

eaux sont restituées au Poschiavino immédiatement à la sortie de l'usine.

Celle-ci, située à la frontière italo-suisse, se présente aujourd'hui (fig. 1 et 10) avec un bâtiment principal et deux postes de transformation contigus : l'un élève le courant de 7 000 volts à 55 000, l'autre à 140 000. D'autre part, le courant à 7 000 volts est ainsi conduit de l'usine au poste de Piattamala, par des câbles en galerie, de l'autre côté du Poschiavino. Ce poste de Piattamala appartient à la Société Lombarde et distribue le courant venant de la Suisse au réseau à 55 000 volts de la Valteline. Elle comprend aujourd'hui douze groupes électrogènes de 3 000 kVA (sauf deux de 3 700 kVA), disposés en deux groupes de six, qui séparent les quatre groupes d'excitation ; ils fournissent du courant à 7 000 volts.

Les trois postes de transformation sont : l'un de 8 580 kVA, pour les départs à 55 000 volts ; le second de 10 500 kVA, pour

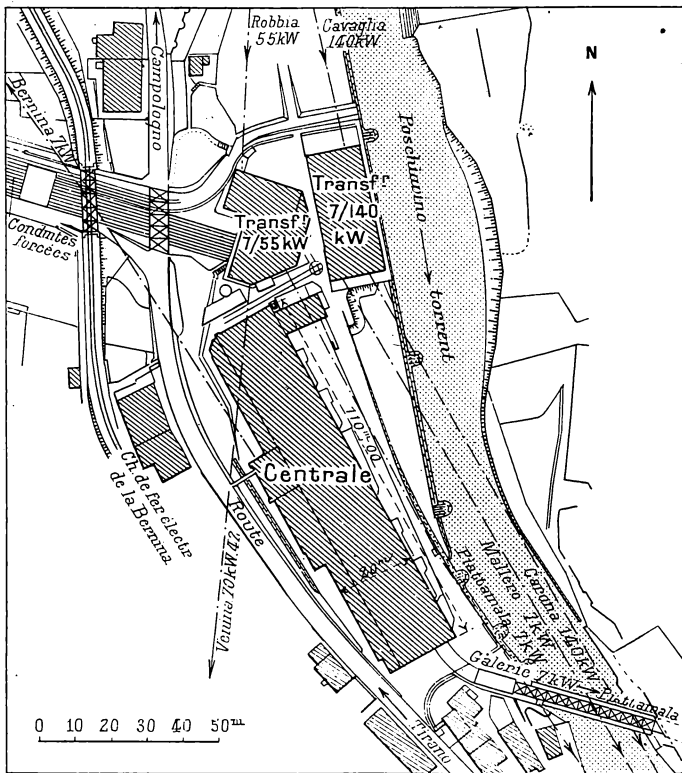


FIG. 10. — Plan d'ensemble de l'usine de Campocologno et de ses annexes, montrant l'arrivée et le départ des lignes à haute tension.

le départ à 70 000 volts, vers l'usine de Venina (Lombardie) ; le troisième de 50 000 kVA, pour les deux départs à 140 000 volts vers Carona et Mallero (Lombardie). Ce dernier comporte deux transformateurs de 25 000 kVA, avec leur appareillage, et un disjoncteur à l'arrivée de la ligne à 140 000 volts venant de Cavaglia.

USINE DU POSCHIAVINO. — Nous mentionnerons simplement cette usine de 10 000 kW, qui est située sur territoire italien et appartient à la Société Lombarde, qui l'a mise en service en août 1920.

Elle a sa prise d'eau sur le Poschiavino à Piattamala, tout près de l'usine de Campocologno. Le canal d'amenée, de 2 km environ, alimente deux conduites forcées de 2^m 70 de diamètre et 450 mètres de longueur, qui desservent les deux groupes à turbines Francis de 7 000 ch, actionnant des alternateurs de 6 125 kVA, à 7 000 volts.

La chute nette utilisée est de 92 mètres environ, les eaux étant restituées au Poschiavino à la cote (419^m 50), tout près du confluent de ce torrent avec l'Adda.

Deux transformateurs de 6 000 kVA chacun élèvent le courant à 55 000 volts sur des départs raccordés à la double ligne venant de Piattamala.

LES LIGNES DE TRANSPORT D'ÉNERGIE. — Résumons ici rapidement ce que nous avons dit précédemment sur les lignes de jonction entre les usines de la Société des Forces motrices de Brusio et le réseau de la Société Lombarde (fig. 3).

Les lignes Bernina I à 23 kV et Bernina II à 55 kV, à tracés distincts sur la plus grande partie de leur parcours, passent le col de la Bernina et vont vers le nord jusqu'au poste de Bevers, qui dessert une partie de l'Engadine.

La ligne à 140 kV de Cavaglia à Campocologno est composée de trois câbles nus, en alliage d'aluminium « aldrej ». Elle est montée sur pylônes métalliques et suspendue à des chaînes d'isolateurs à 7 ou 8 éléments, avec dispositif de protection composée d'une calotte supérieure en tôle galvanisée, et d'un anneau inférieur en fonte.

Les lignes qui se dirigent vers l'Italie sont : une ligne à 55 kV et une ligne à 70 kV, l'une et l'autre en câbles de cuivre ; puis, deux lignes à 140 kV, composées de trois câbles nus en « aldrej », avec une portée de 300 mètres au passage de la rivière. Ces lignes se continuent par des câbles en cuivre, sur le territoire italien, en direction de Cislago, localité au nord de Milan.

La ligne à 70 000 volts dont nous avons parlé rejoint les importantes usines hydro-électriques de Venina et Boffetto, près de Sondrio (Valtelline), appartenant à la Société « Acciaierie e Ferriere Lombarde ».

Ajoutons que toutes les usines communiquent par un réseau téléphonique de service, du type automatique. Les trois postes centraux de cette installation sont établis à Cavaglia, Poschiavino et Campocologno.

La rapide description que nous venons de donner de l'ensemble des usines, créées en vingt-cinq ans par la Société des Forces motrices de Brusio, permet d'apprécier les services considérables rendus par cette entreprise, tant à l'économie nationale suisse, qu'aux populations du val de Poschiavino et aux touristes qui utilisent le Chemin de fer de la Bernina.

Pendant ce premier quart de siècle, les Forces motrices de Brusio ont produit environ 2,36 milliards de kWh, dont 192 millions seulement ont été utilisés par la Suisse. L'exportation s'est montée, pour 1928 seulement, à 136,5 millions de kWh.

Ces résultats font le plus grand honneur à la direction de la Société, et notamment aux trois directeurs successifs : M. Nachenius (1904-1911), M. Schmutz-Demeyriez (1911-1920) et M. Rickenbach, actuellement en fonctions.

A. C.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

REMARQUES SUR LA NOTION DE LA CHARGE CRITIQUE de flambement.

Le critère de la charge critique de flambement semble différer caractéristiquement, selon les liaisons et selon que la symétrie est complète ou non. L'emploi des formules approximatives de déformation ne permet, d'ailleurs, la définition rigoureuse de la charge critique que dans le cas de symétrie ; la condition correspondante est l'indétermination de l'élastique, qui est compatible avec l'hypothèse des déformations assez petites.

En cas d'asymétrie, on obtient le résultat que les déformations croissent sans limite lorsque la charge tend vers une certaine valeur que l'on appelle encore charge critique, malgré que ce soit discutable. Car, en effet, les équations qui servent à l'établir ne sont plus valables, puisque les déformations sont très grandes au lieu d'être très petites. D'autre part, la croissance sans limite des déformations est incompatible avec les conditions théoriques d'appui et la constitution pratique de la pièce.

Physiquement, le phénomène peut bien continuer à porter le nom de flambement, caractérisé par des déformations très grandes et rapidement croissantes, mais la rupture doit nécessairement se produire avant d'atteindre la charge critique. En toute hypothèse, celle-ci ne peut jamais être atteinte, c'est-à-dire que l'on pourrait estimer qu'elle n'existe pas en fait. Abstraction faite des perturbations accidentelles, la charge critique peut, au contraire, être atteinte et réalisée sans déformations préalables très importantes dans les cas de symétrie complète. D'une manière générale, à tout le moins d'après les équations approxi-

matives de déformation, sa définition ne peut être considérée comme rigoureuse en d'autres circonstances. Il s'agit naturellement de pièces très élancées.

L'ensemble des études parues en 1929 dans le *Génie Civil* au sujet du flambement des arcs à liaisons fixes nous permet de justifier ce point de vue pour ce genre de pièces. Nous en trouvons, d'ailleurs, une première vérification dans l'article de M. Tournayre, du 24 août 1929.

Rappelons succinctement que, pour l'arc surbaissé à deux rotules :

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + k^2 v + k^2 z = 0, \quad z = y - \frac{p}{Q} x,$$

$$v = \Phi(x) - \frac{\sin kx}{\sin kl} \Phi(l),$$

$$\Phi(x) = k \left[\cos kx \int_0^x z(\xi) \sin k\xi d\xi - \sin kx \int_0^x z(\xi) \cos k\xi d\xi \right].$$

La condition approximative d'invariance de la corde s'écrit :

$$V - k^2 l r^2 = \frac{H}{\sin kl} \Phi(l), \quad V = \int_0^l \frac{d^2 y}{dx^2} \Phi(x) dx,$$

$$H = \int_0^l \frac{d^2 y}{dx^2} \sin kx dx.$$

Cette condition d'invariance permet d'écartier la fausse valeur critique $kl = \pi$ et établit que la première valeur critique est atteinte lorsque $kl = 2\pi$.

En cas de symétrie complète, $\Phi(l) = 0$, $H = 0$, et :

$$v = \Phi(x) + A \sin \frac{2\pi x}{l},$$

A étant indéterminé, ce qui est le critère précédemment défini de la charge critique.

En cas d'asymétrie, M. Tournayre note que v croît très fortement lorsque Q se rapproche de $\frac{4\pi^2 EI}{l^2}$ et conclut que l'on peut considérer que $kl = 2\pi$ correspond encore à une charge critique, malgré que les équations soient devenues illusoires.

La même observation peut être faite pour l'arc encastré aux naissances. Je me réfère aux équations de l'article du 31 août 1929 de M. Tournayre :

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + k^2 v + k^2 z - k^2 C - k^2 D x = 0,$$

$$v = A \sin kx + B \cos kx + \Phi(x) + C + Dx,$$

$\Phi(x)$ a la même expression que précédemment.

Les conditions aux limites exigent que $C = -B$ et $D = -Ak$, ce qui fait qu'il n'en subsiste que deux :

$$A \left(\sin \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2} - \frac{kl}{2} \right) - B \sin^2 \frac{kl}{2} + \frac{\Phi(l)}{2} = 0,$$

$$-A \sin^2 \frac{kl}{2} - B \sin \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2} + \frac{l \Phi'(l)}{2kl} = 0.$$

Il en résulte que :

$$A = \frac{1}{\Delta'} \left[\frac{\Phi(l)}{2} \cos \alpha - \frac{l \Phi'(l)}{4\alpha} \sin \alpha \right],$$

$$B = \frac{1}{\Delta} \left[-\sin^2 \alpha \frac{\Phi(l)}{2} + (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \frac{l \Phi'(l)}{4\alpha} \right],$$

en posant : $\alpha = \frac{kl}{2}$, $\Delta = \sin \alpha (\alpha \cos \alpha - \sin \alpha) = \Delta' \sin \alpha$.

La condition d'invariance de la corde s'écrit :

$$AH + BJ + V - k^2 l r^2 = 0,$$

$$\text{en posant : } V = \int_0^l \Phi(x) \frac{d^2 y}{dx^2} dx,$$

$$H = \int_0^l (\sin kx - kx) \frac{d^2 y}{dx^2} dx,$$

$$J = \int_0^l (\cos kx - 1) \frac{d^2 y}{dx^2} dx.$$

Il résulte de la condition d'invariance que $kl = 2\pi$ n'est pas une valeur critique, tandis que pour la valeur de :

$$\alpha = \frac{kl}{2} = 4,493,$$

($\alpha \cos \alpha - \sin \alpha$), Δ et Δ' s'annulent et il semble que A et B croissent sans limite. Il en est bien ainsi en cas d'asymétrie, mais nous montrons ci-après qu'en cas de symétrie, A et B sont indéterminés.

Δ et Δ' étant nuls, pour que A et B prennent la forme $\frac{0}{0}$, il faut que :

$$\frac{\Phi(l)}{2} \cos \alpha - \frac{l \Phi'(l)}{4\alpha} \sin \alpha = 0,$$

$$-\sin^2 \alpha \frac{\Phi(l)}{2} + (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \frac{l \Phi'(l)}{4\alpha} = 0,$$

$$\text{d'où : } \frac{\Phi(l)}{\Phi'(l)} = \frac{l \sin \alpha}{2\alpha \cos \alpha} = \frac{l (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)}{2\alpha \sin^2 \alpha}.$$

Ces deux conditions sont compatibles, car :

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha},$$

est identique à $\alpha \cos \alpha - \sin \alpha = 0$.

Il faut donc que : $\Phi(l) \alpha \cos \alpha = \frac{l}{2} \Phi'(l) \sin \alpha$, ou :

$$k \Phi(l) \cos \frac{kl}{2} = \Phi'(l) \sin \frac{kl}{2}.$$

Posons : $\int_0^l z \sin k\xi d\xi = S_1$ et $\int_0^l z \cos k\xi d\xi = S_2$,
 $S_1 \cos kl \cos \frac{kl}{2} - S_2 \sin kl \cos \frac{kl}{2} = -S_1 \sin kl \sin \frac{kl}{2} - S_2 \cos kl \sin \frac{kl}{2}$,
 d'où :

$$S_1 \cos \frac{kl}{2} = S_2 \sin \frac{kl}{2},$$

$$\int_0^l z \sin k\xi \cos \frac{kl}{2} d\xi = \int_0^l z \cos k\xi \sin \frac{kl}{2} d\xi,$$

$$\begin{aligned} \int_0^l z \sin k \left(\xi + \frac{l}{2} \right) d\xi + \int_0^l z \sin k \left(\xi - \frac{l}{2} \right) d\xi = \\ = \int_0^l z \sin k \left(\frac{l}{2} + \xi \right) d\xi + \int_0^l z \sin k \left(\frac{l}{2} - \xi \right) d\xi. \end{aligned}$$

Cette égalité est une identité en cas de symétrie, car alors :

$$\int_0^l z \sin k \left(\xi - \frac{l}{2} \right) d\xi = \int_0^l z \sin k \left(\frac{l}{2} - \xi \right) d\xi = 0.$$

Par conséquent, A et B sont indéterminés et notre observation initiale est vérifiée pour le cas de l'arc encastré. Il en

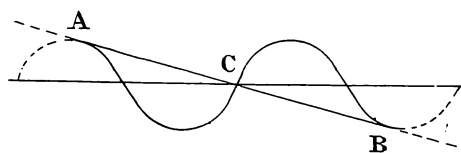


FIG. 1.

résulte que l'élastique est indéterminée, ainsi que son inclinaison à la clef. Donc, l'arc encastré flambe également par ondes alternées et, ainsi que le montre la figure 1, la condition $\alpha \cos \alpha - \sin \alpha = 0$, le permet d'ailleurs. L'arc de sinuséide ACB, de longueur d'abscisse 2α et limité aux points de contact de la tangente commune passant par C, satisfait en effet à cette condition.

L'arc à trois rotules paraît occuper une situation singulière au point de vue de la signification de la charge critique, du fait de la mobilité introduite par la rotule de clef, qui permet à chaque demi-arc de flamber indépendamment et comme une pièce dont une extrémité n'est pas fixée. Il reste toutefois nécessaire de recourir à la condition d'invariance de la longueur de la corde pour établir la distinction, et l'on constate que le critère de l'indétermination de l'élastique n'existe plus que lorsque la ligne des pressions est confondue avec la fibre moyenne, en faisant abstraction de toute déformation, et en supposant en outre qu'il y ait symétrie.

Ainsi qu'a bien voulu nous le faire observer M. Tournayre, il faut tenir compte dans les équations de la discontinuité généralement introduite par la rotule de clef, qui fait que $\frac{dv}{dx}$ possède en général deux valeurs différentes à la clef. Pour plus de généralité encore, on pourrait envisager que $\frac{dy}{dx}$ possède également une discontinuité à la clef, mais cela ne présente pas d'intérêt de principe.

Etant données les hypothèses précédentes, l'équation différentielle peut s'écrire :

$$\frac{d^2v}{dx^2} + k^2v + k^2y \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right),$$

en posant :

$$\mu = \frac{y}{\Delta}.$$

Puisqu'il y a symétrie, nous conserverons comme axe des abscisses la ligne des naissances, mais nous ferons passer l'axe des ordonnées par la clef. L'intégrale pour le demi-arc de droite est :

$$v = A \sin kx + B \cos kx + \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right) \Phi(x).$$

Pour le demi-arc de gauche :

$$v = A' \sin kx + B' \cos kx + \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right) \Phi(x).$$

Les liaisons exigent que $v = 0$ pour $x = \pm \frac{l}{2}$ et que cette variable ait une valeur unique v_0 pour $x = 0$.

On en déduit : $B = B'$ et $A \sin \frac{kl}{2} = -A' \sin \frac{kl}{2}$, d'où :
 $A = -A'$, lorsque $\sin \frac{kl}{2} \neq 0$.

En outre, le moment est nul à la rotule de clef, donc :

$$Pv_0 = Q(f + v_0) = \frac{Pl}{\Delta},$$

$$d'où : v_0 = -f \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right).$$

$$Or : v_0 = B + \Phi_0 \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right),$$

$$donc : B = v_0 - \Phi_0 \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right) = -f + \Phi_0 \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right),$$

et finalement :

$$A = -A' = \frac{\left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right) \left[(f + \Phi_0) \cos \frac{kl}{2} - \Phi\left(\frac{l}{2}\right) \right]}{\sin \frac{kl}{2}}.$$

Il semble donc que A et A' tendent vers l'infini lorsque $\sin \frac{kl}{2}$ tend vers 0.

Mais la condition d'invariance de la corde s'écrit :

$$2A \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{d^2y}{dx^2} \sin kx dx + 2B \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{d^2y}{dx^2} \cos kx dx + 2 \left(1 - \frac{P}{\Delta Q}\right) \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{d^2y}{dx^2} \Phi(x) dx - kl r^2 = 0.$$

Si nous remplaçons dans cette équation A et B par leurs expressions en fonction de $\frac{P}{Q}$, nous obtenons une équation du premier degré qui détermine $\frac{P}{Q}$. Lorsque $\sin \frac{kl}{2} \equiv 0$, cette équation semble toutefois ne plus pouvoir être satisfaite, car $A \equiv \infty$ et $\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{d^2y}{dx^2} \sin \frac{2\pi x}{l} \neq 0$. Mais A possède en facteur

$1 - \frac{P}{\Delta Q}$ et, pour satisfaire à la condition d'invariance, il faut donc que $\frac{P}{Q} = \Delta = \frac{y}{\mu}$, ou :

$$P\mu = Qy.$$

Alors A et A' sont indéterminés et, comme $\sin \frac{kl}{2} = 0$, ils peuvent être différents malgré les liaisons. Donc, la valeur de $\left(\frac{P}{Q}\right)_{crit.}$ est la même que s'il n'y avait pas de déformations. Il en résulte que $v_0 = 0$, la clef est un point fixe. Cela correspond à l'observation faite par M. Mesnager dans sa note du 2 février 1929. Il est entendu que cette observation ne tient pas compte de la déformation par l'effort normal.

Pour un arc parabolique et une surcharge uniforme complète :

$$Q = \frac{4\pi^2 EI}{l^2} = \frac{Pl^2}{8f} \quad \text{et} \quad P = \frac{32/\pi^2 EI}{l^2}.$$

Pour un arc formé de deux barres droites supportant une charge unique centrale P :

$$Q = \frac{4\pi^2 EI}{l^2} = \frac{Pl}{4f}, \quad d'où : P = \frac{16/\pi^2 EI}{l^2} = \frac{2Nf}{2 \cos \omega}.$$

Selon les hypothèses, $\cos \omega = 1$, $N = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$, valeur d'Euler.

Si la ligne des pressions n'est pas superposable à la fibre moyenne non déformée, lorsque $\sin \frac{kl}{2} \equiv 0$, on trouve que $v \equiv \infty$ et que la condition d'invariance ne peut plus être satisfaite. En d'autres termes, les déformations deviennent très grandes, et il y a rupture d'équilibre de l'ensemble avant que l'on puisse atteindre la charge critique.

La distinction entre les notions de charge critique existe aussi pour les pièces droites comprimées entre leurs abouts, d'ailleurs mobiles dans le sens longitudinal et qui suivent la déformation. Pour les pièces n'ayant de liaisons qu'aux abouts, la symétrie complète exige que la compression soit purement axiale. La charge critique correspond alors à une élastique indéterminée. S'il y a une excentricité quelconque, on obtient le résultat que les déformations croissent sans limite lorsque la charge tend vers la valeur critique. En fait, ce critère est irréalisable dans le domaine des petites déformations.

Reprenons l'équation classique de la pièce droite articulée aux deux extrémités et pressée entre ses abouts par une force P excentrée de a. L'équation de l'élastique est :

$$y = \left\{ \frac{\cos k \left(x - \frac{l}{2}\right)}{\cos \frac{kl}{2}} - 1 \right\} a.$$

Elle croît sans limites lorsque $\cos \frac{kl}{2} \equiv 0$, c'est-à-dire lorsque $kl \equiv \pi$. Notons que l est la distance entre abouts de la pièce ; appelons L sa longueur réelle initiale. Tant que les déformations sont assez petites, on a :

$$L \left(1 - \frac{P}{E\Omega}\right) = l + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx,$$

$$L(1 - k^2 r^2) = l + \frac{k^2 A^2}{2} \int_0^l \sin^2 k \left(x - \frac{l}{2}\right) dx,$$

en posant :

$$A = \frac{a}{\cos \frac{kl}{2}},$$

$$L(1 - k^2 r^2) = l + \frac{kA^2}{2} \left[\frac{l}{2} - \sin \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2} \right].$$

$$Donc : A^2 = 2 \frac{L(1 - k^2 r^2) - l}{k \left[\frac{kl}{2} - \sin \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2} \right]}.$$

Donc, la valeur de A reste toujours finie dans le domaine des petites déformations, et la valeur critique de la pièce chargée excentriquement n'a pas de signification dans ce domaine. La relation :

$$\frac{a^2}{\cos^2 \frac{kl}{2}} = 2 \frac{I_0(1 - k^2 r^2) - l}{k \left[\frac{kl}{2} - \sin \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2} \right]},$$

permet, d'ailleurs, pour une pièce droite de longueur initiale L , chargée de la force longitudinale P excentrée de a , de déterminer la valeur de l correspondante et la forme de l'élastique, tant que les déformations restent suffisamment petites.

Si la charge est rigoureusement centrée, $a = 0$ et A devient indéterminé lorsque $\cos \frac{kl}{2} = 0$, ce qui détermine la valeur critique d'Euler :

$$P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

L'élastique est indéterminée, son plan même est indéterminé si l'inertie de la pièce est la même dans toutes les directions. Mais elle est située d'un seul côté de l'axe rectiligne de la pièce et ne se distingue donc pas, par sa forme, de l'élastique d'une pièce chargée excentriquement.

Sous ce rapport, la distinction entre les deux notions de charge critique est plus nette lorsque la déflexion latérale de la pièce pressée entre ses abouts est empêchée au milieu par un appui intermédiaire. Supposons (fig. 2) que la charge longitudinale P soit excentrée de a et appelons R l'inconnue hyperstatique.

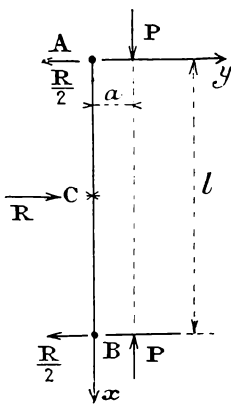


FIG. 2.

Entre A et C : $m = -P(y + a) + \frac{Rx}{2}$,

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py - Pa + \frac{Rx}{2},$$

$$y = A \sin kx + B \cos kx - a + \frac{Rx}{2P}, \quad [1]$$

en posant : $k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$.

Pour $x = 0$ et $x = \frac{l}{2}$, $y = 0$, d'où :

$$B = a \quad \text{et} \quad A = \frac{a \left(1 - \cos \frac{kl}{2} \right) - \frac{Rl}{4P}}{\sin \frac{kl}{2}}.$$

Pour le tronçon CB , $m = -P(y + a) + R \left(\frac{l-x}{2} \right)$.

On trouve que $y = A' \sin kx + B' \cos kx - a + \frac{R(l-x)}{2P}$.

Les conditions d'appui $y = 0$ pour $x = \frac{l}{2}$ et $x = l$ s'écrivent :

$$A' \sin \frac{kl}{2} + B' \cos \frac{kl}{2} - a + \frac{Rl}{4P} = 0,$$

$$A' \sin kl + B' \cos kl - a = 0$$

Le déterminant de ce système d'équations est $\Delta = -\sin \frac{kl}{2}$.

Il en résulte que, dans les deux tronçons, y semble croître sans limite lorsque $\sin \frac{kl}{2} \equiv 0$; la première valeur critique correspond à $\frac{kl}{2} = \pi$. La liaison hyperstatique ne modifie pas ce résultat. Par raison de symétrie, il faut en effet que $\frac{dy}{dx}$ soit nul en C .

Donc :

$$kA \cos \frac{kl}{2} - kB \sin \frac{kl}{2} + \frac{R}{2P} = 0,$$

$$kA' \cos \frac{kl}{2} - kB' \sin \frac{kl}{2} - \frac{R}{2P} = 0.$$

Il suffit d'utiliser l'une de ces expressions, par exemple la première, qui donne :

$$\frac{R}{2P} = -kA \cos \frac{kl}{2} + ka \sin \frac{kl}{2} =$$

$$= ka \left\{ \frac{\frac{Rl}{4aP} - \left(1 - \cos \frac{kl}{2} \right)}{\sin \frac{kl}{2}} \cos \frac{kl}{2} + \sin \frac{kl}{2} \right\}.$$

$$\text{Finalement :} \quad R = 2Pka \frac{1 - \cos \frac{kl}{2}}{\sin \frac{kl}{2} - \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2}}.$$

On en déduit que :

$$A = \frac{a \left(1 - \cos \frac{kl}{2} \right)}{\sin \frac{kl}{2}} \left\{ 1 - \frac{\frac{kl}{2}}{\sin \frac{kl}{2} - \frac{kl}{2} \cos \frac{kl}{2}} \right\}.$$

Il en résulte que, lorsque $\frac{kl}{2} = \pi$, $A = 0$ et l'élastique est indéterminée. La valeur correspondante de R est $\frac{8Pa}{l}$, qui devient nulle lorsque $a = 0$. Mais il n'est pas nécessaire que $a = 0$ pour obtenir le critère vrai de flambage, la symétrie par rapport à l'appui médian suffit. Observons que A étant indéterminé, $\frac{dy}{dx}$ n'est plus nécessairement nul en C . Il faut et il suffit que $\frac{dy}{dx}$ ait une valeur unique en C . Or, on vérifie aisément que cette condition est vérifiée par les valeurs $\frac{kl}{2} = \pi$ et $R = \frac{8Pa}{l}$.

Le flambement peut se faire en deux demi-ondes alternées et $P_{\text{crit.}} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$.

En conclusion, nous estimons qu'il convient de distinguer nettement entre la notion plutôt idéologique de charge critique et la réalité physique du phénomène de flambage.

F. CAMPUS,

Professeur à l'Université de Liège.

CONSTRUCTIONS CIVILES

LA CONSTRUCTION EN BÉTON ARMÉ DU THÉÂTRE PIGALLE à Paris.

Le *Génie Civil* a donné, le 23 novembre dernier, une étude détaillée sur le théâtre Pigalle, à Paris, en décrivant particulièrement les importantes installations mécaniques et électriques de ce théâtre. Nous compléterons cette étude par quelques détails sur l'ossature en béton armé du bâtiment, qui n'avaient pu trouver place dans notre premier article.

Cette construction a présenté, ainsi que nous l'avons signalé, des difficultés particulières, du fait des grandes dimensions du bâtiment, de la forme défavorable du terrain, des charges et des portées prévues, et de la grande profondeur des sous-sols. Les fondations du théâtre sont établies, comme nous l'avons indiqué, à une quinzaine de mètres au-dessous du niveau de la rue, et par suite sensiblement plus bas que les murs des constructions voisines. Il a fallu reprendre en sous-œuvre les murs mitoyens, et construire à l'alignement de la rue, et à celui des parties voisines non bâties, des murs de soutènement atteignant jusqu'à 17 mètres de hauteur. Les murs de reprise en sous-œuvre ont été exécutés en béton armé, par petites parties ; ils reposent sur une semelle excentrée vers l'intérieur. Le mur de soutènement de la rue Pigalle est en maçonnerie pleine, résistant par sa masse à la poussée du sol.

Les piliers du bâtiment reposent sur des semelles pyrami-