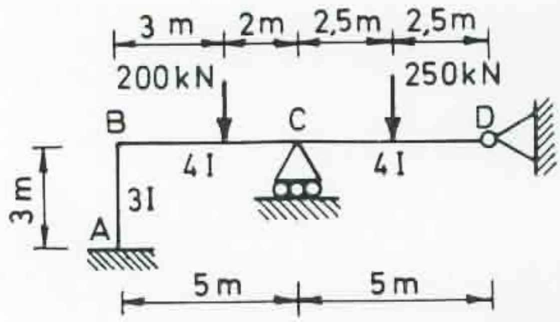
VI.9- Calculez les réactions d'appuis en A, C et D de la structure ci-dessous en employant la méthode des rotations.



R : m = 2

V_A = 47,77 kN ; V_C = 317,79 kN ; V_D = 84,44 kN (haut)

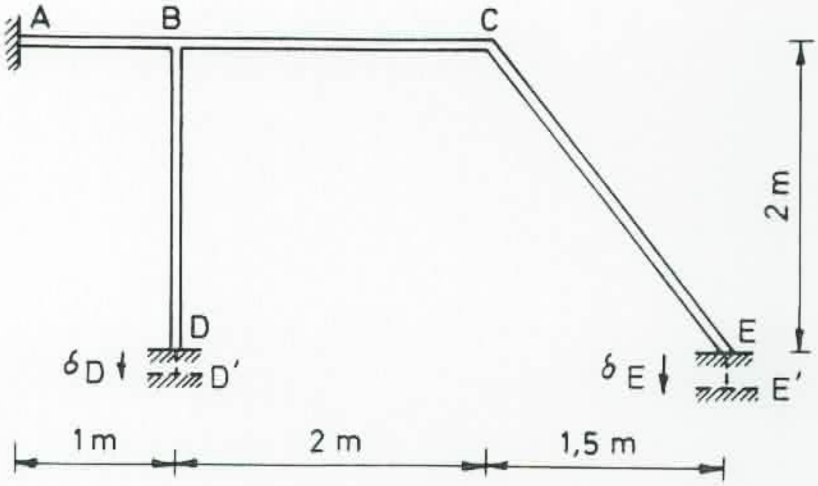
H_A = 20,82 kN = - H_D (droite)

M_A = -20,8 kNm (trigono).

* *Juin 90*

VI.11- La structure suivante est soumise à des tassements d'appuis en D et E comme indiqué sur le schéma.

On demande de déterminer par la méthode des rotations les valeurs des déplacements des noeuds B et C et de déterminer le diagramme des moments.



$\delta_D = 2$ cm

$\delta_E = 4$ cm

E,I: constantes

R: $m = 2$; $v_B = \delta_D$; $v_C = \delta_E$ (bas) ;

$\phi_B = -0{,}01835$ rad ; $\phi_C = -0{,}003237$ rad (trigono)

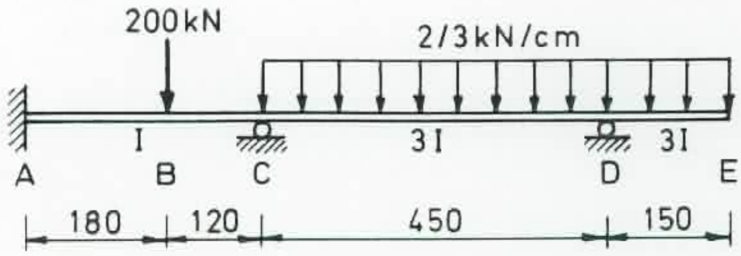
$M_A = 833.10^{-4}EI$; $M_B(AB) = 466.10^{-4}EI$; $M_B(BD) = -367.10^{-4}EI$;

$M_D = -183.10^{-4}EI$; $M_B(BC) = -99.10^{-4}EI$; $M_C(BC) = -M_C(CE) = 52.10^{-4}EI$;

$M_E = -26.10^{-4}EI$

*   *Mai 87*

VI.13- On demande de tracer les diagrammes des M, N, T dans la poutre continue représentée ci-dessous. Pour ce faire, on utilisera exclusivement la méthode des rotations. Tracer en outre l'allure de la déformée en regard des diagrammes précités.



Cotes en cm.

R: $m = 1$

$M_A = 4863$ kNcm ; $M_B(AB) = -M_B(BC) = 6194{,}4$ kNcm ;

$M_C(BC) = -M_C(CD) = -10434$ kNcm ;

$M_m(CD) = \pm 7908$ kNcm ; $M_D(CD) = -M_D(DE) = -7500$ kNcm ;

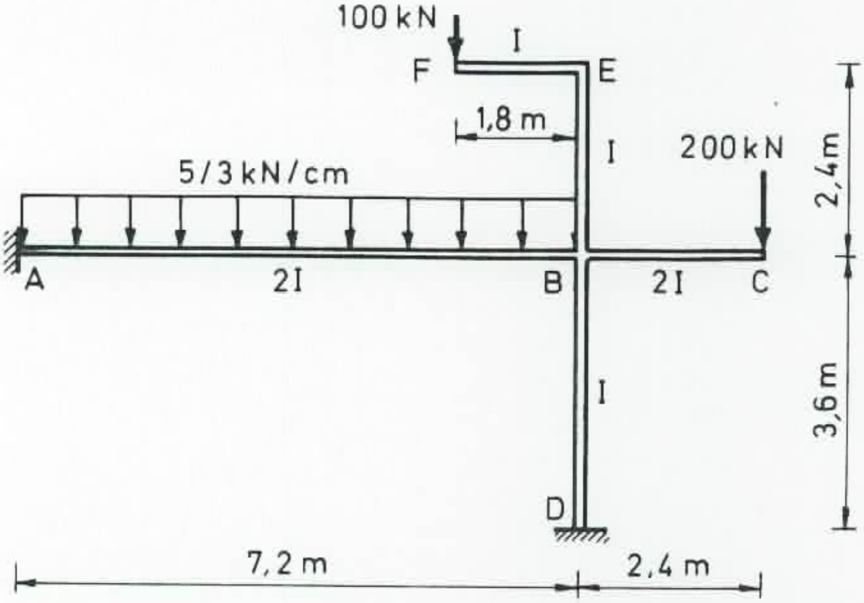
$N = 0$;

$T_{AB} = 61{,}43$ kN ; $T_{BC} = -138{,}57$ kN ; $T_C(CD) = 156{,}52$ kN ;

$T_D(CD) = -143{,}48$ kN ; $T_D(DE) = 100$ kN.

* *Mai 87, sept. 90*

VI.17- Utiliser la méthode des rotations pour tracer les diagrammes des M, N, T de la structure ci-dessous.
Dessiner l'allure de la déformée.



R: m = 1

M_A = 825,18 kNm ; $M_m(AB)$ = ±412,59 kNm ; $M_B(AB)$ = -510,07 kNm ;

$M_B(BC)$ = 480 kNm ; M_D = 105,04 kNm ; $M_B(BD)$ = 210,07 kNm ;

M_{BE} = -180 kNm ; $M_E(FE)$ = -180 kNm ;

T_A = 643 kN ; $T_B(AB)$ = -556 kN ; T_{BC} = 200 kN ; T_{EF} = -100 kN ;

T_{BD} = 87,53 kN ;

N_{AB} = -87,53 kN ; N_{BD} = -856 kN ; N_{BE} = -100 kN.

VI.22- Pour la structure représentée ci-dessous, on demande :

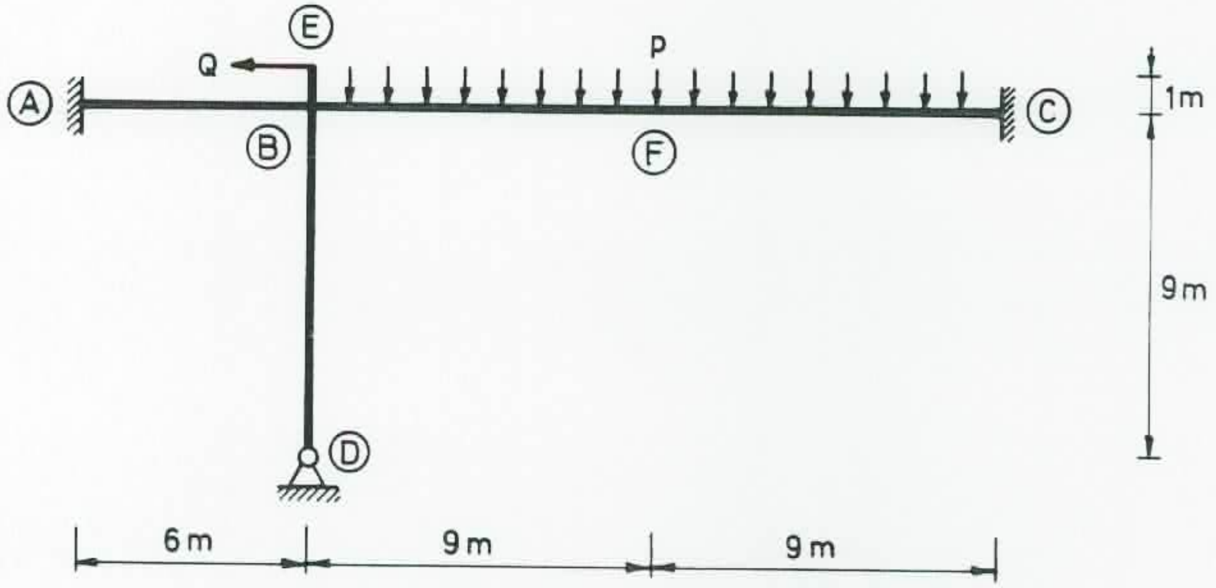
1) de déterminer le **nombre d'inconnues cinématiques** dans le cas où l'on désire calculer cette structure par la méthode générale des déplacements; dessiner ces inconnues ainsi que les **états de déplacement unité** correspondants.
2) même question que 1) pour la méthode des rotations.
3) de résoudre la structure **sans tenir compte de l'énergie de déformation due aux efforts normaux et aux efforts tranchants** dans les différentes barres, et plus précisément :

   a) de dessiner **clairement** et **à l'échelle** le diagramme des moments dans la structure en y précisant les **valeurs caractéristiques** aux noeuds A, B, C, D, E et F;

   b) de déterminer l'**amplitude** et le **sens** de la rotation du noeud B;

   c) de représenter graphiquement l'allure de la déformée du système et d'y indiquer les **points d'inflection** et la direction des **tangentes** aux noeuds A, B et C (on s'aidera des réponses aux points a) et b)).

On donne : $EI = 10^4$ kNm² = constante
$Q = 63$ kN
$p = 6$ kN/m



R: déplacements: m = 3; rotations: m = 1;
$M_A(AB) = -27$ kNm; $M_B(AB) = -54$ kNm; $M_B(BC) = 144$ kNm; $M_B(BE) = -63$ kNm;
$M_B(BD) = -27$ kNm; $M_F(BF) = 85{,}5$ kNm; $M_C(BC) = -171$ kNm;
$\phi_B = 81.10^{-4}$ rad (horlogique)

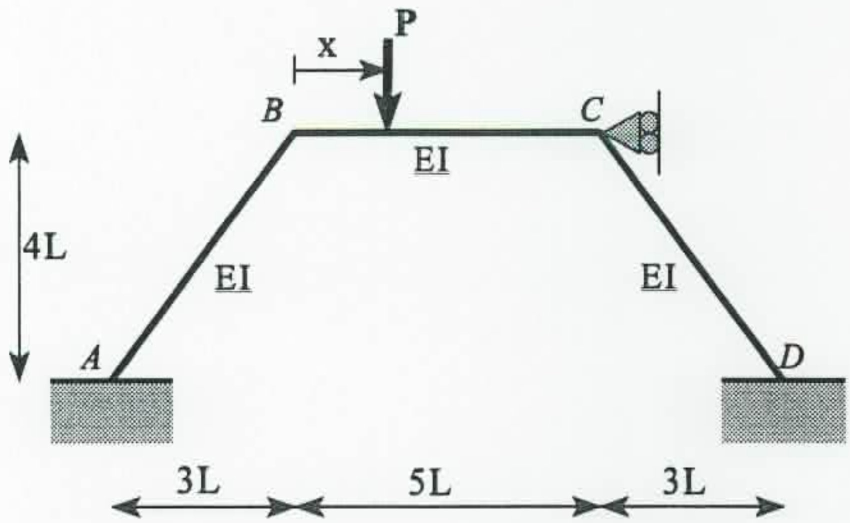
* *Sept. 94*

VI.27- Pour la structure ABCD formée de trois tronçons de poutre de raideur flexionnelle EI assemblés rigidement, représentée ci-dessous, on demande:

1) de dessiner l'allure de la ligne d'influence de la rotation en B lorsqu'une charge verticale unitaire se déplace le long de la poutre BC;

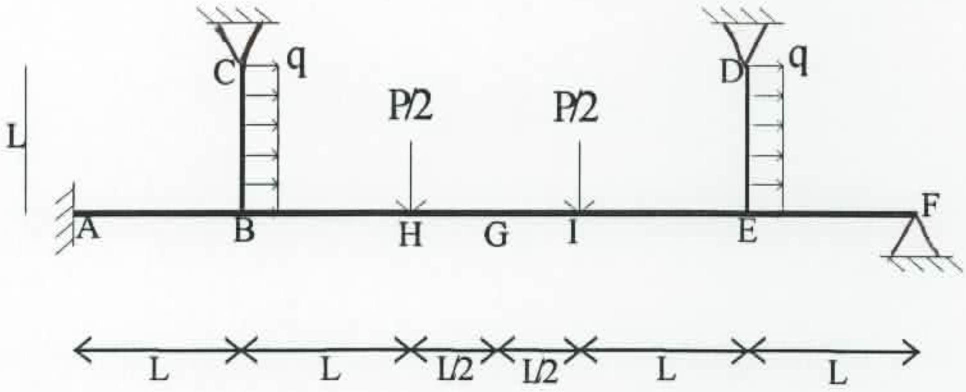
2) de déterminer analytiquement ladite ligne d'influence en se basant sur les théorèmes énergétiques et la méthode des rotations;

3) de déduire du point 2) la valeur de la rotation en B lorsqu'une charge concentrée verticale d'intensité P agit au milieu de la poutre BC.



R: $$\mathrm{Li}\, f_B = \frac{x}{EI\,L}\;\frac{-2L^2}{3} + \frac{7xL}{30} - \frac{x^2}{50}$$

$$f_B = \frac{-25\,P\,L^2}{48\,EI}$$

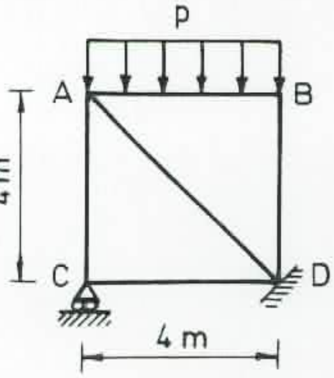


$L = 2$ m
$E = 2{,}05\ 10^8$ kN/m²
$P = 100$ kN
$q = 10$ kN/m

La structure ci-dessus est constituée de poutres en acier d'inertie I assemblées rigidement entre elles. Les poutres BC et DE sont soumises à une charge horizontale répartie q=10 kN/m dirigée vers la droite. La poutre BE est soumise à une charge verticale totale P=100 kN divisée en deux charges de 50 kN appliquées au tiers et aux deux tiers de cette poutre. La structure est encastrée en A et articulée en C, D et F (pas de translation verticale et horizontale).

On demande, en utilisant la méthode des rotations associée aux théorèmes généraux, l'inertie I à donner à l'ensemble des poutres de la structure pour que la flèche au point G, milieu de BE, soit inférieure ou égale à 5 cm sachant que l'on néglige les énergies de déformations dues aux efforts normaux et aux efforts tranchants.

VII.1- Déterminer le diagramme des moments dans la structure suivante par la méthode de CROSS (EI = C^{ste} ; p = 3 t/m).



R : $M_A(AB) = 3{,}217$ tm ; $M_A(AC) = -1{,}783$ tm ; $M_A(AB) = -1{,}432$ tm ;

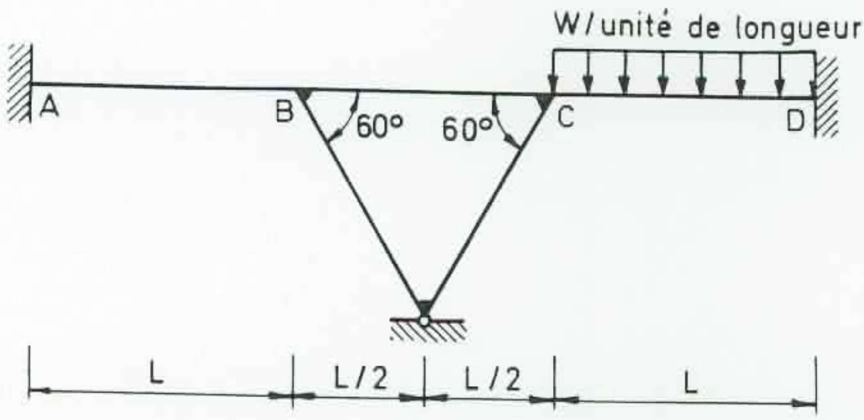
$M_B(AB) = -2{,}508$ tm $= -M_B(BD)$; $M_C(AC) = -M_C(CD) = -0{,}508$ tm ;

$M_D(AD) = -0{,}716$ tm ; $M_D(BD) = 1{,}254$ tm ; $M_D(CD) = 0{,}254$ tm.

---

* *Juin 91*

VII.2- Le schéma ci-dessous est une idéalisation de la structure d'une portion d'un pont. La rigidité flexionnelle est constante et égale pour toutes les poutres. Déterminez les composantes verticales des réactions d'appuis A, D et E en employant la méthode de CROSS.

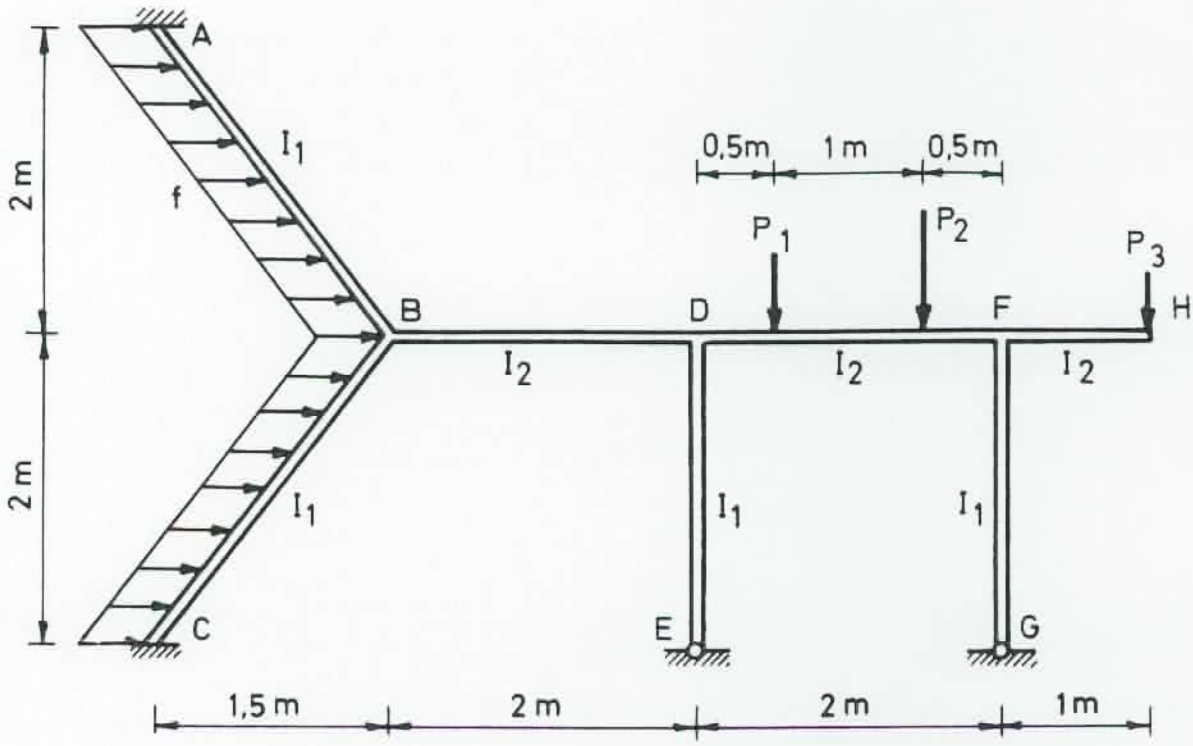


R : $V_A = 0{,}00575$ wL ; $V_D = 0{,}54425$ wL ; $V_E = 0{,}45$ wL (haut).

VII.3- La structure suivante est composée de poutres dont l'inertie est variable. On demande d'utiliser la méthode de CROSS pour déterminer le diagramme des moments. Calculer les rotations des noeuds B, D et F, dessiner l'allure de la déformée et déterminer le diagramme des efforts tranchants.

$f = 2$ kN/m oblique
$P_1 = 10$ kN
$P_2 = 15$ kN
$P_3 = 5$ kN

E : constant
I : variable : $I_2 = 2I_1$



R : $M_A = -0{,}73$ kNm; $M_B(AB) = 1{,}07$ kNm; $M_C = 0{,}95$ kNm; $M_B(BC) = -0{,}61$ kNm;

$M_B(BD) = -0{,}45$ kNm; $M_D(BD) = -1{,}79$ kNm; $M_D(DE) = -0{,}79$ kNm;

$M_D(DF) = 2{,}58$ kNm; $M_F(DF) = -5{,}32$ kNm; $M_F(FG) = 0{,}32$ kNm;

$M_F(HF) = 5$ kNm (trigono);

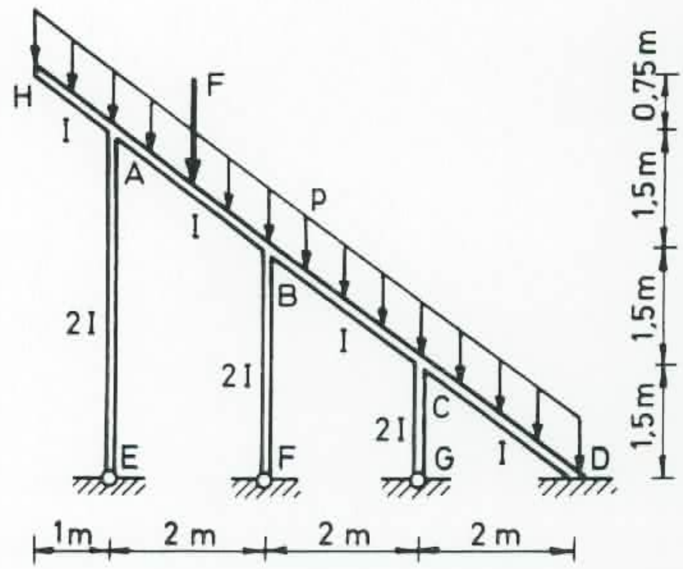
$\phi_B = 0{,}1438/EI_1$; $\phi_D = -0{,}519/EI_1$; $\phi_F = 0{,}213/EI_1$ (trigono);

$T_A = -1{,}86$ kN; $T_B(AB) = 2{,}14$ kN; $T_C = 2{,}14$ kN; $T_B(BC) = -1{,}86$ kN;

$T_{BD} = -1{,}12$ kN; $T_{ED} = -0{,}395$ kN; $T_{GF} = 0{,}165$ kN; $T_{FH} = 5$ kN;

$T_D(DF) = 9{,}88$ kN; $T_F(DF) = -15{,}12$ kN.

VII.6- Résoudre la structure ci-dessous par la méthode de CROSS.



E: constant
I: voir figure
p = 20 kN/m horizontal
F = 30 kN

Déterminer les diagrammes des M, N et T et calculer les rotations des noeuds A, B et C.

R: $M_A(HA) = -10$ kNm; $M_A(AB) = 12{,}50$ kNm; $M_A(AE) = -2{,}50$ kNm;

$M_B(AB) = -12{,}88$ kNm; $M_B(BC) = 9{,}34$ kNm; $M_B(BF) = 3{,}53$ kNm;

$M_C(BC) = -5{,}58$ kNm; $M_C(CD) = 6{,}36$ kNm; $M_C(CG) = -0{,}77$ kNm;

$M_D = -6{,}82$ kNm (trigono);

$T_{AE} = -0{,}556$ kN; $T_{BF} = 1{,}177$ kN; $T_{CG} = -0{,}513$ kN; $T_A(AB) = 27{,}84$ kN;

$T_A(AH) = -16$ kN; $T_B(AB) = -28{,}2$ kN; $T_B(BC) = 17{,}52$ kN; $T_C(BC) = -14{,}5$ kN;

$T_C(CD) = 15{,}8$ kN; $T_D = -16{,}2$ kN;

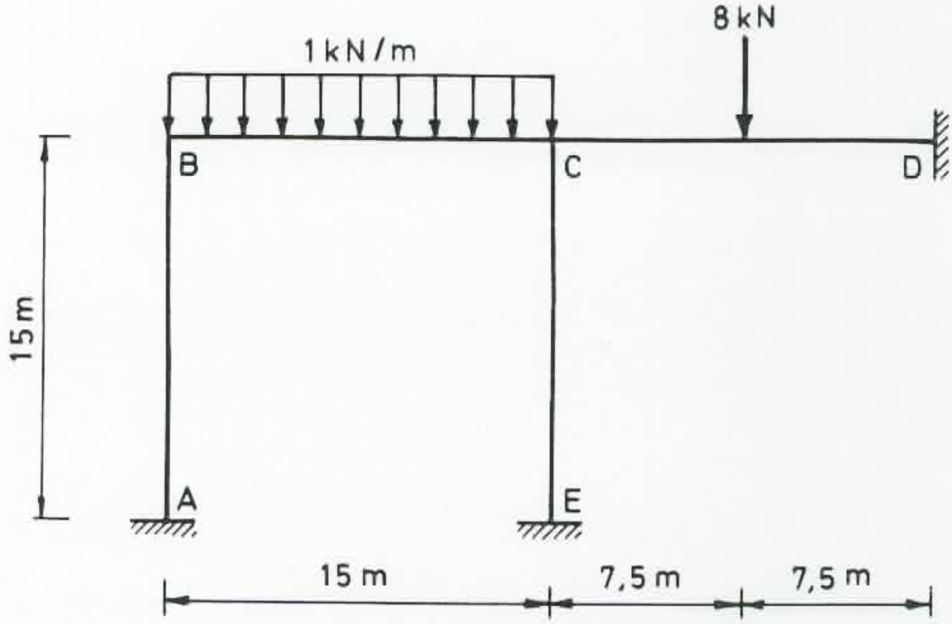
$N_{AE} = -54{,}38$ kN; $N_{BF} = -57{,}98$ kN; $N_{CG} = -37{,}5$ kN; $N_A(AH) = -12$ kN;

$N_A(AB) = 20{,}2$ kN; $N_B(AB) = -21{,}8$ kN; $N_B(BC) = 13{,}9$ kN;

$N_C(BC) = -10{,}11$ kN; $N_C(CD) = 11{,}98$ kN; $N_D = -12{,}02$ kN;

$\Phi_A = -1{,}88/EI$; $\Phi_B = 1{,}76/EI$; $\Phi_C = -0{,}19/EI$

VII.7- Le cadre à noeuds rigides ci-dessous est encastré en A, D et E.
Toutes les barres ont même raideur flexionnelle EI. On demande de calculer, <u>en utilisant un schéma de CROSS</u>, la distribution des M, N, T dans la structure. (Les barres sont admises inextensibles).
Déterminer ensuite la valeur des rotations aux noeuds B et C.



R : M_A = -5,05 kNm; $M_B(AB)$ = $-M_B(BC)$ = -10,10 kNm; $M_C(BC)$ = -20,87 kNm;

$M_C(CD)$ = 17,93 kNm; $M_C(CE)$ = 2,93 kNm; M_E = 1,46 kNm;

M_D = -13,54 kNm (trigono);

$T_C(CD)$ = 4,293 kN; T_D = -3,707 kN; T_{AB} = -1,01 kN; T_{CE} = 0,293 kN;

$T_B(BC)$ = 6,783 kN ; $T_C(BC)$ = -8,217 kN;

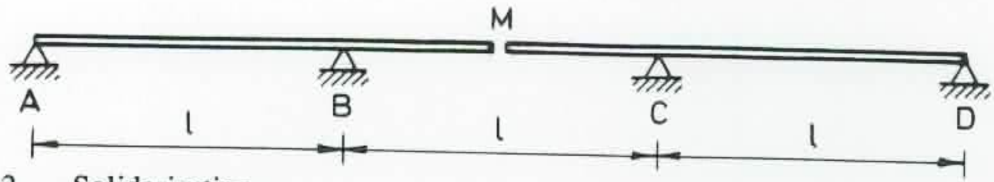
N_{AB} = -6,783 kN; N_{CE} = -12,51 kN; N_{CD} = -0,717 kN; N_{BC} = -1,01 kN;

ϕ_B = -37,87/EI ; ϕ_C = 10,98/EI (trigono).

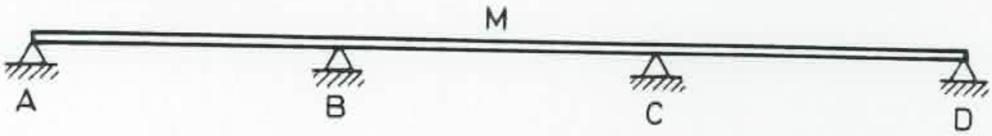
* *Mai 87, sept. 90*

VII.10- Une poutre continue est construite en 3 phases.

1. Construction indépendante des 2 moitiés.



2. Solidarisation.



3. Dénivellation des appuis intermédiaires B et C, afin d'égaler en module les moments de flexion en B, M et C.

La rigidité flexionnelle EI et le poids propre par unité de longueur p sont constants le long de la poutre.
On demande de déterminer la dénivellation nécessaire, à l'aide de la méthode de CROSS.

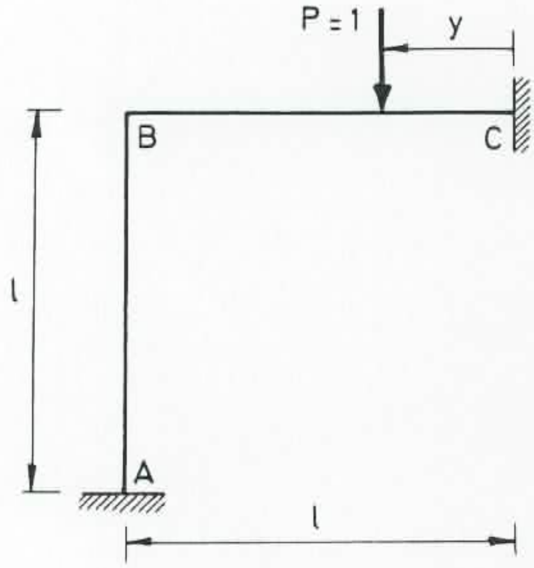
Données numériques (on admet 1 kgf = 10 N): $l = 10$ m
$p = 5$ tonnes/m
$E = 21000$ kN/cm^2
$I = 100000$ cm^4

R: $d = 12{,}4$ cm.

* *Sept. 92*

VII.20- On demande pour la structure ci-dessous :

1) de tracer l'allure de la ligne d'influence de la rotation en B, lorsqu'une charge unitaire, dirigée vers le bas, se déplace le long de la partie horizontale BC.
2) de trouver l'expression analytique de cette meême ligne d'influence en employant les théorèmes fondamentaux et de vérifier que cette expression [Li ϕ_B = fonction (y)] correspond bien à l'allure trouvée en 1.



EI = constante

B: noeud rigide

A et C: encastrements

barres BC et AB supposées incompressibles

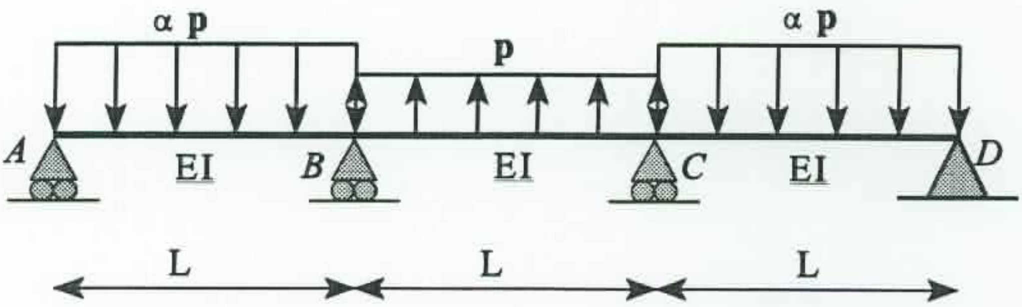
R: Li $\phi_B(y) = (y^2 - y^3/l) / 8EI$

* *Juin 94*

VII.23- Soit la poutre continue à trois travées égales représentée ci-desssous. Elle est sollicitée symétriquement par une force uniformément répartie dont l'intensité et le sens diffèrent entre la travée centrale et les travées de rive.

On demande d'employer la méthode de CROSS pour déterminer le facteur de rapport des charges (α) de sorte que l'ensemble des réactions d'appui verticales soient égales en intensité et en sens; indiquer clairement la valeur des réactions et leur sens.

Pour la valeur trouvée de α, calculer ensuite les rotations des noeuds B et C de la structure, en préciser l'intensité et le sens.



R: $\alpha = 6$; $R_A = R_B = R_C = R_D = 2{,}75pL$ (haut);
$\phi_B = -\phi_C = 0{,}167pL^3/EI$ (trigono)