

Comment reconnecter les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle et dans le cercle trigonométrique ?

*How to reconnect the trigonometric ratios
in right triangles and in the unit circle ?*



Marie PIERARD & Valérie HENRY

CIEAEM – WG3

24 juillet 2019



Institut de Recherches en Didactiques et Education de l'Université de Namur



UNIVERSITÉ
DE NAMUR



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

**Curriculum
belge**

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

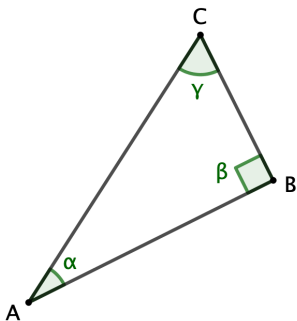
Littérature

Réflexions

Proposition

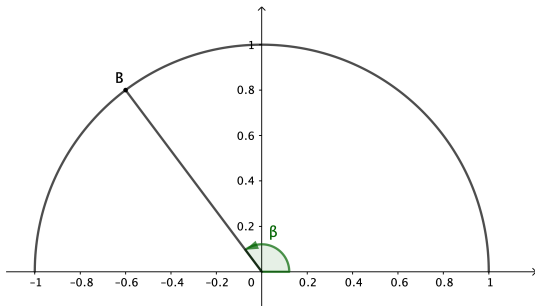
Perspectives

- Grade 9 : $\cos(\alpha) = \frac{|AB|}{|AC|}$



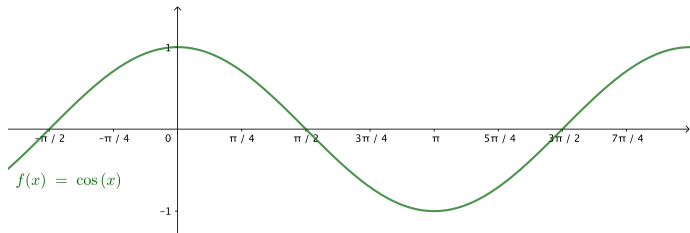
- Grade 9 : $\cos(\alpha) = \frac{|AB|}{|AC|}$

- Grade 10 : $\cos(\beta)$ est l'abscisse du point B
is the abscissa of point B





- Grade 9 : $\cos(\alpha) = \frac{|AB|}{|AC|}$
- Grade 10 : $\cos(\beta)$ est l'abscisse du point *B*
is the abscissa of point B
- Grade 11 : $\cos(x)$ est l'ordonnée des points du graphe
is the ordinate of each point





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

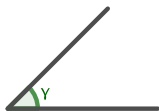
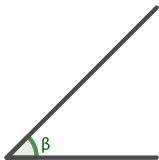
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

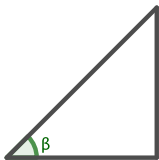
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

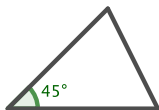
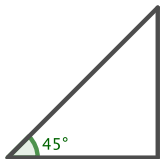
Curriculum
belge

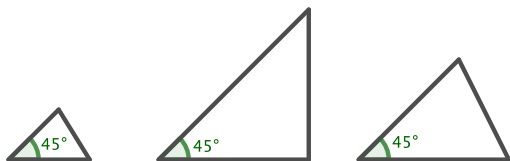
Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives





Les élèves pensent souvent que :

- un angle est forcément associé à un polygone,
- les côtés d'un angle sont de longueur déterminée et déterminent l'amplitude de l'angle.

Students often think that :

- *an angle is automatically linked to a polygon,*
- *the sides of an angle have fixed lengths that determine the amplitude of the angle.*



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

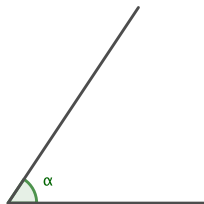
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\cos(\alpha) = ?$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

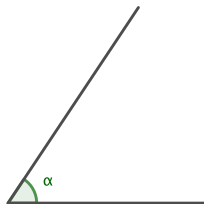
Curriculum
belge

Littérature

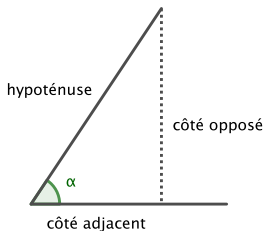
Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\cos(\alpha) = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur hypoténuse}}$$



$$\cos(\alpha) = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur hypoténuse}}$$

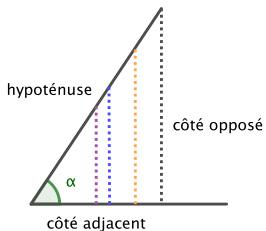
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\cos(\alpha) = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur hypoténuse}}$$

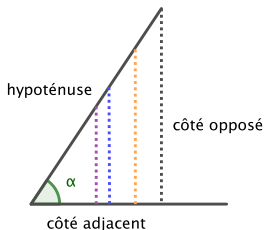
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\cos(\alpha) = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur hypoténuse}}$$

DE KEE *et al.* (1996)
PROULX (2003)

Difficultés :

- Le cosinus est univoquement déterminé par l'amplitude de l'angle.
- Le cosinus est un rapport de longueurs, sans unité et indépendant du triangle choisi.

Difficulties :

- *A cosine only depends of the amplitude of the angle.*
- *A cosine is a ratio, without unit and independent of the chosen triangle.*



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

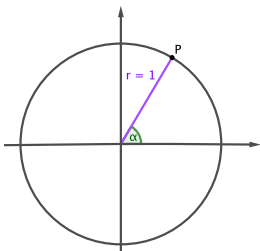
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\cos(\alpha) = \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

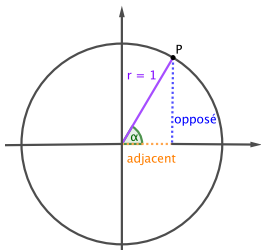
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\begin{aligned}\cos(\alpha) &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \\ &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{1}\end{aligned}$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

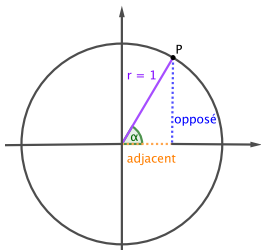
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\begin{aligned}\cos(\alpha) &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \\ &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{1} \\ &= \text{« longueur du côté adjacent »}\end{aligned}$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

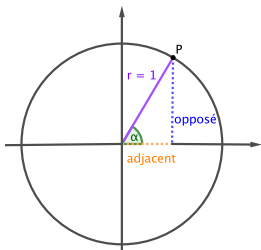
Curriculum
belge

Littérature

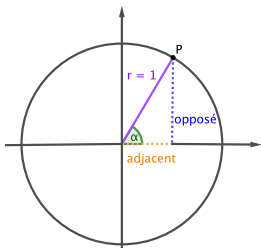
Réflexions

Proposition

Perspectives



$$\begin{aligned}\cos(\alpha) &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \\ &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{1} \\ &= \text{« longueur du côté adjacent »} \\ &\rightarrow \text{abscisse du point P}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \\ &= \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{1} \\ &= \text{« longueur du côté adjacent »} \\ &\rightarrow \text{abscisse du point P} \end{aligned}$$

Les élèves pensent souvent que :

- le cosinus est une longueur,
- le cosinus dépend d'un point et non d'un angle.

Students often think that :

- *the cosine is a length,*
- *the cosine depends on a point, not on an angle.*



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



- Le cercle trigonométrique est un outil pratique...
 - ▶ estimation des rapports trigonométriques
 - ▶ déduction de leurs signes
 - ▶ résolution d'équations trigonométriques
 - ▶ visualisation des arcs (pour les radians)
 - ▶ ...

The unit circle is a useful tool...

- ▶ *estimation of the trigonometric ratios*
- ▶ *deduction of their sign*
- ▶ *solving of trigonometric equations*
- ▶ *visualisation of the arcs (for the radians)*
- ▶ ...



- ... mais source de difficultés pour les élèves :
 - ▶ cosinus :
rapport de longueurs \rightarrow longueur \rightarrow abscisse \rightarrow ordonnée

... *but source of difficulties for students :*

- ▶ *cosine :*
ratio of lengths \rightarrow length \rightarrow abscissa \rightarrow ordinate



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives

Et si on partait d'une définition générale
et non d'une définition à généraliser ?

*What about beginning with a general definition
and not a definition to generalize ?*



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

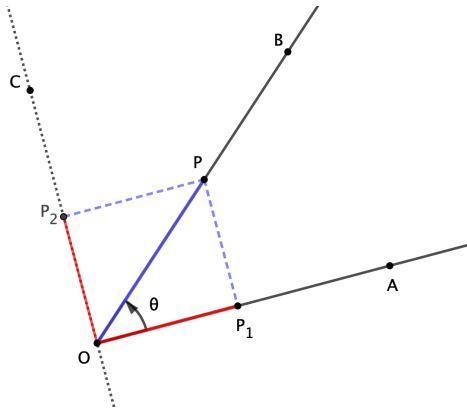
Réflexions

Proposition

Perspectives

Et si on partait d'une définition générale
et non d'une définition à généraliser ?

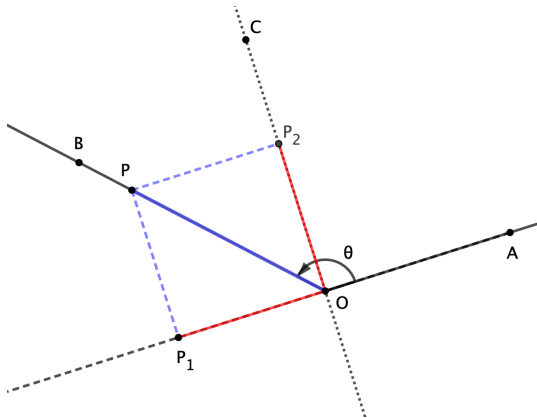
*What about beginning with a general definition
and not a definition to generalize ?*





Et si on partait d'une définition générale
et non d'une définition à généraliser ?

*What about beginning with a general definition
and not a definition to generalize ?*



Avantages des projections orthogonales

- Les différentes facettes de la trigonométrie sont connectées dès le départ.
- Les triangles rectangles sont des cas particuliers, sur le même pied que n'importe quelle figure géométrique.
- Le cercle trigonométrique n'est pas nécessaire et le savoir savant reste cohérent s'il est structuré à partir des projections orthogonales.

Advantages of the perpendicular projections

- *The different sides of trigonometry are connected from the beginning.*
- *Right triangles are special cases.*
- *The unit circle is not necessary and the scientific knowledge keeps its coherence while structured around the perpendicular projections.*



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives



- Terminer l'écriture d'un savoir à enseigner cohérent
 - ▶ avec notre structure du savoir savant,
 - ▶ avec les objectifs actuels des programmes.

Writing a « knowledge to teach » consistent

- ▶ *with our structure of the scientific knowledge,*
- ▶ *with the current aims of the curriculum.*



- Terminer l'écriture d'un savoir à enseigner cohérent
 - ▶ avec notre structure du savoir savant,
 - ▶ avec les objectifs actuels des programmes.

Writing a « knowledge to teach » consistent

- ▶ *with our structure of the scientific knowledge,*
- ▶ *with the current aims of the curriculum.*

- Analyser ce savoir à enseigner.

Analyzing this knowledge to teach.



- Terminer l'écriture d'un savoir à enseigner cohérent
 - ▶ avec notre structure du savoir savant,
 - ▶ avec les objectifs actuels des programmes.

Writing a « knowledge to teach » consistent

- ▶ *with our structure of the scientific knowledge,*
- ▶ *with the current aims of the curriculum.*

- Analyser ce savoir à enseigner.

Analyzing this knowledge to teach.

- Concevoir et expérimenter de courtes activités didactiques.

Building and experiment short didactic activities.



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives

Merci pour votre attention !

Thanks for your attention !



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

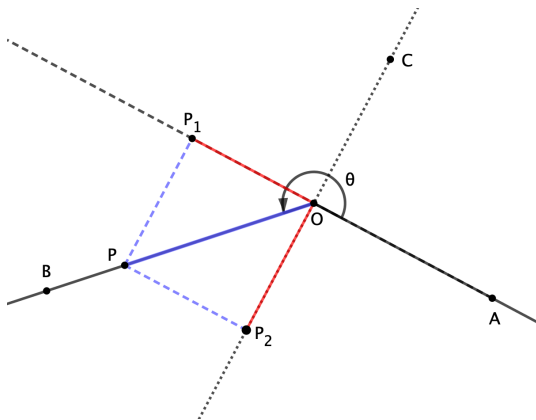
Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Curriculum
belge

Littérature

Réflexions

Proposition

Perspectives

