

CALCUL DES BARRES RELEVÉES ET DES ÉTRIERS DES PIÈCES FLÉCHIES EN BÉTON ARMÉ

PAR

F. CAMPUS

Ingénieur des Constructions civiles et électricien
(A. I. Br., A. I. Lg. et A. I. M.)
Professeur à l'Université de Liège

Extrait de la *Revue Universelle des Mines*, n° du 15 Avril 1929
(8^e série, t. 1, n° 8)



LIÈGE

IMPRIMERIE H. VAILLANT-CARMANNE, 4, PLACE SAINT-MICHEL, 4

—
1929

2204

CALCUL DES BARRES RELEVÉES ET DES ÉTRIERS DES PIÈCES FLÉCHIES EN BÉTON ARMÉ (1)

Par F. CAMPUS

Ingénieur des Constructions civiles et électricien. (A. I. Br., A. I. Lg. et A. I. M.) Professeur à l'Université de Liège.

Le remarquable rapport du Professeur Mörsch confirme expérimentalement et théoriquement la supériorité et l'utilité de l'action combinée de barres relevées et d'étriers pour résister à la totalité des efforts tranchants dans les pièces fléchies. En faisant abstraction de la résistance propre du béton aux efforts rasants, on établit une concordance logique et conforme aux réalités, avec le calcul des barres principales, effectué sans tenir compte de la résistance à la traction du béton. Car, en effet, toutes les armatures quelconques sont disposées pour supporter les efforts des tensions principales de traction, agissant suivant les lignes isostatiques de la pièce fléchie.

L'importance des barres relevées et des étriers au point de vue de la résistance semble cependant être méconnue de beaucoup de praticiens ; c'est pourquoi on les appelle souvent armatures secondaires. Comme les tensions secondaires, selon une définition donnée dans la revue *Engineering* du 2 mars 1928, (Secondary stresses), les armatures secondaires sont celles que l'on ne calcule pas. Cela provient de ce que, dans l'état actuel de la question, le calcul de ces armatures est plus compliqué et exige plus de temps que celui des armatures principales, qui se fait au moyen de tables et d'abaques. Simplifions le calcul des barres relevées et des étriers, tout en le conservant pratiquement exact ; il est possible qu'il en résulte un progrès dans l'application effective de ces éléments.

* * *

Le calcul des barres obliques et des étriers est basé sur la formule rappelée par le Professeur Mörsch :

$$\varpi_0 = \frac{Q}{b z}$$

La section totale des barres obliques découle de la formule $\Omega_0 \sigma_a = \int \frac{Q}{z} \cos \alpha dx$. Si l'on emploie des

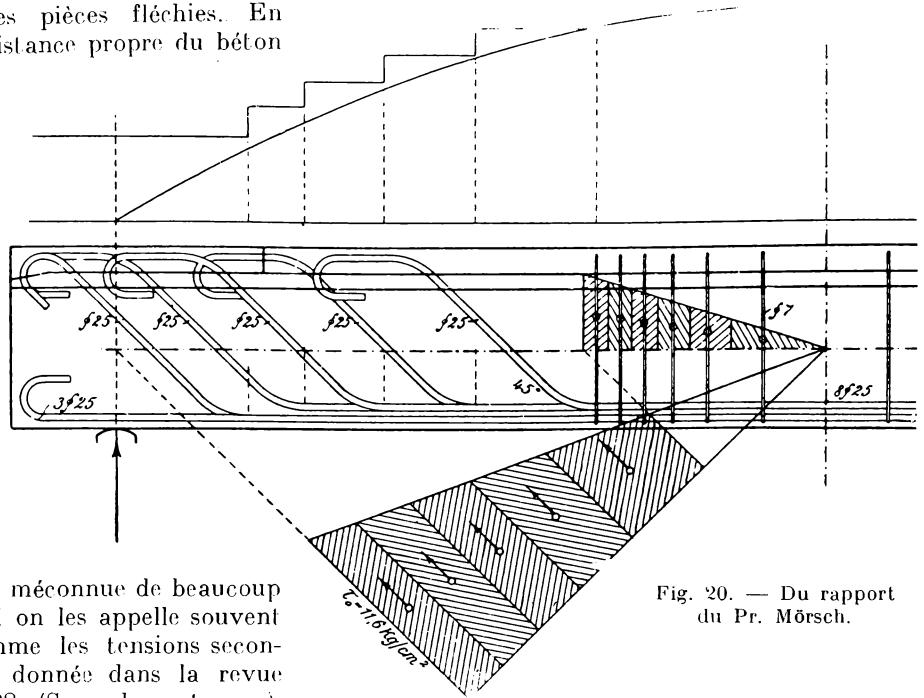


Fig. 20. — Du rapport du Pr. Mörsch.

étriers, leur section totale dérive de $\Omega_e \sigma_a = \int \frac{Q}{z} dx$. Théoriquement, les deux genres d'armatures ont donc le même volume. Leur position se détermine en subdivisant le diagramme des efforts tranchants en surfaces partielles d'aires égales à $\frac{\omega_0 \sigma_a Z}{\cos \alpha}$ ou $\omega_e \sigma_a Z$, ω_0 ou ω_e étant la section d'une barre relevée ou d'un étrier. La projection du centre de gravité de chaque aire partielle sur l'axe neutre détermine les alignements des armatures.

Le calcul exige donc le tracé du diagramme des efforts tranchants, la détermination de sa surface, sa subdivision en surfaces partielles et la recherche des centres de gravité de ces parties. En outre, il faut déterminer par le diagramme des moments fléchissants à partir de quels points les barres principales peuvent être relevées obliquement. La figure 20 du rapport du Professeur Mörsch synthétise les opérations.

(1) Communication faite au 2^e Congrès international des ponts et charpentes à Vienne dans la discussion du rapport présenté par le professeur MÖRSCH au sujet de la résistance du béton aux efforts rasants.

Il est possible d'obtenir un résultat équivalent, sinon meilleur, par le moyen du seul diagramme des moments, nécessaire en tout état de cause pour le calcul des armatures principales, et plus usuel que le diagramme des efforts tranchants. Il n'y a pas de

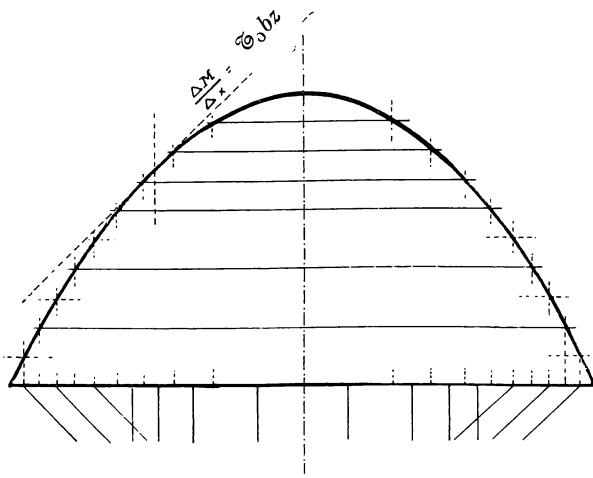


Fig. 1.

surface à calculer, ni à subdiviser, non plus que de centres de gravité à déterminer. Il suffit d'observer que

$$Q = \frac{dM}{dx}, \text{ d'où } z_0 = \frac{dM}{bz dx}. \text{ Dès lors, } \Omega_o \sigma_a = \int \frac{dM \cos \alpha}{z} = \frac{\Delta M \cos \alpha}{z}, \text{ et } \Omega_e \sigma_a = \frac{\Delta M}{z}.$$

Considérons la courbe des M correspondant à un ensemble des charges fixes (fig. 1). On trace une série de parallèles à l'axe des abscisses, distantes de cet axe et entre elles de $\frac{\omega_o \sigma_a Z}{\cos \alpha}$ ou $\omega_e \sigma_a Z$, suivant qu'il s'agit de barres obliques ou d'étriers. On projette sur l'axe des abscisses les points d'intersection de ces droites avec la courbe des M . Les segments ainsi déterminés correspondent chacun à une armature. Comme point déterminatif de l'alignement, on choisit les milieux des segments ou, mieux, les projections sur l'axe des abscisses des points d'intersection de la courbe des moments avec les parallèles à l'axe des abscisses situées à mi-distance des précédentes. La différence pratique avec les alignements correspondant aux aires partielles du diagramme des efforts tranchants est insignifiante, surtout en regard de la précision de montage des armatures du béton armé.

Si l'on veut déterminer à partir de quel point la tension tangentielle du béton est inférieure à τ_0 , par exemple pour déterminer les régions dévolues aux barres relevées et aux étriers, il suffit de chercher le point de contact de la tangente au diagramme des moments définie par $\frac{\Delta M}{\Delta x} = \tau_0 b z$. Ce procédé est suffisamment précis, puisque la position exacte du point ne possède aucune signification capitale. On détermine sur le même diagramme les points à partir desquels les barres peuvent être relevées.

Pour des charges fixes, la méthode simple précédente est rigoureuse, abstraction faite de la petite imperfection théorique relative à la détermination des alignements des barres.

* * *

Dans le cas de charges mobiles, la rigueur mathématique disparaît, car la relation $Q = \frac{dM}{dx}$ ne s'applique pas à la courbe enveloppe des moments fléchissants. Mais la méthode classique utilisant le diagramme enveloppe des efforts tranchants n'est pas non plus rigoureuse, et l'erreur commise est même supérieure à celle qui provient de l'emploi de la méthode des moments. Car, s'il est permis d'écrire $\tau_0 = \frac{Q}{bz}$ pour le diagramme enveloppe des efforts tranchants, par contre l'expression $\int \frac{Q}{z} \cos \alpha dx$ n'a plus de sens. En effet, cette courbe représente un ensemble de valeurs maxima non simultanées, dont chaque point correspond à une courbe instantanée des efforts tranchants, située à l'intérieur de l'enveloppe, et à laquelle s'applique la relation intégrale.

Donc la surface du diagramme des efforts tranchants maxima donne des armatures obliques ou verticales trop fortes. La constatation saute aux yeux si nous examinons le cas d'une charge mobile unique circulant sur une poutre à deux appuis (fig. 2). L'ensemble des armatures correspond à la surface hachurée, tout à fait excessive si on se réfère à une courbe instantanée (en pointillé). La charge fixe équivalente

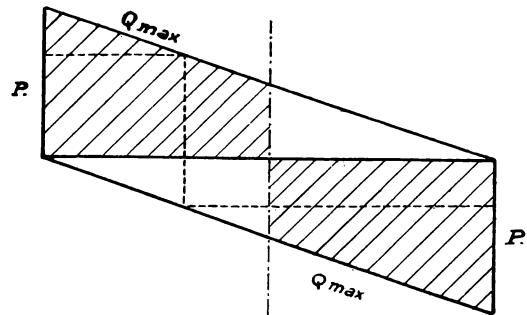


Fig. 2.

se compose d'une charge uniformément répartie et d'une charge concentrée au milieu de la portée, toutes deux égales à la charge mobile.

Considérons ensuite le diagramme enveloppe des moments (fig. 3). Nous pouvons envisager qu'il correspond à une charge fixe fictive uniformément répartie, égale au double de la charge mobile lorsque celle-ci est unique. La courbe des efforts tranchants correspondants est dérivée de la courbe des moments. En comparant un diagramme réel d'efforts tranchants avec le diagramme fictif, on voit que la concordance des aires est meilleure que par l'emploi du diagramme des efforts tranchants maxima; l'excès est moindre. Le cas envisagé d'une force unique agissant seule est le plus défavorable que l'on puisse

considérer. La concordance s'améliore en faveur de la méthode des moments lorsque la charge mobile est divisée. Si l'on y joint l'effet des charges fixes, toujours important, sinon prépondérant, on peut

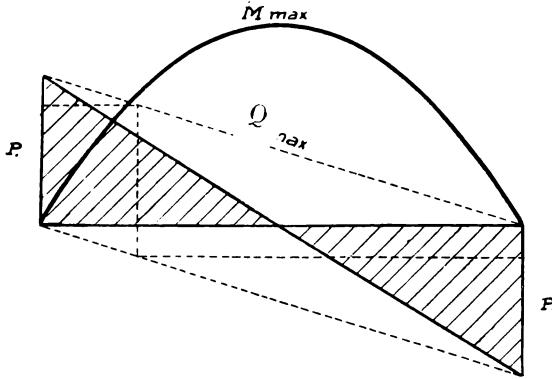


Fig. 3.

considérer que la méthode est d'une exactitude tout à fait satisfaisante pour la pratique.

Donc, la méthode que j'ai décrite pour les charges fixes s'applique pratiquement au diagramme des moments maxima tenant compte de toutes les circonstances de sollicitation.

* * *

Les résultats de la méthode sont satisfaisants et diffèrent très peu d'ailleurs de ceux que l'on obtient par le calcul des efforts tranchants. Mais la simplification est notable et le gain de temps considérable (surtout dans le cas de pièces hyperstatiques), étant donné que le diagramme des moments maxima doit être tracé dans tous les cas pour le calcul des armatures principales. Pour des calculs sommaires, on peut adopter une parabole.

Une réserve cependant. Lorsqu'il y a des charges mobiles, la tangente de coefficient angulaire

$\frac{\Delta M}{\Delta x} = \varpi_0 b z$ ne définit plus le point en deça duquel la tension tangentielle du béton est inférieure à ϖ_0 . Pour une pièce sur deux appuis, le point exact est généralement un peu plus près du milieu de la poutre. La différence reste cependant dans des limites modérées et, en réalité, l'inconvénient n'est pas grand si ce point ne sert qu'à limiter les régions dévolues aux barres relevées et aux étriers. Le calculateur use toujours d'une certaine latitude pour la répartition de ces armatures et il n'en résulte, en l'occurrence, aucun défaut caractérisé.

La méthode permet aisément de combiner la résistance des barres obliques, des étriers et du béton, si l'on désire tenir compte de cette dernière selon un usage périmé. Par exemple, si l'on s'impose de disposer des étriers de section ω_e écartés de e , les moments correspondants sont tels que $\frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{\omega_e \sigma_a Z}{e}$. Il suffit de tracer à partir des extrémités du diagramme des moments fléchissants, des droites ayant le coefficient angulaire $\frac{\Delta M}{\Delta x}$ défini ci-dessus. Les lignes de division destinées à définir les barres obliques seront alors tracées parallèlement à ces droites au lieu d'être parallèles à l'axe des abscisses. La figure schématique 4 montre que le nombre et la disposition des barres obliques subissent de ce fait la modification attendue.

Si l'on voulait tenir compte de la résistance du béton, on tracerait les droites de division parallèlement à la droite dont le coefficient angulaire est $\frac{\Delta M}{\Delta x} = b \varpi_0 Z$.

Bref, il n'est aucune disposition calculable par la méthode des efforts tranchants qui ne puisse l'être

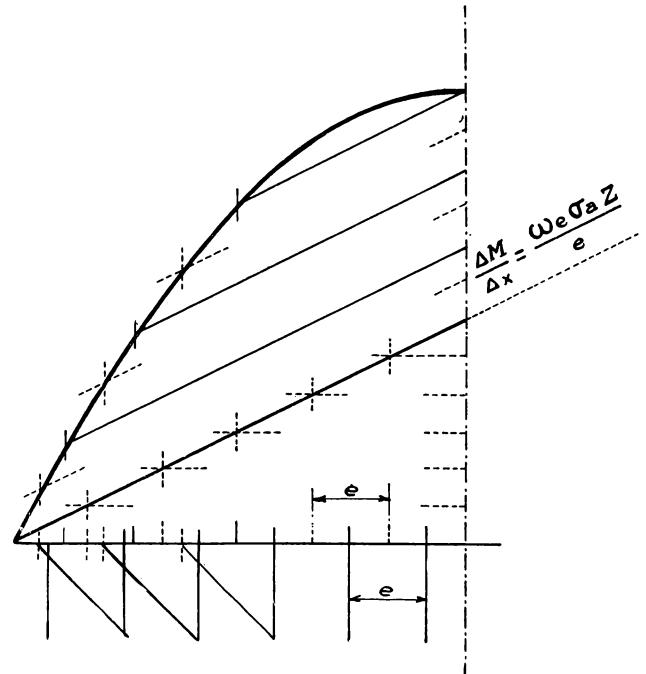


Fig. 4.

par celle des moments, et en outre plus simplement. Il s'agit d'ailleurs, en somme, d'une application de l'intégration graphique.