

Utilisation d'un code éléments finis pour étudier les problèmes d'intrusions d'eaux salées dans les aquifères côtiers.

G. Carabin & A. Dassargues

Laboratoires de Géologie de l'Ingénieur, d'Hydrogéologie et de Prospection Géophysique (LGIH), Université de Liège.

Résumé Les intrusions d'eaux salées sont couramment observées en zones côtières. De plus, l'exploitation des nappes aquifères côtières peut provoquer ou fortement aggraver ce phénomène d'intrusion. La modélisation mathématique est un outil permettant d'étudier les différents problèmes rencontrés et d'élaborer des solutions efficaces. Après un rappel des équations couplées de l'écoulement et du transport de sels dans les eaux souterraines, le programme éléments finis SUFT3D (Saturated Unsaturated Flow and Transport model in 3D) est présenté. L'hypothèse de l'interface abrupte entre l'eau salée et l'eau douce est ici abandonnée pour permettre la simulation de zones de mélange qui existent réellement et qui ne peuvent être ignorées lorsque la composante verticale du flux ou le phénomène de dispersion devient non négligeable. Une procédure de validation du logiciel a été réalisée sur différentes situations académiques bien connues pour lesquelles des résultats analytiques ou numériques ont déjà été publiés. Ensuite, le SUFT3D a été utilisé pour étudier des situations plus complexes et plus réalistes : hétérogénéités, domaines régionaux, interactions avec des rivières, ... Le cas d'un estuaire a été modélisé pour étudier l'influence supplémentaire des flux échangés avec le fleuve sur l'intrusion d'eau salée dans les eaux souterraines.

CONCEPTS ET EQUATIONS

Lorsque le concept de zone de mélange est adopté, on est conduit à déterminer la concentration en sel dans l'entièreté de cette zone afin d'y estimer la densité correspondante. C'est effectivement la variation de la densité qui conditionnent tous le processus de l'intrusion, l'eau salée, plus dense, pénétrant sous l'eau douce d'origine continentale. L'écoulement est donc dépendant des résultats du transport et vice versa. Les équations concernées doivent par conséquent être résolues de façon couplée ou partiellement couplée.

Ce couplage peut être également utilisé pour toutes les situations où les concentrations en sel deviennent très importantes. Tout spécialement si nous traitons des cas de transport d'eaux à très fortes concentrations en sel, des saumures, à proximité de formations roches salées, ou induites par des infiltrations accidentelles provenant de produits chimiques salés issus de sites de dépôts industriels ou de bassins de décantation. Dans ces derniers cas, traitant de concentrations importantes en sel, Hassanizadeh et Leijnse (1988) ont indiqué que le modèle conceptuel et particulièrement les hypothèses prises doivent être choisies avec plus de précautions concernant: (1) les équations de base, (2) les conditions aux frontières, et (3) les techniques numériques. Nous présenterons ici le cas le plus général et ensuite les hypothèses et les simplifications les plus couramment usitées

Pour construire notre système d'équations couplées, on utilise les équations de conservation de masse en eau et en sel complétées par l'équation correspondant à la loi de Darcy et les lois constitutives liant la densité et éventuellement la viscosité du fluide à la concentration. (des conditions isothermes sont choisies implicitement)

En utilisant les hypothèse classiques concernant les interactions solide-fluide, une friction interne du fluide négligée et des effets d'inertie également, comme l'ont développé Bear & Bachmat (1990), l'équation de conservation du moment moyen réduite à la loi linéaire de Darcy s'écrit :

$$\underline{v} = -\frac{k}{n\mu}(\underline{grad}p + \rho g \underline{grad}z) \quad (1)$$

où tous les coefficients ou paramètres sont considérés à l'échelle macroscopique dans le cadre de la théorie des Eléments de Volume Représentatifs (EVR) (Bear & Verruijt, 1987), associée au concept de milieu poreux continu. Ici, \underline{v} est le vecteur vitesse effective moyenne [LT^{-1}], n la porosité effective [-], \underline{k} le tenseur des perméabilités intrinsèques [L^2], μ la viscosité du fluide [$M(LT)^{-1}$], ρ la densité du fluide [ML^{-3}], g l'accélération due à l'attraction terrestre [LT^{-2}] and p la pression du fluide [$M(LT^2)^{-1}$].

L'équation de conservation de la masse de l'eau s'exprime :

$$\frac{\partial(nS\rho)}{\partial t} = -div(nS\rho\underline{v}) - div(nS\rho\underline{V}_s) + \rho^*.q \quad (2)$$

où S est le degré de saturation [-], \underline{V}_s la vitesse de déformation de la matrice solide [L/T], q le débit de la source de fluide [$L^3(L^3T)^{-1}$] et ρ^* la densité du fluide dans le terme de source/perte (si $q > 0$ alors $\rho^* = \rho$ (source externe imposée de fluide) et si $q < 0$ alors $\rho^* = \rho$). Notons que l'expression (1) généralisée à la zone désaturée doit être multipliée par le facteur $1/S$ et considérer la variation de la perméabilité avec la teneur en eau.

où C est ici la fraction massique de soluté [-], \underline{D} est le tenseur de dispersion mécanique [L^2T^{-1}] (dépendant de la vitesse effective), D_m le coefficient effectif de diffusion moléculaire du soluté dans le milieu poreux saturé [L^2T^{-1}], C^* la concentration (fraction massique) du fluide du terme de source/perte (égal à C si $q \leq 0$).

Les variations des propriétés de l'eau (densité et viscosité) avec la concentration du soluté sont données par les équations constitutives possédant généralement la forme suivante:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = a_1 + a_2C + a_3C^2 + a_4C^3 \quad (11)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = b_1 + b_2C + b_3C^2 + b_4C^3 \quad (12)$$

Souvent, dans le cas d'eau modérément salée, l'équation constitutive de la densité du fluide peut être réduite à une forme linéaire et en utilisant des concentrations relatives ($Cr=C/C_{max}$),

la relation (11) devient
$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \varepsilon Cr \quad \text{avec } \varepsilon = \frac{\rho_{max}}{\rho_0} - 1 \quad (13)$$

Hassanizadeh & Leijnse (1988) rappelle que l'équation constitutive de la viscosité du fluide peut être écrite (à 20°C) comme suit :

$$\mu = \mu_0 \cdot (1 + 1.85C - 4.1C^2 + 44.5C^3) \quad (14)$$

Le programme SUFT3D résout par la méthode des éléments finis les équations de conservation couplées avec quelques simplifications. Ainsi il utilise l'équation (9) sans le terme lié à la variation temporelle de la concentration et l'équation (10) avec les équations constitutives (11) et (12). La résolution du problème non linéaire couplé se fait par la méthode de Picard (approximations successives).

Notons que l'équation de transport implémentée dans le programme SUFT3D est plus complexe que celle présentée en (10) avec pour variable principale la concentration exprimée par unité de volume de fluide et non plus par unité de masse du fluide. Le programme peut en effet représenter le processus d'adsorption/désorption sur la phase solide, le processus dégradation linéaire et l'effet d'eau immobile.

De nombreux auteurs (Gartling & Hickox, 1985; Hassanizadeh & Leijnse, 1988; Galeati et al., 1992,...), ne considèrent pas le système composé des équations (8) et (10) dans sa totale complexité. Ils utilisent une approximation connue sous le nom d'**approximation de Boussinesq** et de plus ils ne s'intéressent guère à la zone partiellement saturée. L'approximation de Boussinesq consiste à négliger les variations spatiales et temporelle de la densité comme si le fluide était incompressible. Les variations de densité ne sont alors considérées que dans la loi de Darcy (1), réduisant ainsi l'équation de conservation de la masse d'eau (9) à une équation de conservation volumétrique:

$$(\rho_0 g \alpha) \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\rho g k}{\mu} (\underline{\text{grad}}(h)) + \frac{\rho}{\rho_0} \underline{\text{grad}}(z) \right) + \frac{\rho^*}{\rho_0} q \quad (15)$$

En termes de hauteurs piézométriques équivalentes relatives à de l'eau douce ($H = \frac{p}{\rho_0 \cdot g} + z$)

on obtient en utilisant la relation linéaire (13):

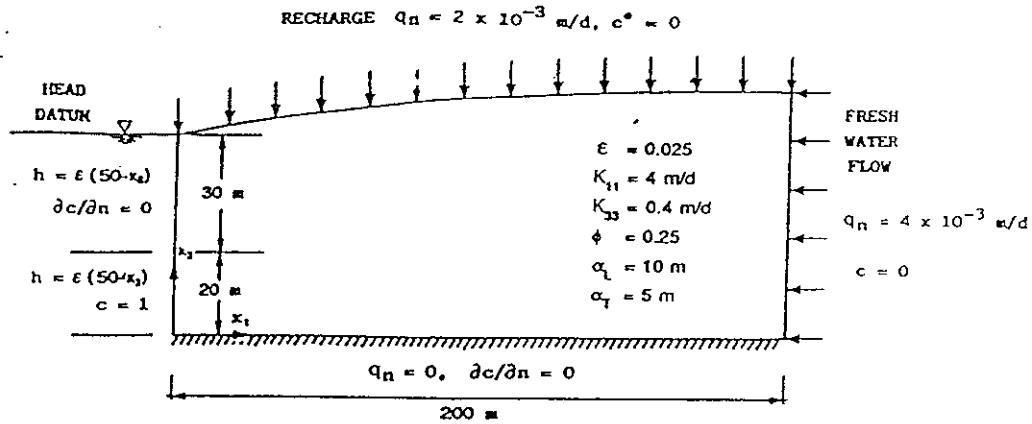


Figure 1 : Définition du problème d'intrusion étudié par Huyakorn et al. (1987)

A la figure 2, nos résultats sont comparés avec ceux de Huyakorn et al. (1987), de Galéati et al. (1992) et de Strobl & Yeh (1994). On constate un bon accord pour la ligne d'isoconcentration 0,5 (en concentration relative) à l'exception de la solution de Huyakorn et al. Cette différence s'explique d'après Strobl & Yeh (1994) par le choix d'une approche trop simple pour le calcul des vitesses nodales dans son modèle. Les autres petites différences entre les résultats peuvent être expliquées par l'emploi de maillages et de schémas d'interpolations différents (excepté pour Galéati et al.). Le désaccord des résultats (avec Galéati) dans la partie supérieure du domaine est certainement dû à l'utilisation de différents types de condition limite pour le transport. Il semble en effet qu'une condition de Dirichlet ($C=0$) ait été imposée au sommet du domaine. Dans ce cas, on peut constater à la figure 2 que seuls les isoconcentrations 0,1 et 0,3 sont affectées significativement par le changement de condition limite au sommet du domaine. Il est évident que la condition de Dirichlet ($C=0$) n'est pas appropriée pour simuler une situation réelle où une nappe aquifère libre contaminée par l'eau salée est rechargée avec de l'eau douce, cette dernière se mélangeant directement avec l'eau souterraine contaminée. On ne peut donc considérer automatiquement une concentration relative nulle au sommet de la nappe. La condition limite proposée par Huyakorn et al. (flux massique égal au flux advectif $V.C^*$) est plus réaliste et est par conséquent adoptée au sommet des nappes libres dans toutes les simulations suivantes.

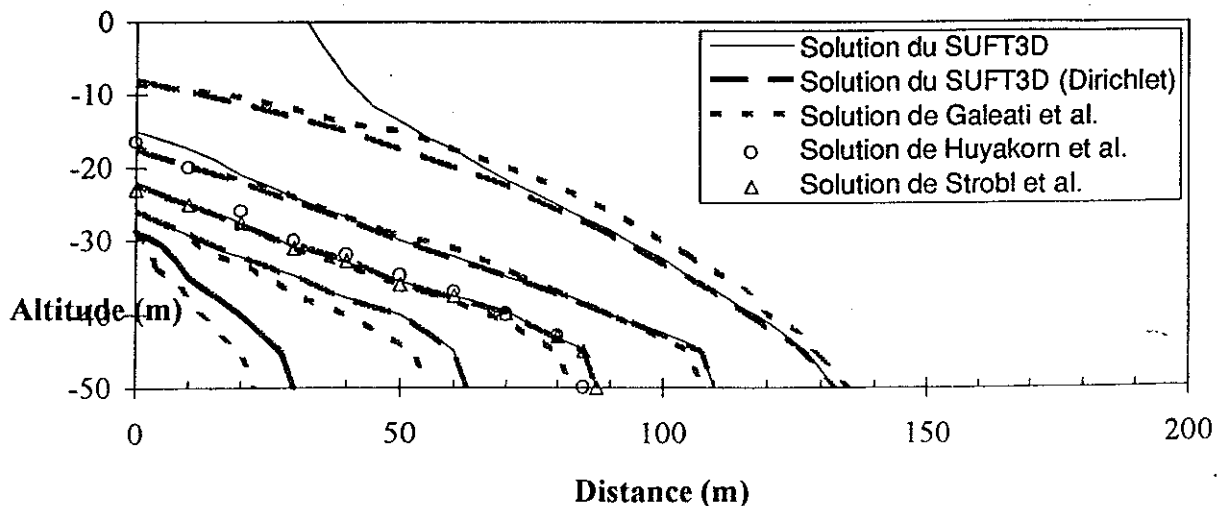


Figure 2 : Comparaison des résultats (isoconcentrations 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9) pour le problème de Huyakorn et al. (1987) présenté à la figure 1

l'eau douce pénètre plus loin sous l'océan. On constate aussi que le rapport des perméabilités choisi n'est pas suffisamment petit pour empêcher les interactions entre les deux aquifères les plus perméables. Par conséquent l'intrusion d'eau salée dans l'aquifère supérieur (libre) est influencée par des apports d'eau plus douce provenant de l'aquifère inférieur.

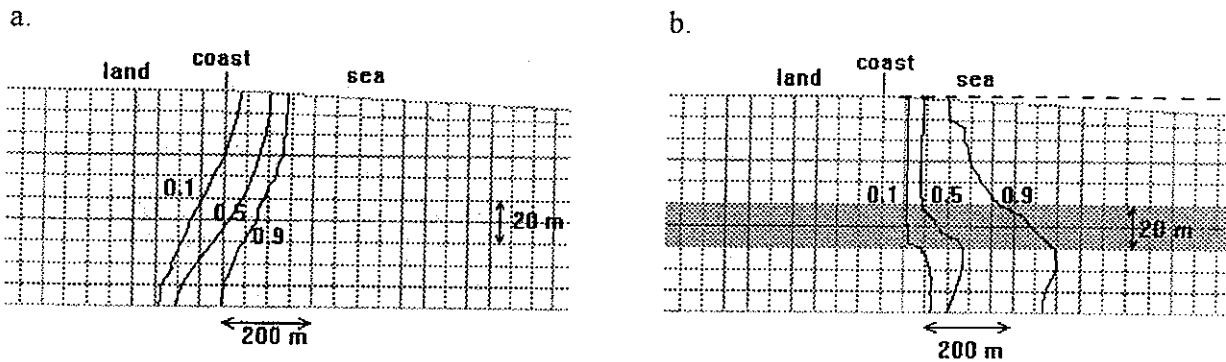


Figure 4 : Zoom sur les résultats des simulations (a. cas homogène ; b. cas hétérogène) de l'aquifère à grande échelle présenté à la figure 3 .

Nappe drainée par un fleuve

La vérification de l'aptitude du programme à traiter simultanément des interactions avec un océan et un fleuve constitue la dernière étape de préparation pour le projet SALMON.

Pour ce test, le domaine choisi est long de 3 km (dont 1 km sous l'océan), large de 2 km, épais de 100 m et traversé au centre par un fleuve large de 300 m. L'aquifère est supposé homogène et les valeurs des différentes propriétés sont les suivantes : conductivités hydrauliques horizontale et verticale $K_{11}=1$ m/jour et $K_{33}=0,1$ m/jour, porosité efficace $\phi=0,15$, dispersivités longitudinale et transversale $\alpha_L=20$ m et $\alpha_T=10$ m. Le gradient de la rivière est pris égal à 0,01% et la valeur du coefficient de transfert (condition de Fourier) est de $0,1 \text{ j}^{-1}$. Les frontières latérales sont imperméables car on y suppose que l'écoulement n'est plus influencé par la rivière et est alors parallèle à ces frontières. Les autres conditions limites sont semblables à celles définies pour le problème à grande échelle (figure 3). Aucun flux n'est imposé en amont car on suppose que loin de l'océan l'aquifère est en équilibre avec la rivière et que, vu son faible gradient, l'écoulement est perpendiculaire à celle-ci.

Les résultats de l'écoulement et du transport (régime permanent) sont donnés à la figure 5. Puisque le fleuve draine la nappe aquifère, les surfaces isopiézométriques sont quasi verticales et parallèles à celui-ci lorsque l'océan n'influence pas encore l'écoulement souterrain. Par contre, lorsque on s'approche de l'océan, les surfaces isopiézométriques (en utilisant les hauteurs piézométriques équivalentes relatives à de l'eau douce) deviennent progressivement parallèle à la côte et horizontales à cause de l'effet de densité. La diminution locale de la pression d'eau imposée par le fleuve drainant provoque une intrusion d'eau salée beaucoup plus importante à l'embouchure du fleuve que partout ailleurs. Ainsi on constate que la surface d'isoconcentration 0,5 arrive jusqu'à 500 m à l'intérieur des terres sous la rivière au lieu 100 m loin de son influence

- Dassargues, A., 1994. Validation of a finite Element code to simulate the coupled problem of salt transport in groundwater. *Computer Tech. in Environ. Studies V*, Proc. of ENVIROSOFT'94 San Francisco, vol. 1, 173-180.
- Dassargues A., Brouyère S., Carabin G., and Schmitz F. , 1996. Conceptual and computational challenges when coupling a groundwater model with ocean and river models. *Computational methods in water resources XI*, vol 1, 77-84.
- Galeati, G., Gambolati, G. and Neuman, S.P., 1992. Coupled and partially coupled Eulerian-Lagrangian model of freshwater-seawater mixing, *Water Resources Research*, **28**, 149-165.
- Gartling, D.K. & Hickox, C.E., 1985. A numerical study of the applicability of the Boussinesq approximation for fluid-saturated porous media, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, **5**, 995-1013.
- Hassanizadeh, S.N. & Leijnse, T. , 1988, On the modeling of brine transport in porous media, *Water Resources Research*, **24**, 321-330.
- Henry, H.R., 1964. Effects of dispersion on salt encroachment in coastal aquifers, *Sea Water in Coastal Aquifers*, U.S. Geol. Surv. Water Supply Paper 1613-C, 70-84.
- Holzbecher E. & Baumann R., 1994. Numerical simulations of seawater intrusion into the Nile delta aquifer, *Computational methods in water resources X*, vol 2, 1011-1018.
- Huyakorn P. S., Andersen P. F., Mercer J. W., and White H. O., 1987. Saltwater intrusion in aquifers: Development and testing of a three-dimensional finite element model, *Water Resources Research*, **23**, 293-312.
- Kinzelbach W., 1986, *Groundwater modelling*, Elsevier, Amsterdam, 333p.
- Kipp, L.K. Jr., 1987, *A computer code for simulation of heat and solute transport in three dimensional groundwater flow systems*, U.S. Geol. Surv. Colorado, 510 p.
- Larabi A. & De Smedt F., 1994, Three dimensional finite element model for saltwater intrusion into aquifer, *Computational Methods in Water Resources X*, Vol. 2, Kluwer Academic Publisher, 1019 -1026.
- Munhoven, S., 1992, *Modélisation d'un aquifère salé*, Grad. Thesis, Faculty of Applied Sciences, University of Liège, 141p.
- Strobl R. O. and Yeh G. T., 1994. Two-dimensional modelling of salt water intrusion, *Computational methods in water resources X*, vol 2, 1035-1042.
- Yeh, G.T., 1993, Application of hybrid Lagrangian-Eulerian finite element approaches to contaminant transport, and, 2DFEMFAT user's manual, Notes and oral communication on Modelling of Flow and Contaminants in the Subsoil, IGWMC-IHE Delft, ch. 11-12.