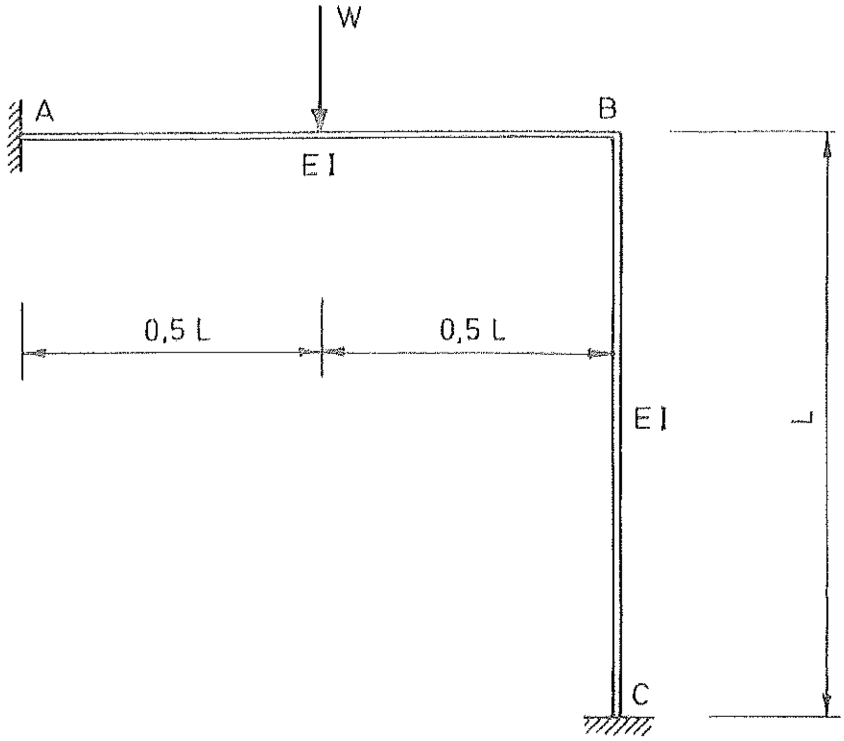
* *Juin 90*

IV.5- Pour la structure représentée à la figure ci-dessous et chargée comme indiqué, on demande de tracer à l'échelle les diagrammes des M, N, T en indiquant sur lesdits diagrammes les valeurs caractéristiques. Pour ce faire, il est demandé de faire usage de la méthode des forces.

(On ne tiendra compte que des déformations de flexion).



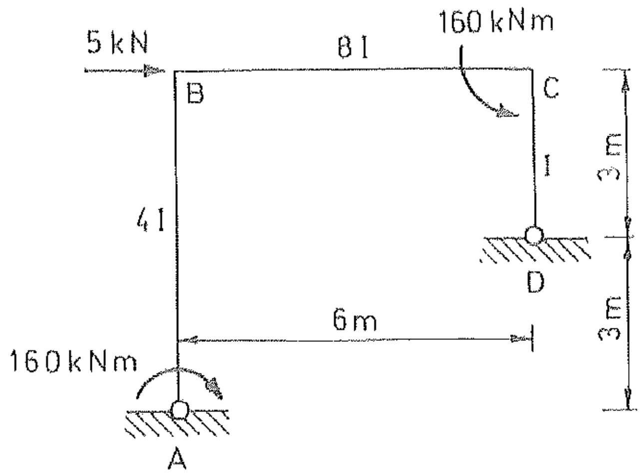
R: $N_{AB} = -\dfrac{3W}{32}$; $N_{BC} = -\dfrac{13W}{32}$;

$T_A(AB) = \dfrac{19W}{32}$; $T_B(AB) = -\dfrac{13W}{32}$; $T_{BC} = \dfrac{3W}{32}$

$M_A(AB) = \dfrac{5WL}{32}$; $M_B(AB) = -M_B(BC) = \dfrac{WL}{16}$; $M_C(BC) = -\dfrac{WL}{32}$

* *Juin 88*

IV.7- On demande de déterminer les diagrammes des M, N, T dans le portique articulé en base tel que représenté à la figure ci-dessous.
On utilisera exclusivement la méthode des forces.



R: $M_A = -160$ kNm ; $M_B(AB) = -M_B(BC) = -7,37$ kNm ; $M_C(CD) = 98,69$ kNm ;

$M_C(BC) = 61,32$ kNm

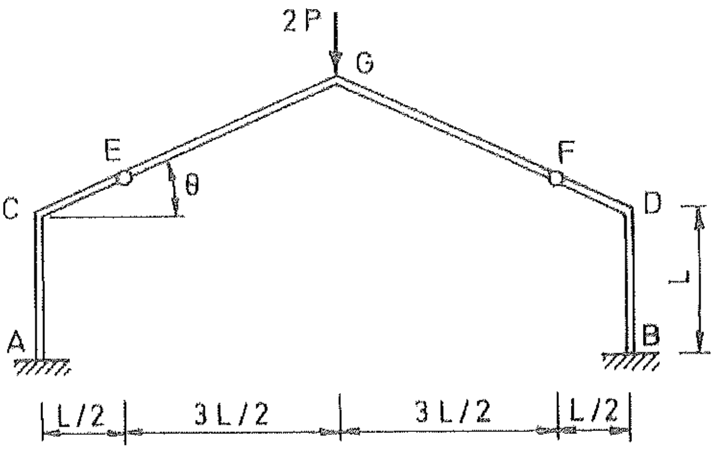
$N_{AB} = -N_{CD} = -11,45$ kN ; $N_{BC} = 32,90$ kN

$T_{AB} = -27,90$ kN ; $T_{BC} = 11,45$ kN ; $T_{CD} = 32,90$ kN.

IV.9- Pour la structure ci-dessous :

- Déterminer le diagramme de M ;
- Calculer les réactions d'appui ;
- Calculer les déplacements de G ;
- Dessiner la déformée.

EI = constante = 20000 $t.m^2$
L = 6 m
2P = 6 tonnes
$\theta = 30°$

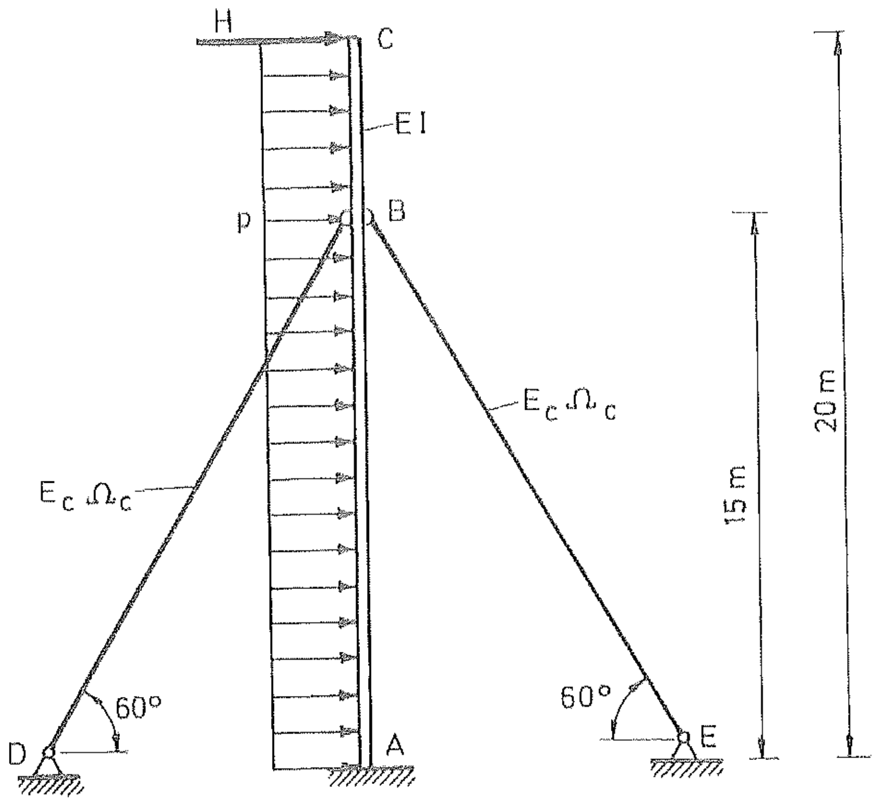


R: $M_A = -14{,}54$ tm ; $M_C(AC) = -M_C(CE) = -3{,}72$ tm ; $M_G(EG) = 11{,}17$ tm

$H_A = 3{,}05$ t (gauche) ; $V_A = 3$ t (haut)

$v_G = 1{,}3$ cm (bas) ; $u_G = \phi_G = 0$

IV.10- La figure ci-dessous représente un avant-projet d'une éolienne. Le pylône, encastré en A, est maintenu latéralement par deux haubans BD et BE. Il est sollicité par le vent agissant sur toute sa hauteur et par une force concentrée en C, action du vent sur les pales de l'éolienne.



pylône:
$E = 200000\ N/mm^2$
$I = 10^5\ cm^4$
câbles:
$E_c = 150000\ N/mm^2$
$\Omega_c = 4\ cm^2$
$H = 5000\ N$
$p = 100\ N/m$

On demande :

a) quel est le degré d'hyperstaticité n ?
b) de choisir un système isostatique de référence So ;
c) de représenter les diagrammes de M_i, N_i dans So ;
d) de calculer les f_{ij} et f_{ip} ;
e) de résoudre le système d'équation obtenu ;
f) de dessiner le diagramme des M dans le pylône ;
g) de calculer le déplacement horizontal du point C ;
h) de dessiner l'allure de la déformée.

Note : On admet que les câbles sont soumis à une précontrainte suffisante pour empêcher qu'ils ne se détendent.

R: $M_A = 1817{,}4$ Nm ; $M_B(AB) = -M_B(BC) = -26250$ Nm

$d_C = 1$ cm (droite).

* *Juin 91*

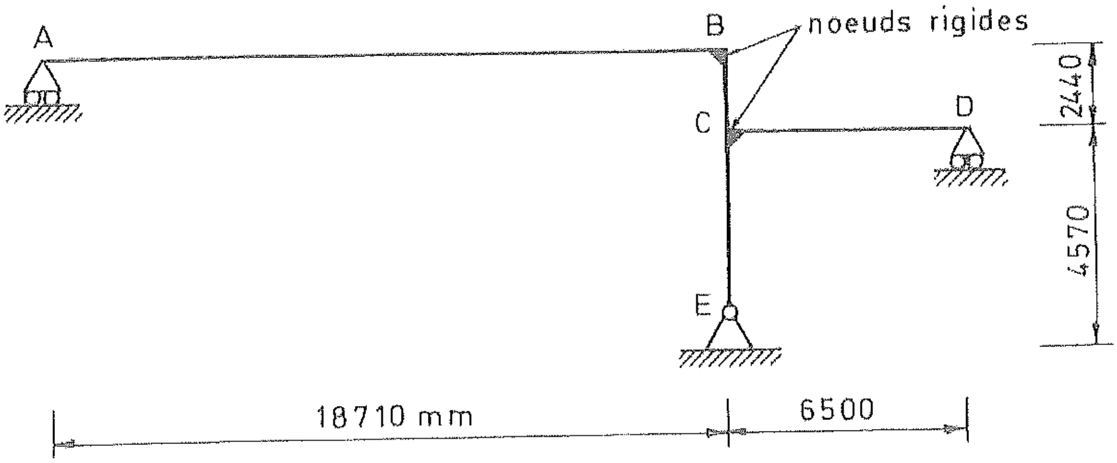
IV.12- L'église du Sacré Coeur à Penfield (New-York) possède en coupe une ossature métallique ABCDE, qui prend appui en A et D sur des murs en maçonnerie et est supposée articulée sur une fondation en E. Les joints poutre-colonne en B et C sont admis parfaitement rigides. Cette structure est idéalisée comme indiqué à la figure. On demande de dessiner à l'échelle les diagrammes des M, N, T et d'y indiquer les valeurs caractéristiques sachant que la charge totale est constituée du poids propre et d'une surcharge de neige uniformément répartie de 6,94 kN/m sur AB et CD. On demande aussi les valeurs de toutes les réactions.

Les profils constituant l'ossature sont : (q = poids propre)

poutre AB:	$I_{xx} = 186100 \text{ cm}^4$ $q = 1{,}61$ kN/m	poutre CD:	$I_{xx} = 12160 \text{ cm}^4$ $q = 0{,}45$ kN/m
colonne BE:	$I_{xx} = 11280 \text{ cm}^4$ $q = 0{,}73$ kN/m		

<u>L'usage de la méthode des forces est imposé</u>

<u>Note</u>: On examinera avec soin la meilleure manière de lever l'hyperstaticité.



Cotes en mm.

R: $M_B(AB) = -M_B(BC) = M_C(BC) = -M_C(CD) = -45{,}542$ kNm ;

$N_B(BC) = -82{,}419$ kN ; $N_C(BC) = -84{,}201$ kN ; $N_E = -118{,}597$ kN;

$N_C(CE) = -115{,}261$ kN;

$T_A(AB) = 77{,}551$ kN; $T_B(AB) = -82{,}419$ kN; $T_D(CD) = -16{,}975$ kN;

$T_C(CD) = 31{,}060$ kN ;

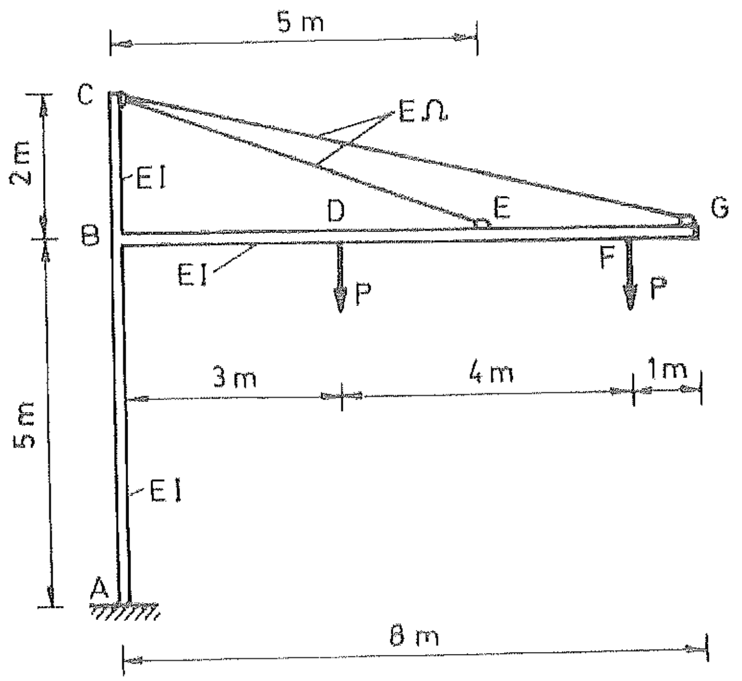
$V_A = 77{,}551$ kN ; $V_D = 16{,}975$ kN ; $V_E = 118{,}597$ kN (haut).

IV.15- Pour l'électrification d'une ligne de chemin de fer, on envisage de construire les supports des caténaires selon le schéma représenté ci-dessous.

On donne: $E\Omega = 42000$ kN
$EI = 168000$ kN.m^2
$P = 30$ kN.

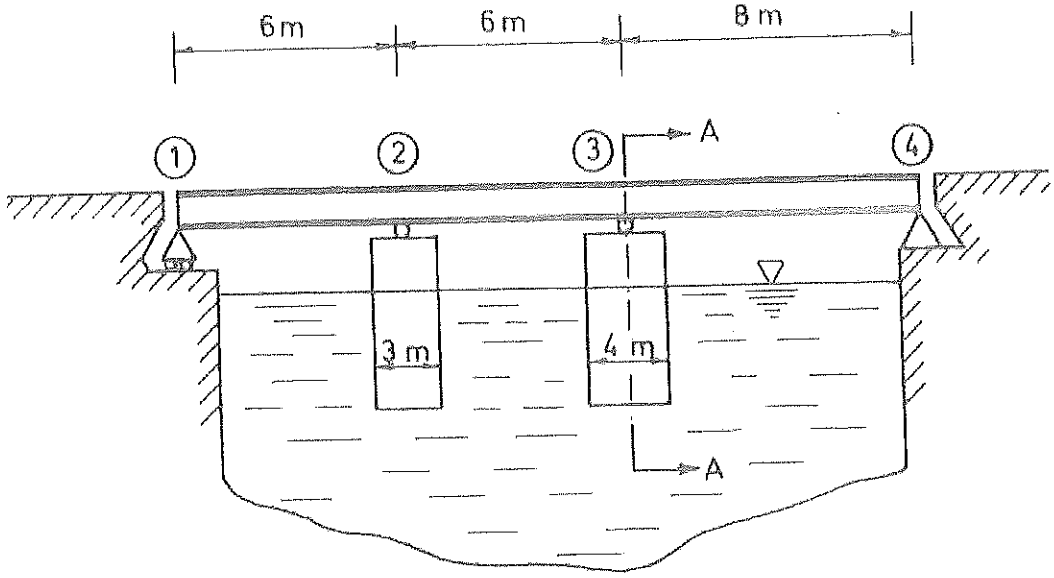
On demande de résoudre la structure par la méthode des forces, c'est-à-dire en effectuant les opérations suivantes :

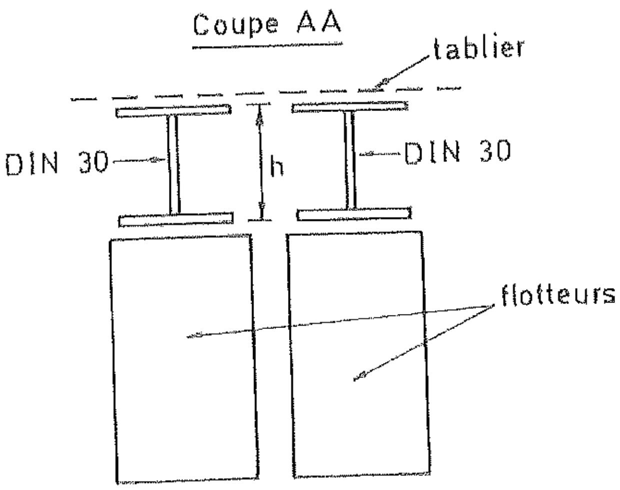
- déterminer le degré d'hyperstaticité n ;
- choisir une structure isostatique de référence So et y représenter les inconnues hyperstatiques X_j ;
- représenter les états de force unité et l'état de So soumise aux forces extérieures ;
- calculer les coefficients f_{ij} et f_{ip} ;
- écrire et résoudre le système d'équations ;
- déterminer les diagrammes de M, N et T.



R: n = 2
$M_A(AB) = -M_B(AB) = 300$ kNm; $M_B(BC) = 88{,}82$ kNm; $M_B(BD) = -211{,}18$ kNm;
$M_D(BD) = -M_D(DE) = -74{,}8$ kNm; $M_E(DE) = -M_E(EF) = -44$ kNm;
$M_F(EF) = -M_F(FG) = 5{,}35$ kNm
$N_{AB} = -60$ kN; $N_{BC} = -14{,}56$ kN; $N_{BE} = -44{,}41$ kN; $N_{EG} = -21{,}37$ kN;
$N_{CE} = -24{,}82$ kN; $N_{CG} = 22{,}03$ kN
$T_{BC} = 44{,}41$ kN; $T_{BD} = 45{,}44$ kN; $T_{DE} = 15{,}44$ kN; $T_{EF} = 24{,}66$ kN;
$T_{FG} = -5{,}34$ kN.

IV.16- Un pont de 20 m de long est simplement appuyé sur ses deux extrémités et repose sur 4 flotteurs cylindriques (2 flotteurs sous chaque longeron) comme indiqué sur la figure. Les deux maîtresses-poutres sont des DIN 30 dont les caractéristiques sont indiquées sur la coupe AA.





DIN 30 $\quad I = 24731 \text{ cm}^4$

$E = 21000 \text{ kg/mm}^2$

$h = 300$ mm

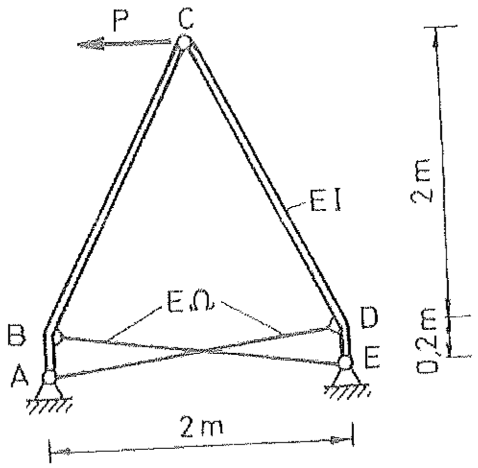
α acier $= 10^{-5}/°C$

La semelle supérieure des poutres est soumise à une élévation de température de + 40° C alors que la température de la semelle inférieure ne s'élève que de 10° C. On suppose une variation linéaire de la t° sur h. On demande :

1. quel est le degré d'hyperstaticité du pont ;
2. choisir une structure isostatique de référence ;
3. dessiner les états de sollicitation unités ;
4. lever l'hyperstaticité (calcul des f_{ij}, f_{ip} et résoudre le système) ;
5. dessiner le diagramme des moments fléchissants dans le pont.

R : $\quad M_1 = M_4 = 0$; $M_2(12) = -M_2(23) = 3{,}587$ tm ; $M_3(223) = -M_3(34) = -4{,}775$ tm

IV.17- Déterminer et dessiner les diagrammes de M, N et T dans la structure représentée ci-dessous, par la méthode des forces.



$P = 1$ t

$|EI| = 100\ |E\Omega|$

si on travaille en t.m.

R: $M_B(AB) = -M_B(BC) = -M_D(DE) = -M_D(DC) = -0{,}1$ tm ;

$N_{AB} = -N_{DE} = -1{,}1$ t ; $N_{BC} = -N_{CD} = -1{,}207$ t ;

$N_{AD} = -N_{BE} = -8{,}06.10^{-5}$ t ;

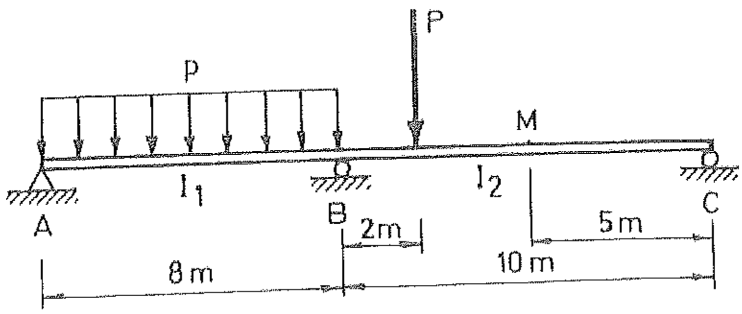
$T_{AB} = T_{DE} = -0{,}5$ t ; $T_{BC} = T_{CD} = 0{,}045$ t.

---

*

Sept. 91

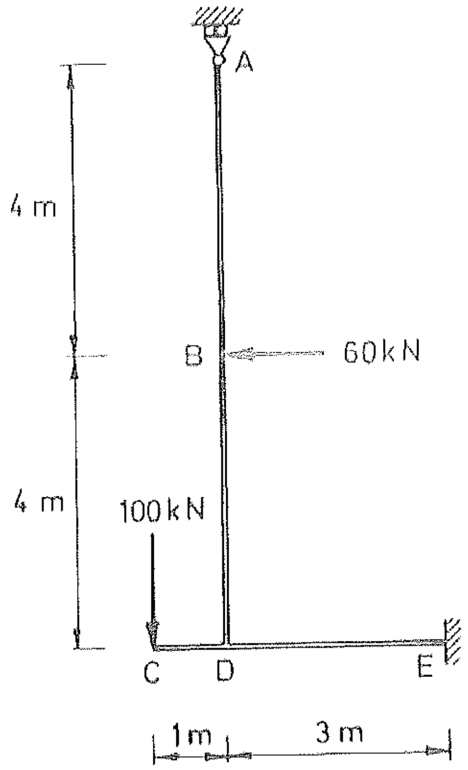
IV.18- On demande de calculer le déplacement vertical de la section M de la poutre continue schématisée ci-dessous sachant que $p = 10000$ N/m et $P = 50$ kN, que les travées ont respectivement les moments d'inertie $I_1 = 45122$ cm^4 et $I_2 = 32249$ cm^4 et que $E = 210000$ N/mm^2.



Note: On utilisera utilement le théorème dit "de réduction".

R: $f_M = 1{,}823$ mm (bas)

IV.26-



Utiliser la <u>**méthode des forces**</u> pour déterminer le **diagramme des moments** dans la structure ci-contre.

Calculer ensuite les **réactions d'appuis** ainsi que le **déplacement horizontal du noeud A**.

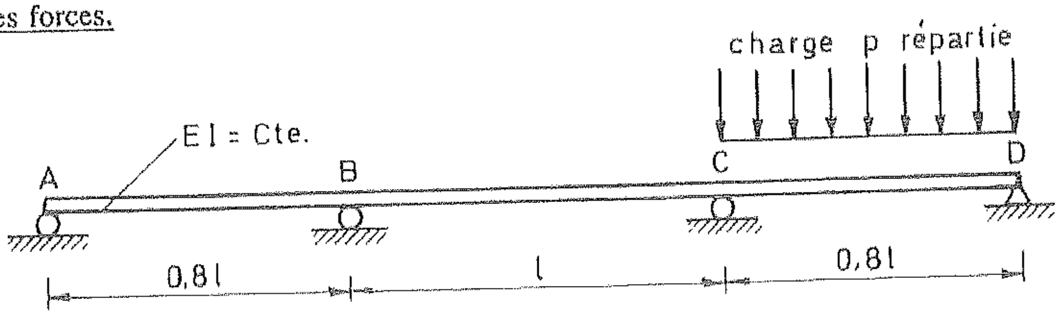
$EI_{AB} = EI_{BD} = 5.10^4$ kNm²
$EI_{CD} = EI_{DE} = 10^5$ kNm².

R: $M_D(DC) = -100$ kNm; $M_D(DB) = -240$ kNm; $M_D(DE) = 340$ kNm;
$M_E(DE) = 170$ kNm;
$V_A = 270$ kN; $V_E = -170$ kN (haut); $H_E = 60$ kN (droite); $M_E = 170$ kNm;
$h_A = 8{,}44$ cm (gauche)

---

* *<u>Juin 92</u>*

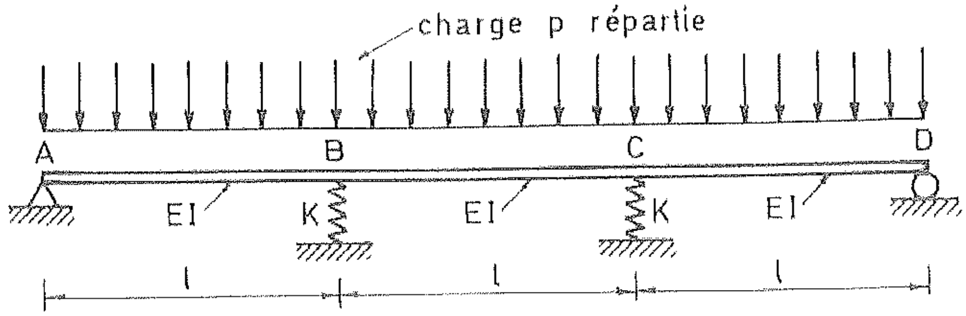
IV.27- La poutre continue à trois travées ci-dessous et à appuis de niveau possède une rigidité constante EI. Elle est chargée uniformément sur sa travée CD.
On demande de trouver la distribution des efforts intérieurs M et T et d'en tracer, à l'échelle, les diagrammes représentatifs. On utilisera obligatoirement la <u>méthode des forces.</u>



R: $M_B(AB) = -M_B(BC) = 0{,}0107\ pl^2$; $M_C(BC) = -M_C(CD) = -0{,}0385\ pl^2$;
$M_m(CD) = 0{,}0608\ pl^2$;
$T_{AB} = 0{,}013$ pl; $T_{BC} = -0{,}0492$ pl; $T_C(CD) = 0{,}448$ pl; $T_D(CD) = -0{,}352$ pl.

* *Juin 92*

IV.28- On demande de calculer par la méthode des forces la valeur des réactions d'appuis et des moments fléchissants aux appuis intermédiaires B et C d'une poutre continue chargée uniformément dont les appuis B et C sont constitués de supports élastiques, tandis que les appuis A et D ne peuvent au contraire subir aucun tassement.
La poutre a une raideur flexionnelle constante EI et la rigidité des appuis élastiques vaut $K = 20\ EI/l^3$.



On tracera en outre les diagrammes des M et T à l'échelle.

On demande enfin de comparer la valeur des moments obtenus avec ceux qui résulteraient d'un calcul admettant quatre appuis rigides de niveau.

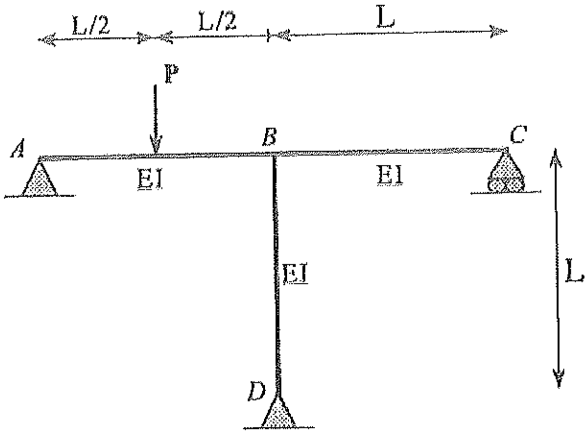
R: $M_B(AB) = -M_B(BC) = M_C(BC) = -M_C(CD) = -0{,}0377\ pl^2$;
$M_m(AB) = M_m(CD) = 0{,}10615\ pl^2$; $M_m(BC) = 0{,}0873\ pl^2$;
$T_A(AB) = -T_D(CD) = 0{,}4623\ pl$; $T_B(AB) = -T_C(CD) = -0{,}5377\ pl$;
$T_B(BC) = -T_C(BC) = 0{,}5\ pl$;
$R_A = R_D = 0{,}4623\ pl$; $R_B = R_C = 1{,}0377\ pl$.
appuis rigides:
$M_B(AB) = -M_B(BC) = M_C(BC) = -M_C(CD) = -0{,}1\ pl^2$;
$M_m(AB) = M_m(CD) = 0{,}075\ pl^2$; $M_m(BC) = 0{,}025\ pl^2$.

IV.38- Utiliser la **méthode des forces** pour déterminer, dans la structure ci-dessous soumise à la seule action de la charge concentrée P:

- les réactions d'appui en A, C et D (préciser l'intensité et le sens);

- les diagrammes M, N et T à dessiner soigneusement à l'échelle en y indiquant les valeurs caractéristiques aux noeuds A, B, C, D et au milieu de la travée AB (préciser pour chacun des diagrammes le signe et la conventin adoptée).

NB : les calculs seront effectués en négligeant l'énergie de déformation d'effort normal et d'effort tranchant devant celle due à la flexion.



* *Juin 94*

IV.39- La structure ci-dessous est formée de deux poutres ABC et CDE assemblées rigidement, de raideur flexionnelle EI_p , et d'une barre BD articulée à ses extrémités et dont la raideur extensionnelle EA_b vaut 500 $EI_p/L2$.

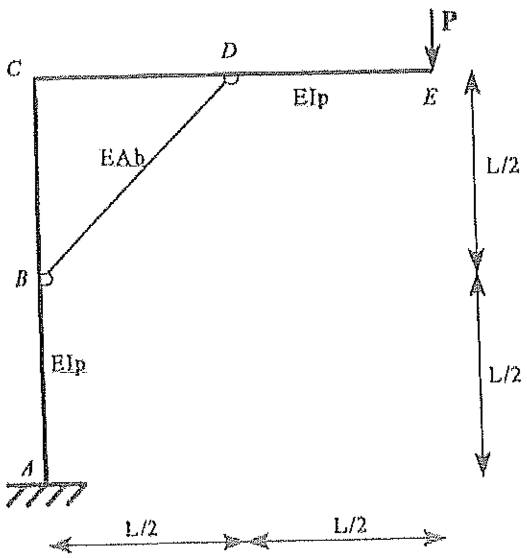
La structure est chargée par une force concentrée verticale P agissant au point E. Elle est en outre soumise à une élévation uniforme de température ΔT.

On demande d'utiliser la méthode des forces pour déterminer l'effort qui agit dans la barre BD sous cette combinaison d'actions P et ΔT (préciser s'il s'agit de traction ou de compression).

Dessiner ensuite clairement, à l'échelle en y indiquant les valeurs caractéristiques aux noeuds A, B, C, D et E, les diagrammes M, N et T dans la structure sous la même combinaison d'actions.

Note: - on négligera l'énergie de déformation due à l'effort normal devant celle due à la flexion dans les poutres lors des calculs.
- il est vivement conseillé de réfléchir, avant de se lancer dans les calculs, à la répercution qu'a chaque action prise séparément sur la structure.

On donne :
L = 5 m
P = 10 kN
$\Delta T = 20°C$
$\alpha = 10^{-5}$ /°C



R: N_{BD} = 37,61 kN (compression);
$M_A(AB)$= 50 kNm = $-M_B(AB)$; $M_C(BC) = -M_C(CD)$ = 16,49 kNm;
$M_D(CD)$ = 25 kNm;
N_{AB} = -10 kN; N_{BC} = 16,6 kN; N_{CD} = 26,6 kN; N_{DE} = 0; N_{BD} = -37,61 kN;
T_{AB} = 0; T_{BC} = 26,6 kN; T_{CD} = -16,6 kN; T_{DE} = 10 kN.