

Société Coopérative de

BIBLIOTHÈQUE

G I 381

l'Association des Elèves des Ecoles Spéciales
de l'Université de Liége.

**COURS
DU GENIE CIVIL**



TERRASSEMENTS

Notes publiées avec l'autorisation de Monsieur le Professeur CAMPUS

IMPRIMERIE — LITHOGRAPHIE

AUG. PHOLIEN

57, RUE SUR LA FONTAINE, 57

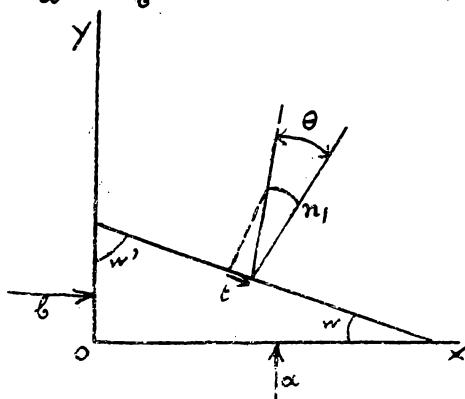
LIÉGE

Chapitre I

Etude de l'équilibre interne des milieux continus à sollicitation plane.

§ 1 Généralités. On sait qu'en tout point d'un milieu contraint se développent des actions internes que l'on rapporte à des éléments plans, dits facettes conjuguées des actions. Les efforts par unité de surface sont appelés tensions. On connaît la propriété de l'ellipsoïde de Lamé, qui est le lieu des extrémités de tous les vecteurs issus du point matériel envisagé et représentant les tensions (donc en grandeur, direction et sens). L'ellipsoïde a trois axes inégaux correspond au cas le plus général de la sollicitation à trois dimensions. On peut envisager une contrainte plane du tel milieu lorsque l'ellipsoïde se réduit à une ellipse, ce qui implique que l'une des tensions principales est nulle ou négligeable. C'est le cas des milieux continus dont une dimension peut être considérée comme infinie; toutes les sections normales à cette direction sont alors dans une situation identique et si toutes les contraintes sont normales à la direction infinie, les actions sont nulles suivant celles-ci. La situation est la même si deux dimensions sont infinies et si toutes les contraintes sont normales à ces deux dimensions; alors l'ellipsoïde est de révolution autour de la direction de la contrainte et la sollicitation est plane suivant chaque azimut.

Dans le plan de la sollicitation, l'équation de l'ellipse rapportée à ses axes est : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Par définition $a > b$.



Considérons un prisme triangulaire droit élémentaire, dont 2 facettes sont principales; sa hauteur est égale à l'unité, ainsi que son hypoténuse.

Appelant n , et t les composantes, normale et tangentielles de la tension agissant sur l'hypoténuse, les conditions d'équilibre sont :

$$a \cos w = n \cos w + t \sin w$$

$$b \sin w = n \sin w - t \cos w$$

où $n_w = a \cos^2 w + b \sin^2 w = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \cos 2w$

$$t = (a - b) \sin w \cos w = \frac{a-b}{2} \sin 2w$$

$$\begin{aligned}\cos 2w &= \frac{1 + \cos 2w}{2} \\ \sin 2w &= \frac{1 - \cos 2w}{2}\end{aligned}$$

Si nous considérons la facette \perp à l'hypothénuse, nous savons que t est la même (reciprocité des actions tangentielles), la tension normale est n_2 .

$$\text{On a évidemment } n_2 = \frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} \cos 2w.$$

$$\text{On en déduit } n_1 + n_2 = a+b \quad n_1 - n_2 = (a-b) \cos 2w$$

$$n_1 n_2 - t^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 (\cos^2 2w + \sin^2 2w) = ab$$

$$\sqrt{(n_1 - n_2)^2 + 4t^2} = a - b.$$

$$\text{Donc : } a^2 - (n_1 + n_2)a + n_1 n_2 - t^2 = 0$$

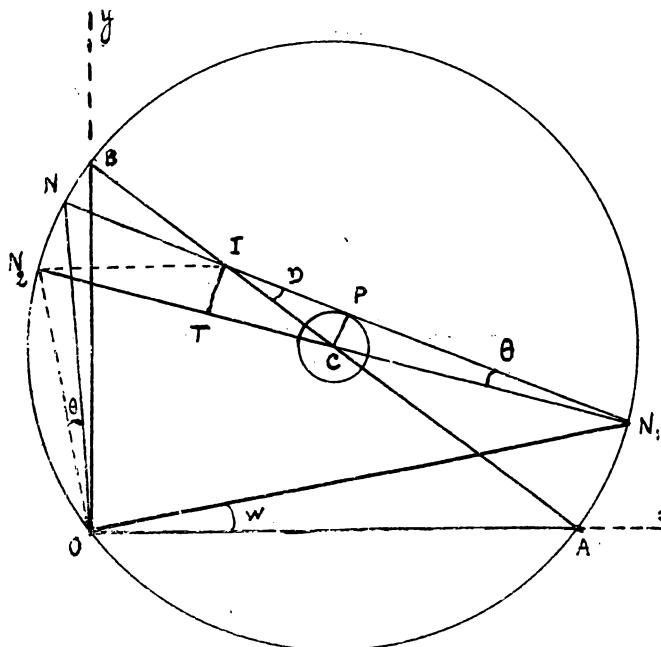
$$a = \frac{n_1 + n_2}{2} + \sqrt{\frac{(n_1 - n_2)^2 + 4t^2}{2}}$$

$$b = \frac{n_1 + n_2}{2} - \sqrt{\frac{(n_1 - n_2)^2 + 4t^2}{2}}$$

$$\operatorname{tg} 2w = \frac{\sin 2w}{\cos 2w} = \frac{2t}{n_1 - n_2} \quad \operatorname{tg} 2w' = -\operatorname{tg} 2w = \frac{2t}{n_2 - n_1}$$

$$\operatorname{tg} w = \frac{a - n_1}{t} = \frac{t}{a - n_2}.$$

§ 2: Représentation graphique pour le schéma du cercle.



Soit OAX la direction de la facette conjuguée de a ; la direction de a est OBY , \perp à OAX . Traçons AIB tel que $AI = a$ et $IB = b$. Soit AB comme diamètre, décrivons le cercle de centre C et de rayon $\frac{a+b}{2}$. Traçons l'angle $AON_1 = w$ et abaissons la \perp IT sur $N_2 ON_1$. On a : $\widehat{BCN_2} = 2w$. $N_1 T = N_1 C + CT = \frac{a+b}{2} + CI \cos \widehat{ICT} = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \cos 2w = n_1$

$$N_2 T = N_2 C - CT = \frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} \cos 2w = n_2$$

$$TI = \frac{a-b}{2} \sin 2w = t \quad \text{donc} \quad N_1 I = S_1 = \sqrt{t^2 + n_1^2}$$

$$N_2 I = S_2 = \sqrt{t^2 + n_2^2}$$

$$\widehat{IN_1 T} = \theta, \quad \widehat{IN_2 T} = \theta_2$$

Prolongeons $N_1 I$ jusqu'en N et tracons NO

$$\widehat{N O N_2} \cdot \widehat{I N_1 T} = \theta$$

Comme $N_2 O$ est normal à $N_1 O$, cela montre que NO est la direction de l'action conjuguée de ON_1 , et vice-versa. Donc ON et ON_1 sont deux directions conjuguées de l'ellipse des tensions. La corde NN_1 , joignant les extrémités de deux vecteurs conjugués ON et ON_1 , passe par I . Donc les vecteurs conjugués forment un faisceau en involution, I est le centre d'involution. Le point O est quelconque sur le cercle. Donc, les tensions sont deux à deux conjuguées (propriété connue - Elle correspond aux directions conjuguées des coniques directrices des tensions.), les actions conjuguées ont un même angle θ , appelé angle de glissement. L'angle θ est mesuré par l'angle compris entre la corde NN_1 et l'un ou l'autre des rayons issus de ses extrémités. Donc, la corde est tangente à un cercle de rayon $CP = \frac{a+b}{2} \sin \theta$.

$N_1 I$ représente S_1 , ou S'_1 , action conjuguée de ON_1 . Par réciprocité, NI représente S''_1 , action conjuguée de ON .

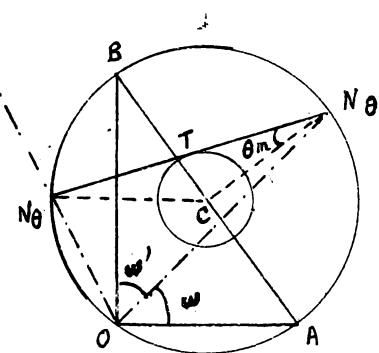
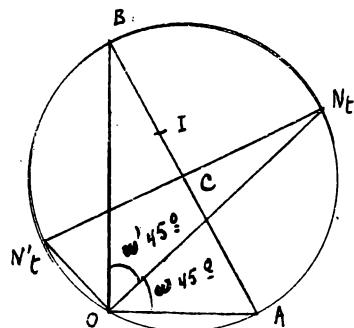
Donc

$$S'_1 \text{ et } S''_1 = (a+b) \cos \theta.$$

Si a et b sont de mêmes signes, I est à l'intérieur du cercle, sinon il est extérieur.

§3. Maxima de glissement.

Il possède un maximum correspondant à celui de TI , égal à CI . Donc le diamètre $N_t N'_t$ est \perp à AB et les 2 facettes de t_{\max} sont ON_t et ON'_t , telles que $\omega = \omega' = 45^\circ$.



$$\text{Donc } t_{\max} = CI = \frac{a-b}{2}$$

$$n_1 = n_2 = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Ag } \theta = \frac{a-b}{a+b}$$

L'angle de glissement maximum θ_m correspond au maximum de $CP = \sin \theta$, donc aux facettes conjuguées ON_θ et ON'_θ , telles que $CP = CI$.

$$N_\theta N'_\theta \text{ est } \perp \text{ à } AB$$

$$\text{Donc } \sin \theta_m = \frac{a-b}{a+b}$$

$$\text{On voit que } 2\omega' = \frac{\pi}{2} - \theta_m \quad \omega' = I \left(\frac{\pi}{4} - \theta_m \right) \quad \omega = \pm \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_m}{2} \right)$$

$$\text{L'action moléculaire correspondante est } S'_1 = S''_1 = N_\theta I = \frac{a+b}{2} \cos \theta_m$$

$N_0 N'_0$ est tangent à un cercle de rayon $\frac{a+b}{2} \sin \theta_m$, L à AB et les directions de glissement maximum font avec celles de α (tension principale maximum) des angles égaux à $\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_m}{2}$. Si l'équilibre interne du milieu est conditionné par le glissement simple et que φ est l'angle de glissement interne, de la matière sur elle-même, la condition d'équilibre interne est: $\theta_m \geq \varphi$. Les facettes pour lesquelles $\theta_m = \varphi$ s'appellent directions de rupture.

§4. Expressions d'une action conjuguée quelconque en fonction de divers facteurs.

$$1) \quad N_I = \delta = \sqrt{t^2 + n^2} = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2} \cos 2\omega\right)^2 + (a-b)^2 \sin^2 2\omega}$$

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2+b^2) \pm 2(a^2-b^2) \cos 2\omega}$$

$$2) \quad \frac{IN_1}{CI} = \frac{\widehat{\sin BCN_2}}{\sin \theta}$$

$$s = \frac{a+b}{2} \frac{\sin \theta_m}{\sin \theta} \sin \widehat{BCN_2} = \frac{a+b}{2} \frac{\sin \theta_m}{\sin \theta} \sin 2\omega$$

$$= \frac{a+b}{2} \frac{\sin 2\omega}{\sin \eta}$$

en posant $\sin \eta = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_m}$

$$3) \quad \delta' = N_I P + PI = \frac{a+b}{2} \cos \theta + \frac{a+b}{2} \sin \theta_m \cos \widehat{N_I IC}$$

$$= \frac{a+b}{2} (\cos \theta + \sin \theta_m \cos \widehat{N_I IC})$$

$$\frac{CI}{N_I C} = \frac{(a+b) \sin \theta_m}{a+b} = \frac{\sin \theta}{\sin N_I A} \quad \text{donc} \quad \sin N_I C = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_m} = \sin \eta$$

$$\delta' = \frac{a+b}{2} (\cos \theta + \sin \theta_m \cos \eta)$$

$$\delta'' = \frac{a+b}{2} (\cos \theta - \sin \theta_m \cos \eta)$$

$$4) \quad \delta = N_I P + PI = \frac{a+b}{2} \cos \theta + \sqrt{\left(\frac{a+b}{2} \sin \theta_m\right)^2 - \left(\frac{a+b}{2} \sin \theta\right)^2}$$

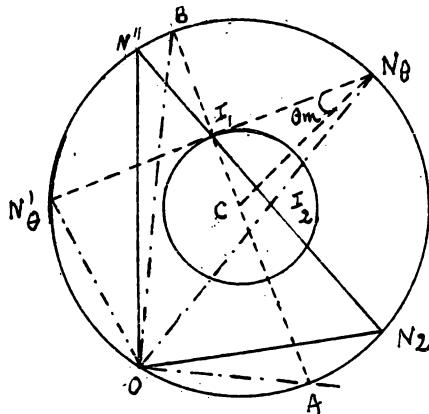
$$\delta = \frac{a+b}{2} \left(\cos \theta + \sqrt{\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta} \right) = \frac{a+b}{2} \left(\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m} \right)$$

De même $\delta''' = \frac{a+b}{2} \left(\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m} \right)$

Donc $\frac{\delta'}{\delta''} = \frac{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m}}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m}} = F(\theta, \theta_m) = \frac{1}{f(\theta, \theta_m)}$

§5 Problème. Connaissant 2 directions conjuguées et θ_m , construire le cercle.

On trace 2 cercles concentriques de rayon 1 et $\sin \theta_m$. Par un point O pris sur le premier cercle, on trace 2 directions conjuguées ON' et ON'' . On joint $N'N''$ qui coupe le second cercle en 2 points I_1 et I_2 , il y a 2 centres d'involution.



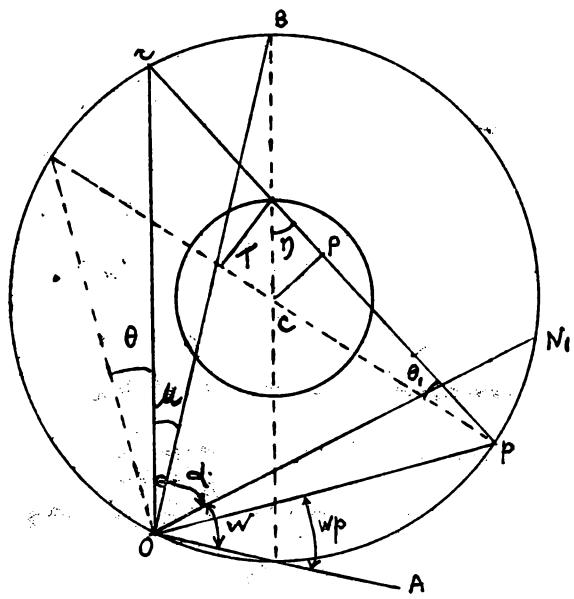
On emploie I_1 , lorsque $s' > s''$

On emploie I_2 , lorsque $s'' > s'$

Comme s' et s'' sont connus, l'échelle du schéma est déterminée.

On détermine aisément les directions de glissement maximum ainsi que les directions principales.

§6. Connaissant deux directions conjuguées p et r , déterminer algébriquement les autres éléments de la sollicitation.



Tous les déduirons du tracé précédent.

Appelons $pI = p$ et $rI = r$, ce qui détermine le point I sur la corde pr .

$$\text{On a } \sin \gamma = (\sin pIC) = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_m}$$

la valeur maximum de $\sin \gamma$ étant 1, on voit que θ est la plus petite valeur possible de θ_m . On a :

$$\sin \theta_m = \frac{a-b}{a+b} \text{ donc } \sin \gamma = \frac{a+b}{a-b} \sin \theta$$

$$\text{On a } p+r = (a+b) \cos \theta$$

$$\frac{(a-b)^2}{2} = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + p^2 - 2p \left(\frac{a+b}{2}\right) \cos \theta$$

Donc

$$a+b = \frac{p+r}{\cos \theta}$$

$$ab = pr$$

$$a-b = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{p+r}{2 \cos \theta} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}$$

$$\sin \gamma = \frac{(p+r) \sin \theta}{\sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}}$$

$$\sin \theta_m = \frac{\sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}}{p+r} \cos \theta$$

Considérons une facette ON₁ inclinée de ω sur OA., on a

$$n_{11} = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \cos 2\omega = \frac{p+r}{2 \cos \theta} + \frac{-\cos 2\omega}{2} \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}$$

$$t_{11} = \frac{a-b}{2} \sin 2\omega = \frac{\sin 2\omega}{2} \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}$$

$$\text{Donc } \operatorname{tg} \theta_{11} = \frac{t_{11}}{n_{11}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \sin 2\omega}{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right) + \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \cos 2\omega}$$

Pour $w = w_p$, $\theta_1 = \theta$, donc :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr \sin^2 w_p}}{\frac{p+r}{\cos \theta} + \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \cos^2 w_p}$$

Donc :

$$(p+r) \frac{\sin \theta_m}{\cos \theta} = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} = (\text{CI})$$

$$(p+r) \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta} + \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \operatorname{tg} \theta \cos 2w_p = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \sin^2 2w_p$$

$$(p+r) \operatorname{tg} \theta = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \sin(2w_p - \theta) (= \text{CP})$$

$$\text{On a aussi } t = p \sin \theta = \frac{a-b}{2} \sin 2w_p = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \sin 2w_p \approx (\text{IT})$$

D'autre part

$$2w_p = \gamma + \theta$$

$$2w_p - \theta = \gamma$$

$$w_p = \frac{\gamma + \theta}{2} \quad \mu = \frac{\gamma + \theta}{2} - \theta = \frac{\gamma - \theta}{2}$$

appelons α l'angle \widehat{ZON} , $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta + w_p - \nu$.

$$w = \frac{\pi}{2} - \theta + w_p - \alpha. \quad \text{ou} \quad w = \frac{\pi}{2} + \frac{\gamma - \theta}{2} - \alpha.$$

on peut en déduire n , t , et $\operatorname{tg} \theta$ en fonction de p , θ et θ_m et α .

Pour une valeur donnée quelconque de θ_1 , on a $\sin \gamma_1 = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_m}$, ce qui détermine la corde ; elle est d'ailleurs tangente au cercle de rayon $r \sin \theta$,

$$\text{on a : } \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + s^2 - 2 \frac{a+b}{2} s \cos \theta,$$

$$\theta = ab + s^2 - (a+b)s \cos \theta,$$

$$s = \frac{a+b}{2} \cos \theta, \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{a+b}{2} \cos \theta\right)^2 - ab}$$

$$s = \frac{p+r}{2} \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{p+r}{2} \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}$$

selon les cas $s = p f(\theta, \theta_m)$

$$\text{ou } s = p F(\theta, \theta_m)$$

Les constructions et formules précédentes sont tout à fait générales et résolvent complètement le problème. Notamment, pour une facette L si or, il suffit de faire :

$$w = w_p - \theta = \mu = \frac{\gamma - \theta}{2}$$

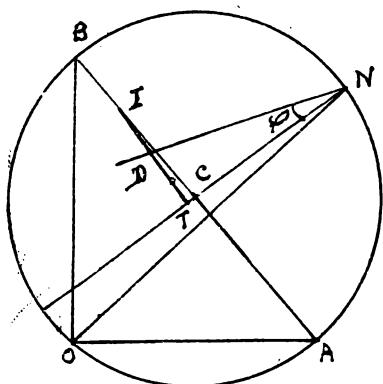
$$n^2 = \frac{p+r}{2 \cos \theta} + \frac{\cos(\gamma - \theta)}{2} \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr}$$

$$t = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \quad \frac{\sin(\gamma - \theta)}{2}$$

Pour la facette OR $n_1 = \frac{t}{\operatorname{tg} \theta} = \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos \theta}\right)^2 - 4pr} \frac{\sin(\gamma-\theta)}{2 \operatorname{tg} \theta}$

§7. Glissement effectif. (Maurice Levy).

Soit φ le coefficient de frottement interne du milieu considéré, c'est-à-dire de la matière sur elle-même. Pour une facette élémentaire donnée, on appelle glissement effectif la quantité $(t - ntg \varphi)$. C'est une grandeur scalaire ; elle n'a de signification que lorsqu'elle est positive. En un point, elle varie suivant les facettes et elle a nécessairement des valeurs négatives, notamment pour $n = a$ et $n = b$, puisque alors $t = 0$.



Si $(t - ntg \varphi)$ a des valeurs positives, il faut que cette grandeur s'annule 2 fois entre $n = a$ et $n = b$. Graphiquement, $(t - ntg \varphi)$ est représentée par le segment ID intercepté sur la $\perp IT$ au diamètre CN, ON étant la direction de la facette considérée. En effet $TN = n$, $IT = t$, $DT = ntg \varphi$, $ID = IT - DT = t - ntg \varphi$. Si $t - ntg \varphi = 0$, D est en I et $\widehat{NIC} = \varphi$.

Donc les points N_0 et N'_0 pour lesquels $IC = t - ntg \varphi$ s'annule sont sur les segments capables de l'angle φ tracés sur IC. C'est un cercle de centre C' , sur la médiane de IC et de rayon $C'C = \frac{a-b}{ntg \varphi}$. Il coupe le cercle de base en 2 points N_0 et N'_0 . Dans les facettes ON_0 et ON'_0 , le glissement effectif est nul. Il y a évidemment 2 facettes symétriques par rapport à AB jouissant de la même propriété.

$t - ntg \varphi$ est > 0 dans l'angle $N_0 ON'_0$ et son symétrique, il est négatif en dehors.

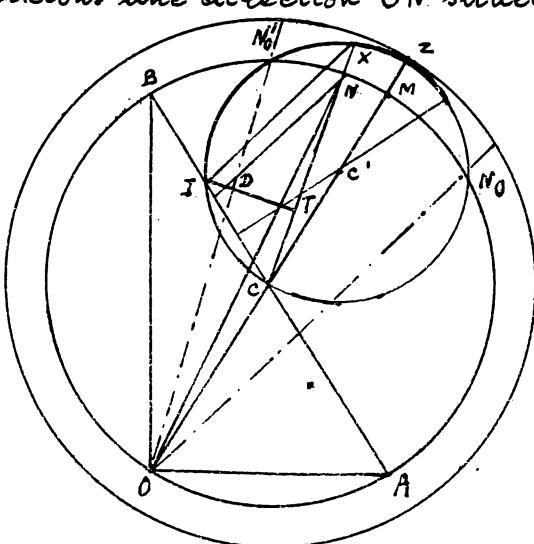
Considérons une direction ON située dans l'angle $N_0 ON'_0$ de rayon CN coupe le

segment capable en X. On a donc $IXC = \varphi$, donc IX est // à ND. Donc :

$$\frac{ID}{DT} = \frac{XN}{NT} \quad \text{ou} \quad \frac{t - ntg \varphi}{ntg \varphi} = \frac{XN}{n}$$

$$t - ntg \varphi = XN \operatorname{tg} \varphi$$

Donc le croissant $N'_0 Z N_0 M$ est le parallogramme de $(t - ntg \varphi)$, dont les valeurs sont représentées par les segments tels que NX, issus du centre C et



multiples par $\operatorname{tg}\varphi$. (Propriété nouvelle inédite).

Le maximum de $(t - n\operatorname{tg}\varphi)$ correspond à celui de XN , c'est MZ , suivant CC' . La facette correspondante est OM , qui fait avec OB l'angle $\widehat{BOM} = \frac{\widehat{BCM}}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. $(t - n\operatorname{tg}\varphi)_{\max} = MZ \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi \left(\frac{a-b}{2 \sin \varphi} - \frac{a+b}{2} \right) = \frac{a-b}{2 \cos \varphi} - \frac{a+b}{2} \operatorname{tg}\varphi$

Le second cercle est tangent en Z à un cercle concentrique au 1^{er} de rayon $\frac{a-b}{2 \sin \varphi} = \frac{a+b}{2} + \left(\frac{t - n\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} \right)_{\max}$, extérieur au 1^{er} dans le cas de la figure. Si l'équilibre interne du milieu est conditionné par le glissement effectif C , la condition d'équilibre est : $(t - n\operatorname{tg}\varphi)_{\max} \leq C$.

Si $(t - n\operatorname{tg}\varphi)_{\max} = -C$, la facette AM correspondante est la direction de rupture. Il en existe une seconde, symétrique par rapport à OB . Elles font avec OB , direction de a , des angles égaux à $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. Si le point matériel est sur une surface libre, a est tangent à cette surface. Donc les directions de rupture font un angle $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ avec les surfaces libres.

Cas particulier. Il se peut que le 3^e cercle soit intérieur au 1^{er}, toutes les valeurs de $(t - n\operatorname{tg}\varphi)$ sont négatives.

Comme cas particulier, il se confond avec le 1^{er} alors :

$$\frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2 \sin \varphi} \quad \sin \varphi = \frac{a-b}{a+b} = \sin \theta_m.$$

et $(t - n\operatorname{tg}\varphi)_{\max} = 0$. Si a et b sont de signes contraires, I est à l'extérieur du premier cercle et $\frac{a-b}{2 \sin \varphi} > \frac{a+b}{2}$, il y a nécessairement des valeurs positives de $t - n\operatorname{tg}\varphi$.

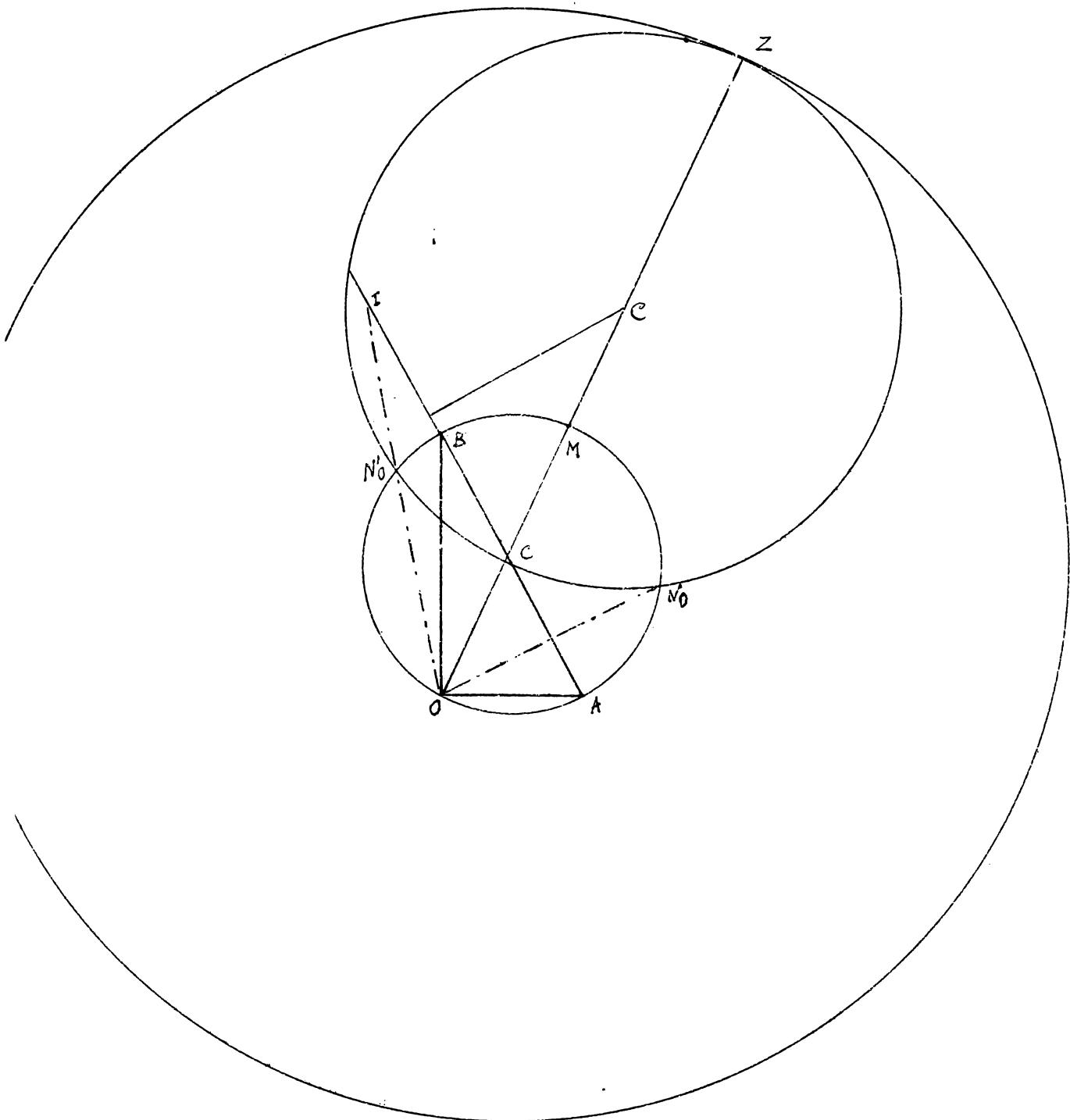
L'allure du diagramme est donnée par la figure page 11.

§ 8. Diagramme du glissement effectif en fonction de 2 actions conjuguées quelconques
On connaît p , r et θ . Ainsi que nous l'avons vu précédemment, ces données suffisent pour que le diagramme soit complètement déterminé et l'on peut connaître a et b .

$$\text{Dès lors } (t - n\operatorname{tg}\varphi)_{\max} = \frac{a-b}{2 \cos \varphi} - \frac{a+b}{2} \operatorname{tg}\varphi = \sqrt{\frac{(p+r)^2 - 4pr}{2 \cos \varphi}} - \frac{p+r}{2 \cos \varphi} \operatorname{tg}\varphi$$

Donc, aussi bien algébriquement que graphiquement, le problème est résolu. En fait, ce n'est généralement pas sous cette forme que se présente le problème. Il s'agit le plus souvent d'exprimer la condition que $(t - n\operatorname{tg}\varphi)_{\max} \leq C$.

C étant la limite de sécurité du glissement effectif appelé souvent cohésion.



à la limite donc $c = \frac{\sqrt{(\frac{p+r}{\cos \theta})^2 - 4pr}}{2 \cos \varphi} - \frac{p+r}{2 \cos \theta} \operatorname{tg} \varphi$.

d'où $2c \cos \theta \cos \varphi = \sqrt{(\frac{p+r}{\cos \theta})^2 - 4pr} \cos \theta - (p+r) \sin \varphi$
 $= \sqrt{(p+r)^2 - 4pr \cos^2 \theta} - (p+r) \sin \varphi$

$$(2c \cos \theta \cos \varphi + (p+r) \sin \varphi)^2 = (p+r)^2 - 4pr \cos^2 \theta$$

$$4c^2 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi + 4c \cos \theta \cos \varphi \sin \varphi (p+r) + (p+r)^2 \sin^2 \varphi = (p+r)^2 - 4pr \cos^2 \theta$$

$$(p+r)^2 \cos^2 \varphi - 4pr \cos^2 \theta - 4c \cos \theta \cos \varphi \sin \varphi - 4c \cos \theta \cos \varphi (c \cos \theta \cos \varphi + p \sin \varphi) = 0$$

ce qui s'écrit plus simplement : $r^2 - 2Ar + B = 0$

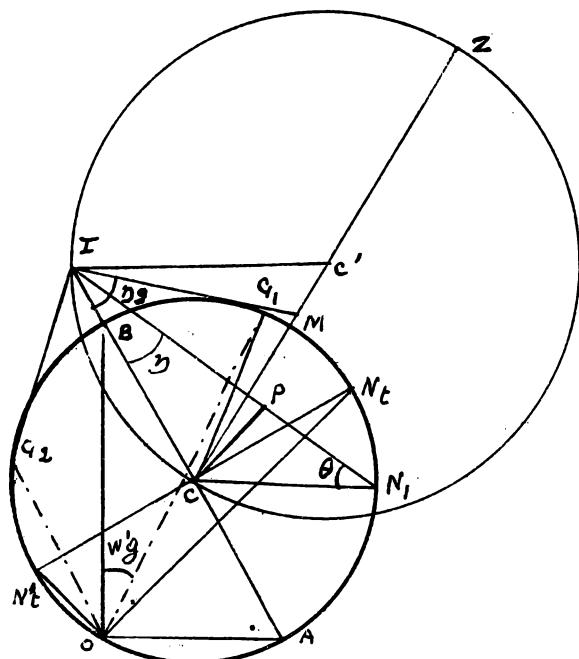
$$r = A \pm \sqrt{A^2 - B}$$

$$A = 2C \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + 2p \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \varphi} - p$$

$$B = p^2 - 4C \frac{\cos \theta}{\cos \varphi} \left(C \cos \theta \cos \varphi + p \sin \varphi \right)$$

Il y a donc 2 états d'équilibre limite, caractérisés pour une même valeur de p par 2 valeurs différentes r_1 et r_2 de r . Ces valeurs peuvent être de même signe, égales, de signes contraires, nulles ou infinies selon les valeurs de A et B . Nous en ferons la discussion ultérieurement à propos de l'équilibre des massifs de terres cohérentes.

§ 9. Cas où il existe des tensions de signes contraires.



Donc $b < 0$ et le point I est en dehors du cercle. Donc toutes les tensions conjuguées sont deux à deux de signes contraires.

Nous avons précédemment indiqué la forme du diagramme du cercle et du diagramme des glissements effectifs, qui deviennent très importants. Les valeurs maxima des tensions de glissement se produisent, suivant la règle générale, dans les facettes nor-

=males inclinées à 45° sur les directions principales et $t_{\max} = \frac{a-b}{2}$.

Remarquons que l'expression $\sin \theta_M = \frac{a-b}{a+b}$ est en défaut, car elle est > 1 .

θ_M si une valeur indépendante de a et b , égale à $\frac{\pi}{2}$ est correspondante aux directions de pur glissement, OG_1 et OG_2 symétriques par rapport à OB est correspondant aux tangentes issues de I au cercle de base.

Les tensions correspondantes sont $\operatorname{tg} \theta_M = IG_1 = \sqrt{IA \times IB} = \sqrt{ab} = \sqrt{pr}$.

Elles sont inclinées sur a d'un angle $w'g = \frac{G_1 CI}{2}$

$$\cos G_1 CI = \frac{CG_1}{CI} = \frac{a+b}{a-b} .$$

$$\text{donc } \cos w'g = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{a+b}{a-b} \right)} = \sqrt{\frac{a}{a-b}}$$

$$\sin w'g = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{a+b}{a-b} \right)} = \sqrt{\frac{-b}{a-b}}$$

$$\operatorname{tg} w'g = \sqrt{-\frac{b}{a}}$$

Ces relations angulaires peuvent s'exprimer en fonction de p et r

$$\operatorname{tg} \alpha' g = \sqrt{-\frac{\frac{2(p+r)}{\cos \theta} - \sqrt{(\frac{p+r}{\cos \theta})^2 - 4pr}}{\frac{2(p+r)}{\cos \theta} + \sqrt{(\frac{p+r}{\cos \theta})^2 - 4pr}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{(\frac{p+r}{\cos \theta})^2 - 4pr} - 2 \frac{p+r}{\cos \theta}}{\sqrt{(\frac{p+r}{\cos \theta})^2 - 4pr} + 2 \frac{p+r}{\cos \theta}}}$$

$$\text{on a } \sin \gamma = \frac{cp}{ci} = \frac{\frac{a+b}{2} \sin \theta}{\frac{a-b}{2}} = \frac{a+b}{a-b} \sin \theta = \sin \theta \cos 2 \alpha' g$$

Cette expression de $\sin \gamma$ remplace celle $\frac{\sin \theta}{\sin \theta_m}$ qui a été établie lorsque a et b sont de signes identiques.

Sous réserve de ces modifications, les problèmes de sollicitation plane se résolvent par le diagramme du cercle de la même manière que a et b soient de mêmes signes ou non.

Chapitre II

Étude de l'équilibre des massifs de terre sans cohésion -

§1 Equilibre d'un massif infini limité par une surface libre plane.

Un massif de terre dénué de cohésion est caractérisé, au point de vue de son équilibre interne, par l'angle de frottement interne φ . La condition d'équilibre est que $\theta_m \leq \varphi$ dans toute l'étendue du massif. dès que θ_m dépasse φ , il y a rupture d'équilibre. Ces massifs ne supportent aucune extension, ils résistent à la compression dans les limites où la condition d'équilibre énoncée ci-dessus est satisfaitte, et que nous déterminerons dans la suite.

Un massif pesant infini, limité par une surface libre plane satisfait rigoureusement à la condition de sollicitation plane si cette surface libre est horizontale ; car toutes les sections verticales du milieu sont identiques.

Si la surface libre est déclive, il n'en est plus de même. Par raison de symétrie, les plans verticaux renfermant les lignes de plus grande pente, tous identiques, sont des plans principaux des ellipsoïdes d'élasticité contenant les tensions principales extrêmes.

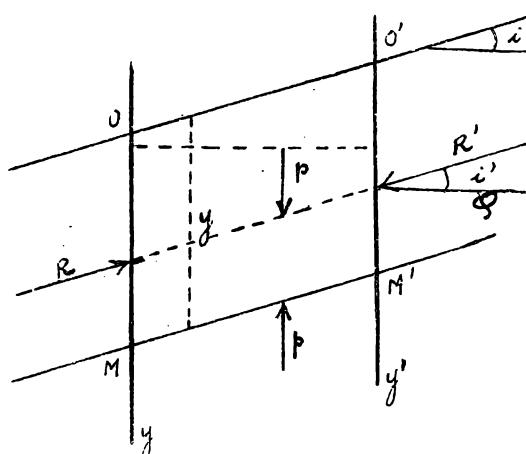
Ce sont aussi des plans principaux des quadriques directrices des tensions,

donc, dans ces plans, on peut appliquer les propriétés de la sollicitation plane, bien que la sollicitation du massif ne soit pas plane. En d'autres termes, toutes les facettes conjuguées des tensions contenues dans le plan de symétrie sont normales à ce plan.

Par extension, on agira également de même dans toutes les sections verticales, mais il importe de se rendre compte que l'on commet ainsi des erreurs, sauf dans les plans définis précédemment, contenant les lignes de plus grande pente, et dans les plans verticaux contenant les lignes de niveau de la surface libre plane.

Tous les plans verticaux parallèles étant identiques, si nous considérons une tranche d'épaisseur quelconque du milieu, limitée par deux tels plans, les actions sur ces plans s'équilibreront et nous n'avons qu'à considérer les actions internes dans le plan vertical considéré, satisfaisant à la théorie de la sollicitation plane.

Appelons i l'angle de la surface libre sur l'horizon dans la section verticale considérée. Envisageons un prisme de terre limité par deux surfaces verticales distantes de x , par la surface libre et une face parallèle à celle-ci, à distance verticale y sous le sol. Les 2 faces verticales, de traces Oy et $O'y'$, sont évidemment identiques au point de vue des actions internes ; rien ne permet de les différencier dans le milieu infini homogène. Donc les actions R et R' qu'elles subissent s'équilibreront. Il en résulte que les actions internes sur la face MM' // à la surface libre sont verticales. Donc, les directions de la



$O'y'$, sont évidemment identiques au point de vue des actions internes ; rien ne permet de les différencier dans le milieu infini homogène. Donc les actions R et R' qu'elles subissent s'équilibreront. Il en résulte que les actions internes sur la face MM' // à la surface libre sont verticales. Donc, les directions de la

surface libre et de la verticale sont conjuguées et les actions internes sur les faces verticales telles que OM sont // à la surface libre.

On donne à f le nom de charge.

En appelant Δ le poids spécifique du terrain, on a :

$$\frac{px}{\cos i} = \Delta xy$$

$$\text{donc } f = \Delta y \cos i.$$

l'angle de glissement des 2 directions conjuguées est i .

La pression conjuguée de la verticale r peut se décomposer en une action tangentielle t et une action normale horizontale q , que l'on appelle poussée. On a $q = r \cos i$.

Une direction telle que MM' conjuguée de la verticale s'appelle ligne de charge. Dans un massif infini à surface libre plane; les lignes de charge sont donc des // à cette surface, dans toute l'étendue du massif. Puisque p et r sont des tensions conjuguées, elles satisfont donc au diagramme du cercle et aux relations

$$\frac{r}{p} = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \theta_m}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \theta_m}} = f(i, \theta_m) \quad \text{si } r < p$$

$$\text{ou } \frac{r}{p} = \frac{1}{f(i, \theta_m)} = F(i, \theta_m) \quad \text{si } r > p$$

Comme $q = r \cos i$, on aurait donc :

$$\text{dans le premier cas} \quad q = p \cos i f(i, \theta_m) = \Delta y \cos i f(i, \theta_m)$$

$$\text{dans le second cas} \quad q = \Delta y \cos i F(i, \theta_m)$$

Tous les éléments de la question et le diagramme du cercle sont donc déterminés si l'on connaît θ_m .

§ 2 - Équilibre limite ou strict du massif

Nous avons indiqué que la condition d'équilibre du massif est $\theta_m \leq \varphi$. L'angle φ est appelé angle de frottement, de rupture ou de talus naturel. Il varie avec la nature des terres et, comme nous le montrerons plus loin, il est assez incertain. Cela provient notamment de ce que les terres sont rarement dépourvues de toute cohésion. La cohésion est très variable pour une même terre d'après diverses circonstances, notamment l'humidité.

D'après ce que le fait observer H. Risal, les valeurs usuelles de φ pour certaines terres, notamment les terres argileuses, sont supérieures aux angles de frottement proprement dit et tiennent compte de la cohésion.

φ est nul pour les liquides; il est très petit et inférieur à 15° pour les terres fluentes : vase, argiles molles. Les terres pulvérulentes non argileuses : graviers, éboulis, sables etc., qui présentent le moins de cohésion, donnent les valeurs les plus sûres de φ ; en moyenne 35° , d'où $\Delta y \varphi = \frac{2}{3}$. Pour les terres très consistantes (argile sèche), on peut envisager $\varphi = 45^\circ$.

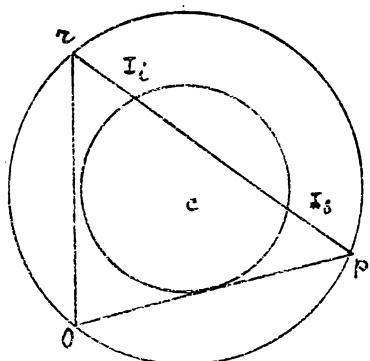
et $\operatorname{tg} \varphi = 1$. Pour les terres peu consistantes, très fixes ou mouillées, on peut admettre $\varphi = 25^\circ$ et $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}$.

Dans un massif de terre pulvérulente en équilibre, θ_m est donc partout compris entre $\pm \varphi$. Si $\theta_m = \pm \varphi$, au point considéré, le massif est en état d'équilibre strict ou limite et sur le point de se rompre par glissement suivant des directions de glissement que l'on appelle directions de rupture.

Il est généralement impossible de définir l'état d'équilibre interne réel d'un massif. Pour vérifier sa stabilité, selon un usage fréquent de la résistance des matériaux, on vérifie si l'état d'équilibre strict de ce massif est compatible avec les conditions extérieures ou bien, on détermine ces conditions extérieures en vue d'assurer au moins l'équilibre strict.

Dans cette étude, on suppose donc l'équilibre strict réalisé dans toute l'étendue du plan. En chaque point il y a 2 directions de rupture. Les enveloppes de ces directions constituent les lignes de rupture et constituent 2 familles de courbes faisant entre elles l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$. Ces surfaces de rupture sont des cylindres ayant les courbes pour directrices et des génératrices normales au plan de symétrie.

Toutes les formules antérieurement établies sont applicables, il suffit de substituer φ à θ_m . Il y a donc deux états d'équilibre limite. L'un correspondant à la poussée minimum est l'équilibre limite inférieur $r' = \frac{q'}{\cos i} < p$, $q' = \Delta y \cos^2 i f(i, \varphi)$ l'autre, ou équilibre limite supérieur, correspond à la poussée maximum $r'' = \frac{q''}{\cos i} > p$, $q'' = \Delta y \cos^2 i F(i, \varphi)$.

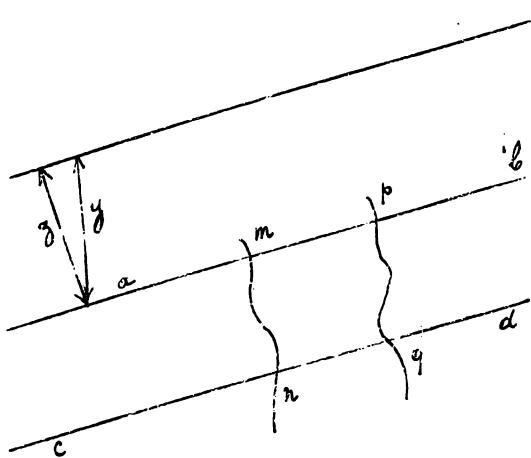


Puisque i et φ sont constants pour le massif indefinitely homogène à surface libre plane, les poussées élémentaires sont proportionnelles à y . Dans le diagramme du cercle, cette distinction correspond aux 2 centres d'involutions.

I_i et I_s obtenus par l'intersection de la corde pc et du cercle de rayon $\sin \varphi$.

Il existe dans le plan un faisceau de lignes de charge, // à la surface libre, dont les directions sont, en tous points, conjuguées de la verticale.

calc. Considérons un prisme normal au plan de symétrie, de hauteur égale à l'unité et dont la base est une surface délimitée par 2 lignes de charge ab et cd et deux lignes quelconques mn et pq. Comme ab et cd ne subissent, par définition, que des actions verticales, les résultantes des actions horizontales agissant sur mn et pq doivent être en équilibre, puisque le poids est également vertical.



Cette résultante horizontale, constante entre deux lignes de charge, s'appelle poussée.

Il y a analogie entre cette poussée et un flux de force, constant dans l'intérieur d'un tube de force. La surface libre étant une ligne de charge, la poussée est constante entre la surface libre et une ligne de charge quelconque. Si y est sa distance verticale à la surface libre, cette poussée a pour expression :

$$Q' = \frac{\Delta y^2}{2} \cos^2 i f(i, \varphi) \text{ en cas d'équilibre limite inférieur.}$$

$$Q'' = \frac{\Delta y^2}{2} \cos^2 i F(i, \varphi) \quad " \quad " \quad " \quad \text{supérieur}$$

Si z désigne la distance normale de la ligne de charge à la surface libre plane ou a , dans l'un ou dans l'autre cas,

$$Q' = \frac{\Delta z^2}{2} f(i, \varphi) \quad \text{ou} \quad Q'' = \frac{\Delta z^2}{2} F(i, \varphi).$$

Donc, en conclusion, dans un massif infini à surface libre plane, en cas d'équilibre limite, les poussées élémentaires sont proportionnelles à la profondeur verticale ou, encore, à la distance normale à la surface libre. Les lignes de charge sont toutes parallèles à la surface libre. Entre la surface libre et une ligne de charge, la résultante de la poussée est constante et passe par le tiers inférieur de la profondeur verticale.

S'après ce que nous avons dit dans le chapitre précédent, en état d'équilibre, i a pour limite supérieure φ . Donc l'inclinaison de la surface libre ne peut dépasser φ , les terres déversées librement à l'état ébouléux s'étalent suivant un talus d'angle φ ; c'est pourquoi on l'appelle angle de talus naturel.

Si l'état d'équilibre étant le même dans toute l'étendue du massif, les directions de rupture sont constantes et les lignes de rupture sont des droites, faisant entre elles l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$.

De la constance de la poussée entre 2 lignes de charge, on peut déduire une représentation figurée de l'état de contrainte du milieu. Il consiste à considérer les lignes de charge telles que, par définition, la poussée entre deux lignes successives soit égale à $\frac{\Delta}{2}$ ou Δ . Donc les lignes de charges pour un même état d'équilibre, se rapprocheront à mesure que l'on s'éloigne de la surface libre. Si l'on compare des états d'équilibre différents, les lignes de charge seront d'autant plus rapprochées que les poussées sont plus fortes.

La distance à la surface libre de la première ligne de charge, que M. Risal appelle ligne de poussée, caractérise complètement l'état d'équilibre.

Pour l'équilibre limite supérieur $\frac{\Delta}{2} = \frac{\Delta}{2} \cos^2 i f(i, \varphi) y^2$

$$\text{Donc } y'_i = \frac{1}{\cos i \sqrt{f(i, \varphi)}} = \frac{1}{\cos i} \sqrt{f(i, \varphi)} \quad \text{ou } z'_i = \sqrt{f(i, \varphi)}.$$

Pour l'équilibre limite supérieur $y''_i = \frac{1}{\cos i} \sqrt{f(i, \varphi)}$ ou $z''_i = \sqrt{f(i, \varphi)}$

à un niveau quelconque $\varphi = \Delta \frac{y^2}{y_i^2} = \Delta \frac{z^2}{z_i^2}$.

§ 3. Discussion des formules précédentes - Valeurs limite de la poussée.

Si $i = \varphi$, c'est à dire que le massif et l'inclinaison du talus naturel les deux états d'équilibre limite se confondent et $y'_i = y''_i = \frac{1}{\cos \varphi}$.

Les deux directions de rupture sont la verticale et la ligne de charge même

$$p = \Delta y \cos \varphi \quad q = \Delta y \cos^2 \varphi.$$

Si le terrain est horizontal, $i = 0$; p et q sont \perp et sont donc les actions principales; les deux directions de rupture sont symétriques et inclinées de $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ sur la verticale en équilibre limite inférieur et de $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ en équilibre limite supérieur.

En équilibre limite inférieur $p = a = \Delta y$, $q = b = \Delta y \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \Delta y \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$

En équilibre limite supérieur $p = b = \Delta y$, $q = a = \Delta y \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \Delta y \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

Si a est différent de zéro et de φ , pour une ligne de charge déterminée, le

rapport des deux poussées limites est

$$\frac{f(i, \varphi)}{F(i, \varphi)}$$

ou

$$\frac{\varphi'}{\varphi''} = \left(\frac{-\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi}} \right)^2$$

ce rapport est 1 pour $i = \varphi$; il n'y a donc qu'un seul état d'équilibre possible et il est nécessairement instable. On voit et à mesure que i diminue, le rapport s'abaisse et le terrain est en équilibre stable; des états d'équilibre intermédiaire sont possibles, pour lesquels θ_m est compris entre i et φ . Le minimum de $\frac{\varphi'}{\varphi''}$, correspondant au maximum de stabilité, correspond à $i = 0$, il peut y avoir des états d'équilibre intermédiaire pour lesquels θ_m varie de 0 à φ .

Si $\varphi = 0$, $i = 0$, il n'y a qu'un seul état d'équilibre possible à surface libre horizontale; c'est le cas des liquides parfaits et

$$\varphi = \frac{\Delta y^2}{2}$$

obéit à la loi hydrostatique.

On voit et à mesure que φ croît, pour une inclinaison i donnée, φ' diminue et φ'' augmente, et la moyenne géométrique $\sqrt{\varphi' \varphi''}$ est toujours égale à la pression hydrostatique d'un liquide de même densité multipliée par $\cos^2 i$

$$\text{En effet } \varphi' \varphi'' = \Delta^2 \frac{y^4}{4} \cos^4 i F(i, \varphi) f(i, \varphi) = \Delta^2 \frac{y^4}{4} \cos^4 i$$

$$\text{d'où } \sqrt{\varphi' \varphi''} = \frac{\Delta y^2}{2} \cos^2 i$$

Théoriquement, la poussée minimum φ' ne peut s'annuler que pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$, alors $\varphi'' = \infty$. Mais il n'existe pas de corps peu cohérents pour lesquels φ dépasse 50°; au delà de cette valeur on a affaire à des solides cohérents et compacts auxquels les calculs précédents ne s'appliquent pas, mais bien les théories de la résistance des matériaux résistant à l'extension.

§4. Rupture d'équilibre.

Un massif indéfini de terre en équilibre reste dans cet état si aucune circonstance extérieure ne vient le modifier. Encore l'effet de cette circonstance est-il local. Si il y a rupture, c'est-à-dire éboulement, un nouvel état d'équilibre se crée, correspondant à une modification des liques de charge dans la partie voisine de la perturbation. à une distance

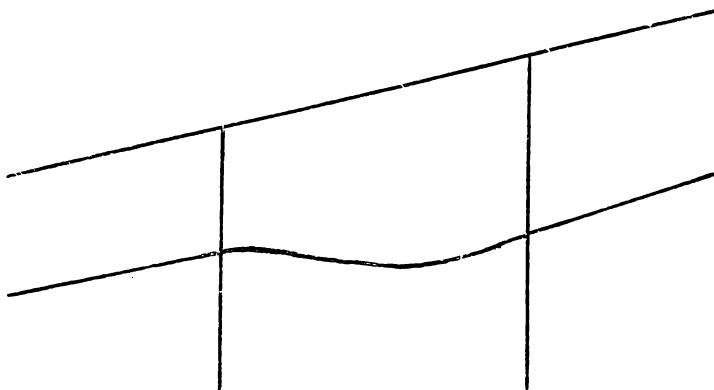
suffisante, que nous définirons plus loin, l'équilibre interne antérieur n'est pas trouble et les nouvelles lignes de charge, enveloppes des directions conséquentes de la verticale, se raccordent avec les anciennes.

Il n'est généralement pas possible de connaître l'état d'équilibre exact d'un massif indéfini ; qui serait défini par exemple par la ligne de poussée. On peut dire simplement que cette ligne de poussée si elle existe est comprise entre celles qui correspondent aux équilibres limites inférieur et supérieur. Si pour une raison quelconque, l'une ou l'autre est atteinte, il y a équilibre strict ; immédiatement au-delà, il y a rupture.

Remarquons que la ligne de poussée s'abaisse quand la poussée — donc aussi la charge — diminue et inversement quand la poussée — ou la charge — augmente.

Comment peut se produire la rupture d'équilibre à la limite inférieure ; par réduction de la poussée en dessous d'un minimum, c'est-à-dire par manque d'appui des terres. Ce sera le cas d'un massif soutenu par un mur de soutènement vertical qui viendrait à se dérober. Ce mur exerce sur la face terminale verticale du massif la poussée nécessaire pour le maintien de l'équilibre ; sans cette poussée, les terres ne peuvent se tenir

sous la verticale. Si le mur se dérobe, la poussée disparaît et par insuffisance de poussée, le massif se rompt par glissement en descendant sur un de ses plans de rupture. La rupture d'équilibre à la limite supérieure se produit au contraire par excès de poussée, par exemple dans le cas où la poussée d'un arc sur sa calée dépasse la résistance du remblai auquel elle s'adosse ; les terres sont repoussées et le massif se soulève en glissant sur un plan de rupture.



au contraire par excès de poussée, par exemple dans le cas où la poussée d'un arc sur sa calée dépasse la résistance du remblai auquel elle s'adosse ; les terres sont repoussées et le massif se soulève en glissant sur un plan de rupture.

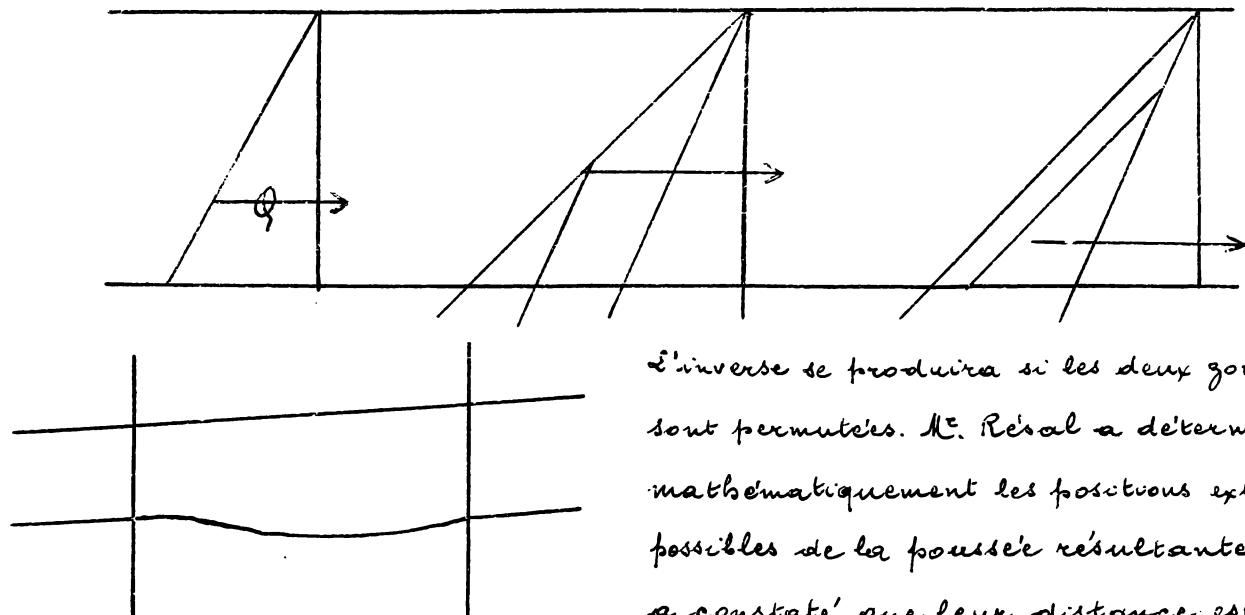
§ 5. États d'équilibre intermédiaires.

Un massif indéfini à surface libre plane d'inclinaison inférieure à ϕ peut posséder une infinité d'états d'équilibre interne entre les deux états limites. S'il n'y a aucune circonstance locale perturbatrice, comme la

charge p croît proportionnellement à la distance verticale sous la surface libre, la poussée élémentaire q suit probablement la même loi. Les lignes de charge sont alors des parallèles à la surface libre, la ligne de poussée est comprise entre les lignes de poussée limites, l'angle de glissement θ_m est constant et inférieur à φ . Pour une ligne de charge donnée, la poussée agit au tiers inférieur de la hauteur.

θ_m peut varier entre i et φ . Certains auteurs considèrent ce qu'ils appellent la poussée naturelle $q = p$ lorsque $i = 0$.

Cela correspond à la formation des terrains par sédimentation hydraulique sans changer l'allure des lignes de charge, des perturbations peuvent faire que la poussée ne soit pas au tiers inférieur ; il suffit pour cela que l'angle de glissement θ_m soit constant à profondeur constante sous la surface libre, mais variable avec la profondeur. On peut imaginer un massif dont la partie supérieure en état d'équilibre limite inférieur, l'alignement de la poussée sera au-dessus du tiers inférieur.



L'inverse se produira si les deux zones sont permutes. M. Réal a déterminé mathématiquement les positions extrêmes possibles de la poussée résultante. Il a constaté que leur distance est voisine de la moitié de la hauteur du massif. La poussée peut donc se déplacer dans cette zone étendue sans rupture d'équilibre. Dans un pareil cas d'équilibre, on ne peut plus définir de ligne de poussée ; on doit figurer toutes les lignes de charge.

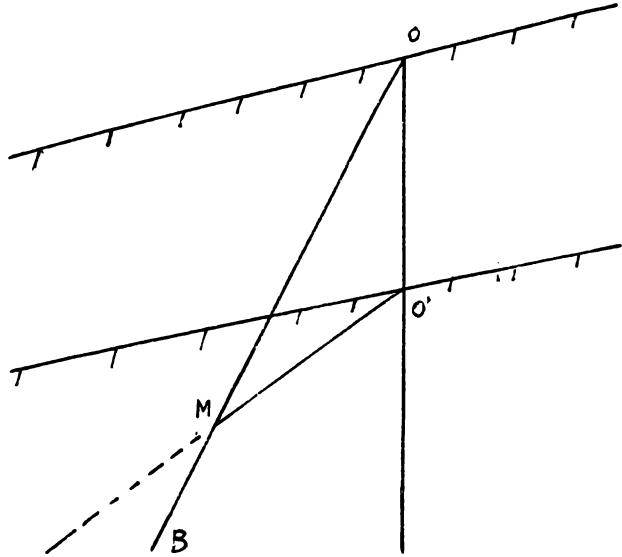
Des différences peuvent se produire dans l'étendue d'un massif, par exemple par humidification plus grande d'une partie ou par tassement ; les deux zones peuvent se trouver dans des états d'équilibre à lignes de

charge parallèles et à ligne de poussée, celles-ci étant à des niveaux différents. Entre les deux zones existe une région de transition avec ligne de poussée en S se raccordant tangentiellement aux deux autres.

Des circonstances locales: surcharges, travaux, fouilles etc provoquent des perturbations et modifient l'état d'équilibre, les lignes de charge et de poussée s'incurvent et de telle manière que la ligne de poussée se relève aux endroits où la compression ou la charge croît. Ces circonstances peuvent s'accompagner de ruptures d'équilibre si par suite des nouvelles formes des lignes de charge les θ_m arrivent à dépasser la valeur φ .

Observons que le passage d'un état d'équilibre à un autre avec poussée plus grande doit nécessairement s'accompagner d'une compression, c'est-à-dire d'un tassement. Mais les terres non cohérentes n'étant pas élastiques, si la suppression de la cause n'entraîne pas une rupture, d'équilibre, l'état de poussée supérieur reste conservé tant que d'autres actions (humidité etc) ne le modifient pas à la longue.

Si nous considérons un massif en équilibre, la charge et la poussée croissent avec la profondeur. La poussée, donc aussi la compacité sont plus grandes à mesure que l'on s'enfonce dans le sol, comme le confirme l'expérience. L'expérience montre aussi que si l'on déblaye une couche supérieure à une certaine épaisseur, la compacité du niveau mis à découvert se conserve, tout au moins à partir de la faible profondeur qui n'est plus influencée par la surface. Ce phénomène correspond à une distribution de poussées que l'on peut se représenter comme suit. Si le massif est p. ex en état d'équilibre limite inférieur, la loi de variation des poussées est donnée par la droite OB. On déblaye la couche OO', la loi de poussée reste la même jusqu'aux environs de la nouvelle surface et se modifie à partir du point M où elle est égale à la poussée supérieure φ'' correspondant à la nouvelle surface, poussée qui ne peut être dépassée sans rupture d'équilibre. De M à O' elle varie linéairement suivant la loi correspondant à l'équilibre limite supérieur. L'état d'équilibre nouveau du massif est donc défini dans l'équili-



bre inférieur par $O'MB$, la poussée sous le niveau M ne passe pas au tiers inférieur de la distance verticale, mais plus haut. L'écart s'atténue si mesure que l'on s'enfonce et qu'ainsi l'influence perturbatrice du déblaiement est moins prononcée. Il en résulte donc que l'état d'équilibre d'un massif dépend toujours de ses états antérieurs

les phénomènes sont évidemment complexes et leur expression quantitative est pratiquement impossible. Mais les notions théoriques précédentes, si générales qu'elles soient, constituent à vrai dire plus que des éléments qualitatifs ; ils constituent déjà un moyen d'investigation et de prévision précis quoique restreint. Nous en verrons les applications dans la suite et verrons que dans certains cas simples, elles permettent l'établissement de formules ou méthodes approximatives très suffisantes et utiles.

§ 7. Équilibre d'un massif quelconque.

Nous n'avons envisagé jusqu'à présent que le massif indéfini à surface libre plane. Or les massifs naturels sont limités. Les résultats obtenus sont pratiquement applicables aux régions des massifs à surface libre plane qui sont suffisamment éloignées des limites, tâches, murs etc.

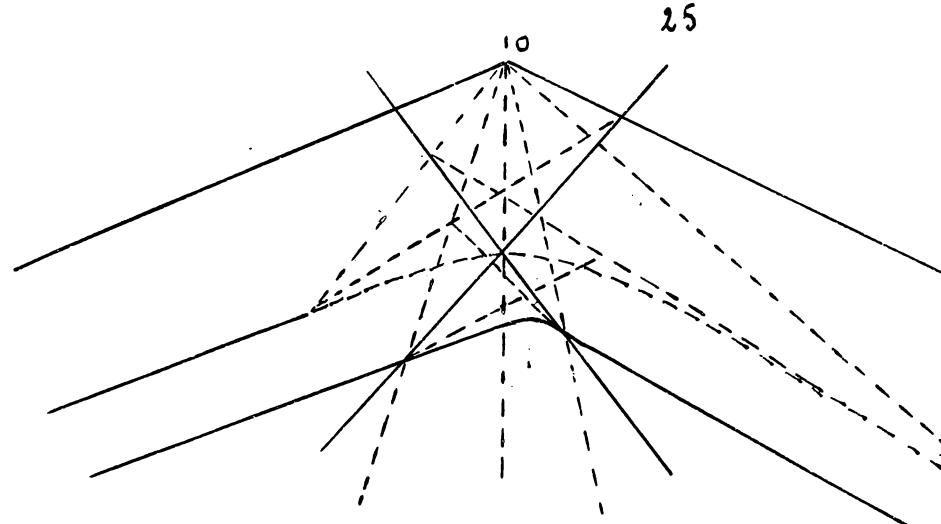
au voisinage de ces limites, il y a des perturbations, les lignes de charge s'incurvent, même pour les états d'équilibre limite. S'il existe un faisceau de droites telles que le long de ces droites, la poussée élémentaire croît en raison de la distance à la surface libre mesurée sur ces droites, il existe une ligne de poussée définie de la même manière que pour le massif plan indéfini et qui est généralement en courbe. La connaissance de cette ligne de poussée et de l'angle θ_m définit l'état d'équilibre du massif. Les formules générales antérieurement établies sont

appliquables, il faut toutefois substituer à i l'angle θ_1 de la tige à la ligne de charge avec l'horizontale. Si l'on fait $\theta_m = \varphi$, on obtient les lignes de poussée correspondant aux états d'équilibre limite, si ces lignes de poussée sont possibles. Les lignes de rupture sont des courbes à quelque distance des zones perturbées, les lignes de charge se raccordent tangentially aux lignes de charge // du massif indefini. Entre les lignes de poussée limite, une infinité d'états d'équilibre intermédiaires existe comme pour le massif indefini.

Monsieur Résal a étudié mathématiquement le cas du massif limite par deux plans et représenté dans le plan de symétrie par l'angle plan du dièdre. Le faisceau de droites nécessaire pour qu'il y ait une ligne de poussée existe, il est formé de droites concourant au sommet de l'angle qui est si ailleurs un centre d'homothétie par raison de symétrie. L'auteur établit l'équation différentielle de la ligne de poussée, qui ne paraît pas intégrable. On peut la construire approximativement dans des cas concrets par l'équation aux différences finies. Monsieur Résal en étudie cependant les propriétés géométriques générales, dont l'exposé sort du cadre de ce cours et assez complexe. Les conclusions essentielles de cette étude, qui paraissent compréhensibles sans appareil mathématique sont les suivantes.

Dans les faces indefinies du dièdre, à une distance suffisante du sommet de l'angle, existent pratiquement les états d'équilibre du massif plan indefini, avec lignes de charge parallèles. On peut y envisager les lignes de poussée correspondant aux deux états d'équilibre limite.

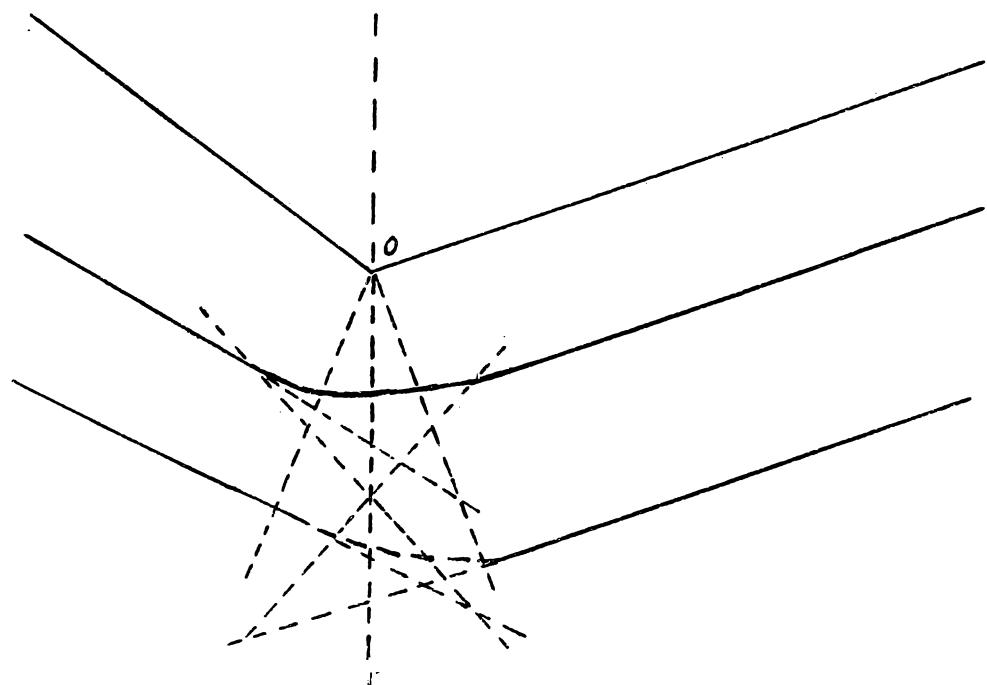
Dans la zone voisine du sommet de l'angle, il y a une perturbation et les lignes de poussée, notamment celles relatives aux états d'équilibre limite sont des courbes. La zone de perturbation peut être considérée comme limitée, pour chaque état d'équilibre limite, par les directions de rupture correspondantes issues du point O. A l'extérieur de cet angle, les lignes de poussée courbes se raccordent tangentially ou asymptotiquement avec les droites de poussée correspondant aux plans du dièdre. Dans la zone perturbée, les lignes de rupture sont des courbes.



les lignes de poussées relatives aux états d'équilibre limite ne sont pas toutes réalisables. Notamment, si l'angle du massif est saillant, il existe dans l'angle une courbe de poussée limite inférieure ; mais pas de poussée limite supérieure. La courbe de raccordement des droites de poussée limite supérieures correspond à des valeurs de $\theta_m < \varphi$.

Donc l'état d'équilibre limite supérieur est irréalisable dans le voisinage de l'angle, la rupture ne peut se produire que par effondrement. L'inverse se produit s'il s'agit d'un angle rentrant, l'état d'équilibre limite inférieur est irréalisable, la rupture ne peut se faire que par refoulement.

Il est bien évident qu'en tous cas, pour que l'équilibre soit possible, l'inclinaison des plans superficiels doit être comprise entre $\pm \varphi$.



Enfin, si nous considérons un massif indéfini à surface libre accidentée, s'il y a un plan de symétrie, on pourra envisager des lignes de poussée limites courbes ou à tronçons de droites réunies par des courbes suivant plus ou moins l'allure du terrain. Si les ondulations sont faibles, leur effet est superficiel et s'atténue à profondeur suffisante, où l'on peut considérer les lignes de charge comme // à l'inclinaison moyenne de la surface libre.

Bien entendu, une infinité d'états d'équilibre intermédiaire existe entre les états d'équilibre limites et l'équilibre général exige que nulle part l'inclinaison locale du terrain ne soit supérieure à φ , si le terrain est dépourvu de cohésion.

Chapitre III

Équilibre des massifs de terres douées de cohésion

§ 1. Généralités sur la cohésion.

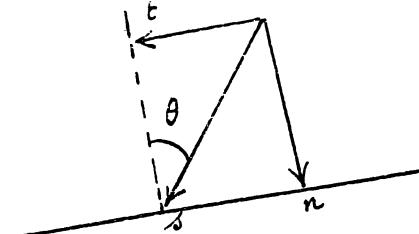
Pour qu'une rupture par glissement se produise suivant une facette élémentaire dans un massif de terre doué de cohésion, il faut que le cisaillement effectif maximum soit supérieur à une force de glissement spécifique C , constante pour un milieu donné et que l'on appelle cohésion.

Donc, à la limite $(t - ntg\varphi)_{\max} = C$

$$\text{ou encore } s \sin \theta = s \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + C$$

$$s \sin(\theta - \varphi) = C \cos \varphi$$

$$\theta = \varphi + \arcsin \frac{C \cos \varphi}{s}$$



Les formules et constructions relatives aux terres non cohérentes ne sont plus valables, car θ est une fonction de s .

Une terre sans cohésion est définie par Δ et φ ; on peut considérer que c'est le cas pratiquement de toutes les terres anciennes, éboulées ou pulvérulentes, c'est-à-dire composées de grains, dont les dimensions peuvent varier d'ailleurs dans les limites très étendues, du sable fin au gros gravier.

les terres pulvérulentes dépourvues de tout grain argileux ou calcaire, sont dépourvues de toute cohésion à sec.

Elles sont susceptibles d'en acquérir très faiblement à l'état humide. Elles la perdent complètement si l'état mouillé et deviennent en outre fluentes si les grains sont assez petits (sable).

Les terres ameublées ou remblayées susceptibles de cohésion en sont presque dépourvues lors du remblayage mais en acquièrent de plus en plus avec le temps sous l'effet du tassement. Cependant, l'action du temps est très lente et les terres ameublées ou remblayées se reconnaissent après des siècles. Cela provient des limites écartées dans lesquelles les terres se trouvent en équilibre indifférent. Elles ont la possibilité de changement d'équilibre sous l'effet d'actions extérieures, mais presque pas la faculté de retourner à l'état d'équilibre antérieur si les circonstances perturbatrices disparaissent ou de réaliser spontanément un état d'équilibre plus stable. Pour supprimer les vides et donner de la cohésion aux terres remblayées, il faut donc comprimer artificiellement par pilonnage ou cylindrage. Pour que cette opération soit très efficace, il faut que les terres soient susceptibles d'une cohésion notable, c'est à dire assez argileuses. Lorsque l'on veut donner à un remblai des qualités particulières de cohésion (digues en terre) on met en œuvre une terre argilo-sableuse que l'on triture et comprime fortement et que l'on appelle corroi.

La plupart des terres douées de cohésion renferment de l'argile crue, c'est-à-dire des silicates d'alumine hydratés, soit à l'état intime comme dans les argiles naturelles, soit en mélange grossier et restreint comme dans les sables et graviers argileux.

L'argile sèche et compacte est douée d'une grande cohésion et assimilable à une roche tendre, elle tient en paroi verticale d'assez grande hauteur. La cohésion diminue avec le degré d'humidité et disparaît tout à fait quand l'argile est très humide, elle devient alors fluente. L'argile est également toujours très glissante et la valeur réelle de φ toujours très faible. La valeur beaucoup plus élevée de l'angle du talus naturel que l'on emploie dans les calculs contient en réalité un notable supplément destiné à

tenir compte de la cohésion.

La cohésion des argiles revient spontanément dès que disparaît la cause de sa destruction, d'une manière très lente cependant si les terres sont abandonnées à elles-mêmes et d'une manière d'autant plus active qu'elles sont soumises à des compressions plus énergiques. Il en résulte aussi que les argiles ne se délaieront pas et conserveront leur cohésion lorsqu'elles sont suffisamment comprimées et que la pression de l'eau est inférieure à cette compression et ne peut donc s'insinuer dans la masse. Il est donc tout indiqué de réduire autant que possible la pression de l'eau, ce qui se réalise par des drains et d'augmenter la compression du massif, ce qui se fait par corroyage.

Il faut noter aussi le très grand danger d'un excès même léger d'humidité des terres; il fait disparaître à la fois la cohésion et le frottement interne. L'inconvénient est encore plus grave avec les argiles qu'avec les sables et graviers, parce que φ est encore plus petit et que l'assèchement est plus difficile. Cette cohésion se caractérise par une certaine résistance spécifique au glissement C. M^e Résal admet en moyenne pour les argiles $C = 2 \Delta$ avec $\varphi = 15^\circ$. Si l'état d'humidité modérée. Elle correspond aussi à une certaine résistance à l'extension R, mais plus précaire encore que la résistance au glissement. Elle est nulle à l'état fluide, croît en même temps que C si mesure que le degré d'humidité diminue et la compacité augmente. Mais cette dessication s'accompagne dans les argiles d'un retrait et de contradictions généralement suffisantes pour vaincre la résistance R; la masse se fissure. Le phénomène est d'autant moins marqué que la terre contient plus d'éléments rocheux à volume indépendant de l'humidité ambiante: sable, graviers. Pour cette raison, les corrois des digues seront toujours constitués d'un mélange dosé de telle sorte que l'on obtienne une cohésion et une compacité suffisante sans danger de retrait. Cependant la présence d'argile donne toujours lieu à de la contraction, même si elle ne se manifeste pas par des fissures apparentes. Il est donc prudent de ne jamais compter sur la résistance à l'extension pour l'équilibre des terres et de considérer qu'un équilibre stable ne peut être réalisé que si les actions

moleculaires sont toutes des compressions.

Le retrait de dessication ne peut cependant être évité. Il expose à des inconvenients : il facilite notamment la pénétration de l'eau dans la masse.

Toutefois, il peut être considéré comme n'influant pas sur la valeur de C.

§ 2 Équilibre strict d'un massif donné de cohésion et surface libre plane.

Dans tel massif en équilibre strict, en tout point

$$(t - n \operatorname{tg} \varphi)_{\max} = C$$

En un point quelconque, on ne connaît a priori que

$$p = \Delta y \cos i$$

action verticale conjuguée de la ligne de charge // à la surface libre. Le problème à résoudre est de trouver la valeur de τ , action conjuguée de la verticale, qui assure l'équilibre limite au point considéré. L'angle de glissement de p et τ est i .

Nous avons montré dans le chapitre I, § 8 que, en cas d'équilibre strict, p et τ sont liés par la relation

$$\tau^2 - 2A\tau + B = 0$$

équation dans laquelle

$$A = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + 2p \frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - p$$

$$B = p^2 - 4C \frac{\cos i}{\cos \varphi} \left[-C \cos i \cos \varphi + p \sin \varphi \right]$$

Il y a donc deux états d'équilibre limite, caractérisés par les 2 racines de l'équation. La plus petite $\tau_1 = A - \sqrt{A^2 - B}$ correspond à l'équilibre limite inférieur; la plus grande $\tau_2 = A + \sqrt{A^2 - B}$ correspond à l'équilibre limite supérieur.

A et B peuvent avoir des valeurs diverses, qui dépendent des valeurs de p , toujours > 0 et de i , qui est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

Pour que l'état d'équilibre limite envisagé soit possible, il faut que la valeur correspondante de τ soit réelle et positive. Si elle est négative, il y a des extensions et la rupture peut se produire par traction, ce qui correspond à un autre état d'équilibre limite que l'on ne peut pas considérer avec sécurité dans un massif cohérent.

Pour l'équilibre limite supérieur, la condition $\tau_2 > 0$
implique $A^2 B > 0$ si $A > 0$.
ou $B < 0$ si $A < 0$.

Pour l'équilibre limite inférieur, la condition $\tau_1 > 0$ implique
 $A^2 B > 0 \quad A' > 0 \quad \text{et} \quad B > 0$

Recherchons dans quelles circonstances ces diverses conditions sont réalisées.

La condition $A \geq 0$ s'écrit $2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + 2p \frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - p \geq 0$.
 $2C \cos i \cos \varphi \sin \varphi + 2p \cos^2 i - p \cos^2 \varphi \geq 0$.

on voit que A est toujours positif lorsque i varie de 0 à φ , mais diminue à mesure que i augmente.

La condition $B \geq 0$ s'écrit :

$$\begin{aligned} p^2 - 4Cp \cos i \operatorname{tg} \varphi - 4C^2 \cos^2 i &\geq 0 \\ p &\geq 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi \pm \sqrt{4C^2 \cos^2 i \operatorname{tg}^2 \varphi + 4C^2 \cos^2 i} \\ p &\geq 2C \cos i \left[\operatorname{tg} \varphi \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} \right] \end{aligned}$$

comme p doit être positif, $p \geq 2C \cos i \left[\operatorname{tg} \varphi + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} \right]$

$$p_1 = \frac{2C \cos i}{\cos \varphi} (1 + \sin \varphi) = 2C \cos i \frac{\sin \frac{\pi}{2} + \sin \varphi}{\cos \frac{\pi}{2} + \cos \varphi} = 2C \cos i \frac{2 \sin (\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \cos (\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}{2 \cos (\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \cos (\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}$$

$$p_1 = 2C \cos i \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

La limite est $p_1 = 2C \cos i \left(\operatorname{tg} \varphi + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} \right)$

$$p_1 = \frac{2C \cos i}{\cos \varphi} (1 + \sin \varphi) = 2C \cos i \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Donc $B > 0$ si $p > p_1$ si $p < p_1$, $B < 0$

Enfin, la condition $A^2 B \geq 0$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \left[2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + p \left(\frac{2 \cos^2 i - \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} \right) \right]^2 - \left(p^2 - 4Cp \cos i \operatorname{tg} \varphi - 4C^2 \cos^2 i \right) &\geq 0 \\ 4Cp \cos i \operatorname{tg} \varphi \left[\left(\frac{2 \cos^2 i - \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} \right) + 1 \right] + \frac{4C^2 \cos^2 i}{\cos^2 \varphi} + p^2 \frac{(2 \cos^2 i - \cos^2 \varphi)^2 - \cos^2 \varphi}{\cos^4 \varphi} &\geq 0. \end{aligned}$$

L'équation limite est $2Cp \cos i \operatorname{tg} \varphi + C^2 + p^2 \left(\frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right) \geq 0$.

$$p^2 (\cos^2 \varphi - \cos^2 i) - 2Cp \cos \varphi \sin \varphi \cos i - C^2 \cos^2 \varphi \leq 0$$

$$p_2 = C \cos \varphi \left[\frac{\sin \varphi \cos i + \sqrt{\sin^2 \varphi \cos^2 i + (\cos^2 \varphi - \cos^2 i)}}{\cos^2 \varphi - \cos^2 i} \right]$$

$$p_2 = C \cos \varphi \cdot \left(\frac{\sin \varphi \cos i + \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 i \cos^2 \varphi}}{\cos^2 \varphi - \cos^2 i} \right) = C \cos \varphi \left[\frac{\sin \varphi \cos i + \cos \varphi \sin i}{\cos^2 \varphi - \cos^2 i} \right]$$

$$p_2 = \frac{C \cos \varphi \sin(i + \varphi)}{\cos^2 \varphi - \cos^2 i} = C \cos \varphi \frac{2 \sin \frac{i+\varphi}{2} \cos \frac{i+\varphi}{2}}{(\cos \varphi - \cos i)(\cos \varphi + \cos i)}$$

$$p_2 = \frac{2C \cos \varphi \sin \frac{i+\varphi}{2} \cos \frac{i+\varphi}{2}}{2 \cos \frac{i+\varphi}{2} \cos \frac{i-\varphi}{2} \times 2 \sin \frac{i+\varphi}{2} \sin \frac{i-\varphi}{2}} = \frac{C \cos \varphi}{2 \sin \frac{i-\varphi}{2} \cos \frac{i-\varphi}{2}} = \frac{C \cos \varphi}{\sin(i - \varphi)}$$

Donc $A_2 - B > 0$ si $p < p_2$, mais il faut pour cela que la limite p_2 soit > 0 , ce qui exige $C > \varphi$.

Donc, nous voyons que lorsque $i < \varphi$, nous devons envisager l'autre racine et écrire

$$p > \frac{C \cos \varphi \sin(\varphi - i)}{\cos^2 \varphi - \cos^2 i}$$

$$\text{ou } p > \frac{-C \cos \varphi}{\sin(i + \varphi)}$$

$$\begin{cases} i = 0 & \varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \\ A > 0 & A > 0 & A = 0 \quad (\text{si } p \geq p_1) \\ A^2 - B > 0 \rightarrow & A^2 - B > 0 & \text{si } p < p_2 \end{cases}$$

Cette condition est satisfaite à fortiori si $p > 0$

Donc lorsque i varie de 0 à φ

$$A > 0 \quad A^2 - B > 0, \text{ puisque } p > 0 \text{ et } B > 0 \text{ si } p > p_1$$

$$p = 0 \quad p_1 \quad p_2 \quad \infty$$

$$B < 0 \quad B = 0 \quad B > 0$$

$$< \quad A^2 - B > 0 \quad \text{si } i > \varphi \quad >$$

$$< \quad A^2 - B > 0 \quad \text{si } i < \varphi \quad >$$

Donc si $p < p_1$, $B < 0$ et τ est négatif

L'équilibre limite inférieur n'est donc possible que si

$$p = \Delta y \cos i > p_1 \text{ ou } 2C \cos i \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\text{d'où } y > y_1 \text{ ou } 2 \frac{C}{\Delta} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \text{ Si } y < y_1, \tau < 0.$$

L'équilibre limite supérieur est possible pour toutes valeurs de p , puisque

$$A > 0 \text{ et } A^2 - B > 0.$$

Quand $i > \varphi$, A peut être négatif, ce qui rend l'équilibre limite inférieur impossible. Il l'est toujours si $B < 0$, donc $p < p_1$.

Supposons $p > p_1$ et cherchons la condition pour que $A > 0$

$$2C \cos i \cos \varphi + 2p \frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - p > 0$$

$$\text{ou } \cos^2 i + \frac{C \cos i}{p} \cos \varphi \sin \varphi - \frac{\cos^2 \varphi}{2} > 0$$

comme $p \geq p_1$,

$$2C \cos i \leq \frac{p \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

Donc à fortiori

$$\frac{\cos^2 \varphi \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} + 2 \cos^2 i - \cos^2 \varphi > 0$$

$$2 \cos^2 i > \frac{\cos^2 \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

$$\cos^2 i > \frac{\cos^2 \varphi}{1 + \sin \varphi} - 1$$

$$\cos^2 i > -\sin \varphi \text{ ou } \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi)$$

$$i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

Donc, lorsque $i > \varphi$ et $p > p_1$, A ne peut être positif que si $i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$

Donc, si i varie de φ à $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, et $p > p_1$,

$$A > 0 \quad B > 0 \quad A^2 - B > 0 \text{ si } p < p_2.$$

Donc l'équilibre limite inférieur n'est possible que si $p_1 < p < p_2$

L'équilibre limite supérieur est possible, puisque $A > 0$, tant que

$$A^2 - B > 0 \text{ donc si } p < p_2$$

Donc

$$\Delta y \cos i < \frac{C \cos \varphi}{\sin(i - \varphi)}$$

$$\text{ou } y < y_2 \quad y_2 = \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\cos i \sin(i - \varphi)}$$

Tant que $i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, on a $p_2 > p_1$, $y_2 > y_1$

Lorsque $i = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, les deux limites se confondent, on a

donc $A = 0 \quad B = 0 \quad A^2 - B = 0$ et $\tau_1 = \tau_2 = 0$ pour $p = p_1 = p_2$

les deux états d'équilibre limite se confondent pour $p = p_1$ et $i = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$

mais pour $p < p_1$, $A > 0$, car $A = 2C \cos i \cos \varphi \sin \varphi > 0$ pour $p = 0$

$$A^2 - B > 0 \text{ puisque } p < p_2$$

donc l'équilibre limite supérieur existe dans l'intervalle $p = 0 \dots p_1$

Lorsque $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, l'équilibre limite inférieur n'est plus possible puisque lorsque $p > p_1$, nécessaire pour que $B > 0$, A est < 0 .

L'équilibre limite supérieur reste possible tant que $p \leq p_2$, puisque alors $A^2 - B > 0$. Mais dès que p dépasse p_2 , $B > 0$ tandis que $A < 0$

Donc $\sqrt{A^2 - B} < A$ et $\tau_2 < 0$.

Donc l'équilibre limite supérieur sans tensions internes ne peut exister que

lorsque $p < p_1 (< p_2)$, car alors

$$A > 0 \quad B < 0 \quad A^2 - B > 0 \quad r_2 > 0$$

à la limite $i = \frac{\pi}{2}$, alors $p_1 = 0$

Donc l'équilibre limite supérieur n'est plus possible sans extensions.

On a alors $p_2 = -C$

Donc en résumé, l'équilibre limite inférieur sans extensions est possible

si $0 < i < \varphi$ lorsque $p > p_1$ ou $y > y_1$

$$\varphi < i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad p_1 < p < p_2$$

lorsque $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, il est irréalisable pour toutes valeurs de p .

L'équilibre limite supérieur est possible

si $0 < i < \varphi$ pour toutes valeurs de p

$$\varphi < i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad \text{lorsque } p < p_2$$

$$i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad " \quad p < p_1$$

§3. Lignes de rupture dans un massif infini à surface libre plane.

Les lignes de rupture sont les enveloppes des directions de rupture. D'après le § précédent, nous pouvons en chaque point du massif connaître les actions conjuguées : p et r correspondant à l'équilibre limite inférieur ou supérieur. Nous pouvons donc, par les formules ou constructions graphiques du chapitre I, déterminer en chaque point les directions de rupture. Il nous est possible ainsi d'établir l'équation différentielle des enveloppes. Elle n'est pas intégrable. Géométriquement, on se sert de l'équation aux différences finies, c'est-à-dire qu'on construira l'enveloppe approximativement par tronçons de tangentes.

On envisagera une série de lignes de charge équidistantes. Pour chacune d'elles

$$p = \Delta y \cos i$$

$$r = A \pm \sqrt{A^2 - B}.$$

$$\text{qui s'écrit } r = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + 2p \frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - p \pm 2 \frac{\cos i}{\cos \varphi} \sqrt{2Cp \cos i \operatorname{tg} \varphi + C^2 + p^2 \left(\frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)}$$

$$r = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + \Delta y \cos i \left(\frac{2 \cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right) \pm 2 \frac{\cos i}{\cos \varphi} \sqrt{2C \Delta y \cos i \operatorname{tg} \varphi + C^2 + \Delta y^2 \cos^2 i \left(\frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)}$$

On peut ainsi tracer un diagramme de r par rapport à un axe vertical des y .

On trace d'abord la droite $r' = A = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + \Delta y \cos i \left(\frac{2 \cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)$

au moyen de i points, dont l'un $p = 0$ $r' = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi$.

l'autre $r' = 0$

$$y = -\frac{2c}{\Delta} \quad \frac{4q\varphi}{2\frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1}$$

on porte ensuite de part et d'autre de cette droite $r'' = \pm \sqrt{A^2 - B}$.

$$r'' = \pm \frac{2\cos i}{\cos \varphi} \cdot \sqrt{2C \Delta y \cos^2 i \tan \varphi + C^2 + \Delta^2 y^2 \cos^2 i \left(\frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)}$$

Cette fonction s'annule pour $p_2 = \frac{C \cos \varphi}{\sin(\theta - \varphi)}$ et $p'_2 = \frac{-C \cos \varphi}{\sin(\theta + \varphi)}$

ou pour $y_2 = \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\cos i \sin(\theta - \varphi)}$ ou $y_2 = -\frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\cos i \sin(\theta + \varphi)}$

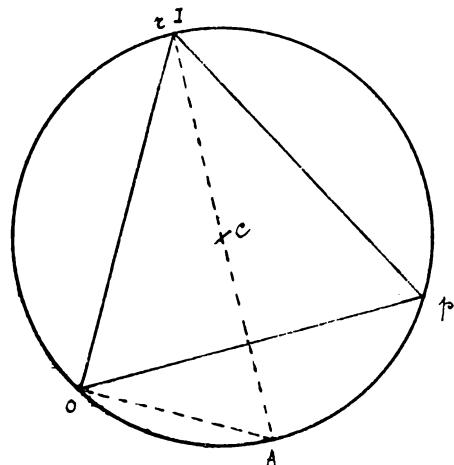
elle est réelle entre ces 2 limites, c'est donc l'équation d'une ellipse lorsque $i < \varphi$.
Pour $i = \varphi \rightarrow y_2 = \infty$, la courbe devient une parabole.

Lorsque $i < \varphi$, la fonction est réelle lorsque $y < y_2$ et $y > y'_2$, donc elle représente une hyperbole.

On obtient ainsi, par rapport à l'axe vertical des y , la courbe $r = r' \pm \sqrt{r''}$.

qui est le diagramme des valeurs des tensions r conjuguées de p dans les 2 cas d'équilibre limite.

Les composantes horizontales $q = r \cos i$ représentent les poussées dans les mêmes hypothèses. Il suffit de changer l'échelle du diagramme. On peut alors, pour toute valeur de y tracer le diagramme du cercle et déterminer les tensions principales et les directions de rupture. Les lignes de rupture pour l'équilibre limite supérieur partent de la surface libre, qu'elles rencontrent sous des angles $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ selon la propriété générale démontrée au chapitre I.



Les lignes de rupture pour l'équilibre limite inférieur ne sont pas effectives lorsque $y < y_1$ ou $2\frac{C}{\Delta} \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$ elles partent donc de la ligne $y = y_1$ ou $z = z_1 = 2\frac{C \cos i}{\Delta} \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$.

En ce point $B = 0$, donc $r_1 = 0$.

Il en résulte, d'après le diagramme du cercle, que toutes les tensions sont verticales, donc aussi a et les lignes de rupture font avec la verticale l'angle $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, c'est-à-dire avec l'horizontale l'angle $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$.

au-delà, les lignes de rupture s'étendent théoriquement jusqu'à l'infini. alors t et n tendent vers l'infini donc $t - n \tan \varphi = C$

devient

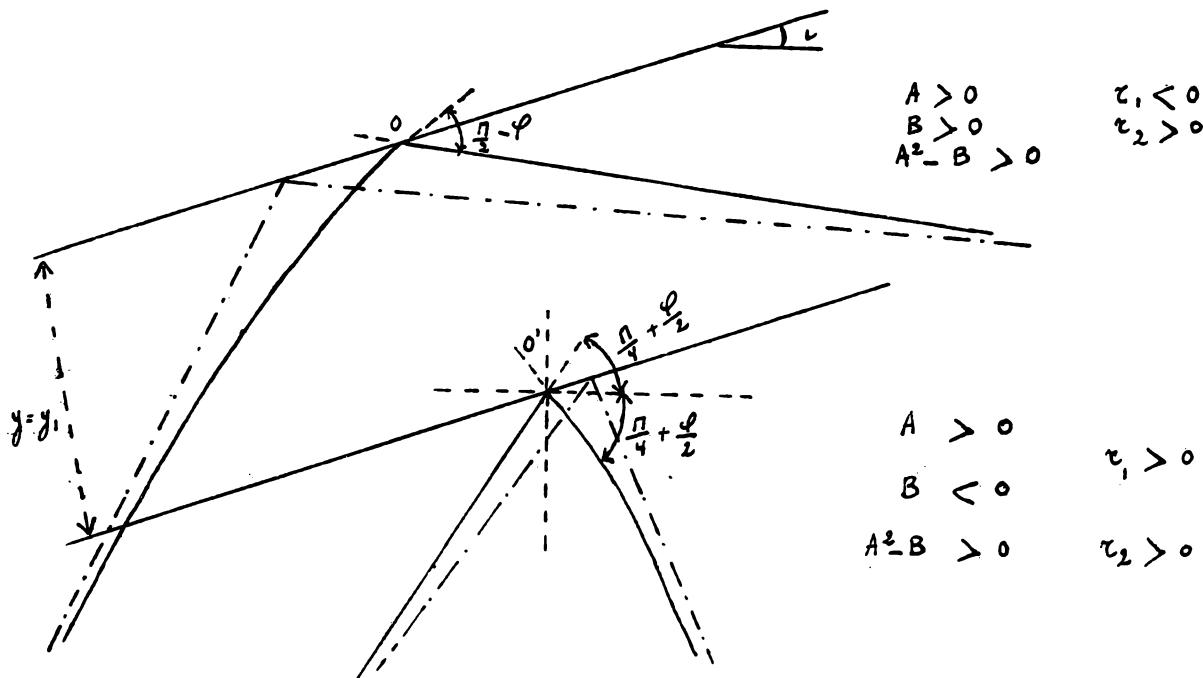
$$\operatorname{tg} \theta - \operatorname{tg} \varphi = \frac{c}{n} = 0$$

$$\text{ou } \theta = \varphi.$$

La condition d'équilibre limite à l'infini est la même que pour les terres dépourvues de cohésion et les courbes de rupture des terres cohérentes sont asymptotiques aux droites de rupture des terres dénuées de cohésion ayant même angle φ .

Mais, si $\varphi < i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, les courbes ne sont utilisables que tant que $y < y_2$, au delà il y a extension. On écrit aussi si $\exists < \exists_2 = \frac{c}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin(1-\varphi)}$.

Si $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, les courbes ne sont utilisables que tant que $y < y_1$.



Donc, en conclusion, suivant l'inclinaison de la surface libre, nous pouvons avoir des lignes de ruptures diverses représentées aux schémas ci-dessus.

I) $0 < i < \varphi$.

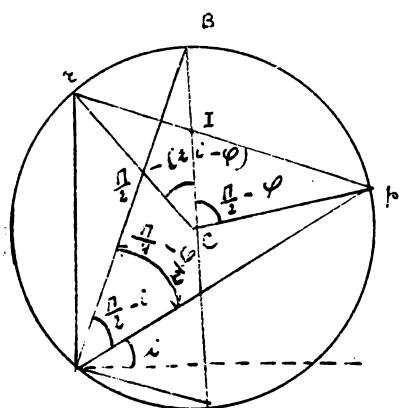
La ligne de rupture par équilibre limite supérieure a deux branches, partant de la surface libre sous un angle $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ et s'étendant jusqu'à l'infini asymptotiquement aux droites de rupture $\theta_m = \varphi$. La ligne de rupture par équilibre limite inférieur part de la droite $y = y_1$. En ce point, elle a deux branches faisant entre elles l'angle $\frac{\pi}{2} + \varphi$, dont la bissectrice est horizontale. Elles se prolongent jusqu'à l'infini asymptotiquement aux droites de rupture $\theta_m = \varphi$ aux origines des courbes $\theta_m = \frac{\pi}{2}$, il varie donc de $\frac{\pi}{2}$ à φ .

Dans la facette de rupture, à l'origine $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ (voir diagramme du cercle) donc θ varie de $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ à φ dans les facettes de rupture.

Si $i = \varphi$, la situation est la même, les asymptotes sont les mêmes pour les 2 cas d'équilibre ; l'une est verticale, l'autre est // au sol.

$$\text{III } \varphi < i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

les lignes de rupture par équilibre limite supérieur ont la même allure, mais s'arrêtent si la droite $y = y_2$; au delà elles deviennent imaginaires. Il en est de même des lignes de rupture par équilibre limite inférieur, qui n'existent qu'en être les droites $y = y_1$ et $y = y_2$. Les propriétés particulières aux points d'origine restent les mêmes.

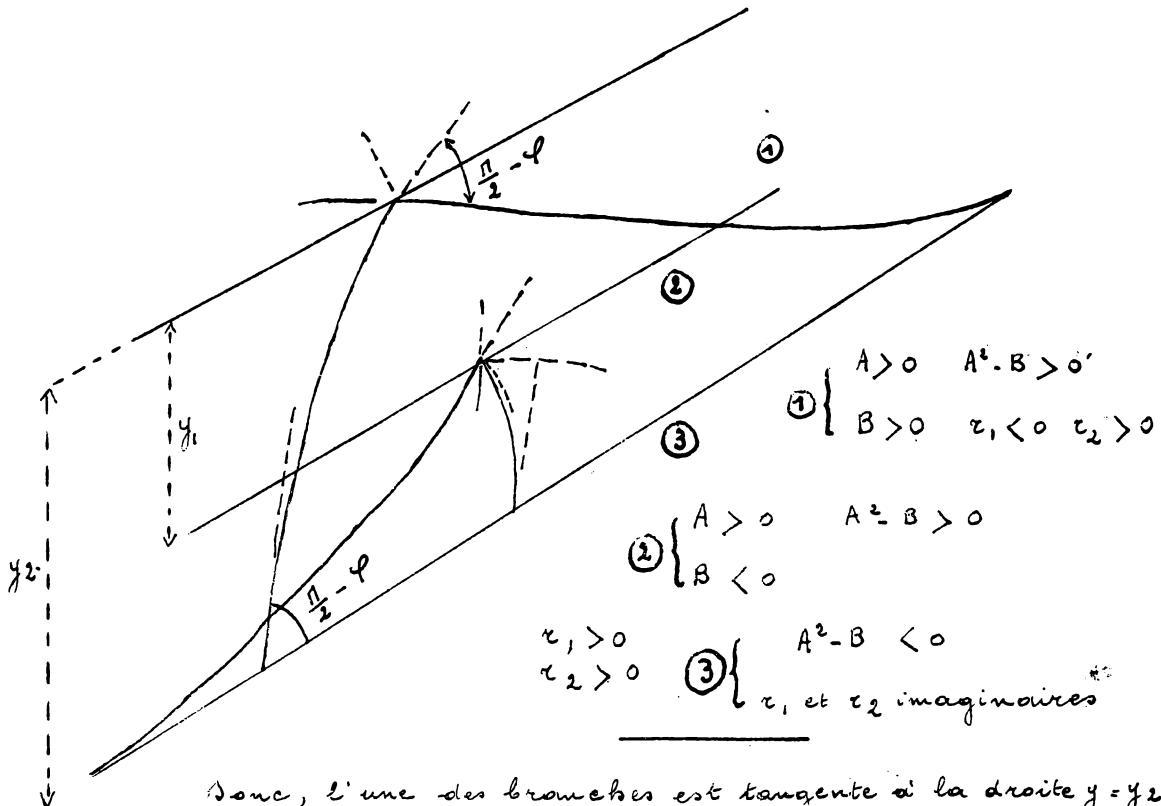


Sur la droite limite $y = y_2$, les 2 états d'équilibre se confondent. Cette droite est une direction de rupture. En effet : $\rho_2 = C \frac{\cos \varphi}{\sin(i-\varphi)}$

$$n = C \frac{\cos \varphi - \cos i}{\sin(i-\varphi)} \quad t = C \frac{\cos \varphi \sin i}{\sin(i-\varphi)}$$

$$t - n \operatorname{tg} \varphi = \frac{t \cos \varphi - n \sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{C \cos \varphi}{\sin(i-\varphi) \cos \varphi} (\sin i \cos \varphi - \sin \varphi \cos i)$$

donc $t - n \operatorname{tg} \varphi = C$.



Donc, l'une des branches est tangente à la droite $y = y_2$; l'autre fait donc avec elle l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$ vers le haut, puisque la compression principale $\underline{\sigma}$ qui en est la bissectrice est nécessairement comprise dans l'angle saigné de ρ et φ .

Dans le diagramme du cercle, cette direction principale fait donc avec l'horizontale

$$\text{angle } \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \text{ donc } \widehat{BCP} = \frac{\pi}{2} - \varphi.$$

$$\text{Mais } r_{OP} = \frac{\pi}{2} - i \text{ donc } r_{CP} = \pi - 2i \text{ et } r_{CB} = \frac{\pi}{2} - (2i - \varphi)$$

$$\text{Donc } \frac{z}{r_C} = \frac{\cos(2i - \varphi)}{\sin Ir_C} \quad \frac{p}{r_C} = \frac{\cos \varphi}{\sin Ir_C}$$

$$\text{Mais } Ir_C = IpC \text{ donc}$$

$$\frac{z}{p} = \frac{\cos(2i - \varphi)}{\cos \varphi}$$

$$\text{Comme } p = p_2 \quad C \frac{\cos \varphi}{\sin(i - \varphi)} \quad z_1 = z_2 = \frac{C \cos(2i - \varphi)}{\sin(i - \varphi)}$$

nous avons donc pour que $r > 0$ la double condition $i > \varphi$ $i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$

Pour $i = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, $z_1 = z_2 = 0$, ce que nous avons trouvé dans le § précédent. On pourrait calculer algébriquement la valeur de $z_1 = z_2 = A$ en introduisant dans cette formule $p = p_2$; on obtient le même résultat.

$$z_1 = z_2 = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + \Delta y \cos i \left(2 \frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)$$

$$y = y_2 = \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\cos i \sin(i - \varphi)}$$

$$z_1 = z_2 = 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + \frac{C \cos \varphi}{\sin(i - \varphi)} \left(2 \frac{\cos^2 i}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)$$

$$= 2C \cos i \operatorname{tg} \varphi + 2C \frac{\cos^2 i}{\sin(i - \varphi) \cos \varphi} - \frac{C}{\sin(i - \varphi)} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin(i - \varphi)}$$

$$= \frac{2C \cos i \sin \varphi \sin(i - \varphi) + 2C \cos^2 i - C \cos^2 \varphi}{\cos \varphi \sin(i - \varphi)} = \frac{C}{\cos \varphi \sin(i - \varphi)} \frac{2 \cos i \sin \varphi \sin(i - \varphi) - 2 \cos^2 i \sin^2 \varphi + 2 \cos^2 i - \cos^2 \varphi}{\sin(i - \varphi)}$$

$$= \frac{C}{\cos \varphi \sin(i - \varphi)} \left[\frac{1}{2} \sin 2i \sin 2\varphi + \cos^2 \varphi (2 \cos^2 i - 1) \right] = \frac{C}{\cos \varphi \sin(i - \varphi)} \left[\frac{1}{2} \sin 2i \sin^2 \varphi + \cos i \cos^2 \varphi \right]$$

$$= \frac{C \left(\sin 2i \sin \varphi + \cos 2i (1 + \cos 2\varphi) \right)}{2 \cos \varphi \sin(i - \varphi)} = \frac{C \left(\cos(2i - \varphi) + \cos 2i \right)}{2 \cos \varphi \sin(i - \varphi)}$$

$$\therefore z_1 = z_2 = C \frac{\cos(2i - \varphi)}{\sin(i - \varphi)}$$

Donc, dans ce cas $\theta = i$, θ varie donc de $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ à i .

IV. $i = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Les droites y_1 et y_2 se confondent

L'équilibre limite inférieur n'existe que suivant cette droite et s'y confond avec l'équilibre limite supérieur. L'équilibre limite supérieur existe entre la surface libre du sol et cette droite.

V. $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$.

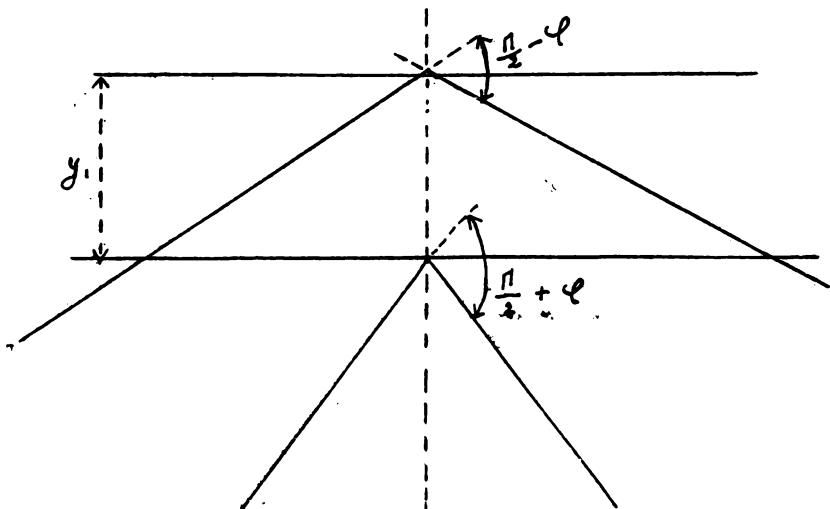
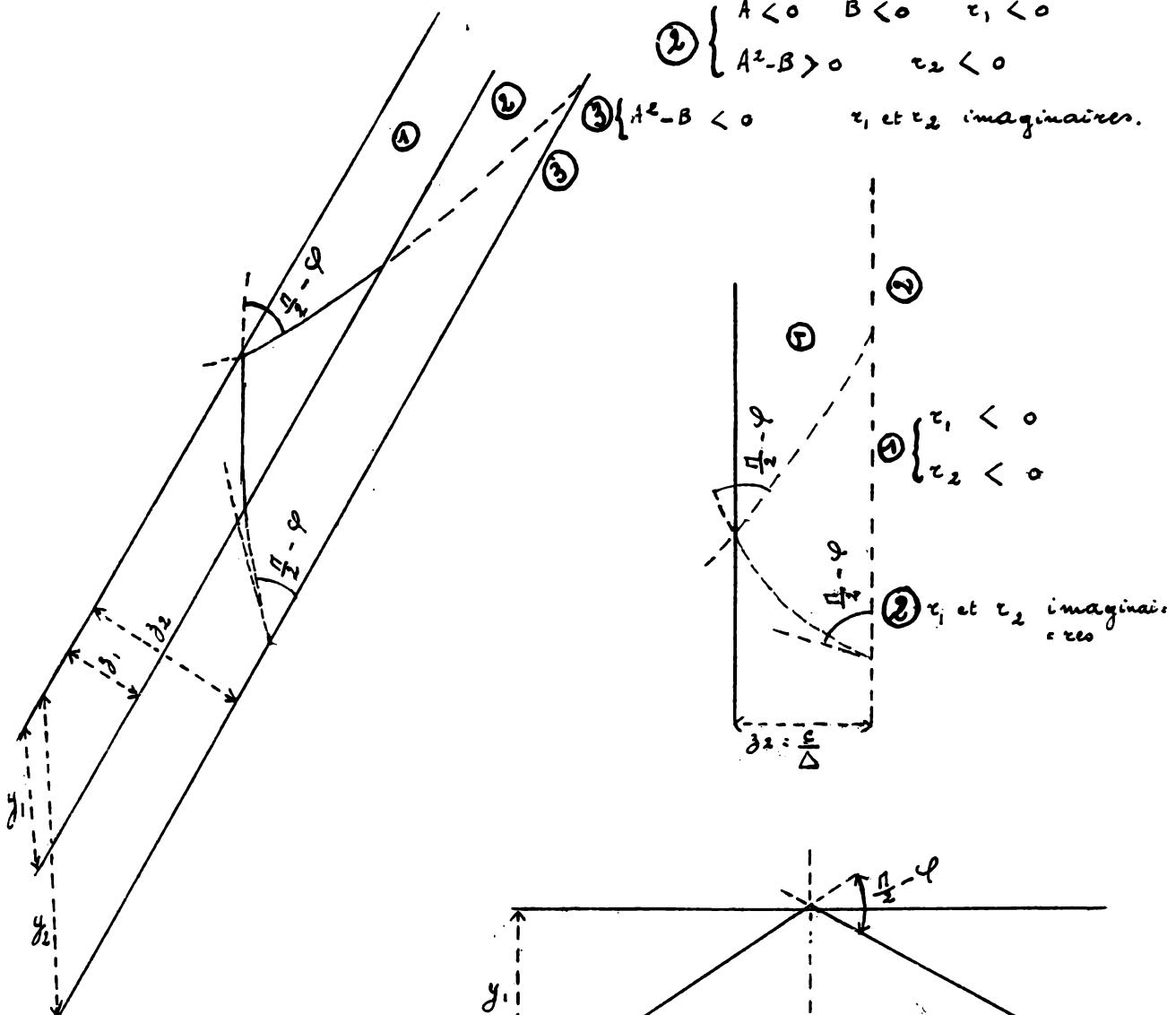
L'équilibre limite supérieur sans extension n'existe qu'entre la surface libre du sol et la droite $y = y_1$; les courbes de rupture se prolongent fictivement jus-

qu'en $y = y_2$. L'inclinaison étant forte, on considère de préférence $z = z_1$ et $z = z_2$.
L'équilibre limite inférieur n'est plus possible.

$$\textcircled{1} \begin{cases} A > 0 \quad B < 0 \quad z_1 < 0 \\ A^2 - B > 0 \quad z_2 > 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} A < 0 \quad B < 0 \quad z_1 < 0 \\ A^2 - B > 0 \quad z_2 < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} A^2 - B < 0 \\ z_1 \text{ et } z_2 \text{ imaginaires.} \end{cases}$$



$$\text{VI. } i = \frac{\pi}{2} \quad z_1 = 0 \quad z_2 = \frac{C}{\Delta}$$

L'équilibre limite inférieur n'est plus possible. L'équilibre limite supérieur n'est plus possible qu'avec extension jusqu'à la droite $y_2 = C$; au-delà il est imaginaire. C'est le cas d'un enduit vertical d'argile compacte.

VII Cas particulier. $i = 0$. La surface libre du sol est horizontale. Les con-

éclusions de principe sont les mêmes que pour le cas général I, mais les lignes de rupture sont des droites faisant avec la verticale l'angle $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ pour l'équilibre limite inférieur (car a est vertical) ou $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ pour l'équilibre limite supérieur (car b est horizontal).

§ 4. Poussées

Nous avons tracé le diagramme de r_1 et r_2 , ou encore de :

$$q_1 = r_1 \cos i \quad \text{ou} \quad q_2 = r_2 \cos i$$

en fonction de y . Ce sont les diagrammes des poussées élémentaires, qui ne sont plus des fonctions linéaires de y .

Par surfacage du diagramme, nous pouvons obtenir les poussées résultantes. Les centres de gravité des aires déterminent les alignements des résultantes. On fera ces opérations par la graphostatique ou l'intégration graphique.

En général, pour l'équilibre limite supérieur, la poussée élémentaire n'est pas nulle à la surface. Elle croît avec la profondeur, mais lorsque $i > \varphi$, elle devient imaginaire dès que $z > z_2$. Lorsque $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, il y a des extensions dès que $z > z_1$. En équilibre limite supérieur, il n'y a pas de poussée lorsque $z < z_1$, il y a des extensions.

Lorsque $z = z_1$, la poussée est nulle, elle croît à mesure que z augmente. Elle devient imaginaire dès que $z > z_2$ lorsque $i > \varphi$ et, lorsque $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, il y a toujours extension. Lorsque le terrain est horizontal, on a pour l'équilibre limite inférieur $q_1 = r_1 = Ag\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \left[-2C + \Delta y \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \right]$

et pour l'équilibre limite supérieur :

$$q_2 = r_2 = Ag\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \left[2C + \Delta y \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right]$$

En comparant aux poussées q' et q'' des mêmes équilibres du massif dépourvu de cohésion, qui sont $q' = \Delta y Ag^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ — $q'' = \Delta y Ag^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ on voit que :

1°) dans l'état d'équilibre limite supérieur, la poussée du massif cohérent est la même que celle d'un massif fictif dépourvu de cohésion, de même densité et dont la surface libre aurait été relevée horizontalement de la hauteur

$$\frac{2C}{\Delta} \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).$$

2°) dans l'état d'équilibre limite inférieur, la poussée du massif cohérent est la même que celle d'un massif fictif analogique dont la surface libre aurait

été abaissée de $z = z_1 = \frac{2C}{\Delta} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$. La zone comprise entre la surface fibre et la surface fictive est sans paroi.

Nous avons vu comment nous pouvons déterminer les poussées exactes lorsque $i > 0$. Cependant, pour $0 < i < \varphi$, M. Résal estime qu'on peut par approximation opérer comme ci-dessus. L'erreur est d'autant plus grande que i est plus voisin de φ . Pour une valeur de i donnée, l'erreur diminue lorsque la profondeur croît et devient insignifiante aux grandes profondeurs, selon ce que nous avons vu. L'erreur donne d'ailleurs un accroissement de sécurité. Elle est par défaut dans l'équilibre strict supérieur, par excès dans l'équilibre inférieur. Donc l'effet de la cohésion est d'augmenter la poussée maximum, donc la butée est de réduire la poussée minimum, donc la poussée au vide, dans les cas où $i < \varphi$, c'est-à-dire où l'équilibre présente un caractère de stabilité certain.

§ 5 - Rupture par extension.

Nous avons vu précédemment que, dans certains cas, il naît des tensions d'extension, car $r < 0$. Cette extension peut produire la rupture, seule ou en association avec le glissement effectif.

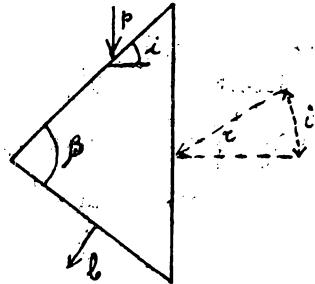
Nous connaissons les valeurs négatives de r correspondant à la rupture par glissement effectif. Nous pouvons tracer le diagramme du cercle et connaître b , traction maximum. Nous reconnaîtrons si b est supérieur à la résistance limite d'extension, auquel cas, il y a rupture par extension. Seulement, les équations de l'équilibre strict du glissement ne sont plus applicables. Nous devons exprimer la condition $b = -R$ en fonction de p , r et i .

$$b = \frac{p+r}{2 \cos i} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{p+r}{\cos i}\right)^2 - 4pr} = -R$$

nous obtenons une équation du 2^e degré en r permettant de résoudre le problème d'équilibre limite de traction comme celui de l'équilibre limite de glissement.

La question présente moins d'intérêt pratique, nous ne la résoudrons pas en général.

Si nous considérons, selon M. Résal, l'équilibre interne d'un triangle élémentaire dont 2 faces conjuguées sont soumises aux actions p et r , la 3^e supportant l'action principale b , on a



$$b = \frac{p \cos^2 \beta - i}{\cos i} + r \frac{\sin \beta}{\cos i}$$

$$0 = -p \sin(\beta - i) \cos(\beta - i) + r \frac{\sin \beta \cos \beta}{\cos i}$$

En équilibre strict d'extension, $b = -R$, donc

$$R = -p \frac{\cos(\beta - i)}{\cos \beta} \quad r = -R \sin(\beta - i) \frac{\sin \beta}{\sin \beta}$$

à la surface $p = 0$

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$r = -R \cos i$$

si

$$p = R$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \frac{i}{2}$$

$$r = -R$$

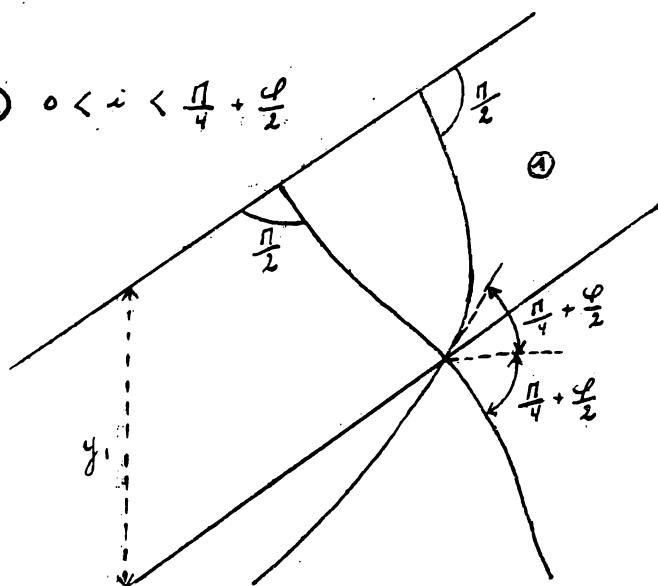
si

$$p = \infty$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + i$$

$$r = \frac{-R}{\cos i}$$

$$\textcircled{1} \quad 0 < i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

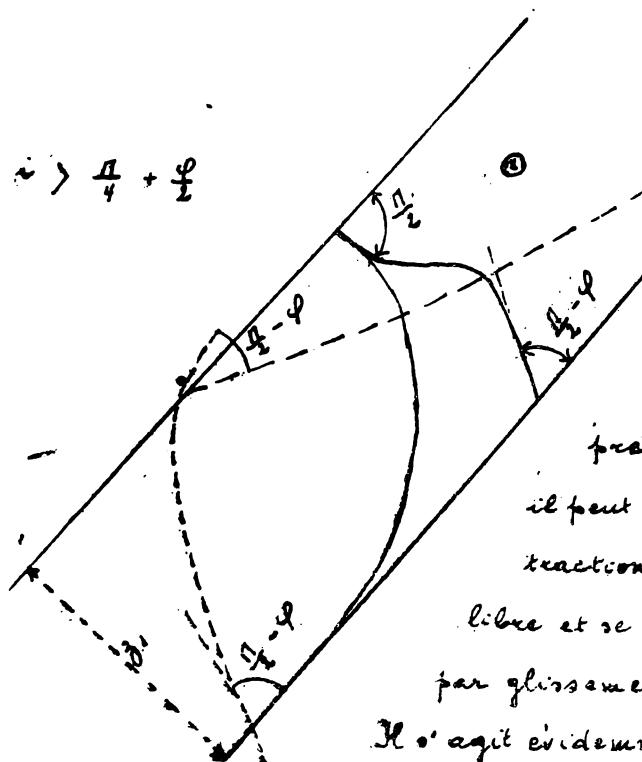


Donc, au voisinage de la surface, il peut se produire des ruptures par extension, la ligne de rupture étant normale à la surface libre.

Mais selon les valeurs de R et de C , il existe une valeur de p pour laquelle les 2 états d'équilibre strict inférieur sont réalisés. En deçà, c'est la rupture par extension, au-delà la rupture par glissement. ainsi, lorsque $p = R$ et $r = -R$,

la tension de faur glissement est $\sqrt{pr} = R$

$$\textcircled{2} \quad i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$



lorsque i est petit, on voit que r varie relativement peu. lorsque $p = \frac{C^2}{R}$, on a $\sqrt{pr} = C$, on atteint donc la rupture par glissement; au-delà l'influence du glissement devient prépondérante.

Donc, lorsque $0 < i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ il peut se produire des lignes de rupture par traction, aboutissant normalement à la surface libre et se raccordant avec les courbes de rupture par glissement entre la surface libre et la droite $y = y_1$.

Il s'agit évidemment d'équilibre limite inférieur.

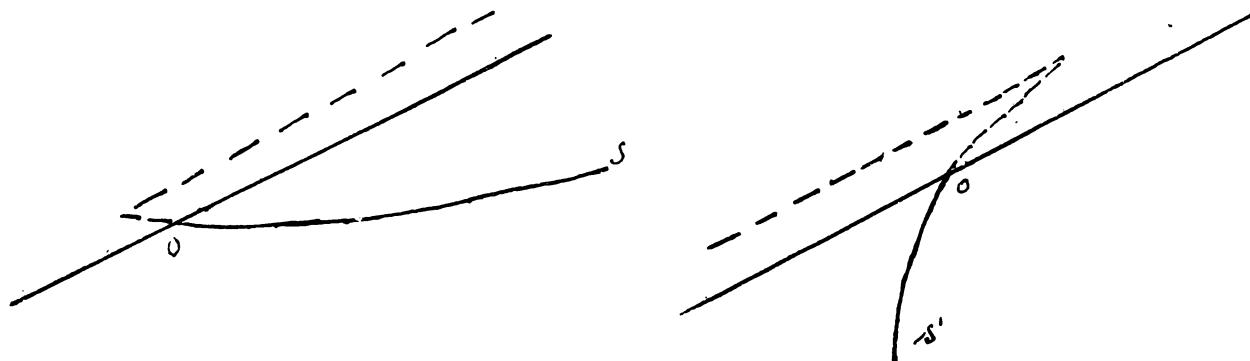
lorsque $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} < i < \frac{\pi}{2}$, nous avons vu que la rupture par glissement simple n'est plus possible en équilibre limite inférieur; il y a toujours extension. Les deux modes de rupture se combinent donc généralement.

L'extension agit surtout près de la surface et fait place progressivement à la rupture par glissement, qui existe seule au-delà de la droite $y = y_0$.

§6 - Formes réelles de rupture

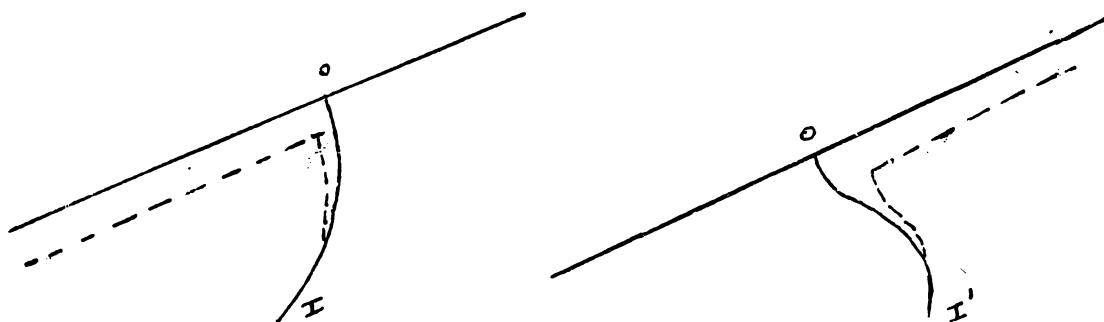
Les formes réelles de rupture aux considérations précédentes de la manière suivante :

1) équilibre limite supérieure



La partie supérieure du massif descend suivant la courbe OS sur la partie inférieure restée en place et qu'elle recouvre en s'éboulant. La cause est un excès de poussée. On voit, la partie inférieure refoulée par excès de poussée se soulève suivant OS' et recouvre la partie supérieure restée en place en s'éboulant.

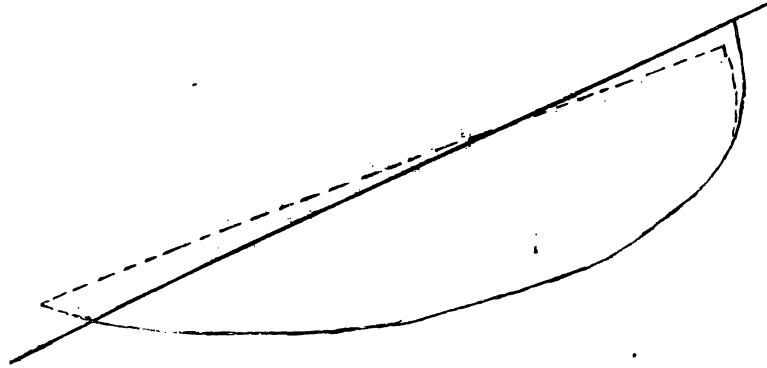
2) équilibre limite inférieur



La partie inférieure s'affaisse suivant la ligne OI en se détachant du massif supérieur resté en place, avec ouverture d'une fente d'extension.

On voit, la partie supérieure s'affaisse suivant OI' derrière le massif inférieur resté en place, également avec ouverture d'une fente d'extension.

En équilibre limite inférieur, il n'y a donc jamais de recouvrement.



suffisance d'appui, le massif se détache par extension du terrain resté en place.

5 f - Épaisseurs critiques

Il résulte de l'étude qui précède qu'un état d'équilibre tout à fait stable peut exister dans toute l'étendue du massif lorsque $i < \varphi$, c'est-à-dire lorsque l'inclinaison de la surface libre du massif est inférieure à l'angle de frottement. Il n'y a d'autre différence dans cette conclusion par rapport à celle relative au massif dépourvu de cohésion que l'élargissement des limites de rupture d'équilibre et une notion plus stricte d'angle de frottement. Mais, alors que la théorie du massif dépourvu de cohésion fait reconnaître que tout état d'équilibre est impossible dès que $i > \varphi$, nous venons de constater que sous l'effet de la cohésion, des états d'équilibre peuvent exister pour des valeurs de i supérieures à φ et allant jusqu'à $\frac{\pi}{2}$ si le terrain possède une certaine résistance propre, non seulement au glissement, mais aussi à la traction. Toutefois, ces états d'équilibre ne durent évidemment que tant que la cohésion subsiste. On ne peut donc les considérer comme à peu près stables que pour autant que la cohésion est elle-même stable. Or, l'expérience montre que la cohésion est très variable et précaire ; les états d'équilibre en question sont donc généralement temporaires, c'est-à-dire limités étroitement dans le temps.

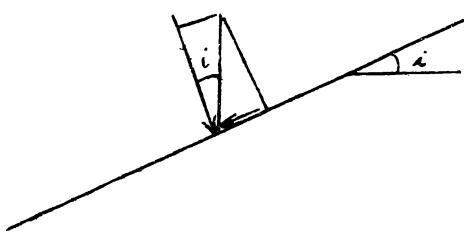
En outre, ils sont limités aussi assez étroitement dans leur étendue. Ils ne s'étendent pas à toute la hauteur d'un massif indéfini.

Il résulte notamment de la discussion précédente que une couche de terrain incliné d'un angle supérieur à φ ne peut être en équilibre

Dans un éboulement, les 2 modes de rupture se combinent toujours. à la base, il y a éboulement par rupture d'équilibre limite supérieure, avec recouvrement du pied. à la partie supérieure, il y a rupture par insuffisance d'appui, le massif se détache par extension du terrain resté en place.

que si son épaisseur normale est inférieure à $z_2 \cdot g_2 \cos i \cdot \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin(i-\varphi)}$, que l'on appelle épaisseur critique.

On peut le démontrer directement. La charge sur la base de la couche



est Δz et la condition d'équilibre strict est

$$\Delta z (\sin i - \cos i \operatorname{tg} \varphi) \leq C$$

$$\text{d'où } z \leq \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin(i-\varphi)} = z_2.$$

Si $z > z_2$, le terrain glisse sur sa base. Il faut en outre distinguer entre les cas où $i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ et $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$.

Si $i < \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, la condition $z < z_2$ est suffisante pour assurer l'équilibre, parce que le massif ne peut pas éprouver de tensions sous l'effet de son poids.

Si $i > \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, il faut en outre que le terrain présente une résistance T supérieure au travail d'extension qui se produit au-delà de l'épaisseur

$$z_1 = g_1 \cos i = \frac{2C}{\Delta} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cos i$$

Si la résistance à l'extension est précaire, il faut pour assurer l'équilibre que $z < z_1$ entre épaisseur limite. Les 2 limites se confondent lorsque $i = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, le rapport $\frac{z_1}{z_2}$ inférieur à 1 diminue si mesure que i croît et est nul pour $i = \frac{\pi}{2}$.

La limite z_2 devient dans ce cas $\frac{C}{\Delta}$, minimum de l'épaisseur critique, toute la couche étant le siège de tensions intérieures. Le cas correspond à celui d'un conduit épais d'argile humide sur une paroi verticale.

Si la couche n'est pas d'étendue infinie, mais est arrêtée par des limites solides quelconques, le glissement se produit dès que l'épaisseur dépasse l'épaisseur critique et selon les lignes de rupture au voisinage des limites.

Si la surface libre de la couche n'est pas plane, mais ondulée, le phénomène est plus complexe. Supposons plane la base de la couche. Observons que l'on peut écrire $z = z_2 \pm z'$.

La condition d'équilibre est $\Delta(z_2 \pm z')(\sin i - \cos i \operatorname{tg} \varphi) \leq C$.

or

$$\Delta z_2 (\sin i - \cos i \operatorname{tg} \varphi) = C$$

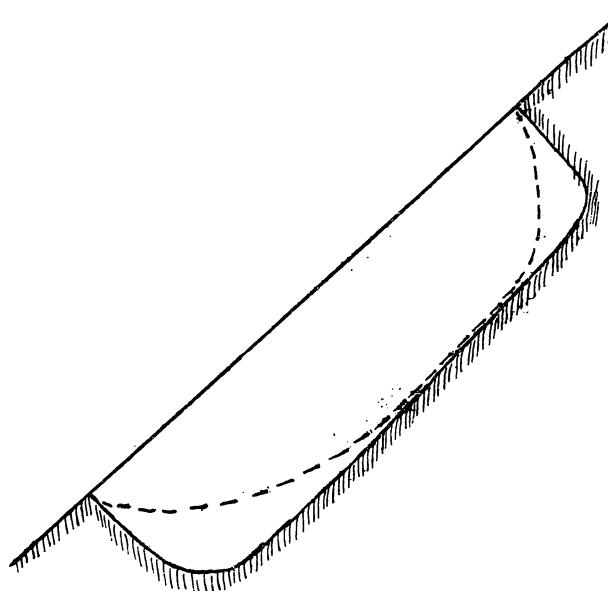
$$\pm \Delta z' (\sin i - \cos i \operatorname{tg} \varphi) \leq 0.$$

Il y a équilibre lorsque $z' < 0$.

supplémentaire maximum $\Delta z' (\sin i - \cos i \tan \varphi)$ dans le sens du glissement.

Si $z' > 0$, le massif se rompt sous l'effet d'une action de glissement en excès de $\Delta z' (\sin i - \cos i \tan \varphi)$.

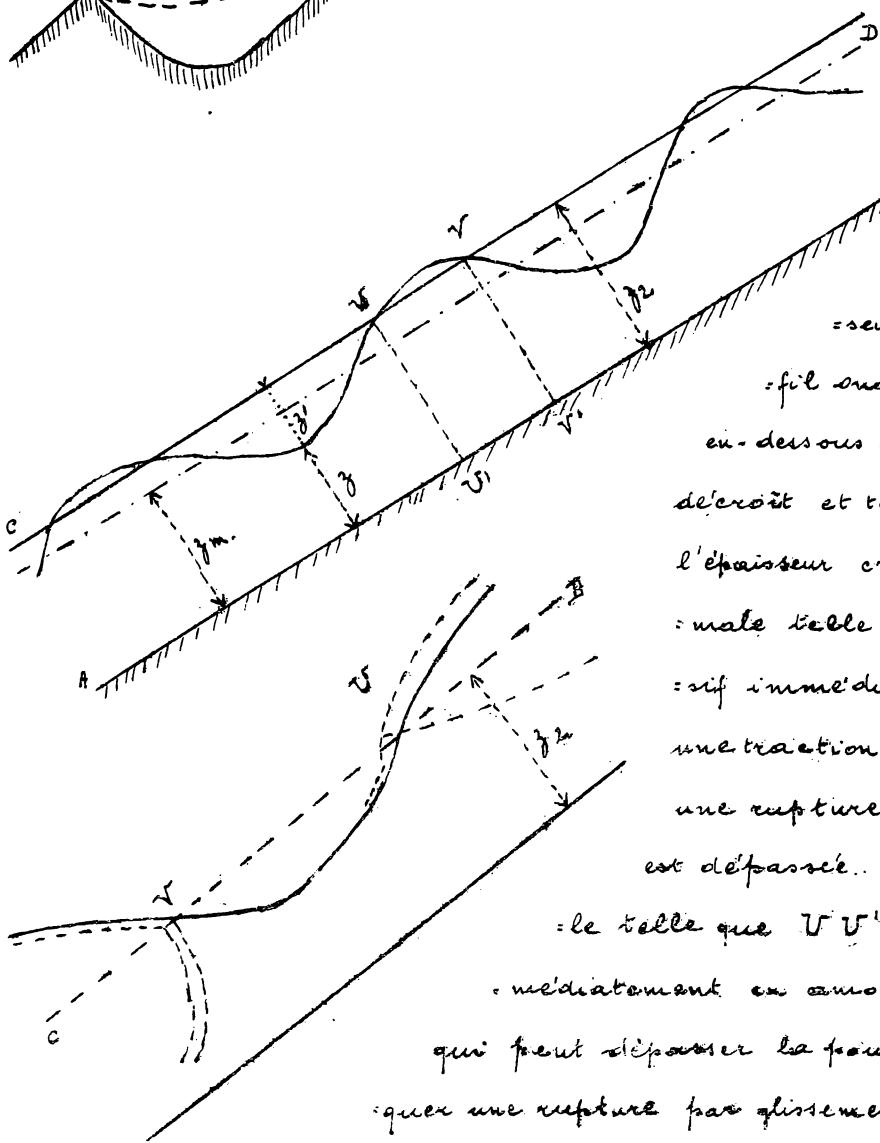
Si nous avons un massif continu de hauteur z variable, nous pouvons considérer qu'il est en équilibre à la condition que $\int \frac{\pm \Delta z' (\sin i - \cos i \tan \varphi)}{L} dt = 0$.



$$\text{soit } \leq 0. \text{ ou } \int \pm \frac{z'}{L} dt \leq 0$$

$$\text{d'où } \int \frac{(\pm z' + z^2)}{L} dt = \int \frac{z dt}{L} \leq z_2$$

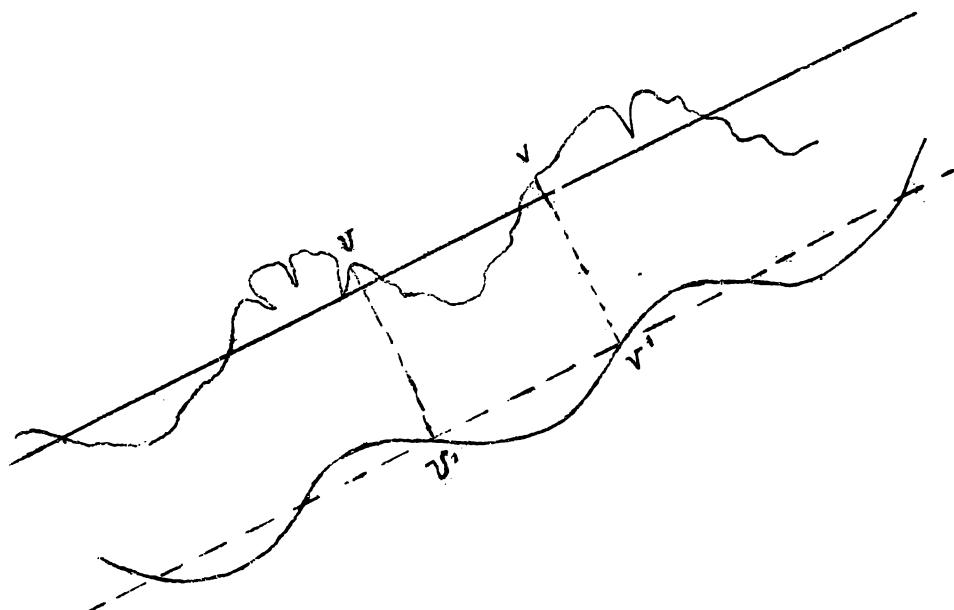
Donc on peut substituer à la surface libre accidentée une surface plane // à la base correspondant à l'épaisseur moyenne z_m . Pour qu'il y ait équilibre, il faut que $z_m \leq z_2$.



Cependant, des éboulements locaux sont possibles de la manière suivante. La droite CD correspondant à l'épaisseur critique z_2 coupe le profil ordonné en points tels que U en-dessous desquels l'épaisseur z décroît et tels que V en-dessous desquels l'épaisseur croît. Dans une section horizontale telle que VV', la partie du massif immédiatement en aval exerce une traction qui peut déterminer une rupture si la tension limite T est dépassée. Dans une section normale telle que UU' la partie du massif immédiatement en amont exerce une poussée qui peut dépasser la poussée maximum et provoquer une rupture par glissement. La forme des lignes

de rupture est indiquée page 45. Donc des éboulements locaux peuvent se produire ; l'éboulement commence par une crevasse d'extension à la partie supérieure et glisse à sa partie inférieure en se bousculant et s'ébouillant sur la partie d'aval du massif. De tels glissements locaux peuvent être utilisés si ils sont peu importants mais ils risquent d'entraîner des dislocations profondes par l'ébranlement et la modification de profil qui en résultent ; les glissements se produisent de proche en proche et se propagent ; le glissement n'est pas uniforme et massif, mais variable et localisé avec crevasses et glissements multiples.

Si la base de la couche est ondulée, sa surface libre étant plane, les phénomènes sont moins complexes. L'influence d'ondulations de faible largeur est insignifiante ; le glissement s'il s'en produit aura lieu selon un plan tangent aux sommets des ondulations, les creux restant remplis de terre. L'épaisseur critique se mesure donc à partir des sommets des ondulations. L'erreur commise est d'autant plus petite que le rapport de la flèche à la largeur des creux est plus grand ; elle est donc toujours petite puisqu'elle ne peut être relativement sensible que pour les creux très peu profonds ou très larges.



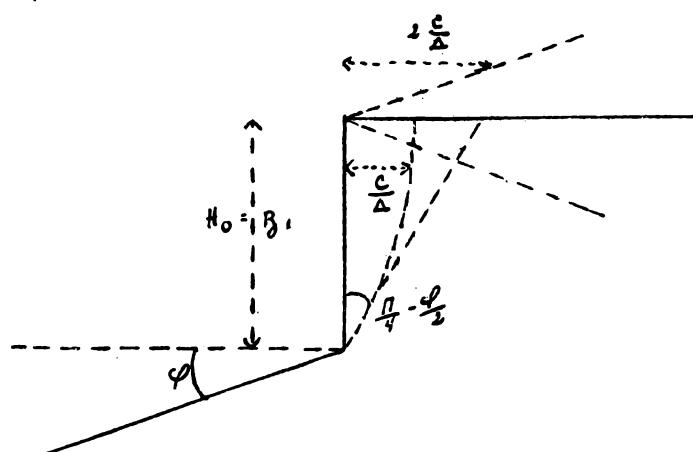
Si les ondulations sont étendues, les variations d'épaisseur sont généralement peu rapides, l'inclinaison moyenne varie peu. On pourra considérer une base fictive comprise entre la ligne aux sommets et la base moyenne, selon l'allure du terrain. Cet écart de la base moyenne se justifie par le fait que le glissement

éventuel ne se manifestera pas jusqu'au fond des creux et qu'ensuite ce glissement s'accompagnera, à cause de la forme ondulée de la base, d'une ondulation de la surface libre qui provoquera une véritable délocalisation et qu'il en résulte un accroissement sensible bien que non chiffrable de la résistance au mouvement.

Par suite de la complexité des phénomènes accompagnant les glissements lorsque la couche est limitée haut en bas par des surfaces variées, la détermination de l'épaisseur critique ne peut plus se faire avec une suffisante rigueur mathématique, mais la signification physique de ce facteur reste la même.

§ 8 - Hauteur limite si un talus raide.

Dans un terrain poussé de cohésion, il est possible sans rompre immédiatement l'équilibre d'établir un talus incliné d'un angle supérieur à ϕ , qui se maintiendra tant que la cohésion se conservera et à condition que sa hauteur soit inférieure à une certaine limite que nous déterminerons sommairement par une paroi verticale taillée dans un massif horizontal.



Nous avons vu que dans un tel massif il n'y a pas de poussée dans la couche d'épaisseur

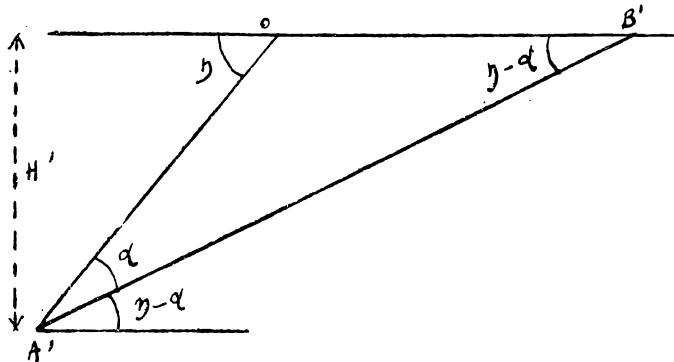
$$\gamma = \gamma_1 = \frac{2C}{\Delta} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

On peut donc sans risque de rupture faire une section verticale dans cette couche. On ne peut pas continuer la paroi sous cette limite, car il

y aurait une poussée non contrebalancée, d'où éboulement par glissement et extension. Donc la hauteur limite est $H_0 = \gamma_1 = \frac{2C}{\Delta} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$. Il n'y aura rien de modifié si la surface libre, au lieu d'être horizontale est inclinée d'un angle compris entre $\pm \phi$. De même, la paroi verticale peut être prolongée si son pied par un talus de pente inférieure à ϕ . Lorsque $H = H_0$, nous sommes à la limite d'équilibre, la rupture éventuelle se faisant par traction. La ligne de rupture fait avec la paroi à son pied un

angle $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ et aboutit normalement à la surface libre à une distance de la paroi verticale voisine nécessairement de l'épaisseur critique donc $\frac{C}{\Delta}$.

Examinons ensuite le cas d'un terre plein horizontal à talus incliné d'un angle γ assez grand sur l'horizontale. Recherchons la condition pour qu'un prisme de section triangulaire dont le troisième côté fait avec le talus un angle α soit en équilibre. Soit H' la hauteur verticale du prisme.



$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sin f_x \sin \varphi_x} \right) = \frac{0 - \cos \varphi_x \frac{d\varphi_x}{dx}}{\sin f_x \sin^2 \varphi_x} - \frac{\cos f_x \frac{df_x}{dx}}{\sin \varphi_x \sin f_x} = 0$$

$$\frac{d\varphi_x}{dx} \cos \varphi_x \sin f_x + \cos f_x \sin \varphi_x \frac{df_x}{dx} = 0$$

$$\text{Si } \frac{df_x}{dx} < 1 \quad \frac{d\varphi_x}{dx} = -1$$

$$\sin \varphi_x \cos f_x - \sin f_x \cos \varphi_x = 0$$

$$\sin(\varphi_x - f_x) = 0$$

$$\varphi_x = f_x.$$

L'adhérence selon le plan A'B est supposée égale à la cohésion C .

Le poids du prisme est :

$$P = \frac{\Delta}{2} \cdot OA' \times A'B' \sin \varphi = \frac{\Delta H'}{2} \cdot A'B' \frac{\sin \varphi}{\sin \gamma}$$

La condition d'équilibre strict est

$$P [\sin(\gamma - \varphi) - \cos(\gamma - \alpha) \tan \varphi] = C \times A'B'$$

$$\text{d'où } \frac{\Delta H'}{2} \frac{\sin \varphi}{\sin \gamma} \frac{\sin(\gamma - \alpha - \varphi)}{\cos \varphi} = C$$

$$H' = \frac{2C}{\Delta} \frac{\sin \gamma \cos \varphi}{\sin \alpha \sin(\gamma - \alpha - \varphi)}$$

Le minimum de H' s'obtient en posant $\alpha = \gamma - \varphi - \varphi$

$$\text{d'où } \alpha = \frac{\gamma - \varphi}{2}$$

$$\gamma - \varphi = \frac{\gamma + \varphi}{2}$$

et la hauteur minimum au-delà de laquelle se produit le glissement :

ment est :

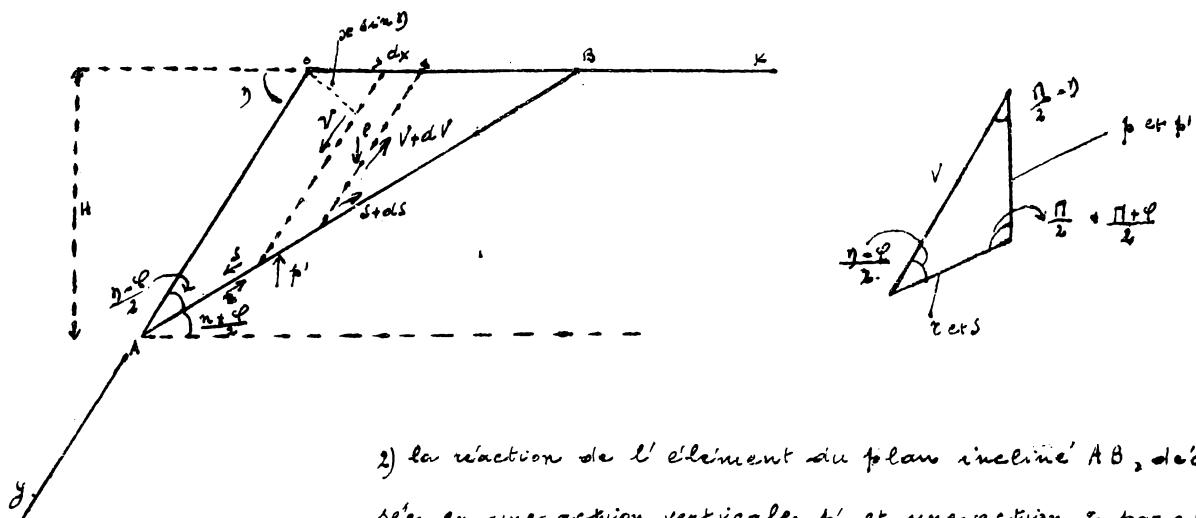
$$H'_g = \frac{2C}{\Delta} \frac{\sin \gamma \cos \varphi}{\sin^2 \frac{\gamma - \varphi}{2}}$$

Cette hauteur est supérieure à la hauteur limite du talus d'inclinaison γ , car il existe dans le prisme OAB' des tensions qui font que l'on ne peut pas estimer l'équilibre assuré si le prisme est en terre.. Il faut réduire cette hauteur jusqu'à annuler les tensions

Isolons dans le prisme OAB dont l'angle $\alpha = \frac{\gamma - \varphi}{2}$ un parallèle élémentaire de largeur dx et de longueur y parallèlement au talus OA.

Il est soumis à l'action

1) verticale de son poids $\rho dx \cdot \Delta y dx \sin \gamma$.



2) la réaction de l'élément du plan incliné AB, décomposée en une action verticale p' et une action r parallèle à AB rapportées à l'horizonte.

3) les actions moléculaires conjuguées des deux faces latérales, décomposées en composantes // à OA respectives V et $V + \frac{dV}{dx} dx$ et composantes // à AB :

$$S \text{ et } S + \frac{dS}{dx} dx.$$

Les équations d'équilibre de translation sont

$$(pxdx - p'xdx) \frac{\cos \frac{\eta+\varphi}{2}}{\sin \frac{\eta-\varphi}{2}} = \frac{dV}{dx} dx \quad (\parallel OA)$$

$$rdx + \frac{dS}{dx} dx + (p - p') \cdot dx \frac{\cos \eta}{\sin \frac{\eta-\varphi}{2}} = 0 \quad (\parallel AB)$$

Multiplication la première équation par $\sin \eta \cos \eta$.

$$\frac{\sin \eta \cos \frac{\eta+\varphi}{2}}{\sin \frac{\eta-\varphi}{2}} [pxdx - p'xdx] = \frac{dV}{dx} xdx \sin \eta.$$

Intégrons pour toute la surface du prisme et désignons OB par L

$$\frac{\cos \frac{\eta+\varphi}{2}}{\sin \frac{\eta-\varphi}{2}} \left[\int_0^L pxdx - \int_0^L p'xdx \right] = \int_0^L \frac{dV}{dx} xdx$$

$$\int_0^L rdx + \int_0^L \frac{dS}{dx} dx + \frac{\cos \eta}{\sin \frac{\eta-\varphi}{2}} \int_0^L (p - p') dx = 0$$

$$\frac{\sin \eta \cos \frac{\eta+\varphi}{2}}{\sin \frac{\eta-\varphi}{2}} \left[\int_0^L pxdx - \int_0^L p'xdx \right] = \sin \eta \int_0^L \frac{dV}{dx} xdx$$

Comme le prisme OAB est en équilibre sous l'effet des actions p, p' et r , on peut écrire :

$$\int_0^L pxdx = \int_0^L p'xdx$$

$$\int_0^L rdx = 0$$

$$\int_0^L pxdx = \int_0^L p'xdx.$$

Donc, en tenant compte de ces dernières relations, les 1^{ères} deviennent :

$$\int_0^L \frac{dV}{dx} dx = 0$$

$$\int_0^L \frac{dV}{dx} \times dx = 0$$

$$\int_0^L \frac{dS}{dx} dx = 0$$

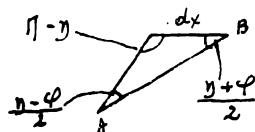
Il en résulte que $V=0$ dans toute l'étendue du prisme et $p=p'$

La résultante des actions moléculaires conjointes d'une section // au talus OA est une force $S // \alpha AB$ définie par $\frac{-dS}{dx} = r$.

dans le cas où le prisme est supposé devoir glisser selon AB

La condition d'équilibre strict pour l'élément incliné AB est

$$p'dx (\sin \frac{\gamma+\varphi}{2} - \cos \frac{\gamma+\varphi}{2} \operatorname{tg} \varphi) - rdx = C dx \frac{\sin \gamma}{\sin \frac{\gamma-\varphi}{2}}$$



$$\text{or } p' = p = \Delta y \sin \gamma \quad \text{et } r = -\frac{dS}{dx}$$

$$\text{donc } \frac{dS}{dx} dx + C dx \frac{\sin \gamma}{\sin \frac{\gamma-\varphi}{2}} = -\Delta y dx \frac{\sin \gamma \sin \frac{\gamma-\varphi}{2}}{\cos \varphi}.$$

Pour qu'il n'y ait pas de tractions, il faut que $\frac{dS}{dx} dx \geq 0$

donc

$$\gamma < \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \frac{\gamma-\varphi}{2}}$$

c'est la valeur limite de γ , qui correspond au talus OT

Or

$$H = y \sin \gamma$$

$$\text{donc la hauteur limite est } H = \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi \sin \gamma}{\sin^2 \frac{\gamma-\varphi}{2}} = \frac{H'}{2}$$

Pour le cas où $\gamma = \frac{\pi}{2}$ (paroi verticale), $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ et

$$H = H_0 = \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin^2 (\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})} = 2 \frac{C}{\Delta} \operatorname{tg} (\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$$

résultat trouvé précédemment par une autre voie. Dans le cas où le massif est limité à une paroi verticale et que $b < H_0$, d'après ce qui précède, il n'existe pas de tension dans le massif.

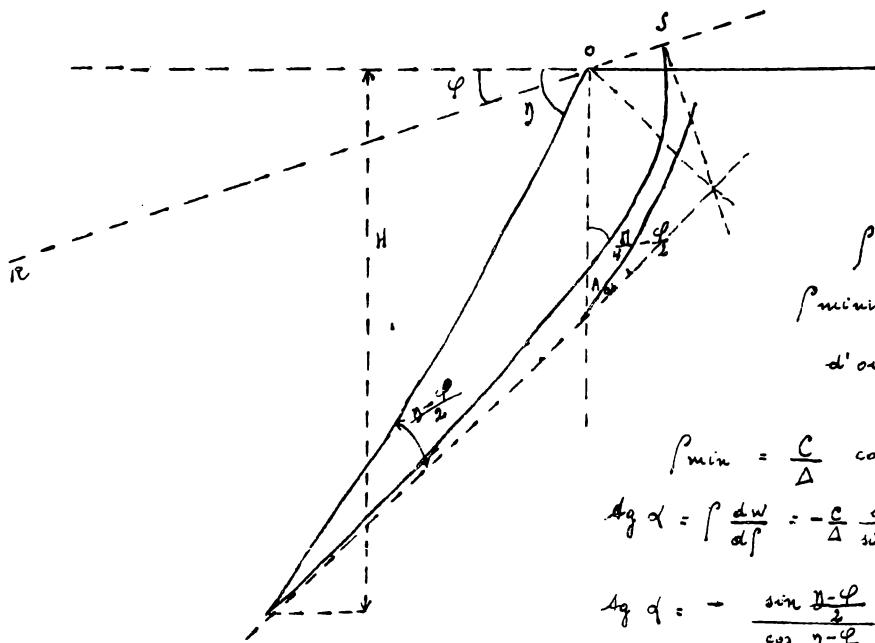
Désignons par f la longueur du talus OA

$$f = \frac{H}{\sin \gamma}$$

Donc

$$f = \frac{C}{\Delta} \cos \varphi \frac{1}{\sin^2 \frac{\gamma-\varphi}{2}}$$

En coordonnées polaires (f, γ), le pôle étant o, cette équation représente une parabole dont le foyer est o et dont l'axe OR fait avec l'horizon un angle $\gamma = \varphi$ ($f = \infty$ pour $\gamma = \varphi$). La distance du sommet au foyer ($\frac{1}{2}$ paramètre) est $\frac{C}{\Delta} \cos \varphi$ ($\gamma = \pi + \varphi$). L'angle du rayon vecteur OA avec la tangente en A est $\frac{\gamma-\varphi}{2}$. (Note : l'équation polaire signifie que le pied de la normale abaissée du foyer O sur la tangente en A se trouve sur la tangente au sommet, propriété connue de la parabole).



$$\rho = \infty \text{ pour } y = \varphi$$

ρ_{minimum} pour $\cos \frac{\pi - \varphi}{2} = 0$

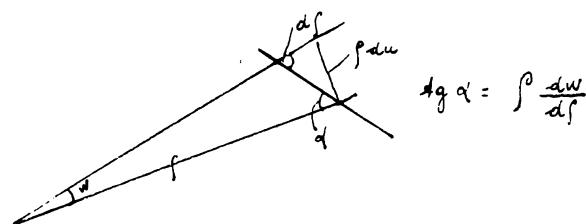
d'où $\frac{\pi - \varphi}{2} = \frac{\pi}{2}$, $y = \pi + \varphi$

$$\rho_{\text{min}} = \frac{C}{\Delta} \cos \varphi$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \rho \frac{dw}{dp} = -\frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \frac{\pi - \varphi}{2}} \frac{2 \Delta \sin^3 \frac{\pi - \varphi}{2}}{2 C \cos \varphi \cos \frac{\pi - \varphi}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{\sin \frac{\pi - \varphi}{2}}{\cos \frac{\pi - \varphi}{2}} = - \operatorname{tg} \frac{\pi - \varphi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi - \varphi}{2}$$

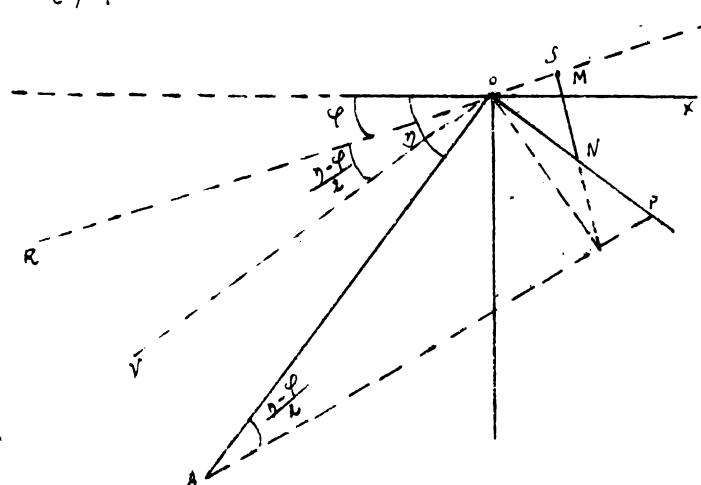


$$\operatorname{tg} \alpha = \rho \frac{dw}{dp}$$

Cette parabole est le lieu des pieds des talus de hauteur limite. à partir de A, les talus peuvent sans influence sur l'équilibre

continuer sous un angle inférieur à φ . De même, le terrain plein peut avoir une inclinaison comprise entre $\pm \varphi$, car les hauteurs limites sont indépendantes de l'inclinaison du terrain.

La ligne de rupture éventuelle part de A où elle fait un angle $\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}$ avec OA et aboutit normalement à la surface libre, elle présente une tangente // à OA à distance de OA = $\frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin(\pi - \varphi)}$ = épaisseur critique.



On peut admettre que cette tangente a son point de contact sur la \perp à OA menée par O.

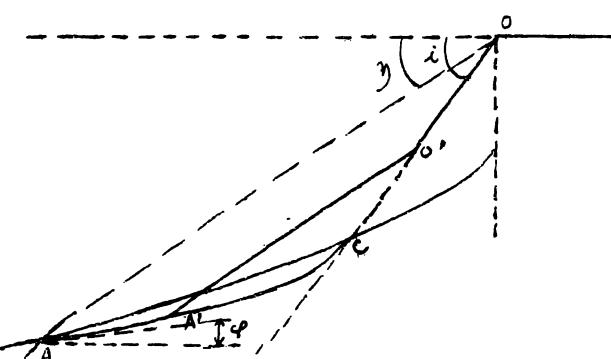
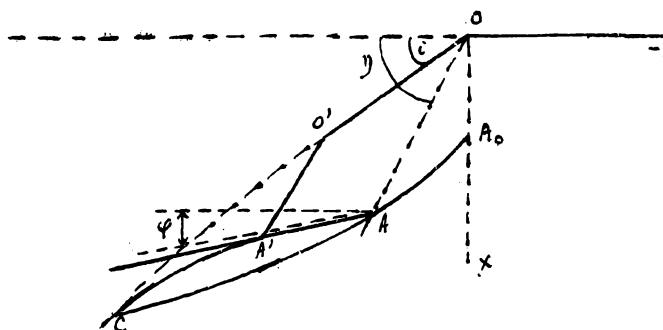
Pour obtenir A, il n'est pas nécessaire de construire la parabole. Sortons sur OX la longueur $OM = \frac{C}{\Delta}$ abaissons de M une \perp sur OR qui coupe la \perp OP à OA en N.

$$ON = \frac{C}{\Delta} \frac{\cos \varphi}{\sin(\pi - \varphi)} . Sortons NP = ON.$$

Menons par P une // à la bissectrice de \widehat{ROA} , elle coupe OA en A.

Si le terre plein a une inclinaison supérieure à φ , la hauteur dangereuse pour un talus d'inclinaison γ diminue; c'est l'inverse si le terrain a une inclinaison inférieure à $-\varphi$.

Observons, que d'après la théorie, un talus d'inclinaison φ peut avoir une longueur et une hauteur infinie. Ce résultat est en accord avec la théorie des terres sans cohésion, mais il implique que l'angle φ ait sa valeur réelle correspondant au simple frottement. Cet angle est pour les argiles inférieur à 20° . Donc, avec les terres argileuses, les talus à $1/2$ (45°) ou même $2/3$ (35°) ont un angle γ supérieure à φ et possèdent une limite de hauteur. On voit qu'il faut donc prendre des précautions spéciales avec les talus argileux de grande hauteur; même en comptant sur la cohésion. La théorie des terres sans cohésion, qui envisage des valeurs de φ de 35 à 45° est donc trompeuse, elle tient compte de la cohésion d'une manière occulte, mais qui s'écarte de la réalité des phénomènes et peut-être en défaut.



Dans le cas du talus brisé, M^e Risal détermine approximativement la hauteur limite de la manière ci-dessous. Soit OC le talus initial d'inclinaison i , auquel doit succéder un talus d'inclinaison $\gamma \parallel OA$. Tracons la parabole lieu des points A. A serait le pied du talus OA d'inclinaison γ , il peut être prolongé par une inclinaison φ . C serait le pied du talus OC d'inclinaison i . Tracons une courbe reliant A à C, d'inclinaison φ en A et i en C. Cette courbe est, par approximation, le lieu des pieds des talus tels que O'A' ayant leur sommet sur OB et d'inclinaison γ . Le point A' est au-dessus de la parabole.

La même construction est applicable au profil brisé concave; le point A' est en dessous de la parabole. Donc un profil concave de talus est plus stable qu'un profil rectiligne, qui l'est plus à son tour qu'un profil convexe. Le profil concave des talus est donc

le plus favorable, surtout pour les grandes hauteurs.. L'inclinaison au sommet peut être élevée (théoriquement verticale), l'inclinaison à la base tendant vers φ .

3^{ème} Section.

Protection des talus et remblais

§1. Conditions pratiques de stabilité.

Dès études théoriques qui précédent, corroborés par l'expérience, il résulte que les ruptures d'équilibre des massifs, sont principalement à craindre au voisinage des surfaces très inclinées, notamment des talus limitant les ouvrages terrassés. En dehors des actions dues aux cataclysmes (tremblement de terre etc.) des massifs continus peu inclinés ne subissent des ruptures d'équilibre, généralement des affaissements qui à la suite de circonstances accidentelles, qui peuvent faire l'objet d'études spéciales (par exemple les affaissements dus aux surcharges exagérées, travaux souterrains, formation de cavités par dissolution de certains constituants etc.).

Un talus de terres dépourvues de cohésion sera en équilibre stable sous l'effet de son poids si son inclinaison est inférieure à l'angle φ du talus naturel, quelle que soit la hauteur du talus.

Un talus de terres pourvues de cohésion sera en équilibre stable si sa hauteur est inférieure à la hauteur dangereuse correspondant aux circonstances; cette hauteur peut devenir infinie lorsque l'inclinaison moyenne se rapproche de l'angle de frottement des terres φ considéré indépendamment de toute cohésion et qui est plus petit que l'angle du talus naturel pour les terres très cohérentes, telles que les argiles, pour lesquelles il est, d'après M^e Rézal, voisin de 15° à l'état d'humidité naturelle.

Le tableau ci-contre donne, d'après l'ouvrage de M^e Rézal également, les valeurs de Δ et du talus naturel φ pour divers terrains dans divers états d'humidité; ces données sont naturellement imprécises à cause des différentes étendues qui peuvent se présenter dans les terrains de nature analogue. Ces valeurs numériques suffisent

pour les applications pratiques, elles demandent à être choisies avec discernement. Pour ce qui est des valeurs de la cohésion, nous avons déjà fait observer qu'elles sont très variables. M^e Reisal considère comme valeur moyenne, peut-être un peu élevée, $C = 2 \Delta$ pour une argile normalement humide.

Elle peut descendre si $C = \Delta$ et moins lorsque les terres sont mouillées (sans être fluentes), mais atteindre, d'après les observations faites sur les digues de réservoir, jusqu'à 3Δ pour des terres corroyées et cylindrées.

Les valeurs de C doivent se déterminer par l'expérience, par exemple, par la hauteur limite d'une paroi verticale.

Quoi qu'il en soit, la règle empirique souvent appliquée, d'après laquelle les talus de déblai sont inclinés à $\frac{1}{3} \pi$ et ceux de remblai à $\frac{3}{2} \pi$ se révèle tout à fait grossière et est la cause de fréquents accidents ; il n'est pas possible de s'en tenir à une règle si uniforme et il faut étudier chaque cas concret si l'on veut éviter autant que possible des accidents.

Les valeurs de C et de φ , donc les inclinaisons admissibles varient dans de larges limites avec le degré d'humidité. Pour des raisons d'économie, on adoptera autant que possible les valeurs correspondant à une humidité normale, pas trop grande. Mais pour assurer la stabilité de l'équilibre, il est alors nécessaire d'éviter la possibilité d'augmentations de ce degré d'humidité suffisantes pour compromettre l'équilibre. Il faut donc protéger les talus contre l'infiltration des eaux superficielles et contre l'afflux des eaux souterraines, notamment par des drainages. L'assèchement des massifs et l'évacuation certain des eaux sont des précautions, sinon toujours suffisantes, certes toujours nécessaire pour assurer la stabilité des terrassements.

Si par suite des circonstances précitées, les valeurs de φ ou de $\varphi + C$ subissent localement des diminutions notables, les parties supérieures peuvent s'ébouler. L'éboulement sera d'autant plus important que l'action de l'humidité s'exerce plus bas. Dans le cas de terres sans cohésion, la rupture se fera toujours par insuffisance de poussée ; elle partira du pied et les masses supérieures, n'étant plus retenues, suivront. Un tel danger de rupture est moindre avec les terres cohérentes, car la cohésion et la résistance à la traction interviennent pour retenir les terres supérieures. Par contre, des terres humectées par le dessous

peuvent se délayer, dépasser l'état d'équilibre strict supérieur et s'écouler sur le massif sous-jacent par excès de poussée. Ces éboulements sont locaux et limités, leur volume est d'autant plus grand que C est plus grand et q plus petit.

§. 2 - Glissements.

Les glissements sont des mouvements de translation de zones étendues de terrain qui se produisent généralement sur un plan ou surface de glissement matérialisé dans le terrain par une couche argileuse ou aquifère, une assise rocheuse etc., dont l'inclinaison est telle que la rupture d'équilibre par glissement est possible.

Cette couche peut être une intercalation mince d'argile, comme on en rencontre parfois dans des formations arenacées; la surface supérieure de cette couche peut être rendue glissante par les eaux venant de la surface à travers le sable perméable, ou la nappe d'eau reposant sur cette couche imperméable ou par l'eau contenue dans le sable aquifère sous-jacent. De tels phénomènes peuvent se produire même avec des sables agglomérés et des bancs rocheux avec intercalations de lits minces marneux ou argileux; le mouvement peut être provoqué par l'infiltration d'eau si le roc est fissuré; par introduction d'eau superficielle par l'émergence supérieure de la couche d'argile, par l'eau des couches sous-jacentes perméables, par des débordements du sol. Inversement, un massif argileux peut glisser sur une intercalation ou assise inférieure de sable aquifère d'inclinaison suffisante.

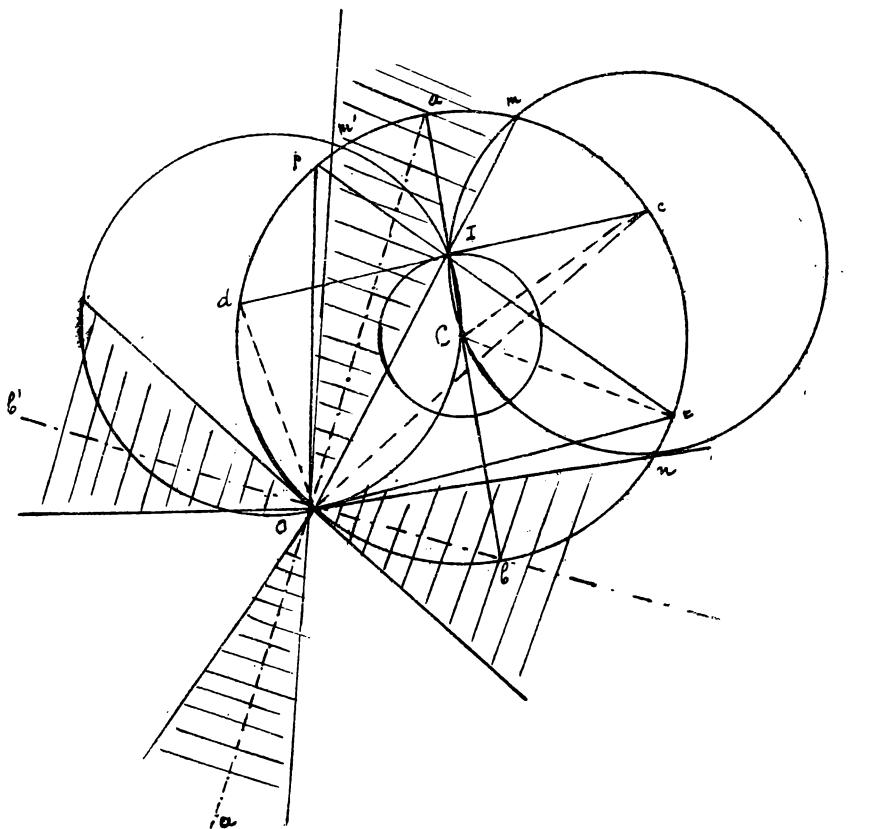
Ces deux causes de glissement sont les plus fréquentes. Toutefois, sous la présence d'argiles délayées particulièrement glissantes, des glissements de massifs peuvent aussi se produire sur des bancs rocheux de forte inclinaison. Ces glissements se produiront le plus facilement si les surfaces de glissement ont une émergence inférieure, parce qu'il n'y a pas de butée pour empêcher le glissement du massif supérieur.

Cependant, ils peuvent se produire aussi si la couche de glissement est sous le sol, soit que la butée soit insuffisante (épaisseur locale réduite du massif), soit que la poussée soit suffisante pour contre la butée correspondant à l'état d'équilibre strict supérieur.

Examinons le cas d'un massif sans cohésion, par exemple de sable, avec bancs d'argile, sans adhérence à la surface de séparation. Le talus naturel des terres est φ (35° par ex.) ; l'angle de frottement sur l'argile délayée est $\varphi' < \varphi$ (20° avec une argile grasseuse, 15° avec de l'argile plastique ramollie).

Il y a danger de glissement si l'orientation du banc d'argile est telle qu'il n'existe pas d'état d'équilibre pour lequel l'action conjuguée du plan de glissement fait avec la normale à ce plan un angle θ inférieur à φ' .

Soit O un point du massif, aa' et bb' les directions principales en ce point pour les états d'équilibre limite $\theta_{\max} = \varphi'$



Ces directions sont tracées pour le diamètre du cercle, en partant des directions conjuguées op et or , verticale et ligne de charge. Le centre I d'involution est sur le cercle de rayon $\theta_m = \varphi'$ et sur la corde pr . Les directions de rupture sont ce et ed ; l'angle $\widehat{IcC} = \varphi'$. L'angle $\widehat{IeC} = \theta$ ou i .

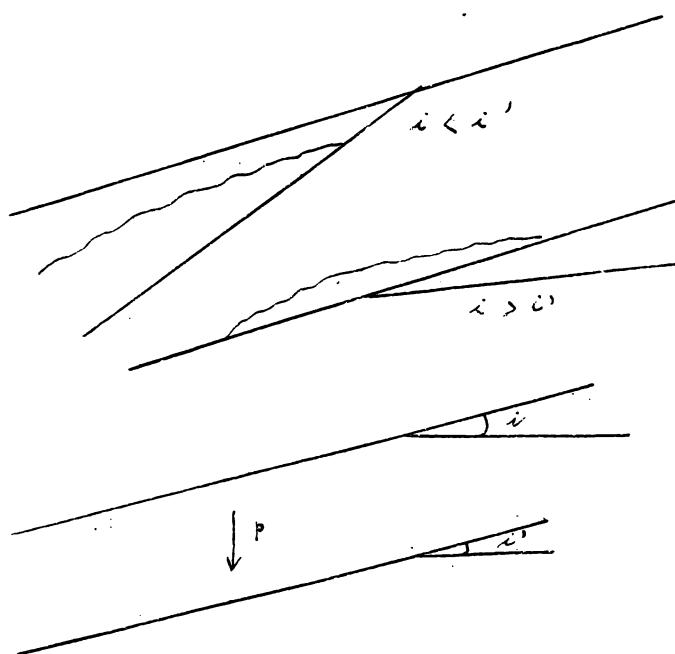
Nous voyons que dans l'angle \widehat{aoe} , l'angle θ varie de o à φ' , en passant par φ , il redescrit de φ' à o en passant par φ dans l'angle \widehat{cob} .

Tracons sur IC les 2 segments capables de l'angle φ' ; ils coupent le cercle de base en m , m' , n et n' . Dans les angles $\widehat{m'om}$ et $\widehat{n'on}$, l'angle θ est

toujours inférieur à φ . Donc, si l'orientation de la couche d'argile est telle qu'elle soit dans l'intérieur de ces angles, il n'y a pas de glissement à craindre.

Si le banc est dans l'angle $m^{\circ} \text{ ou } n^{\circ}$, c'est-à-dire fortement dressé - le glissement peut se produire par affaissement à l'arrière du banc d'argile et soulèvement à l'avant. Ce mouvement s'arrête de lui-même, car il provoque une compression et un recroisement de la ligne de charge à la rencontre du banc, jusqu'à ce que $\theta \leq \varphi$.

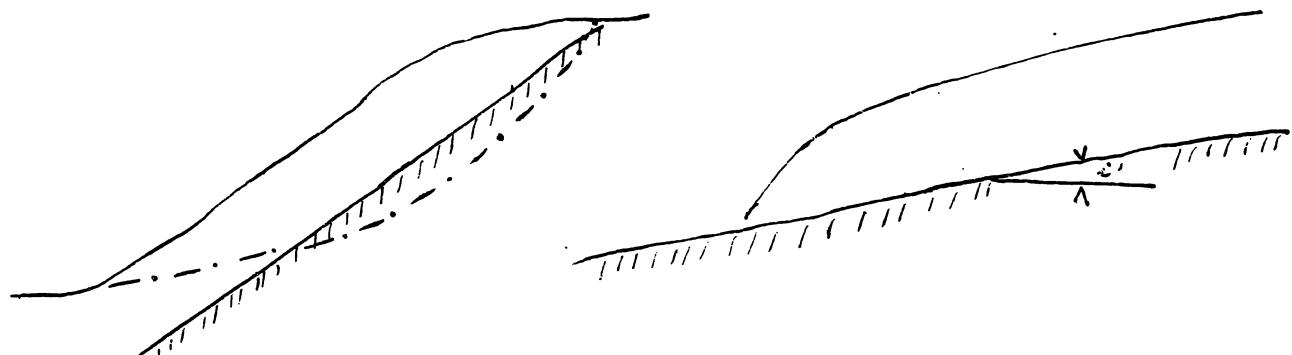
Si le banc est dans l'angle $m^{\circ} \text{ ou } n^{\circ}$, le glissement ne s'arrêtera pas si il est amorcé, par exemple par des pluies abondantes ou un dégel brusque ; des massifs importants peuvent se mettre ainsi en mouvement. Si le banc et la surface du massif sont irréguliers, on effectuera l'examen précédent en plusieurs points ; on constatera ainsi si des glissements locaux sont possibles, avec crevassement de la surface libre et bouleversement du terrain.



Le cas du banc rocheux reposant sous abattement sur une couche d'argile présente quelqu'analogie, seulement

Si le massif est cohérent et si la surface de séparation est raboteuse, de sorte que l'abattement des deux couches est sensiblement égale à la cohésion C , un glissement ne peut se produire que si l'épaisseur de la couche est supérieure à l'épaisseur critique, telle qu'elle a été définie dans

la section précédente. Si l'épaisseur est inférieure, le talus est stable quelle que soit sa hauteur et son inclinaison, la ligne de rupture ne peut se former car elle coupe la surface de séparation.



Cette conclusion implique toutefois que C ne diminue pas de telle sorte que l'épaisseur critique correspondante soit dépassée.

Mais si le banc inférieur ou intercalaire est tel que le contact s'effectue sur de l'argile délayée, il faut considérer $\varphi' < \varphi$ et $C' < C$.

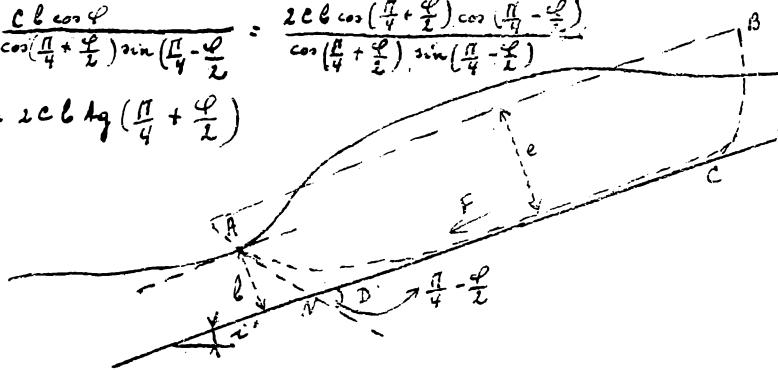
S'il y a émergence inférieure du plan de glissement, la valeur critique de l'épaisseur moyenne du massif est $\frac{C'}{\Delta} \frac{\cos \varphi'}{\sin(i' - \varphi')}$.

Donc l'épaisseur critique dépend uniquement de C' , φ' et i' et aussi de la densité du massif, mais pas de C et de φ ; cette valeur peut être fortement inférieure à l'épaisseur critique propre et les glissements sont très à craindre. Cependant la résistance à la traction, si il existe un massif supérieur stable, et le travail de dislocation du terrain, si le profil est accidenté, peuvent retarder les glissements qui se produiront donc le plus facilement avec des terres peu cohérentes mais sont moins probables, toutes choses égales d'ailleurs, avec du rocher plus ou moins tenace.

Si le plan de glissement n'émerge pas, la ligne de rupture ne peut pas suivre le plan de glissement sur toute sa longueur mais doit émerger nécessairement en un point d'épaisseur réduite. Soit A le point d'émergence

$$F > \frac{C b \cos \varphi}{\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})} = \frac{2 C b \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}{\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})}$$

$$F > 2 C b \operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$$



de la ligne de rupture ADCB
l'épaisseur en ce point étant
b. Soit l la longueur du
prisme d'éboulement et e
son épaisseur moyenne.
l'épaisseur critique corres-

: pondant au glissement sur le plan CD est $E = \frac{c'}{\Delta} \frac{\cos \varphi'}{\sin(i - \varphi')}$

Il faut de toute évidence que $e > E$ pour qu'il y ait glissement.

Nous savons que la force F de glissement est alors

$$F = \Delta l (e - E) \frac{\sin(i - \varphi')}{\cos \varphi'}$$

La ligne de rupture émerge en faisant l'angle $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ avec la surface libre, que nous supposons // à DC en A, puisque c'est un point bas. Pour qu'il y ait glissement, il faut que F puisse vaincre la résistance du plan incliné AN tangent à la ligne de rupture en A.

$$\text{Donc } F \left[\sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi \right] > \frac{c l}{\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}$$

$$\text{ou } F > 2 c l \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

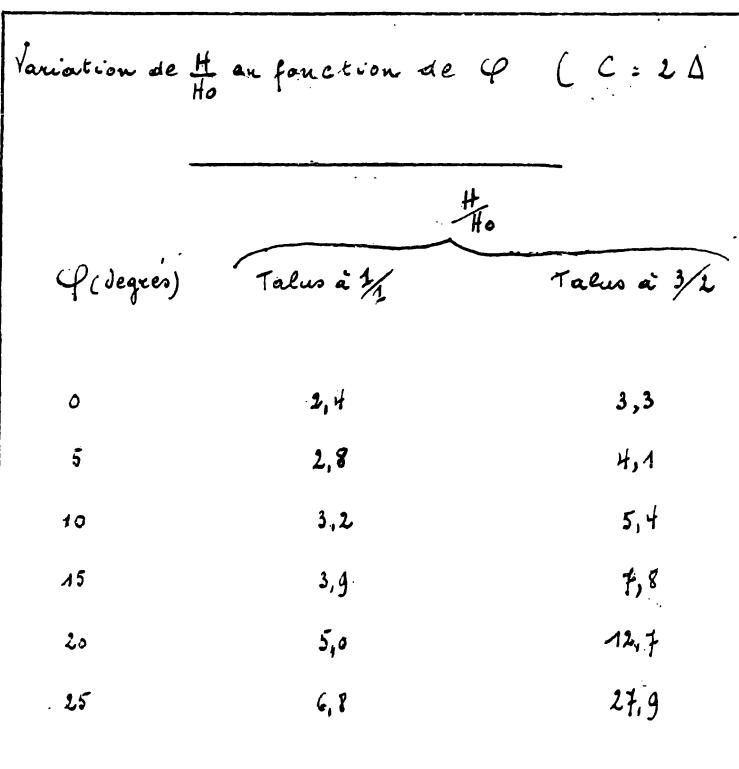
$$l < \frac{\Delta l (e - E)}{2 c} \frac{\sin(i - \varphi')}{\cos \varphi'} \operatorname{cotg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right).$$

La rupture ne peut donc se produire que si l'épaisseur moyenne est supérieure à l'épaisseur critique relative au plan de glissement et si l'épaisseur à l'origine de la ligne de rupture est inférieure à une certaine limite.

Bien qu'approximative, la formule ci-dessus résume les circonstances du phénomène ; le glissement sera d'autant plus probable que i' , l , e et Δ seront plus grands et que c , φ , c' , φ' et b seront plus réduits.

Tableau des valeurs de E et H pour $c = 2 \Delta$ et $\varphi = 15^\circ$:

i (degrés)	E (m)	H (m)
15	∞	∞
20	22,17	347,29
25	11,13	112,48
30	7,46	56,70
35	5,65	36,75
40	4,57	26,51
45	3,86	20,39
50	3,37	16,37
60	2,73	11,42
70	2,36	8,52
80	2,13	6,59
90	2,00	5,31



§ 3.- Circonstances favorisant les glissements.

L'ingénieur peut par les considérations qui précèdent déduire de l'étude des terrains si des glissements sont possibles. Il s'écartera des points dangereux autant que possible, car les mouvements des terrains constituent des ennuis des plus sérieux pour le constructeur, peuvent entraîner de grandes dépenses, parfois en pure perte et forcer à abandonner un travail, parfois exécuté au presque totalité. (Exemple du canal d'Ypres à la lys, repris à diverses reprises, par diverses méthodes et abandonné à cause de l'effondrement de la tranchée profonde de Hollebeke, qui entraîna l'écroulement d'une grande route métallique le 10 juin 1913). — autre exemple : le projet primitif de l'extension de la gare de Limbach (sarre) en 1923 prévoyait le déblai de la base d'une colline, qui s'est mise à glisser. On a aussitôt modifié le projet et déplacé les voies en-dehors de la zone de glissement, en détournant un important ruisseau voisin. Les travaux ont à peine subi quelques retards ; les glissements qui ont continué longtemps après, mais sans inconvenients, ont justifié la décision prise).

Si le passage en terrain abouleux est obligatoire, par exemple dans des vallées latérales et des cols de montagne, l'ingénieur a alors à résoudre un des problèmes les plus difficiles qui peuvent se présenter ; les moyens à employer dépendent au premier chef des circonstances du cas concret et réclament surtout de l'ingéniosité, de la prudence et de la patience et l'emploi de toutes les ressources de l'autre de l'ingénieur.

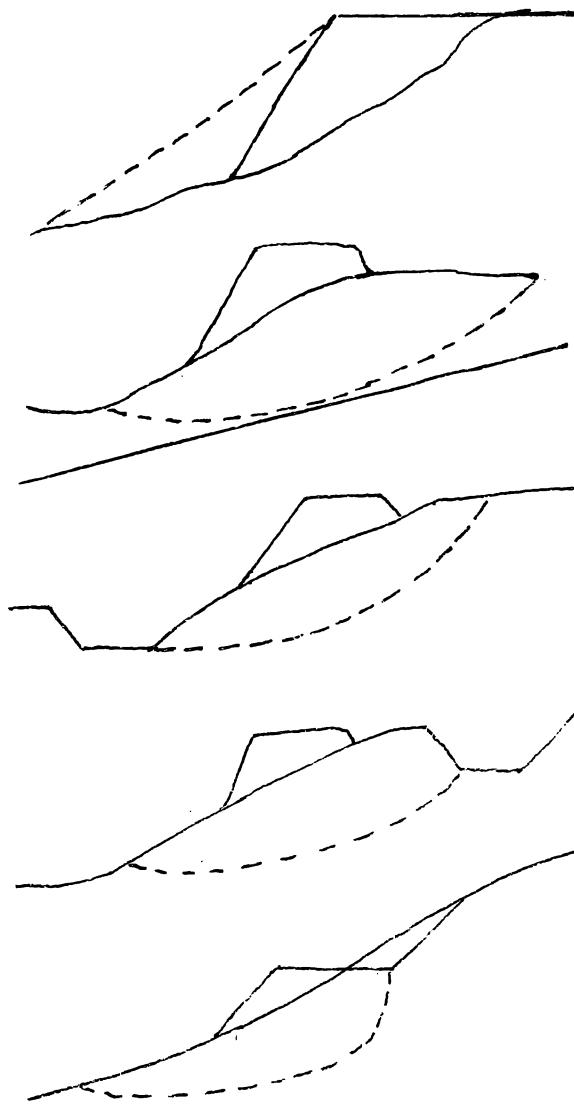


S''étude des terrains doit être assez profonde, elle ne peut se borner à la surface et aux environs immédiats des ouvrages. Il faut l'étudier sur une grande étendue et en profondeur. La stabilité apparente ne donne aucune garantie, car les travaux à effectuer modifient l'état d'équilibre et provoquent les mouvements. S'étude doit donc consister à s'assurer que les

travaux projetés ne peuvent être cause de glissements et seront stables ou à rechercher les conditions à réaliser pour empêcher les glissements et assurer la stabilité.

Les travaux qui peuvent provoquer des glissements dans un massif voisin de l'équilibre limite sont :

- 1) le déblai de la base d'une colline ou l'ouverture d'une tranchée au pied de cette colline, par réduction ou dépassement de la hauteur dangereuse (danger de stagnation d'eau au pied de la ligne de rupture).
- 2) l'établissement d'un remblai à flanc de coteau - réduction de la hauteur dangereuse, par augmentation de la déclivité moyenne. Une surcharge au sommet du coteau exerce le même effet.



3) l'exécution d'un remblai ou d'une construction lourde sur une couche de terrain surmontant un banc de glissement, ce qui correspond à une augmentation de l'épaisseur moyenne. Si les terres de ce remblai sont extraites d'une fosse en aval, les conditions optimales pour le glissement sont créées.

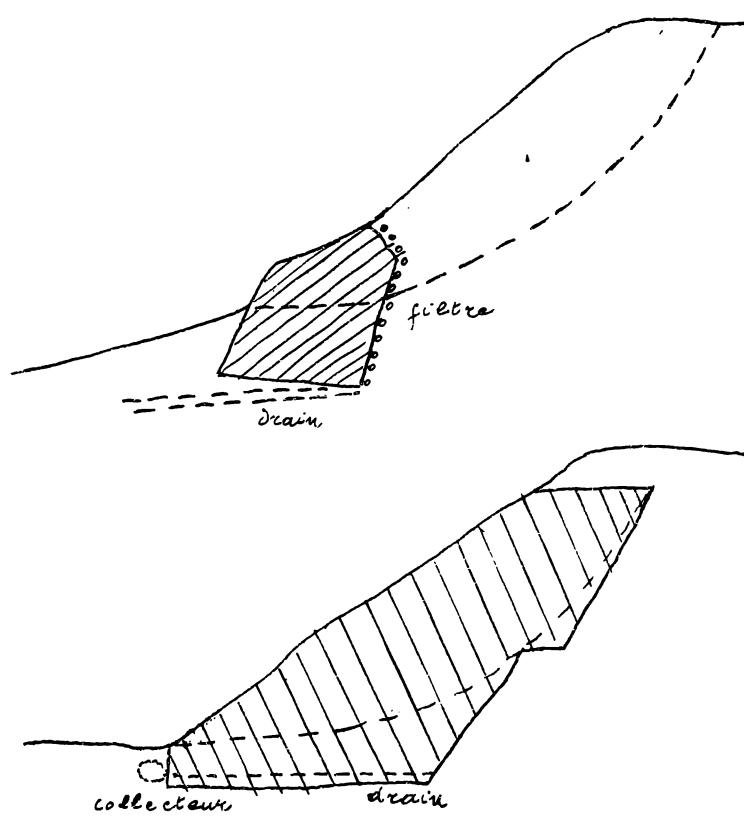
Il peut paraître préférable d'extraire les terres en amont, mais il peut en résulter un affaiblissement de l'ancre par traction et un danger d'accumulation d'eau au bas de la colline, le profil mixte est préférable.

Ces observations s'appliquent d'une manière correspondante aux massifs non cohésifs : si il y a un banc de glissement, la rupture d'équilibre se produit par dépassement de ϕ ou ϕ' .

§ 4. Moyens pour s'opposer au glissement.

On peut dans certains cas envisager un mur d'arrêt, mais l'efficacité en est toujours douteuse. De plus les terres, s'abîmant au-dessus par excès de poussée

ou bien la ligne de rupture passe sous le mur, qui se renverse en même temps que les terres s'écoulent. Le mur d'arrêt doit donc présenter une section très massive, intercepter une grande longueur au pied de la ligne de rupture et s'ancrer autant que possible dans le bon terrain. Ces dispositions dépendent des circonstances locales.



Il résulte de l'opinion de M^e Régal et des applications multiples de ce système par les compagnies de chemin de fer qu'on utilise beaucoup plus avantageusement la maçonnerie si au lieu d'en faire un mur d'arrêt continu, on constitue des contrefoorts isolés, formant de

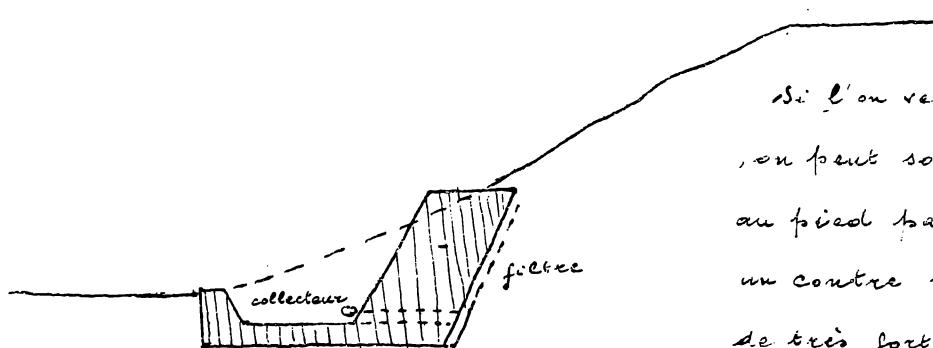
véritables éperons pénétrant dans le coteau à grande profondeur, de préférence jusqu'au delà de la région de rupture pour s'ancrer dans la partie stable. Ces ouvrages résistent mieux à la poussée, et immobilisent toute la région de rupture par cohésion et frottement latéral. Évidemment dimensions et espacement dépendent des circonstances, on peut envisager une largeur de 1,50 à 2,00 et un espacement de 5 à 10 m. Ces contrefoorts peuvent, vu leurs grandes dimensions et leur forme avantageuse, être construits en pierres sèches et servir en même temps de drains, c'est le système des drains contrefoorts. Ces contrefoorts contiennent à la base un canal d'écoulement, éventuellement un drain en poterie, débouchant dans un collecteur au pied du talus, de préférence à un fossé qui déforce le pied du talus. Si le colmatage est à croûte, la maçonnerie de pierres sèches est recouverte à la partie supérieure de paillasse de gazon et de terre corroyée pour éviter l'introduction des eaux de pluie qui peuvent provoquer des entraînements de terre dans le drain. Dans les terres cohérentes, ces contrefoorts peuvent s'arrêter à une certaine distance en-dessous

de la crête.

Pour augmenter la solidarisation et l'ancrage des massifs entre les contreforts, on réunit parfois ceux-ci par des arcs en pierre sèche, posés à la surface du talus et prenant appui sur les contreforts.

On peut substituer à la maçonnerie, même de pierres sèches, des massifs de bûche ou des contreforts en bonnes terres perméables et stables, que l'on réserve et transporte en conséquence pendant l'exécution des terrassements.

Il est nécessaire d'éviter toute humectation du sol, donc de bien drainer la surface, les mares d'eau, fondrières, détourner les ruisseaux, établir des aqueducs ou fossés de garde maconnés, obturer les crevasses et émergences de bancs perméables, protéger les surfaces par des revêtements imperméables : maconnés, corroyé, terres végétales. Les eaux souterraines doivent être captées et éloignées mais il faut prendre garde que les drains ne déforcent le sol ou n'entraînent des accumulations d'eau en certains points. Comme la captation des eaux peut toujours être douteuse en terrain argileux, il est recommandable de constituer toujours les dispositifs de drainage de telle sorte qu'ils puissent aussi jouer un rôle de soutienement. Ils sont de la sorte efficaces en tout état de cause, et souvent doublément. Tous les dispositifs de soutienement et de revêtement doivent toujours être munis du côté des terres de drains filtrants pourvu d'un écoulement certain.



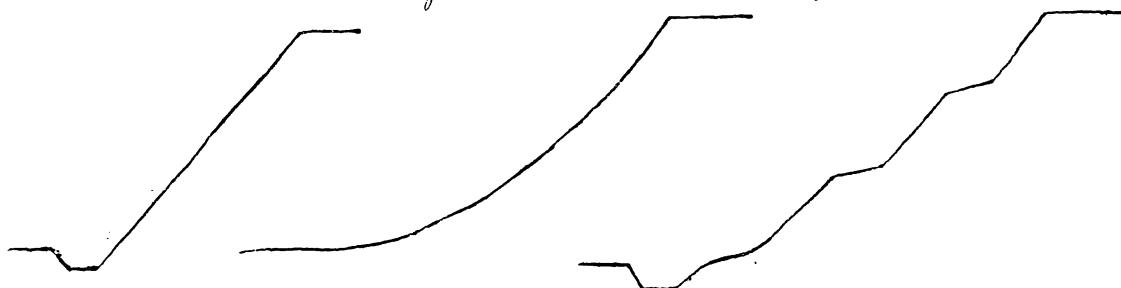
Si l'on veut augmenter la résistance, on peut solidariser les contreforts au pied par un radier et même un contre mur de bûche. En cas de très fortes poussées et si la tranchée est profonde et étroite, on

peut accolter les soutenements opposés par des arcs ou arcs, ce qui permet de réduire le cube des maçonneries. L'aboutissement du système est la couverture de la tranchée par une voûte continue et la constitution d'un vrai tunnel, construit en souterrain ou en tranchée couverte. Après la construction l'état d'équilibre du terrain n'est pas modifié.

Pour ce qui est des constructions établies en terrain susceptible de glisser, on devra renforcer leurs fondations par puits ou appuis isolés jusqu'à dans le banc de glissement ou bien on allègera la construction autant que possible et on la fondera par une fouille assez profonde pour que la surcharge totale soit faible. Cette méthode a cependant l'inconvénient d'interrompre la continuité du massif.

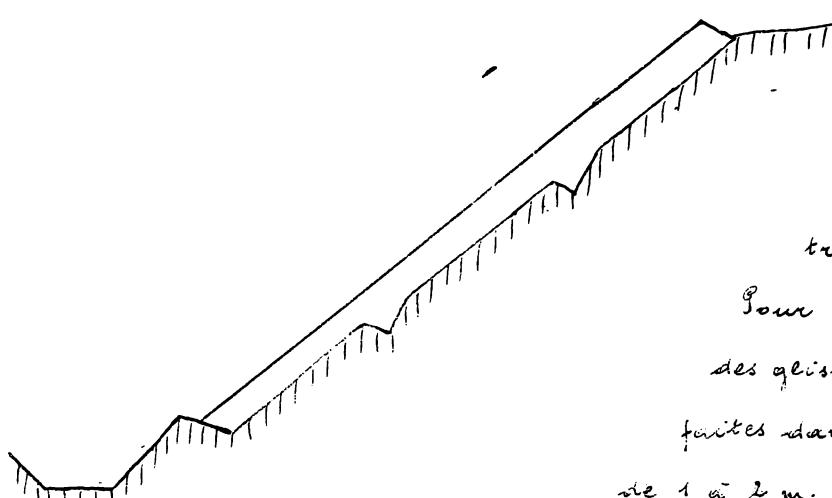
§ 5 - Talus de déblai.

Ils peuvent être généralement tenus les plus raides, puisque le massif n'étant pas aménagé possède toute sa cohésion. Le profil est rectiligne pour les petites et moyennes hauteurs ; le profil concave est recommandable pour les fortes hautes, surtout si le pied baigne dans l'eau (canal).



Le profil avec banquettes ou bermes, à légère inclinaison vers le vide pour assurer l'écoulement des eaux, peut aussi être employé, (bien qu'il soit moins fréquent) parce qu'il correspond à un profil concave.

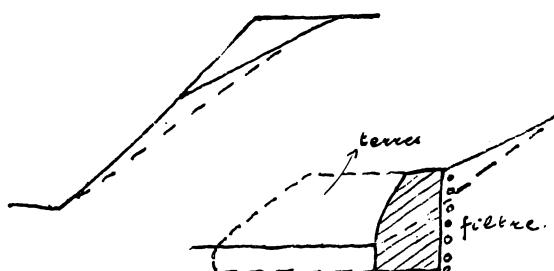
Les talus doivent être revêtus pour la protection contre les actions atmosphériques, vent, insolation etc., le ravinement et l'infiltration d'eau.



Le revêtement le plus simple est celui d'une couche de 10 à 20 cm de terre végétale enserrée d'herbes à racines traçantes : lugeron, trèfle, etc

Pour assurer l'ancrage et éviter des glissements, des entailles sont faites dans le talus à des distances de 1 à 2 m. et obliquement, pour éviter la formation de crevasses de tassement et assurer l'écoulement des eaux qui pourraient s'y accumuler.

L'humus ne tient pas sur les surfaces mouillées, suivantes. On peut alors revêtir le talus d'une couche de pierrière ou cendré de 10 cm, formant filtre et recouvert d'humus. Au pied du filtre il faut un drain continu collecteur avec gargonilles conduisant de distance en distance les eaux dans le fosse'. On peut aussi disposer des rangées de gazon en losanges, fixées au talus au moyen de chevilles en bois. L'intérieur des losanges est rempli de terre végétale. Ce procédé convient pour les terres argileuses. Si des glissements superficiels peuvent se produire, on assure une meilleure solidarisation par des losanges en clayonnages sur piquets. L'intérieur est rempli de terre végétale ou de gazon à plat. Les piquets doivent avoir une fièche suffisante, d'au moins 50 cm. On remplace parfois la terre végétale et l'humus par des gazon posés à plat, l'herbe en dessus ou en dessous, ou aussi par des gazonages à queue qui sont de véritables perçés en mottes de gazon, posés en assises réglées, en déca- pe, terre sur terre et herbe sur herbe ; l'épaisseur est en moyenne de 30 cm. Il est nécessaire de fixer les gazon à plat par des chevilles en bois enfoncees au maillet.



On consolide parfois les talus ayant une tendance au glissement ou suivants par des plantations arborescentes, surtout des aescies, ossiers, des résineux.

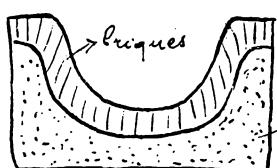
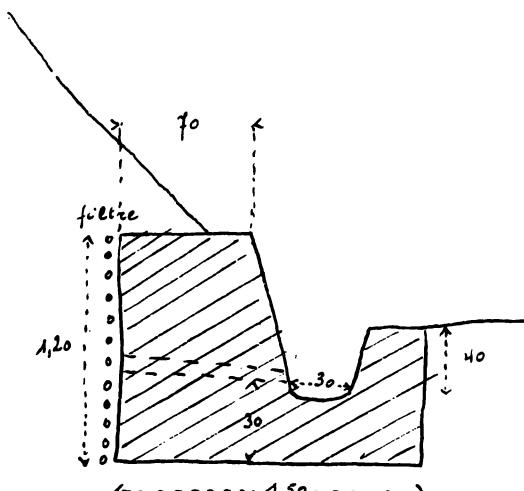
Les revêtements ne sont pas complètement imperméables, mais absorbent l'eau qui ne ruiselle donc pas, empêchent la formation de crevasses et entretiennent une certaine humidité. L'argile peut se mouiller superficiellement, mais non se crevasser, l'eau ne peut pénétrer profondément.

Il faut d'ailleurs, dans le cas d'un revêtement plus ou moins imperméable, prévoir toujours un grand nombre de barrières pour éviter les sous-pressions auxquelles ces revêtements ne peuvent résister.

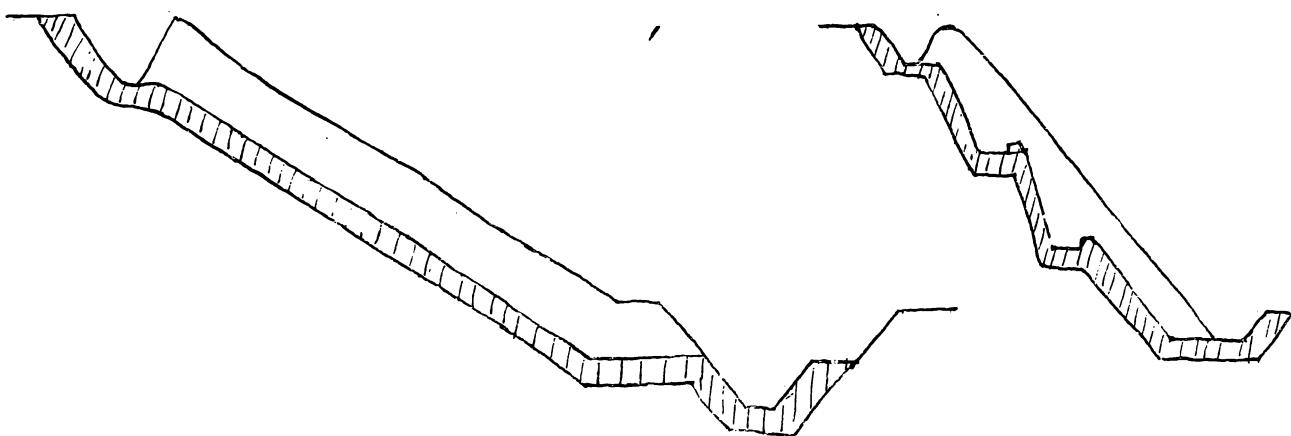
S'il y a une tendance au glissement, on adoucit le talus en recoupant la crête. Cette disposition est d'ailleurs peu avantageuse, car elle réalise un talus concave. Pour une même emprise, un talus concave est préférable. Donc, de préférence, on constitue un soutènement de pied en terres rapportées choisies,

en briques séchées ou en maçonnerie, de la sorte on réalise le talus concave et on réduit la hauteur dangereuse.

On maintient constante la distance de la crête du talus à la crête du mur, le profil du talus est indépendant de la hauteur. Ce type avec solde soutenuement de pied est surtout recommandable pour les canaux, à cause de l'humectation constante des couches inférieures. Pour cette raison, il est bon aussi de maçonner les fosses des tranchées profondes avec chemin de fer, avec un petit massif de butée du côté du talus.



Il faut arainer la plateforme supérieure de manière à éviter toute infiltration d'eau dans la région de rupture, obturer les crevasses ou émergences de bancs perméables. Pour éviter les déversements d'eau provenant des pluies torrentielles en cas de terrain incliné, on établit un fossé maçonné de crête ou de garde. Les eaux doivent être descendues par le fossé vers le point de passage si la tranchée est courte ou bien par des caniveaux pavés, maçonnés ou en béton, si la tranchée est longue. Si elle est haute, ces caniveaux sont construits en cascades pour éviter la trop grande vitesse de l'eau.



macouner le fossé, éventuellement le remplacer par un drain assez fort.

En cas de suintement caractérisé à un niveau déterminé, on peut essayer d'établir un drain longitudinal superficiel et se revêtir à la manière habituelle, ou bien faire un perré avec drain continu jusqu'au dessous du niveau de suintement. Les drains transversaux et les drains enterrés ou en galerie en arrière du talus sont peu recommandables, ils risquent de défoncer le massif et leur efficacité n'est pas certaine.

On cite un système de drainage qui semble avoir été appliqué avec succès à une tranchée de 14 m. de profondeur à Houdeng-Gœgnies (Canal du Centre belge). Un massif de limon quaternaire, peu perméable vers la base, repose sur une couche de sable drainée par un fossé. On craine le massif supérieur très simplement par des trous de sondage descendus jusqu'au sable et remplis de pierrière. A noter qu'une telle couche perméable est souvent drainée par la tranchée elle-même.

Si des glissements se sont produits, on remplace les terres éboulées par un massif de bûche en bonne terre, sépare les terres restées en place par des filtres, reliés par des drains au fossé ou drain collecteur. Comme on ne peut pas toujours disposer des terres nécessaires, on peut établir simplement des contre-forts en bonnes terres ou mieux des drains contrefoits, que l'on encastre dans les terres restées en place. Ces drains contrefoits ne se pratiquent généralement qu'après éboulement, à cause de leur prix élevé, parce qu'ils exigent de



profonds déblais et qu'on ne peut bien apprécier leur nécessité et les dimensions à leur donner qu'à près d'éboulement. Les terres déboulées ne peuvent être remployées qu'après assèchement suffisant, on y ajoute éventuellement du sable.

Si ce qu'il y a affaire à un sable lourde, il faut nécessairement des talus et très faible inclinaison. Il faut opérer la fouille par couches et faire

des couches fines et régulières, avec un intervalle de 10 cm. entre deux couches. Il faut faire des couches de 10 cm. et faire des couches régulières, avec un intervalle de 10 cm. entre deux couches.

épaisseur après avoir auparavant drainé chaque couche par tout un réseau de rigoles mises en relation avec un émissaire permanent. Pour éviter les entraînements de terre et les tassements, il faut assurer de grandes sections d'écoulement qui donnent les faibles vitesses indispensables. On assure de cette manière un rabattement progressif de la nappe aquifère. Bien entendu, lorsque la fouille est à profondeur, il faut conserver un drainage permanent du plafond et veiller à un écoulement certain des eaux (drains - contreforts, fossés maçonnés, etc.). Ces talus reçoivent des revêtements ordinaires dans la mesure nécessaire.

Ex : fouille de la gare centrale à Bruxelles, tranchée de Huyssinghen, etc.).

Dans les tranchées des voies de communication, il faut nécessairement que l'écoulement des eaux soit naturel, donc s'effectue par un ruisseau. Pour les fondations, on peut réaliser des rabattements temporaires par pompage (voir cours de fondation). Écluse de la Petite - Ile, Canal de Charleroy à Bruxelles - Visite du 24-6-27. Tranchée de Huyssinghen de la ligne de Schaerbeek - Hal (visite du 23 juillet 1927). Observer que les tranchées profondes produisent nécessairement un rabattement de la nappe aquifère, dans une zone qui peut être étendue. Il faut donc toujours prévoir des arrivées d'eau (Tranchée profonde d'Oordegem) ligne de Bruxelles à Gand Saint Pierre, tarissement de tous les puits voisins).

Si lorsque le talus est rocheux, il se tient presque à pic, parfois même en surplomb pour les routes. Ces dispositions dépendent de la résistance et de la texture des roches. Il ne faut de revêtement que si le roc est altérable, on le soustrait à l'action des intempéries par un revêtement mince maçonné ou en béton ; la gunite semble un procédé très approprié. Ces cas de revêtement sont assez rares. On se contente le plus souvent de maçonner les bâties ; les surplombs etc. favorisant des coups de mine, de manière à avoir une paroi approximativement plane et éviter les amoncellements de blocs.

La profondeur maximum des tranchées dépend de considérations économiques et techniques. Économiquement, il faut établir par comparaison si d'autres solutions : tunnels, détournements etc ne sont pas plus avantageuses. Techniquelement, nous savons qu'un talus à inclinaison donne à une limite de hauteur. Par exemple, pour de l'argile telle que $C = 2\Delta$ et $\phi = 15^\circ$, la hauteur dangereuse est voisine de 20 m. pour un talus à 45° . avec des terres argilo-sablonneuses,

de cohésion moindre, la limite est inférieure si la réduction de cohésion n'est pas compensée par l'augmentation de φ . Par exemple, si $C = \Delta$, pour que la limite reste la même, il faut $\varphi = 48^\circ$ valeur très élevée et que l'on ne peut excepter dans les terres argileuses. Donc, pratiquement, pour des tranchées de 20 m., le talus de 45° est déjà dangereux, il faudra adoucir à $3/2$ par exemple, ou rendre le talus concave. Pour 30 m. de hauteur, on doit adoucir le talus à $3/1$ environ dans les terres argileuses. On voit donc que la largeur de la tranchée en crête serait de 180 m. plus la largeur l au plafond, ce qui représente un cube de

$$30l + 2700 \text{ m}^3 \text{ par m. courant.}$$

On peut en déduire le prix par m² courant. Mais il faut encore envisager que sur de telles hauteurs, il y a généralement des changements de nature du terrain, des chances de rencontrer des nappes aquifères, sources, couches de glissement, terrains suintants ou boulants etc et que des protections sont à prévoir pour une surface considérable de talus de près de 220 m² par m² dans le dernier cas. En terrain rocheux, le cube est beaucoup moindre, mais il se présente la difficulté des grands déblais rocheux, du danger de chute de blocs, etc.

Les très grandes profondeurs dépassant 20 à 30 m., valeurs déjà notables, ne s'expliquent que pour des ouvrages exceptionnels ou à défaut de toute autre solution possible, par exemple pour des canaux de percement d'isthmes : canal de Panama, tranchée de la Culebra de près de 88 m. de profondeur jusqu'au plafond du canal (importants gisements d'argile), canal de Corinthe : profondeur totale de 98 m. également, dans la craie.

§ 6. - Talus de remblai -

Les terres de remblai ont, par la fouille, perdu leur cohésion naturelle. On leur assigne généralement un talus à $3/2$, contre $1/1$ pour le déblai. Toutes autres choses égales d'ailleurs, cela revient d'après les valeurs numériques précitées, à attribuer à la terre remblayée une cohésion moitié moindre de celle de la terre vierge, ce qui est trop considérable.

Pour les constructions en terre qui doivent posséder des qualités spéciales de cohésion, de compacité et de stabilité (digues principalement) on les constitue en socle argilo-sableux pilonné ou mieux cylindré au moyen de

zylindriques à cannelures, par couches minces (15 à 20 cm par exemple) de manière à assurer une compression énergique. La cohésion ainsi réalisée peut être élevée (jusqu'à 3 Δ et davantage), les tuiles ne se fissurent pas ou peu par dessication, à cause de la présence de sable.

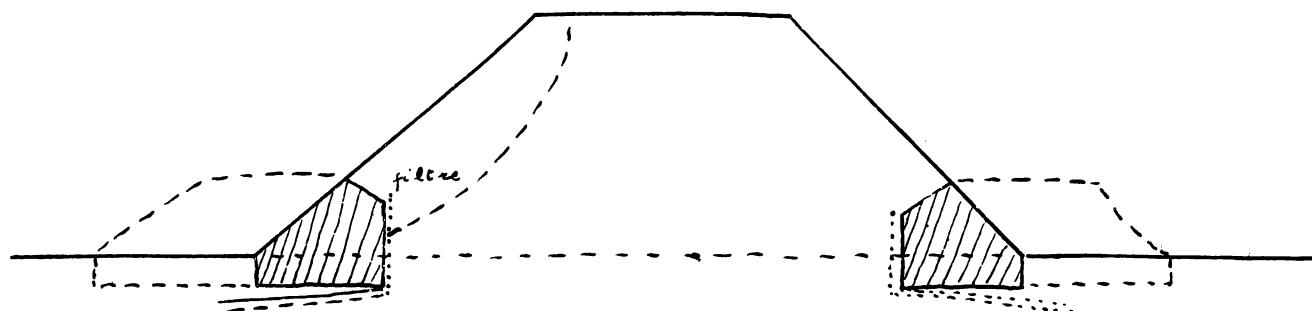
Les talus de remblai sont plats, concaves ou en gradins, comme les talus de déblai, mais d'inclinaison moyenne moindre. Les mêmes revêtements de protection superficielle ne sont pas à craindre en règle générale. Pour les remblais en terre perméable, il n'y a donc pas de dispositifs spéciaux à envisager.

Les remblais en terre imperméable, par suite de la fumille, se présentent généralement en mottes, entre lesquelles existent des vides qui se redressent lentement par tassement. Il est utile d'éviter l'infiltration des eaux pluviales dans l'intérieur de la masse, afin d'éviter le délayage de l'argile et les fortes poussées. Même lorsque le massif est plus compact, il est bon de protéger contre les alternances de sécheresse et d'humidité et d'éviter les fissurations. On constituera donc autant que possible le noyau du remblai avec les terres imperméables et on le revêtra par dessus et sur les côtés d'une couche de sable argileux, qui est suffisamment imperméable et ne se fissure pas. A défaut de sable argileux, on recouvrira de sable, terre végétale, etc. On établira la plateforme supérieure en dos d'âne pour assurer le retenement des eaux. Si l'opposition en cuvette avec un drain dans le creux est à rejeter, elle favorise la formation de mares stagnantes à la partie inférieure du remblai. Les tassements peuvent rompre les drains et les eaux s'infiltrer alors dans la masse.

Les grands remblais sont généralement exécutés par déversement latéral, les diverses couches étant inclinées selon le talus naturel. L'obligation du fonctionnement continu des chantiers fait que les terres sont déversées sans arrêt, ni répartition, telles qu'elles se présentent. Il en résulte qu'il peut se présenter des inclinaisons obliques soit d'argile dans des sables et graviers, soit de sables, graviers ou sable dans de l'argile. Le dernier cas peut donner lieu à la longue à des glissements; on les évitera par le recours à l'inclusion d'argile dans le

sable est moins à craindre, à cause de l'état de division en mottes, qui fait que les terres s'amalgament au contact sous forme de surfaces de glissement caractérisées.

Pour éviter des éboulements ou y porter remède, le système des éperons en bonnes terres perméables, gravier, éboulis ou pierres sèches est très recommandable.

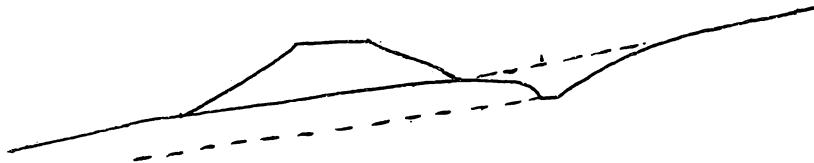


Ils penetreront dans la base du remblai au delà de la région de rupture, mais il n'est pas nécessaire de les faire très hauts, il suffit qu'ils interceptent largement la partie inférieure de la ligne de rupture. L'exécution en peut être économique si l'on peut utiliser des matériaux convenables de déblai, que l'on réserve à cette fin. Pour de très mauvaises terres de remblai, ou un mauvais terrain d'assise, on renforce parfois ces éperons par des massifs bas latéraux formant butée, on substitue aussi parfois aux éperons un massif continu. Cela revient en somme à réduire la hauteur dangereuse par diminution d'inclinaison moyenne et talus concave.

Si le talus est mouillé (digues), il convient de lui donner un profil concave, de le protéger contre la fissuration par dessication au moyen de revêtements superficiels appropriés et de protéger spécialement les parties exposées à l'action des courants. Un mur d'appui ou des revêtements sont souvent indispensables, notamment aussi pour les talus qui peuvent être atteints par des inondations.

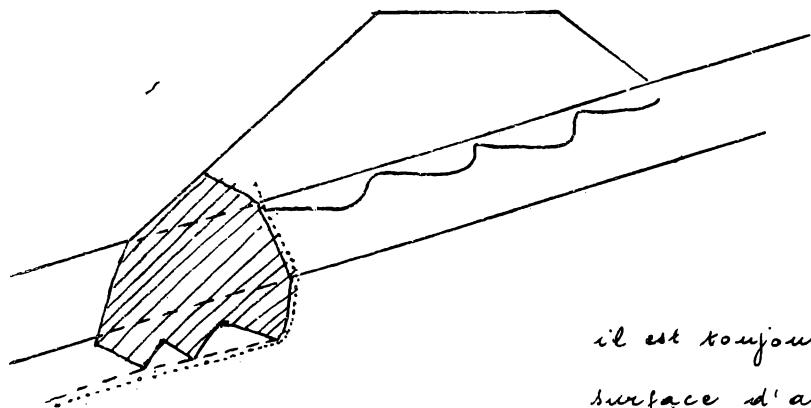
Comme la réalisation de l'imperméabilité absolue du revêtement est impossible et qu'il importe au moins uniquement d'éviter la penetration profonde de l'eau par des fissures, la recherche de l'imperméabilité complète est superflue et il faut permettre en tous cas l'écoulement des eaux qui peuvent se réunir derrière le revêtement en cas de recouvrement des amas, pour éviter les sous-préssions.

Le drainage et autres préparations superficielles du sol dans lequel se creuse une tranchée sont remplacées, pour les remblais, par la préparation du sol d'assise. Dans ce cas également, un bon drainage est nécessaire. Les ruisseaux seront détournés ou routeés. On évitera tout ce qui peut détruire le sol d'assise, ainsi que de poser obstacle à l'écoulement des eaux par la constitution du remblai (par exemple sur terrain incliné).

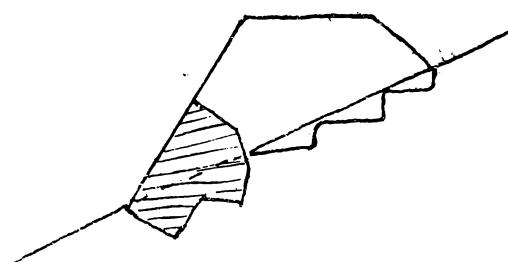


Il faut éventuellement un fossé de protection latéral à distance appropriée à l'amont du remblai, avec émissaires convenables, éventuellement par aqueducs sous le remblai.

Des glissements du sol d'assise, entraînant le remblai, peuvent se produire dans les conditions qui ont été expliquées précédemment. On évitera autant que possible de telles situations. Si elles sont inévitables, il faudrait recourir à des murs ou des éperons d'arrêt, descendant jusque dans la couche de glissement et soutenant en même temps le pied du remblai. Tous les dispositifs pénétrant dans le terrain naturel seront pourvus de drains (règle générale). Si la couche superposée au banc de glissement est mince, on peut l'enlever si l'assise sur le banc de glissement en devient meilleure. Mais que la pente devient un peu forte ($> 10\%$)

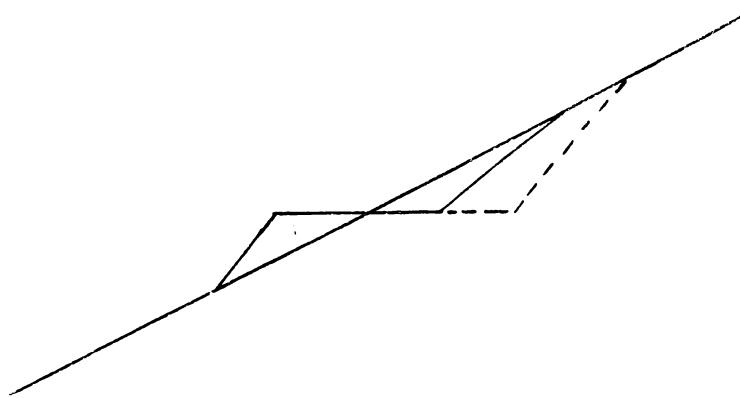


il est toujours nécessaire d'enterrer la surface d'assise en gradins, car il n'arrivera pas pratiquement que le frottement interne des terres de remblai plus la cohésion soit inférieur à leur frottement sur la surface d'assise.



Sur terrain simplement incliné, sans banc de glissement, il faudra examiner si le glissement du remblai sur le sol sous-jacent

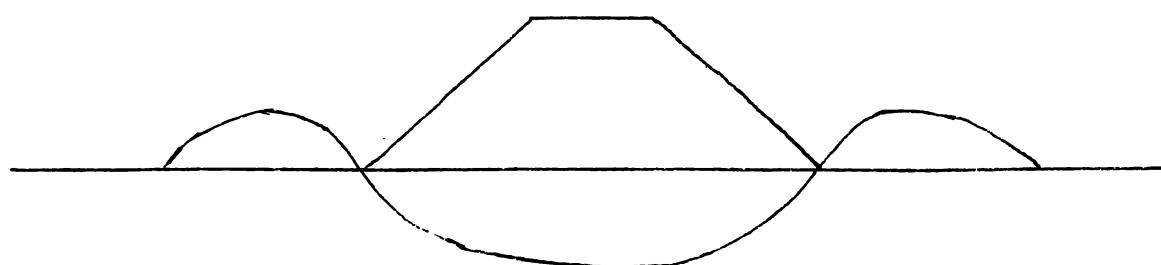
n'est pas possible. En tous cas, on entaillera l'assiette en gradins et on soutiendra le remblai par un mur ou des éperons de pied selon les besoins. au fur et à mesure que l'inclinaison augmente, ces dispositifs prennent plus d'importance et deviennent de véritables murs de soutienement continus ou à pilier (éperons) et arcades. C'est notamment le cas des profils mixtes en certain très déclif; le problème se pose alors de savoir si le profil complètement en déblai n'est pas plus sûr et plus économique, c'est un cas d'espèce.



(voir planches et cours de routes)

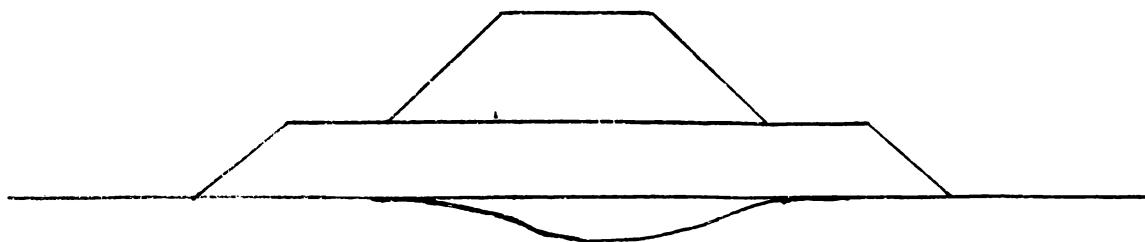
Observons enfin que si les déblais contiennent beaucoup de roches non altérables, il peut être avantageux en tout terrain de les utiliser latéralement en maçonnerie sèche sur la hauteur que permet le cube dont on dispose. On forme ainsi deux véritables murs de soutienement dont l'intervalle est rempli de terres meubles, dont la poussée peut d'ailleurs être réduite du fait de la proximité des deux murs, qui peuvent être éventuellement accolés. Ce dispositif peut convenir en pays de montagne et pour les remblais assez élevés.

Enfin un cas très spécial est celui de l'établissement d'un remblai sur un terrain compressible (marécages, terrains de vase, etc.).



Si la couche compressible est peu épaisse, on l'enlèvera et on descendra sur le bon sol. Si la couche est très épaisse, on peut comme nous l'avons déjà indiqué dans le cours d'exécution des terrassements remblayer jusqu'à ce que le profil stable désiré soit réalisé. Le remblai pénètre alors sur une certaine profondeur dans le terrain sous-jacent qui reflue latéralement. L'état d'équilibre indique que qu'il y a égalité entre la poussée minimum sous le remblai et la poussée

maximum latéralement au remblai. On peut espérer réaliser l'équilibre plus rapidement et à moins de frais (moins de cubes de terre) en établissant

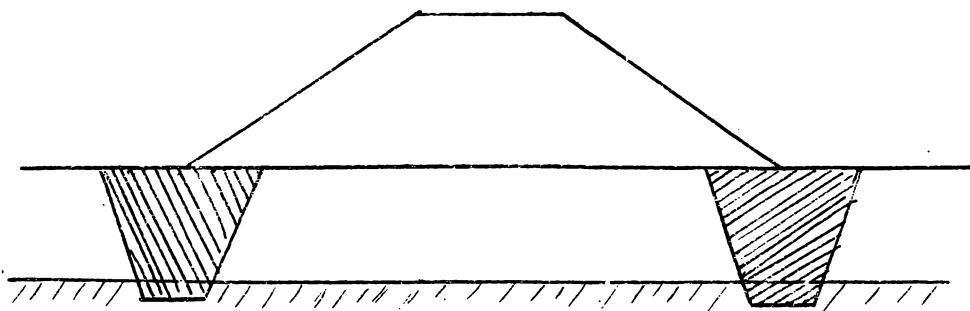


d'abord une plateforme remblayée beaucoup plus large que la base du remblai, de manière à créer une surcharge préalable des flancs. Mais une règle précise ne peut être indiquée, tout dépend des cas d'espèce.

On peut créer les surcharges artificiellement, par des fascines lestées par exemple, de même établir la route sur une plateforme de fascines, etc.

Si la compressibilité provient de l'humidité, et qu'elle est peu profonde, un drainage si profond et suffisante peut raffermir notablement le sol. Si la couche est très profonde, l'humidité provient de sources ou de courants souterrains profonds, c'est eux qu'il faudrait pourvoir capter, ce qui n'est qu'exceptionnellement possible.

Dans le cas où la couche compressible n'est pas très épaisse, on peut employer le dispositif suivant, qui augmente l'efficacité de la compression et assure en même temps un drainage: On établit, éventuellement à la drague, des cuvettes latérales descendant jusqu'au sol résistant sous jacent, que l'on remplit ensuite de matériaux incompressibles et perméables : pierrailler, gravier, sable, éventuellement avec drains s'il y a moyen d'assurer l'écoulement des eaux recueillies



Ces massifs forment une enceinte qui empêche la compression provenant du remblai de se perdre latéralement; leur descente éventuelle dans

le sol sous le poids du remblai contribue par serrage à produire la compression nécessaire. L'action de compression et de soutienement de ces dispositifs est plus certaine que leur efficacité de drainage, aussi convient-il de les établir au moins partiellement sous les pieds du remblai. On peut aussi établir des parois de palplanches métalliques par exemple, si l'ouverture des cunettes est difficile. Bien qu'il soit moins efficace en cas de grande épaisseur de la couche compressible, le procédé peut être aussi employé.

Pour ce qui est des limites de hauteur de remblai, les considérations dépendant de l'équilibre des talus sont les mêmes que pour les déblais. Pour les grandes hauteurs, l'écart d'inclinaison entre les talus de déblai et de remblai se réduit. D'autre part, les éboulements sont généralement moins graves, causent de moindres troubles d'exploitation et de moindres dépenses de réfection. Donc, si l'on dispose de beaucoup de terres, on effectuera des remblais ayant des hauteurs supérieures à la limite moyenne de profondeur des tranchées, par exemple 50, 60 m etc. En pays minier, par suite des affaissements, on trouve souvent de très hauts remblais.

Pour les grandes hauteurs, il convient toutefois d'examiner si le viaduc n'est pas plus économique ; il exige de toute évidence un socle sol stable et ne peut donc convenir en terrain débonillé ou exposé aux séismes.

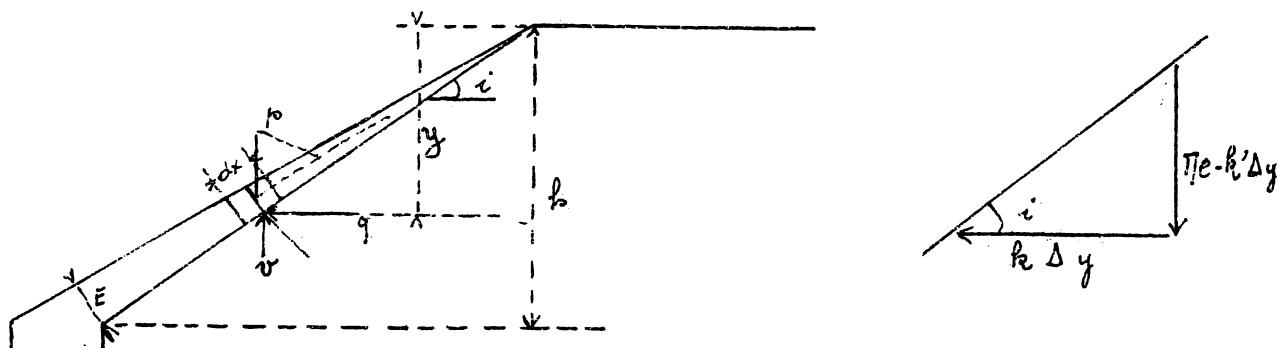
§ 7. Perrés

Ces revêtements superficiels maconnés à sec ou au mortier forcent le nom de perrés. Ils constituent parfois de simples protections de la surface des talus contre les agents de destruction atmosphériques ou hydrauliques ; d'autrefois ils contribuaient, dans une certaine mesure, à assurer par leur poids la stabilité du talus. Quoiqu'il en soit, au point de vue de leur stabilité, ils sont toujours soumis à leur poids et à une certaine réaction du sol sous-jacent qui doit être telle qu'il n'en résulte pas de sollicitation excessive des maçonnées.

Si le perré est en maçonnerie sèche, la résultante doit passer dans l'intérieur du noyau central de toutes les sections. S'il est maçonné au mortier, la résultante peut sortir du noyau central, mais dans d'étroites limites seulement. Comme dans les perrés les dimensions transversales sont faibles par rapport aux dimensions en élévation, on peut en conclure comme condition de stabilité que la résultante doit être parallèle au talus.

Si nous considérons un élément de longueur Δx et d'épaisseur e à un niveau y sous la crête du talus, γ étant le poids spécifique de la maçonnerie, le poids sollicitant est $\gamma e \Delta x = p \Delta x$.

Si les terres sont dépourvues de cohésion, la poussée élémentaire a une valeur qui est fonction linéaire de y et dont au surplus la valeur et la direction ne dépendent que des constantes du terrain, ϕ , Δ et i (on suppose le terre plein horizontal.)



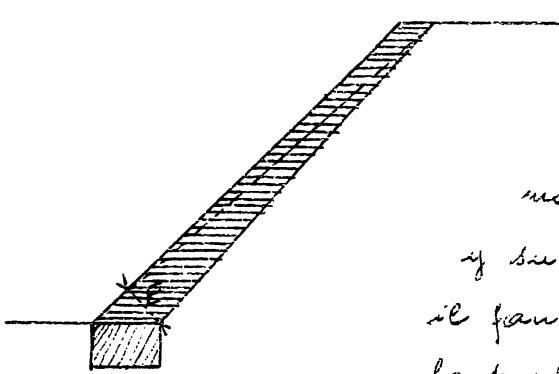
On peut donc la décomposer en une composante horizontale $q = k \Delta y$
et une composante verticale $V = \gamma k' \Delta y$

La condition de stabilité est donc $[\gamma e - k' \Delta y] : k \Delta y \geq i$

$$e = \frac{\Delta y}{\gamma} (k i + k')$$

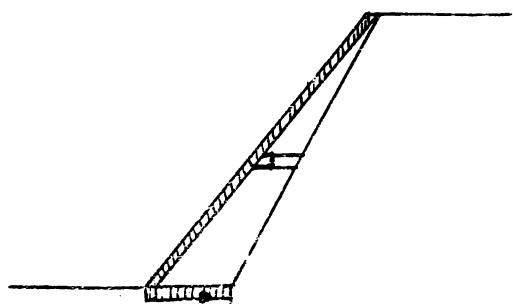
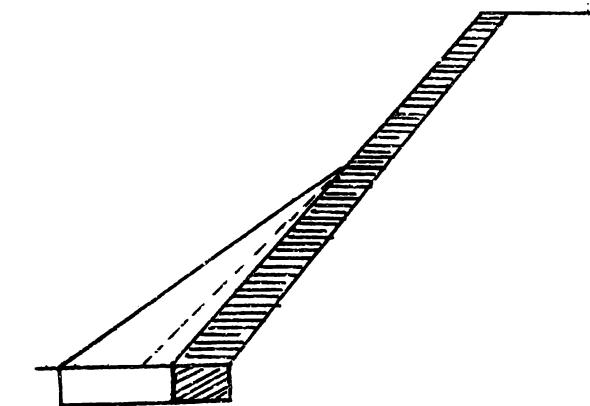
Le rapport $\frac{e}{y}$ est constant, le profil théorique est un triangle dont le sommet est à la crête du talus et l'épaisseur maximum E au pied. En pratique, on

substitue un profil trapézoïdal, mais il faut que l'épaisseur au pied soit $\geq E$ sinon la partie inférieure n'est pas en équilibre et



peut s'ébouler ou se bomber et finalement entraîner la destruction du revêtement et du talus.

La stabilité d'un perré dépend donc de son poids par m², c.à.d. de son épaisseur. Ils ne convient donc pas d'attribuer au perré une épaisseur constante si il peut avoir à remplir un office de soutienement, car sa stabilité dépend en fin de compte uniquement de l'épaisseur à la base. Quand un perré inspire des craintes d'éboulement, on peut pallier à son insuffisance de stabilité en le chargeant à la base par des massifs ou blocs de pierre.

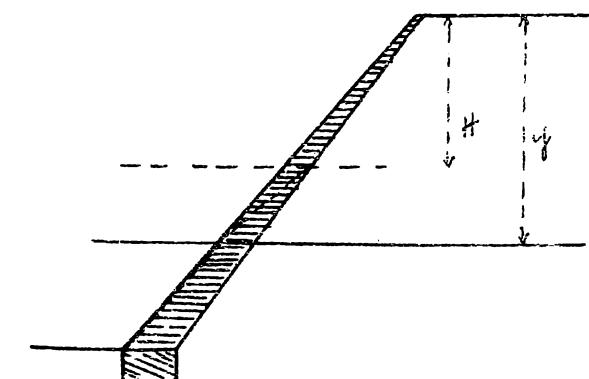


Si le perré est maçonné au mortier, on peut l'alléger en le constituant par un revêtement continu plus mince, mais consolidé par des contreforts. Ceux-ci ne doivent pas en principe dépasser le niveau au dessus duquel l'épaisseur du revêtement devient suffisante pour assurer sa stabilité. Il faudra la stabilité des contreforts soit étudiée d'après la poussée des terres.

On en arrive de la sorte à envisager des perrés de soutienement qui se rapprochent de certains types de murs de soutienement, notamment le murque mince en béton armé avec nervures internes et semelle inférieure, éventuellement avec nervures horizontales.

Dans les terres cohérentes, un talus d'inclinaison donnée peut toujours se tenir sans revêtement sur une certaine hauteur H. En dessous il faut un perré de revêtement d'épaisseur :

$$e = \frac{\Delta (y - H)}{7} (k_a t_{gi} + k'_a)$$



Le profil théorique est encore triangulaire, mais k_a et k'_a sont les coefficients correspondant à la valeur réelle

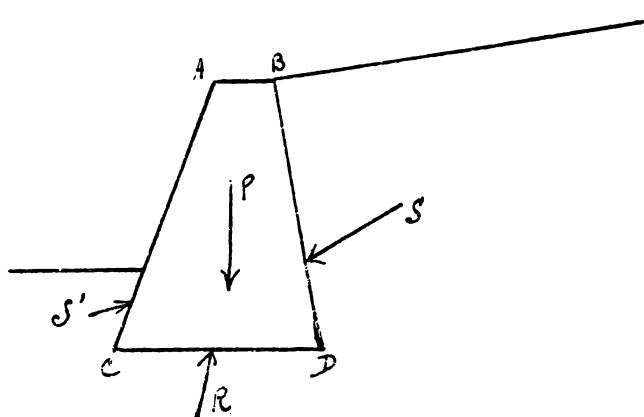
ie l'angle de frottement φ assez faible. L'épaisseur e croît donc plus rapidement que pour les terres non cohésentes et si le parement est de hauteur assez grande, on ne peut plus considérer que les dimensions transversales sont négligeables. On peut encore considérer comme avantageuse le parement à revêtement mince, protégeant éventuellement le talus jusqu'à la crête et pouvant de contreforts externes ou internes renforçant la partie inférieure du parement qui remplit une fonction de soutienement.

Les ouvrages doivent se calculer comme des murs de soutienement, de même d'ailleurs que tous les parements dont les dimensions transversales nécessaires pour la résistance sont assez élevées.

1^e Section.

Murs de soutienement

§ 1. Généralités - lorsque, faute de place ou par suite d'autres circonstances, un massif de terre ne peut être limité par des talus ordinaires, on a recours à des murs de soutienement. Les ouvrages, qui se font généralement en maçonnerie, sont soumis aux actions suivantes:



- 1) le poids propre P vertical,
- 2) l'action S des terres derrière le mur, dont la composante horizontale ou poussée S' tend à renverser le mur, et dont la composante verticale ou charge V tend éventuellement à le stabiliser.
- 3) la réaction R du sol de fondation,

opposée aux précédentes,

40) éventuellement la butée S' sur la fondation des terres en avant de la base du mur.

Ces actions doivent s'équilibrer, ce qui exige que

$$\bar{P} + \bar{S} + \bar{R} + \bar{S}' = 0$$

$$M_F + M_S + M_R + M_{S'} = 0.$$

Les termes de la seconde équation représentent les moments des actions sollicitantes par rapport à l'arête antérieure de la fondation du mur, appelée arête de renversement.

Les relations déterminent complètement la sollicitation extérieure. Avec les lois de répartition des actions élémentaires, elles permettent de tracer la ligne des pressions, qui doit être nécessairement dans l'intérieur du mur sur toute son étendue.

Si le mur est en maçonnerie sèche ou si d'une manière générale on n'admet pas d'extension, la ligne des pressions doit être toujours dans l'intérieur du noyau central. En tous cas, les fatigues extrêmes dans toutes les sections transversales doivent être inférieures aux limites imposées, à la compression et à l'extension. La même condition s'applique à la base de fondation pour laquelle, sauf le cas de fondation sur pieux, la résistance à l'extension est toujours nulle. La compression à l'arête de renversement doit être inférieure à la limite correspondant au terrain.

La réaction R n'est généralement pas normale à la base de fondation. Soient R_n et R_t ses composantes normale et tangentielle. Pour qu'il y ait équilibre de glissement du mur, il faut que, compte tenu de la butée,

$$R_t < \frac{f R_n}{s} \quad (\text{stabilité de glissement})$$

f étant le coefficient de frottement de la base du mur sur le sol de fondation, s un coefficient de sécurité (généralement 2 ou 3)

On considère parfois en particulier la stabilité de renversement du mur. Elle est assurée en fait par la limitation de la compression

sur l'arête C de renversement. Physiquement, un renversement ne peut se produire que par compression excessive vers l'arête C, le sol se dérobe alors sous cette arête et le mur se déverse en pivotant autour d'un axe neutre qui se trouve nécessairement dans l'intérieur de la base.

Le coefficient de stabilité de renversement qui se définit par le rapport des moments par rapport à l'arête de renversement des actions tendant à s'opposer au renversement du mur, - aux moments par rapport au même axe des actions tendant à le renverser, - mais sans considérer la réaction R et la butée S du sol, est donc purement conventionnel, sans signification mécanique bien déterminée. Exiger qu'il soit supérieur à 1 oblige simplement la résultante de R et S à se trouver dans l'intérieur de la section de base ; condition qui est mieux définie par la considération de l'équilibre élastique.

Observons d'ailleurs que le coefficient de stabilité de renversement n'a pas de définition mathématique précise et qu'il varie selon les auteurs. Sa forme la plus simple est :

$$\beta_1 = \frac{M_P}{M_S}.$$

Mais on peut décomposer S en poussée horizontale Q et charge verticale V et écrire :

$$\beta_2 = \frac{M_P + M_V}{M_Q}.$$

On peut enfin mener par C une // à S et décomposer S en deux composantes S_1 pour les poussées élémentaires au dessus de cette parallèle et S_2 pour les poussées élémentaires sous cette parallèle et écrire :

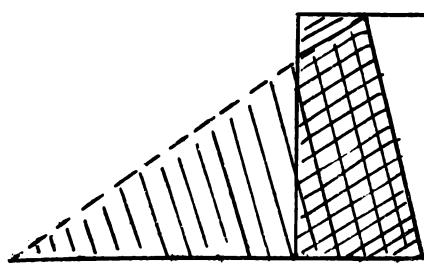
$$\beta_3 = \frac{M_P + M_{S_2}}{M_{S_1}}.$$

β_1 , β_2 et β_3 sont différents l'un de l'autre pour un même mur.

§ 2 - Poussée des terres sur le parement plat d'un mur.

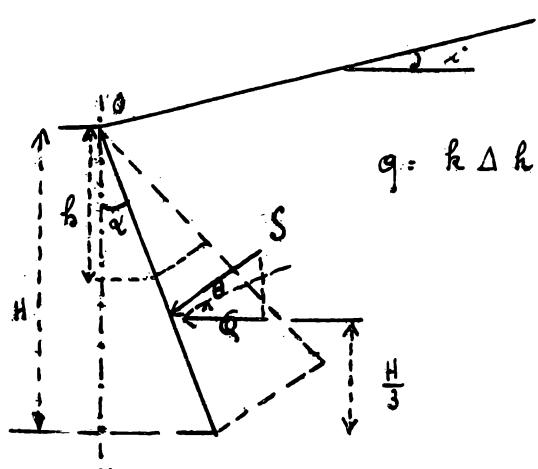
Le massif de terre soutenu par le mur ne pourrait être en

équilibre suivant le parement du mur en-dehors de la présence de ce dernier. Donc, nous pouvons considérer que le mur tient lieu



de la masse de terre, limitée à un talus stable, qu'il faudrait en avant du parement du mur pour que le massif fut stable par lui-même. Dans ce cas, dans le plan idéal correspondant au parement, il s'exerce des pressions internes et, par conséquent, le massif de terre exerce des pressions analogues sur le parement du mur.

Ces pressions tendent naturellement à renverser le mur. Si le renversement se produit, l'équilibre du massif est rompu par insuffisance de poussée, donc par dépassement de l'équilibre limite inférieur. Donc, pour éviter le renversement, il suffit que le mur puisse résister aux poussées correspondant à l'équilibre limite inférieur. En position stable, les terres peuvent exercer une poussée supérieure mais, lors de la mise en charge du mur, qui se fait généralement par remblayage, il se produit nécessairement un léger déversement ou une déformation élastique, qui provoque une décompression du terrain et suffit à le mettre dans un état voisin de l'équilibre strict inférieur.



S'il mur est construit au contact des terres à soutenir, si la manière des perçages, c'est que les terres se soutiennent seules initialement ; il n'y a pas de poussée. Si ultérieurement il s'en développe, le même phénomène de déformation et de décompression du terrain se produit.

Donc, on peut considérer en général qu'un mur de soutienement est stable s'il est capable de supporter d'une manière permanente, sans déformation dangereuse, la poussée qui correspond à l'équilibre limite inférieur. Cependant, lorsque des

circumstances accidentielles peuvent augmenter la poussée, il est prudent d'augmenter la marge de sécurité, de préférence en conservant des poussées plus élevées, plutôt que de réduire les taux de travail.

On peut considérer le massif de terre comme limité à deux plans et soumis suivant l'un d'eux à des pressions extérieures qui l'équilibreront. Ce massif jouit de la propriété d'homothétie, le centre étant le sommet O. Ainsi qu'il a été exposé précédemment d'après M. Réal, il existe un faisceau de droites issues du sommet de l'angle, suivant lesquelles les tensions sont parallèles et en raison directe de la distance au sommet. Il y a donc une ligne de poussée et le parement est un des rayons d'homothétie. Donc la poussée élémentaire sur le mur a une direction constante et varie en raison directe de la distance au sommet. La poussée résultante est // aux poussées élémentaires et agit au tiers inférieur de la hauteur du parement. Sa composante horizontale ou poussée proprement dite a une expression de la forme $Q = k \frac{\Delta H^2}{2} = S \cos(\theta + \alpha)$.

θ est l'angle de l'action S avec la normale au parement et α l'angle d'inclinaison de ce parement sur la verticale. L'angle θ doit non seulement être $< \varphi$, mais aussi $< \psi$, angle de frottement des terres sur le mur, qui est souvent $< \varphi$.

Quisque nous envisageons la poussée relative à l'équilibre limite inférieur, son calcul revient à la détermination des actions élémentaires, satisfaisant à la loi indiquée, qu'il faut exercer sur le massif suivant le parement du mur pour le placer en état d'équilibre limite inférieur. Ce problème peut recevoir diverses solutions plus ou moins hypothétiques.

§ 3. Méthode de Réal, Boussinesq, etc

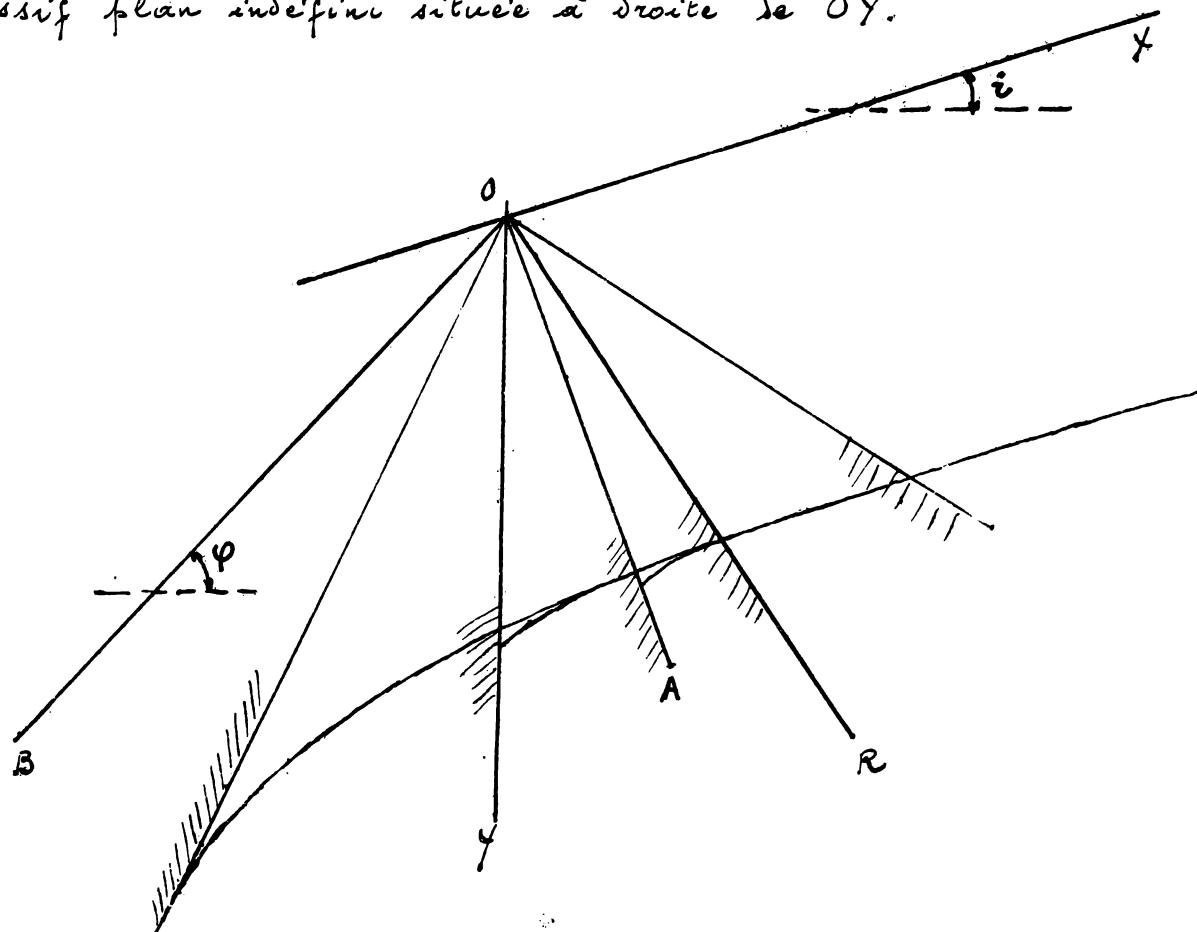
On considère le massif de terre comme un massif triangulaire homothétique, soumis à la pesanteur et aux pressions variant suivant une loi linéaire exercées par le parement du mur.

Pour un massif de terres cohérentes, on peut appliquer la théorie du massif élastique, telle qu'elle est exposée pour les murs triangulaires de barrages de réservoirs en maçonnerie, dans le cours de barrages.

Pour les terres dépourvues de cohésion, cette théorie n'est plus applicable directement. Il faut envisager des surfaces de discontinuité suivant lesquelles s'exercent des actions définies et exprimer les conditions d'équilibre des massifs intermédiaires.

Monsieur Reisal opère comme suit.

Soit OX la surface du terrain, inclinée de i sur l'horizontale et OY la verticale. On peut déterminer la ligne de rupture OR du massif plan infini située à droite de OY .



Comme le massif est en état d'équilibre limite inférieur, les actions conjuguées de OR ont un angle de glissement φ . Donc la partie à droite de OR du massif se trouve dans l'état d'équilibre limite inférieur du massif plan infini, à lignes de charge parallèles.

Selon la théorie de l'équilibre limite du massif triangulaire de

terre dépourue de cohésion, dont M. Résal a établi l'équation différentielle non intégrable, les lignes de charge dans la partie du massif situé à gauche de OR sont des courbes. Le parement du mur peut occuper diverses positions entre OR et la droite OB inclinée de φ sur l'horizon. Au delà de OB, le massif est stable sans mur de soutènement, il n'y a plus de poussée.

Si le parement OA est dans l'angle YOR, l'angle de glissement correspondant est φ , c'est-à-dire que OA est une direction de rupture. Cette condition permet de résoudre l'équation aux différences finies.

Si le parement OA est dans l'angle YOB, la ligne de charge aboutit au parement OA sous une inclinaison φ sur l'horizon, ce qui détermine la valeur correspondante de φ et permet de résoudre l'équation aux différences finies.

Enfin, si OA est dans l'angle ROX, la poussée se détermine comme si OA appartenait au massif plan infini d'inclinaison i , donc $\theta < \varphi$.

M. Résal a, d'après cette théorie, dressé des tableaux, pour diverses valeurs de i , φ et α , des valeurs de k de la formule:

$$\varphi = \frac{k \Delta H^2}{2}$$

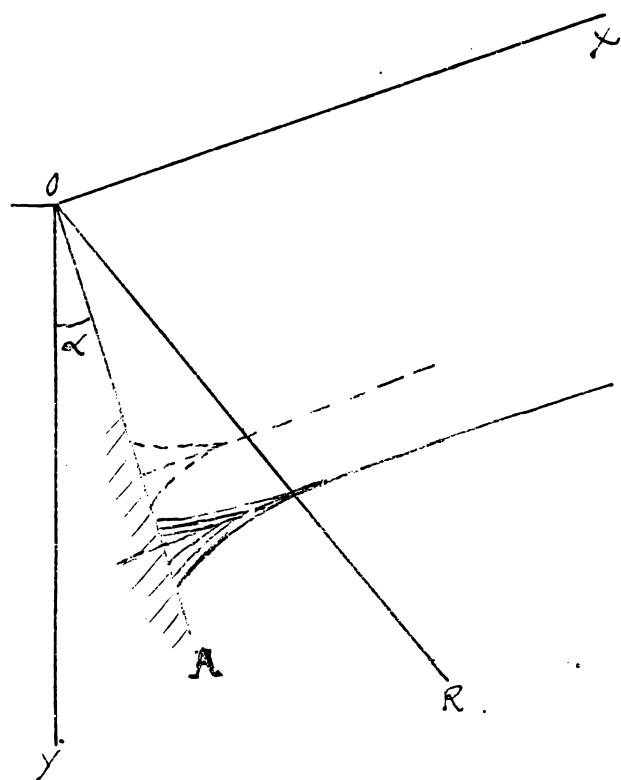
et des valeurs de θ .

On a dès lors $T = \varphi \cdot Ag(\alpha + \theta)$.

M. Boussinesq a établi des formules et tables d'après des principes analogues. Ces poussées obtenues sont des minima ; elles correspondent aux positions les plus basses des lignes de poussées et pour la plupart d'entre elles, $\theta = \varphi$ au parement. Or alors, soit que l'état d'équilibre du terrain soit différent, soit que l'angle de frottement des terres sur le mur soit $\varphi < \psi$, il se peut que la ligne de poussée d'équilibre inférieure occupe une position plus élevée correspondant à $\theta < \varphi$ au parement. La position de ces lignes de poussée étant plus élevée comme il résulte des propriétés géométriques des lignes de poussée des massifs triangulaires, la poussée correspondante est plus forte.

Donc, on voit que la conséquence d'un angle de frottement φ des terres sur le mur tel que $\psi < \varphi$ est de relever la ligne de poussée et d'augmenter la poussée. On cherchera donc à augmenter φ autant que possible, de manière que $\psi = \varphi$ de préférence. Mais on n'a sur ce point aucune certitude. Une légère humectation le long du parement peut réduire φ .

Si l'on considère la notion du massif fictif de terre équivalent au mur, il est apparent, dans cette théorie, que ce massif est limité à un talus d'inclinaison supérieure à i et pouvant atteindre jusqu'à l'inclinaison φ . La stabilité correspondante est relativement faible et éventuellement précaire.



§ 4. Méthode de Résal:

Réine et M. Révy.

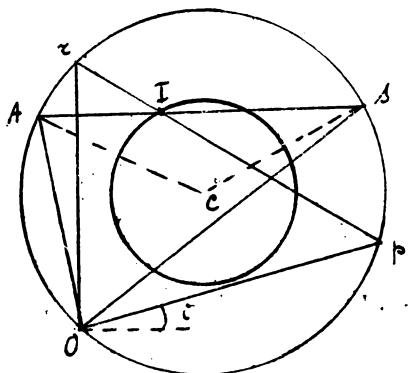
On obtient une sécurité beaucoup plus grande et qui inspire toute confiance en considérant comme massif équivalent du mur de soutènement la partie complémentaire du massif plan infini. On sait, en effet, que dans un tel massif, une rupture par équilibre limite inférieure est impossible.

Quelle que soit l'inclinaison de OA, l'action conjuguée est celle qui correspond à cette direction dans le massif plan infini et qui se détermine facilement par le diagramme du cercle. Cette méthode est conforme à celle de M. Résal pour les inclinaisons de OA comprises dans l'angle ROX.

Pour les autres positions de OA, dans l'angle ROB, la poussée est plus élevée que celle qui résulte de la méthode de Résal. L'angle θ

toujours $< \varphi$, sauf dans les faces correspondant aux directions de rup. :ture, dont une est OR. On peut faire l'objection que suivant OB, on obtient encore une poussée, alors que théoriquement elle doit être nulle. Il est vrai, mais pratiquement, la face OB correspondant à l'inclinaison d'équilibre strict φ est en réalité dans un état d'é. :quilibre précaire, sinon instable, ce qui correspond à des possibili. :tés modérées de poussée.

On emploie la méthode graphique du cercle.

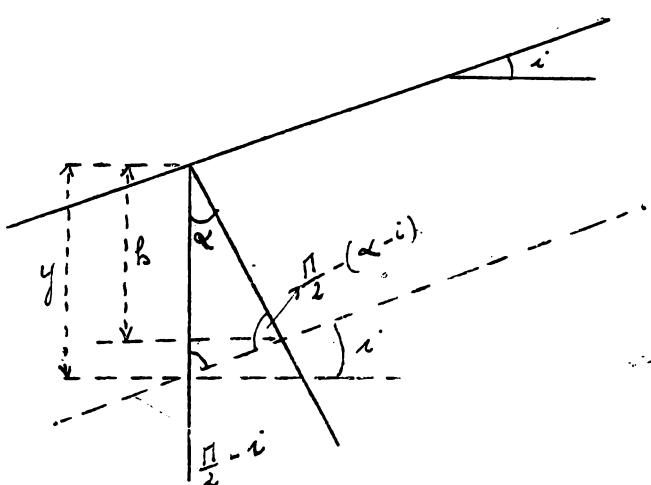


Sur un point O du cercle de centre C, on trace les cordes Oz et Op, verticale et // à la surface du sol. On trace un cercle concentrique de rayon OC sin φ , le point d'intersection I de ce cercle avec op, tel que. $I_p > I_z$ est le centre d'involution. On trace OA // au parment, donc inclinée de α sur Oz. On tire AI qui coupe le cercle en S.

Oz est la direction conjuguée de OA. et la pression s est représentée par AI à la même échelle que I_p représente p : $\Delta y \cos i$.

On peut donc déterminer les tensions s en fonction de y : $\frac{b \cos(\alpha-i)}{\cos \varphi \cos i}$. D'autre part $\widehat{IAC} : \widehat{ISC} : \theta$ au parment

$$q = s \cos(\theta + \alpha).$$



algébriquement, comme la pouss.

se se conserve entre deux lignes de charge, on a

$$\theta = \frac{\Delta y^2}{2} \cos^2 i f(i, \varphi)$$

$$= \frac{\Delta}{2} \frac{b^2 \cos^2(\alpha-i)}{\cos^2 \alpha} f(i, \varphi) = k \frac{\Delta b^2}{2}$$

$$\text{d'où } k = \frac{\cos^2(\alpha-i)}{\cos^2 \alpha} f(i, \varphi).$$

ce qui permet de dresser des ta. bleaux analogues ai ceux de Résal.

La valeur de θ peut s'obtenir pour une facette quelconque OA par les formules générales exposées dans le 1er chapitre du cours.

$$\text{Si } \alpha = 0 \quad k = \cos^2 i \cdot f(i, \varphi) \quad \text{Si en outre } i = 0, \\ k = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = Ag^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right).$$

$$\text{Si } i = \varphi, \quad f(i, \varphi) = 1 \quad \text{Si } \alpha = 0 \quad k = \cos^2 \varphi; \quad \text{si } \alpha = \varphi \quad k = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

Cette méthode est non seulement sûre, mais d'une application également simple quelle que soit l'inclinaison de OA. Elle convient bien notamment pour déterminer les poussées sur des facettes horizontales ou peu inclinées : semelles, éperons, etc., ainsi que sur les ouvrages maçonnés enterrés si moyenne profondeur.

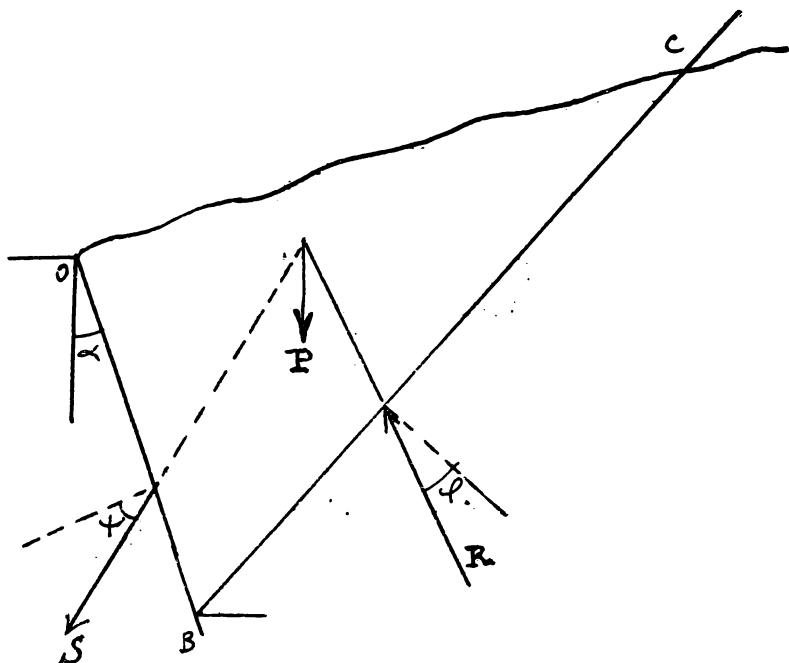
§ 5. Méthode de Cullmann et Goncellet ou du prisme de plus grande poussée.

Cette méthode est peut-être la plus usitée, à cause de son caractère élémentaire et de son universalité d'application. Son usage est relativement simple, moins cependant que le diagramme du cercle.

L'hypothèse fondamentale de cette méthode est que, si le mur se déroba, il se produit une rupture du massif de terre près du parement, suivant un plan BC quelconque, issu du pied B du parement, quelle que soit la surface libre du massif. Ce plan BC est donc un plan de rupture, c'est-à-dire que l'action résultante s'exerçant sur ce plan a un angle de glissement φ . Comme le mouvement du prisme d'éboulement est une descente, cette résultante R est nécessairement dirigée vers le bas, en considérant celle qui est exercée par le massif resté en place sur le prisme d'éboulement.

Un moment où va se produire la rupture, le prisme OBC est en équilibre sous l'effet de son poids P, de la réaction R des terres en place et de la poussée du mur, égale et opposée à la poussée S des terres sur le mur. Son angle de glissement est $\gamma < \varphi$, choisi selon les circonstances.

Nousais le plan de rupture BC est quelconque et, selon la méthode de Cullmann, on peut envisager une infinité. On constate qu'à chacun d'eux correspond une certaine valeur de la poussée S,



toutes autres choses égales d'ailleurs et, en outre, qu'il existe un maximum de S correspondant à une certaine orientation de BC qui définit le prisme de plus grande poussée.

Selon la méthode, pour assurer la sécurité, il faut établir le mur en vue de résister à cette poussée maximum.

La méthode de Cullmann consiste à envisager plusieurs positions de BC, à déterminer les valeurs de S correspondantes par décomposition graphostatique de P en S et R et de tracer une courbe de variations de S en fonction de l'orientation de BC. On détermine ensuite, avec la précision du dessin, le point de maximum. Pour ce qui est de l'alignement de S , on admet que, pour un terre-plein sensiblement plan, sans surcharges isolées, il passe par le tiers inférieur du parement. Ainsi qu'on le voit, le procédé est assez arbitraire.

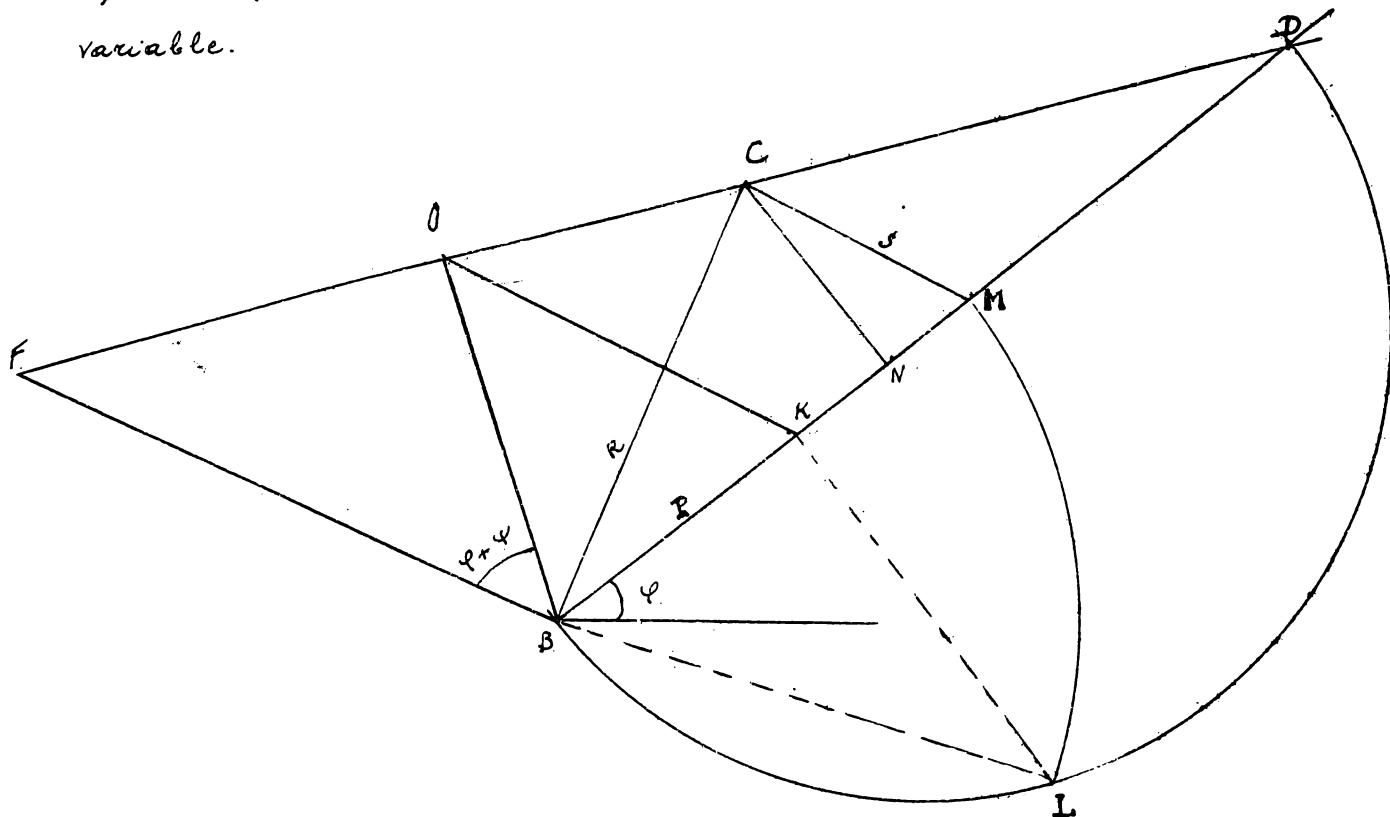
Goncellet a fait connaître une construction graphique du prisme de plus grande poussée en cas de parement et de terre-plein plan, modifiée comme suit par Rebhann.

Tracons par le pied B du parement une droite d'inclinaison φ vers le haut du côté des terres; elle coupe le terre-plein en D.

Si nous faisons tourner le triangle des forces P , R et S d'un angle $\pi - \varphi$ dans le sens direct, ce qui ne change rien à la grandeur

des éléments du triangle, P devient \parallel à BD , $R \parallel$ à BC et $S \parallel$ à une droite d'orientation BF faisant un angle $\varphi + \psi$ vers le bas du côté des terres avec OB .

Donc si BC est un plan d'éboulement quelconque, BM représente P , BC représente R et CM représente S à une échelle d'ailleurs variable.



Les triangles semblables DCM et DFB fournissent la relation

$$CM = \frac{MD \times FB}{DB}$$

donc $\frac{S}{P} = \frac{CM}{BM} = \frac{MD}{BM} \times \frac{FB}{DB}$, donc $S = P \times \frac{MD}{BM} \times \frac{FB}{DB}$

Or, $P = \frac{OB \times OC \sin \widehat{BOC}}{2}$,

donc $S = \left[\frac{OB}{2} \times \frac{FB}{BD} \sin \widehat{BOC} \right] \times OC \times \frac{MD}{BM}$

Or $OC = KM \times \frac{FD}{BD}$, donc finalement

$$S = \left[\frac{OB}{2} \times \frac{FB \cdot FD}{BD^2} \sin \widehat{BOC} \right] \times KM \times \frac{MD}{MB}$$

Le terme entre crochets est constant. S est maximum lorsque $KM \cdot \frac{MD}{MB}$ l'est également.

$$KM \cdot \frac{MD}{MB} = \frac{(MB - BK)(BD - MD)}{MB} = BD + BK - \left[BM + \frac{BK \cdot BD}{BM} \right]$$

Le terme hors crochets est constant, le maximum du 1er membre correspond au minimum du terme entre-crochets, somme de 2 quantités dont le produit est constant. La condition est donc $\overline{BM}^2 = BK \cdot BD$.

Ce qui définit la construction de Goucellet modifiée. On décrit un arc de cercle sur le \overline{BD} , qui est coupé en I par la \perp à BD menée par K. $BK = BM$. On obtient ainsi le point M et le point C sur la $\parallel MC$ à FB .

On a $P = \Delta \text{aire } \widehat{OCB}$ et $S = P \times \frac{CM}{BM}$. Abaissons $CN \perp BD$.

$$\begin{aligned} \text{Or } \angle OCB &= \angle ODB - \angle BCD = \frac{1}{2} BD \times CN \times \frac{KD}{MD} - \frac{1}{2} BD \times CN \\ &= \frac{1}{2} CN \left[\frac{BD \times KD - BD \times MD}{MD} \right] = \frac{1}{2} CN \left[\frac{BD(BD - BK) - BD(BD - BM)}{MD} \right] \end{aligned}$$

Comme $BD \cdot BK = \overline{BM}^2$ par construction.

$$\angle OCB = \frac{1}{2} CN \times \frac{BM(BD - BM)}{MD} = \frac{1}{2} CN \times BM = BCM \quad (\text{Th. de Rebbab})$$

Donc $P = \Delta \text{aire } BCM = \Delta \frac{BM \cdot CN}{2}$

$$\text{et } S = P \frac{CM}{BM} = \Delta \frac{CM \cdot CN}{2} = \frac{\Delta \mu \gamma}{2}$$

en posant $CM = \mu$, $CN = \gamma$

$$Q = \frac{k \Delta H^2}{2} = S \cos(\varphi + \alpha) = \frac{\Delta \mu \gamma \cos(\varphi + \alpha)}{2}$$

$$\text{donc } k = \frac{\mu \gamma \cos(\varphi + \alpha)}{H^2}.$$

Cas particulier. Si $\alpha = 0$ (barrement vertical) et $\varphi = 0$, FB est \perp BD et CM et CN se confondent. Ses deux triangles OBC et BCM ont même aire, sont rectangles et ont l'hypothénuse commune.

Donc CB est la bissectrice de l'angle $\angle OBD = \frac{\pi}{2} - \varphi$ et $CM = OC = H \operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})$

$$\text{donc } k = H^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Cette valeur de k est souvent employée pour les calculs rapides d'avant projet

$$(Q = \frac{\Delta H^2}{2} H^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right).)$$

36. Poussée des terres cohérentes

Nous avons vu que dans le cas où le terre-plein infini est horizontal,

la couche supérieure d'épaisseur $y_1 = \frac{2c}{\Delta} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$ est sans poussée et que en-dessous de cette couche, la poussée est la même que celle d'un massif sans cohésion, de densité Δ et d'angle de talus naturel φ , dont la surface libre serait à profondeur y_1 sous le terre-plein. Ces éléments Q et θ ou V de cette poussée peuvent se calculer donc comme ci-dessus. La poussée a son alignement plus bas que le tiers inférieur de la hauteur du parement.

Dans le cas où le terre-plein a une inclinaison faible, comprise entre $\pm \varphi$, nous admettrons par approximation la même règle que pour le terre-plein horizontal ; nous pourrons calculer la poussée comme si le massif était sans cohésion, mais limité par une surface parallèle à la surface libre, située à distance verticale y_1 sous celle-ci. En réalité, la poussée élémentaire n'est plus une fonction linéaire de la profondeur.

On peut aussi déterminer la poussée suivant le principe de la méthode de Rankine. Il faut pour cela, selon les principes du chapitre IV, déterminer le diagramme des actions et conjuguées de la verticale en fonction de y . On en déduit, en fonction de y_1 , par les diagrammes du cercle, les actions élémentaires conjuguées du parement du mur, décomposées en poussées horizontales q et charges verticales V . On peut ensuite déterminer leurs résultantes et leurs alignements.

On pourrait en principe opérer de cette manière. Mais la distinction précise entre les terres cohérentes et non, et l'appréciation de la valeur de la cohésion ne peuvent pratiquement être satisfaisantes. M. Risal propose pour cette raison de substituer à la poussée Q calculée en tenant compte de la cohésion et avec l'angle de frottement φ la poussée Q' calculée sans tenir compte de la cohésion avec un angle de talus naturel $\varphi' > \varphi$ et telle que le moment de renversement par rapport à l'arête de renversement soit le même. Comme Q' agit au tiers inférieur de la hauteur totale du mur, donc plus haut que q , il en résulte que $q' < q$. Le rapport $\frac{q'}{q}$

est nul pour la hauteur correspondant à y_1 , il augmente et tend vers 1 lorsque la hauteur croît, en même temps qu'il diminue et tend vers 0. En adoptant $\Delta = 1800$, $C = 2\Delta$ et $\varphi = 15^\circ$ (terres argileuses), Monsieur Reisal a établi le tableau ci contre (la valeur de $y_1 = 5,21$) des valeurs de H , qui montre bien l'influence de i et de φ .

Tableau des valeurs de H

φ	$i = 15^\circ = \varphi$			$i = -15^\circ = -\varphi$			
	$\alpha = +20^\circ$	$\alpha = 0$	$\alpha = -20^\circ$	$\alpha = 0$	$\alpha = +20^\circ$	$\alpha = 0$	$\alpha = -20^\circ$
45°	11.10	11.50	11.00	14.10	17.50	14.30	10.30
40	12.60	13.00	12.40	15.64	17.00	17.00	12.10
35	14.50	15.10	14.80	20.50	21.00	21.00	15.40
30	17.40	18.30	18.10	26.90	27.30	27.30	20.00
25	22.10	22.90	23.00	40.00	40.90	40.90	30.80
20	32.60	34.00	34.80	77.60	81.00	81.00	60.00

On en conclut que lorsque l'on calcule la poussée des terres argileuses sur un mur de soutienement sans faire intervenir la cohésion, il faut introduire dans les calculs une valeur de φ' qui peut atteindre l'angle du talus naturel (45°) pour les murs de hauteur inférieure à 10m. et faire décroître cette valeur à mesure que H croît pour se rapprocher de la valeur réelle de l'angle de frottement $\varphi = 15^\circ$ à 20° pour des hauteurs voisines de 30m. Comme en pratique les hauteurs atteignent rarement 30m., on peut adopter en tous cas une valeur moyenne de φ de 30° , qui donne un excès de sécurité pour les hauteurs courantes.

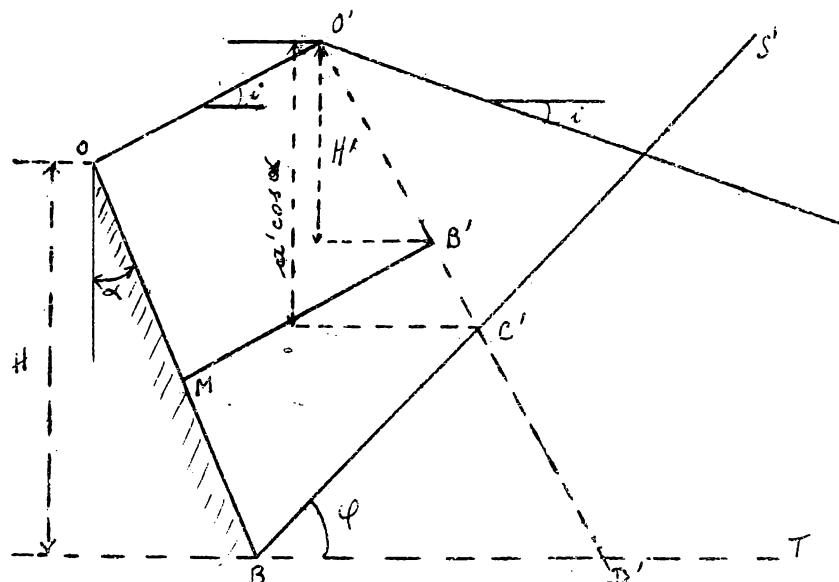
§7. Poussée en cas de terrain variable et de surcharges.

L'exposé du § précédent suppose la crête du mur horizontale et \perp à la ligne de plus grande pente du talus. lorsque cette condition

n'est pas réalisée (mur à crête inclinée, mur courbe etc), les théories exposées ne sont plus rigoureusement applicables, le plan de section du mur n'est plus un plan de symétrie et le problème est à trois dimensions ; la poussée a une composante tangentielle horizontale. On assimile cependant le problème au cas simple et on fait le calcul pour un nombre suffisant de sections voisines. La composante longitudinale ne peut compromettre la stabilité transversale du mur, elle pourrait simplement faciliter son glissement longitudinal si la fondation est inclinée dans ce sens. Pour y obvier, on fondera en gradins.

Dans le cas où la surface du terrain n'est pas plane, les théories précédentes sont en défaut, la poussée élémentaire n'est pas proportionnelle à la profondeur sous la crête du mur et la résultante ne passe pas au tiers inférieur. M. Résal indique la règle empirique suivante :

Supposons que le terrain présente une brisure de pente en O'.



Sur B menons l'horizontale BT et la droite BS' inclinée d'un angle φ , par O' une // au parement OB qui coupe les droites précédentes en C' et D'. Prenons $O'C' = a'$ et $O'D' = b'$. Si le terre plein avait été en pente uniforme i , la poussée horizontale eut été :

$$Q = \frac{K \Delta H^2}{2}$$

Si K' est le coefficient correspondant à α et i' , la poussée en cas de surface brisée est :

$$Q = \frac{A}{2} [K H^2 + (K' - K) \frac{a'}{b'} a'^2 \cos^2 \alpha] = \frac{A}{2} [K (H^2 - H'^2) + K' H'^2]$$

en posant

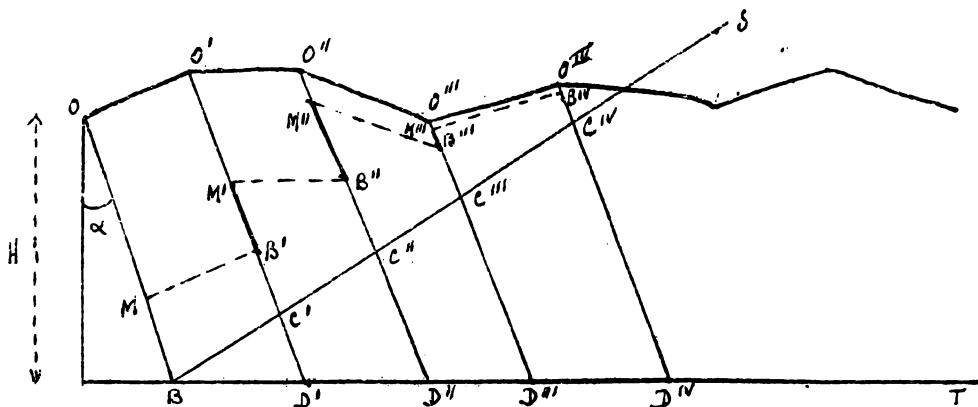
$$H' = \sqrt{\frac{a'}{b'}} a' \cos \alpha = O'B' \cos \alpha.$$

Le premier terme de la poussée correspond à la poussée sur la partie MB du parement du mur, M étant sur la // à O' marquée par B'; le second terme correspond à la poussée qui serait exercée sur le parement d'un mur disposé suivant O'B', de même inclinaison α et un terrain plein d'inclinaison i' .

Sous

$$\mathcal{Q}_{OB} = \mathcal{Q}_{MB} + \mathcal{Q}_{O'B'}$$

Si le terrain a un profil polygonal à plusieurs brisures O'O'' etc, on trace les // à OB par O', O'' etc et on détermine les intersections C', C'' etc et D', D'' ... etc avec BS et BT.



On pose :

$$\alpha' = O'C' , \quad \alpha'' = O''C'' \dots \dots$$

$$b' = O'D' , \quad b'' = O''D'' \text{ etc}$$

et on écrit :

$$\mathcal{Q} = \frac{\Delta}{2} \left[K H^2 + (K' - K) \frac{\alpha'}{b'} \alpha'^2 \cos^2 \alpha + (K'' - K') \frac{\alpha''}{b''} \alpha''^2 \cos^2 \alpha \right]$$

$$= \frac{\Delta}{2} \left[K (H^2 - H'^2) + K' (H'^2 - H''^2) + \dots \dots \dots \right]$$

avec $H' = \sqrt{\frac{\alpha'}{b'}} \alpha' \cos \alpha = O'B' ; \quad H'' = \sqrt{\frac{\alpha''}{b''}} \alpha'' \cos \alpha = O''B'' ; \dots \text{etc}$

$$\text{et finalement } \mathcal{Q}_{OB} = \mathcal{Q}_{MB} + \mathcal{Q}_{M'B'} + \mathcal{Q}_{M''B''} + \dots \text{etc}$$

On est donc conduit à déterminer les poussées sur plusieurs éléments successifs de parements, on leur donne à toutes l'inclinaison θ sur le parement correspondant à la déclivité initiale i du terrain et on détermine la résultante de ces poussées partielles.

Le résultat est d'autant plus conservateur que le profil moyen du terrain est plus rapproché de la droite issue de O d'inclinaison θ sur l'horizontale; l'erreur par défaut peut atteindre l'ordre de

grandeur de 10% si l'inclinaison initiale est $-\varphi$ et qu'il y succède une droite d'inclinaison φ confondue avec BS.

Observons que si l'inclinaison initiale est $+\varphi$, et donc \parallel à BS, l'influence d'une rupture de pente du terre-plein est sensible quelle que soit sa distance de la crête du mur, car a' est constant. La perturbation est en raison inverse de $\sqrt{b'}$ et est donc atténuée dès que la distance devient grande.

Si le profil du terre-plein est courbe, on peut y substituer un polygone et procéder comme ci-dessus.

Si le terre-plein porte des surcharges, on y substitue des tas de terre de poids équivalents, agissant suivant les mêmes résultantes et dont les talus sont établis suivant le talus naturel. On détermine alors la poussée comme dans le cas d'un terre-plein polygonal.

Si le massif derrière le mur est hétérogène et formé de couches de nature très diverses, on supposera par approximation que les couches soient parallèles ainsi que les lignes de charge. Supposons qu'il y ait trois couches de hauteurs b_1 , b_2 et b_3 , auxquelles correspondent des angles de rupture φ_1 , φ_2 et φ_3

si la densité moyenne est Δ , on admet que la poussée due à la 3^e couche par exemple est :

$$P''' = b_3 \frac{\Delta}{2} \left[(b_1 + b_2 + b_3)^2 - (b_1 + b_2)^2 \right]$$

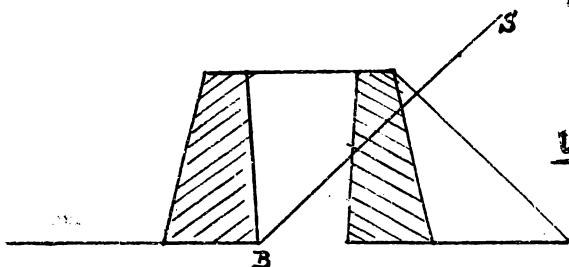
et agit à une distance verticale de la crête du mur

$$y''' = \frac{(b_1 + b_2 + b_3)^3 - (b_1 + b_2)^3}{(b_1 + b_2 + b_3)^2 - (b_1 + b_2)^2}$$

Si les densités Δ_1 , Δ_2 et Δ_3 sont trop diverses, on substituera dans les formules ci-dessus $\frac{b_1 \Delta_1}{\Delta_3}$ à b_1 , $\frac{b_2 \Delta_2}{\Delta_3}$ à b_2 .

Dans le cas d'un massif de terre compris entre 2 murs parallèles assez voisins, la poussée minimum est réduite. M. Résal propose de résoudre ce cas en substituant au mur adossé un massif triangulaire de terre réglé suivant le talus naturel ; ce qui ramène le problème à un cas de terre-plein polygonal. On voit que si l'écart

tétement des deux murs est tel que la ligne oblique BS passe au dessus de l'autre mur, l'influence de celui-ci est considérée comme négligeable et chaque mur est calculé comme s'il était adossé à un massif infini.

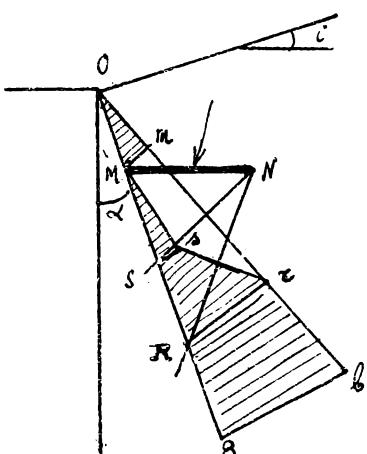


§ 8. Poussée relative à un parement polygonal ou courbe.

Si le mur a un parement polygonal, on détermine pour chaque face la poussée correspondante en grandeur et direction, le polygone de ces poussées partielles donne la poussée résultante et sert aussi au tracé de la ligne des pressions.

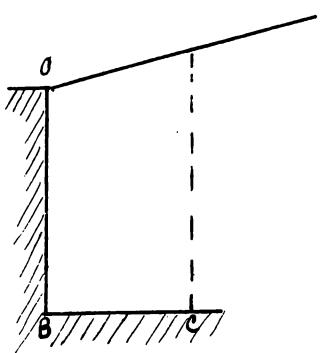
On peut substituer la courbe au polygone pour les calculs sommaires, notamment pour le parement en gradins, auquel on peut substituer un parement fictif passant par les arêtes des gradins.

Si le parement est courbe, on y substitue un polygone circonscrit. Une observation particulière est à faire au sujet des éperons en saillie sur le parement et qui ont un effet stabilisateur. Soit un parement OB muni d'un éperon MN . La loi de variation de la poussée élémentaire le long de OB est OB ; elle



est valable jusqu'en m . Dénous par N les droites NS , inclinée de ϕ sur l'horizontale et la direction de rupture NR . De M à S , la poussée se détermine comme si MN était une surface libre puisque, par suite de la tendance au renversement du mur, l'éperon n'a pas de contact avec les terres sous-jacentes.

De R à B , la poussée élémentaire est la même que s'il n'y avait pas d'éperon et de R à S , la loi de variation est inconnue, mais on admet qu'elle est linéaire. Enfin, il faut déterminer la poussée sur l'éperon MN et éventuellement sur sa face terminale de faible hauteur.

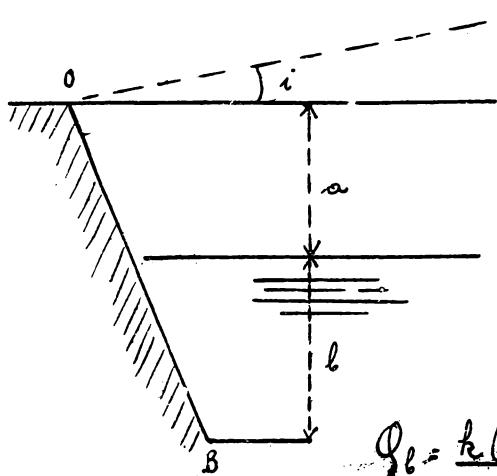


Enfin, dans certains cas, le mur est établi sur une semelle de fondation qui se prolonge sous les terres en arrière du parement, dans le but de stabiliser ce mur. On ne peut se borner à considérer que cette semelle supporte simplement le poids du prisme vertical de terre qui le surmonte, il faut calculer la poussée correspondante par une méthode appropriée.

§ 9. Cas du terrain nage'

Il faut toujours pourvoir les murs de soutienement de filtres et de barbacanes pour éviter les accumulations d'eau derrière le parement intérieur. Ces précautions ne peuvent cependant pas éviter en tous cas les pressions hydrostatiques momentanées, par exemple dans les bajoyers d'écluse, murs de quai à marée etc.

Si un mur de soutienement d'un terre-plein horizontal est nageé du côté des terres jusqu'au niveau α sous la crête et sur une hauteur b , on peut considérer le terrain comme formé de deux couches de densité Δ et $\Delta - 1000$ et d'angle de talus naturel φ ; on détermine comme il a été montré précédemment les poussées partielles correspondantes



$\varphi_\alpha = \frac{h \Delta \alpha^2}{2}$

$$\varphi_b = \frac{h(\Delta - 1000)}{2} \left[\left(\alpha \frac{\Delta}{\Delta - 1000} + b \right)^2 - \left(\alpha \frac{\Delta}{\Delta - 1000} \right)^2 \right] = \frac{h}{2} \left[(\Delta - 1000) b^2 + 2 \Delta \alpha b \right]$$

Enfin il s'y ajoute la pression hydrostatique $\varphi' = \frac{1000 b^2}{2}$, normale au parement.

Les poussées élémentaires correspondantes et les alignements des résultantes sont aisés à déterminer. La poussée totale est donc :

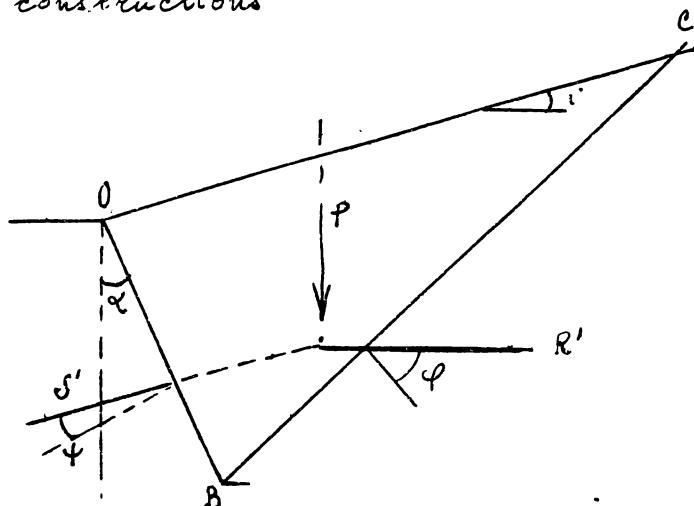
$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{h \Delta}{2} \left[\alpha^2 + b^2 + 2 \alpha b \right] - \frac{h}{2} 1000 b^2 + \frac{1000}{2} b^2 \\ &= \frac{h \Delta}{2} (\alpha + b)^2 + \frac{1000}{2} b^2 (1 - k) \quad (\text{rigoureuse en cas de parement vertical}) \end{aligned}$$

Donc la poussée est supérieure par rapport à celle relative au terrain non noyé de $\frac{1000}{2} b^2 (1-k)$, en cas de paroi vertical ou peu incliné. Si le terre-plein n'est pas horizontal, le problème est théoriquement compliqué. Mais par analogie avec la conclusion précédente et avec une approximation suffisante, on ajoutera à la poussée déterminée pour le terrain non noyé un supplément hydrostatique, agissant sur tiers inférieur de la partie noyée et de grandeur

$$\frac{1000 b^2}{1} \left(1 - \sqrt{\rho_{k_0} \rho_{k_1}} \right)$$

§ 10. Boutée des terres

Quand sous l'effet d'actions extérieures, une construction est appuyée contre les terres et tend à les comprimer, elles opposent une résistance qui est appelée buteé des terres, sur laquelle on compte parfois, dans une certaine mesure, pour assurer l'équilibre des constructions.



Le massif subit donc une compression extérieure qui augmente nécessairement la poussée par rapport à l'état naturel. La rupture d'équilibre éventuel correspondra à la poussée maximum. Donc, la bûche maximum que peut offrir un massif de terre cor:

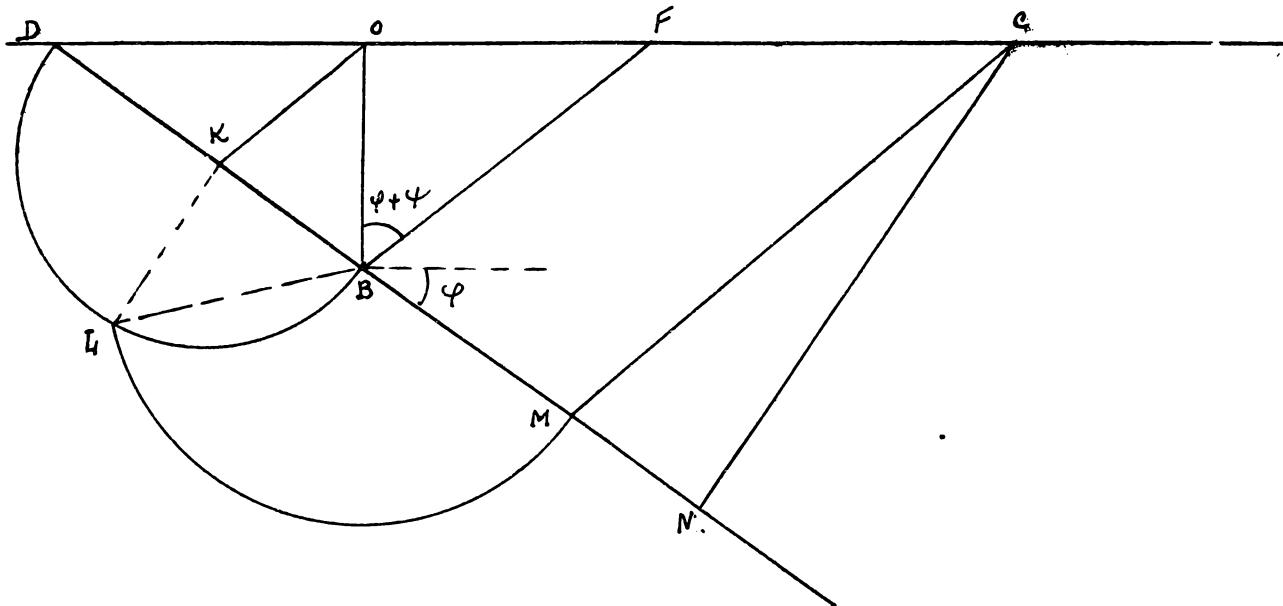
· respond à l'état d'équilibre limite supérieur.

Le calcul de la butée des terres se fait donc comme celui de la poussée, mais pour l'équilibre strict supérieur.

Le calcul peut se faire par la méthode Goncalo - Rebhahn; les hypothèses fondamentales sont les mêmes, mais les angles φ et ψ des réactions avec les normales changent de sens. Il faut donc faire tourner le triangle des forces dans le sens direct d'un angle $\frac{\pi}{2} + \varphi$;

La droite BD du talus naturel est en pente de B vers les terres et la droite d'orientation BF fait avec le plan du parement un angle $\varphi + \psi$ vers le haut du côté des terres.

Tes constructions graphiques et formules exposées pour la poussée des terres restent applicables.



On mène par O une \parallel à BF qui coupe BD en K . On construit la moyenne géométrique IB de BD et BK et on la rabat en BM sur BD vers les terres. La \parallel à BF menée par M coupe le terrain naturel en C , extrémité du plan d'éboulement ou de poussée limite.

La \perp abaissée de C sur BD la coupe en N . On a $S' = \frac{\Delta}{2} \mu \gamma$

$$\text{et } Q' = \frac{\Delta}{2} \mu \gamma \cos(\alpha - \varphi)$$

Si $\alpha = 0$ (parement vertical) et $\varphi = 0$, FB est \perp à BD et CM et CN se confondent.

CB est la bissectrice de l'angle $\frac{\pi}{2} + \varphi$ et $CM = CN = OC = H \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

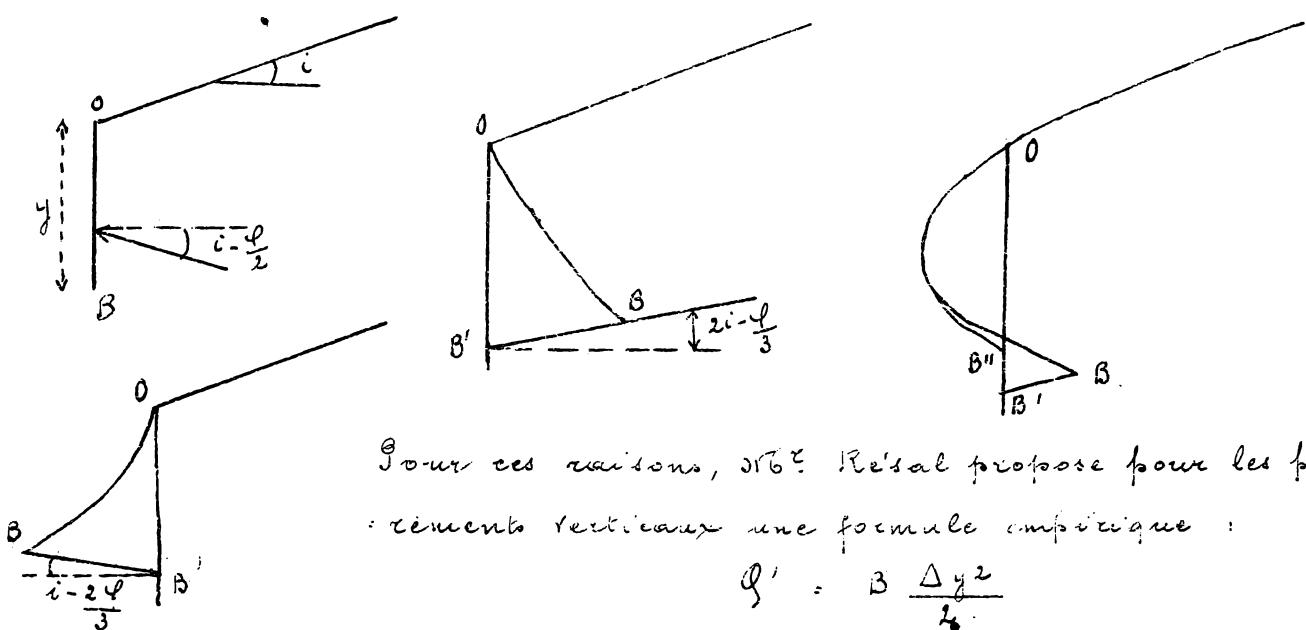
$$\text{donc } Q' = \frac{\Delta H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Tes critiques que l'on peut adresser à cette méthode sont les mêmes que pour la poussée des terres.

Rigoureusement, on devrait déterminer la ligne de poussée pour l'état d'équilibre limite supérieur jusqu'à contre le parement. C'est une courbe concave vers le haut qui se raccorde à la droite de poussée relative à l'équilibre limite supérieur du terreau. plein plan sur la direction

de rupture correspondante. En admettant par approximation que cette droite de poussée reste valable jusqu'contre le parement, on reste en dessous de la courbe de poussée réelle et on obtient une poussée trop faible. Donc, la méthode du diagramme circulaire analogue à celle employée pour la poussée des terres donne des résultats approchés par défaut, ce qui est avantageux pour la sécurité. Le tracé reste le même, mais on adopte le centre d'involution I_s tel que $r > f$.

Monsieur Resal n'a pas établi de tableaux pour le calcul de la butée des terres basés sur l'allure exacte des lignes de poussée. Il fait observer que l'état d'équilibre supérieur correspond à des poussées telles et suppose une telle compression volumétrique des terres qu'il est impossible de les réaliser dans les limites de résistance et de déformation élastique des maçonneries. En d'autres termes, avant que la butée ait atteint la valeur correspondant à la rupture d'équilibre supérieur des terres, la construction aura déjà subi des déplacements incompatibles avec sa stabilité. On ne peut donc compter avec sécurité que sur une butée résultant d'une poussée intermédiaire entre les 2 états d'équilibre limite, l'inclinaison sur la normale étant sensiblement inférieure à φ ou ψ . Il est nécessaire de tenir compte de cette remarque dans le calcul de la butée des terres par les méthodes précitées. On considérera aussi une valeur réduite de φ , qui diminue la valeur calculée de la butée.



Pour ces raisons, M^e Resal propose pour les parements verticaux une formule empirique :

$$\varphi' = B \frac{\Delta y^2}{2}$$

B est un coefficient de butée qui dépend du coefficient A de poussée correspondant, de i et de φ ; il donne un tableau des valeurs de B . La butée fait avec la normale un angle $\frac{i-\varphi}{2}$ vers le bas.

Pour toutes les autres surfaces de parement, il ramène au cas d'une paroi verticale équivalente en projetant la surface sur la verticale sous un angle $\frac{2i-\varphi}{3}$ si elle se trouve du côté des terres par rapport à la verticale et sous un angle $\frac{i-2\varphi}{3}$ si elle se trouve de l'autre côté. Si la surface se trouve de part et d'autre de la verticale, on considère la plus grande des 2 projections.

Ces indications constituent un guide suffisant pour le calcul de la butée des terres dans les cas où il convient de la déterminer. En règle générale, on la considère comme une sécurité complémentaire sans en supposer la grandeur.

Si les terres sont cohérentes, la butée est plus notable aux faibles profondeurs, par suite de la cohésion. En effet, si on considère la butée comme correspondant à l'état d'équilibre supérieur, on sait qu'on peut calculer la poussée comme si les terres étaient dépourvues de cohésion, mais en supposant la surface libre relevée verticalement de la hauteur $\frac{2C}{\Delta} \cotg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$. Donc, la butée agit plus haut qu'au tiers inférieur du parement.

Monsieur Riesel envisage encore un angle de talus naturel vertical φ'' tel que la terre sans cohésion donne même butée que la terre cohérente. φ'' décroît à mesure que y augmente, mais reste supérieur à 30° pour $\frac{C}{\Delta} = 2$ et $\varphi = 15^\circ$, tant que $y < 5,00$ environ.

Or, il est rare que l'on considère des butées à plus grande profondeur; on peut donc généralement en toute sécurité considérer $\varphi'' = \varphi'$. Pour les butées à plus grande profondeur, φ'' se rapproche de φ . On ne peut qu'en compter sur la butée si le terrain est en pente en avant du parement de butée.

§ 11 - Accroissement de poussée sur les murs.

Les murs de soutien peuvent être soumis, par suite de circonstances diverses, à des poussées supérieures à celles pour lesquelles

ils sont calculés. Une circonstance qui peut entraîner l'accroissement de poussée est la réduction de l'angle φ de frottement des terres sur le mur, par exemple par infiltration d'eau entre les terres et le parement. Pour cette raison, les parements discontinus en gradins où à rebouts sont favorables, parce qu'ils réalisent $\psi = \varphi$, et qu'ils font obstacle à l'infiltration des eaux. Toutefois, si le terrain est complètement imprégné, φ devient lui-même très petit et l'artifice précédent est sans effet. Il faut donc assurer un bon drainage de la plateforme et du mur, éviter les accumulations d'eau au sommet. Un filtre continu entre les terres et le parement est très recommandable ; enfin des barbacanes évacuent les eaux vers l'extérieur et évitent les pressions d'eau.

Des gonflements de terrains (argile, anhydrite) peuvent se produire sous l'effet de l'humidité et donner lieu à de fortes poussées dans le massif, voisinnes de l'état d'équilibre supérieur ; la même chose peut se produire avec un terre-plein fortement incliné si une tendance au glissement s'y développe pour une raison quelconque ; le mur fait alors plus ou moins office de mur d'arrêt et est en grand danger. De même, la poussée maximum peut être atteinte par effet dynamique d'un éboulement, coup de mine etc.

Observons d'ailleurs que si le mur est remblayé sans précautions, la poussée est normalement supérieure à la poussée minimum. Car nous avons déjà observé que cette poussée minimum suppose une légère déformation élastique du mur avec dilatation des terres. Or, la dilatation est maximum au haut du mur et devient presque nulle au bas, donc la compression est plus forte au bas du mur qu'il n'est prévu, la poussée est plus forte mais son alignement est en même temps abaissé. Il y a cependant excès de poussée, ce qui justifie des précautions dans la limitation des fatigues élastiques et dans l'exécution des remblais, pour réduire la poussée autant que possible.

On disposera de préférence derrière les murs des remblais pierreux

ou graveleux, qui ont l'avantage d'être incompressibles, de pousser peu et de drainer. Le sable graveleux ou gros est aussi avantageux; il est cependant bon de remblayer par couches et de les tasser par un léger pilonnage. Ces terres végétales, sablonneuses, fortes et argileuses seront remblayées par couches et damées, sur une profondeur derrière le mur qui dépend de la hauteur et de la nature des terres.

Cette opération est surtout nécessaire avec les terres fortes, qui présentent un grand foisonnement et se forment en mottes. Ce tassement ultérieur accroît la poussée. S'il se produit brusquement à la suite de fortes pluies ou d'un dégel, il s'accompagne d'un certain effet dynamique qui peut déformer les murs au point de compromettre leur sécurité permanente.

La question ne se pose pas lorsque les murs peuvent être construits jointivement à des talus de déblai assez cohérents pour tenir pendant la construction du mur. Ses circonstances accidentelles seules peuvent produire des accroissements importants de poussée.

§12. Formes et fondations des murs en vue d'assurer leur stabilité élastique -

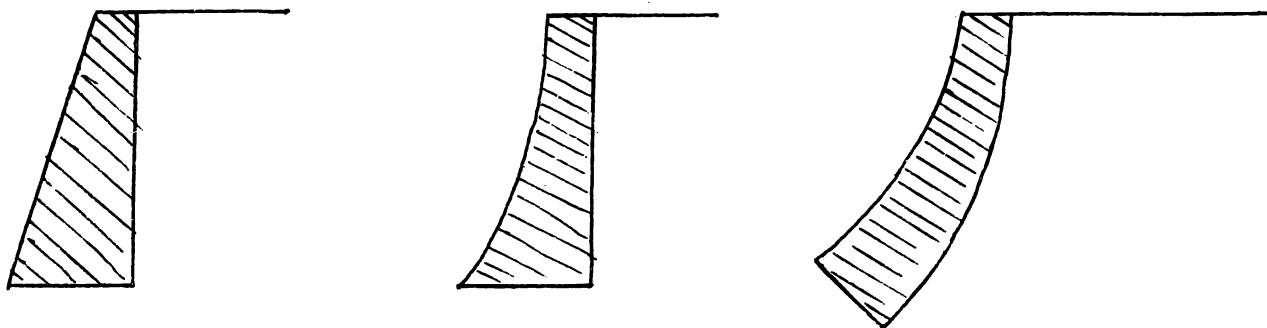
Les murs de soutien peuvent être détruits par excès de compression de la maçonnerie (insuffisance d'épaisseur) ou excès de compression sur le sol de fondation, ce qui entraîne le renversement du mur.

Pour éviter ces accidents, il faut assurer la stabilité élastique du mur, par des dispositions appropriées.

Le profil rectangulaire est lourd, mais il n'est stable que par son poids, il est antiéconomique et ne peut convenir que pour les petits murs.

On constituerait un profil sensiblement d'égale résistance par un mur triangulaire à deux parements divergents; le plus avantageux serait celui qui serait en surplomb sur les terres autant qu'il est possible (à la limite profil théorique du parallélogramme), parce que la

poussée se réduit au fur et à mesure que l'angle négatif du parement avec la verticale croît en valeur absolue. Cette disposition n'est possible toutefois que si les terres sont assez coté- rentes pour pouvoir tenir en talus raide pendant la construction et si l'espace nécessaire est disponible. Si le mur doit être remblayé, le parement arrière le plus avantageux est vertical. Ce mur triangulaire est un peu léger, surtout au point de vue de l'équilibre de la fondation ; l'excentricité et l'inclinaison de la réaction totale exigent une base large et inclinée. D'autre part, on ne peut pratiquement réaliser la crête aiguë. On emploie principalement le profil trapèze, qui a certes un excès de maçonnerie à la partie supérieure, mais le poids correspondant redresse la résultante du poids total et de la poussée et permet ainsi de réduire la largeur de la base. Pour réduire la poussée, il est avantageux d'avoir le parement des terres en surplomb, au moins vertical. L'élargissement de la base est obtenu par le fruit du mur vers le vide, ce qui est la disposition la plus favorable pour la stabilité du mur. Le parement vers les terres à inclinaison positive sur la verticale ou mieux, à gradins, ne doit s'employer que si les conditions d'espace disponible y obligent.



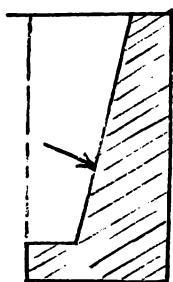
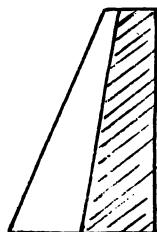
au lieu d'un parement antérieur à fruit constant, on peut employer un parement courbe, mais l'exécution est plus compliquée sans avantage appréciable d'autre part.

On point de vue de l'économie de maçonnerie, il est avantageux de profiler le mur selon la courbe des pressions. Cette courbe, enveloppe des résultantes des poids et poussées élémentaires, tournée la concavité vers l'avant. On peut se rapprocher de la compression

simple, les sections de maçonnerie sont très réduites. Mais, il y a les inconvénients des soubrettes d'exécution, de la nécessité de pouvoir construire en surplomb et de la grande distance horizontale entre la crête et le pied (encombrement) ces profils peuvent être avantageux pour les ferrés en maçonnerie sèche.

Dans tous ces types, les contraintes de la maçonnerie croissent depuis la crête vers la base ; la maçonnerie supérieure est donc mal utilisée et les dimensions transversales sont surtout conditionnées par la largeur minimum nécessaire à la base pour satisfaire à l'équilibre élastique de la maçonnerie ou du terrain de fondation. Sur du terrain rocheux dur, les deux conditions se confondent, mais en terrain meuble, la contrainte du terrain est bien inférieure à celle de la maçonnerie et exige des largeurs incompatibles avec une bonne utilisation des matériaux. On a recours alors à des dispositions spéciales pour concilier les divers points.

On peut donner à la base courante une largeur plus faible et assurer l'équilibre élastique par l'adjonction de contreforts, dont la disposition la plus efficace est évidemment vers l'avant, nous n'envisagerons pas l'emploi de contreforts vers l'arrière s'il n'y a pas de semelle. Cette disposition ne convient toutefois qu'en terrain assez dur.



Une méthode plus avantageuse consiste à élargir la base de fondation par un avant bœuf ou semelle en saillie vers l'avant. On lui donne la largeur nécessaire pour que la compression du sol reste inférieure au taux limite ou que la résultante des pressions soit sans l'intérieur du noyau central. L'élargissement doit donc se faire nécessairement vers l'avant. Le béton convient bien pour ces semelles ; si elles sont minces, on les arme éventuellement dans la partie en saillie.

on peut aussi élargir la base de fondation vers les terres, l'action de cet élargissement est différente et moins efficace ; le poids des terres au dessus de l'élargissement tend à stabiliser le mur et à redresser la résultante.

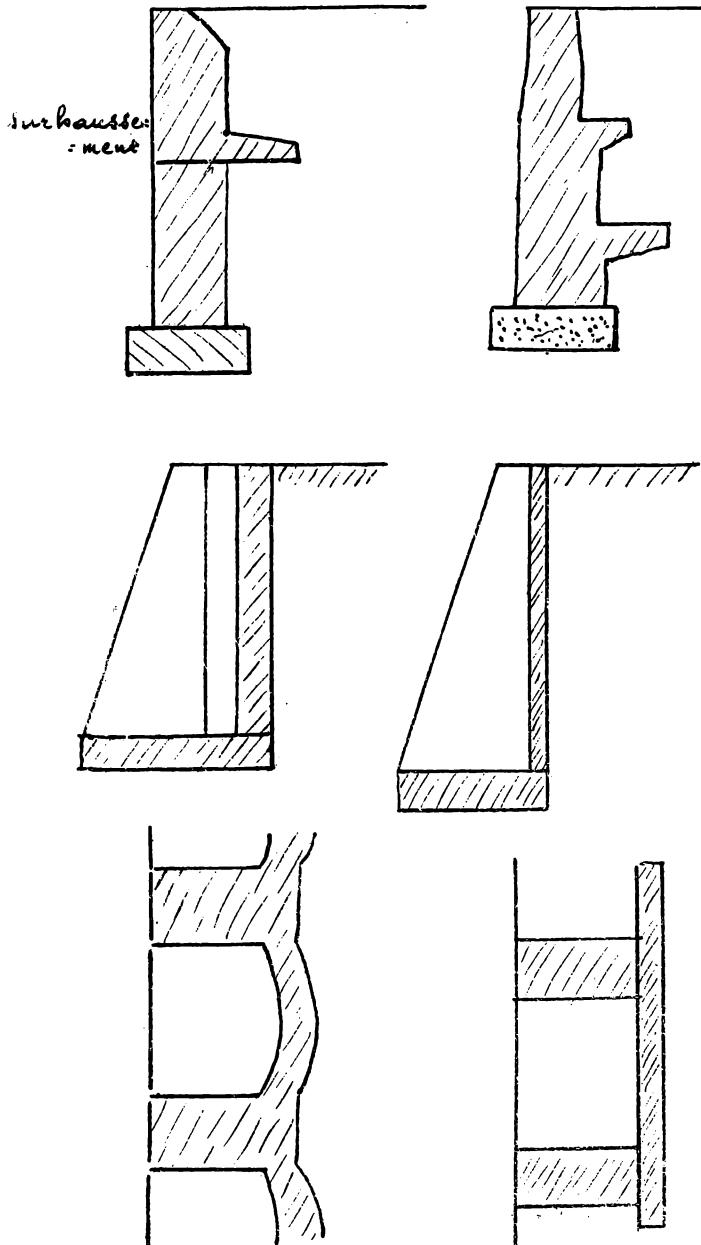
On peut munir le mur vers l'arrière et à un niveau intermédiaire entre la crête et la base, d'un ou plusieurs éperons en saillie

dans les terres.

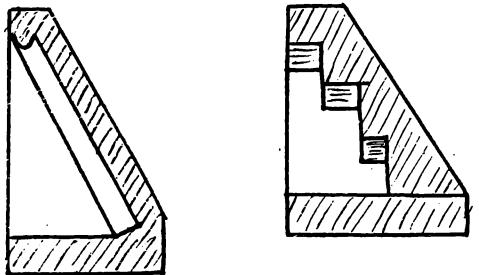
Nous avons vu qu'il en résulte une réduction de poussée et, en outre, il se produit une action stabilisante due au prisage de terre situé au dessus de l'éperon. Ces niveaux des éperons peuvent être déterminés de telle sorte que dans un mur assez mince, la ligne des pressions reste toujours dans le noyau central (syst. Chaudry).

Ce système convient aussi pour surélever un mur existant. Enfin, on peut ancrer les murs en arrière dans les terres, par tirants et plateaux d'ancre. Les ancrages assurent aussi, et souvent surtout, la résistance contre le glissement, nous l'étudierons plus en détail à cette occasion. On peut combiner ces dispositifs, par exemple : l'éperon et la semelle, les contreforts et la semelle. Ce

dernier type forme un ensemble assez particulier, dont le rôle des éléments peut être différencié. Les contreforts et la semelle, assurent la stabilité sur le sol de fondation, les contreforts et la paroi la stabilité élastique des maçonneries, mais entre les contreforts, la

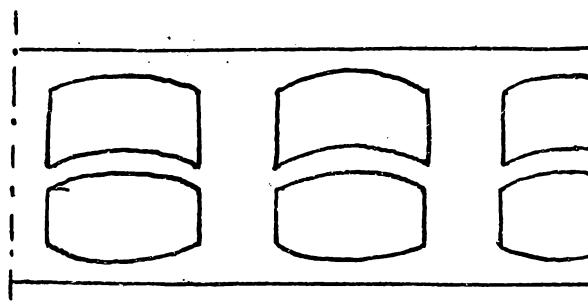
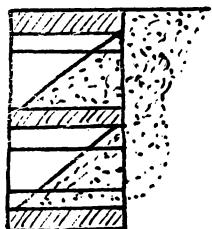


paroi peut-être raminée par rapport au mur-poids et former voûte ou paroi fléchie ; à la limite, on peut la faire mince et en béton armé. Ces murs sont des murs élégis. Il en existe encore d'autres types, dont certains procèdent des précédents. Si l'espace manque pour mettre les contreforts, et les semelles en saillie sur la crête, on élargit la base vers l'arrière, on a alors une paroi ou des voûtes inclinées appuyées sur des contreforts reposant à leur tour sur une semelle, ou bien des murs avec voûtes horizontales d'étagement.



Un type de mur différent est le mur élégi à cellules. Il se compose de piliers analogues à des contreforts, reposant sur une semelle. Il n'y a pas de paroi de fermeture du côté des terres, mais les piliers supportent à divers niveaux des voûtes ou dalles horizontales.

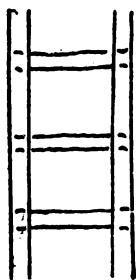
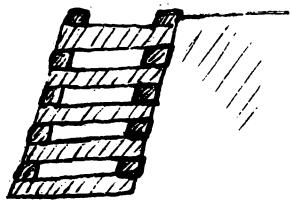
Ces terres s'écoulent sur ces voûtes selon le talus naturel ; ce dispositif est préférable à celui qui consiste à remplir les cellules de terre damée. On peut laisser



la face avant ouverte et revêtir les talus de gazon ou d'un parterre (gare centrale d'Anvers) ou bien l'obturer par un mur de maçonnerie.

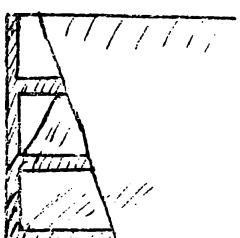
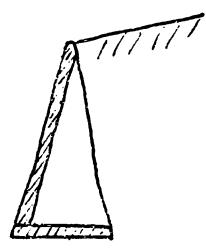
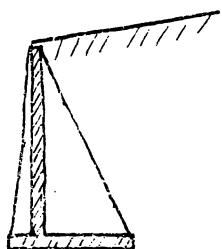
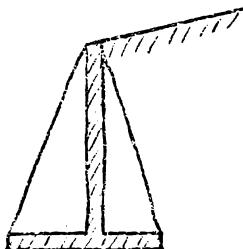
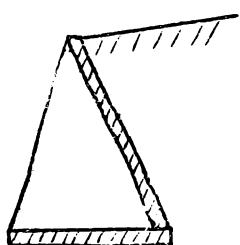
(effet décoratif des voûtes apparentes dans la maçonnerie). Dans ce dernier cas, on peut ménager des accès par trous ou portes de visite et il faut assurer un drainage des cellules (jonction Nord-Sud).

Ces murs, du type pesant ou élégi, se font en maçonnerie de moellons, briques ou béton, le béton se répandant de plus en plus à cause de la facilité de mise en œuvre (notamment la distribution du béton par la gravité pour murs de grande hauteur). La maçonnerie sèche ne peut s'employer que pour les murs poids.



On a lancé en Amérique récemment un type de mur qui est une maçonnerie sèche à grands éléments, disposés en ordre très régulier et en laissant des vides, ce qui fait que le mur procède aussi un peu du type à cellules. Ces éléments sont des poutres en béton armé ou non, disposées en rangées alternées // et ⊥ à la crête, avec espacement de manière à former des espèces de châssis carrés ; il n'y a de liaison que par emboîtement et poids. Ses avantages sautent aux yeux : construction rapide, provisoire éventuellement, démontage possible avec récupération des matériaux, drainage, faible poids, pas de fondation. Comme inconvénient, il y a surtout l'encombrement, puis l'aspect.

Ces murs de soutènement en béton armé dérivent des murs en maçonnerie élégante ^{des types} semelle et contrefort ou à cellules, parfois les deux combinés. Seulement ces murs n'ont presque pas de poids ; pour assurer la stabilité élastique sur le sol de fondation, il faut donc créer une forte charge V, ou bien avoir une paroi très inclinée vers les terres si les contreforts ou nervures sont entièrement hors des terres, ou bien établir la semelle en partie ou totalité dans les terres. On peut à la fois réduire la poussée et tirer parti du poids des terres en disposant des dalles horizontales à divers niveaux entre les nervures.

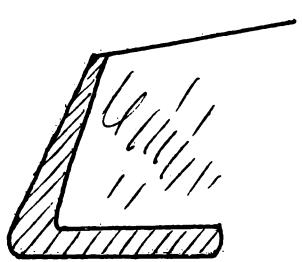


Le calcul de la poussée sur la paroi se fait comme à l'ordinaire, on calcule aussi la poussée sur la semelle. De préférence par les méthodes de Reid ou Rankine. On vérifie la stabilité

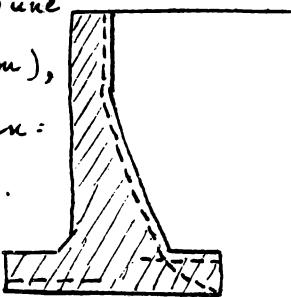
élastique sur le sol de fondation, la résistance des contreforts (poutres à section ---) à la flexion, celles des parois et semelles à la flexion (dalles). On renforce éventuellement les parois et semelles par des petites nervures en saillie vers les terres ou vers l'extérieur.

Les murs en béton armé sont d'aspect uniforme et massif, on soignera le parement vu (béton de parement, éventuellement bous-

chardé ou arivé au sable); le dessin de nervures apparentes en quadrillage améliore l'as-
pect. Pour les petits murs, on emploie parfois une paroi rigidelement solidaire d'une
semelle, sans contreforts ($4 \text{ à } 5 \text{ m}$),

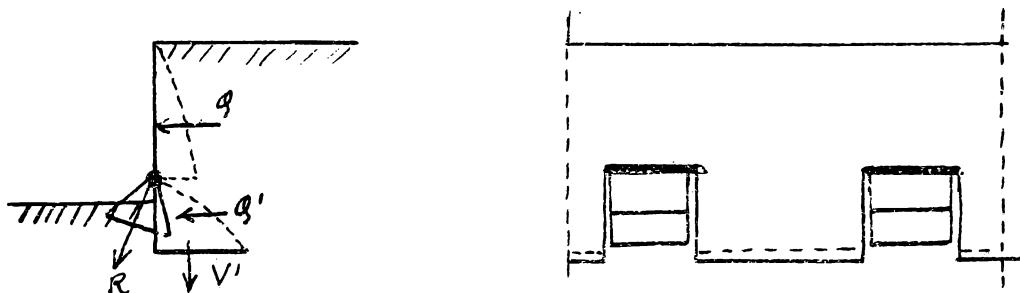


parfois des murs-poids en béton à profil réduit ren-
force par des armatures vers le parement postérieur.



Deux types très spéciaux de murs en béton armé, couverts par des brevets allemands sont basés sur les principes suivants:

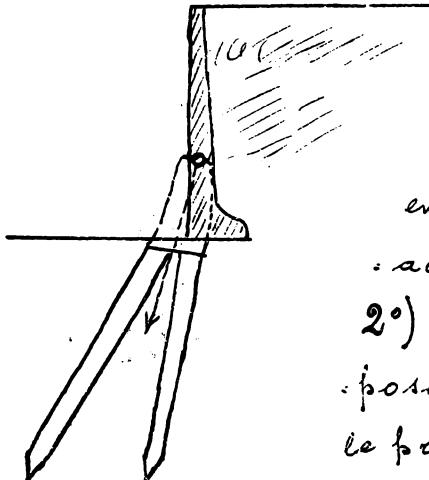
1) Murs à rotules. Ce sont des murs en équerre, avec ou sans nervures, appuyés au niveau du sol ou au dessus et de distance



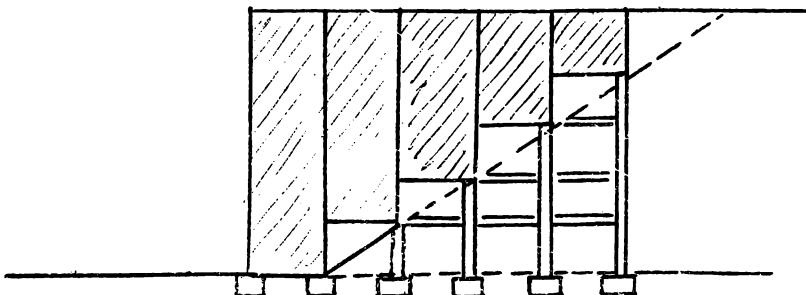
en distance sur des blocs d'appui par l'intermédiaire de rotules. Le mur présente des ouvertures à l'emplacement des blocs d'appui. Cette ligne de rotules forme l'axe de renversement du mur. La poussée des ter-
res situées au dessus est équilibrée avec excès par la butée des ter-
res en dessous de la rotule et la charge sur la semelle. L'équilibre du mur est donc assuré surtout par la butée, pour laquelle on utilise toute la hauteur des terres derrière le mur, c'est-à-
dire que la butée est sûrement et largement assurée.

Il n'y a pas de difficultés spéciales pour calculer la réaction du mur sur les rotules et l'équilibre des corps d'appui. On cherchera à donner à cette réaction la direction le plus verticale possible, par la disposition d'une semelle vers l'arrière (qui n'est pas théoriquement nécessaire) et en relevant le niveau de la rotule.

Le poids du mur est très faible. Ce type convient pour de mauvais terrains, les massifs d'appui sont alors formés par de petits blocs bétonnés coiffant des groupes de pieux en béton, inclinés suivant la direction de la réaction.

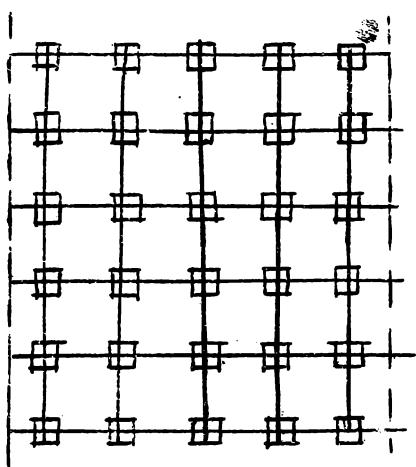


2°) Obus-silos (type Gerkuhn) se composent de cellules ou silos carrés étages selon le profil du talus naturel et remplis de terre.



Les poussées internes se compensent mutuellement, il ne subsiste que la poussée de la première cellule sur la paroi extérieure.

Avantages poids léger, pas de fondation, grande stabilité, le dispositif fait corps avec le terrain et peut s'assimiler avec lui, convient donc pour les mauvais terrains.



Inconvénients construction complexe, trop élevée, grand emplacement. Le système américain en pieces moulées d'avance réalise en somme à peu près le même principe.

En terrain très mauvais, on peut fonder sur pilotis ou pieux. Mais à cause de la résistance au glissement, il faut des dispositions

spéciales que nous examinerons ci après.

§ 13. Dispositions en vue d'assurer la stabilité des murs au glissement - Ancreages.

La condition stricte d'équilibre de glissement sur la base de fondation est, si θ est l'angle de la réaction R du sol avec la normale à la base de fondation, $\theta \leq \varphi$

φ étant l'angle de frottement des terres sur la maçonnerie.

Si la surface d'assise est très rugueuse, on peut considérer $\varphi = \psi$, ce qui est naturellement avantageux.

Si le terrain est cohérent et qu'il y ait une adhérence C avec la maçonnerie, si b est la largeur de la section de base, la condition d'équilibre est :

$$R_t - R_n \operatorname{tg} \varphi \leq C b.$$

$$\text{D'où } \operatorname{tg} \theta \equiv \operatorname{tg} \varphi + \frac{C b}{R_n} = \operatorname{tg} \varphi + \frac{C}{\sigma_m}$$

σ_m étant le taux de compression moyen de la base de fondation.

Si la hauteur du mur augmente, θ et σ_m augmentent et la sécurité au glissement diminue.

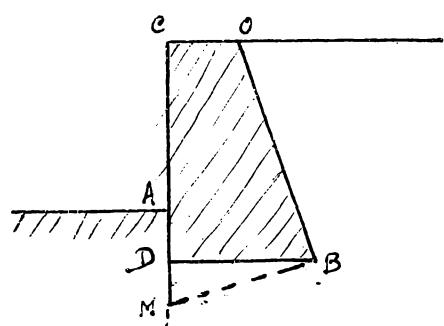
$$\text{Si on pose } \operatorname{tg} \varphi''' = \operatorname{tg} \varphi + \frac{C}{\sigma_m}$$

φ''' diminue quand la hauteur augmente. On pourrait vérifier facilement la constatation de M. Résal que φ''' est toujours notablement plus petit que l'angle virtuel φ' , de 45 à 50% en degrés.

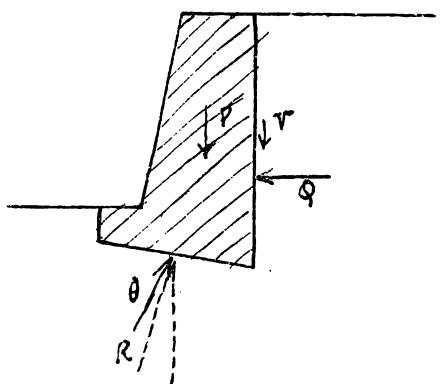
Orais étant donné le grand danger de glissement des murs de soutènement sur une base argileuse, il est prudent de négliger C et d'adopter toujours $\varphi''' = \varphi = 15^\circ$ environ. De telle sorte que, en toutes circonstances, il est recommandable de s'en tenir à la condition $\theta \geq \varphi$ ou φ .

Dans la détermination de θ , on peut tenir compte éventuellement d'une butée partielle, si moins qu'elle ne paraîsse précaire ou qu'elle soit superflue pour la stabilité du mur, auquel cas on n'en tient pas compte.

Mr Résal propose dans un de ses ouvrages de considérer la résultante de R et de S comme butée et de considérer comme condition d'équilibre que cette butée globale soit supérieure à la poussée. Mr Résal la calcule comme agissant sur le plan vertical passant par le pied du mur. La surface de butée fictive est donc $AM > AD$. Comme cette est plus compliquée d'emploi, nous ne la citons que pour mémoire et recommandons l'usage de la précédente, d'autant plus qu'elle conduit aux mêmes conclusions de principe. Toutefois, pour améliorer l'équilibre, il faut augmenter AM . Il faut donc avancer AD et abaisser B par rapport à D , c'est-à-dire employer une semelle inclinée et en saillie sur l'avant du mur.



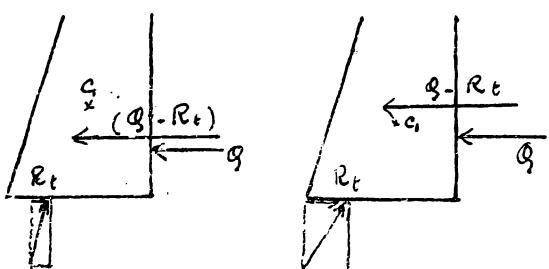
Si nous considérons la condition d'équilibre $\theta \geq \psi$ ou ψ , nous voyons que dans le cas où R est très incliné sur la verticale ou que ψ est très petit, il faut incliner la base de fondation de manière à réduire θ dans la mesure nécessaire, éventuellement l'annuler.



Si le mur est assis sur une base argileuse, en cas de glissement, on a

$$R_t = R_n \operatorname{Ag} \psi$$

Comme ψ est très petit, la résultante de R_t et de Q passe en dessous du centre de gravité de la maçonnerie d'autant plus que, selon l'observation faite, Q agit plus bas que le tiers inférieur en cas de terres cohérentes. Le mur se déverse vers l'arrière tout en avançant sur sa base. En cas de terres non cohérentes et non glissantes, ψ est beaucoup plus grand et généralement c'est l'inverse,



le mur glisse avec une tendance à se renverser plutôt vers l'avant.

Ces glissements sont surtout à craindre dans le 1^{er} cas, sur les terrains

argileuse. Pour pallier au danger ou en cas de glissement amorcé, on peut :

- 1) réduire la poussée ;
- 2) augmenter la butée ;
- 3) améliorer la résistance au glissement sur la base ;
- 4) ancrer le mur en arrière dans le terrain

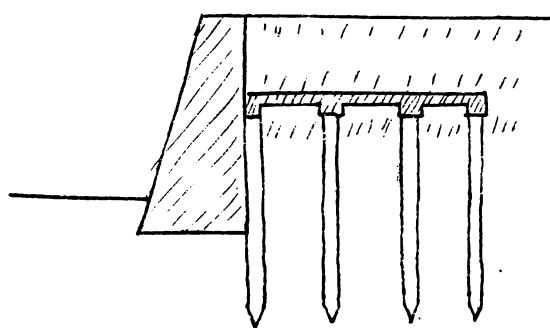
Il ne faut donc pas rechercher à augmenter la stabilité par le poids, moyen onéreux et peu efficace.

La réduction de la poussée s'opère par des moyens que nous avons déjà exposés, dont le drainage, l'emploi de matériaux incompressibles (pierres, graviers), et les éperons sont les principaux. Lorsqu'un mur manifeste des tendances au glissement, dans les terres non cohérentes, on peut déblayer la partie supérieure du prisme de poussée et la



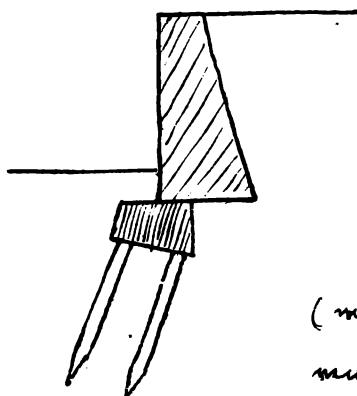
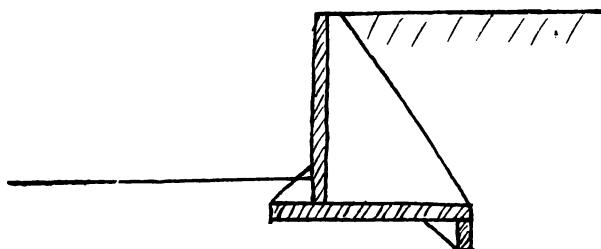
remplacer par des matériaux plus légers (cendrée) ou sans poussée (pierres sèches) après avoir éventuellement ajouté un éperon saillant. Dans les terres cohérentes, ce moyen est peu efficace, puisque la partie supérieure est naturellement sans poussée.

On peut, dans les deux cas, laisser subsister la fouille et la courrir s'il y a lieu d'un plancher sur appuis, ce qui constitue une décharge toujours efficace. Cette disposition peut être prévue éventuellement



pour un ouvrage neuf. Si elle n'est pas applicable à cause des charges qui circulent sur le terre-plein en arrière du mur, on peut disposer un fort plancher dans le fond de la fouille, posé sur des supports descendant jusqu'en dessous de la fondation du mur. On remblie ensuite sur le plancher qui supporte le poids des terres superficielles sans transmettre leur action

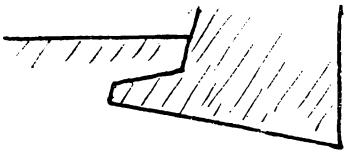
au terrain sous-jacent. Un des dispositifs de fondation sur plateforme haute employé pour des murs de quai en terrain vaseux (Hollande) est dérivé de ce principe.



de l'humidité du terrain inférieur).

Si un mur s'est mis en mouvement, on peut songer à l'arrêter en augmentant en sous œuvre la profondeur de fondation vers l'avant, mais ce travail est aléatoire et coûteux ; la réduction de la poussée paraît plus avantageuse.

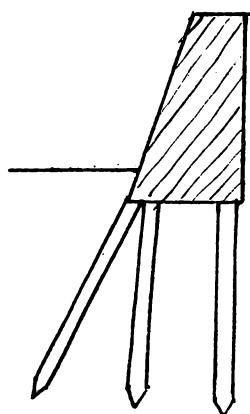
S'il est possible, on peut raccouler le pied du mur par un rideau ou des poussards sur une autre construction stable, par exemple accouler de la sorte les pieds de 2 murs opposés (voir planche).



d'amélioration de la résistance au glissement de la base de fondation s'obtient par son élargissement vers l'avant ; son inclinaison vers l'arrière ; en la munissant de redents, gradins ou saillies (ce qui revient à faire intervenir la butée et la cohésion) ; en l'établissant sur plateforme ou sur pieux. Dans ce cas, il faut ajouter des pieux obliques inclinés dans le sens de la

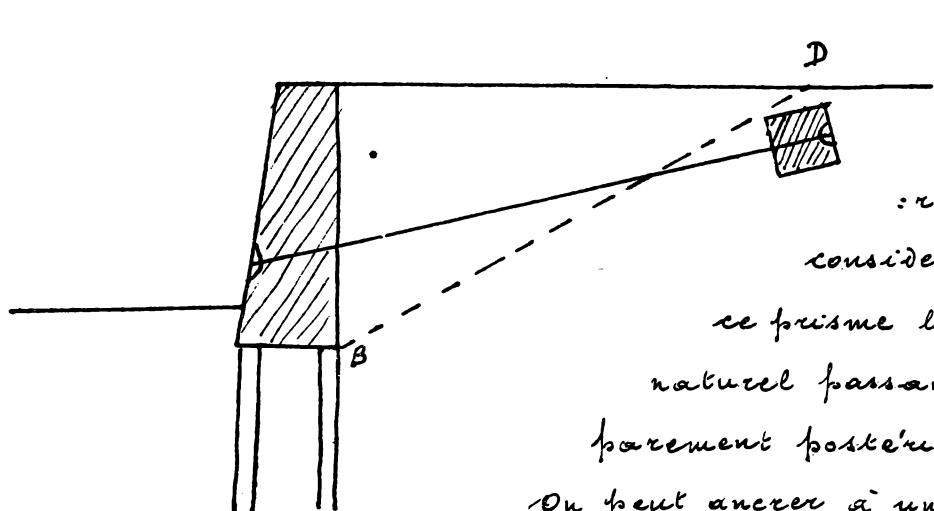
l'augmentation de butée s'obtient par accroissement de profondeur de la fondation, de préférence vers l'arrière ; par des nervures d'ancrage à l'arrière des semelles en béton armé ; par la construction de dispositifs de butée si l'avant des murs, éventuellement sur pilotis, en cas de mauvais terrains ou d'affouillement à la base du mur ; par surcharge du sol en avant du mur (murs de quai d'Anvers) (matras de plomb coulées comme lut au pied des murs) ; par assèchement (si le défaut de butée provient

poussée si l'avant du mur, de manière que les pilotis ne soient soumis qu'à des efforts longitudinaux. Cette disposition est encore favorable en ce sens qu'elle permet de mettre plus de pieux à l'avant du mur, où la charge est plus forte.



Enfin, on peut ancrer le mur en arrière dans le terrain, au moyen de tirants d'ancrage attachés à des dispositifs résistants. Ces barres métalliques, employées autrefois, se détruisent par oxydation. Comme il importe d'assurer la permanence de l'ancrage, condition indispensable à la stabilité du mur, on n'emploie plus qu'après que des tirants en béton armé.

Le dispositif résistant doit être fixe. Comme sa résistance est produite par une réaction du terrain, il faut de toute évidence que le dispositif s'appuie sur le sol en dehors du prisme d'éboulement



qui se produirait si le mur bougeait.

Pour avoir une sécurité complète, il faut considérer comme limite de ce prisme le plan BD du talus naturel passant par le pied du parement postérieur du mur.

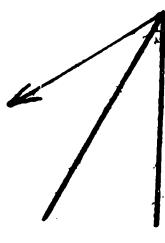
On peut ancrer à un massif pesant suffisamment, pour que son frottement sur le terrain assure la résistance voulue. La sûreté est grande, mais le procédé est coûteux. Le massif doit être d'autant plus éloigné du mur qu'il se trouve plus haut. Il doit se trouver nécessairement en arrière de BD, sinon le poids du massif influerait sur la poussée exercée sur le mur.

Pour s'opposer au glissement, on pourrait disposer l'ancrage horizontalement au niveau de la base. Ce dispositif est très sûr, mais

il exige une fouille profonde et il produit un couple de renversement avec la poussée.

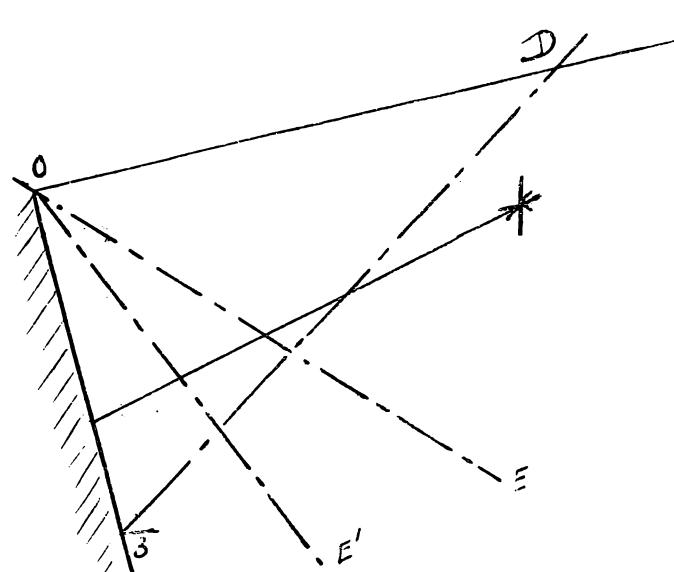
On préfère établir l'ancrage plus haut, sensiblement au niveau de la résultante de la poussée, donc vers le tiers inférieur, de manière à opposer directement l'effet de l'ancrage à la poussée. On améliore ainsi à la fois la stabilité élastique et l'équilibre de glissement. Pour réduire la fouille, on incline souvent le tirant vers le bas, si peu près suivant la direction de la poussée. De la sorte, le

massif d'ancrage s'établit à assez faible profondeur sous le terre-plein, mais à assez grande distance en arrière de la crête du mur.



Ancrer à la tête d'un pieu est défectueux pour de grands efforts, même si on jumelle un pieu incliné et un pieu vertical, car les pieux travaillent mal à la flexion et à l'extension. L'attache du tirant à un pieu d'ancrage doit se faire à quelque profondeur sous la tête, afin que le pieu fasse office de plateau d'ancrage. Ce procédé est assez coûteux et ne convient que pour des cas spéciaux (murs de quai en terrain vaseux). Le plus souvent, la résistance d'ancrage est réalisée par la butée des terres sur un plateau ; c'est le procédé le plus économique, mais le moins sûr. Ainsi qu'il a été dit plus haut, on ne peut compter que sur une butée modérée.

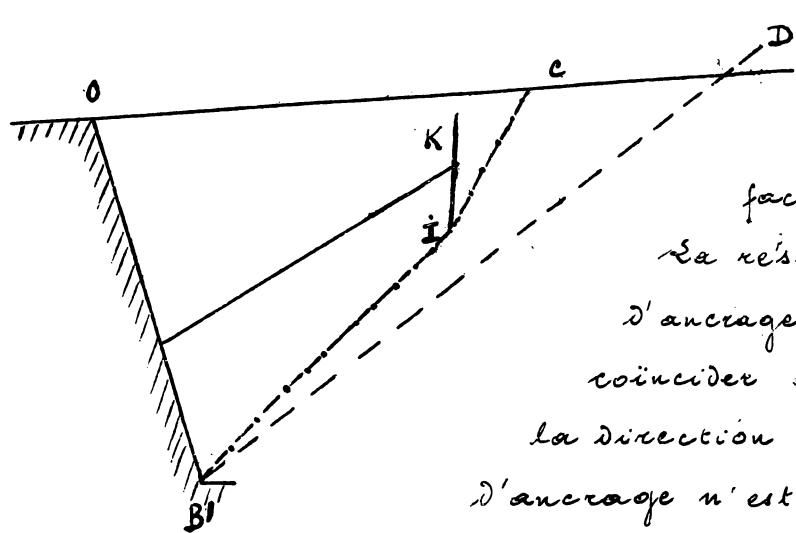
Il faut que la butée sur le plateau ne soit pas influencée par le mur, donc, en principe, le plateau doit se trouver au-delà de la direction de rupture d'équilibre limite supérieur OÉ menée par la crête O du parement postérieur du mur.



Il faut noter toutefois que cette condition n'est strictement nécessaire que pour permettre

le développement du maximum de butée, qui n'est jamais réalisé. Elle assure évidemment une grande sécurité, mais elle n'est pas indispensable. On peut abaisser la droite $O\bar{E}$ en envisageant une valeur très faible de φ . Mais on évitera en tous cas d'établir le plateau d'ancrage en deçà de $O\bar{E}'$, direction de rupture à équilibre limite inférieure. C'est donc à profondeur moyenne que le plateau d'ancrage doit être le moins éloigné du mur.

Si le plateau d'ancrage se trouve en arrière de $O\bar{E}$ et de $B\bar{D}$, on détermine la butée sur la face avant du plateau par la méthode



de Rankine (diagramme du cercle), on détermine de

même la poussée sur la

face arrière du plateau

La résultante des deux est la force d'ancrage, dont l'alignement doit coïncider autant que possible avec

la direction du tirant. Si le plateau

d'ancrage n'est pas en arrière de $O\bar{E}$,

le calcul n'est qu'approximatif, il faut

réduire la butée.

Si le plateau d'ancrage est en avant de $B\bar{D}$, ce que il faut éviter, l'effet de l'ancrage est réduit également. On peut opérer comme suit :

On détermine par la méthode de Gouybet le plan de poussée maximum correspondant à l'extrémité inférieure I du plateau et on admet que la rupture éventuelle du massif se ferait suivant les hypothèses de Coulomb, en admettant comme inconnue la réaction du sol sous la base du mur. Si l'ancrage est très près de $B\bar{D}$, il est prudent de vérifier aussi par la seconde méthode exposée ci-dessus.

Enfin, pour éviter les glissements des murs, il faut prendre garde de ne pas fonder au dessus d'une couche de glissement inclinée (banc d'argile) située à faible profondeur. Si le danger de glis-

ement est avéré, il faut descendre la fondation en dessous de la couche, éventuellement par puits, piliers, pieux ou pilotis. On évitera toute fondation sur un terrain en pente, si cause du risque d'éboulement au pied par excès de poussée ou manque de butée. Si l'on ne peut modifier l'emplacement, il faut descendre la fondation assez profondément pour assurer une butée suffisante au pied.

§ 14. Causes accidentelles de dégradation des murs et dispositions constructives.

Entretien. Ces murs peuvent être dégradés ou détruits par des causes accidentelles : actions chimiques des eaux (sulfates, acides) sur les mortiers ou bétons, dislocation par des racines de végétaux, inondations provoquant des affouillements au pied du mur ou détrempant les terres. L'action des températures peut s'exercer sur un mur convexe qui se fissure par temps froid. Si ces fissures s'obstruent, au temps chaud, il se produit une poussée qui peut faire avancer le mur et compromettre sa stabilité. Il faut alors ménager des joints de dilatation. La forme concave des murs est au contraire favorable.

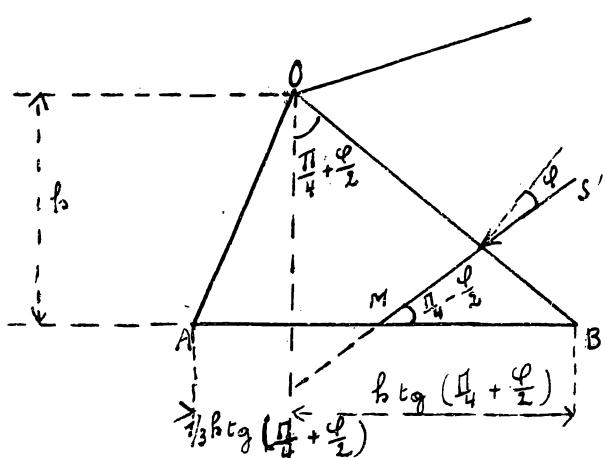
Pour éviter l'action des eaux de pluie sur le parement, on achève le mur en crête par un couronnement en saillie avec larmier. Si le mur est en briques ou pierres de taille, c'est généralement une tablette en pierre de taille. Il est bon de revêtir les murs d'une chape imperméable au contact des terres ; enduit de mortier riche de ciment sur un centimètre et triple goudronnage à chaud. Il faut veiller au bon état des maçonneries du parement d'avant, rejoindre dès que les joints se dégarnissent et enlever régulièrement mousses et herbes. Il faut veiller au bon fonctionnement des drains et barbacanes et notamment les tenir libres de glace en hiver. Enfin, il faut observer les fissures et leur marche (par des empâtrages de ciment) et en cas d'apparitions anormales, déterminer si le mur a bougé et mesurer son mouvement. En cas

d'accélération du mouvement et danger d'effondrement, déblayer immédiatement en arrière du mur et éventuellement étançonner.

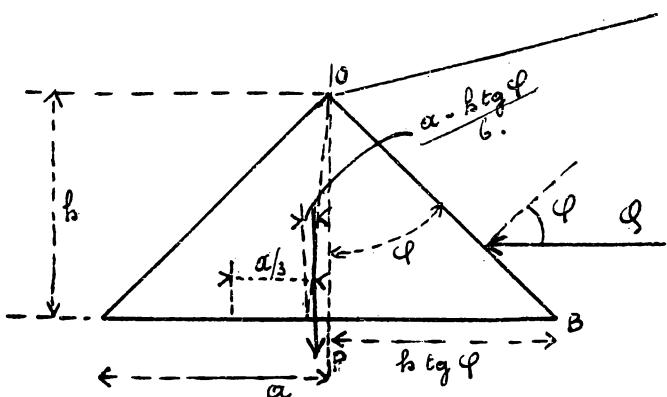
§ 15 - Murs d'arrêt.

Ces murs d'arrêt sont des murs de soutènement d'une nature spéciale, destinés à retenir des terres exposées à un tel point au danger de glissement ou d'éboulement, éventuellement déjà en mouvement, que la poussée atteint le maximum.

Si la poussée dépasse le maximum, les terres s'écoulent par-dessus le mur. Le cas caractéristique est celui d'une couche de terre sur le point de glisser. À la limite, la poussée P fera un angle φ avec le parement OB du mur d'arrêt et passera au tiers inférieur. Les poussées étant élevées, on cherche à faire passer la poussée résultante par le milieu de la base. Pour cela, il suffit d'incliner



OA vertical, M est alors à la limite du noyau central et il y aurait pression dans toute l'étendue de la base de fondation sans la faible surcharge due au poids du mur; mais la pression sur l'arête A est doublee.



Si φ est grand, cette méthode conduit à un empattement trop élevé. On réduit l'angle du parement, on doit considérer la

Si φ est grand, cette méthode conduit à un empattement trop élevé. On réduit l'angle du parement, on doit considérer la

valeur φ comme une valeur limite. Dans ce cas $S = Q$ est horizontale. Il faut nécessairement faire intervenir le poids du mur pour l'équilibre.

On doit toujours donner au parement extérieur un certain frottement a/b , dont la limite inférieure se calcule aisément par la condition que la pression sur le sol soit nulle en B. Si l'on veut une pression uniforme il faut :

$$a = \sqrt{b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + \frac{4Q}{D}}$$

D étant la densité de la maçonnerie. Si ce parement extérieur est plus incliné que l'autre.

[Démonstration : $P : \left(\frac{a+b \operatorname{tg} \varphi}{2} \right) b D$

Pour que la répartition soit uniforme, il faut que

$$\frac{Qb}{3} = \frac{P(\alpha - b \operatorname{tg} \varphi)}{6} = \frac{(\alpha + b \operatorname{tg} \varphi)(\alpha - b \operatorname{tg} \varphi) b D}{12}$$

$$\frac{Q}{D} = \frac{\alpha^2 - b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi}{4}$$

$$\alpha^2 = b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + \frac{4Q}{D} \quad a = \sqrt{b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + \frac{4Q}{D}}$$

Pour qu'il y ait partout compression, il faut que:

$$\frac{Qb}{3} = \frac{Pa}{3} \quad a = \frac{Qb}{P} = \frac{2Qb}{(\alpha + b \operatorname{tg} \varphi)b D} = \frac{2Q}{D} \cdot \frac{1}{\alpha + b \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\alpha^2 + \alpha b \operatorname{tg} \varphi - \frac{2Q}{D} = 0$$

$$\alpha = \frac{-b \operatorname{tg} \varphi + \sqrt{b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 8 \frac{Q}{D}}}{2}$$

La forme théorique est donc triangulaire. Si l'on établit une tablette de couronnement, elle devient un trapèze si base supérieure très petite.

M. G. Réal établit dans ses ouvrages que les murs de soutènement soutenant des terres cohérentes inclinées d'une quantité supérieure à φ , angle de glissement réel, mais inférieure au talus naturel

(défini par la condition de la hauteur dangereuse), subissent des pressions de plus en plus élevées à mesure que croît la hauteur du talus qui les surmonte en se rapprochant de la hauteur dangereuse à la limite, il y a d'ailleurs éboulement avec poussée maximum. Les murs doivent donc prendre en quelque sorte l'importance de murs d'arrêt. Pour le calcul, dont l'exposé sort du cadre de ce cours, je me réfère à l'ouvrage cité de M^e Reisal (4^e partie, art. 20).

Néançs l'observation est à retenir, car d'après les idées acquises par l'étude des terres sans cohésion, il semble que le talus d'inclinaison inférieure au talus naturel soit sans danger et que la valeur de la poussée soit indépendante de l'étendue du talus.

fin.
