

TABLES POUR LE CALCUL DES POUTRES NERVURÉES EN BÉTON ARMÉ

PAR

F. CAMPUS

Directeur technique adjoint des Travaux Publics, Chemins de fer
et P.-T.-T. du Territoire de la Sarre

1. Dans un mémoire intitulé « Calcul organique des pièces fléchies en béton armé », paru dans les fascicules 1, 2 et 3 de 1924 de ces *Annales*, nous avons développé dans les chapitres III et X une méthode de calcul des poutres nervurées en béton armé soumises à la flexion plane simple ou composée. Les coefficients numériques pour l'application des formules étaient réunis dans les tables II, V et X, susceptibles d'être raduites en abaques assez simples.

Par expérience, nous avons trouvé utile, sans rien changer aux principes de la méthode, de modifier les formules et les tables en y substituant le rapport variable $\frac{h}{h_0}$ à $\frac{v'}{h_0}$ (pour les notations, qui sont différentes de celles du mémoire précédent et conformes aux recommandations de l'Association belge de standardisation, voir la figure 1).

Le choix de $\frac{v'}{h_0}$ avait été basé sur les considérations suivantes :

1° Les cas dans lesquels $\frac{v'}{h_0} < 1$ sont systématiquement écartés ; lorsque l'axe neutre coupe la section dans la hauteur

des ailes, le calcul se fait avec avantage par les formules applicables aux sections rectangulaires;

2° Les coefficients de correction destinés à tenir compte de

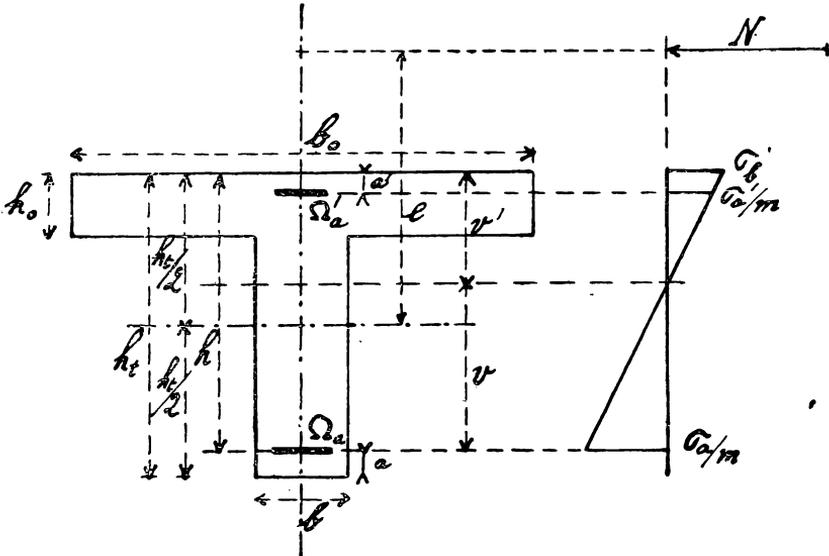


Fig. 1.

la zone comprimée de la nervure sont des fonctions simples de $\frac{v'}{h_0}$, et peuvent être facilement incorporés dans les tableaux V et X;

3° Les coefficients numériques de ces tables correspondant à la valeur $\frac{v'}{h_0} = 1$ permettent, en principe, le calcul des sections rectangulaires et procurent ainsi aux tables V et X un caractère en quelque sorte universel pour les sections usuelles.

Ces avantages sont d'ordre surtout théorique; il est notamment beaucoup plus simple, pour le calcul des sections rectangulaires, de recourir aux formules et aux tables spéciales établies pour ces sections. Par contre, l'emploi du facteur $\frac{v'}{h_0}$ est peu habituel et peut gêner le calculateur. Mais il a principalement l'inconvénient de compliquer la solution de beaucoup de problèmes à l'aide des tables, en augmentant le nombre des interpolations.

Le facteur $\frac{h}{h_0}$, qui est usuel et est fréquemment déterminé par les éléments donnés des problèmes, simplifie les solutions dans la plupart des cas. C'est cet avantage pratique qui nous a incité à établir en fonction de $\frac{h}{h_0}$ les nouvelles tables ci-après, permettant le calcul de tous les cas de flexion plane des poutres nervurées en béton armé. Les coefficients de correction pour tenir compte de la zone comprimée de la nervure font l'objet d'un tableau spécial en fonction de $\frac{v'}{h_0}$, ce qui ne présente pas d'inconvénients. Pour que ces tables soient utilisables aussi pour les sections rectangulaires, il suffirait qu'elles contiennent les valeurs numériques correspondant à $\frac{h}{h_0} = 1$. Mais cela est en réalité sans intérêt; la remarque déjà faite qu'il est préférable dans ces cas de recourir aux tables particulières est justifiée davantage encore en l'occurrence.

Les tables dressées en fonction de $\frac{h}{h_0}$ se traduiraient en abaques de la même manière que celles du mémoire précédent.

2. FORMULES GÉNÉRALES. — Nous avons établi, au chapitre X du mémoire précité, les formules générales :

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \nu\epsilon) \lambda_0 - \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a}}{1 - \kappa\varphi} \quad , \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

$$\frac{N \left(e + \frac{\delta}{2} h \right)}{b_0 h_0^2 \sigma'_b} = \left(\mu_0 + \frac{h}{h_0} \kappa\varphi' \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} \right) \left(1 + \nu\epsilon \right) - \nu\epsilon' \quad , \quad . \quad (II)$$

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \nu\epsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)} \right] + \frac{\nu\epsilon'}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}}{1 - \kappa\varphi'} \quad . \quad (III)$$

Elles sont applicables, sous cette forme, au cas de la flexion plane composée d'une poutre nervurée, dont les éléments de la section et de la sollicitation sont définis à la figure 1. N et e sont positifs en cas de compression excentrique, négatifs en

cas de traction. Ces formules tiennent compte de la zone comprimée de la nervure. Les significations ou expressions des différents symboles sont :

$$\nu = \frac{b}{b_0}, \quad \alpha = \frac{\Omega'_a}{\Omega_a}, \quad \delta = 1 - \frac{a}{h}, \quad \delta' = 1 - \frac{a'}{h'}, \quad (\delta = \delta' \text{ lorsque } a = a'),$$

$$\theta = \frac{\sigma_a}{m\sigma'_b}, \quad \theta' = \frac{\sigma'_a}{m\sigma'_b},$$

$$\frac{v'}{h_0} = \frac{h}{h_0(1 + \theta)}, \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\lambda_0 = \frac{2 \frac{h}{h_0} - (1 + \theta)}{2 \frac{h}{h_0} \theta}, \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\varphi = \frac{1 - (1 - \delta')(1 + \theta)}{\theta} = \frac{\theta'}{\theta}, \quad \dots \dots \dots (3')$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{v'}{h_0} - 1\right)^2}{2 \frac{v'}{h_0} - 1}, \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\mu_0 = \frac{h}{h_0} - \frac{2 + \theta}{2} + \frac{1 + \theta}{3} \frac{h}{h_0}, \quad \dots$$

$$\mu'_0 = \mu_0 \times \frac{1}{\theta}, \quad \dots \dots \dots (5')$$

$$\varphi' = \delta' [1 - (1 - \delta')(1 + \theta)] = \delta'\theta', \quad \dots \dots (6)$$

$$\varepsilon' = \frac{\left(\frac{v'}{h_0} - 1\right)^2 \frac{v'}{h_0}}{3 \left(2 \frac{v'}{h_0} - 1\right)}, \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\psi' = \frac{\frac{e}{h_0} - \frac{h}{h_c} \left[(1 + \nu\varepsilon) \delta' - \frac{\delta}{2} \right]}{\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0}}, \quad \dots \dots (8)$$

$$\psi = \frac{\frac{e}{h_0} - \left(\delta' - \frac{\delta}{2}\right) \frac{h}{h_a}}{\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0}}, \quad \dots \dots \dots (8')$$

Les formules (1) à (III) et (1) à (8') paraissent ressembler peu à celles du mémoire précédent, elles n'en diffèrent cependant que par les notations nouvelles et la substitution presque générale de $\frac{h}{h_0}$ à $\frac{v'}{h_0}$. Il résulte de cette dernière modification que le facteur φ' devient le même que pour les sections rectangulaires, tandis que les expressions étaient différentes dans le mémoire précédent. A noter aussi que a et a' , c'est-à-dire δ et δ' peuvent être différents, alors que dans le mémoire précédent, nous les avons supposés égaux (1).

3. ÉTABLISSEMENT DES TABLES. — Nous avons dressé trois tables :

a) La table A (qui remplace V et X) donne les valeurs numériques de λ_0 , μ_0 , μ'_0 et $\frac{v'}{h_0}$ en fonction de $\frac{h}{h_0}$ et de θ . Les valeurs correspondant à $\frac{v'}{h_0} < 1$ sont imprimées en italique et ne servent qu'aux interpolations. Les coefficients correspondant à $\frac{h}{h_0} = 1$ ne sont notés que pour autant qu'il est nécessaire en vue des interpolations, et non pas pour permettre le calcul des sections rectangulaires, usage qui n'est pas recommandable.

b) La table B (qui est un perfectionnement du tableau II ancien) donne les valeurs de φ et de φ' en fonction de θ et de valeurs échelonnées de δ' . Elle est identique au tableau 2 de l'étude publiée dans *Le Constructeur de Ciment armé* en décembre 1924 sur le calcul des pièces en béton armé à sections rectangulaires.

c) Le tableau C, qui est nouveau, donne les valeurs de ε et ε' en fonction de $\frac{v'}{h_0}$. Il est d'un usage peu fréquent et il n'y a réellement aucun inconvénient à ce qu'il soit séparé de la table A. Il n'envisage que des valeurs supérieures à 1 de $\frac{v'}{h_0}$, qui ne permettent pas le calcul des sections rectangulaires.

Ces trois tables permettent la résolution de tous les pro-

(1) Les coefficients δ et δ' ne sont utiles qu'en cas d'armatures doubles, ainsi qu'il résulte des formules.

blèmes quelconques de flexion plane simple ou composée des poutres nervurées en béton armé, à armatures simples ou doubles, quelles que soient les valeurs de m et des tensions, quelle que soit la disposition des armatures et en tenant compte ou non de la zone comprimée de la nervure.

Les formules sont rigoureusement conformes à la Circulaire ministérielle française de 1906, qui ne tient pas compte de la résistance à l'extension du béton. Les calculs faits à l'aide de ces tables sont donc exacts en principe. Les seules causes d'erreur résident dans les interpolations.

Les tables peuvent être traduites en abaques, de la manière exposée dans l'Appendice du mémoire précédent (*A. T. P. B.*, fas. 3 de 1924) La résolution de certains problèmes peut en être accélérée, mais l'emploi des abaques semble devoir impliquer une moindre précision des calculs.

5. FORMULES PRATIQUES. — Afin de faciliter l'application des formules (I), (II) et (III), absolument générales, les formes spéciales qu'elles revêtent dans divers cas ont été classées dans le tableau ci-après.

Pour le calcul des pièces à sections rectangulaires, il faudrait employer les formules relatives au cas où la zone comprimée de la nervure est prise en considération, en y introduisant les valeurs $v = 1$ et $\frac{h}{h_0} = 1$ et en utilisant les coefficients

numériques de la table A, qui correspondraient à $\frac{h}{h_0} = 1$.

Ils ne sont pas représentés. Les valeurs numériques de la table B sont toutes applicables. Quant à celles de la table C, elles devraient correspondre à des valeurs :

$$\frac{v'}{h_0} = \frac{1}{1 + \theta} < 1,$$

non représentées également. Le calcul de telles pièces par les formules et tables établies pour les poutres nervurées est donc théoriquement possible, mais donne lieu à des complications. Les valeurs de λ_0 , μ_0 , ϵ et ϵ' sont généralement négatives, dans certains cas même telles que les résultats se présentent sous la forme indéterminée d'un produit $0 \times \infty$ (par exemple pour $\frac{v'}{h_0} = 0,5$ ou $\theta = 1$). Sous ce rapport, l'usage des tables

II et V ou de la figure IV du mémoire précédent est moins compliqué. Cependant, il est toujours plus commode d'utiliser les tables ou graphiques spécialement établis pour le calcul des pièces à sections rectangulaires, notamment dans la forme remaniée sous laquelle ils ont été publiés dans *Le Constructeur de Ciment Armé*. (Paris, décembre 1924, n° 63.)

5. APPLICATIONS. — Quelques exemples concrets très divers montreront à la fois la facilité d'application des nouvelles tables et leur avantage par rapport à celles du mémoire précédent.

Flexion plane simple.

a) *Calcul des tensions*. — Les éléments donnés du problème sont : $b_o = 150$ cm., $b = 20$ cm. (d'où $\nu = 0,133$), $h_o = 10$ cm., $h = 50$ cm., $\Omega_a = 19$ cm², $\Omega'_a = 0$ (d'où $\alpha = 0$) et $M = 1\ 000\ 000$ kgcm. Nous admettons $m = 15$. Il en résulte que :

$$\frac{h}{h_o} = 5, \text{ et } \frac{m\Omega_a}{b_o h_o} = \frac{15 \times 19}{150 \times 10} = 0,19 = \lambda_o.$$

D'après la table A, à cette valeur de λ_o correspondent les valeurs :

$$\theta = 3,11, \text{ et } \mu_o = 2,720.$$

Or :

$$\frac{M}{b_o h_o^2 \sigma'_b} = \mu_o,$$

donc :

$$\sigma'_b = \frac{1\ 000\ 000}{150 \times 100 \times 2,72} = 24,5 \text{ kg/cm}^2,$$

et :

$$\sigma_a = 3,11 \times 15 \times 24,5 = 1143 \text{ kg/cm}^2.$$

D'après ces résultats, $\frac{\nu'}{h_o} = \frac{h}{h_o} \frac{1}{1 + \theta} = 1,215$. Comme cette

valeur, ainsi que celle de ν sont très faibles, il est permis de ne pas tenir compte de la zone comprimée de la nervure.

b) *Calcul de la hauteur minimum*. — Les données sont : $b_o = 100$ cm., $b = 30$ cm. (d'où $\nu = 0,30$), $h_o = 10$ cm., $M = 1\ 000\ 000$ kgcm. D'autre part : $m = 15$, $R_a = 1200$ kg/cm² et $R'_b = 50$ kg/cm². (Règlement de l'Association belge de standardisation).

Donc :

$$\theta = \frac{1200}{15 \times 50} = 1,60,$$

et :

$$\mu_o = \frac{M}{b_o h_o^2 R'_b} = \frac{1\ 000\ 000}{100 \times 100 \times 50} = 2,00.$$

TABLEAU SYNOPTIQUE

des formules pratiques pour le calcul des divers cas de flexion plane simple ou composée des poutres nervurées en béton armé.

LA ZONE COMPRIMÉE DE LA NERVURE EST NÉGLIGÉE.	LA ZONE COMPRIMÉE DE LA NERVURE EST PRISE EN CONSIDÉRATION.
<p>I. — Flexion simple et armature simple.</p> $\frac{m\Omega_a}{b_o h_o} = \lambda_o, \quad \frac{M}{b_o h_o^2 \sigma_b'} = \mu_o, \quad \frac{mM}{b_o h_o^2 \sigma_a} = \mu_o'.$	$\frac{m\Omega_a}{b_o h_o} = (1 + \gamma\varepsilon) \lambda_o, \quad \frac{M}{b_o h_o^2 \sigma_b} = (1 + \gamma\varepsilon) \mu_o - \gamma\varepsilon'.$
<p>II. — Flexion simple et armature double.</p> $\frac{m\Omega_a}{b_o h_o} = \frac{\lambda_o}{1 - x\varphi}, \quad \frac{M}{b_o h_o^2 \sigma_b'} = \mu_o + \frac{h}{h_o} x\varphi' \frac{m\Omega_a}{b_o h_o}.$	$\frac{m\Omega_a}{b_o h_o} = \frac{(1 + \gamma\varepsilon) \lambda_o}{1 - x\varphi}, \quad \frac{M}{b_o h_o^2 \sigma_b'} = (1 + \gamma\varepsilon) \left(\mu_o + \frac{h}{h_o} x\varphi' \frac{m\Omega_a}{b_o h_o} \right) - \gamma\varepsilon'.$

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \lambda_0 - \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a} = \lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)},$$

$$\frac{N(e + 0.5h - 0.5a)}{b_0 h_0^2 \sigma_b} = \frac{N \left(e + \frac{\delta}{2} h \right)}{b_0 h_0^2 \sigma_b'} = \mu_0.$$

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = (1 + \nu\epsilon) \lambda_0 - \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a} =$$

$$= (1 + \nu\epsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)} \right] + \frac{\nu\epsilon'}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}$$

$$\frac{N(e + 0.5h - 0.5a)}{b_0 h_0^2 \sigma_b} = \frac{N \left(e + \frac{\delta}{2} h \right)}{b_0 h_0^2 \sigma_b'} = (1 + \nu\epsilon) \mu_0 - \nu\epsilon'.$$

IV. — Flexion composée et armature double.

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a} = \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}$$

$$\lambda_0 = \frac{1 - \chi\varphi}{1 - \chi\varphi} = \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}$$

$$\frac{N(e + 0.5h - 0.5a)}{b_0 h_0^2 \sigma_b} = \frac{N \left(e + \frac{\delta}{2} h \right)}{b_0 h_0^2 \sigma_b'} = \mu_0 + \frac{h}{h_0} \chi\varphi' - \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0}$$

$$\chi = \frac{\frac{e}{h_0} - \left(\delta' - \frac{\delta}{2} \right) \frac{h}{h_0}}{\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0}}.$$

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \nu\epsilon) \lambda_0 - \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a}}{1 - \chi\varphi} =$$

$$\frac{(1 + \nu\epsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)} \right] + \frac{\nu\epsilon'}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}}{1 - \chi\varphi\psi'}$$

$$\frac{N(e + 0.5h - 0.5a)}{b_0 h_0^2 \sigma_b} = \frac{N \left(e + \frac{\delta}{2} h \right)}{b_0 h_0^2 \sigma_b'} = (1 + \nu\epsilon) \left(\mu_0 + \frac{h}{h_0} \chi\varphi' - \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} \right) - \nu\epsilon'; \psi' = \frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0}.$$

D'après le tableau A, à cette valeur de μ_o correspondent les valeurs :

$$\frac{h}{h_o} = 3,55, \text{ et } \lambda_o = 0,391 = \frac{m\Omega_a}{b_o h_o}.$$

Donc :

$$h = 35,5 \text{ cm.}, \text{ et } \Omega_a = \frac{0,391 \times 100 \times 10}{15} = 26,1 \text{ cm}^2.$$

Dans ce cas, $\frac{v'}{h} = 1,365$ et, d'après la table C, ϵ est voisin de 0,075. Comme $\nu = 0,30$, le facteur $(1 + \nu\epsilon)$ est égal à 1,023 environ. Il est donc permis de ne pas tenir compte de la zone comprimée de la nervure. On obtiendrait d'ailleurs comme résultat une valeur plus faible pour h et plus élevée pour Ω_a , solution désavantageuse au point de vue de l'économie.

c) *Calcul de l'armature unique.* — Les données sont les mêmes que dans le problème précédent, mais, de plus, la hauteur h est choisie d'avance égale à 50 cm. Il en résulte que

$\sigma'_b < R'_b$, tandis que $\sigma_a = R_a$. Donc : $\frac{h}{h_o} = 5$, et :

$$\mu'_o = \frac{mM}{b_o h_o^2 \sigma_a} = \frac{15 \times 1\,000\,000}{100 \times 100 \times 1200} = 1,25.$$

D'après la table A, il en résulte que :

$$\theta = 2,417, \text{ et } \lambda_o = 0,273 = \frac{m\Omega_a}{b_o h_o}.$$

Donc :

$$\sigma'_b = \frac{1200}{15 \times 2,417} = 33,10 \text{ kg/cm}^2,$$

et

$$\Omega_a = \frac{0,273 \times 100 \times 10}{15} = 18,20 \text{ cm}^2.$$

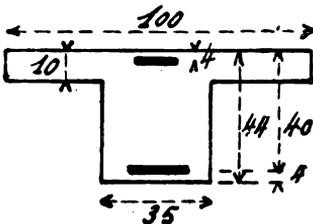


Fig. 2.

Dans ce cas, $\frac{v'}{h_o} = 1,46$, donc ϵ est égal à 0,11 environ. Par suite de la réduction de Ω_a , ν peut être réduit à 0,25. Le facteur $(1 + \nu\epsilon)$ est donc voisin de 1,028 et donne lieu à la même remarque que ci-dessus au sujet de la zone comprimée de la nervure.

d) *Calcul de l'armature double* (fig. 2). — Les données sont

les mêmes que dans les deux problèmes précédents, toutefois on fixe cette fois : $h = 40$ cm., $b = 35$ cm., (d'où $\nu = 0,35$), $a' = 4$ cm., (d'où $\delta' = 0,90$). D'autre part, on applique les conditions réglementaires de l'Administration des Ponts et Chaussées de Belgique, qui imposent :

$$m = 10, R_a = 1000 \text{ kg/cm}^2 \text{ et } R'_b = 40 \text{ kg/cm}^2.$$

Il en résulte que : $\theta = 2,50$ et $\frac{h}{h_o} = 4$. D'après la table A, pour ces valeurs :

$$\mu_o = 2,042, \quad \lambda_o = 0,226.$$

Or :

$$\frac{M}{b_o h_o^2 R'_b} = \frac{1\,000\,000}{100 \times 100 \times 40} = 2,50 > \mu_o$$

Il en résulte la nécessité d'une armature dans la zone comprimée, à calculer par la relation :

$$\frac{M}{b_o h_o^2 R'_b} = \mu_o + \frac{h}{h_o} \times \varphi' \frac{\lambda_o}{1 - \alpha \varphi'}$$

Comme $\delta' = 0,90$ et $\theta = 2,50$, il résulte de la table B que :

$$\varphi = 0,261, \quad \varphi' = 0,585.$$

L'équation ci-dessus s'écrit :

$$2,500 = 2,042 + 4 \times 0,585 \frac{0,226}{1 - 0,261 \alpha} \alpha,$$

équation du 1^{er} degré dont la solution est $\alpha = 0,71$. Il en résulte que :

$$\frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \frac{\lambda_o}{1 - \alpha \varphi} = \frac{0,226}{1 - 0,71 \times 0,261} = \frac{0,226}{0,815} = 0,277,$$

d'où :

$$\Omega_a = \frac{100 \times 10 \times 0,277}{10} = 27,7 \text{ cm}^2,$$

et :

$$\Omega'_a = 0,71 \times 27,7 = 19,7 \text{ cm}^2.$$

Donc :

$$\Omega_a + \Omega'_a = 47,4 \text{ cm}^2.$$

Ce résultat est obtenu en négligeant la zone comprimée de la nervure. Recherchons comment il se modifie lorsque l'on

tient compte de cette zone. Puisque : $\frac{h}{h_0} = 4$ et $\theta = 2,50$,

$$\frac{v'}{h_0} = \frac{h}{h_0} \frac{1}{1 + \theta} = \frac{4}{3,50} = 1,14. \text{ Pour cette valeur, d'après}$$

le tableau C :

$$\varepsilon = 0,016 \quad , \quad \varepsilon' = 0,006.$$

L'équation du premier degré en x s'écrit :

$$\frac{M}{b_0 h_0^2 \sigma'_b} = (1 + \nu\varepsilon) \left[\mu_0 + \frac{h}{h_0} x \varphi' \frac{(1 + \nu\varepsilon) \lambda_0}{1 - x \varphi} \right] - \nu\varepsilon',$$

ou, en chiffres :

$$2,500 = (1 + 0,35 \times 0,016)$$

$$\left[2,042 + 4 \times 0,585 \frac{(1 + 0,35 \times 0,016) 0,226}{1 - 0,261 x} x \right] - 0,35 \times 0,006.$$

La solution est : $x = 0,69$.

Donc :

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = 1,0056 \frac{0,226}{1 - 0,69 \times 0,261} = \frac{0,227}{0,82} = 0,277 \quad ,$$

d'où :

$$\Omega_a = 27,7 \text{ cm}^2 \quad , \quad \Omega'_a = 0,69 \times 27,7 = 19,1 \text{ cm}^2,$$

et : $\Omega_a + \Omega'_a = 46,8 \text{ cm}^2$.

Ainsi que le faisait pressentir la faible valeur de $\frac{v'}{h_0}$, les résultats ne diffèrent qu'extrêmement peu de ceux que l'on obtient en négligeant la zone comprimée de la nervure. Dans l'application correspondante du mémoire précédent, l'effet très appréciable de cette zone, correspondant à une valeur plus élevée de $\frac{v'}{h_0}$, a été mis en évidence.

Flexion plane composée.

a) *Calcul des tensions* (fig. 3) — Soient : $b_0 = 150 \text{ cm.}$, $b = 30 \text{ cm.}$, (d'où $\nu = 0,20$), $h = 60 \text{ cm.}$, $a' = a = 4 \text{ cm.}$ (d'où $\delta = \delta' = 0,933$), $h_0 = 10 \text{ cm.}$, $\Omega_a = 18,84 \text{ cm}^2$, $\Omega'_a = 9,42 \text{ cm}^2$,

(d'où $\alpha = 0,5$), $N = 30\ 000$, et $e = 60$ cm. Nous admettons $m = 15$. D'après cela :

$$\frac{h}{h_0} = 6 \quad \text{et} \quad \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{15 \times 18,84}{150 \times 10} = 0,1884,$$

$$\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} = 6, + 2,80 = 8,80.$$

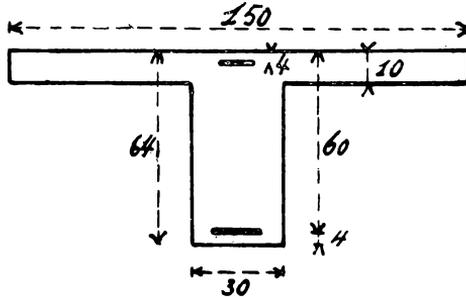


Fig. 3.

Les formules à appliquer sont :

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \gamma\varepsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)} \right] + \frac{\gamma\varepsilon'}{\theta \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}}{1 - \alpha\varphi\psi'}$$

$$\psi' = \frac{\frac{e}{h_0} - \left[(1 + \gamma\varepsilon) \frac{\delta'}{2} - \frac{\delta}{2} \right] \frac{h}{h_0}}{\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0}}$$

$$\frac{N \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}{b_0 h_0 \sigma'_b} = (1 + \gamma\varepsilon) \left(\mu_0 + \frac{h}{h_0} \alpha\varphi' \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} \right) - \gamma\varepsilon'.$$

La méthode à suivre est celle des fausses solutions.

Supposons d'abord : $\theta = 1,60$. Pour cette valeur, d'après la table A :

$$\frac{v'}{h_0} = 2,308, \quad \lambda_0 = 0,490, \quad \mu_0 = 4,344.$$

D'après la table B : $\varphi = 0,517, \quad \varphi' = 0,773.$

D'après la table C : $\varepsilon = 0,473, \quad \varepsilon' = 0,364.$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{m\Omega_a}{b_o h_o} &= \frac{(1 + 0,20 \times 0,473) \left(0,490 - \frac{4,344}{1,60 \times 8,80} \right) + \frac{0,20 \times 0,364}{1,60 \times 8,80}}{1 - 0,5 \frac{6 - [(1 + 0,20 \times 0,473) 5,60 - 2,80]}{8,80}} \quad 0,517 \\ &= \frac{1,095 (0,490 - 0,309) + 0,0052}{1 - 0,2585 \frac{6 - 3,33}{8,80}} \\ &= \frac{1,095 \times 0,181 + 0,0052}{1 - 0,2585 \times 0,303} = \frac{0,203}{0,9215} = 0,220. \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} \frac{N \left(\frac{e}{h_o} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_o} \right)}{b_o h_o \sigma'_b} &= 1,095 (4,344 + 0,5 \times 6 \times 0,773 \times 0,220) - 0,0728 \\ &= 1,095 (4,344 + 0,511) - 0,0728 = 5,25. \end{aligned}$$

Essayons ensuite $\theta = 1,80$. Dans ce cas, d'après la table A :

$$\frac{v'}{h_o} = 2,143, \quad \lambda_o = 0,426, \quad \mu_o = 4,256.$$

D'après la table B : $\varphi = 0,452$, $\varphi' = 0,761$,

D'après la table C : $\varepsilon = 0,398$, $\varepsilon' = 0,285$.

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{m\Omega_a}{b_o h_o} &= \frac{(1 + 0,20 \times 0,398) \left[0,426 - \frac{4,256}{1,80 \times 8,80} \right] - \frac{0,20 \times 0,285}{1,80 \times 8,80}}{1 - 0,05 \frac{6 - [(1 + 0,20 \times 0,398) 5,60 - 2,80]}{8,80}} \quad 0,452 \\ &= \frac{1,0796 (0,426 - 0,270) + 0,0056}{1 - 0,226 \frac{2,75}{8,80}} = \frac{0,172}{0,929} = 0,185. \end{aligned}$$

D'après cela :

$$\begin{aligned} \frac{N \left(\frac{e}{h_o} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_o} \right)}{b h_o \sigma'_b} &= 1,0796 (4,256 + 0,5 \times 6 \times 0,761 \times 0,185) - 0,057 \\ &= 1,0796 (4,256 + 0,423) - 0,057 = 5,00. \end{aligned}$$

Comme la valeur vraie de $\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0}$ est 0,1884, il en résulte que :

$$\theta = 1,78, \quad \frac{N \left(\frac{e}{h_0} + \frac{\delta}{2} \frac{h}{h_0} \right)}{b_0 h_0 \sigma_b'} = 5,025.$$

Donc ;

$$\sigma_b' = \frac{30\,000 \times 8\,80}{150 \times 10 \times 5,025} = 35 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_a = 15 \times 1,78 \times 35 = 935 \text{ kg/cm}^2.$$

La valeur du facteur $(1 + \nu_2)$ est voisine de 1,08, ce qui donne l'ordre de grandeur de l'erreur que l'on commettrait en négligeant la zone comprimée de la nervure.

b) *Calcul de la hauteur minimum* (fig. 4).

Les données sont :

$b_0 = 150 \text{ cm.}$, $a = 4,5 \text{ cm.}$, $h_0 = 10 \text{ cm.}$, $N = 30\,000$ et $e = 60 \text{ cm.}$ Le béton est de ciment fondu, pour lequel nous admettons les coefficients de résistance :

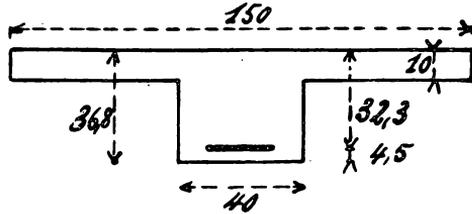


Fig. 4.

$R'_b = 100 \text{ kg/cm}^2$, $m = 6$, $R_a = 1200 \text{ kg/cm}^2$.

Donc $\theta = 2,00$. Supposons d'abord que $h = 40 \text{ cm.}$, d'où :

$\frac{h}{h_0} = 4$. Pour cette valeur, il résulte de la table A que :

$$\lambda = 0,313, \quad \mu_0 = 2,25.$$

Donc :

$$\frac{N(e + 0,5h - 0,5a)}{b_0 h_0^2 \sigma_b'} = \frac{30000 (60 + 20 - 2,25)}{150 \times 100 \times \sigma_b'} = 2,25,$$

d'où :

$$\sigma_b' = \frac{30\,000 \times 77,75}{15000 \times 2,25} = 69,20 \text{ kg/cm}^2,$$

et

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \lambda_0 - \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a} = 0,313 - \frac{6 \times 30\,000}{150 \times 10 \times 12 \times 69,2} = 0,313 - 0,1445 = 0,1685.$$

Si nous supposons ensuite que $h = 30$, d'où $\frac{h}{h_0} = 3$, nous avons d'après la table A :

$$\lambda_0 = 0,250, \quad \mu_0 = 1,333.$$

Donc :

$$\sigma'_b = \frac{30000 \times 72,75}{15000 \times 1,333} = 109,10 \text{ kg/cm}^2,$$

et :

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = 0,250 - \frac{6 \times 30000}{150 \times 10 \times 12 \times 109,1} = 0,250 - 0,0917 = 0,1583.$$

Comme la valeur vraie de σ'_b doit être 100, il en résulte que $\frac{h}{h_0} = 3,23$ et $\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = 0,161$. Donc $h = 32,3 \text{ cm}^2$ et

$$\Omega_a = \frac{150 \times 10 \times 0,161}{6} = 40,25 \text{ cm}^2.$$

Enfin $h_t = h + 4,5 = 32,3 + 4,5 = 36,8 \text{ cm}$.

Comme $\frac{v'}{h_0} = 1,08$, la zone comprimée de la nervure peut être négligée.

c) *Calcul de l'armature double.* — Supposons que dans le cas de sollicitation du problème précédent, on substitue au béton de ciment fondu un béton ordinaire répondant aux coefficients de résistance : $R'_b = 50 \text{ kg/cm}^2$, $m = 15$ et $R_a = 1200 \text{ kg/cm}^2$, d'après l'Association belge de Standardisation. On fixe toutefois $h = 40 \text{ cm}$, $a = a' = 5 \text{ cm}$, d'où $\delta = \delta' = 0,875$ ($h_t = 45 \text{ cm}$.) Il s'agit de calculer les armatures

D'après les données : $\frac{h}{h_0} = 4$ et $\theta = 1.60$

D'après la table A, il en résulte que :

$$\lambda_0 = 0,422, \quad \mu_0 = 2,417.$$

D'après la table B : $\varphi = 0,422$, $\varphi' = 0,592$.

Donc :

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{\lambda_0 - \frac{mN}{b_0 h_0 \sigma_a}}{1 - \alpha \varphi} = \frac{0,422 - \frac{15 \times 30000}{150 \times 10 \times 1200}}{1 - 0,422 \times 0,592} = \frac{0,172}{1 - 0,422}$$

Or :

$$\frac{N \left(e + \frac{\delta}{2} h \right)}{b_0 h_0^2 \sigma_b} = \mu_0 + \frac{h}{h_0} \alpha \varphi' \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0},$$

donc :

$$\frac{30000 (60 + 0,4375 \times 40)}{150 \times 100 \times 50} = 2,417 + 4 \times 0,592 \frac{0,172}{1 - 0,422x},$$

$$3,10 = 2,417 + \frac{0,407x}{1 - 0,422x},$$

équation du premier degré en x , dont la solution est : $x = 0,985$.

$$\text{Donc : } \frac{m\Omega_a}{b_o h_o} = \frac{0,172}{1 - 0,422 \times 0,985} = \frac{0,172}{0,585} = 0,294,$$

$$\text{d'où : } \Omega_a = \frac{150 \times 10 \times 0,294}{15} = 29,4 \text{ cm}^2,$$

$$\Omega'_a = 0,985 \times 29,4 = 28,9 \text{ cm}^2.$$

$$\Omega_a + \Omega'_a = 58,3 \text{ cm}^2.$$

6. OBSERVATIONS FINALES. — Certaines des formules pratiques peuvent paraître compliquées. Il faut cependant observer qu'elles donnent une solution algébrique exacte de problèmes si ardues que la plupart des auteurs de traités ne dépassent pas le stade des généralités théoriques et se bornent souvent à préconiser, comme moyens pratiques de résolution, des méthodes graphiques générales. Que l'on veuille bien, avant de critiquer, rechercher s'il existe des méthodes algébriques rigoureuses, tenant compte de la zone comprimée de la nervure dans les cas où c'est utile, qui permettent de résoudre plus simplement les applications traitées ci-dessus.

Nous préconisons que ces calculs exacts soient réservés aux études définitives et que, pour les études préliminaires et avant-projets, l'ont ait recours à des méthodes approximatives, telle que celle que nous avons fait paraître dans *Le Constructeur de ciment armé* (Paris, février 1925) et qui est très expéditive, quoique tout à fait analogue en principe à la méthode exacte exposée ci-dessus. Les résultats approximatifs, servant de guides, suppriment tous tâtonnements dans les calculs exacts, qui constituent le plus souvent des vérifications. On peut apprécier d'avance s'il y a lieu de tenir compte ou non de la zone comprimée de la nervure.

Les applications examinées montrent la généralité de la méthode. Aucune restriction n'est apportée au libre choix des dimensions relatives. Tous les coefficients quelconques de résistance peuvent convenir. Pour apprécier cet avantage, il

suffit d'observer que le spécialiste belge peut avoir à suivre les règles de l'Association belge de standardisation, ou celles de l'Administration des Ponts et Chaussées de Belgique ou des prescriptions différentes encore s'il s'agit de bétons ou de ciments spéciaux, dont l'emploi ne peut manquer de devenir plus fréquent. Enfin, s'il a à calculer des constructions à édifier dans des régions exotiques ou les colonies, des prescriptions réglementaires des plus diverses peuvent lui être imposées. Les tables ci-dessus sont applicables dans tous les cas et permettent de résoudre tous les problèmes. Le calculateur pourrait s'en servir exclusivement et ne tarderait pas, en cette occurrence, à acquérir dans leur emploi une habileté machinale.

NOTE COMPLÉMENTAIRE.

Dans l'exposé précédent, la position de l'effort normal résultant N est toujours définie par sa distance e à l'axe médian de la section, comptée positivement dans le sens de la zone comprimée, négativement en sens inverse.

Les circonstances de la construction peuvent définir cette situation autrement, notamment par la distance e' à la face la plus voisine de la pièce. La détermination par l'une ou l'autre distance est indifférente si les hauteurs de la section sont connues d'avance. Il n'en est pas de même lorsque la hauteur constitue l'inconnue du problème. La relation entre e et e' dépend de cette hauteur et les valeurs correspondantes ne sont donc pas connues lorsque h est inconnu. Si l'on donne e' , il est donc impossible de résoudre la question par des formules qui ne contiennent que le facteur e . Mais elles se transforment aisément, en vertu des relations :

$$e = e' + 0,5h_t = e' + (1 - 0,5\delta)h$$

en cas de compression, ou

$$e = e' - 0,5h_t = e' - (1 - 0,5\delta)h$$

en cas de traction, moyennant la convention de signes suivante :

En cas de compression, e' se mesure positivement à partir de l'arête la plus comprimée vers l'extérieur;

En cas de traction, e' se mesure négativement à partir de l'arête la plus étendue vers l'extérieur.

Ces transformations n'affectent que les formules qui sont

fonctions de e , c'est-à-dire les formules II, III, 8 et 8', qui deviennent :

1. En cas de compression

$$\frac{N(e' + h)}{b_0 h_0^2 \sigma'_b} = \left(\mu_0 + \frac{h}{h_0} \alpha \varphi' \frac{m \Omega_a}{b_0 h_0} \right) (1 - \nu \varepsilon) - \nu \varepsilon', \quad (II)$$

$$\frac{m \Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \nu \varepsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e'}{h_0} + \frac{h}{h_0} \right)} \right] + \frac{\nu \varepsilon'}{\theta \left(\frac{e'}{h_0} + \frac{h}{h_0} \right)}}{1 - \alpha \psi' \varphi}, \quad (III)$$

$$\psi' = \frac{\frac{e'}{h_0} - \frac{h}{h_0} \left[(1 + \nu \varepsilon) \delta' - 1 \right]}{\frac{e'}{h_0} + \frac{h}{h_0}}, \quad (8)$$

$$\psi = \frac{\frac{e'}{h_0} + \frac{h}{h_0} - \delta' \frac{h}{h_0}}{\frac{e'}{h_0} + \frac{h}{h_0}}; \quad (8')$$

2. En cas de traction

$$\frac{N \left[e' - (1 - \delta) h \right]}{b_0 h_0^2 \sigma'_b} = \left(\mu_0 + \frac{h}{h_0} \alpha \varphi' \frac{m \Omega_a}{b_0 h_0} \right) (1 - \nu \varepsilon) - \nu \varepsilon' \quad (II)$$

$$\frac{m \Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \nu \varepsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta \left(\frac{e'}{h_0} - h \frac{1 - \delta}{h_0} \right)} \right] + \frac{\nu \varepsilon'}{\theta \left(\frac{e'}{h_0} - h \frac{1 - \delta}{h_0} \right)}}{1 - \alpha \psi' \varphi}. \quad (III)$$

$$\psi' = \frac{\frac{e'}{h_0} - \frac{h}{h_0} \left[(1 + \nu \varepsilon) \delta' + 1 - \delta \right]}{\frac{e'}{h_0} - h \frac{1 - \delta}{h_0}} \quad (8)$$

$$\psi = \frac{\frac{e'}{h_0} - \frac{h}{h_0} (\delta' + 1 - \delta)}{\frac{e'}{h_0} - h \frac{1 - \delta}{h_0}} \quad \dots \quad (8')$$

Donc, toutes les formules établies dans l'étude précédente peuvent être utilisées lorsque la position de N est définie par e' , il suffit d'y remplacer $\frac{e}{h_0} + 0,5 \delta \frac{h}{h_0}$ par $\frac{e'}{h_0} + \frac{h}{h_0}$ ou

$\frac{e'}{h_0} - (1 - \delta) \frac{h}{h_0}$. Les tables A, B et C sont applicables sans réserves; la voie à suivre pour résoudre le problème de la hauteur ne subit aucune modification.

Enfin, on peut encore considérer la distance e'' de N à l'armature étendue. La formule de transformation est

$$e = e'' - 0,5h + 0,5a,$$

e'' se comptant positivement dans le sens de la zone comprimée, négativement en sens inverse. Les formules II, III, 8 et 8' deviennent, en cas de compression comme de traction :

$$\frac{Ne''}{b_0 h_0^2 \sigma'_b} = \left(\mu_0 + \frac{h}{h_0} \alpha \varphi' \frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} \right) (1 - \nu_\varepsilon) - \nu_{\varepsilon'} \quad \text{(II)}$$

$$\frac{m\Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{(1 + \nu_\varepsilon) \left[\lambda_0 - \frac{\mu_0}{\theta} \frac{e''}{h_0} \right] + \frac{\nu_{\varepsilon'}}{\theta} \frac{e''}{h_0}}{\frac{e''}{h_0}} \quad \text{(III)}$$

$$\psi' = \frac{\frac{e''}{h_0} - (1 + \nu_\varepsilon) \delta' \frac{h}{h_0}}{\frac{e''}{h_0}} \quad \text{(8)}$$

$$\psi = \frac{\frac{e''}{h_0} - \delta' \frac{h}{h_0}}{\frac{e''}{h_0}} \quad \text{(8')}$$

Ces formes sont particulièrement simples.

TABLES A.

TABLE A

h	$\theta =$	3,25	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,0
h_0	$h/v' =$	4,25	4,00	3,80	3,60	3,40	3,20	3,0
1	$\lambda_0 =$	»	»	»	»	»	»	»
	$\mu_0 =$	»	»	»	»	»	»	»
	$\mu'_0 =$	»	»	»	»	»	»	»
	$v'/h_0 =$	»	»	»	»	»	»	»
2	$\lambda_0 =$	»	»	»	»	»	»	0,4
	$\mu_0 =$	»	»	»	»	»	»	0,5
	$\mu'_0 =$	»	»	»	»	»	»	0,2
	$v'/h_0 =$	»	»	»	»	»	»	0,6
3	$\lambda_0 =$	»	0,111	0,131	0,154	0,181	0,212	0,25
	$\mu_0 =$	»	0,944	1,022	1,100	1,178	1,256	1,3
	$\mu'_0 =$	»	0,315	0,365	0,423	0,491	0,571	0,6
	$v'/h_0 =$	»	0,750	0,789	0,833	0,882	0,938	1,0
4	$\lambda_0 =$	0,144	0,167	0,188	0,212	0,240	0,273	0,3
	$\mu_0 =$	1,729	1,833	1,917	2,000	2,083	2,167	2,2
	$\mu'_0 =$	0,532	0,611	0,685	0,769	0,868	0,985	1,1
	$v'/h_0 =$	0,941	1,000	1,053	1,111	1,176	1,250	1,3
5	$\lambda_0 =$	0,177	0,200	0,221	0,246	0,275	0,309	0,3
	$\mu_0 =$	2,658	2,767	2,853	2,940	3,027	3,113	3,2
	$\mu'_0 =$	0,818	0,922	1,019	1,131	1,261	1,415	1,6
	$v'/h_0 =$	1,176	1,250	1,316	1,389	1,471	1,563	1,6

TABLE A.

1,80	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80	0,60	0,40
2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40
»	»	»	»	0,000	0,125	0,333	0,750
»	»	»	»	0,167	0,200	0,233	0,267
»	»	»	»	0,167	0,250	0,389	0,667
»	»	»	»	0,500	0,556	0,625	0,714
0,167	0,219	0,286	0,375	0,500	0,688	1,000	1,625
0,567	0,633	0,700	0,767	0,833	0,900	0,967	1,033
0,315	0,396	0,500	0,639	0,833	1,125	1,611	2,583
0,714	0,769	0,833	0,909	1,000	1,111	1,250	1,429
0,296	0,354	0,429	0,528	0,667	0,875	1,222	1,917
1,411	1,489	1,567	1,644	1,722	1,800	1,878	1,956
0,784	0,931	1,119	1,370	1,722	2,250	3,130	4,889
1,071	1,154	1,250	1,364	1,500	1,667	1,875	2,143
0,361	0,422	0,500	0,604	0,750	0,969	1,333	2,063
2,333	2,417	2,500	2,583	2,667	2,750	2,833	2,917
1,296	1,510	1,786	2,153	2,667	3,438	4,722	7,292
1,429	1,538	1,667	1,818	2,000	2,222	2,500	2,857
0,400	0,463	0,543	0,650	0,800	1,025	1,400	2,150
3,287	3,373	3,460	3,547	3,633	3,720	3,807	3,893
1,826	2,108	2,471	2,956	3,633	4,650	6,344	9,733
1,786	1,923	2,083	2,273	2,500	2,778	3,125	3,571

TABLE A (suite)

h	$\theta =$	3,25	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	2,00
h_0	$h/v' =$	4,25	4,00	3,80	3,60	3,40	3,20	3,00
6	$\lambda_0 =$	0,199	0,222	0,244	0,269	0,299	0,333	0,375
	$\mu_0 =$	3,611	3,722	3,811	3,900	3,989	4,078	4,167
	$\mu'_0 =$	1,111	1,241	1,361	1,500	1,662	1,854	2,083
	$v'/h_0 =$	1,412	1,500	1,579	1,667	1,765	1,875	2,000
7	$\lambda_0 =$	0,214	0,238	0,260	0,286	0,315	0,351	0,393
	$\mu_0 =$	4,577	4,690	4,781	4,871	4,962	5,052	5,143
	$\mu'_0 =$	1,408	1,563	1,707	1,874	2,067	2,297	2,571
	$v'/h_0 =$	1,647	1,750	1,842	1,944	2,059	2,188	2,333
8	$\lambda_0 =$	0,226	0,250	0,272	0,298	0,328	0,364	0,406
	$\mu_0 =$	5,552	5,667	5,758	5,850	5,942	6,033	6,125
	$\mu'_0 =$	1,708	1,889	2,057	2,250	2,476	2,742	3,063
	$v'/h_0 =$	1,882	2,000	2,105	2,222	2,353	2,500	2,667
9	$\lambda_0 =$	0,235	0,259	0,282	0,308	0,338	0,374	0,417
	$\mu_0 =$	6,532	6,648	6,741	6,833	6,926	7,019	7,111
	$\mu'_0 =$	2,010	2,216	2,407	2,628	2,886	3,190	3,556
	$v'/h_0 =$	2,118	2,250	2,368	2,500	2,647	2,813	3,000
10	$\lambda_0 =$	0,242	0,267	0,289	0,315	0,346	0,382	0,425
	$\mu_0 =$	7,517	7,633	7,727	7,820	7,913	8,007	8,100
	$\mu'_0 =$	2,313	2,544	2,760	3,008	3,297	3,639	4,050
	$v'/h_0 =$	2,353	2,500	2,632	2,778	2,941	3,125	3,333

TABLE A (suite).

1,80	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80	0,60	0,40
2,80	2,60	2,40	2,20	2,00	1,80	1,60	1,40
0,426	0,490	0,571	0,681	0,833	1,063	1,444	2,208
4,256	4,344	4,433	4,522	4,611	4,700	4,789	4,878
2,364	2,715	3,167	3,769	4,611	5,875	7,981	12,194
2,143	2,308	2,500	2,727	3,000	3,333	3,750	4,286
0,444	0,509	0,592	0,702	0,857	1,089	1,476	»
5,233	5,324	5,414	5,505	5,595	5,686	5,776	»
2,907	3,327	3,867	4,587	5,595	7,107	9,627	»
2,500	2,692	2,917	3,182	3,500	3,889	4,375	»
0,458	0,523	0,607	0,719	0,875	1,109	»	»
6,217	6,308	6,400	6,492	6,583	6,675	»	»
3,454	3,943	4,571	5,410	6,583	8,344	»	»
2,857	3,077	3,333	3,636	4,000	4,444	»	»
0,469	0,535	0,619	0,731	»	»	»	»
7,204	7,296	7,389	7,481	»	»	»	»
4,002	4,560	5,278	6,235	»	»	»	»
3,214	3,462	3,750	4,091	»	»	»	»
0,478	0,544	0,629	»	»	»	»	»
8,193	8,287	8,380	»	»	»	»	»
4,552	5,179	5,986	»	»	»	»	»
3,571	3,846	4,167	»	»	»	»	»

TABLE B.

θ	φ					φ'				
	$\varphi''=0,80$	$\varphi''=0,85$	$\varphi''=0,90$	$\varphi''=0,95$	$\varphi''=1,00$	$\varphi'=0,80$	$\varphi'=0,85$	$\varphi'=0,90$	$\varphi'=0,95$	$\varphi'=1,00$
	3,25	0,046	0,112	0,177	0,242	0,308	0,120	0,308	0,518	0,748
3,00	0,067	0,133	0,200	0,267	0,333	0,160	0,340	0,540	0,760	»
2,80	0,086	0,154	0,221	0,289	0,357	0,192	0,366	0,558	0,770	»
2,60	0,108	0,177	0,246	0,315	0,385	0,224	0,391	0,576	0,779	»
2,40	0,133	0,204	0,275	0,346	0,417	0,256	0,417	0,594	0,789	»
2,20	0,164	0,236	0,309	0,382	0,455	0,288	0,442	0,612	0,798	»
2,00	0,200	0,275	0,350	0,425	0,500	0,320	0,468	0,630	0,808	»
1,80	0,244	0,322	0,400	0,478	0,556	0,352	0,493	0,648	0,817	»
1,60	0,300	0,381	0,463	0,544	0,625	0,384	0,519	0,666	0,827	»
1,40	0,371	0,457	0,543	0,629	0,714	0,416	0,544	0,684	0,836	»
1,20	0,467	0,558	0,650	0,742	0,833	0,448	0,570	0,702	0,846	»
1,00	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000	0,480	0,595	0,720	0,855	»
0,80	0,800	0,913	1,025	1,138	1,250	0,512	0,621	0,738	0,865	»
0,60	1,133	1,267	1,400	1,533	1,667	0,544	0,646	0,756	0,874	»
0,40	1,800	1,975	2,150	2,325	2,500	0,576	0,672	0,774	0,884	»

TABLE C.

$\frac{v'}{h_0}$	ϵ	ϵ'	$\frac{v'}{h_0}$	ϵ	ϵ'
1,00	0,000	0,000	2,60	0,610	0,528
1,10	0,008	0,003	2,70	0,657	0,591
1,20	0,029	0,011	2,80	0,704	0,657
1,30	0,056	0,024	2,90	0,752	0,727
1,40	0,089	0,041	3,00	0,800	0,800
1,50	0,125	0,063	3,10	0,848	0,876
1,60	0,164	0,087	3,20	0,896	0,956
1,70	0,204	0,116	3,30	0,945	1,039
1,80	0,246	0,148	3,40	0,993	1,126
1,90	0,289	0,183	3,50	1,042	1,215
2,00	0,333	0,222	3,60	1,090	1,308
2,10	0,378	0,265	3,70	1,139	1,405
2,20	0,424	0,311	3,80	1,188	1,505
2,30	0,469	0,360	3,90	1,237	1,608
2,40	0,516	0,413	4,00	1,286	1,714
2,50	0,563	0,469			