétise les résultats obtenus :

Tableau VI-5 : Résultats de l'optimisation de la fonction analytique f_1

Nombre de générations	Nombre de chaînes	Probabilité de			Retraitement de la fct obj
		croisement	mutation	inversion	
200	100	0.6	0.0033	0.01	

Configuration	Mémoire du max	Type de sélection	Type de croisement	Solution obtenue	après X itérations
A	oui	Tournoi	1 pt	**5.01E-05**	24
B	oui	Loterie	1 pt	**5.01E-05**	38
C	oui	Tournoi	1 pt par par	**5.01E-05**	17
D	oui	Loterie	1 pt par par	**5.01E-05**	82
E	oui	Tournoi	uniforme	**5.01E-05**	23
F	oui	Loterie	uniforme	**5.01E-05**	46
G	non	Tournoi	1 pt	**5.01E-05**	32
H	non	Loterie	1 pt	**5.01E-05**	48
I	non	Tournoi	1 pt par par	**5.01E-05**	15
J	non	Loterie	1 pt par par	**5.01E-05**	62
K	non	Tournoi	uniforme	**5.01E-05**	21
L	non	Loterie	uniforme	2.50E-04	68

Seule une configuration (L) n'a pas permis d'atteindre l'optimum absolu endéans le nombre de générations fixé.

La sélection par tournoi permet de trouver plus vite la solution au problème que la sélection par roue de loterie biaisée. Le type de croisement possède quant à lui moins d'influence, bien que celui en un point par paramètre permette d'atteindre le plus rapidement l'optimum, que la mémoire du maximum soit active ou pas (configurations C et I).

Pour la fonction f_2, les opérateurs de mémoire du maximum et de retraitement de la fonction objectif ont été testés dans le cas d'une sélection par roue de loterie biaisée, et avec un croisement en un point par paramètre.

La probabilité de croisement était constante à 0,6, celle de mutation à 0,0033 et celle d'inversion à 0,01.

Les résultats obtenus sont synthétisés dans le Tableau VI-6.

Seule la configuration incluant les deux opérateurs de mémoire du maximum et de retraitement de la fonction objectif a atteint l'optimum (M).

Dans les autres cas, on assiste soit à une colonisation prématurée des populations par le premier optimum atteint (configurations O et P - Figure VI-17), soit à un oubli des optima déjà testés avant une convergence vers un extremum local (configuration N - Figure VI-18).

Tableau VI-6 : Résultats de l'optimisation de la fonction analytique f_2

Nombre de générations	Nombre de chaînes	Probabilité de		
		croisement	mutation	inversion
200	100	0.6	0.0033	0.01

Sélection par roue de loterie	Croisement en 1 pt par param

Configuration	Mémoire du max	Retraitement de la fct obj	Solution obtenue	après X itérations
M	oui	oui	**1.06E-04**	75
N	non	oui	2.38E-02	6
O	oui	non	5.83E-02	3
P	non	non	7.06E-02	3

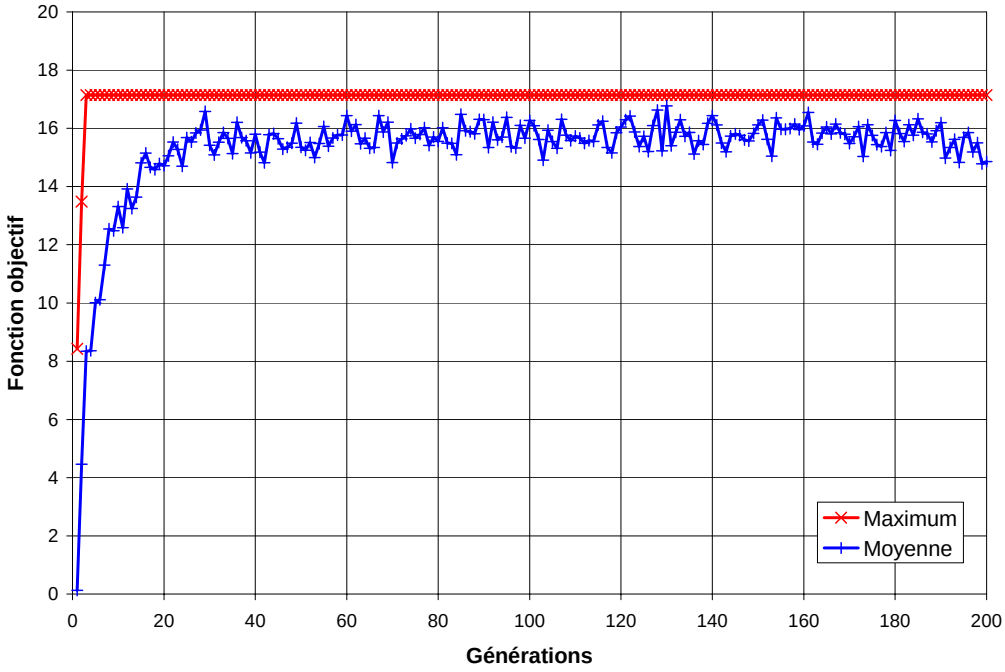


Figure VI-17 : Courbes d'évolution de la configuration O

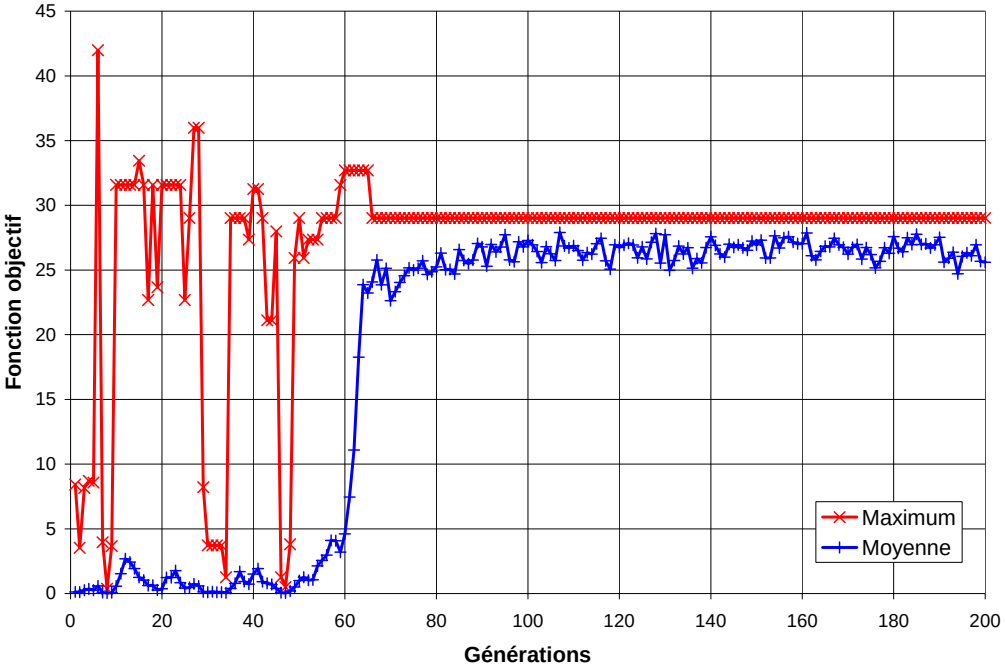


Figure VI-18 : Courbes d'évolution de la configuration N

Enfin, pour la fonction f_3, ce sont les probabilités de croisement, mutation et inversion qui ont été modifiées.

Une sélection par tournoi a été envisagée, avec un croisement en un point par paramètre, la mémoire du maximum et un retraitement linéaire de la fonction objectif avec un coefficient d'adaptation du maximum égal à 2.

Les résultats sont synthétisés dans le Tableau VI-7. L'optimum a été atteint dans tous les cas.

Tableau VI-7 : Résultats de l'optimisation de la fonction analytique f_3

Nombre de générations	Nombre de chaînes
200	100

Sélection par tournoi	Croisement en 1 pt par param
Retraitement de la fontion objectif	Mémoire du maximum

Configuration	Probabilité de			Solution obtenue	après X itérations
	croisement	mutation	inversion		
Q	0.6	0.0033	0.01	**1.04E-03**	14
R	0.4	0.0033	0.01	**1.04E-03**	22
S	0.8	0.0033	0.01	**1.04E-03**	17
T	0.6	0.033	0.01	**1.04E-03**	21
U	0.6	0.0033	0.001	**1.04E-03**	14

Une probabilité de croisement moyenne permet d'obtenir les meilleurs résultats (configuration Q). La probabilité de mutation se doit de rester faible pour ne pas détruire tous les effets de la reproduction. L'inversion ne semble pas jouer un grand rôle dans l'exemple envisagé ici.

Cette dernière fonction analytique f_3 a également été envisagée avec 10 paramètres à optimiser, codés en 10 bits. Son minimum est alors de $1{,}19\ 10^{-3}$. Il est localisé en $x_j = 9{,}99\ 10^{-1}$.

L'optimisation a été menée avec une sélection par tournoi, un croisement en un point par paramètre, une mémoire du maximum et un retraitement de la fonction objectif. Les probabilités de croisement, mutation et inversion étaient respectivement de 0,6, 0,0033 et 0,01. Cette configuration était la plus efficace de celles envisagées auparavant.

Ce sont la taille des populations et le nombre de générations qui ont été ici modifiés.

Le Tableau VI-8 synthétise les configurations testées et les résultats obtenus.

Tableau VI-8 : Résultats de l'optimisation de la fonction analytique f_3 avec 10 paramètres

Probabilité de		
croisement	mutation	inversion
0.6	0.0033	0.01

Sélection par tournoi	Croisement en 1 pt par param
Retraitement de la fontion objectif	Mémoire du maximum

Configuration	Nombre de générations	Nombre de chaînes	Solution obtenue	après X itérations
V	200	100	1.35E-02	182
W	500	100	**5.19E-03**	303
X	200	500	**5.19E-03**	165

Une faible taille de population associée à un petit nombre de générations limite trop les potentialités d'exploration et d'évolution de l'AG pour atteindre l'optimum (configuration V).

On peut alors, soit augmenter le nombre de génération afin de laisser plus de temps à l'algorithme pour converger (configuration W), soit augmenter la taille des populations pour explorer une zone plus large de l'espace de variation des paramètres (configuration X).

Le premier cas conduit à moins d'évaluations de la fonction objectif et est par conséquent plus rapide, mais le second est potentiellement beaucoup plus riche en terme de diversité des solutions examinées.

VI.6.3.1 Synthèse

L'AG a trouvé l'optimum de toutes les fonctions analytiques envisagées.

L'opérateur de sélection par tournoi a globalement conduit à de meilleurs résultats que la roue de loterie biaisée. De même, le croisement en un point par paramètre s'est légèrement démarqué des autres opérateurs de croisement.

Le retraitement de la fonction objectif est indispensable si une sélection par roue de loterie est réalisée. La mémoire du maximum a eu des effets bénéfiques dans la majorité des cas envisagés.

Les probabilités de croisement et mutation proposées dans la littérature sont licites. Une probabilité d'inversion faible est nécessaire du fait de l'utilisation du codage binaire.

Enfin, la taille des populations doit être choisie avec attention en fonction des capacités de calcul disponibles et de la dimension du problème considéré, notamment la longueur des chaînes [62].

VI.6.4 Optimisation de paramètres hydrauliques

Cette seconde étape de test et de validation de l'AG concerne son application à des problèmes hydrodynamiques modélisés à l'aide du logiciel WOLF1D (§ I.2.2.2). Elle a été réalisée dans le cadre de notre DEA et est plus largement décrite dans le document qui présente les résultats de ces recherches [41].

VI.6.4.1 Données

Un tronçon de l'Ourthe a été utilisé comme cadre d'application. Nous disposons en effet d'une banque de données très complète sur un tronçon de 559,4 m de la rivière qui traverse la ville d'Houffalize à hauteur du parking des autobus.



Figure VI-19 : Vue du tronçon de l'Ourthe à Houffalize

Un relevé topographique du site, réalisé en 1989, existe à la Région Wallonne (Siège central à Jambes – N° de dossier IGE.3H/L.T 1989/C.E.12). Les sections en travers disponibles sont au nombre de 30 et sont équidistantes d'environ 20 m. L'altitude du fond varie de la cote 327.08 m pour la section aval à la cote 327.9 m pour la section amont.

Ce tronçon présente peu de difficultés et constitue donc un excellent cadre d'application pour tester l'AG dans un cas réel.

Afin de s'affranchir de toute erreur sur la valeur des hauteurs d'eau mesurées sur site, la démarche suivante a été adoptée dans cette application. Au départ des données topographiques, les lignes d'eau correspondant à des débits de 0,5, 2,5, 5, 7,5 et 10 m³/s ont été calculées à l'aide du logiciel WOLF1D. Ces valeurs balayent la gamme des débits généralement observés à cet endroit. Comme condition limite aval du problème, une hauteur d'eau a été imposée en s'inspirant des données relevées sur le terrain, la condition limite amont étant le débit. Le coefficient de frottement de Manning-Strickler a été pris égal à 25 $m^{1/3}/s$, valeur plausible pour ce type de cours d'eau. A partir des résultats de modélisation, des valeurs de hauteurs mesurées en quatre échelles limnimétriques virtuelles, placées respectivement aux abscisses 0, 186,3, 356,6 et 497,9 m à partir de la section amont, ont été générées. Cinq séries de quatre hauteurs mesurées correspondant à cinq débits et à un coefficient de frottement étaient donc disponibles, ce qui représente potentiellement six paramètres de calage. Ces données ont servi d'éléments de référence pour l'AG afin de déterminer par méthode inverse la valeur du coefficient de frottement et les débits de la rivière.

Le Tableau VI-9 récapitule les données utilisées et les résultats obtenus par le calcul hydrodynamique préalable. Un tracé des cinq lignes d'eau générées est reproduit à la Figure VI-20.

Tableau VI-9 : Données et résultats des simulations hydrodynamiques de référence

Echelle	Abscisses	Hauteurs d'eau calculées (m)				
		Q = 0.5 m³/s	Q = 2.5 m³/s	Q = 5 m³/s	Q = 7.5 m³/s	Q = 10 m³/s
1	0	0.16	0.36	0.57	0.77	0.94
11	186.3	0.24	0.52	0.75	0.95	1.13
20	356.6	0.64	0.90	1.14	1.33	1.50
27	497.9	0.59	0.79	0.97	1.13	1.27
Cond limite aval (altitude de surface libre)		327.5	327.6	327.7	327.8	327.9
		Coefficient de frottement			K = 25	

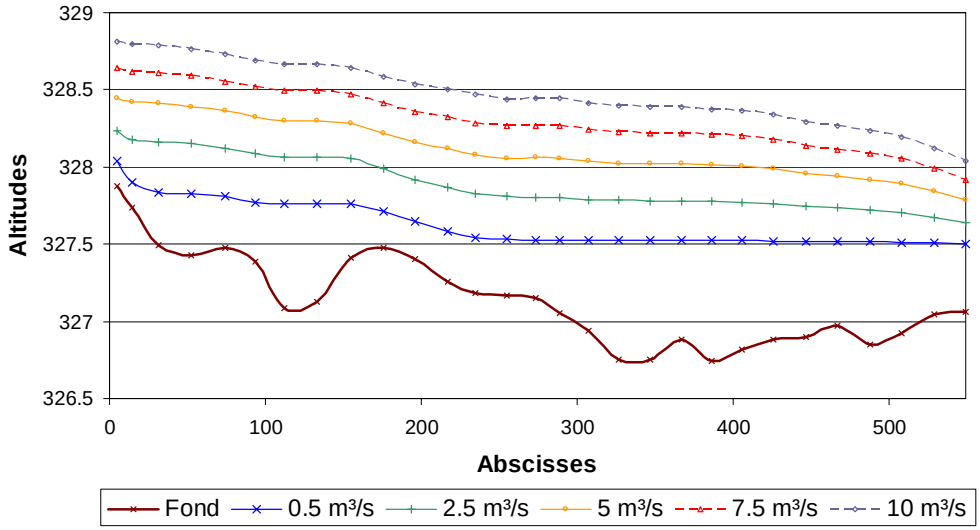


Figure VI-20 : Tracé des lignes d'eau de référence

VI.6.4.2 Réflexion sur la précision des données

Les résultats fournis par WOLF1D en termes de hauteur d'eau possèdent huit chiffres significatifs après la virgule pour une expression en mètres. Fournir des données avec une telle précision à l'AG n'a aucun sens, étant entendu que la mesure des hauteurs sur une

échelle limnimétrique est au mieux précise au centimètre. Les résultats préalables ont donc été arrondis avant leur utilisation dans l'AG. Ce faisant, la meilleure valeur des paramètres, c'est-à-dire celle donnant la plus grande valeur de fonction objectif, n'est plus nécessairement celle utilisée au départ pour le calcul des lignes d'eau.

De plus, le codage binaire des paramètres introduit une discrétisation des valeurs testées dans leur intervalle de variation, et donc une nouvelle approximation sur le résultat.

Afin d'évaluer l'impact de ces approximations, un calcul de la fonction objectif de tous les couples coefficient de frottement – débit a été réalisé, par pas de 0,1 unité, pour une des séries de mesures. La plage de variation du coefficient de frottement, de 10 à 50 $m^{1/3}/s$, a été balayée par pas de 0,1 $m^{1/3}/s$, et celle du débit, de 0,1 à 15 m^3/s, par pas de 0,1 m^3/s. Cette opération a été effectuée sur la série des hauteurs d'eau correspondant au débit de 2,5 m^3/s.

Les résultats sont représentés à la Figure VI-21 en termes de maximum de fonction objectif sur l'intervalle de variation du coefficient de frottement ou du débit pour l'ensemble des valeurs de l'autre paramètre.

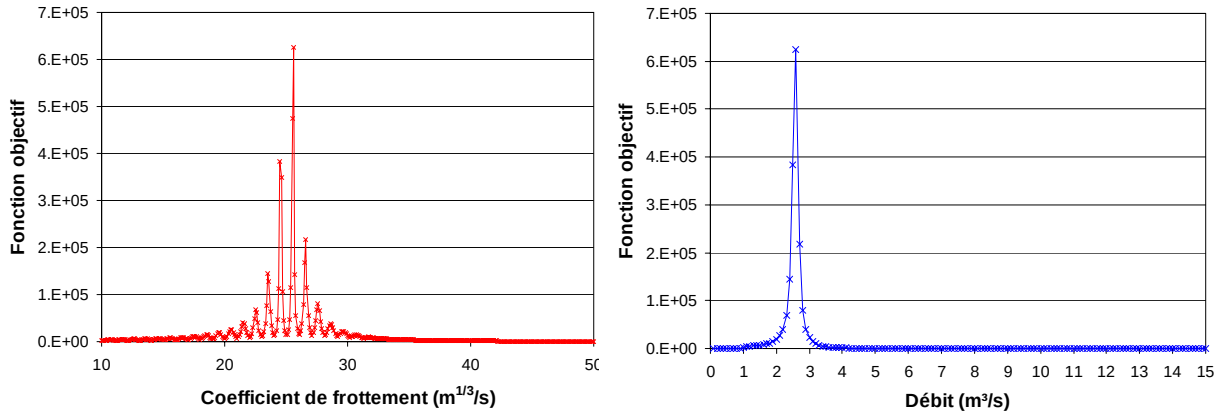


Figure VI-21 : Maximum de fonction objectif sur l'intervalle de variation d'un paramètre en fonction de l'autre - Coefficient de frottement en abscisse à gauche et débit à droite - Données du débit de 2,5 m^3/s

La valeur de 2,5 m^3/s du débit optimal est sensiblement conservée. Il en va de même de la valeur optimale de 25 $m^{1/3}/s$ du coefficient de frottement, mais plusieurs optima locaux sont également présents sur la courbe de ce paramètre.

On peut penser, en regard des graphes de la Figure VI-21, que le débit est un paramètre assez peu sensible aux faibles variations de hauteurs d'eau, ce qui n'est pas le cas du coefficient de frottement.

Les pics du maximum de la fonction objectif du coefficient de frottement sont distribués autour de la valeur optimale de départ de 25. Cela s'explique par le fait que l'arrondi des valeurs de hauteurs d'eau a été effectué tantôt à la valeur supérieure, tantôt à la valeur inférieure, et qu'il existe donc des solutions bien adaptées que l'on approche la ligne d'eau réelle par le bas ou par le haut.

On peut à ce stade se féliciter d'avoir choisi une méthode d'optimisation basée sur l'exploration globale de l'espace de variation des paramètres, la multiplication des optima locaux représentant autant d'écueils à l'application efficace d'une méthode classique. Néanmoins, ces réflexions illustrent la difficulté de caler un coefficient de frottement au départ de mesures de hauteurs d'eau en rivière et rappellent la nécessité de faire preuve de prudence dans la réalisation et l'analyse des résultats de telles études.

Même si la variation des paramètres de l'optimisation était continue dans leur espace de variation, la modification des données de comparaison induit la présence d'optima locaux

dans la fonction objectif d'un coefficient de frottement. En conséquence, le problème cité ci-dessus n'est pas l'apanage des AG utilisant un codage binaire.

Cette dernière réflexion amène naturellement au problème de la précision de données réelles collectées sur site.

Les mesures de hauteurs d'eau à l'aide d'échelles limnimétriques ou de limnimètres ne sont jamais précises au-delà du centimètre. De plus, la surface libre d'un écoulement sur la largeur du plan d'eau n'est jamais parfaitement horizontale, et donc la mesure en une section dépend de la position de l'échelle. Enfin, la collecte des données est entachée de toute une série d'erreurs qu'il est presque impossible d'éviter (erreurs de lecture, déplacement des échelles,…)

Une erreur sur une mesure en une échelle conduit à des résultats semblables à ceux de la Figure VI-21 lors du calage du coefficient de frottement, avec un éventuel déplacement de l'optimum absolu. L'analyse de données réelles ne manquerait donc pas d'être riche d'enseignements et permettrait sans doute de faire encore beaucoup évoluer la méthode.

Néanmoins, dans ce travail, avant de penser à l'application à des cas réels, la configuration d'un algorithme d'optimisation fonctionnel est recherchée en utilisant des données dont la précision est exempte de tout soupçon.

VI.6.4.3 Paramètres de l'AG

Dans le cadre de cette application, certains paramètres de l'AG ont été figés.

Une sélection par roue de loterie biaisée a été employée dans tous les cas.

La probabilité de croisement était égale à 0,6, celle de mutation à 0,033 et celle d'inversion à 0,01. Ces valeurs ont été choisies en fonction de la taille des populations qui comportaient entre 30 et 120 chaînes suivant le nombre de paramètres et la taille de leur codage. En effet, Goldberg [58] suggère que « pour avoir de bonnes performances, il faut choisir une probabilité de *crossover* (croisement) élevée, une probabilité de mutation faible (inversement proportionnelle à la taille de la population), et une population de taille modérée. »

La fonction objectif a été évaluée via les formules (VI-6) et (VI-5) avec des valeurs des paramètres $a=1$ et $b=2$.

VI.6.4.4 Optimisation de deux paramètres

Dans un premier temps, les valeurs d'un seul débit et du coefficient de frottement ont été optimisées à partir de la série de mesures relatives au débit de 2,5 m³/s. Cela a permis de tester pas à pas les différentes opérations de base de l'AG.

Le calcul de la fonction objectif a été effectué de façon globale.

Les paramètres ont été codés en 7 bits, que ce soit pour le coefficient de frottement ou pour le débit. Les intervalles de variation étaient respectivement de 10 à 50 $m^{1/3}/s$ pour le coefficient de frottement et de 0.1 à 15 m³/s pour le débit. Cela entraîne une erreur maximum de l'ordre de 0,25 $m^{1/3}/s$ (1 %) sur le coefficient de frottement, et 0,05 m³/s (2 %) sur le débit.

L'AG a effectué à chaque fois 1000 générations avec des populations de 30 chaînes, c'est-à-dire que, potentiellement, il pouvait explorer dans son ensemble l'intervalle de variation des paramètres (30000 chaînes à tester sur $2^7 \times 2^7 = 16384$ possibilités). Ce grand nombre de générations a été choisi de façon à être sûr que l'AG atteigne l'optimum absolu ou que la population soit colonisée, et donc de façon à ce que les différentes configurations puissent être comparées entre elles. La taille des populations, 30 chaînes, a été choisie comme un bon compromis entre une occupation initiale suffisamment large de l'espace de variation des paramètres et un temps de calcul relativement faible pour une population.

Les calculs d'optimisation ont été effectués sur un PC équipé d'un processeur *Intel® Pentium IV* cadencé à 1.4 GHz. Ils nécessitaient une dizaine de minutes par configuration de l'AG.

Le maximum calculé de la fonction objectif était de 3,86 10^5 pour un coefficient de frottement de 25,12 $m^{1/3}/s$ et un débit de 2,56 m^3/s.

Effet du retraitement de la fonction objectif

La première simulation effectuée (Simul 22) possédait les caractéristiques suivantes :

- Pas de retraitement de la fonction objectif,
- Pas de mémoire du maximum,
- Croisement uniforme,
- Pas d'inversion.

Après 1000 générations, le résultat décevant du Tableau VI-10 a été observé.

Tableau VI-10 : Résultats de la simulation de base à deux paramètres

Simul 22	K	Q	Fct Obj
Optimum	25	2.5	386100
Résultat	20.08	2.09	8818
% d'erreur	19.69	16.22	97.72
Nombre de chaînes testées			1011

Le nombre de chaînes différentes qui ont été testées est extrêmement faible, ce qui indique que les populations ont été assez vite « colonisées » par une chaîne unique, ce qui a bloqué le processus de recherche de l'optimum.

Les courbes de l'optimisation (Figure VI-22) montrent que, rapidement, la moyenne devient proche du maximum. Cela confirme que les populations sont colonisées par la première chaîne bien adaptée que l'AG évalue, et ce tant sa probabilité de sélection est grande. Cela empêche l'AG d'explorer de nouvelles pistes et donc d'améliorer la valeur des paramètres.

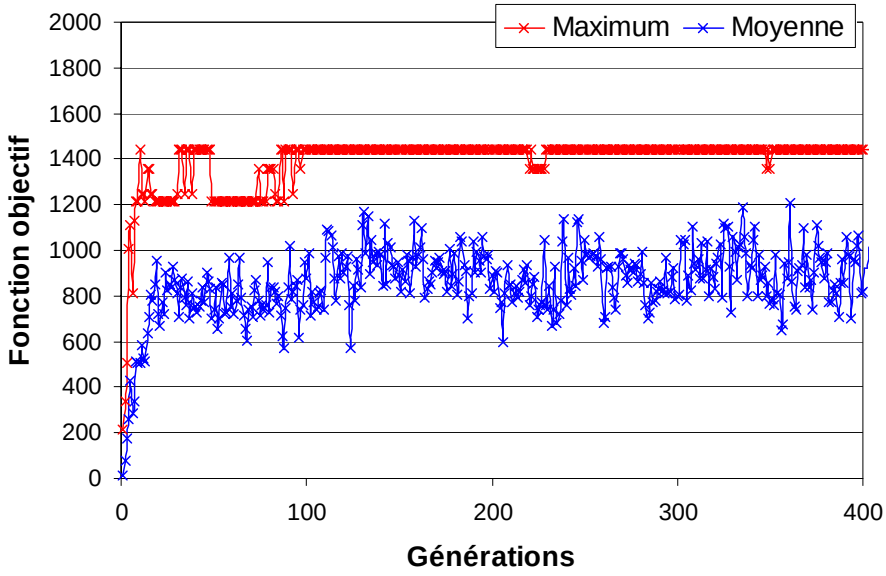


Figure VI-22 : AG de base, la première chaîne « bien adaptée » colonise la population

La Figure VI-23 illustre la répartition dans l'espace de variation des paramètres de la population initiale et de la quatrième population. L'AG ne cherche des solutions que dans le voisinage immédiat de la première chaîne bien adaptée qu'il a atteint, c'est-à-dire qu'il ne teste plus que des valeurs qu'il peut se générer par effet de mutation, le croisement étant rendu totalement inefficace car les chaînes sélectionnées sont identiques à chaque fois.

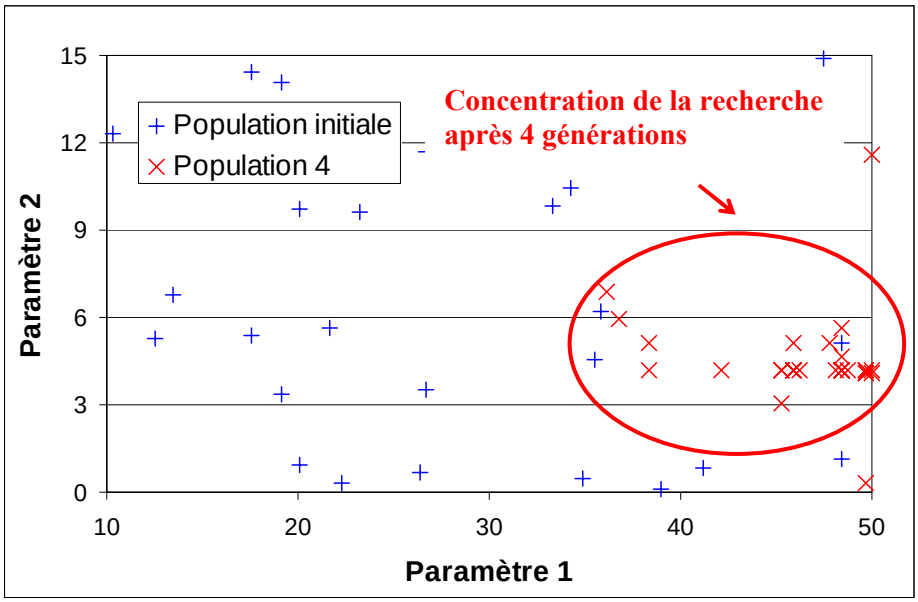


Figure VI-23 : Occupation de l'espace de variation des paramètres

Le problème récurrent des applications effectuées avec l'AG sous sa forme la plus simple est une colonisation des populations par la première chaîne bien adaptée rencontrée. Si celle-ci est proche de l'optimum, les conséquences sont faibles puisque ce dernier peut être considéré comme atteint. Par contre, si la chaîne est moins satisfaisante, toute évolution est exclue par la colonisation et l'évolution des populations est bloquée.

Le retraitement de la fonction objectif est destiné à éviter ce problème. Par son application, une bonne chaîne recevra un nombre maximum de descendants fixé par l'utilisateur (en général 2), ce qui l'empêchera de coloniser toute la population et permettra une exploration d'autres pistes par l'AG.

La seconde simulation (Simul 17) possédait donc les mêmes caractéristiques que la première mais avec un retraitement de la fonction objectif. Même si le résultat n'est pas beaucoup plus probant (Tableau VI-11), le nombre de chaînes testées est nettement supérieur que dans le cas précédent.

Tableau VI-11 : Application du retraitement de la fonction objectif → augmentation du nombre de chaînes testées

Simul 17	K	Q	Fct Obj
Optimum	**25**	**2.5**	**386100**
Résultat	30.16	3.03	16880
% d'erreur	20.63	21.32	95.63
Nombre de chaînes testées			3589

Les courbes d'évolution de l'optimisation (Figure VI-24) montrent qu'il n'y a plus de colonisation des populations, la moyenne de la fonction objectif restant nettement inférieure au maximum.

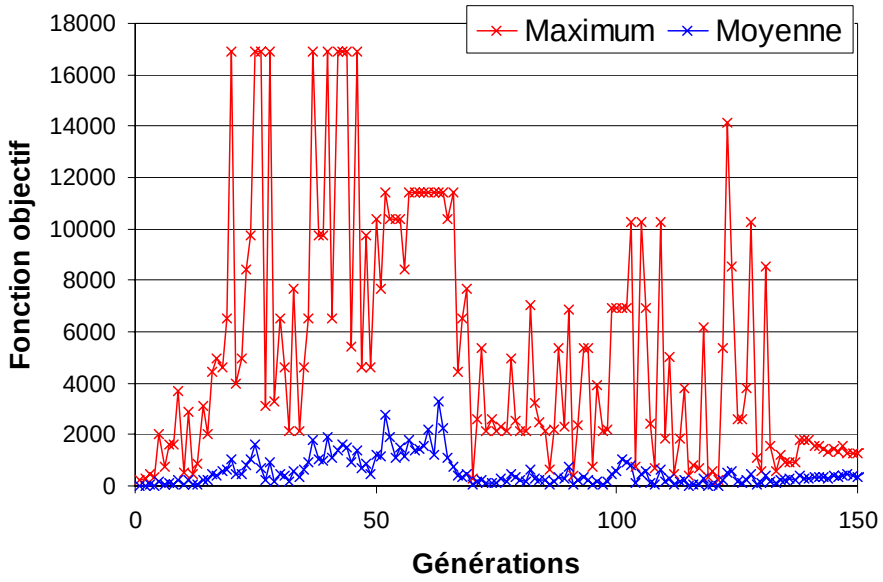


Figure VI-24 : Absence de colonisation des populations par retraitement de la fonction objectif

Effet du type de croisement

Le croisement uniforme utilisé jusqu'à présent maximise le mélange de l'information entre les chaînes disponibles dans une population. Les solutions obtenues ne sont cependant pas satisfaisantes.

La question est de savoir si ce mixage intense des bits entre chaînes parentes ne détruit pas trop de schèmes utiles. Pour y répondre, le croisement en un point par paramètre a été testé. Il conserve théoriquement des morceaux de chaînes plus longs lors de la création de nouveaux chromosomes, tout en maximisant le mélange de l'information en faisant évoluer tous les paramètres de concert.

La simulation 18 présentait les caractéristiques suivantes :

- Retraitement de la fonction objectif,
- Pas de mémoire du maximum,
- Croisement en un point par paramètre,
- Pas d'inversion.

Elle a atteint l'optimum absolu endéans le nombre de générations fixé (Tableau VI-12).

Tableau VI-12 : Simulation avec retraitement de la fonction objectif et croisement en 1 point par paramètre

Simul 18	K	Q	Fct Obj
Optimum	**25**	**2.5**	**386100**
Résultat	25.12	2.56	386100
% d'erreur	0.47	2.55	0.00
Nombre de chaînes testées			8929

L'AG a atteint toute une série d'optima mais sans en conserver d'une population à l'autre, ceci grâce au retraitement de la fonction objectif (Figure VI-25).

La simulation passe par l'optimum absolu, et on peut donc penser que le croisement utilisé ici est plus efficace, pour le problème considéré, que le croisement uniforme.

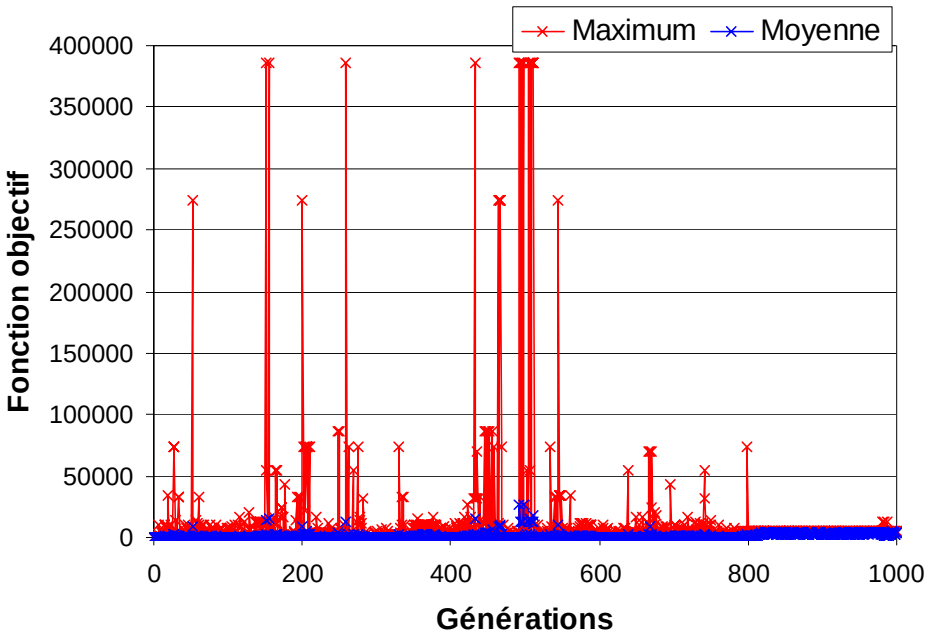


Figure VI-25 : Evolution de l'optimisation avec croisement en 1 point par paramètre

Les résultats avec le croisement simple en un point ne sont pas présentés car il n'y a pas d'amélioration des performances de l'AG ; au contraire, bien que le mélange d'information soit efficace, il n'est opéré que sur un paramètre à la fois et l'évolution des populations s'en trouve ralentie.

Effet de la mémoire du maximum

La configuration de l'AG obtenue tant qu'à présent le pousse à explorer un grand nombre de pistes différentes, ce qui lui permet de passer par l'optimum. Ce dernier n'est néanmoins pas nécessairement gardé en mémoire vu qu'il n'engendre pas un nombre de descendants fortement supérieur à celui des autres chaînes.

La démarche suivie a donc logiquement été de forcer l'AG à garder dans chaque population le meilleur résultat de la population précédente. Cette meilleure chaîne n'est ajoutée à une nouvelle population que si elle ne s'y retrouve pas de façon « naturelle », afin de ne pas contrer l'effet bénéfique du retraitement de la fonction objectif en multipliant le nombre d'occurrence de l'optimum dans les nouvelles populations.

La simulation 14 possèdait les caractéristiques suivantes :

- Retraitement de la fonction objectif,
- Mémoire du maximum,
- Croisement en un point par paramètre,
- Pas d'inversion.

Tableau VI-13 : Optimisation avec retraitement de la fonction objectif, croisement en un point par paramètre et mémoire du maximum → optimum absolu atteint

Simul 14	K	Q	Fct Obj
Optimum	**25**	**2.5**	**386100**
Résultat	25.12	2.56	386100
% d'erreur	0.47	2.55	0.00
Nombre de chaînes testées			2653

Bien que le nombre de chaînes testées soit plus petit que pour la simulation 18, l'optimum absolu est atteint (Tableau VI-13). L'AG reste néanmoins longtemps bloqué sur un extremum local avant d'atteindre l'optimum absolu (Figure VI-26).

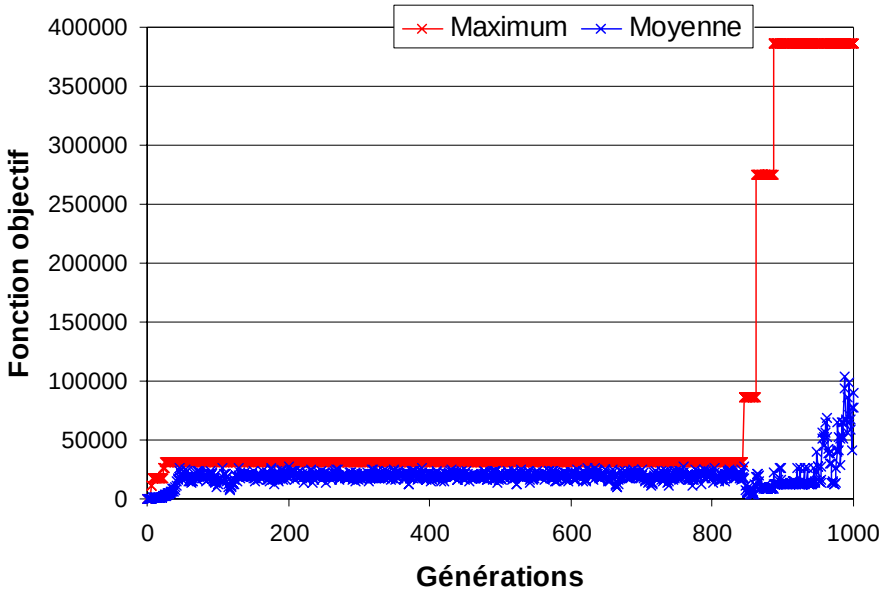


Figure VI-26 : L'optimisation atteint l'optimum absolu mais est restée longtemps sur un résultat médiocre

Effet de l'inversion

A l'analyse des résultats, il semble que le codage utilisé soit à l'origine de ce palier dans la convergence de l'algorithme. Comme expliqué précédemment, en codage binaire, il faut dans certains cas totalement inverser le codage d'un paramètre pour pouvoir tester une valeur très proche d'une autre en termes de valeur réelle.

La simulation 21 a exactement les mêmes caractéristiques que la simulation 14, si ce n'est que le codage d'un paramètre peut être totalement inversé avec une probabilité assez faible.

Tableau VI-14 : Optimisation avec inversion totale du codage

Simul 21	K	Q	Fct Obj
Optimum	**25**	**2.5**	**386100**
Résultat	25.12	2.56	386100
% d'erreur	0.47	2.55	0.00
Nombre de chaînes testées			8184

L'optimum est dans ce cas atteint très rapidement, ce qui confirme l'importance de l'inversion pour l'homogénéité de la recherche de la solution optimale (Figure VI-27).

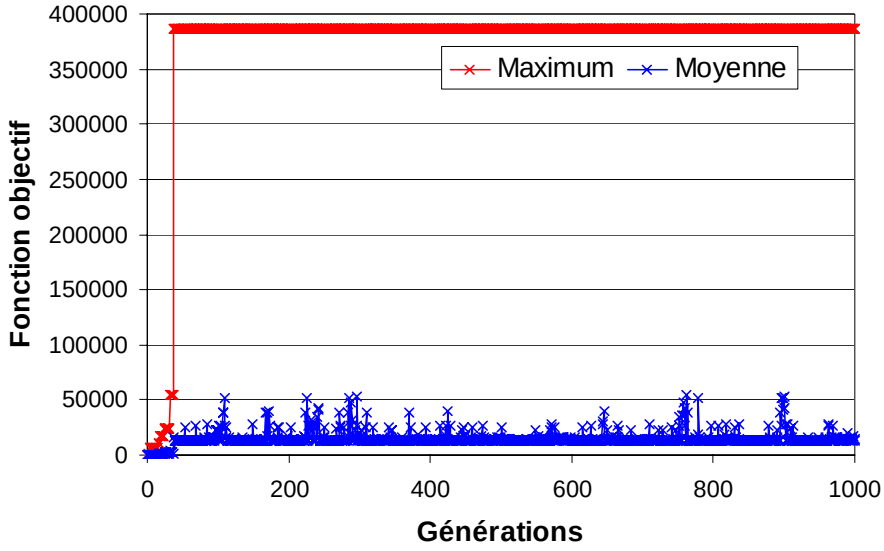


Figure VI-27 : Convergence rapide de l'AG après adjonction de l'opérateur d'inversion du codage

Nombre de générations et de chaînes

Le nombre de chaînes que contient une population est extrêmement important pour la rapidité de convergence et de calcul de l'AG. Des tests ont été effectués et ont montré que, pour une petite population de départ, l'AG effectue moins d'évaluations de fonction objectif que pour une grande population, et ce à maximum possible égal. Pour un problème simple, 25 générations de 60 chaînes ont été envisagées, ce qui a conduit en moyenne à 860 évaluations de la fonction objectif sur 1500 possibles. Pour 50 générations de 30 chaînes, l'AG n'a évalué que 550 valeurs en moyenne. Cette constatation trouve son explication dans le plus grand nombre de chaînes différentes envisagées dès le départ, et donc dans la plus grande quantité d'information disponible pour le croisement.

Il est évident que plus l'AG teste de chaînes différentes, plus il aura de chance d'atteindre rapidement l'optimum absolu. Si les populations sont trop grandes, le temps de calcul peut cependant rapidement devenir prohibitif, sans compter que l'AG ne sera plus à même de discerner les bonnes chaînes des autres tant le nombre de chromosomes, et donc la taille de la roue de sélection, sera grand.

Synthèse

Le Tableau VI-15 synthétise les caractéristiques de toutes les simulations effectuées sur le problème à deux paramètres, avec en jaune la configuration finale.

Tableau VI-15 : Caractéristiques des simulations à deux paramètres

	Retraitement linéaire	Mémoire du maximum	Croisement	Mutation totale
Simul 13	Oui C_{mult}=2	Oui	Uniforme	Non
Simul 14			En 1 pt par param	Non
Simul 21			En 1 pt par param	Oui (p = 0.01)
Simul 15			En 1 pt	Non
Simul 17		Non	Uniforme	Non
Simul 18			En 1 pt par param	Non
Simul 16	Non	Oui	Uniforme	Non
Simul 22		Non	Uniforme	Non

Les résultats de ces huit simulations sont résumés dans le Tableau VI-16.

Tableau VI-16 : Résultats des simulations d'optimisation de deux paramètres

	Coef. de frottement	Débit	Fct obj max	Nbre absolu de chaînes testées	Nbre de chaînes testées avant max
Simul 13	25.12	2.56	**386100**	7018	2105
Simul 14	25.12	2.56	**386100**	2653	1479
Simul 21	25.12	2.56	**386100**	8184	869
Simul 15	23.86	2.45	85985	1526	710
Simul 17	30.16	3.03	16880	3589	532
Simul 18	25.12	2.56	**386100**	8929	2983
Simul 16	40.24	3.97	1443	961	236
Simul 22	20.28	2.09	8818	1011	929

Si les différentes configurations sont représentées sur un graphique en comparant leur efficacité (optimum atteint) par rapport au temps de calcul nécessaire (nombre d'évaluations de la fonction objectif), le graphe très intéressant de la Figure VI-28 est obtenu.

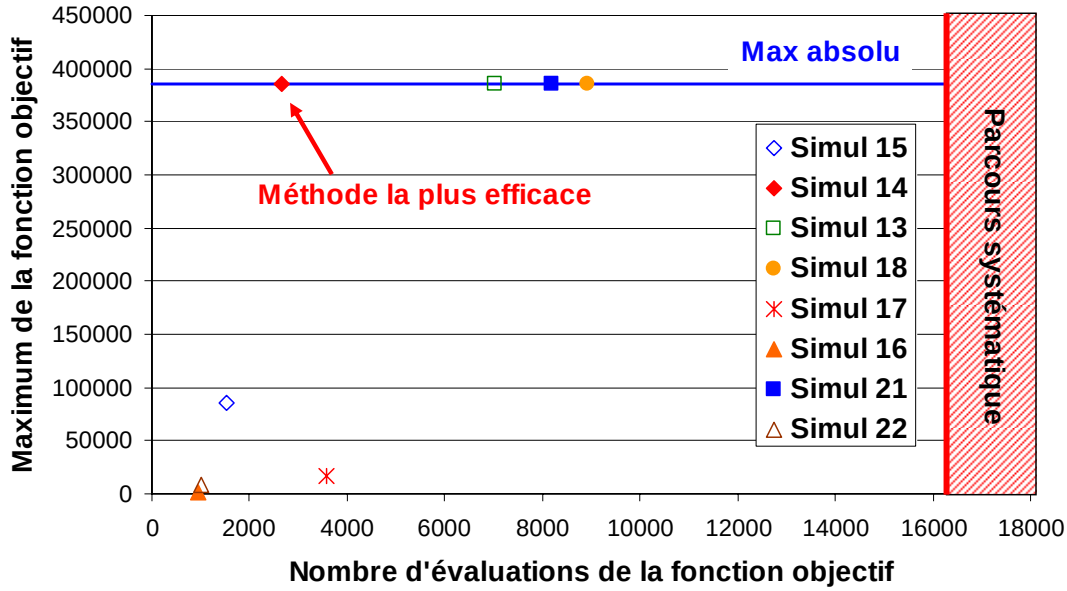


Figure VI-28 : Comparaison de l'efficacité des configurations en termes de nombre global d'évaluations de la fonction objectif, représentatif du temps de calcul, sur 1000 générations

Sur 1000 générations, la configuration 14 est la plus efficace car c'est elle qui est la plus rapide (2653 évaluations de fonction objectif sur 16384 = 16 %) tout en atteignant l'optimum absolu.

Si maintenant on imagine un critère d'arrêt efficace qui permette de stopper l'optimisation dès que l'optimum est atteint (il ne faut pas oublier ici que l'optimum absolu est inconnu au départ de l'optimisation et que rien, sauf une exploration systématique des intervalles de variation des paramètres, ne peut confirmer sa valeur), il est plus intéressant de comparer les méthodes par rapport au nombre d'évaluations de la fonction objectif avant d'atteindre l'optimum. Le graphe de la Figure VI-29 montre alors que c'est la simulation 21, avec l'inversion totale du codage, qui devient la plus efficace puisqu'elle ne nécessite que 869 calculs (5 %) avant d'atteindre l'optimum absolu du problème.

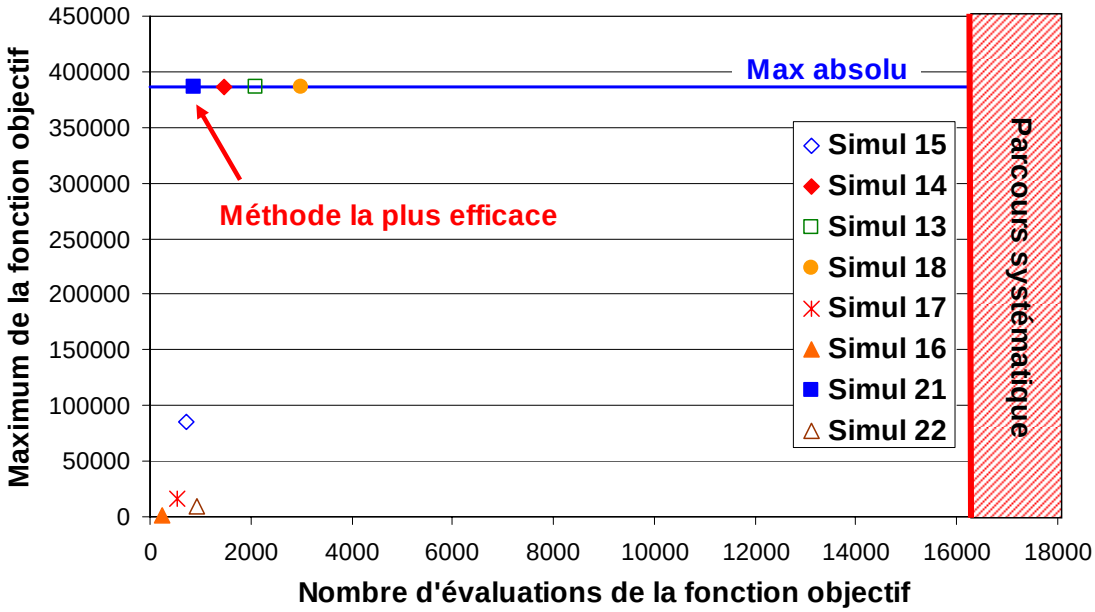


Figure VI-29 : Comparaison de l'efficacité des configurations en termes de nombre d'évaluation de la fonction objectif avant d'atteindre l'optimum

VI.6.4.5 Optimisation de quatre paramètres

Dans cette seconde partie des tests de l'AG pour des problèmes hydrauliques, le nombre de paramètres à optimiser a été augmenté à quatre. Le coefficient de frottement a été considéré comme étant une caractéristique de la rivière constante avec le débit, et trois paramètres de débit ont été simultanément envisagés. Cet exercice permet de tester le calcul global ou local de la fonction objectif.

Les données relatives au débit de 0.5, 5 et 10 m³/s ont été employées. Elles représentent trois lignes d'eau nettement différenciées.

Les intervalles de variation des paramètres sont à nouveau de 10 à 50 $m^{1/3}/s$ pour le coefficient de frottement et de 0.1 à 15 m³/s pour les débits. Les quatre paramètres ont été codés en 6 bits.

L'AG a effectué à chaque fois 500 générations avec des populations de 60 chaînes, ce qui lui permet de tester 30 000 solutions différentes sur les $2^{4 \times 6} = 16\,777\,216$ possibles.

Les caractéristiques communes aux différentes simulations sont une sélection par roue de loterie biaisée, un croisement en un point par paramètre, un retraitement de la fonction objectif (coefficient d'adaptation de 2) et une mémoire du maximum.

Le maximum de la fonction objectif est de 64,316.

Fonction objectif globale

Dans un premier temps, une seule fonction objectif globale, servant à sélectionner des chaînes entières, a été évaluée. Elle a été calculée avec les 12 points de comparaison disponibles, selon la même démarche qu'au paragraphe précédent.

L'optimum absolu n'a pas été atteint bien qu'un grand nombre de chaînes ait été testé (Tableau VI-17). Il semble donc que dans ce cas la recherche de l'optimum ne soit pas totalement efficace. Le calcul d'une fonction objectif globale évalue une adaptation moyenne des quatre paramètres alors que trois d'entre eux (les trois débits) sont totalement indépendants.

Tableau VI-17 : Résultats de l'optimisation de quatre paramètres avec évaluation globale de la fonction objectif

Simul 44	K	Q1	Q2	Q3	Fct Obj
Optimum	**25**	**0.5**	**5**	**10**	**64.32**
Résultat	17.62	0.34	3.65	7.20	55
% d'erreur	29.52	32.70	27.05	28.05	14.79
Nombre de chaînes testées					26795

Rien ne permet d'affirmer que les exécutions qui fournissent de mauvais résultats après 500 générations ne vont pas trouver le bon optimum. Au contraire, le principe de fonctionnement des AG fait que toute optimisation, même avec seulement quelques mauvaises chaînes comme population de départ, est capable, à terme, de tester l'optimum absolu. C'est ce qui fait en partie la force de cette méthode.

La recherche de la solution est d'autant plus rapide que les bons schèmes sont présents dans la population de départ, et donc que cette dernière est diversifiée et couvre l'ensemble des espaces à explorer, mais elle est toujours assurée, sur le principe, pour une population de départ quelconque.

Fonction objectif locale

Dans un second temps, l'évolution des populations a été menée en utilisant des valeurs de fonctions objectifs locales et en construisant les nouvelles chaînes morceau par morceau, paramètre par paramètre.

Cette modification de la méthodologie de l'AG découle de la constatation que, si la valeur du coefficient de frottement était connue, rien ne justifierait d'optimiser ensemble les trois valeurs de débit, une optimisation paramètre par paramètre étant dans ce cas plus efficace.

Une valeur de fonction objectif est donc évaluée pour chaque paramètre en utilisant les résultats sur lesquels il influe. Elle est ensuite pondérée par le résultat global de la chaîne testée (§ VI.4.4.4).

On espère ainsi augmenter les performances de l'AG en termes de rapidité de convergence et diminuer le nombre d'évaluations de la fonction objectif.

Différentes valeurs du coefficient α de pondération (formule (VI-14)) ont été testées.

Pour une pondération nulle, l'optimum n'est pas atteint (Tableau VI-18). Les fonctions objectifs ne considèrent pas l'adaptation globale des paramètres testés et les résultats ne sont pas meilleurs que pour le cas précédent, le nombre de chaînes envisagées étant même nettement inférieur.

Tableau VI-18 : Optimisation avec évaluation locale de la fonction objectif ($\alpha = 0$)

Simul 38	K	Q1	Q2	Q3	Fct Obj
Optimum	**25**	**0.5**	**5**	**10**	**64.32**
Résultat	30.32	0.34	6.01	11.69	59
% d'erreur	21.27	32.70	20.25	16.89	7.51
Nombre de chaînes testées					10424

Avec un coefficient de pondération de 25 pourcents, l'optimum absolu est atteint pour un nombre de chaînes inférieur à la configuration initiale (Tableau VI-17).

Tableau VI-19 : Optimisation avec évaluation locale de la fonction objectif ($\alpha = 0{,}25$)

Simul 35	K	Q1	Q2	Q3	Fct Obj
Optimum	**25**	**0.5**	**5**	**10**	**64.32**
Résultat	25.24	0.34	5.07	10.03	64
% d'erreur	0.95	32.70	1.33	0.33	0.00
Nombre de chaînes testées					21971

Enfin, une pondération de 50 pourcents entre l'adaptation globale et l'adaptation locale fournit les meilleurs résultats (Tableau VI-20). L'optimum est atteint avec un nombre restreint d'évaluations de la fonction objectif.

Tableau VI-20 : Optimisation avec évaluation locale de la fonction objectif ($\alpha = 0{,}5$) → configuration optimale

Simul 34	K	Q1	Q2	Q3	Fct Obj
Optimum	**25**	**0.5**	**5**	**10**	**64.32**
Résultat	25.24	0.34	5.07	10.03	64.32
% d'erreur	0.95	32.70	1.33	0.33	0.00
Nombre de chaînes testées					15109

Synthèse

Le Tableau VI-21 synthétise les caractéristiques des simulations effectuées sur le problème à quatre paramètres, et le Tableau VI-22 permet une comparaison de leur efficacité dans la recherche de l'optimum. La configuration en jaune est la plus probante.

Tableau VI-21 : Caractéristiques des optimisations à quatre paramètres

	Type de fct obj	Coefficient alpha
Simul 44	**globale**	**-**
Simul 38	**locale**	**0**
Simul 35		**0.25**
Simul 34		**0.5**
Simul 41		**1**

Tableau VI-22 : Résultats des simulations d'optimisation de 4 paramètres

	K	Q1	Q2	Q3	Fct Obj Max	Nbre absolu de chaînes testées	Nbre de chaînes testées avant max
Simul 44	17.62	0.34	3.65	7.20	**54.81**	26795	-
Simul 38	30.32	0.34	6.01	11.69	**59.49**	10424	-
Simul 35	25.24	0.34	5.07	10.03	**64.32**	21971	19966
Simul 34	25.24	0.34	5.07	10.03	**64.32**	15109	2692
Simul 41	22.70	0.34	4.59	9.09	**63.22**	28829	-

La représentation graphique des différentes configurations, en comparant leur efficacité sur 500 générations par rapport au nombre d'évaluations de fonction objectif, et donc au temps de calcul nécessaire, est illustrée à la Figure VI-30.

De même, le graphe de la Figure VI-31 réalise la comparaison de l'efficacité des meilleures configurations en termes de nombre d'évaluations de la fonction objectif avant d'atteindre l'optimum.

La configuration de la simulation 34 est bien la plus efficace pour l'optimisation du problème envisagé.

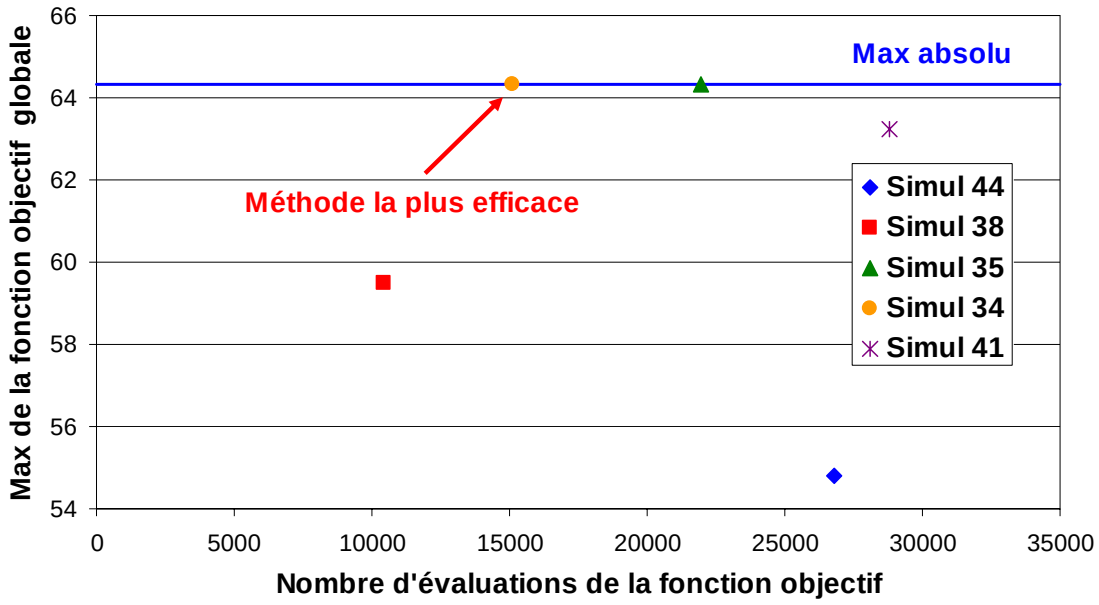


Figure VI-30 : Comparaison des configurations par rapport au nombre global d'évaluation de la fonction objectif, représentatif du temps de calcul, sur 500 générations

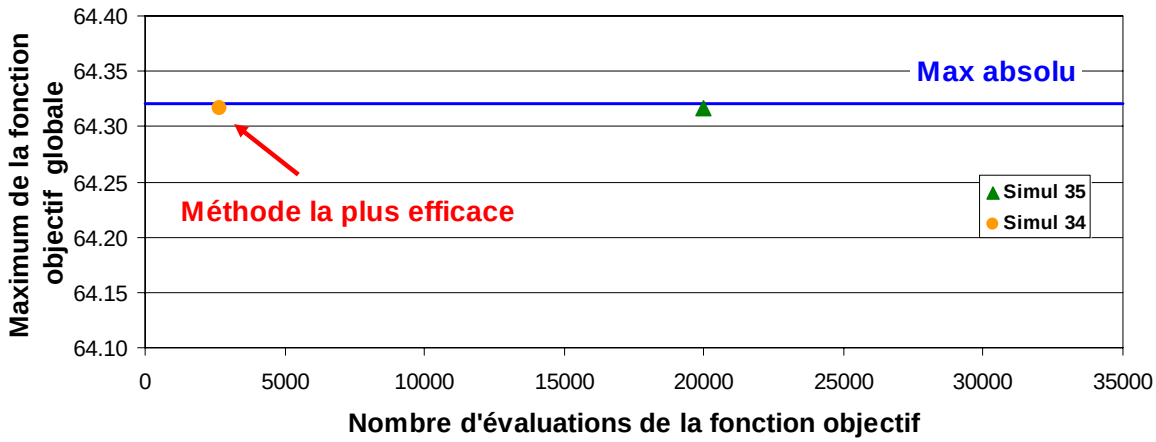


Figure VI-31 : Comparaison des meilleures configurations par rapport au nombre d'évaluations de la fonction objectif nécessaires pour atteindre l'optimum absolu

VI.6.4.6 Optimisation de six paramètres

Dans ce dernier cas appliqué au tronçon de l'Ourthe à Houffalize, six paramètres ont été optimisés (cinq débits et le coefficient de frottement).

La configuration de l'AG, déduite des tests précédents, est la suivante :

- Retraitement de la fonction objectif,
- Mémoire du maximum,
- Croisement en 1 point par paramètre,
- Inversion,
- Evaluation locale de la fonction objectif avec un coefficient de pondération de 0,5.

Les intervalles de variation et le codage des paramètres sont les mêmes que pour les deux cas précédents.

Le Tableau VI-23 résume le résultat obtenu : l'AG a optimisé de façon correcte les différents paramètres du problème.

Tableau VI-23 : Résultats de l'optimisation de cinq débits et du coefficient de frottement

	K	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5
Optimum	**25**	**0.5**	**2.5**	**5**	**7.5**	**10**
Résultat	25.87	0.57	2.70	4.36	7.67	10.03
% d'erreur	3.49	14.60	8.06	-12.86	2.24	0.33

VI.6.5 Conclusions

Les résultats obtenus avec l'AG sont encourageants. Le test du code sur des fonctions analytiques et sur des problèmes hydrauliques théoriques a permis de valider les différentes formes d'opérateurs implémentées.

Les deux types de sélection testés, par roue de loterie biaisée et par tournoi, ont montré leur efficacité. Le croisement en un point par paramètre réalise un bon compromis entre la maximisation de l'échange d'information entre les chaînes, et la conservation des schèmes performants. Une probabilité de mutation faible est indispensable à une exploration efficiente de l'espace de variation des paramètres.

Le retraitement de la fonction objectif, la mémoire du maximum ou l'inversion du codage ont montré leur utilité dans plusieurs cas. De même, le calcul global ou local de la fonction objectif permet une nette amélioration des performances de l'AG suivant les cas à traiter.

Sur base de ces considérations, nous allons maintenant envisager d'autres cadres d'application afin de juger de la robustesse de l'AG et de son applicabilité au grand nombre de problèmes d'optimisation auxquels peut conduire l'hydrodynamique appliquée.

VI.7 Applications

Ce paragraphe présente deux applications du logiciel d'optimisation en situation réelle, effectuées à l'aide de différents logiciels de la suite WOLF.

La première concerne la calibration des paramètres physiques du logiciel hydrologique WOLFHydro appliqué au bassin versant de Mattmark en Suisse.

La seconde illustre l'optimisation du turbinage d'une série de centrales hydroélectriques au fil de l'eau sur la Warche et l'Amblève en Belgique. Les modélisations hydrodynamiques sont dans ce cas menées par le logiciel WOLF1D.

Ces études pratiques servent de préambule à l'application finale de ce chapitre qui intègre, après la parallélisation du logiciel d'optimisation, l'ensemble des développements apportés aux outils de la suite logicielle WOLF durant cette thèse de doctorat.

VI.7.1 Modélisation hydrologique sur le bassin de Mattmark en Suisse

VI.7.1.1 Introduction

Le panel des paramètres physiques présents dans les logiciels de modélisation hydrologique physiquement basée en font des partenaires idéaux pour mener des calculs d'optimisation [7, 39]. Le logiciel WOLFHydro (§ I.2.2.1) de la suite WOLF ne faillit pas à cette règle.

Dans cet exemple d'application, cinq paramètres physiques du modèle sont optimisés sur base de la comparaison des résultats du calcul aux données de l'hydrogramme de crue à l'exutoire d'un bassin versant pour un évènement pluvieux réel et bien documenté.

VI.7.1.2 Données

Le bassin versant de Mattmark (Figure VI-32), d'une superficie de 37 km², est situé en Suisse, dans la vallée de la Vuège de Saas [6]. Son altitude varie de 2200 à 3900 m et sa pente moyenne est de 21 pourcents. Son sol est principalement composé de rochers et des glaciers occupent 22 pourcents de sa surface. Un barrage en enrochements est localisé à l'exutoire du bassin.

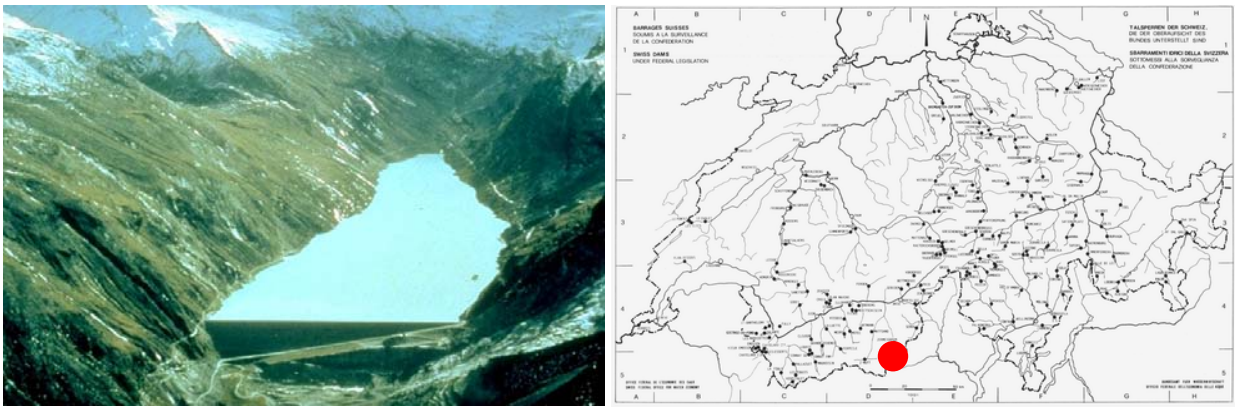


Figure VI-32 : Retenue de Mattmark et localisation du bassin versant

L'instrumentation du site permet une analyse assez complète des événements pluvieux qu'il subit, que ce soit en termes d'intensité et de durée des pluies ou de débit résultant à l'exutoire. Par exemple, la pluie ayant conduit à la crue du 23 au 25 décembre 1993 est caractérisée sur le graphe de la Figure VI-33.

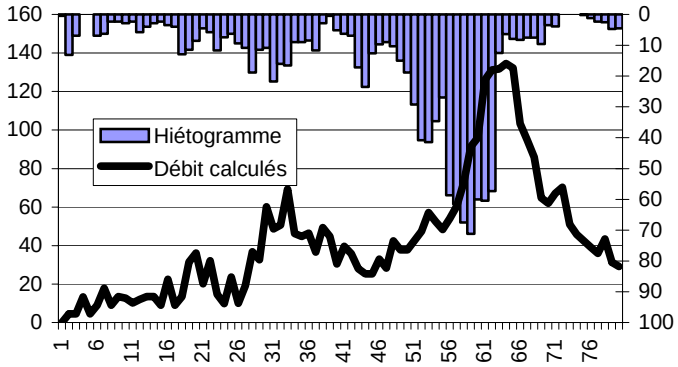


Figure VI-33 : Hyétogramme de l'événement de crue extrême du 23 au 25 décembre 1993 sur le bassin de Mattmark – L'axe des abscisses est la durée en heures, l'axe des ordonnées de gauche représente le débit en m³/s et celui de droite l'intensité de la pluie en mm/h.

Un modèle numérique de terrain, avec une résolution spatiale de 25 m, est disponible sur ce bassin. Dans cette application, une modélisation à l'aide de 758 mailles carrées de 250 m de côté a été réalisée à l'aide du logiciel WOLFHydro.

L'événement pluvieux de la Figure VI-33, constant sur l'ensemble de la surface du bassin, a été utilisé comme données d'entrée du modèle.

La comparaison, au sens des moindres carrés, de l'hydrogramme modélisé au niveau de l'exutoire à celui réellement observé, a servi de fonction objectif pour l'optimisation des paramètres caractérisant le sol du bassin.

VI.7.1.3 Optimisation

Dans un premier temps, l'optimisation a été menée sur la valeur du coefficient de frottement du bassin en ne modélisant que l'écoulement de surface, le sol étant supposé imperméable. La loi de frottement de Manning a été utilisée, avec un intervalle de variation du paramètre de Manning-Strickler entre les valeurs de 0.01 et 5 $m^{1/3}/s$ (valeurs physiques en hydrologie).

Le codage a été réalisé en 16 bits de façon à obtenir une grande précision sur le résultat. Le cas d'un coefficient constant sur l'ensemble du bassin a été envisagé.

L'optimisation a été menée sur base de 25 générations de 10 chaînes à l'aide de l'opérateur de sélection par roue de loterie biaisée, un croisement en un point par paramètre, un retraitement de la fonction objectif, une mémoire du maximum et l'opérateur d'inversion. Les courbes d'évolution sont illustrées à la Figure VI-34.

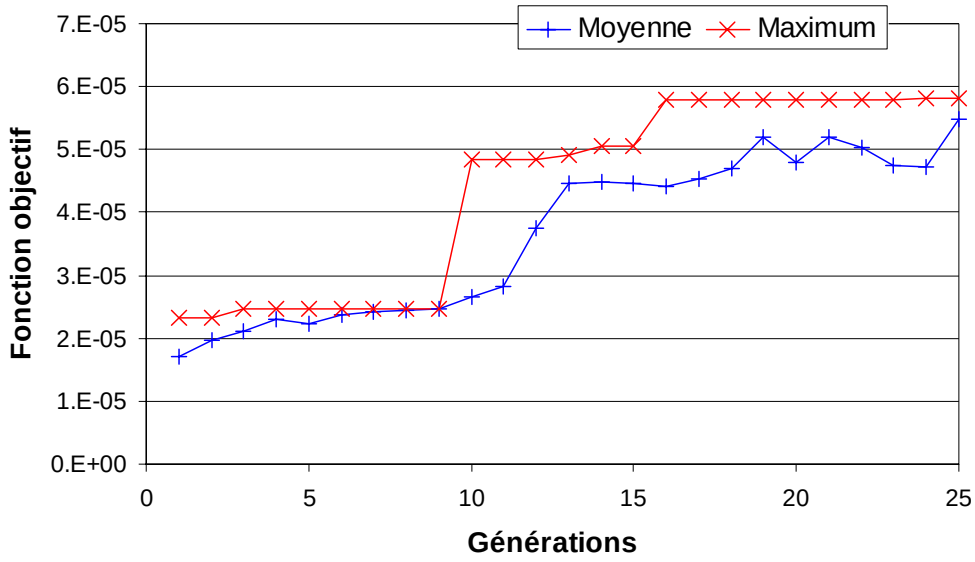


Figure VI-34 : Optimisation du paramètre de frottement du bassin versant

La valeur du coefficient de frottement optimisée est 0,18 $m^{1/3}/s$. Elle conduit à l'hydrogramme modélisé de la Figure VI-35, comparé à celui mesuré sur site.

La concordance entre les deux hydrogrammes est excellente et souligne la qualité des modélisations hydrologiques physiquement basées.

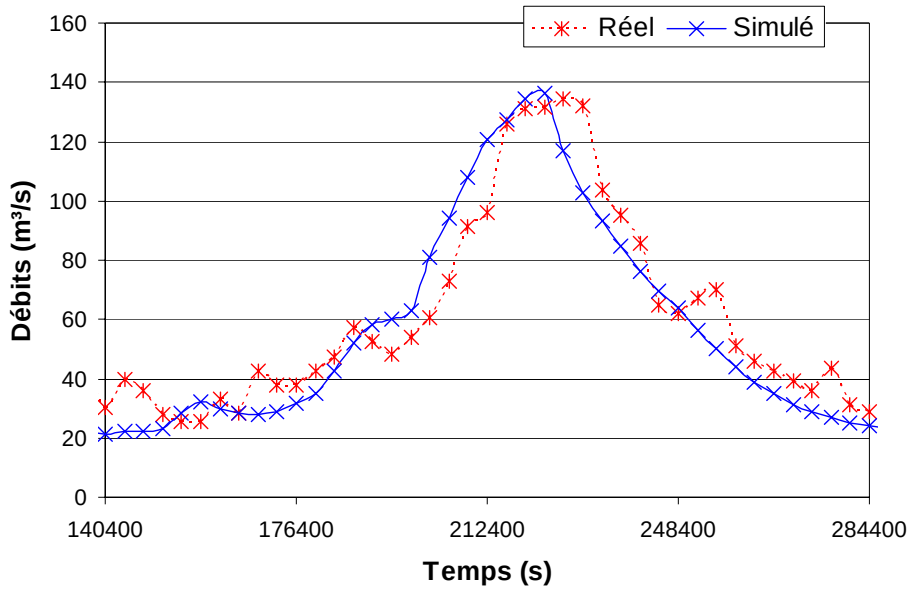


Figure VI-35 : Comparaison des hydrogrammes réels et calculés à l'entrée de la retenue de Mattmark

Un second calcul d'optimisation a ensuite été mené en utilisant comme paramètres, en plus du coefficient de frottement du sol, une épaisseur de couche d'infiltration avec sa porosité, son coefficient d'infiltration et son coefficient de Horton, ainsi que le coefficient de perméabilité de Darcy pour l'infiltration profonde. De cette façon, toute la puissance de modélisation du logiciel WOLFHydro était mise à la disposition de l'AG, afin qu'il fasse correspondre les deux hydrogrammes, mesuré et calculé.

L'optimisation a eu lieu sur 250 générations de 100 chaînes, avec les mêmes options que précédemment pour la configuration de l'AG.

Les résultats obtenus sont stupéfiants. Alors que le panel de possibilités était gigantesque (près de 5 x 10^{21} possibilités), l'AG propose comme solution celle correspondant sensiblement aux conditions observées sur site lors de la prise de mesures, à savoir un sol quasi imperméable et saturé avec la valeur du coefficient de frottement de 0,18 $m^{1/3}/s$ déjà trouvée auparavant. La présence de paramètres a posteriori peu influents du fait de l'imperméabilisation du sol, n'a pas empêché l'AG de trouver un optimum satisfaisant et physiquement réaliste.

Frottement	Darcy	Epaisseur	Porosité	Infiltration	Horton
[$m^{1/3}/s$]	[m/s]	[m]	[%]	[m/s]	[1/s]
0.18	1.11E-06	2.43	79	1E-09	1E-10

Tableau VI-24 : Résultats de l'optimisation de 6 paramètres hydrologiques sur le bassin de Mattmark

VI.7.2 Optimisation de la production hydroélectrique de la cascade Warche-Amblève

VI.7.2.1 Introduction

Dans le cadre d'un travail de fin d'études [38], l'AG a été appliqué à l'optimisation de plusieurs paramètres régissant le turbinage de centrales hydroélectriques au fil de l'eau. Cet exemple illustre l'application de l'AG, couplé au logiciel WOLF1D, à un problème multivariable complexe en situation réelle [44].

VI.7.2.2 Cadre de l'étude

Le circuit des centrales hydroélectriques de l'Est en Belgique est composé de six stations au fil de l'eau réparties le long de 47,8 km des rivières Warche et Amblève (Figure VI-36).

La chute globale exploitée est de l'ordre de 400 m, avec un débit d'équipement en aval de 26 m³/s.

L'ensemble est la propriété d'une société privée et représente une production annuelle totale de l'ordre de 20 MW.

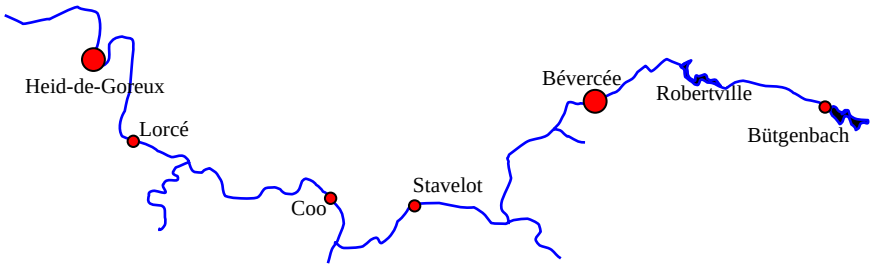


Figure VI-36 : Schéma du réseau des centrales hydroélectriques de l'Est

Deux barrages successifs, celui de Bütgenbach (28 m de haut) et celui de Robetville (57 m) (Figure VI-37), ont été construits en amont du complexe afin de créer des réservoirs de stockage et d'augmenter la chute naturelle. Ils alimentent directement le système au travers de la première centrale de Bevercé (9,2 MW) et peuvent donc être utilisés pour maximiser la production électrique journalière en regard de la demande et du coût du kWh.

Actuellement, l'optimisation des hydrogrammes lâchés aux barrages en amont ne tient pas compte de leur incidence sur la production des centrales en aval, et cette dernière n'est donc pas optimisée.

Dans le but d'apporter au gestionnaire des éléments objectifs permettant d'améliorer cette situation, une optimisation sur 24 heures de la forme de l'hydrogramme lâché en amont a été réalisée.



Figure VI-37 : Barrage poids de Robertville (gauche) et barrage à voûtes multiples de Bütgenbach (droite)

VI.7.2.3 Données

Des sections en travers, relevées dans les années septante et actualisées en 1995, définissent la topographie du réseau. Elles ont été obtenues auprès de l'Administration en charge de la gestion de ces cours d'eau. Elles permettent la modélisation unidimensionnelle à grande échelle de 60 km de rivières à l'aide de 1098 points de discrétisation espacés entre 39 et 149 m, avec une moyenne de 62 m [38].

L'application du logiciel WOLFHydro a permis de déterminer, au départ des données de débit disponibles en six stations limnimétriques et pour deux situations de référence (été et hiver), la répartition des débits d'apport en long en provenance du bassin versant [38].

Sur ces bases, le logiciel d'optimisation a été appliqué deux fois pour déterminer, dans un premier temps, le coefficient de frottement de réseau afin de calibrer le modèle hydrodynamique et, dans un second temps, une forme optimale de l'hydrogramme lâché en amont afin de maximiser le bénéfice de la production hydroélectrique journalière.

48 heures d'écoulements dans le réseau étaient à l'époque (2001) modélisées par le logiciel WOLF1D en quelques minutes sur une station de travail personnelle équipée d'un processeur *Intel® Pentium III* cadencé à 550 MHz.

VI.7.2.4 Optimisation du coefficient de frottement

Des données de hauteur d'eau et de temps de déphasage des ondes pour trois débits et en neuf points correspondants à neuf stations limnimétriques réparties le long du réseau, ont servi à évaluer la fonction objectif.

Deux valeurs constantes du coefficient de Manning-Strickler, une pour la rivière principale et l'autre pour les affluents, ont été recherchées.

Une valeur de 25 $m^{1/3}/s$ pour le cours d'eau principal et de 31 $m^{1/3}/s$ pour les affluents a été trouvée par l'AG. Elles conduisent à d'excellents résultats, que ce soit en termes de hauteur d'eau ou de propagation des hydrogrammes, comme l'illustrent les courbes de la Figure VI-38.

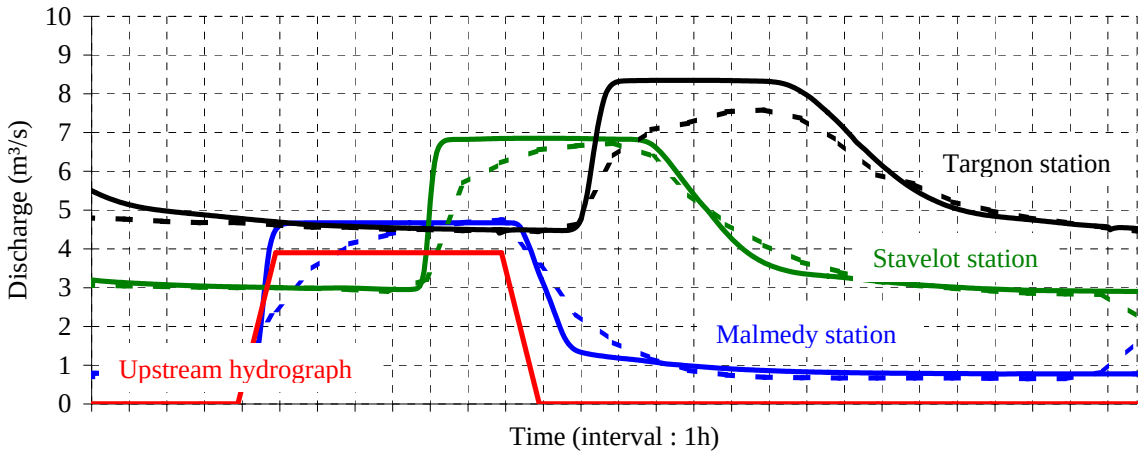


Figure VI-38 : Comparaison des hydrogrammes au droit des stations limnimétriques pour les coefficients de frottement optimisés [45]

VI.7.2.5 Optimisation de la production hydroélectrique

Ensuite, une fois le modèle hydrodynamique validé, les paramètres caractérisant l'hydrogramme lâché en amont sur une période d'une journée ont été optimisés de façon à maximiser le profit total généré par son exploitation aux différents outils de production présents sur le réseau.

Les contraintes à respecter étaient la valeur d'un débit d'étiage minimum, la valeur d'un débit maximum turbinable et le volume d'eau maximum disponible par périodes de 24 heures, dans deux situations de référence caractérisant des périodes estivale et hivernale.

L'hydrogramme journalier injecté (Figure VI-39) a été paramétré à l'aide de deux temps T_1 et T_2 en heures entières, correspondant chacun à la durée d'un palier à débit constant, et de deux débits Q_0 et Q_1, respectivement le débit minimum et le débit du premier palier. Le débit du

deuxième palier Q_2 était déduit automatiquement de la valeur des quatre autres paramètres et du volume maximum turbinable.

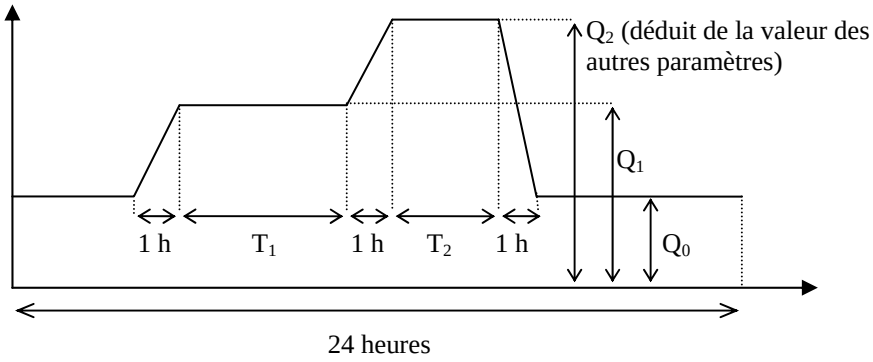


Figure VI-39 : Paramétrage de l'hydrogramme à optimiser injecté à l'amont du réseau

Les contraintes imposées sur les paramètres étaient que Q_1 soit supérieur à Q_0, que le débit maximum turbinable ne soit pas dépassé, que la durée de l'hydrogramme injecté ne dépasse pas les 24 heures correspondant à une période complète de turbinage et que les débits minimum et maximum soient respectés.

La fonction objectif a été choisie comme le profit généré par l'hydrogramme injecté. Ce profit a été calculé à partir des courbes adimensionnalisées de rémunérations du kWh fournies par la société propriétaire du complexe, et en fonction de la puissance horaire générée aux centrales hydroélectriques étudiées. Cette fonction est toujours positive et est bien à maximiser.

Le calcul a été mené comme suit. Après la modélisation de la propagation d'un hydrogramme sur l'ensemble du réseau, l'évolution du débit aux deux stations principales de Bévercée et Heid-de-Goreux est transformée en production électrique par superposition avec la courbe caractéristique des turbines. Seules ces deux centrales principales (87,4 pourcents de la production) ont été considérées par manque de données sur les autres ouvrages. Ensuite, la production horaire est convertie en gains monétaires grâce à la courbe de rémunération du kWh, ce qui procure directement une image du profit généré.

Sur base de 25 générations de 60 chaînes (Figure VI-40), pour la période estivale, le logiciel d'optimisation a proposé une solution permettant d'augmenter de 2,3 pourcents la production et de 6,1 pourcents le bénéfice par rapport à une situation de référence moyenne (Figure VI-41). En hiver, l'augmentation de la production est de 2,1 pourcents et celle du bénéfice de 1,1 pourcents.

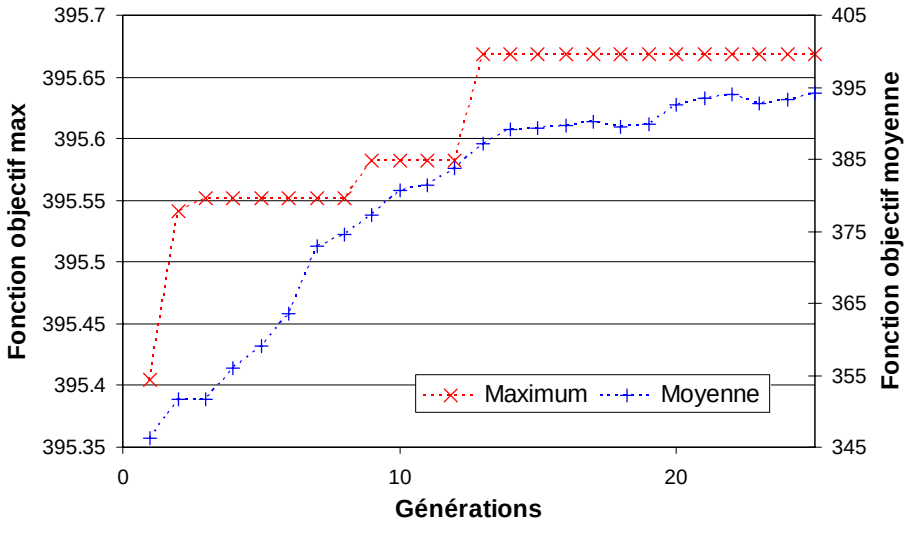


Figure VI-40 : Courbes d'évolution de l'optimisation en période estivale

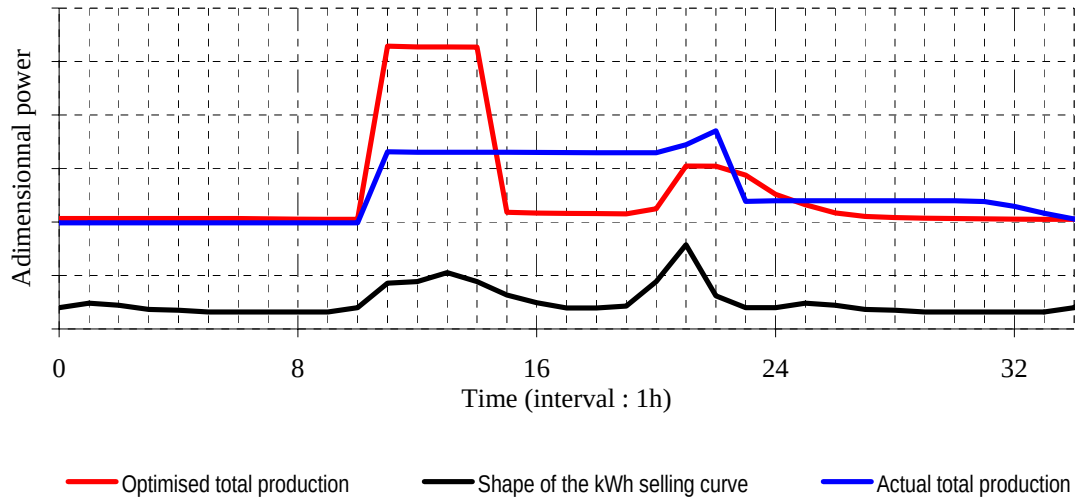


Figure VI-41 : Evolution des courbes de production en période estivale pour l'optimum

L'augmentation de la production et du bénéfice provient, dans les deux cas, d'une amplitude adéquate de l'hydrogramme par rapport à la courbe caractéristique des turbines, combinée à un déphasage de ce dernier en accord avec l'évolution de la rémunération du kWh.

Même dans la situation hivernale, où les consignes actuelles sont en concordance avec une approche intuitive du problème, l'AG a proposé une solution originale permettant d'encore majorer la fonction objectif.

A noter que l'application au même problème d'un algorithme d'optimisation classique basé sur la méthode du gradient (*FFSQP*[38] - [171]) n'a pas permis d'améliorer le résultat fourni par l'AG [38].

VI.8 Parallélisation de l'algorithme et optimisation en 2D

VI.8.1 Introduction

Les AG constituent des logiciels qu'il pourrait sembler trivial de paralléliser [61], l'évaluation de la fonction objectif représentant une étape lourde en temps de calcul, répétitive, et qui peut être réalisée de front pour l'ensemble des chaînes d'une population.

Dans le cadre de cette thèse de doctorat et suite aux développements du parc informatique du HACH, qui compte actuellement plus de 60 processeurs pouvant potentiellement travailler en parallèle sur un réseau *Ethernet* 1Gb[39], l'AG présenté dans les paragraphes précédents a été implémenté pour des applications en parallèle en faisant appel aux librairies *MPI*[40].

Ces développements de l'AG et une application pratique d'envergure, faisant appel au logiciel WOLF2D, sont présentés ci-dessous.

VI.8.2 Les librairies *MPI*

Les librairies *MPI* sont un ensemble de fonctions et de routines, utilisables en programmation avec les langages C, FORTRAN et C++, qui permettent, par échange de messages, la réalisation de programmes informatiques exploitant la présence de plusieurs processeurs sur un réseau [96].

[38] *FFSQP = Fortran Feasible Sequential Quadratic Programming*

[39] Le type des processeurs va du *Pentium VI* ou *Xeon Dual Core2*. Ils sont reliés au sein d'un double réseau *Ethernet* 1Gb, construit comme un *cluster*, et prodiguant un chemin de communication dédié à la messagerie *MPI* et un autre utilisé pour l'échange des données. Ce réseau est équipé d'un serveur de données (1 To de capacité de stockage en RAID 5) et de deux serveurs qui gèrent le domaine.

[40] *MPI = Message Passing Interface*

Elles ont été développées au début des années nonante par un groupe de chercheurs issus de l'industrie, d'Administrations et d'Universités, comme un des premiers standards pour programmer des processeurs en parallèle [96].

Dans ce travail, le logiciel *MPICH2* [65], disponible en *freeware* sur l'*Internet*, a été utilisé comme support à l'utilisation des librairies *MPI* sur des plateformes équipées d'un système d'exploitation *Windows*®.

VI.8.3 Parallélisation de l'AG

Les librairies *MPI* permettent de réaliser la parallélisation de programmes informatiques par échange de messages entre des processus exécutés sur des processeurs éventuellement distincts.

Au sein d'un exécutable unique, des tâches sont attribuées à différents processus sur base de leur rang, c'est-à-dire de leur numéro d'ordre dans la série des ressources informatiques utilisées. Le processus de rang *0* est par exemple le processus maître, celui qui gère l'ensemble des opérations réalisées par les *N-1* autres processus lancés par l'utilisateur.

La communication entre les différents processus s'effectue à l'aide de commandes d'envoi et de réception de messages, qui peuvent éventuellement, mais ce n'est pas une obligation, être bloquantes pour les différentes tâches. Ces commandes s'écrivent de façon très simple comme un appel à une routine *MPI_Send* ou *MPI_Recv* avec, comme arguments, le message à transmettre ou recevoir, le numéro du processus émetteur et celui à qui il est destiné [171].

Dans l'AG, la parallélisation de l'évaluation de l'efficacité d'une population a été réalisée au travers de l'envoi, aux routines de calcul, de la valeur des paramètres d'une chaîne, suivi de la réception de la valeur de fonction objectif correspondante. Pour une optimisation à l'aide de populations de *N* chaînes, *N* processus sont définis, qui évaluent chacun une des *N* fonctions objectifs de chaque génération.

A chaque itération, le processus maître, le processus *0*, distribue les valeurs des paramètres contenues dans les chaînes aux *N-1* processus de calcul, en attente de réception. Le processus *0* se réserve les paramètres de la chaîne *N*. Toutes les évaluations de fonction objectif d'une génération sont ensuite réalisées en parallèle, chacune dans un processus distinct. Une fois cette phase de calcul réalisée, chaque processus renvoie vers le processus maître la valeur de la fonction objectif de la chaîne qu'il a considéré, puis se réinitialise et se met en attente d'un nouveau jeu de valeurs des paramètres. Le processus *0* réalise alors les tâches de génération d'une nouvelle population avant de commencer éventuellement une nouvelle distribution des chaînes.

Ce processus est schématisé à la Figure VI-42. Il permet, sur le temps de calcul correspondant précédemment à l'évaluation d'une seule valeur de fonction objectif, de calculer l'évolution d'une génération entière, pour autant que le nombre de processeurs utilisés soit égal aux nombres de chaînes dans une population. Le temps nécessaire à l'échange d'information entre les processus est en effet extrêmement limité, surtout en regard du temps nécessaire à la réalisation d'une modélisation hydrodynamique en situation réelle.

Dans le code parallélisé tel que nous l'avons écrit, l'utilisation la plus efficiente des ressources informatiques disponibles est réalisée lorsque le nombre de chaînes est un multiple du nombre de processeurs utilisé. En effet, pour autant que les modélisations nécessitent toutes le même temps d'évaluation, ce qui est sensiblement le cas si les processeurs qui les traitent disposent des mêmes potentialités de calcul, toute autre configuration reviendrait à ce que certains processeurs attendent les autres au cours de l'évaluation d'une génération.

De la même manière, si dans une population on rencontre une chaîne dont la fonction objectif a déjà été évaluée, un processus, et donc in fine un processeur, se verra en attente durant toute la durée d'une modélisation hydrodynamique. Pour éviter ce gaspillage potentiel de

ressources informatiques, l'AG a été légèrement modifié : à chaque nouvelle population, les chaînes qui ont déjà été testées sont remplacées par d'autres générées aléatoirement. De cette façon, même pour des tailles de populations limitées, par exemple égales au nombre de processeurs utilisés, une exploration large de l'espace de variation des paramètres peut être réalisée.

Cette technique rappelle le mode de fonctionnement des micro-AG [20, 77], qui sont une extension des AG classiques permettant de mener des optimisations avec des populations de très petite taille (de l'ordre de cinq chaînes).

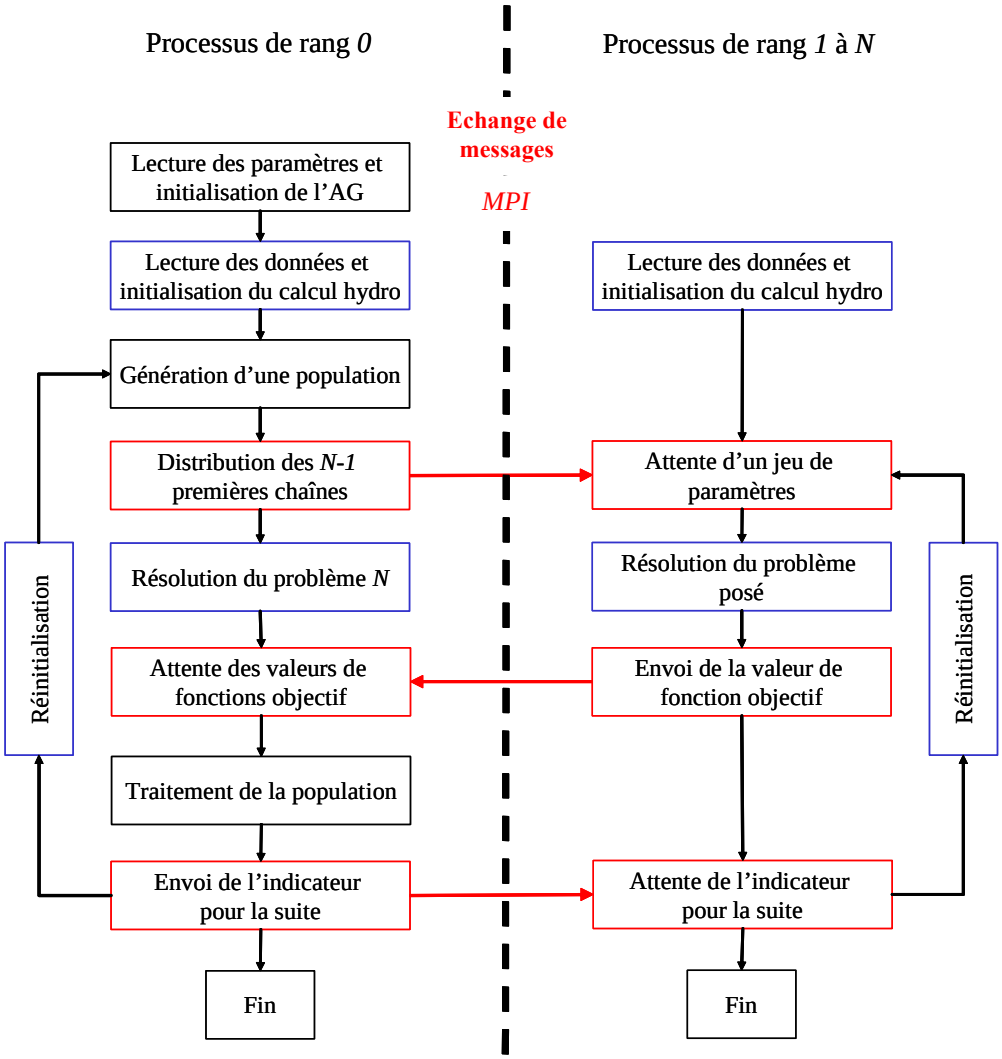


Figure VI-42 : Schéma de principe d'une optimisation menée en parallèle

VI.8.4 Application : optimisation de géométrie en bidimensionnel

Comme exemple d'application intégrant l'ensemble des développements réalisés durant cette thèse de doctorat, le code d'optimisation implémenté pour du calcul en parallèle à été appliqué à l'étude du design de la prise d'eau du chenal d'alimentation d'une centrale hydroélectrique localisée sur la Sûre au Luxembourg [120]. Le calcul de la fonction objectif du problème est basé sur les résultats de simulations bidimensionnelles d'écoulements turbulents à surface libre à l'aide du logiciel multibloc WOLF2D. Il fait donc appel à l'ensemble des développements du code décrits dans cet ouvrage.

VI.8.4.1 Site d'étude et données

Description du site et objectifs de l'étude

L'aménagement hydroélectrique de Rosport sur la Basse Sûre a été construit à la fin des années cinquante. Il exploite une chute moyenne de 10,5 m résultant de la construction d'un barrage mobile et du court-circuit d'un méandre de la rivière par un canal artificiel de 970 m de long (Figure VI-43). La centrale hydroélectrique, située en aval du canal, est alimentée avec un débit maximal de 70 m³/s.

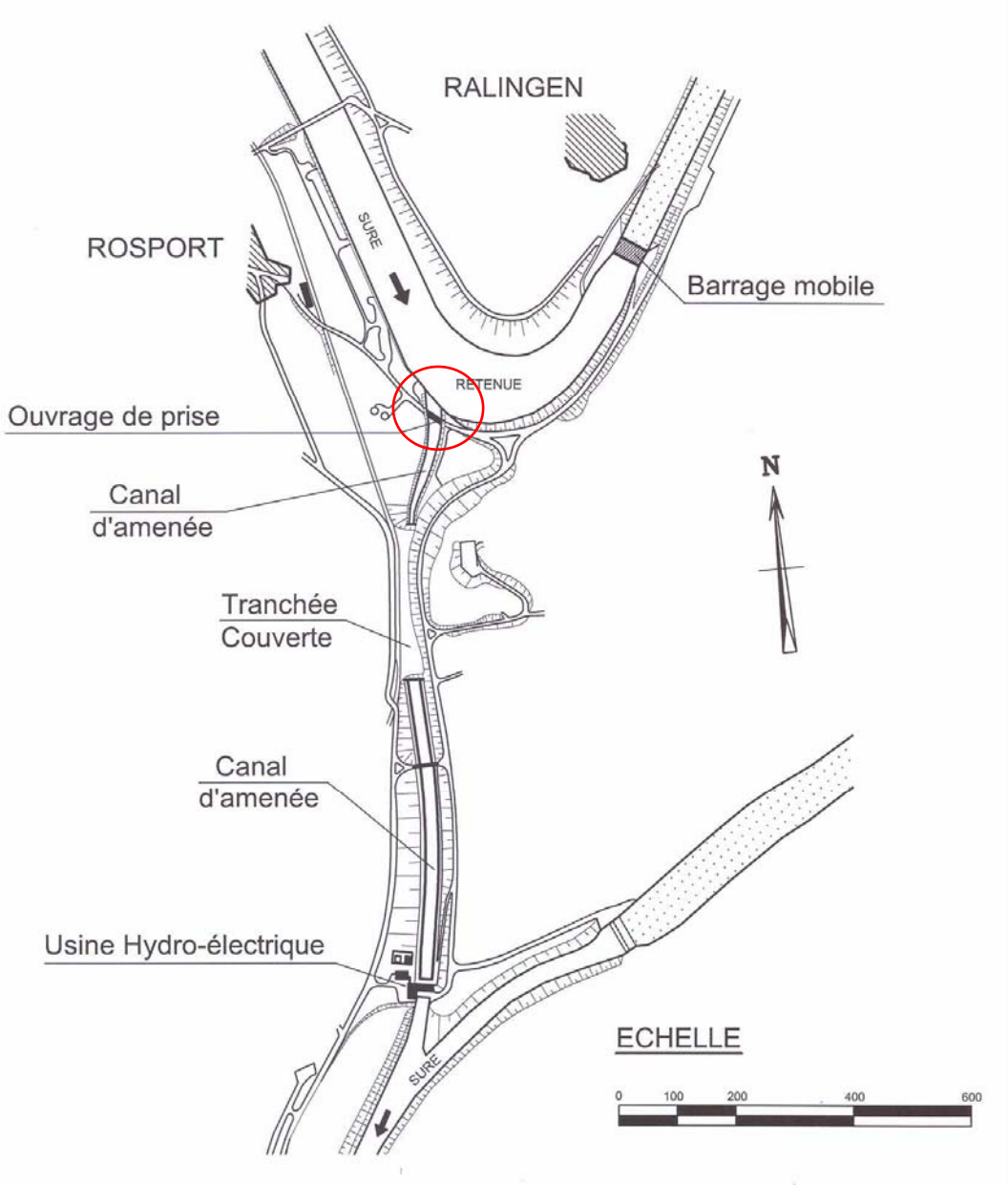


Figure VI-43 : Schéma du site d'étude [93]

L'étude concerne l'ouvrage de prise situé en rive droite de la retenue, plus ou moins 500 m en amont du barrage mobile, sur l'extrados d'un changement de direction de la Sûre. Il est constitué [93] d'un caisson en béton précontraint partiellement immergé d'une longueur de 35 m, destiné à retenir les corps flottants en surface et à permettre l'appui des poutres de batardage. Un seuil de fond, calé à la cote 147,60 m, est surélevé d'une hauteur de 1,5 m par

rapport au lit de la retenue de manière à éviter le charriage des matériaux dans le canal. La section d'écoulement sous le caisson est de l'ordre de 80 m² de sorte que la vitesse moyenne du courant en direction de l'usine est toujours inférieure à 1 m/s.

D'importants dégâts imputables au vieillissement du béton, associés à un comportement hydraulique insatisfaisant (Figure VI-44), justifient la démolition de l'ouvrage de prise et sa reconstruction.

La nouvelle prise sera réalisée selon le même principe que l'ouvrage actuel [120], avec cependant l'ajout d'un mur guideau servant d'appui intermédiaire à la poutre. Dans le cadre de cette thèse, une variante de réhabilitation a été envisagée, dont la forme a été optimisée à l'aide de l'AG. Elle consiste à réaliser, en rive gauche de la prise d'eau, un bulbe destiné à guider les filets d'écoulement dans l'axe du canal d'amenée.



Figure VI-44 : Vue de l'ouvrage de prise vers l'amont depuis la rive gauche du canal d'amenée - Zone de recirculations indésirables

Données

Un MNT avec un maillage régulier de 1 m de coté couvre l'ensemble de la zone d'étude, qui s'étend sur 1 km de long en amont du barrage mobile et comprend 250 m du canal d'amenée.

Un raffinement du modèle à l'aide de mailles de 25 cm a été réalisé par interpolation à l'aide des outils de la suite WOLF (Figure VI-45). Il permet une modélisation plus fine aussi bien des éléments structurels de l'ouvrage, comme les culées ou le seuil, que des écoulements à cet endroit critique.

Ces images illustrent la forme spécifique de la prise d'eau, avec un axe du canal d'amenée incliné sur la berge de la retenue, ce qui crée des problèmes d'alimentation de ce dernier par apparition de courants de recirculation (Figure VI-44).

Le débit d'équipement de la centrale est de 70 m³/s, le débit moyen turbiné de 30 m³/s. Les modélisations d'écoulement ne concernent pas les phases de crue de la Sûre, mais un débit de 240 m³/s dans la retenue doit être envisagé.

La valeur du coefficient de frottement de la retenue a été fixée à 30 $m^{1/3}/s$. Elle possède peu d'importance dans les simulations au vu des faibles valeurs des vitesses d'écoulement.

Le niveau normal de la retenue est à la cote 152,67 m.

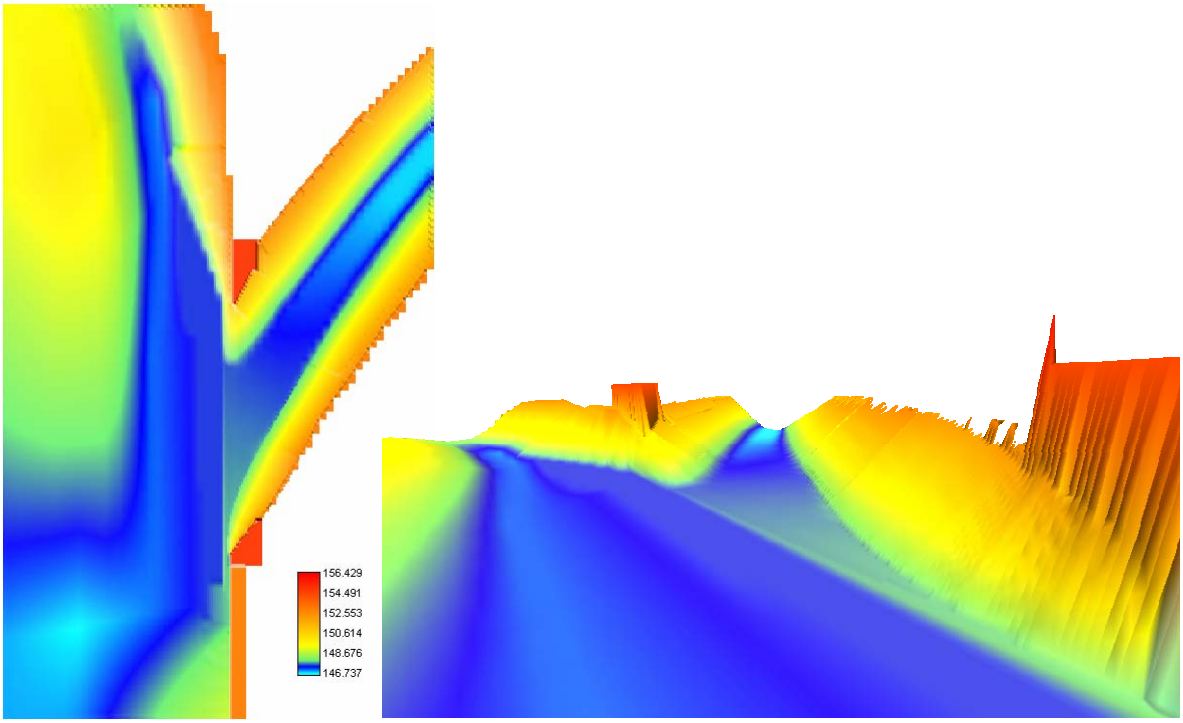


Figure VI-45 : Détails de la topographie de la prise d'eau – Vue en plan ombrée (gauche) et vue 3D depuis l'amont (droite)

VI.8.4.2 Modélisations bidimensionnelles d'écoulement

Maillage

La modélisation du site a été réalisée en deux dimensions à l'aide du logiciel WOLF2D et en utilisant le modèle de turbulence établi au chapitre IV.

Cinq blocs de calcul ont été définis (Figure VI-46). Les trois premiers couvrent la retenue depuis son aval jusque l'amont, un quatrième concerne le canal d'amenée et le dernier est localisé au niveau de la prise.

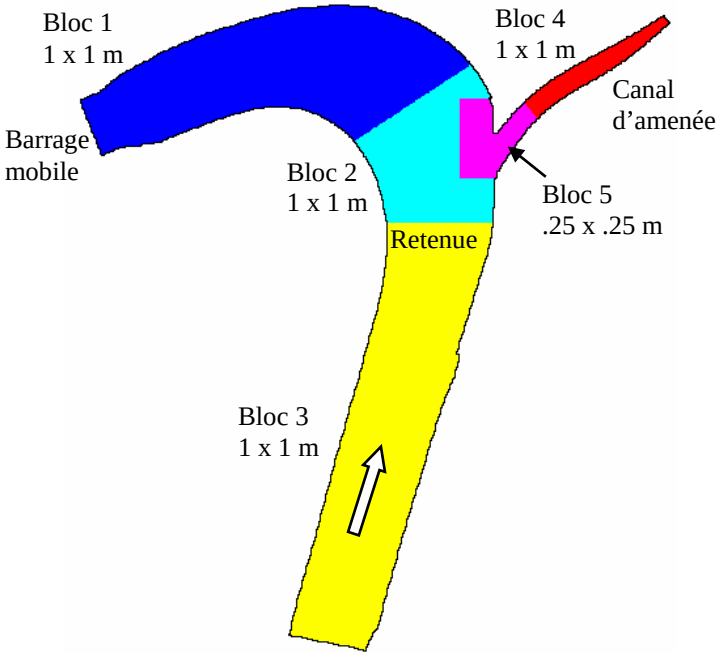


Figure VI-46 : Définition des blocs pour la simulation

La taille de maille des quatre premiers blocs est de 1 m, celle du cinquième de 25 cm. Cela conduit au total à 150 000 volumes finis de calcul potentiels.

Le contour et la position des blocs ont été choisis de façon à pouvoir facilement réaliser, à l'aide du même modèle, des simulations d'ensemble du site (utilisation de tous les blocs), ou des simulations focalisées sur l'ouvrage de prise et son proche amont ou aval (utilisation du bloc 5 en association éventuelle avec les blocs 2 et 4).

Conditions limites

Le débit transitant par la retenue et le canal d'amenée est injecté en amont de la simulation par l'intermédiaire d'une zone d'infiltration.

Une altitude de surface libre est imposée au niveau du barrage mobile, et un débit correspondant au débit de turbinage est prélevé en aval du canal d'amenée.

Champs d'écoulements

Les simulations d'écoulement relatives à l'optimisation géométrique envisagée dans ce paragraphe ont été réalisées sans considérer la poutre plongeante.

L'exemple illustré ci-après (Figure VI-47) représente le cas d'un débit de 240 m³/s dans la Sûre, dont 70 m³/s sont turbinés à la centrale. Un courant de recirculation, induit par la forme spécifique de la prise d'eau et par l'excroissance de la culée en rive gauche, est visible. C'est lui que nous nous proposons d'éliminer.

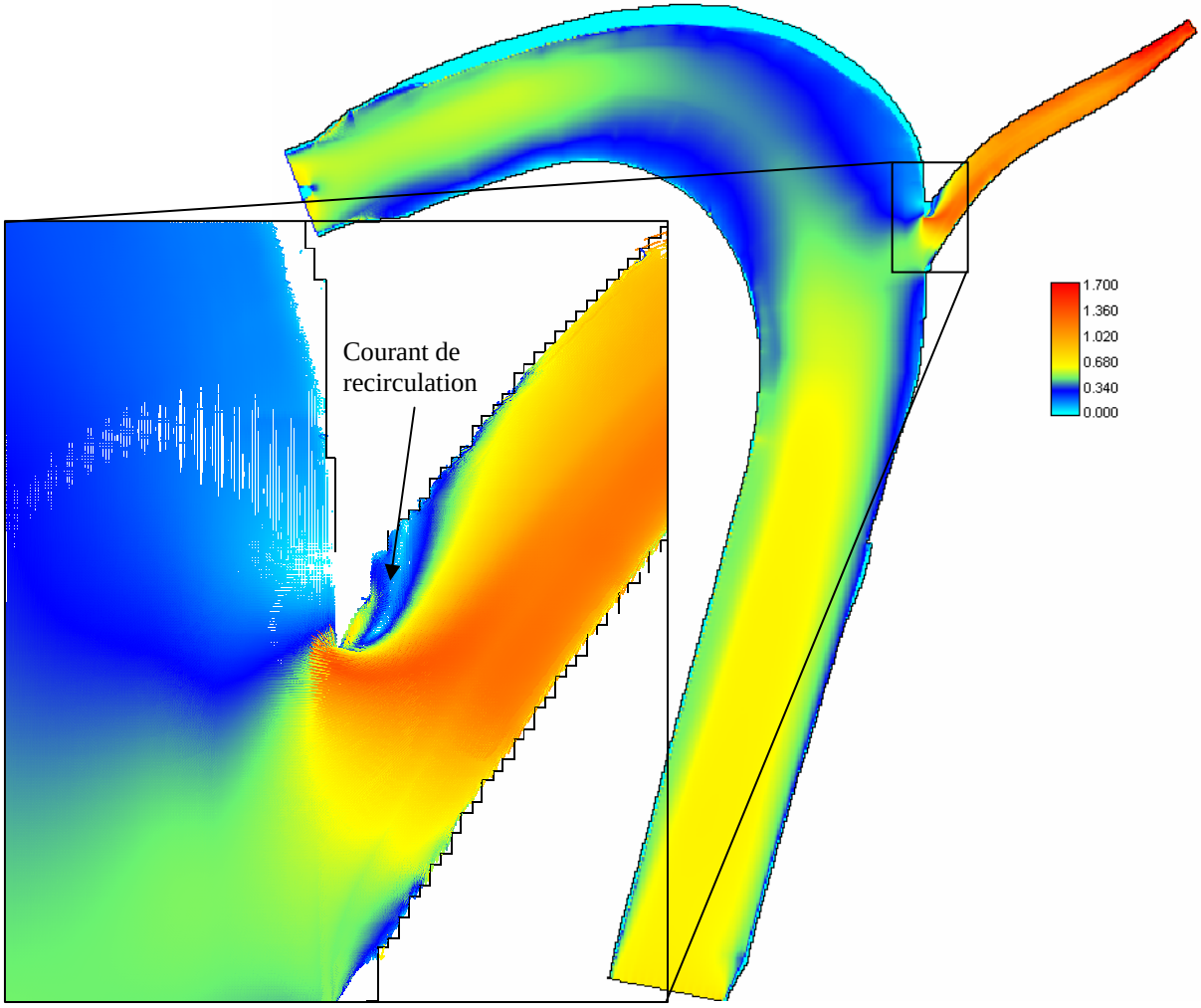


Figure VI-47 : Vitesses d'écoulement (m/s) pour un débit de 240 m³/s dans la retenue dont 70 m³/s turbinés – Détail de la zone de recirculation en rive gauche de la prise d'eau

VI.8.4.3 Optimisation structurelle

Un calcul d'optimisation a été mené pour déterminer la meilleure forme à donner à un bulbe positionné en rive gauche de la prise et destiné à guider l'écoulement dans l'axe du canal d'amenée.

Il est licite d'envisager cette solution sur ce site. En effet, l'absence de navigation ou d'activités liées à l'eau, de même que la section d'écoulement suffisamment conséquente pour palier les effets des crues, autorisent une emprise d'ouvrage dans la retenue.

La seule contrainte provient de la perte de charge en entrée du canal. Les faibles vitesses du courant turbiné sont garantes de son amplitude limitée, pour autant que la section du canal en entrée ne soit pas trop réduite. Pour ce dernier point, la suppression du courant de recirculation va de toute façon dans le sens d'une diminution des pertes en entrée de prise.

Paramètres

Trois paramètres ont été fournis à l'AG pour définir la géométrie du bulbe. Ils permettent de caractériser quatre arcs de cercle consécutifs, représentés pour trois configurations à la Figure VI-48. Ils forment un contour fermé localisé en rive gauche de la prise, et joignent la rive droite de la retenue à la rive gauche du canal d'amenée.

Les quatre courbes sont continues et tangentes deux à deux. Le centre de rotation de l'arc 2 est obligatoirement localisé dans le rectangle A, et l'ordonnée du centre de rotation de l'arc 3 dans l'intervalle B. Le point de passage 0 (arcs 2 et 3), les tangentes aux berges C (arc 1) et D (arc 4) ainsi que les extrémités des arcs 2 et 3, sont également imposés.

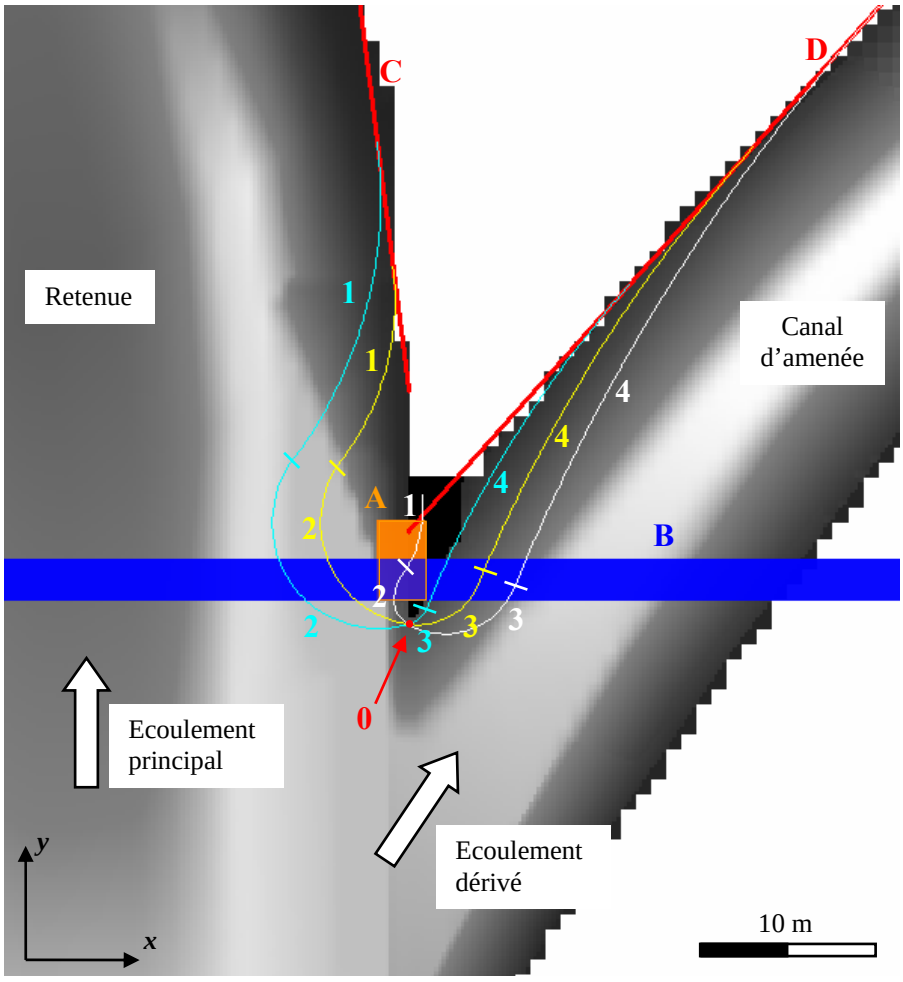


Figure VI-48 : Contraintes sur la géométrie du bulbe – En arrière plan, représentation de la topographie de la prise d'eau

Les intervalles de variation des trois paramètres, permettant de définir respectivement l'abscisse et l'ordonnée du centre de rotation de l'arc 2 et l'ordonnée du centre de rotation de l'arc 3, sont définis dans le Tableau VI-25 :

Tableau VI-25 : Intervalle de variation des paramètres

	Paramètre		
	1	**2**	**3**
Min	0	1,25	1,25
Max	3	6,25	3,75

Au sein du logiciel de calcul, pour un triplet de valeurs des paramètres dans leur intervalle de variation, l'ensemble des considérations géométriques énoncées ci-dessus permettent d'évaluer automatiquement les coordonnées *(x,y)* d'un contour qui représente la limite d'une configuration du bulbe.

La Figure VI-49 illustre quelques possibilités envisageables par l'algorithme d'optimisation, avec en traits rouges la courbe enveloppe des différentes configurations.

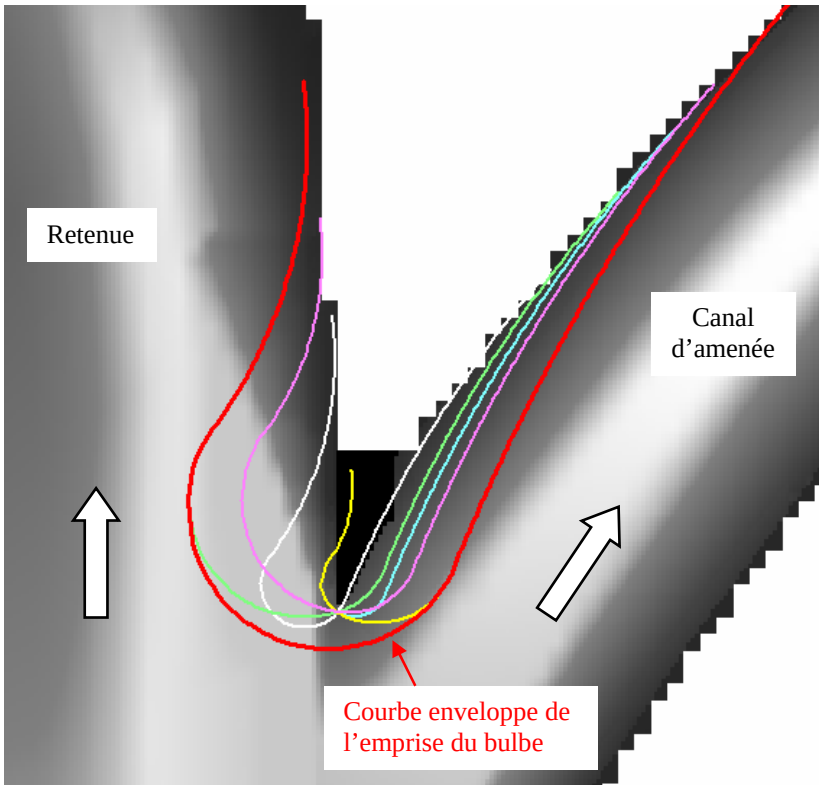


Figure VI-49 : Exemples de géométries du bulbe envisageables par l'algorithme d'optimisation – En arrière plan, représentation de la topographie de la culée en rive gauche de la prise d'eau

Fonction objectif

L'adaptation des différentes solutions envisagées par l'AG a été évaluée par le calcul de l'uniformité des champs de vitesse de l'écoulement stabilisé dans le canal d'amenée, en six sections représentées à la Figure VI-50.

Pour chacune des sections, l'écart-type moyen de la distribution des vitesses d'écoulement perpendiculaires a été calculé (§ VI.4.4.2). Considérant les six valeurs ainsi obtenues, la plus grande est utilisée pour évaluer, sur base de son inverse, la valeur de la fonction objectif.

De cette façon, quelle que soit l'emprise du bulbe vers l'aval dans le canal, la présence d'une zone de recirculation devrait être détectée. De même, le choix d'une seule valeur d'écart-type moyen évite de favoriser indirectement certaines solutions pour lesquelles la répétition des sections de contrôle permettrait l'atténuation d'une évaluation localement très défavorable.

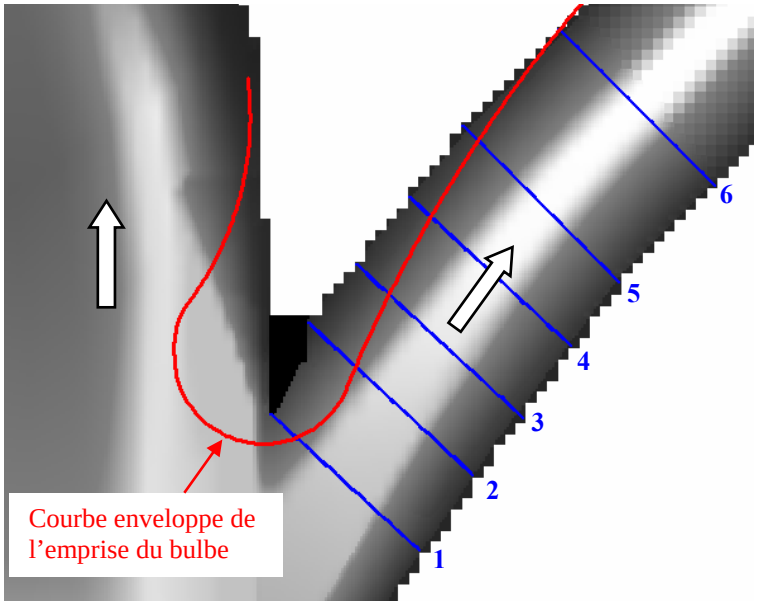


Figure VI-50 : Localisation des six sections d'évaluation de l'uniformité du champ des vitesses

Considérations liées aux simulations hydrodynamiques

Le problème principal des simulations hydrodynamiques bidimensionnelles envisagées dans cette application d'optimisation est leur temps de calcul. Dans tous les cas, une solution stationnaire est recherchée par l'évaluation, au moyen d'une méthode explicite (§ II.4.3), de l'évolution temporelle des champs d'écoulement au départ d'une condition initiale cohérente.

Dans le but de limiter au maximum ce temps de calcul, des essais ont été réalisés afin d'ajuster au mieux les paramètres de l'évolution temporelle. Un schéma RK*31* a été employé, avec une valeur du Nombre de Courant de 0,5. Seuls les blocs 2, 4 et 5 ont été évalués. En effet, des simulations préalables ont montré que, pour l'emprise maximale illustrée dans la figure ci-dessus, un bulbe n'influençait pas les champs d'écoulement dans les blocs 1 et 3 de la retenue.

D'autre part, un indicateur de stabilisation efficace et pertinent a été établi et validé. A une certaine fréquence choisie par l'utilisateur, le pourcentage de variation des débits spécifiques par rapport à l'évaluation précédente est calculé en 17 points de la modélisation répartis dans la zone d'influence directe du bulbe (Figure VI-51).

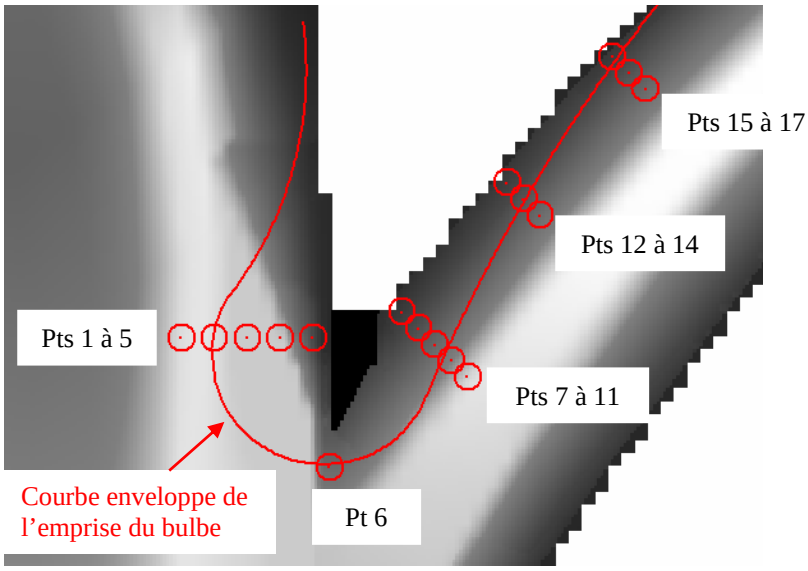


Figure VI-51 : Localisation des 17 points d'évaluation du critère de stabilisation de la solution hydrodynamique

Lorsque l'ensemble des points présente une évolution relative inférieure à un critère défini, les champs d'écoulement sont considérés comme stabilisés et la simulation est arrêtée. Une fréquence de l'ordre de 15 secondes réelles avec un critère de stabilisation de 0,5 pourcents a conduit à des résultats tout à fait satisfaisants (Figure VI-52).

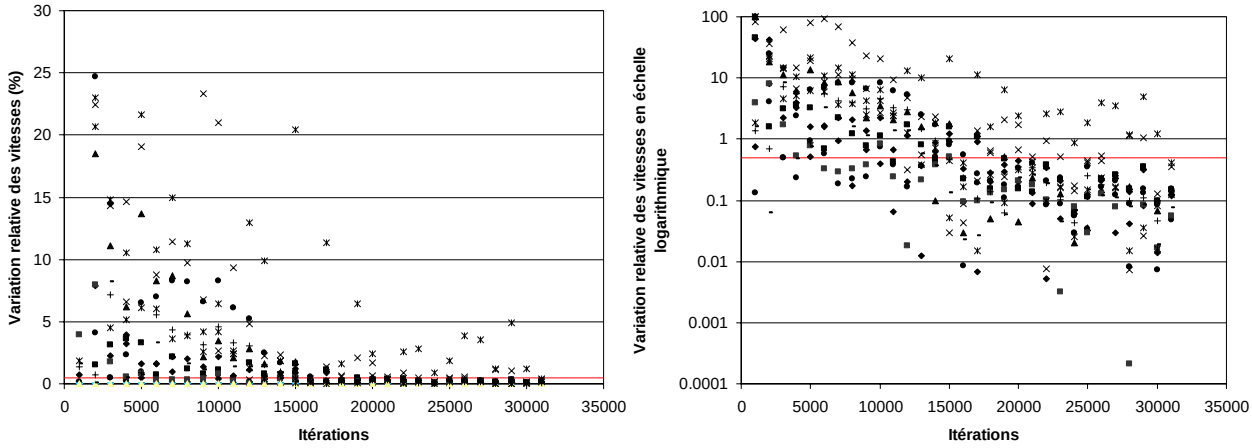


Figure VI-52 : Exemple d'évolution des courbes de stabilisation aux 17 points de contrôle pour une géométrie aléatoire du bulbe

Finalement, un champ de conditions initiales pertinent a été introduit dans le logiciel. Il correspond à la distribution des variables hydrodynamiques de l'écoulement stabilisé pour une emprise maximale du bulbe avec, à la place de ce dernier, des champs de débits spécifiques nuls et une altitude de surface libre continue de l'amont à l'aval (Figure VI-53).

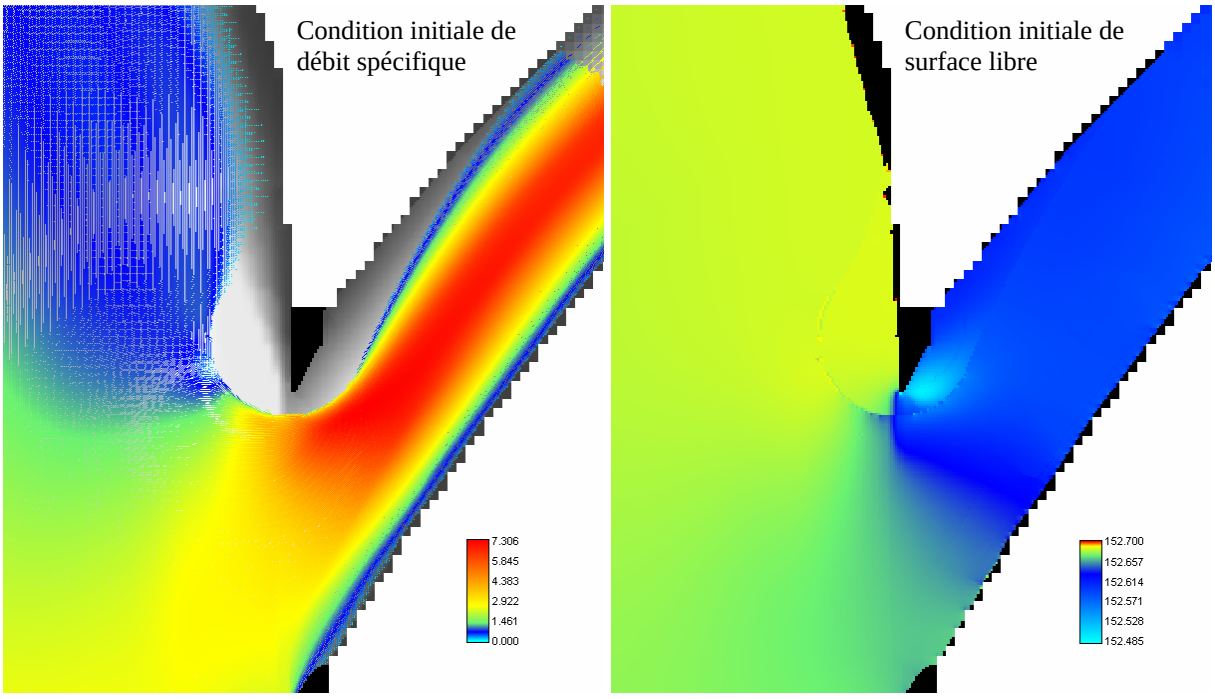


Figure VI-53 : Conditions initiales pour les simulations hydrodynamiques – Débits spécifiques (m²/s) et altitudes de surface libre (m)

Au début de chaque simulation, le champ des conditions initiales est automatiquement modifié au sein du code de calcul hydrodynamique par l'annulation des hauteurs d'eau sur les mailles inclues dans l'emprise du bulbe considéré, la topographie de ces mêmes mailles étant majorée jusqu'à l'altitude des culées (cote 155 m).

Sur base de l'ensemble des données et des valeurs des paramètres définies ci-dessus, le temps nécessaire à la simulation des écoulements s'établissant sur le site, pour une configuration quelconque de la géométrie du bulbe, est de l'ordre de 7 heures sur un PC équipé d'un processeur *Xeon® Dual Core* cadencé à 3,2 GHz et équipé de 1 Gb de mémoire vive.

Le nombre de mailles de calcul varie entre 70 000 et 71 500 selon la géométrie du bulbe et le pas de temps est de l'ordre de 1,44 10^{-2} s.

Optimisation et résultats

Trois ordinateurs bi-processeurs bi-cœurs (*Xeon® Dual Core* cadencés à 2,33 Ghz) étant à notre disposition pour cette application, des populations de 12 chaînes ont été utilisées. Dans cette configuration, l'ensemble des simulations relatives à une population était calculé en une petite quinzaine d'heures, au lieu de près de quatre jours si une seule chaîne était envisagée à la fois.

Les caractéristiques de l'AG employé sont une sélection par tournoi, un croisement en un point par paramètre avec une probabilité de 0,6, un taux de mutation de 0,033 et un taux d'inversion de 0,01. Aucun retraitement de la fonction objectif n'est réalisé puisqu'il n'a pas d'utilité pour le mode de sélection choisi. Par ailleurs, la mémoire du maximum n'est pas activée puisqu'il a été décidé d'empêcher l'algorithme d'envisager deux fois la même chaîne.

Enfin, les paramètres ont été codés en binaire à l'aide de 3 ou 4 bits (Tableau VI-26). Le nombre maximal de chaînes potentiellement envisageable était de 1024.

Tableau VI-26 : Codage des paramètres

	Paramètre		
	1	**2**	**3**
Nombre de bits	3	4	3
Variation	0.43	0.33	0.36

A l'issue de huit générations, l'optimum défini par les valeurs des paramètres du Tableau VI-27 a été atteint.

Tableau VI-27 : Optimum atteint à l'issue de huit générations

	Paramètre			Fct obj
	1	**2**	**3**	
Optimum	3	1.92	3.75	10.20

La distribution des champs de vitesse qui lui correspond est illustrée à la Figure VI-54.

Son uniformité à la section 3 est la moins bonne. C'est elle qui a servi à évaluer la valeur de la fonction objectif.

Aucun courant de recirculation n'est visible au passage de la prise. La distribution des champs de vitesse dans le canal d'amenée est relativement uniforme, avec des amplitudes maximales réduites par rapport à la situation initiale. L'emprise du bulbe sur la largeur de la prise d'eau est faible.

Globalement, l'optimum obtenu respecte donc les desiderata énoncés sur la géométrie du bulbe et ses conséquences hydrodynamiques.

Au niveau de sa forme, il présente un rayon de courbure de l'excroissance en aval (arc 3) plus grand qu'en amont (arc 2), et qui lui permet de bien épouser la forme des filets fluides contournant le bulbe. On constate qu'un rayon de courbure plus important du dernier arc vers l'aval (arc 4), couplé à une modification du point de tangence des arcs 3 et 4, aurait peut être permis d'encore mieux suivre la forme de l'écoulement en aval de la structure (Figure VI-54).

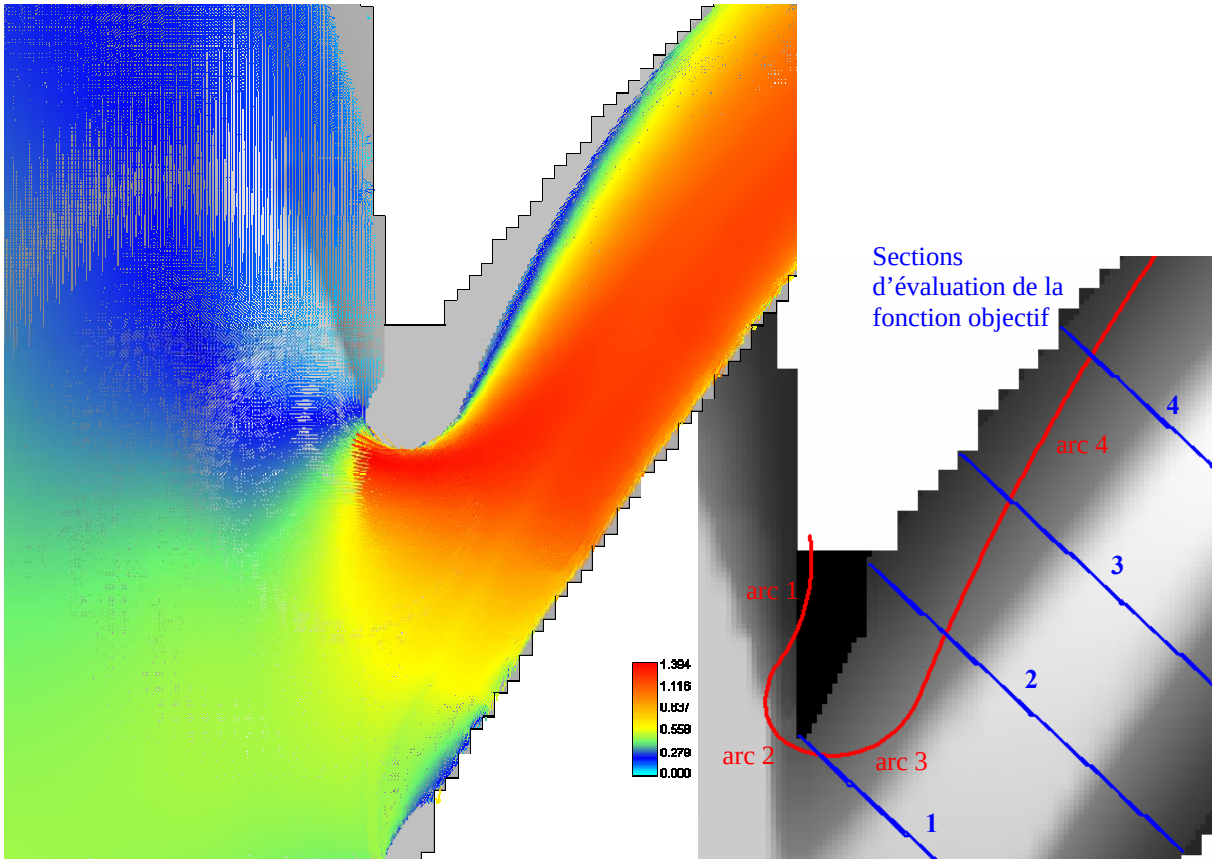


Figure VI-54 : Champs des vitesses d'écoulement (m/s) au droit de la prise d'eau et détail de la géométrie du bulbe optimisée par l'AG

Discussion des résultats

Le résultat présenté dans le paragraphe ci-dessus est l'optimum atteint par l'AG après huit générations. Si l'évolution des populations est analysée plus en détail, on constate que cinq des 96 chaînes envisagées se démarquent en termes de valeur de la fonction objectif (Tableau VI-28). Elles diffèrent entre elles par la valeur du second paramètre, et dans une moindre mesure par celle du troisième. La valeur du premier paramètre est identique dans tous les cas, et correspond à la borne supérieure de son espace de variation.

Dans les cinq chaînes conduisant aux plus faibles valeurs de la fonction objectif (Tableau VI-28), on retrouve une fois la valeur optimale du premier paramètre. Il en va de même pour le second.

Pour chaque paramètre, toutes les valeurs rendues possibles par le codage ont été testées au moins une fois dans une chaîne.

Tableau VI-28 : Chaînes correspondant aux extrema des valeurs obtenues pour la fonction objectif

		Paramètre			Fct obj
		1	2	3	
Optimum	**A**	**3**	**1.92**	**3.75**	**10.20**
	B	3	5.92	3.75	10.17
	C	3	5.25	3.75	9.79
	D	3	2.25	3.04	9.62
	E	3	1.92	3.04	9.57
		Autres			< 9.00
	F	3	1.58	1.61	4.62
	G	1.71	1.92	1.61	4.48
	H	2.14	1.58	2.32	4.42
	I	1.71	1.58	1.61	4.42
Minimum	**J**	**2.14**	**1.25**	**2.32**	**4.39**

En termes d'uniformité du champ des vitesses, la section 3 est toujours la plus critique pour les cinq meilleures chaînes obtenues (Tableau VI-29). Elle est la base de l'évaluation de leur valeur de la fonction objectif.

La solution A est la meilleure aux sections 1, 2 et 3. La solution B procure des champs de vitesse plus uniformes aux sections 4 et 5 que l'optimum. Si l'évaluation de la fonction objectif avait été basée sur la moyenne des résultats aux six sections de contrôle, c'est la solution B qui aurait été retenue. Néanmoins, à la section 3, elle conduit à des résultats légèrement moins bons que la solution A (Tableau VI-29).

Tableau VI-29 : Ecart type moyen du champ des vitesses d'écoulement aux six sections d'évaluation pour les cinq meilleures chaînes

	Section						
	1	2	3	4	5	6	Moyenne
A	0.0146	0.0601	**0.0981**	0.0920	0.0723	0.0365	0.0623
B	0.0197	0.0774	0.0983	0.0764	0.0639	0.0299	0.0609
C	0.0189	0.0810	0.1022	0.0788	0.0653	0.0293	0.0626
D	0.0180	0.0831	0.1040	0.0923	0.0633	0.0316	0.0654
E	0.0172	0.0905	0.1045	0.0829	0.0674	0.0320	0.0658

Le tracé des emprises de bulbe correspondant aux meilleurs résultats est représenté à la Figure VI-55.

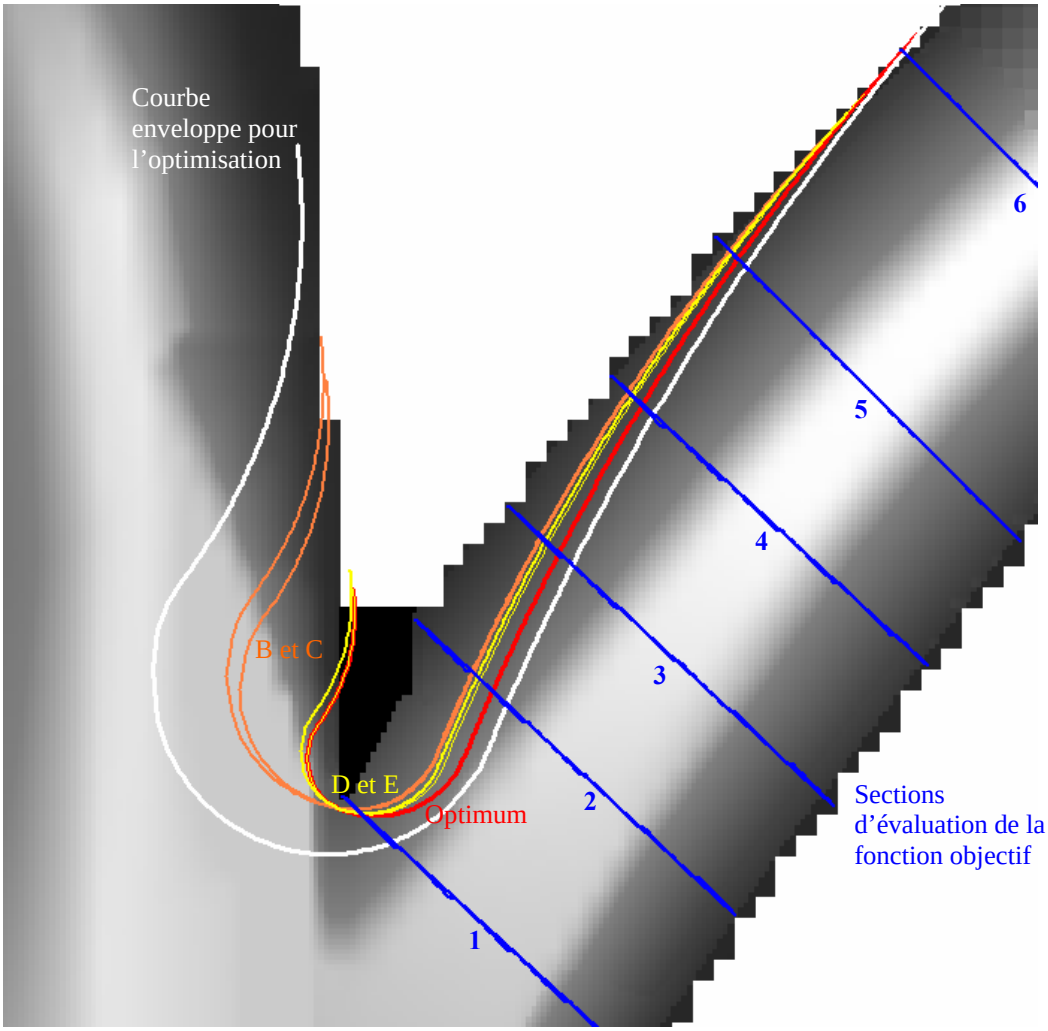


Figure VI-55 : Comparaison de la géométrie des cinq meilleures configurations du bulbe

La géométrie de l'optimum absolu est plus proche des emprises D et E que des emprises B et C. Les cinq meilleures configurations couvrent une grande partie de la zone enveloppe de la

géométrie du bulbe. On constate ici la probable plus faible influence de l'emprise du bulbe en amont de la prise sur le résultat de l'optimisation, puisqu'aucun critère d'évaluation de la fonction objectif n'est basé sur la distribution des champs d'écoulement dans la retenue. Néanmoins, la forme du bulbe à cet endroit conditionne directement l'orientation des filets d'écoulement qui contournent la structure, et donc les résultats de la section 1.

La même comparaison pour les cinq chaînes les moins performantes est réalisée à la Figure VI-56. Elles présentent des géométries assez similaires entre elles, qui limitent fortement l'emprise du bulbe. On constate qu'en amont, elles sont fort semblables à la géométrie de l'optimum.

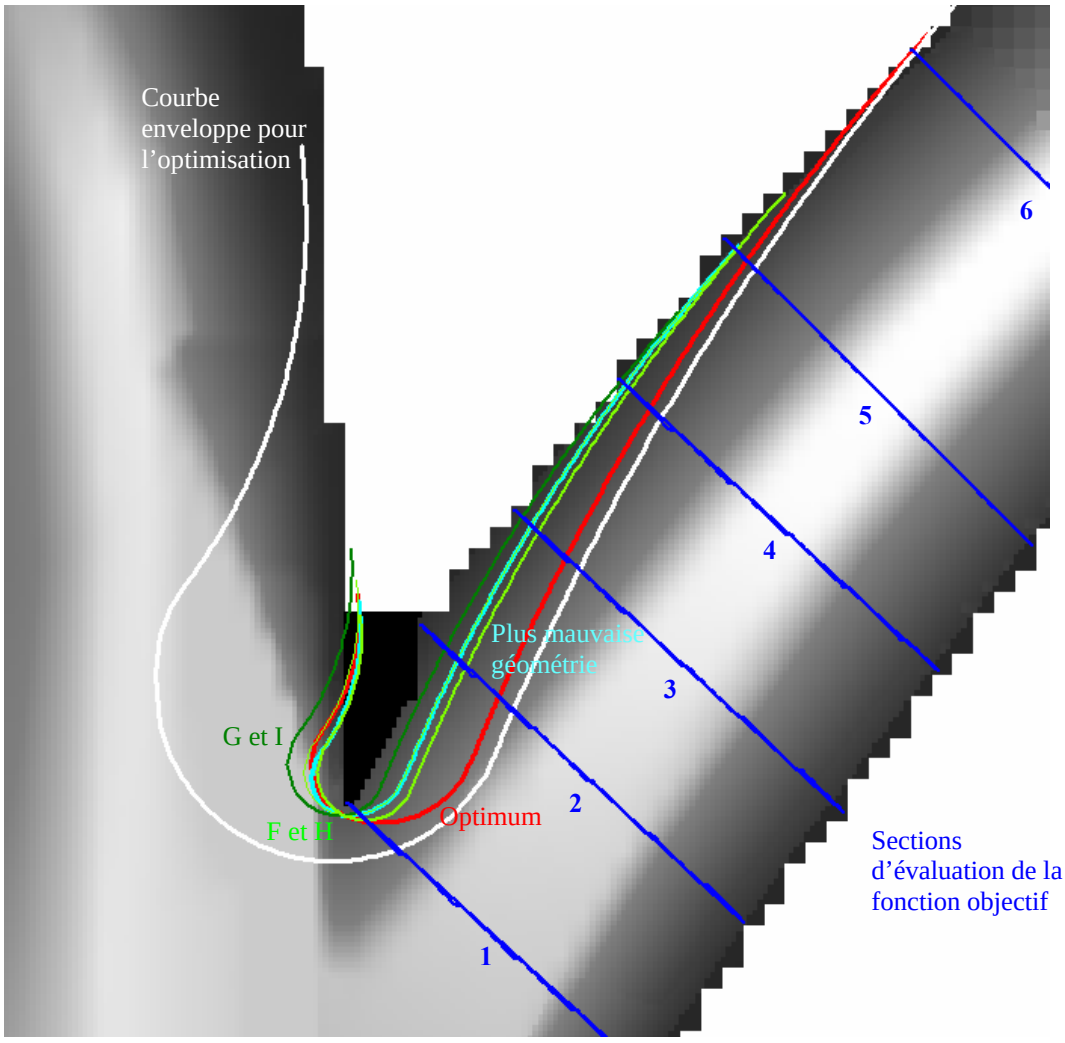


Figure VI-56 : Comparaison de la géométrie des cinq plus mauvaises configurations du bulbe

La Figure VI-57 illustre la distribution des champs de vitesse (un vecteur représenté sur quatre) pour les solutions A, B et J, ainsi que pour la situation actuelle sans bulbe.

La configuration optimale (A) présente globalement les champs les mieux distribués, avec une très faible sous utilisation de la zone en rive gauche du canal à l'aval du bulbe. La solution B présente, par contre, une meilleure distribution des vitesses en amont du bulbe, dans la retenue. L'absence de critère d'évaluation de l'adaptation de la solution à cet endroit a cependant empêché de rendre compte de cet aspect positif.

D'autre part, la configuration J est autant préjudiciable au bon fonctionnement de la prise d'eau que l'absence de bulbe, ce qui en fait bien une solution inacceptable.

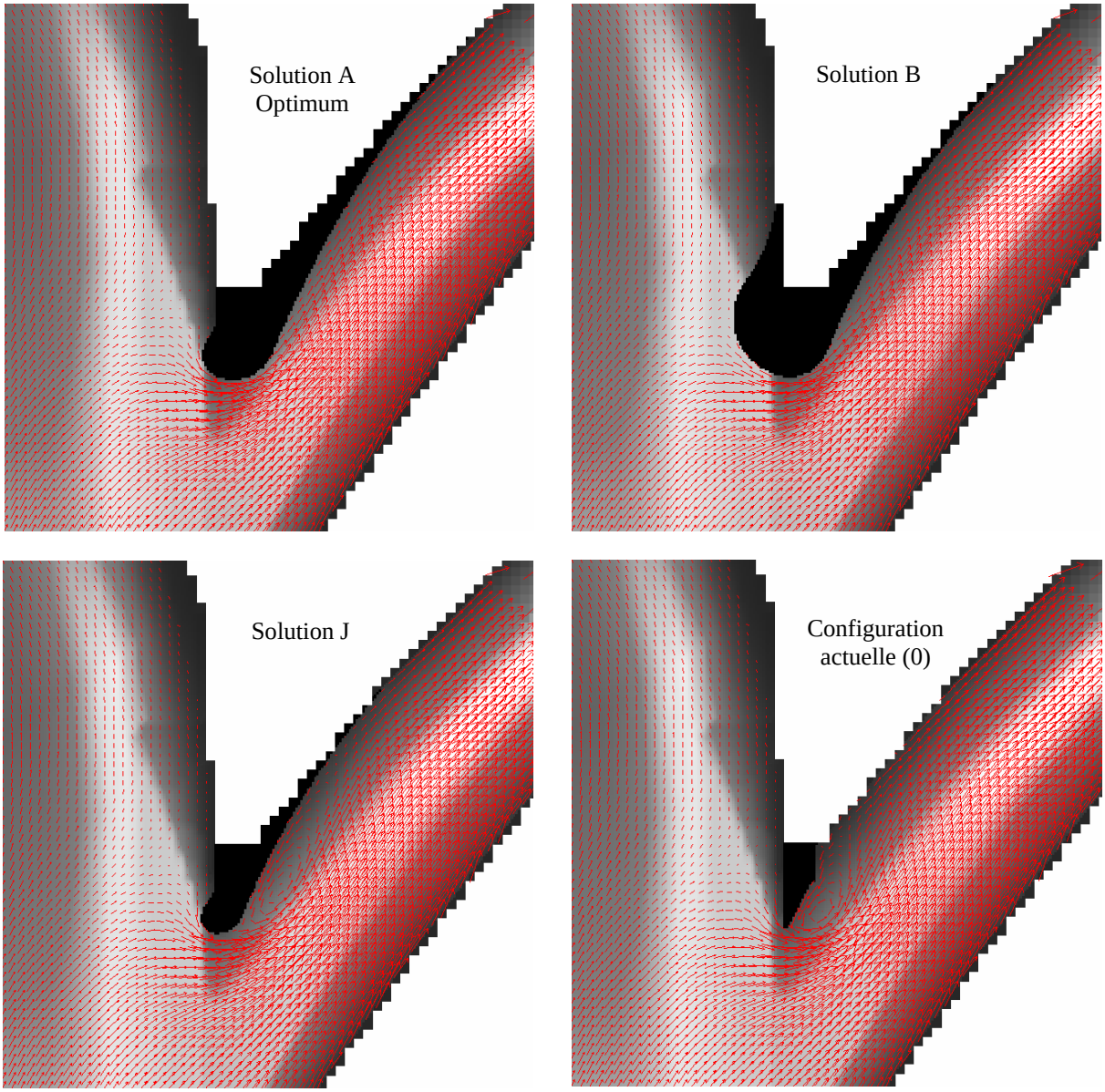


Figure VI-57 : Représentation des champs de vitesse (m/s) au droit de la prise d'eau (un vecteur sur quatre représenté) pour les deux meilleures configurations proposées par l'AG (A et B), pour la moins bien adaptée (J) et pour la situation actuelle (0)

A l'analyse de toutes ces différentes considérations, il apparaît que l'AG a proposé une solution optimale par rapport aux objectifs demandés. Parmi le grand nombre de géométries différentes assurant des conditions d'écoulement a priori satisfaisantes, il a extrait une configuration qui satisfait globalement mieux que les autres les critères d'uniformité des vitesses d'écoulement aux sections de contrôle.

Même si elle correspond à l'idée que l'on peut se faire d'une forme optimale, la géométrie du bulbe qui correspond à la solution proposée par l'AG n'aurait pas pu être déduite de l'expérience ou être tracée par intuition par un ingénieur hydraulicien. Au contraire, elle résulte d'une optimisation objective sur base de critères de comparaison concrets, et constitue de ce fait un résultat fiable à l'efficacité quantifiable, ce qui procure autant d'atouts pour la justifier face à des tiers.

Au-delà d'illustrer les potentialités de modélisation des améliorations apportées aux logiciels de la suite WOLF durant cette recherche doctorale, cet exemple montre les capacités de l'ensemble de la filière d'optimisation établie dans ce travail à aider, efficacement et de façon

objective, les ingénieurs lors de la phase de définition et de validation de la géométrie de structures hydrauliques.

VI.9 Conclusions

Dans ce chapitre, un logiciel d'optimisation robuste et fiable, basé sur la méthode des algorithmes génétiques, a été développé et implémenté au sein de la suite WOLF.

Il permet la calibration de l'ensemble des paramètres physiques présents au sein des codes hydrodynamiques, ainsi que la résolution de tout problème d'optimisation hydraulique à l'aide des mêmes modèles.

Des applications du logiciel à la recherche de l'extremum absolu de fonctions analytiques et à la calibration, dans des situations idéalisées, de paramètres hydrauliques en rivière, ont permis de valider les principes d'évolution de l'AG, qu'ils proviennent de la littérature ou qu'ils aient été spécifiquement développés dans le cadre de cette thèse, ainsi que la structure d'implémentation du code. Ces exemples ont également montré les potentialités de l'algorithme à résoudre des problèmes multivariables et complexes.

Deux études de cas réels à l'aide des logiciels WOLFHydro et WOLF1D ont ensuite été envisagées.

La première consistait à calibrer l'ensemble des paramètres physiques du logiciel hydrologique afin de reproduire un hydrogramme de crue réellement observé sur un bassin versant suisse, consécutivement à une pluie donnée. Les résultats fournis par l'AG sont cohérents avec les caractéristiques physiques du bassin durant l'événement modélisé, et l'hydrogramme calculé correspond à celui mesuré.

La seconde étude concernait l'optimisation du turbinage des centrales hydroélectriques de la cascade Warche - Amblève en Belgique. Après avoir été utilisé pour calibrer le modèle hydrodynamique sur base de mesures de hauteurs d'eau et de temps de déphasage des ondes dans le réseau de rivières naturelles, l'AG a permis de définir des formes de l'hydrogramme lâché en amont du système qui permettent d'augmenter le profit généré aux principaux éléments de production, pour deux situations moyennes de référence.

A la suite de ces développements et applications diverses, le code d'optimisation, couplé au logiciel de modélisation bidimensionnelle des écoulements à surface libre turbulents sur maillage multibloc WOLF2D, a été modifié pour permettre une résolution en parallèle des problèmes posés sur un cluster d'ordinateurs.

Un exemple d'optimisation géométrique appliqué au design d'une prise d'eau de centrale hydroélectrique sur la Sûre au Luxembourg illustre le gain de temps procuré par une telle approche. Il montre également les potentialités de l'ensemble des logiciels développés ou améliorés durant cette thèse de doctorat à travailler de concert pour optimiser de façon objective le design de structures hydrauliques dans des situations hydrauliques complexes.

VII CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Ce travail s'inscrit dans la filière d'étude du HACH, à savoir une interaction très forte entre simulation informatique et modélisation physique. La chronologie de recherche théorique et numérique suivie est étroitement liée à notre attachement à l'expérimental et aux préoccupations pratiques des grands projets de constructions hydrauliques. Les applications variées qui sont envisagées quotidiennement au Laboratoire, dont plusieurs exemples ont été exposés dans cet ouvrage, nous ont permis d'identifier aussi bien des pistes d'amélioration des modèles numériques existants au sein de la suite WOLF, que des besoins en nouvelles potentialités de représentation. C'est de là que sont nés la plupart des développements exposés ici, avec comme objectif principal l'augmentation des capacités des logiciels du HACH pour l'aide à la gestion et au design d'ouvrages hydrauliques.

VII.1 Synthèse et originalités des travaux

Le dimensionnement de structures hydrauliques, tout comme la majeure partie des problèmes touchant à l'hydrodynamique des écoulements à surface libre rencontrés dans la pratique, nécessite des études à grande et petite échelles, à l'aide de modèles adaptés localement aux phénomènes représentés, et donc variables au sein d'une même étude selon le point particulier examiné. D'autre part, l'optimisation de la forme ou du fonctionnement d'ouvrages hydrauliques requiert des outils de calibration robustes permettant une approche objective. Ces derniers doivent de plus être couplés à des logiciels de simulation dont la représentativité et les temps de calcul sont en accord avec les caractéristiques de l'optimisation.

Analyse des modèles hydrodynamiques, outils et méthodes de résolution

Après un rappel de la genèse d'établissement des différents modèles hydrodynamiques intégrés pour la modélisation des écoulements à surface libre, étape indispensable à la compréhension de leur cadre d'application, et suite à un exposé des méthodes numériques appliquées au HACH pour résoudre ces modèles, la rationalisation des temps de calcul des simulations filaires à grande échelle est envisagée au chapitre II. Un schéma d'intégration temporelle implicite est mis au point et est implémenté au sein du logiciel WOLF1D, en parallèle du schéma explicite existant. Extrêmement bien adapté au calcul de tout type d'écoulements stationnaires, ce nouveau schéma est également avantageusement applicable à des simulations transitoires en réseaux de rivières naturelles dont les amplitudes de variation des conditions limites sont en accord avec des périodes de simulation importantes.

La validité de ces premiers développements originaux est démontrée dans le chapitre III, de même que certaines améliorations apportées au logiciel bidimensionnel WOLF2D. Ces

dernières concernent l'extension automatique du domaine de calcul en fonction des mailles immergées – émergées, la conservation volumique du modèle, ainsi que la réorganisation de la filière de résolution des équations de façon à permettre une totale latitude dans le choix du modèle de calcul utilisé. Ce dernier point signifie que le code a été entièrement réécrit pour permettre la résolution d'un jeu de N équations en N inconnues choisies parmi plusieurs modèles mathématiques ou plusieurs options de calcul. Ces développements permettent par exemple d'augmenter les potentialités de modélisation du logiciel par la prise en compte d'effets sédimentaires ou de transport de constituants, ainsi que par la résolution d'équations de moments supplémentaires caractérisant la distribution plus riche des variables hydrodynamiques selon la direction d'intégration. Une implémentation rigoureuse et très générale permet l'ajout ultérieur de nouveaux modèles, sans préjudice de l'augmentation du temps de calcul.

Suite à l'analyse théorique du comportement des principaux modèles hydrodynamiques intégrés en présence de discontinuités, un traitement original des termes sources de pente de fond et de frottement, en accord avec une approche énergétique, est également proposé dans le second chapitre de développements. Au-delà de l'approche classique qui recherche leur compatibilité avec les termes de pression, c'est une adéquation globale des termes sources avec les termes convectifs présents dans les équations qui est proposée, même en présence de discontinuités d'écoulement. Des avancées significatives dans la compréhension du comportement énergétique des modèles basés sur les équations de conservation de la quantité de mouvement sont également exposées dans ce cadre.

Contribution à la modélisation de la turbulence

L'enrichissement des potentialités de modélisation des outils de la suite WOLF est poursuivi au chapitre IV. Une contribution significative y est apportée par l'établissement, l'implémentation et l'application à des cas théoriques et pratiques, d'un modèle de turbulence adapté aux caractéristiques spécifiques de la simulation bidimensionnelle des écoulements. Le modèle, original, est du type à équations différentielles additionnelles. Il est établi sur base du concept de décomposition de Reynolds des variables instantanées en une composante moyenne et une fluctuation, utilisée en combinaison avec une hypothèse du type de celle de Boussinesq pour la modélisation des tensions visqueuses.

Il est fondé sur une division de la viscosité turbulente en deux contributions distinctes. La première contribution caractérise la turbulence isotrope tridimensionnelle qui se développe à petite échelle, avec comme dimension caractéristique la hauteur d'eau. Elle est modélisée par une formulation empirique basée sur une hypothèse d'équilibre local entre production et destruction. La seconde composante caractérise la turbulence à grande échelle, géométriquement confinée dans le plan principal d'écoulement. Elle est représentée par un modèle à équations additionnelles qui se compose d'une équation de transport de l'énergie cinétique turbulente intégrée, établie de façon rigoureuse au départ des équations hydrodynamiques instantanées, et d'une équation optionnelle de transport du taux de dissipation, dont la forme est posée par analogie avec la précédente et avec les approches proposées dans la littérature.

Décomposition du domaine de calcul et couplage

Au chapitre V, afin de dépasser les limitations, tant informatiques que de discrétisation, inhérentes à l'utilisation d'une taille de maille unique sur un domaine de simulation bidimensionnel, des développements sont entrepris dans le code WOLF2D pour permettre de mener les calculs sur un maillage structuré cartésien constitué de plusieurs zones à la taille de maille différente. Dans le même ordre d'idée, suite à l'existence dans les logiciels WOLF de toute une série de modèles numériques différents, adaptés chacun à l'étude d'un phénomène

hydrodynamique en particulier, mais répondant tous aux mêmes idées de conception générale et ayant recours à des principes de résolution identiques, des développements sont réalisés pour permettre l'utilisation de l'ensemble des outils disponibles de façon simultanée et automatique au sein d'une même simulation.

Pour ce faire, le domaine de calcul est, dans un premier temps, divisé en blocs au sein desquels une taille de maille adaptée à la zone représentée est utilisée. Cette philosophie de maillage multibloc est ensuite élargie pour varier les modèles de calcul au sein d'une même modélisation, un modèle étant utilisé dans un bloc distinct. Enfin, l'étape ultime de ces développements est réalisée en couplant les modèles WOLF1D et WOLF2D au sein d'une simulation unique.

Cette approche originale multibloc - multimodèle est fondée sur les principes à la base du schéma numérique originel du logiciel bidimensionnel, afin d'en conserver tous les avantages de simplicité, de précision et d'efficacité. Un traitement idoine des bords d'interface entre blocs est proposé de façon à garantir la précision globale du calcul et l'évolution temporelle de concert des différentes zones. Tous les développements sont effectués en gardant à l'esprit la volonté du HACH de pouvoir réaliser des simulations hautement instationnaires. Notamment, l'évolution des interfaces est menée de façon aussi précise temporellement et spatialement que dans le reste du domaine de simulation.

Des algorithmes originaux, faisant un large appel à l'adressage direct dans la mémoire de l'ordinateur pour la gestion des données et la gestion des nombreuses routines d'évaluation, sont développés. Ils permettent au code de garder une lisibilité indispensable à son développement ultérieur, tout en procurant un gain sensible sur les temps de calcul par la limitation des tests répétitifs au sein du code.

Ces développements permettent aujourd'hui de faire appel, en différents points d'une même modélisation, à la taille de maille et au modèle hydrodynamique les mieux en accord avec les caractéristiques des écoulements locaux, sans préjudice d'augmentation du temps de calcul, ou de perte de précision, tant globale que locale, sur les résultats. Ils permettent également la modélisation unidimensionnelle à large échelle de réseaux de rivières, avec des tronçons localisés discrétisés en plan, au sein d'une simulation unique.

Optimisation objective de paramètres

Une fois toutes ces étapes de développement des modèles hydrodynamiques franchies, le chapitre VI détaille la mise au point d'un logiciel adapté de calage automatique de paramètres. Utilisable avec n'importe quel code de la suite WOLF, il permet la calibration de l'ensemble des paramètres physiques présents au sein des logiciels hydrodynamiques, ainsi que la résolution de tout problème d'optimisation ou de calibration à l'aide des mêmes modèles.

De par la grande diversité des problèmes potentiellement envisageables, un modèle basé sur la technique robuste et éprouvée des Algorithmes Génétiques est développé. Des applications théoriques et pratiques permettent de tester les principes d'évolution proposés dans la littérature ou spécifiquement développés dans ce travail, afin de dégager leurs avantages et inconvénients respectifs dans le cadre d'application qui nous intéresse. De cette façon, une configuration satisfaisante de l'algorithme est dégagée et est ensuite appliquée en combinaison avec chacun des logiciels de la suite WOLF.

Finalement, la parallélisation du logiciel d'optimisation ouvre la porte à des applications d'envergure, dont le dimensionnement et l'optimisation hydraulique d'ouvrages sur base de simulations bidimensionnelles d'écoulements turbulents à surface libre sur maillage multibloc.

A chaque étape, la validation des développements est réalisée de façon rigoureuse par la confrontation des résultats numériques à ceux de cas test, théoriques et expérimentaux, originaux ou proposés dans la littérature.

De nombreux exemples d'applications pratiques illustrent l'ensemble des potentialités de modélisation développées et prouvent leur applicabilité et leur efficacité face aux problèmes pratiques rencontrés par les ingénieurs hydrauliciens.

En particulier, plusieurs applications en topographie réelle soulignent les potentialités des codes à simuler des situations d'écoulement complexes, avec des transitions entre zones sèches et humides. Les simulations couplées 1D-2D montrent l'extrême représentativité de systèmes hydrauliques étendus qui peut maintenant être obtenue, ainsi que les gains en temps de calcul que cette approche procure.

De façon générale, les exemples proposés permettent de démontrer l'opportunité que représente une utilisation combinée de modèles numériques et physiques, et de souligner les potentialités de simulation jusqu'ici jamais envisagées qui sont maintenant disponibles au sein de la suite logicielle WOLF. La modélisation d'un seul tenant, et en tous points conforme aux événements observés, des écoulements qui s'établissent en amont, sur et en aval d'un barrage équipé d'un évacuateur de surface, avec représentation du ressaut hydraulique qui se stabilise dans le bassin de dissipation, constitue à ce titre une avancée fondamentale dans le développement des codes numériques de modélisation hydrodynamique bidimensionnelle à surface libre. De même, l'optimisation automatique du design de la prise d'eau d'une centrale hydroélectrique illustre les potentialités de l'ensemble des logiciels développés durant cette thèse de doctorat à travailler de concert pour optimiser, de façon objective, les paramètres de structures hydrauliques dans des situations d'écoulements complexes.

VII.2 Enseignements principaux

L'énoncé du contenu de cette thèse illustre à lui seul l'importance d'une approche couplée expérimental – numérique dans le domaine des constructions hydrauliques au sens large. Extrêmement riche d'enseignements pour les deux filières, cette interaction, vécue quotidiennement au HACH, nous a en effet montré la voie vers la plupart des développements théoriques et numériques proposés dans ce travail.

De même, la confrontation journalière des outils de modélisation présentés dans cet ouvrage à des cas d'application pratiques, oblige à une réflexion constante sur la représentativité des modèles employés et sur l'opportunité de leur apporter telle ou telle amélioration.

La présence au HACH des infrastructures et des compétences nécessaires à la poursuite de front de ces deux activités complémentaires est la meilleure garante des développements scientifiques qui y seront réalisés dans le futur, qu'ils concernent la recherche fondamentale ou appliquée, la modélisation numérique ou physique.

Dans le même ordre d'idée, le développement, dans le même environnement, d'une suite de logiciels unifiée pour la modélisation des écoulements à surface libre, depuis le ruissellement de surface jusqu'à la propagation d'une onde de rupture avec prise en compte des effets sédimentaires induits, permet la réalisation fiable et efficace d'études hydrauliques extrêmement complexes, couvrant potentiellement des emprises importantes. Dans la suite WOLF du HACH, les différents logiciels hydrodynamiques répondant de plus aux mêmes principes d'établissement théoriques et faisant appel aux mêmes techniques de résolution numérique, le couplage des différentes approches est presque automatique, ce qui augmente d'autant plus les potentialités de représentation et ouvre la porte à des applications d'optimisation ou de calibration, éventuellement même dans des situations très complexes. Le développement en interne, aussi bien des modèles mathématiques que des codes qui les exploitent, est le témoin de la bonne connaissance et compréhension de leur domaine de

validité et, de là, constitue un prérequis indispensable à l'acquisition des compétences nécessaires pour analyser leurs résultats.

Enfin, plus spécifiquement, l'ensemble des développements relatés dans ce travail et effectués dans le cadre de la modélisation bidimensionnelle des écoulements à surface libre, illustre les potentialités importantes de ce genre d'approche à apporter des éléments de réponse fiables à la grande majorité des problèmes pratiques rencontrés dans le domaine de l'hydrodynamique des écoulements à surface libre. Que l'étude touche à des aspects environnementaux, structurels, de mode de fonctionnement ou de gestion d'ouvrages, l'approche intégrée sur la hauteur fournit, au départ de données facilement disponibles, des résultats finement distribués, fiables et suffisamment détaillés, dans des délais tout à fait en accord avec les exigences actuelles des mandataires d'études.

De plus, le recours à des équations additionnelles permet de rendre compte d'effets connexes de transport de constituants, d'interaction de l'écoulement avec le fond (transport sédimentaire), voire encore de caractériser la distribution des variables sur l'axe d'intégration, sans pour autant augmenter de façon rédhibitoire les temps de calcul ou la précison et la quantité des données d'entrée nécessaires.

VII.3 Perspectives

De nombreuses perspectives de développements ultérieurs peuvent été dégagées des différents points abordés dans ce travail. De plus, comme nous l'avons déjà dit, chaque jour apporte son lot de problèmes pratiques à résoudre, et par là de pistes de recherches nouvelles.

Dans le cadre du chapitre III, nous avons constaté que les modèles classiquement employés en hydrodynamique des écoulements à surface libre gagnent encore beaucoup à être analysés en détail. Le problème de la modélisation des écoulements sur des marches topographiques avec des équations traduisant la conservation de la quantité de mouvement n'est pas totalement résolu. Des investigations expérimentales supplémentaires sont nécessaires pour quantifier la perte d'énergie apparaissant réellement sur de telles discontinuités. Le comportement instationnaire de l'approche originale proposée pour la discrétisation des sources de pente de fond et de frottement doit également encore être envisagé.

Il en va de même de la modélisation de la turbulence. Le modèle proposé dans ce travail a certes montré de bonnes propensions à représenter valablement des phénomènes spécifiques aux écoulements en eaux peu profondes, mais la valeur des différents coefficients qu'il contient a été empruntée sans autre forme au modèle tridimensionnel ou à d'autres approches proposées dans la littérature. Il en va de même des conditions aux limites spécifiques (*law of the wall*). Des études théoriques et expérimentales sont encore nécessaires pour bien comprendre leur signification, et éventuellement affiner leur amplitude en regard des écoulements spécifiquement envisagés.

L'approche multibloc développée au chapitre V ouvre la porte à des perspectives de discrétisation importantes. Néanmoins, elle est toujours basée sur un découpage du domaine de calcul en mailles carrées, ce qui limite les potentialités de représentation de frontières obliques par rapport aux axes de discrétisation. La continuation des développements brièvement exposés sur les mailles partiellement immergées est une étape indispensable à l'amélioration des potentialités de représentation de WOLF2D. Il en va de même de la mise au point de blocs mobiles, capables de suivre le déplacement de discontinuités d'écoulement dans un domaine bidimensionnel par exemple. Enfin, la détermination automatique au sein d'une simulation de la taille de maille localement la plus adéquate en fonction des conditions d'écoulement, permettrait d'éviter la délimitation parfois hasardeuse de l'emprise de différents blocs tout en rationalisant encore les temps de calcul.

Au cours du dernier chapitre, le développement du logiciel d'optimisation a montré que les capacités des Algorithmes Génétiques étaient loin d'avoir toutes été envisagées. Seuls des opérateurs d'évolution et des codages simples ont été testés, alors que la littérature regorge de techniques plus évoluées et potentiellement plus performantes. A ce titre, l'étude des micro-AG est, par exemple, une voie privilégiée à analyser pour tenter de diminuer encore le temps nécessaire à un calcul d'optimisation, comme nous le montre l'application finale du chapitre VI.

Enfin, le dernier exemple d'application a démontré les possibilités liées à la parallélisation des codes sur un réseau d'ordinateurs tel celui existant au HACH. A nouveau, un gain substantiel en temps nécessaire pour mener à bien une simulation est potentiellement réalisable. A ce titre, la parallélisation du code multibloc est actuellement envisagée, et constitue dès lors la première perspective concrète de continuation des travaux de recherche numériques entamés avec cette thèse de doctorat.

Pour conclure, nous pouvons affirmer que, suite à nos six années de recherches menées au HACH, qui ont notamment conduit à la rédaction de cette thèse, et à la lumière des perspectives de développements ultérieurs qui viennent d'être exposées, nous sommes plus que jamais convaincus, qu'en hydrodynamique appliquée, une approche de travail couplée numérique – expérimental représente la voie à suivre dans l'avenir. Elle est en tout cas indispensable au développement de codes de calcul performants et pratiques d'utilisation, tout comme elle est la meilleure garante de la réalisation d'études sur modèle physique opportunes et représentatives.

ANNEXE A : ORDRE DE PRÉCISION DU SCHÉMA DE DISCRÉTISATION SPATIALE DES TERMES DIFFUSIFS

L'évaluation de la dérivée seconde selon *x* d'une variable en un nœud d'un maillage structuré cartésien à l'aide du schéma de discrétisation proposé par Martinelli [95] et détaillé au paragraphe II.3.8.3 s'écrit :

$$\frac{\partial^2 u_{ij}}{\partial x^2} \simeq \frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} \tag{A-1}$$

Le développement en série de Taylor autour du nœud *(i,j)* des différents termes donne :

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \Delta x\, \partial_x u\big|_P + \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 u\big|_P + \frac{\Delta x^3}{6} \partial_x^3 u\big|_P + \frac{\Delta x^4}{24} \partial_x^4 u\big|_P + \ldots \tag{A-2}$$

$$u_{i-1,j} = u_{i,j} - \Delta x\, \partial_x u\big|_P + \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 u\big|_P - \frac{\Delta x^3}{6} \partial_x^3 u\big|_P + \frac{\Delta x^4}{24} \partial_x^4 u\big|_P - \ldots \tag{A-3}$$

L'introduction de (A-2) et (A-3) dans (A-1) permet d'évaluer l'ordre de précision du schéma de discrétisation, qui est du second ordre :

$$\frac{\partial^2 u_{ij}}{\partial x^2} \simeq \partial_x^2 u_{ij} + \frac{\Delta x^2}{12} \partial_x^4 u_{ij} + \vartheta\left(\Delta x^4\right) \tag{A-4}$$

Pour l'évaluation d'un terme croisé, on a de même :

$$\frac{\partial^2 u_{ij}}{\partial x \partial y} \simeq \frac{\left(u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1}\right) - \left(u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j-1}\right)}{4\Delta x \Delta y} \tag{A-5}$$

avec, suite au développement en série de Taylor des différents termes,

$$\partial_{x,y}^2 u_{ij} \simeq \partial_{x,y}^2 u_{ij} + \frac{2\Delta y^2}{12} \partial_{x,y^3}^4 u_{ij} + \frac{2\Delta x^2}{12} \partial_{x^3,y}^4 u_{ij} + \vartheta\left(\Delta x^2 \Delta y^2, \Delta x^4, \Delta y^4\right) \tag{A-6}$$

ce qui traduit également une précision du second ordre.

ANNEXE B : PROPAGATION D'UNE ONDE UNIDIMENSIONNELLE SUR FOND SEC ET LISSE

Ritter a établi en 1892 la solution analytique exacte de l'écoulement unidimensionnel consécutif à la rupture instantanée d'un barrage sur fond plat, sec et lisse en section rectangulaire moyennant l'hypothèse d'un écoulement en fine lame (cité par [100] et [107]). Pirotton a étendu ce développement pour une forme de section transversale plus générale [107].

Schématiquement, le problème est représenté sur la Figure A-1 avec l'évolution typique de la surface libre quelques instants après la disparition instantanée du barrage.

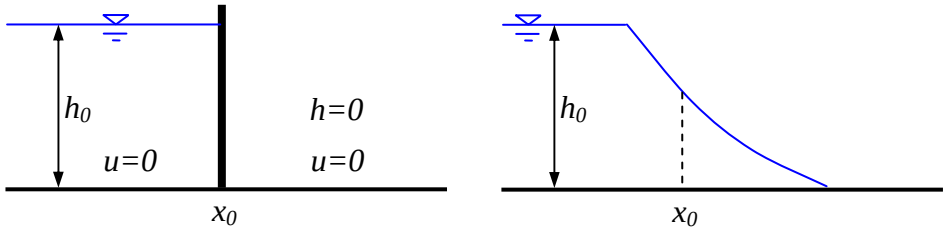


Figure A-1 : Rupture sur fond sec et lisse - Schéma du système à l'état initial et quelques instants après la rupture

La partie gauche de la figure illustre l'état initial du système avec un plan d'eau de hauteur h_0 au repos délimité par un mur vertical en x_0. Après la disparition instantanée de la plaque, une onde se propage qui naît de la discontinuité créée en x_0.

Les équations unidimensionnelles établies au chapitre II s'appliquent à la modélisation de cette onde. L'analyse des caractéristiques du système d'équation linéarisé montre (Figure A-2) qu'une série d'entre elles sont inclinées vers l'amont et que d'autres sont inclinées vers l'aval. L'onde de dépression résultant de la disparition de la plaque se propage donc dans les deux directions au départ de l'origine x_0. La caractéristique la plus en amont définit la limite de la perturbation du plan d'eau au repos, celle la plus en aval coïncide avec le front de propagation dont la hauteur est théoriquement nulle sur fond lisse.

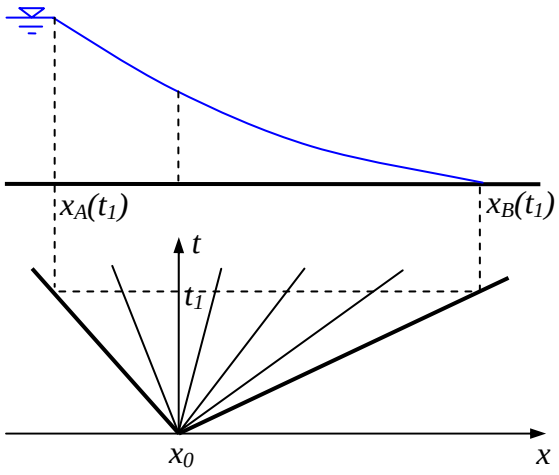


Figure A-2 : Caractéristiques du système dans le plan espace-temps et allure de l'onde de détente en $t=t_1$

Sur base de l'analyse des équations définissant les caractéristiques, la position des points x_A et x_B est donnée par les expressions qui suivent pour une section transversale définie par la relation qui lie sa largeur L à l'altitude correspondante z [107] :

$$L = lz^{\alpha} \tag{A-7}$$

avec α un paramètre constant et l la largeur en base de la section.

$$x_A = -c_0 t \text{ et } x_B = 2(\alpha+1)c_0 t \tag{A-8}$$

où c_0 est la célérité de l'onde initiale définie par :

$$c_0 = \sqrt{\frac{gh_0}{\alpha+1}} \tag{A-9}$$

L'équation de la ligne d'eau comprise entre le point x_A au repos dans la retenue et le front de propagation en x_B est donnée par l'équation [107] :

$$\frac{h}{h_0} = 4\left(\frac{\alpha+1}{2\alpha+3}\right)^2\left(1-\frac{1}{2\sqrt{g(\alpha+1)h_0}}\frac{x}{t}\right)^2 \tag{A-10}$$

et la vitesse d'écoulement en un point par :

$$u = c_0\frac{2(\alpha+1)}{2\alpha+3}\left(1+\frac{x}{c_0 t}\right) \tag{A-11}$$

Ces équations généralisent les résultats de Ritter obtenus en section rectangulaire ($\alpha=0$). Dans ce cas, on retrouve en effet une vitesse de propagation égale au double de la célérité c_0 définie par :

$$c_0 = \sqrt{gh_0} \tag{A-12}$$

ainsi qu'un point fixe au niveau du barrage caractérisé par :

$$h_{x=0} = \frac{2}{3} h_0 \text{ et } u_{x=0} = \frac{2}{3} c_0 \quad \text{(A-13)}$$

ANNEXE C : PROPAGATION D'UNE ONDE UNIDIMENSIONNELLE SUR FOND SEC ET RUGUEUX

L'extension de la théorie de Ritter pour une propagation sur fond plat, sec mais rugueux a été établie par Dressler [37] et Whitham [163]. Les relations présentées en annexe B ont donc été modifiées pour intégrer les effets de frottement sur le fond.

Schématiquement, le problème est semblable au dessin de la Figure A-1 si ce n'est la présence d'un bourrelet au droit du front nécessaire pour vaincre les pertes par frottement sur le fond (Figure A-3). La limite amont de l'onde de dépression est, quant à elle, inchangée par rapport à la solution sur fond lisse.

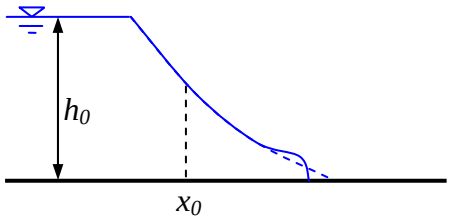


Figure A-3 : Rupture sur fond sec et rugueux - Schéma du système quelques instants après la rupture (trait plein) en comparaison avec la solution sur fond lisse (pointillés)

La hauteur d'eau h et la vitesse d'écoulement u dans la zone entre le plan d'eau au repos et le front sont définies par [100] :

$$h = \frac{1}{g}\left[\frac{c_0}{3}\left(2 - \frac{x}{c_0 t}\right) + Kgm_1 t\right]^2 \tag{A-14}$$

$$u = \frac{2c_0}{3}\left(1 + \frac{x}{c_0 t}\right) + Kgm_2 t \tag{A-15}$$

avec

$$m_1 = \frac{6}{5\left(2-\frac{x}{c_0 t}\right)} - \frac{2}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{135}\left(2-\frac{x}{c_0 t}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{A-16}$$

$$m_2 = \frac{12}{2-\frac{x}{c_0 t}} - \frac{8}{3} + \frac{8\sqrt{3}}{189}\left(2-\frac{x}{c_0 t}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{108}{7\left(2-\frac{x}{c_0 t}\right)^{2}} \tag{A-17}$$

La célérité à l'instant initial c_0 est définie par (A-12) et le coefficient K est fonction des caractéristiques de rugosité du fond. Dressler le définit par rapport à la loi de Chézy :

$$K = \frac{g}{C^2} \tag{A-18}$$

avec C le coefficient de frottement de Chézy.
En 2D et en utilisant la loi de frottement de Manning, on a :

$$K = \frac{g}{n^2 h^{1/3}} \tag{A-19}$$

ce qui rend l'équation (A-14) plus complexe mais toujours résoluble.

ANNEXE D : FORCES DE VISCOSITÉ – TENSEUR DE CONTRAINTES

Les contraintes de viscosité au sein d'un fluide sont représentées par le tenseur des contraintes visqueuses appliquées aux faces d'un cube défini dans l'écoulement. Les composantes du tenseur sont repérées par deux indices dont le premier *(i)* indique la direction de projection de la contrainte et le second *(j)* la direction de la perpendiculaire à la face d'application de la contrainte. L'action considérée est celle du milieu extérieur sur le cube [81].

Dans un fluide newtonien, les contraintes visqueuses sont proportionnelles à la vitesse de déformation [82, 88]. On distingue deux types de contraintes selon que la déformation soit angulaire ou longitudinale. On les dénomme respectivement les contraintes tangentielle ($i \neq j$) et normale ($i = j$).

Pour un fluide newtonien, les contraintes tangentielles sont définies par [88] :

$$\rho\tau_{ij}^{V} = \mu\left(\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j\right) \tag{A-20}$$

avec μ la viscosité dynamique du fluide.

Par analogie avec la résistance des matériaux, les contraintes normales induisent des déformations dans les trois directions et sont représentées par :

$$\rho\tau_{ii}^{V} = 2\mu\partial_{x_i} u_i + \eta div\mathbf{u} \tag{A-21}$$

où η est appelé second coefficient de viscosité ou viscosité de dilatation. Ce nom se justifie par le fait que ce coefficient n'a plus d'influence sur les contraintes lorsque la dilatation est nulle : $div\mathbf{u} = 0$.

L'hypothèse de Stokes [81, 130] nous indique d'autre part que

$$\eta = -\frac{2}{3}\mu \tag{A-22}$$

L'expression générale des contraintes visqueuses au sein d'un fluide newtonien s'écrit finalement :

$$\tau_{ij}^{V} = \nu\left(\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij} div\mathbf{u} \tag{A-23}$$

ANNEXE E : MODÈLE DE TURBULENCE *K*-ε TRIDIMENSIONNEL

Le modèle de turbulence à deux équations additionnelles pour l'énergie cinétique turbulente *k* et son taux de dissipation ε s'établit de la façon suivante au départ des équations hydrodynamiques instantanées pour un fluide visqueux incompressible :

$$\partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0 \tag{A-24}$$

$$\partial_t u + \partial_x u^2 + \partial_y uv + \partial_z uw = F_x - \frac{1}{\rho}\partial_x p + \nu\left(\partial_x^2 u + \partial_y^2 u + \partial_w^2 u\right) \tag{A-25}$$

$$\partial_t v + \partial_x uv + \partial_y v^2 + \partial_z vw = F_y - \frac{1}{\rho}\partial_y p + \nu\left(\partial_x^2 v + \partial_y^2 v + \partial_w^2 v\right) \tag{A-26}$$

$$\partial_t w + \partial_x wu + \partial_y wv + \partial_z w^2 = F_z - \frac{1}{\rho}\partial_z p + \nu\left(\partial_x^2 w + \partial_y^2 w + \partial_w^2 w\right) \tag{A-27}$$

L'introduction dans les équations (A-24) à (A-27) de la décomposition des variables en une composante moyenne et une fluctuation selon le principe de Reynolds

$$u = \overline{u} + u' \,,\; v = \overline{v} + v' \,,\; w = \overline{w} + w' \text{ et } p = \overline{p} + p' \,, \tag{A-28}$$

suivie d'une opération de moyenne, conduit au système des équations hydrodynamiques moyennes :

$$\partial_x \overline{u} + \partial_y \overline{v} + \partial_z \overline{w} = 0 \tag{A-29}$$

$$\partial_t \overline{u} + \partial_x \overline{u}^2 + \partial_y \overline{uv} + \partial_z \overline{uw} = F_x - \frac{1}{\rho}\partial_x \overline{p} + \nu\left(\partial_x^2 \overline{u} + \partial_y^2 \overline{u} + \partial_w^2 \overline{u}\right) - \partial_x \overline{u'u'} - \partial_y \overline{u'v'} - \partial_z \overline{u'w'} \tag{A-30}$$

$$\partial_t V + \partial_x V\overline{u} + \partial_y \overline{v}^2 + \partial_z \overline{vw} = F_y - \frac{1}{\rho}\partial_y \overline{p} + \nu\left(\partial_x^2 \overline{v} + \partial_y^2 \overline{v} + \partial_w^2 \overline{v}\right) - \partial_x \overline{v'u'} - \partial_y \overline{v'v'} - \partial_z \overline{v'w'} \tag{A-31}$$

$$\partial_t \overline{w} + \partial_x \overline{w}\overline{u} + \partial_y \overline{w}\overline{v} + \partial_z \overline{w}^2 = F_z - \frac{1}{\rho}\partial_z \overline{p} + \nu\left(\partial_x^2 \overline{w} + \partial_y^2 \overline{w} + \partial_w^2 \overline{w}\right) - \partial_x \overline{w'u'} - \partial_y \overline{w'v'} - \partial_z \overline{w'w'} \tag{A-32}$$

Pour établir l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, définie comme

$$k = \frac{\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}}{2} \tag{A-33}$$

il faut dans un premier temps construire les équations des produits de fluctuation. Pour ce faire, on réalise la différence deux à deux des équations instantanées et des équations moyennes. Cette opération conduit au système :

$$\partial_x u' + \partial_y v' + \partial_z w' = 0 \tag{A-34}$$

$$\begin{aligned}\partial_t u' + 2\partial_x u'\overline{u} + \partial_y u'\overline{v} + \partial_y \overline{u}v' + \partial_z u'\overline{w} + \partial_z \overline{u}w' = \; & -\frac{1}{\rho}\partial_x p' + \nu\left(\partial_x^2 u' + \partial_y^2 u' + \partial_w^2 u'\right) \\ & + \partial_x \overline{u'u'} + \partial_y \overline{u'v'} + \partial_z \overline{u'w'} - \partial_x u'u' - \partial_y u'v' - \partial_z u'w'\end{aligned} \tag{A-35}$$

$$\begin{aligned}\partial_t v' + \partial_x v'\overline{u} + \partial_x \overline{v}u' + 2\partial_y v'\overline{v} + \partial_z v'\overline{w} + \partial_z \overline{v}w' = \; & -\frac{1}{\rho}\partial_y p' + \nu\left(\partial_x^2 v' + \partial_y^2 v' + \partial_w^2 v'\right) \\ & + \partial_x \overline{v'u'} + \partial_y \overline{v'v'} + \partial_z \overline{v'w'} - \partial_x v'u' - \partial_y v'v' - \partial_z v'w'\end{aligned} \tag{A-36}$$

$$\begin{aligned}\partial_t w' + \partial_x w'\overline{u} + \partial_x \overline{w}u' + \partial_y w'\overline{v} + \partial_y \overline{w}v' + 2\partial_z w'\overline{w} = \; & -\frac{1}{\rho}\partial_z p' + \nu\left(\partial_x^2 w' + \partial_y^2 w' + \partial_w^2 w'\right) \\ & + \partial_x \overline{w'u'} + \partial_y \overline{w'v'} + \partial_z \overline{w'w'} - \partial_x w'u' - \partial_y w'v' - \partial_z w'w'\end{aligned} \tag{A-37}$$

Considérant les équations de continuité moyenne (A-29) (*A*) et fluctuante (A-34) (*B*) le membre de gauche de (A-35) se simplifie comme :

$$\begin{aligned}&\partial_t u' + 2\underbrace{u'\partial_x \overline{u}}_{A} + 2\underbrace{\overline{u}\partial_x u'}_{B} + \underbrace{u'\partial_y \overline{v}}_{A} + \overline{v}\partial_y u' + v'\partial_y \overline{u} + \underbrace{\overline{u}\partial_y v'}_{B} + \underbrace{u'\partial_z \overline{w}}_{A} + \overline{w}\partial_z u' + w'\partial_z \overline{u} + \underbrace{\overline{u}\partial_z w'}_{B} \\ &= \partial_t u' + u'\partial_x \overline{u} + v'\partial_y \overline{u} + w'\partial_z \overline{u} + \overline{u}\partial_x u' + \overline{v}\partial_y u' + \overline{w}\partial_z u'\end{aligned} \tag{A-38}$$

De même, on a pour le membre de gauche des deux autres équations

$$\partial_t v' + u'\partial_x \overline{v} + v'\partial_y \overline{v} + w'\partial_z \overline{v} + \overline{u}\partial_x v' + \overline{v}\partial_y v' + \overline{w}\partial_z v' \tag{A-39}$$

$$\partial_t w' + u'\partial_x \overline{w} + v'\partial_y \overline{w} + w'\partial_z \overline{w} + \overline{u}\partial_x w' + \overline{v}\partial_y w' + \overline{w}\partial_z w' \tag{A-40}$$

La prémultiplication de chaque expression (A-38) à (A-40) par la fluctuation correspondante fournit les trois équations des produits doubles des fluctuations

$$\frac{1}{2}\partial_t u'u' + u'u'\partial_x \overline{u} + u'v'\partial_y \overline{u} + u'w'\partial_z \overline{u} + \frac{\overline{u}}{2}\partial_x u'u' + \frac{\overline{v}}{2}\partial_y u'u' + \frac{\overline{w}}{2}\partial_z u'u' \tag{A-41}$$

$$\frac{1}{2}\partial_t v'v' + v'u'\partial_x \overline{v} + v'v'\partial_y \overline{v} + v'w'\partial_z \overline{v} + \frac{\overline{u}}{2}\partial_x v'v' + \frac{\overline{v}}{2}\partial_y v'v' + \frac{\overline{w}}{2}\partial_z v'v' \tag{A-42}$$

$$\frac{1}{2}\partial_t w'w' + w'u'\partial_x \overline{w} + w'v'\partial_y \overline{w} + w'w'\partial_z \overline{w} + \frac{\overline{u}}{2}\partial_x w'w' + \frac{\overline{v}}{2}\partial_y w'w' + \frac{\overline{w}}{2}\partial_z w'w' \tag{A-43}$$

La somme des expressions (A-41) à (A-43) avec introduction de (A-33) et opération de moyenne conduit à

$$\begin{aligned} \partial_t k + U\partial_x k + V\partial_y k + W\partial_z k \quad & + \overline{u'u'}\partial_x U + \overline{u'v'}\partial_y U + \overline{u'w'}\partial_z U \\ & + \overline{v'u'}\partial_x V + \overline{v'v'}\partial_y V + \overline{v'w'}\partial_z V \\ & + \overline{w'u'}\partial_x W + \overline{w'v'}\partial_y W + \overline{w'w'}\partial_z W \end{aligned} \tag{A-44}$$

Les mêmes opérations sont ensuite appliquées aux membres de droite de (A-35) à (A-37). La multiplication par la fluctuation correspondante conduit aux expressions

$$\begin{aligned} & -u'\frac{1}{\rho}\partial_x p' + \nu u'\left(\partial_x^2 u' + \partial_y^2 u' + \partial_w^2 u'\right) + \\ & \quad u'\partial_x \overline{u'u'} + u'\partial_y \overline{u'v'} + u'\partial_z \overline{u'w'} - u'\partial_x u'u' - u'\partial_y u'v' - u'\partial_z u'w' \end{aligned} \tag{A-45}$$

$$\begin{aligned} & -v'\frac{1}{\rho}\partial_y p' + \nu v'\left(\partial_x^2 v' + \partial_y^2 v' + \partial_w^2 v'\right) + \\ & \quad v'\partial_x \overline{v'u'} + v'\partial_y \overline{v'v'} + v'\partial_z \overline{v'w'} - v'\partial_x v'u' - v'\partial_y v'v' - v'\partial_z v'w' \end{aligned} \tag{A-46}$$

$$\begin{aligned} & -w'\frac{1}{\rho}\partial_z p' + \nu w'\left(\partial_x^2 w' + \partial_y^2 w' + \partial_w^2 w'\right) + \\ & \quad w'\partial_x \overline{w'u'} + w'\partial_y \overline{w'v'} + w'\partial_z \overline{w'w'} - w'\partial_x w'u' - w'\partial_y w'v' - w'\partial_z w'w' \end{aligned} \tag{A-47}$$

Par application de l'équation de continuité fluctuante (A-34), la somme des termes de pression devient,

$$-\frac{1}{\rho}\left(\partial_x u'p' + \partial_y v'p' + \partial_z w'p'\right) \tag{A-48}$$

La somme des termes visqueux conduit à

$$\begin{aligned} & \nu\left[\partial_x\left(u'\partial_x u' + v'\partial_x v' + w'\partial_x w'\right) + \partial_y\left(u'\partial_y u' + v'\partial_y v' + w'\partial_y w'\right)\partial_x\left(u'\partial_z u' + v'\partial_z v' + w'\partial_z w'\right)\right] \\ & -\nu\left[\left(\partial_x u'\right)^2 + \left(\partial_y u'\right)^2 + \left(\partial_z u'\right)^2 + \left(\partial_x v'\right)^2 + \left(\partial_y v'\right)^2 + \left(\partial_z v'\right)^2 + \left(\partial_x w'\right)^2 + \left(\partial_y w'\right)^2 + \left(\partial_z w'\right)^2\right] \end{aligned} \tag{A-49}$$

dont le premier membre se simplifie en

$$\begin{aligned}&\nu\left(\partial_x^2\frac{u'u'+v'v'+w'w'}{2}+\partial_y^2\frac{u'u'+v'v'+w'w'}{2}+\partial_z^2\frac{u'u'+v'v'+w'w'}{2}\right)\\&=\nu\left(\partial_x^2k+\partial_y^2k+\partial_z^2k\right)\end{aligned}\tag{A-50}$$

Finalement, la somme des termes de corrélations triples s'écrit, en utilisant à nouveau (A-34) pour simplifier l'expression :

$$\begin{aligned}&-u'\partial_x u'u'-u'\partial_y u'v'-u'\partial_z u'w'-v'\partial_x v'u'-v'\partial_y v'v'-v'\partial_z v'w'-w'\partial_x w'u'-w'\partial_y w'v'-w'\partial_z w'w'\\&=-\frac{1}{2}\left(\partial_x u'u'u'+\partial_y u'u'v'+\partial_z u'u'w'+\partial_x v'v'u'+\partial_y v'v'v'+\partial_z v'v'w'+\partial_x w'w'u'+\partial_y w'w'v'+\partial_z w'w'w'\right)\\&-\frac{1}{2}\left[u'u'\underbrace{\left(\partial_x u'+\partial_y v'+\partial_z w'\right)}_{=0}+v'v'\underbrace{\left(\partial_x u'+\partial_y v'+\partial_z w'\right)}_{=0}+w'w'\underbrace{\left(\partial_x u'+\partial_y v'+\partial_z w'\right)}_{=0}\right]\end{aligned}\tag{A-51}$$

Leur somme de ces différentes expressions, suivie d'une opération de moyenne, fournit in fine

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{\rho}\left(\partial_x u'p'+\partial_y v'p'+\partial_z w'p'\right)+\nu\left(\partial_x^2k+\partial_y^2k+\partial_z^2k\right)\\&-\nu\left[\left(\partial_x u'\right)^2+\left(\partial_y u'\right)^2+\left(\partial_z u'\right)^2+\left(\partial_x v'\right)^2+\left(\partial_y v'\right)^2+\left(\partial_z v'\right)^2+\left(\partial_x w'\right)^2+\left(\partial_y w'\right)^2+\left(\partial_z w'\right)^2\right]\\&-\frac{\partial_x u'u'u'+\partial_y u'u'v'+\partial_z u'u'w'+\partial_x v'v'u'+\partial_y v'v'v'+\partial_z v'v'w'+\partial_x w'w'u'+\partial_y w'w'v'+\partial_z w'w'w'}{2}\end{aligned}\tag{A-52}$$

La combinaison de (A-44) et (A-52) fournit l'expression complète d'une équation de transport de l'énergie cinétique turbulente

$$\begin{aligned}&\partial_t k+\overline{u}\partial_x k+\overline{v}\partial_y k+\overline{w}\partial_z k=\\&+\left[\partial_x\left(\nu_k\partial_x k\right)+\partial_y\left(\nu_k\partial_y k\right)+\partial_z\left(\nu_k\partial_z k\right)\right]+\nu\left(\partial_x^2k+\partial_y^2k+\partial_z^2k\right)+P-\varepsilon\end{aligned}\tag{A-53}$$

où l'on a utilisé l'hypothèse Launder [87] pour modéliser les corrélations triples résiduelles

$$-\partial_{x_i}\left[\overline{u_i'\left(\frac{u_j'u_j'}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)}\right]=\partial_{x_i}\left(\nu_k\partial_{x_i}k\right)\ \text{avec}\ \nu_k\ \text{un coefficient de diffusion de}\ k\tag{A-54}$$

et où le terme de production P a été défini comme :

$$\begin{aligned}P=&-\overline{u'u'}\partial_x\overline{u}-\overline{u'v'}\partial_y\overline{u}-\overline{u'w'}\partial_z\overline{u}-\overline{v'u'}\partial_x\overline{v}-\overline{v'v'}\partial_y\overline{v}-\overline{v'w'}\partial_z\overline{v}\\&-\overline{w'u'}\partial_x\overline{w}-\overline{w'v'}\partial_y\overline{w}-\overline{w'w'}\partial_z\overline{w}\end{aligned}\tag{A-55}$$

et le taux de dissipation de l'énergie turbulente ε comme :

$$\varepsilon = \nu\overline{\left(\partial_{x_j} u_i'\right)\left(\partial_{x_j} u_i'\right)} \tag{A-56}$$

Les produits moyens des fluctuations dans l'expression de *P* sont souvent modélisés par l'hypothèse de Boussinesq [17]. Elle stipule qu'ils sont proportionnels aux gradients des vitesses moyennes par l'intermédiaire d'une viscosité turbulente ν_T :

$$\overline{u_i' u_j'} = \nu_T \left(\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j\right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \tag{A-57}$$

Cette dernière est définie en fonction des variables turbulentes comme :

$$\nu_T = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \text{ où } c_\mu \text{ est une constante empirique} \tag{A-58}$$

Le coefficient de diffusion de *k* dans (A-54) est lié à la viscosité turbulente par [87] :

$$\nu_k = \frac{\nu_T}{\sigma_k} \text{ où } \sigma_k \text{ est une constante empirique} \tag{A-59}$$

Le taux de dissipation est modélisé quant à lui par une seconde équation de transport, formellement semblable à (A-53) [141] :

$$\begin{aligned} &\partial_t \varepsilon + \overline{u}\partial_x \varepsilon + \overline{v}\partial_y \varepsilon + \overline{w}\partial_z \varepsilon = \\ &+\left[\partial_x\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\partial_x \varepsilon\right) + \partial_y\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\partial_y \varepsilon\right) + \partial_z\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\partial_z \varepsilon\right)\right] + \nu\left(\partial_x^2 \varepsilon + \partial_y^2 \varepsilon + \partial_z^2 \varepsilon\right) + c_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}P - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \tag{A-60}$$

Les valeurs des différentes constantes du modèle ont été déterminées par l'expérience [87] :

$$c_\mu = 0,09 \text{ , } c_{1\varepsilon} = 1,44 \text{ , } c_{2\varepsilon} = 1,92 \text{ , } \sigma_k = 1 \text{ et } \sigma_\varepsilon = 1,3 \tag{A-61}$$

NOTATIONS PRINCIPALES

Toutes les notations exploitées dans cet ouvrage sont définies au fur et à mesure de leur apparition. La liste ci-dessous en synthétise les principales.

Symboles latins

a	variable instantanée a	
$\overline{a}$, $\overline{\overline{a}}$	moyenne de Reynolds de la variable instantanée a	
a' , a''	fluctuations turbulentes de la variable instantanée a	
a^*	variable adimensionnelle	[-]
c	vitesse de propagation des ondes	[L/T]
c_f	coefficient de frottement adimensionnel	[-]
c_μ , c'_μ , c_k , c_D , c_ν	constantes empiriques des modèles de turbulence	[-]
c_ε , $c_{1\varepsilon}$, $c_{2\varepsilon}$, $c_{3\varepsilon}$	constantes empiriques des modèles de turbulence	[-]
d	dimension géométrique dans un système expérimental	[L]
$\vec{F}$	terme de frottement dans les équations hydrodynamiques de composantes $\left(F_x, F_y\right)$	[L²/T]
F'	travail du frottement de fond sur la destruction de turbulence bidimensionnelle	[L³/T³]
Fr	nombre de Froude d'un écoulement	[-]
g	accélération de la pesanteur	[L/T²]
h	hauteur d'eau	[L]
H	charge piézométrique	[L]
J	pente de frottement de composantes $\left(J_x, J_y\right)$	[-]
k	énergie cinétique turbulente	[L²/T²]
k'	énergie cinétique turbulente intégrée	[L³/T²]
K	coefficient de frottement de Manning-Strickler	[$L^{1/3}$/T]
l	dimension selon l'axe *oy* d'une section transversale d'écoulement	[L]

l_m	longueur de mélange	[L]
l_{2D}	dimension caractéristique du mouvement turbulent dans le plan préférentiel d'écoulement	[L]
l_{3D}	dimension caractéristique du mouvement turbulent isotrope tridimensionnel	[L]
L	longueur caractéristique d'un écoulement	[L]
n	coefficient de frottement de Manning	[T/L$^{1/3}$]
n_b	coefficient de frottement de Manning pour le fond d'un cours d'eau ou d'un canal	[T/L$^{1/3}$]
n_w	coefficient de frottement de Manning pour les parois d'un cours d'eau ou d'un canal	[T/L$^{1/3}$]
N_c	nombre de Courant Friedrich Levy	[-]
p	pression de composantes (p_1, p_2, p_3)	[M/T²L]
P_h	terme de production de turbulence par les gradients de vitesse d'écoulement	[L²/T³]
P_{kV}	terme de production de turbulence par le frottement de fond	[L²/T³]
$P_{\varepsilon V}$	contribution du frottement de fond à la dissipation de la turbulence	[L²/T^4]
P'	terme de production de turbulence par cisaillement des filets fluides dans le plan préférentiel d'écoulement	[L³/T³]
P''	terme de production de turbulence par le frottement de fond	[L³/T³]
q	débit spécifique de composantes (q_x, q_y)	[L²/T]
q_L	débit latéral d'apport en long	[L²/T]
Q	débit de composantes (Q_x, Q_y)	[L³/T]
Re	nombre de Reynolds	[-]
S	nombre de friction	[-]
t	temps	[T]
$\vec{u}$	vecteur vitesse de composantes (u, v, w) ou (u_1, u_2, u_3)	[L/T]
u_{2D}	vitesse caractéristique du mouvement turbulent dans le plan préférentiel d'écoulement	[L/T]
u_{3D}	vitesse caractéristique du mouvement turbulent isotrope tridimensionnel	[L/T]
U	vitesse caractéristique d'un écoulement	[L/T]
U , V	composantes de la vitesse moyenne d'écoulement intégrée sur la hauteur d'eau selon les axes *ox* et *oy*	[L/T]
U^*	vitesse de friction au fond	[L/T]
$U^{//}$	vitesse moyenne d'écoulement parallèlement à un bord imperméable	[L/T]

U^{τ}	vitesse de friction sur un bord imperméable	[L/T]
x, y, z	coordonnées selon les trois axes cartésiens, notées aussi (x_1, x_2, x_3)	[L]
z_b	altitude du fond	[L]
Z	altitude de surface libre	[L]

Symboles grecs

α	coefficient des modèles de turbulence sans équation additionnelle	[-]
δ_{ij}	symbole de Kronecker	
Δa	variation de la grandeur a	
Δt	pas de temps	[T]
Δx , Δy	pas de discrétisation spatiale selon les axes *ox* et *oy* respectivement	[L]
ε	taux de dissipation visqueuse	[L²/T³]
ε'	taux de dissipation visqueuse intégré	[L⁴/T³]
κ	constante de Von Karman	[-]
ν	viscosité cinématique	[m²/s]
ν_T	viscosité turbulente	[m²/s]
$\nu_{T,2D}$	viscosité turbulente dans le plan préférentiel d'écoulement	[m²/s]
$\nu_{T,3D}$	viscosité turbulente isotrope tridimensionnelle	[m²/s]
ν^*	viscosité isotrope totale égale à $\nu + \nu_{T,3D}$	[m²/s]
θ	angle de l'axe principal d'écoulement par rapport à l'horizontale	[-]
θ_x , θ_y	angle d'inclinaison sur l'horizontale des axes *ox* et *oy*	[-]
θ_z	angle d'inclinaison sur la verticale de l'axe *oz*	[-]
ρ	masse volumique	[M/L³]
σ_ε , σ_k	constantes empiriques dans les modèles de turbulence	[-]
$\boldsymbol{\tau}^V$	tenseur des termes liés aux contraintes visqueuses	[L²/T²]
$\boldsymbol{\tau}^T$	tenseur des termes liés aux contraintes turbulentes	[L²/T²]
$\boldsymbol{\tau}^{T,2D}$	tenseur des termes liés aux contraintes turbulentes dans le plan préférentiel d'écoulement	[L²/T²]
$\boldsymbol{\tau}^{T,3D}$	tenseur des termes liés aux contraintes turbulentes isotropes tridimensionnelles	[L²/T²]
ω	section mouillée de composantes (ω_x, ω_y)	[L²]
ω	vorticité turbulente	[1/T²]

BIBLIOGRAPHIE

[1] Alcrudo, F. et P. Garcia-Navarro, *A high resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations.* Int. J. Numer. Methods Fluids, 1993. **16**: p. 489-505.

[2] Alcrudo, F., Benkhaldoun, F., *Exact solution to the Rienmann problem of the shallow water equations wit a bottom step*. Computers & Fluids, 2001. **30**: p. 643-671.

[3] Altai, W., J. Zhang et V.H. Chu, *Shallow turbulent flow simulation using two-length-scale model*. Journal of Engineering Mechanics, 1999. **125**(7): p. 780-788.

[4] Amaladas, J.R. et H. Kamath, *Implicit and multigrid procedures for steady-state computations with upwind algorithms.* Computers & Fluids, 1999. **28**: p. 187-212.

[5] André, S., B.J. Dewals, M. Pirotton et A. Schleiss, *Quasi 2D-numerical model of aerated flow over stepped chutes*, in *Proc. 30th IAHR Congress*, J. Ganoulis and P. Prinos (eds). Vol. D. 2003, IAHR: Thessaloniki, Grèce. p. 671-678.

[6] Archambeau, P., *Contribution à la modélisation de la genèse et de la propagation des crues et inondations*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques*. 2006, Thèse de doctorat, Université de Liège, Liège**:** 423 p.

[7] Archambeau, P., S. Erpicum, T. Mouzelard et M. Pirotton. *Impact studies and water management with WOLFHYDRO : a new physically based hydrological solver*. in *Proc. Int. Symposium on Environmental Hydraulics*. 2001. Arizona State University, USA.

[8] Archambeau, P., B. Dewals, S. Erpicum, S. Detrembleur et M. Pirotton, *New trends in flood risk analysis: working with 2D flow models, laser DEM and a GIS environment*, in *Proc. 2nd Int. Conf. on Fluvial Hydraulics: River Flow 2004*, M. Greco, A. Carravetta, and R. Della Morte (eds). Vol. 2. 2004, Balkema: Leiden, etc. p. 1395-1401.

[9] Archambeau, P., S. Erpicum, B. Dewals, S. Detrembleur et M. Pirotton. *Modelling flood events using high resolution digital elevation models and considering the sediment interaction with constructions in floodplains*. in *7th Int; Conf. on Hydroinformatics*. 2006. Nice, France.

[10] Audusse, E., *Modélisation hyperbolique et analyse numérique pour les écoulements en eaux peu profondes*, in *Laboratoire Jacques-Louis Lions*. 2004, Thèse de doctorat, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie, Paris**:** 193 p.

[11] Babarutsi, S., *Modelling quasi-two-dimensional turbulent shear flow*, in *Civil Engineering and Applied Mechanics*. 1991, Thèse de doctorat, Mc Gill University, Montreal, Canada**:** 140 p.
[12] Babarutsi, S. et V.H. Chu, *Modeling transverse mixing layer in shallow open-channel flows.* Journal of hydraulic engineering, 1998. **124**(7): p. 718-727.
[13] Babarutsi, S., J. Ganoullis et V.H. Chu, *Experimental investigation of shallow recirculating flows.* Journal of hydraulic engineering, 1989. **115**(7): p. 906-924.
[14] Babarutsi, S., M. Nassiri et V.H. Chu, *Computation of shallow recirculating flow dominated by friction.* Journal of hydraulic engineering, 1996. **122**(7): p. 367-372.
[15] Bernoulli, D., *Hydrodynamica sive de viribus et motibus fluidorum commentarii*. 1738, Strasbourg.
[16] Bousmar, D., *Flow modelling in coumpound channels*, in *Uniré de Génie Civil et Environnemental*. 2002, Université Catholique de Louvain, Louvain**:** 326 p.
[17] Boussinesq, J., *Théorie de l'écoulement tourbillonant.* Mém. présentés par divers savants Acad. Sci. Inst. Fr., 1877. **23**: p. 45-60.
[18] Broomans, P., *Numerical accuracy in solutions of the shallow-water equations*. July 2002, TU Delft & WL - Delft Hydraulics: Delft**:** 32 p.
[19] Burg, C., D. Huddleston et R. Berger, *Efficient, robust design tool for open-channel flow*. Journal of Hydraulic Engineering, 2001. **127**(1): p. 62-70.
[20] Caroll, D. *Genetic algorithms and optimizing chemical oxygen-iodine lasers*. in *Developments in Theoretical and Applied Mechanics*. 1996. University of Alabama, USA.
[21] Caroll, D., *Chemical laser modeling with genetic algorithms.* AIAA Journal, 1996. **34**(2): p. 338-346.
[22] Causon, D., D. Ingram, C. Mingham, G. Yang et R. Pearson, *Calculation of shallow water flows using a Cartesian cut cell approach.* Advances in Water Ressources, 2000. **23**: p. 545-562.
[23] Chanson, H., *Application of the Saint-Venant equations and method of characteristics to the dam break wave problem*. May 2005, Dept. of Civil Engineering, The University of Queensland: Brisbane, Australia**:** 135 p.
[24] Chapman, R. et C. Kuo, *Application of the two-equation k-e turbulence model to a two-dimensional, steady, free surface flow problem with separation.* Int. Journal for numerical methods in fluids, 1985. **5**: p. 257-268.
[25] Chassaing, P., *Turbulence en mécanique des fluides, Analyse du phénomène en vue de sa modélisation par l'ingénieur*. 2000, Toulouse: Cépaduès, 625 p.
[26] Chu, V.H. et S. Babarutsi, *Confinement and bed-friction effects in shallow turbulent mixing layer.* Journal of hydraulic engineering, 1988. **114**(10): p. 1257-1274.
[27] Chu, V.H. et W. Altai, *Simulation of shallow transverse shear flow by generalized second moment method.* Journal of Hydraulic Research, 2001. **39**(6): p. 575-582.
[28] De Nicola, C., G. Pinto et R. Tognaccini, *Stability of two-dimensionnal model problems for multiblock structured fluid-dynamics calculations.* Computers and Fluids, 1997. **26**(1): p. 43-58.
[29] Delanaye, M., *Polynomial Reconstruction Finite Volume Schemes for the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids*, in *Faculty of Applied Sciences*. 1996, Thèse de doctorat, Université de Liège, Liège.
[30] Dembo, R., S., Eisenstat, S., C., Steihaug, T., *Inexact Newton methods.* SIAM - Journal of Numerical Analysis, 1982. **19 (2)**(April 1982): p. 400-408.
[31] Demny, G., C. Homann, C. Shoemaker et J. Köngeter. *Automatic optimization of hydraulic structures*. in *Proc. 30th IAHR Congress*. 2003. Thessaloniki, Greece: IAHR.

[32] Dewals, B., *Développement de modèles hydrosédimentaires pour la gestion de grands ouvrages hydrauliques*. 2002, Mémoire de DEA, Université de Liège**:** 133 p.

[33] Dewals, B., *Une approche unifiée pour la modélisation d'écoulements à surface libre, de leur effet érosif sur une structure et de leur interaction avec divers constituants*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques*. 2006, Thèse de doctorat, Université de Liège, Liège**:** 636 p.

[34] Dewals, B.J., S. André, A. Schleiss et M. Pirotton. *Validation of a quasi-2D model for aerated flows over stepped spillways for mild and steep slopes*. in *Proc. 6th Int. Conf. of Hydroinformatics*. 2004. Singapore.

[35] Dewals, B.J., S. Erpicum, P. Archambeau, S. Detrembleur et M. Pirotton, *Depth-integrated flow modelling taking into account bottom curvature*. J. Hydraul. Res., 2006 (accepté pour publication).

[36] Dewals, B.J., S. Erpicum, P. Archambeau, S. Detrembleur, C. Fraikin et M. Pirotton. *Large scale 2D numerical modelling of reservoirs sedimentation and flushing operations*. in *Proc. 9th Int. Symposium on River Sedimentation*. 2004. Yichang, Chine.

[37] Dressler, R., *Hydraulic resistance effect upon the Dam-Break functions.* Journal of Research of the National Bureau of Standards, 1952. **49**(3).

[38] Dumoulin, O., *Optimisation numérique de la production hydroélectrique de la "Cascade Warche-Amblève"*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques*. 2001, Travail de fin d'études, Université de Liège, Liège**:** 112 p.

[39] Eckhardt, K. et J.G. Arnold, *Automatic calibration of a distributed catchment model.* Journal of Hydrology, 2001. **251**: p. 103-109.

[40] Erpicum, S., *Etude du sassement de la nouvelle écluse d'Ivoz-Ramet*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques*. 2000, Travail de Fin d'Etudes, Université de Liège, Liège**:** 185 p.

[41] Erpicum, S., *Application des algorithmes génétiques aux problèmes d'optimisation en hydrodynamique de surface*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et des Constructions Hydrauliques*. 2001, Mémoire de DEA, Université de Liège, Liège**:** 104 p.

[42] Erpicum, S., Y. Mao, M. Pirotton et A. Lejeune. *Process-oriented pollutant transport modelling in rivers networks - Application in the Xizhijiang River in China*. in *3rd Int. Symp. on integrated water ressources management*. 2006. Ruhr University, Bochum, Germany.

[43] Erpicum, S., P. Archambeau, B. Dewals, S. Detrembleur et M. Pirotton. *Computation of the Malpasset dam break with a 2D conservative flow solver on a multiblock structured grid*. in *Proc. 6th Int. Conf. of Hydroinformatics*. 2004. Singapore.

[44] Erpicum, S., P. Archambeau, B.J. Dewals, S. Detrembleur et M. Pirotton. *Numerical optimisation of hydroelectric power stations in cascade*. in *3rd Int. Conf. on Advanced Computational Methods in Engineering*. 2005. Ghent, Belgium.

[45] Erpicum, S., P. Archambeau, B. Dewals, S. Detrembleur et M. Pirotton. *Optimisation of hydroelectric power stations operations with WOLF package*. in *Hydropower '05 - The backbone of sustainable energy supply*. 2005. Stavanger, Norway.

[46] Erpicum, S., B. Dewals, P. Archambeau, S. Detrembleur et M. Pirotton. *Experimental and numerical investigations to assess and mitigate sedimentation problems: application to a large dam in India*. in *7th National Congress on theoretical and applied Mechanics* 2006. Mons, Belgium.

[47] Erpicum, S., P. Archambeau, B. Dewals, S. Detrembleur et M. Pirotton. *1D and 2D solvers coupling for free surface flow modelling*. in *7th Int. Conf. on Hydroinformatics*. 2006. Nice, France.

[48] Erpicum, S., P. Archambeau, B. Dewals, S. Detrembleur et M. Pirotton. *Fluid - structure interaction modeling with a coupled 1D - 2D free surface flow solver*. in *Riverflow 06*. 2006. Lisbon, Portugal.

[49] Erpicum, S., B.J. Dewals, P. Archambeau, S. Detrembleur, C. Fraikin et M. Pirotton. *Global design of hydraulic structures optimised with physically based flow solvers on multiblock structured grids*. in *Proc. 9th Int. Symposium on River Sedimentation*. 2004. Yichang, Chine.

[50] Erpicum, S., B.J. Dewals, P. Archambeau, S. Detrembleur, C. Fraikin et M. Pirotton. *Scale modelling and similarity laws for the study of an under pressure settling structure*. in *Proc. 9th Int. Symposium on River Sedimentation*. 2004. Yichang, Chine.

[51] Ferziger, J.H. et M. Peric, *Computational methods for fluid dynamics*. 3° ed. 2002, Berlin: Springer, 423 p.

[52] Fischer, *Mixing in inland and coastal waters*. 1979, New York: Academic Press, 483 p.

[53] Fletcher, D. et C. Xuereb, *Mécanique des fluides numériques*. 2004: Techniques de l'Ingénieur.

[54] Ghamry, H.K. et P.M. Steffler, *Effect of applying different distribution shapes for velocities and pressure on simulation of curved open channels.* J. Hydraul. Eng.-ASCE, 2002. **128**(11): p. 969-982.

[55] Ghamry, H.K. et P.M. Steffler, *Two dimensional vertically averaged and moment equations for rapidly varied flows.* J. Hydraul. Res., 2002. **40**(5): p. 579-587.

[56] Giustolisi, O., *Using genetic programming to determine Chèzy resistance coefficient in corrugated channels.* Journal of Hydroinformatics, 2004. **06**(3): p. 157-173.

[57] Godard, B., *Etude de modèles de turbulence à équations supplémentaires intégrées sur la hauteur*, in *HACH*. 2004, Travail de fin d'études, Université de Liège, Liège**:** 170 p.

[58] Goldberg, D.E., *Genetics Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1989: Addison-Wesley.

[59] Goldberg, D.E., *Real-coded genetic algorithms, virtual alphablets and blocking.* Complex systems, 1991. **5**: p. 139-167.

[60] Goldberg, D.E. et K. Deb. *A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms*. in *Foundations in Genetic Algorithms*. 1991. San Mateao, CA: Morgan Kaufmann.

[61] Goldberg, D.E. et E. Cantú-Paz, *Efficient parallel genetic algorithms: theory and practice.* Computer methods in applied mechanics and engineering, 2000. **186**: p. 221-238.

[62] Goldberg, D.E., K. Deb et J. Clark, *Genetic algorithms, noise, and the sizing of populations.* Complex systems, 1992. **6**: p. 333-362.

[63] Goutal, N. *The Malpasset dam failure. An overview and test case definition*. in *Proc. of CADAM Zaragoza meeting*. 1999. Zaragoza: European Commission.

[64] Gravemeier, V., *Scale-separating operators for variational multiscale large eddy simulation of turbulent flows.* Journal of Computational Physics, 2006. **212**(2): p. 400-435.

[65] Gropp, W., E. Lusk, D. Ashton, D. Buntinas, R. Butler, A. Chan, R. Ross, R. Thakur et B. Toonen, *MPICH2 user's guide - v. 1.0.3*. 2005, Mathematics and Computer Science Division - Agronne National Laboratory**:** 28 p.

[66] HACH (collectif), *Modélisation hydrodynamique des zones inondables*, in *Aménagement et Urbanisme - Les risques majeurs en Région wallonne - Prévenir en aménageant*, R.w.-. DGATLP (ed). Vol. 7. 2006.

[67] Heggelung, Y. et J. Bernsten, *A method for analysing nesting techniques for the linearized shallow water equations.* Int. J. for Numerical Method in Fluids, 2002. **38**: p. 163-185.
[68] Hervouet, J.-M., *Hydrodynamique des écoulements à surface libre - Modélisation numérique avec la méthode des éléments finis.* 2003, Paris: Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées, 311 p.
[69] Hinze, J., *Turbulence*. 1959, New York: McGraw-Hill Book Company.
[70] Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows - Fundamentals of Numerical Discretization*. Vol. 1. 1988, Chichester: Wiley, 515 p.
[71] Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows - Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*. Vol. 2. 1990, Chichester: Wiley, 691 p.
[72] Ingram, D., D. Causon et C. Mingham, *Developments in Cartesian cut cell methods.* Mathematics and Computers in Simulatin, 2003. **61**: p. 561-572.
[73] Ipsen, I., C., F., Meyer, C., D., *The idea behind Krylov methods*, Department of Mathematics, North Carolina State University: Raleigh, USA.
[74] Jacquard, A., *Cinq milliard d'hommes dans un vaisseau*. 1987, Paris: Editions du Seuil.
[75] Jirka, G.H. et W.S.J. Uijttewaal, *Shallow flows: a definition*, in *Shallow Flows*, G.H. Jirka and W.S.J. Uijttewaal (eds). 2004, Balkema: Leiden, etc. p. 3-11.
[76] Kelner, V., *Développement d'un algorithme génétique et application à des problèmes complexes d'optimisation*, in *Unité de Turbomachines et Propulsion*. 2003, Mémoire de DEA, Université de Liège, Liège**:** 81 p.
[77] Krishnakumar, K. *Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization*. in *SPIE 1196 - Intelligent Control and Adaptive Systems*. 1989.
[78] Kuerten, J., *Subgrid modeling in particle-laden channel flow.* Physics of fluids, 2006. **18**(2).
[79] Lacor, C. *Solution of Time Dependent Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations with the Finite Volume Method*. in *Graduate School in Mechanics*. 1998. Vrije Universiteit Brussel.
[80] Lai, C., Baltzer, R.A., Schaffranek, R.W., *Conservation-form equations of unsteady open-channel flow.* Journal of Hydraulic Research, 2002. **40**(5): p. 567-578.
[81] Lallemand, A., *Ecoulements des fluides - Equations de bilans (BE8153)*, in *Traité de Géneie énergétique*. 1999, Techniques de l'Ingénieur.
[82] Lallemand, A., *Ecoulement des fluides - Etude physique et cinématique (BE 8151)*, in *Traité de Génie énergétique*. 1999, Techniques de l'Ingénieur.
[83] Lallemand, A., *Ecoulement des fluides - Dynamique des fluides réels (BE8157)*, in *Traité de Génie énergétique*. 2000, Techniques de l'Ingénieur.
[84] Lambert, J.D., *Computational methods in ordinary differential equations*. 1973: John Wiley & Sons, 278 p.
[85] Lange, C., M. Schäfer et F. Durst, *Local block refinement with a multigrid flow solver.* Int. J. for Numerical Method in Fluids, 2002. **38**: p. 21-41.
[86] Launder, B.E. et D.B. Spalding, *Lectures in Mathematical models of turbulence*. 1972, London: Academic Press.
[87] Launder, B.E. et D.B. Spalding, *The numerical computation of turbulent flows.* Computer methods in applied mechanics and engineering, 1974. **3**: p. 269-289.
[88] Lejeune, A., *Principes de la Mécanique des Fluides (Hydraulique - Aérodynamique).* 1995, Université de Liège.
[89] Lejeune, A., Pirotton, M., Archambeau, P., *Modèle hydrologique intégré de simulation des crues pour le bassin de la Meuse et ses sous-bassins en Région Wallonne (MOHICAN) - Partim ULG-HYD - Rapport final*. 2000, Université de Liège.

[90] Lejeune, A., Pirotton, M., Archambeau, P., Erpicum, S., *Marché de service pour la réalisation d'extensions au modèle global de simulation hydrologique (MOHICAN) - Partim ULG-HYD - Rapport final*. 2002, Université de Liège.

[91] Liong, S.-Y., S.-T. Khu et W.-T. Chan, *Derivation of Pareto front with genetic algorithm and neural network.* Journal of Hydraulic Engineering, 2001. **6**(1): p. 52-61.

[92] Litt, F.X., *Analyse numérique*. 1996, Liège: Centrale des cours de l'AEES.

[93] Lombardi, S.A., *Réhabilitation des installations hydroélectriques de Rosport - Ouvrage de prise - Cahier des charges pour étude sur modèle numérique - N. 7500.0-R-10*. 2001, Lombardi S.A.: Minusio**:** 7 p.

[94] Madavan, N. et M. Rai, *Computational analysis of rotor-stator intercation in turbomachinery using zonal techniques*, in *Applied Computational Aerodynamics*, A. P., Henne, - Douglas Aircraft Company (ed). Vol. 125. 1990, AIAA. p. 925.

[95] Martinelli, L., A. Jameson et F. Grasso. *A multigrid method for the Navier-Stokes equations*. in *24th Aerospace Sciences Meeting*. 1986. Reno, NV: AIAA.

[96] Ming, W.C., *Introduction to message passing programming - MPI user guide in FORTRAN*. 1997, University of Hong Kong: Hong Kong**:** 52 p.

[97] Molls, T. et M. Chaudhry, *Depth-averaged open-channel flow model.* Journal of hydraulic engineering, 1995. **121**(6): p. 453-465.

[98] Morris, M., *CADAM, Final Report*. 2000, European Comission**:** 60 p.

[99] Morris, M. et J. Galland, *CADAM, Dambreak Modelling Guidelines & Best Practice*. 2000, European Commission**:** 43 p.

[100] Mouzelard, T., *Contribution à la modélisation des écoulements quasi tridimensionnels instationnaires à surface libre*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et de Constructions Hydrauliques*. 2002, Thèse de doctorat, Université de Liège, Liège**:** 253 p.

[101] Mouzelard, T., A. Lejeune et M. Pirotton, *Optimisation du design hydrodynamique de la prise d'eau de la centrale hydroélectrique d'Hastière*. 2000, Université de Liège: Liège**:** 35 p.

[102] Mouzelard, T., A. Lejeune et M. Pirotton, *Etude du design hydraulique du futur môle de Fétinne*. 2000, Université de Liège: Liège**:** 32 p.

[103] Mouzelard, T., P. Archambeau, S. Erpicum et M. Pirotton. *Water management of large dams*. in *International Symposium on Environmental Hydraulics*. 2001. Arizona State University, USA.

[104] Nassiri, M., S. Babarutsi et V.H. Chu. *Wall boundary conditions on recirculating flows dominated by bottom friction*. in *28th IAHR Congress*. 1999. Graz.

[105] Nujic, M., *Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flows.* J. Hydraul. Res., 1995. **33**(1): p. 101-111.

[106] Pattijn, S., *Niet-lineaire, laag Reynolds, twee-vergelijkingen turbulentiemodellen*, in *Vakgroep Mechanica van Stroming, Warmte en Verbranding*. 1999, Ph. D., Universiteit Gent, Gent**:** 525 p.

[107] Pirotton, M., *Modélisation des discontinuités en écoulement instationnaire à surface libre. Du ruissellement hydrologique en fine lame à la propagation d'ondes consécutives aux ruptures de barrages*, in *LHCN*. 1994, Thèse de doctorat, Université de Liège, Liège.

[108] Pirotton, M. et B. Dewals, *Numerical study of the silting process in the reservoir of Kol on the River Satluj (India).* Juin 2002, Université de Liège**:** 74 p.

[109] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etude sur modèles réduits des aménagements hydrauliques du barrage de Kol sur la rivière Satluj (Inde) - Modèle de la prise d'eau*. 2002, Université de Liège**:** 57 p.

[110] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etude sur modèles réduits des aménagements hydrauliques du barrage de Kol sur la rivière Satluj (Inde) - Modèle de la dérivation provisoire et de la vidange de fond*. 2002, Université de Liège**:** 81 p.
[111] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etude numérique des collecteurs d'évacuation des eaux de soutirage sous le dessableur de Kol Dam (Inde)*. 2002, Université de Liège**:** 27 p.
[112] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etude sur modèles réduits des aménagements hydrauliques du barrage de Kol sur la rivière Satluj (Inde) - Modèle de l'évacuateur de crues et modèle d'ensemble*. 2002, Université de Liège**:** 135 p.
[113] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etude sur modèles réduits des aménagements hydrauliques du barrage de Kol sur la rivière Satluj (Inde) - Modèle d'une chambre de dessablage*. 2002, Université de Liège**:** 81 p.
[114] Pirotton, M. et B. Dewals, *Simulation numérique d'opérations de chasses dans la retenue du barrage de Kol sur la rivière Satluj (Inde)*. 2003, Université de Liège**:** 80 p.
[115] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etude des dispositifs de vidange de fond au barrage de l'Ourthe à Nisramont*. 1994, Université de Liège**:** 101 p.
[116] Pirotton, M. et P. Archambeau, *Impact des aménagements anti-crues sur les zones inondables de Han-sur-Lesse*. 2004, Université de Liège**:** 45 p.
[117] Pirotton, M. et B. Dewals, *Etude de l'impact hydraulique des modes de rupture potentiels du barrage de la Plate Taille (Rapport intermédiaire n°1)*. 2004, Université de Liège.
[118] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Etudes hydrauliques relatives à la quatrième écluse de Lanaye - Rapport final*. 2005, Université de Liège: Liège**:** 122 p.
[119] Pirotton, M. et S. Detrembleur, *Quatrième écluse de Lanaye - Manoeuvre de la porte clapet amont - Efforts hydrodynamiques*. 2005, Université de Liège**:** 29 p.
[120] Pirotton, M. et S. Erpicum, *Réhabilitation des installations hydroélectriques de Rosport - Ouvrage de prise - Etude numérique et étude complémentaire sur modèle physique - N. 7500.0-R-10*. En cours, Université de Liège**:** -- p.
[121] Pirotton, M., S. Detrembleur et T. Mouzelard, *Etude de l'impact sur l'aval de circonstances exceptionnelles d'exploitation ou de la rupture du barrage de l'Eau d'Heure*. 2003, Université de Liège.
[122] Pirotton, M., P. Archambeau et S. Dautrebande, *Modélisation des effets induits par les écoulements d'inondation au voisinage de la station d'épuration de Bomal*. 2003, Université de Liège**:** 91 p.
[123] Pirotton, M., S. Erpicum et P. Archambeau, *Quatrième écluse de Lanaye - Manoeuvre des portes busquées aval - Efforts hydrodynamiques*. 2005, Université de Liège**:** 17 p.
[124] Pirotton, M., S. Erpicum et B. Khuat Duy, *Reconstruction du pont de Saint-Nicolas à Revin - Etude des impacts hydrauliques*. 2005, Université de Liège**:** 34 p.
[125] Pirotton, M., A. Lejeune, T. Mouzelard et P. Archambeau, *Etude de faisabilité relative aux dispositifs de vidange de fond au barrage de l'Ourthe à Nisramont*. 2001, Université de Liège: Liège**:** 40 p.
[126] Pirotton, M., A. Lejeune, P. Archambeau et S. Erpicum, *PIRENE : Programme intégré de recherche environnement - eau - Partim caractérisation et modélisation hydrauliques des cours d'eau - Rapport final*. 2004, Université de Liège**:** 87 p.
[127] Pirotton, M., S. Erpicum, L. Smolders et B. Khuat Duy, *Etude numérique du design hydraulique des chenaux d'amenée / de rejet de la centrale hydroélectrique / station de pompage de la quatrième écluse de Lanaye*. 2004, Université de Liège, Liège**:** 35 p.
[128] Pirotton, M., A. Lejeune, P. Archambeau, S. Erpicum et T. Mouzelard, *Quelques outils numériques de gestion des eaux de surface.* Le bulletin de l'A.I.Lg, 2001: p. 29-31.

[129] Pirotton, M., P. Archambeau, B. Dewals, S. Erpicum et T. Mouzelard, *Cours d'Hydraulique Appliquée*. Vol. 2. 2002: Université de Liège, 445 p.
[130] Pirotton, M., P. Archambeau, B. Dewals, S. Erpicum et T. Mouzelard, *Cours d'Hydraulique Appliquée*. Vol. 1. 2002: Université de Liège, 988 p.
[131] Pirotton, M., A. Lejeune, P. Archambeau, S. Erpicum et B. Dewals. *Numerical – experimental interaction in hydrodynamics: an integrated approach for the optimal management of hydraulic structures and hydrographic basins*. in *Proc. 9th Int. Conf. on Enhancement and Promotion of Computational Methods in Engineering and Science*. 2003. University of Macau, Macao.
[132] Pope, S., *Turbulent flows*. 2000, Cambridge: Cambridge University Press, 771 p.
[133] Press, W., S. Teukolsky, W. Vetterling et B. Flannery, *Fortran Numerical Recipes*. 2nd ed. Vol. 2. 1992: Cambridge University Press.
[134] Rahman, H.K., R.W. Peter et J.R.W. John, *Parameter quality conditions in open-channel inverse problems.* Journal of Hydraulic Research, 2000. **38**(6): p. 447-458.
[135] Rai, M., *Patched-grid calculations with the Euler and Navier-Stokes equations: theory and application.* Von Karman Institute series, 1986. **1986-04**.
[136] Rajaratnam, N. et B. Nwachukwu, *Flow near groin-like structures.* Journal of Hydraulic Engineering, 1983. **109**(3).
[137] Ramesh, R., B. Datta, S. Bhallamudi et A. Narayana, *Optimal estimation of roughness in open-channel flows.* Journal of Hydraulic Engineering, 2002. **126**(4): p. 299-303.
[138] Rastogi, A. et W. Rodi, *Predictions of heat and mass transfer in open channels.* Journal of the hydraulics division, ASCE, 1978. **104**(HY3): p. 397-420.
[139] Reynolds, O., *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels*, in *The Philosophical Transactions of the Royal Society*. Vol. Serie A 174. 1883. p. 935-982.
[140] Reynolds, O., *On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion*, in *The Philosophical Transactions of the Royal Society*. Vol. Serie A 186. 1895. p. 123-164.
[141] Rodi, W., *Turbulence models and their application in hydraulics - A state-of-the-art (second revised edition)*. 1984: Balkema.
[142] Rogiest, P., *An Implicit Finite Volume Scheme for the Computation of Unsteady Compressible Flows on Multi-Block Structured Grids. Application to Aeroelastic Problems*. 1997, Thèse de doctorat, Université de Liège**:** 327 p.
[143] Rubbert, S., A.v. Linn, K. Rettemeier et J. Köngeter, *Comparison of ADCP Measurements and 3D-Large-Eddy-Based Simulations of Flow in Small, Shallow Quitzdorf Reservoir*, in *Proc. XXX IAHR Congress*. Vol. C-I. 2003, IAHR: Thessaloniki, Greece. p. 461-468.
[144] Rubinstein, R. et Y. Zhou, *Schiestel's derivation of the espilon equation and two equations modeling of rotating turbulence*. September 2001, NASA Langley Research Center: Hampton, Virginia**:** 6 p.
[145] Saad, Y., *SPARSKIT: a basic tool kit for sparse matrix computation (Version 2)*. 1990, RIACS, NASA Ames: Moffet field, CA.
[146] Saad, Y., *ILUT: a dual threshold incomplete LU factorization.* 1992, Minnesota Supercomputer Institute, University of Minnesota: Minneapolis.
[147] Saad, Y., *Iterative Methods for Sparse Linear Systems (2nd edition).* 2000, Yousef Saad.
[148] Smolders, L., *Etude comparative des effets de la turbulence sur les écoulements de crue et d'inondation*, in *Unité d'Hydrodynamique Appliquée et de Constructions Hydrauliques*. 2006, Mémoire de DEA, Université de Liège.

[149] Soares Frazão, S., *Dam-break induced flows in complex topographies - Theoretical, numerical and experimental approaches*. 2000, Thèse de doctorat, Université Catholique de Louvain**:** 240 p.
[150] Soares Frazão, S., X. Sillen et Y. Zech. *Dam-break flow through sharp bends - Physical model and 2D Boltzmann model validation*. in *CADAM Meeting Wallingford*. 1998. Wallingford, United Kingdom.
[151] Stuart, E., R., *A comparison of Implicit Schemes for the Incompressible Navier-Stokes Equations with Artificial Compressibility.* AIAA Journal, 1995. **33, N° 10**.
[152] Swanson, R.C., Turkel, E., *Pseudo-time algorithms for the Navier-Stokes equations.* Applied Numerical Mathematics, 1986. **2**(3-5): p. 321-333.
[153] Syswerda, G. *Uniform crossover in genetic algorithms*. in *3rd Int. Conf. on Genetic Algorithms*. 1989. Los Altos, CA: Morgan Kaufmann Publisher.
[154] Templeton, J., M. Wang et P. Moin, *An efficient wall model for large-eddy simulation based on optimal control theory.* Physics of fluids, 2006. **18**(2).
[155] Tennekes, H. et J.L. Lumley, *A first course in turbulence*. 1972, Cambridge, Mass.: MIT Press.
[156] Toro, E.F., *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. 1997, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 592 p.
[157] Toro, E.F., *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*. 2001, Chichester, etc.: Wiley, 309 p.
[158] Van Dyke, M., *An album of fluid motion*. 1982: Parabolic Press.
[159] Van Leer, B., *Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A new approach to numerical convection.* Journal of Computational Physics, 1977. **23**(3): p. 279-299.
[160] Versteeg, R. *Determining optimal canal dimensions using genetic optimization algorithms*. in *Proc. 6th Int. Conf. of Hydroinformatics*. 2004. Singapore.
[161] Verwey, A. *Linkage of physical and numerical aspects of models applied in environmental studies*. in *Conference on Hydraulics in Civil Engineering*. 1994. Brisbane, Australia.
[162] Vidal, J.-P., J.-B. Faure, D. Dartus et S. Moisan. *Decision support system for calibration of 1-D river models*. in *Proc. 6th Int. Conf. of Hydroinformatics*. 2004. Singapore.
[163] Whitham, G.B., *The effects of hydraulic resistance in the dam-break problem.* Royal Society of London, Proceedings Series A, Mathematical and physical sciences, 1955. **227**: p. 399-407.
[164] William, H.P., Saul, A. T., William, T. V., Brian, P. F., *Fortran Numerical Recipes*. 2nd ed. Vol. 1. 1997: Cambridge University Press.
[165] William, H.P., Saul, A. T., William, T. V., Brian, P. F., *Fortran Numerical Recipes*. 2nd ed. Vol. 2. 1997: Cambridge University Press.
[166] Wilson, C., P. Bates et J.-M. Hervouet, *Comparison of turbulence models for stage-discharge curve prediction in real-scale compound channel flows using two-dimensional finite element methods.* Journal of Hydrology, 2002. **257**: p. 42-58.
[167] Wu, W., P. Wang et N. Chiba, *Comparison of five depth-averaged 2D turbulence models for river flows.* Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, 2004. **51**(2): p. 183-200.
[168] Younus, M. et M. Chaudhry, *A depth-averaged k-e turbulence model for the computation of free-surface flow.* Journal of Hydraulic Research, 1994. **32**(3): p. 415-439.
[169] Yu, L. et A.M. Righetto, *Depth-averaged turbulence k-w model and applications.* Advances in engineering software, 2001. **32**: p. 375-394.

[170] Yulistiyanto, B., Y. Zech et W. Graf, *Flow around a cylinder: shallow-water modeling with diffusion-dispersion.* Journal of Hydraulic Engineering, 1998. **124**(4): p. 419-429.

[171] Zhou, J., A. Tits et C. Lawrence, *User's guide for FFSQP v.3.7, a FORTRAN code for solving constrained nonlinear (minimax) optimization problems, generating iterates satisfying all inequality and linear constraints*. 1997, Electrical Engineering Department and Institue for Systems Research: University of Maryland**:** 44 p.