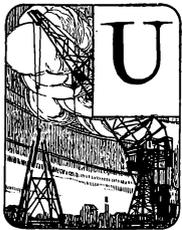




Calcul rapide des hourdis nervurés.

PAR F. CAMPUS

INGÉNIEUR DES CONSTRUCTIONS CIVILES ET ELECTRICIEN.



UN grand avantage du béton armé ou non réside dans la possibilité qu'il donne de réaliser toutes les formes conçues par le constructeur. Dans le calcul organique du béton armé, ce caractère se traduit par le grand nombre de paramètres de forme qui figurent dans les équations. Pour qu'elles admettent une solution déterminée, il faut conserver le nombre nécessaire et suffisant d'inconnues et fixer judicieusement les valeurs des autres facteurs, d'après des considérations d'économie, d'aspect, de liaison avec les autres organes de la construction, etc. Quel que soit le soin apporté à ce choix, il est rare qu'après résolution des équations, l'opérateur ne soit pas amené à remanier la solution en modifiant les valeurs adoptées tout d'abord. D'autre part, les valeurs théoriques résultant des équations peuvent subir des modifications du fait des nécessités pratiques. C'est ainsi que la section calculée pour une armature ne correspond presque jamais à un nombre entier de barres du commerce ; l'armature réelle a nécessairement une section différente de celle qui a été calculée. La longueur calculée d'un élément linéaire est généralement arrondie, etc.

Il est donc en règle générale nécessaire pour les constructions en béton armé de procéder à de nombreux calculs d'avant-projet. Il est fastidieux

pour les poutres nervurées, surtout lorsqu'elles sont sollicitées par flexion plane composée, d'effectuer ces opérations par les formules dites exactes, telles qu'elles sont établies d'après la Circulaire ministérielle française de 1906. Il en est encore ainsi même si ces équations sont mises sous des formes particulièrement adaptées à une résolution aisée avec l'aide d'abaques ou tables numériques.

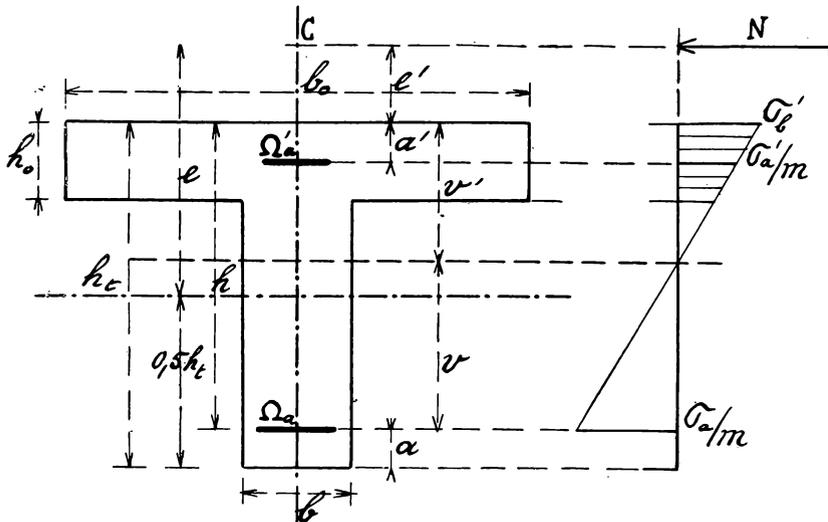
D'après ce qui précède, il n'est pas indispensable de calculer des valeurs exactes, puisqu'elles ne peuvent presque jamais être adoptées sans remaniement. Des solutions approximatives suffisent, pourvu que le degré d'erreur soit modéré et que la sécurité ne soit pas compromise. Si une telle méthode facilite les calculs, il faut l'employer sans scrupules pour les avant-projets. Quand toutes les dimensions sont arrêtées, les calculs qui accompagnent le projet définitif se bornent à vérifier que les fatigues et les déformations sont inférieures aux limites imposées pour la sécurité ; ils se font opportunément par les formules exactes.

La méthode rapide de calcul des hourdis nervurés exposée ci-après est établie dans le but d'accélérer l'étude des avant-projets. Par rapport au calcul ordinaire, elle est basée sur l'hypothèse supplémentaire que le centre d'action de la résultante des tensions de compression du béton ainsi



que le centre de gravité de l'armature comprimée éventuelle se trouvent invariablement à mi-hauteur du hourdis.

Les notations employées sont celles de l'Association belge de standardisation et sont indiquées sur la figure ci-après ; on y ajoute les symboles η



désignant le rapport $\frac{h}{h_0}$, x désignant le rapport

$$\frac{\Omega'_a}{\Omega_a} \text{ et } \theta \text{ le rapport } \frac{\sigma_a}{m \sigma'_b}.$$

Formules générales.

Nous les établissons pour le cas le plus complexe, celui de la flexion plane composée d'une pièce doublement armée. Nous supposons qu'il s'agisse d'une compression excentrique N , considérée comme positive, dont l'alignement est excentré d'une longueur e , considérée comme positive, par rapport à l'axe médian de la poutre. Si N est une traction, nous la considérons comme négative, ainsi que son excentricité.

D'après les hypothèses précitées, l'équation d'équilibre de translation longitudinale des actions intérieures et extérieures s'écrit :

$$\Omega_a \sigma_a = \Omega'_a \sigma'_a + b_o h_o \sigma'_b \left(1 - \frac{h_o}{2 \delta'}\right) - N,$$

en négligeant comme d'habitude la zone comprimée de la nervure. L'équation d'équilibre de

rotation des mêmes forces autour de la résultante des tensions de compression s'écrit :

$$M = N(e - 0,5 h_t + 0,5 h_o) = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o). \quad (1)$$

Enfin, la proportionnalité des tensions s'exprime par :

$$\theta = \frac{\sigma_a}{m \sigma'_b} = \frac{\nu}{\nu'} \text{ et } \frac{\sigma'_a}{m \sigma'_b} = \frac{\nu' - 0,5 h_o}{\nu'}.$$

En combinant ces égalités et observant que

$$\frac{h}{h_o} = \eta \text{ et } \frac{\Omega'_a}{\Omega_a} = x,$$

on obtient la formule générale :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \frac{\Lambda - \frac{m N}{b_o h_o \sigma_a}}{1 - x \Lambda} \quad (2),$$

dans laquelle :

$$\Lambda = \frac{2 \eta - 1 - \theta}{2 \eta \theta} \quad (3).$$

D'autres transformations donnent également :

$$\frac{M}{b_o h_o^2 \sigma'_b} = \frac{N(e + 0,5 h - 0,5 a)}{b_o h_o^2 \sigma'_b} = \frac{(2 \eta - 1)(2 \eta - 1 - \theta)}{4 \eta} (1 + x \lambda) = \mu (1 + x \lambda) \quad (4).$$

Par combinaison de (2) et de (4), on peut obtenir :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \frac{\Lambda'}{1 - x \Lambda'} \quad (5)$$

expression dans laquelle :

$$\Lambda' = \Lambda - \frac{\mu}{\eta \theta \left(\frac{e}{h} + 0,5 \delta\right)} = \Lambda \left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2 \eta}}{\frac{e}{h} + 0,5 \delta}\right), \quad (6)$$

en posant :

$$\frac{h - a}{h} = \delta.$$

Les formules (4), (5) et (6) sont certainement intéressantes, mais elles sont moins simples d'application que les formules (1), (2) et (3), que nous emploierons seules dans la suite.

Si la position de N est définie par sa distance e' à la face la plus voisine au lieu de e , il faut introduire dans la formule (1) les expressions :

$$e = e' + 0,5 h_t$$



en cas de compression et, en cas de traction :

$$e = e' - 0,5 h_t.$$

N reste positif en cas de compression et négatif en cas de traction. e' se mesure positivement vers l'extérieur à partir de l'arête la plus comprimée en cas de compression et négativement vers l'extérieur à partir de l'arête la plus étendue en cas de traction.

La formule (1) devient :

$$M = N (e' + 0,5 h_o) = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o),$$

en cas de compression, et

$$M = N (e' - h_t + 0,5 h_o) = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o)$$

en cas de traction.

Cette transformation n'offre d'intérêt que lorsque h est l'inconnue du problème. Si la hauteur est donnée d'avance, le choix de e ou de e' est indifférent, l'un pouvant se déduire de l'autre.

Formules pratiques et tableau.

Ces formules s'écrivent :

a) pour la flexion plane simple des pièces à armatures simples :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \Lambda, \quad (I)$$

$$M = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o); \quad (II)$$

b) pour la flexion plane simple des pièces à armatures doubles :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \frac{\Lambda}{1 - x \Lambda}, \quad (III)$$

$$M = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o); \quad (II)$$

c) pour la flexion plane composée des pièces à armatures simples :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \Lambda - \frac{m N}{b_o h_o \sigma_a}, \quad (IV)$$

$$N (e - 0,5 h_t + 0,5 h_o) = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o); \quad (V)$$

d) pour la flexion plane composée des pièces à armatures doubles :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \frac{\Lambda - \frac{m N}{b_o h_o \sigma_a}}{1 - x \Lambda}, \quad (VI)$$

$$N (e - 0,5 h_t + 0,5 h_o) = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_o). \quad (V)$$

Les valeurs de Λ calculées par la formule (3) sont données pour différentes valeurs usuelles de θ et de η dans le tableau numérique ci-après.

Tableau numérique des valeurs de Λ .

θ	η							
	3	4	5	6	7	8	9	10
3,25	—	—	0,177	0,199	0,214	0,226	0,235	0,242
3,00	—	0,167	0,200	0,222	0,233	0,250	0,259	0,267
2,80	—	0,1875	0,221	0,244	0,260	0,272	0,282	0,289
2,60	—	0,212	0,246	0,269	0,286	0,298	0,308	0,315
2,40	—	0,240	0,275	0,299	0,315	0,328	0,338	0,346
2,20	(0,212)	0,273	0,309	0,333	0,351	0,364	0,374	0,382
2,00	0,250	0,3125	0,350	0,375	0,393	0,406	0,417	0,425
1,90	0,272	0,336	0,374	0,399	0,417	0,431	0,442	0,450
1,80	0,296	0,361	0,400	0,426	0,444	0,458	0,469	0,478
1,70	0,324	0,390	0,429	0,453	0,475	0,489	0,500	0,509
1,60	0,354	0,422	0,4625	0,490	0,509	0,523	0,535	0,544
1,50	0,389	0,458	0,500	0,528	0,548	0,5625	0,574	0,583
1,40	0,429	0,500	0,543	0,571	0,592	0,607	0,619	0,629
1,30	0,474	0,548	0,592	0,622	0,643	0,659	0,671	0,681

Conditions d'emploi des formules.

Bien que l'hypothèse faite au sujet de la situation de la résultante des tensions de compression soit irrationnelle, elle ne donne lieu qu'à des erreurs modérées et admissibles dans les cas pratiques. Il faut que ν' soit plus grand que h_o , condition qui s'exprime par : $\eta > 1 + \theta$. En dessous de cette limite, l'axe neutre est dans la hauteur du hourdis et la pièce se calcule comme si sa section était rectangulaire.

A la limite, quand $\eta = 1 + \theta$, l'axe neutre coïncide avec le bord inférieur des ailes et la résultante des tensions de compression du béton est au niveau du tiers supérieur du hourdis, ce qui donne la mesure de l'erreur faite dans ce cas. Cette erreur diminue quand ν' augmente, c'est-à-dire à mesure que $1 + \theta$ diminue par rapport à η . Elle est généralement faible, comme on le constate par les applications relatives aux pièces à armatures simples ; elle s'exerce toujours dans un sens favorable à la sécurité.



Dans les pièces à armatures comprimées, une autre cause d'erreur provient de la position assignée à l'armature comprimée, dans les cas où elle ne correspond pas à la position réelle. Elle est parfois plus importante que la précédente. L'exactitude dépend des rapports x , η et θ . Elle est la plus grande pour les poutres de grande hauteur, à dalles relativement minces, donc pour les valeurs élevées de η . L'influence de θ est inverse, les petites valeurs de θ donnent lieu à de moindres erreurs. Il en est de même pour x lorsque ce facteur est connu d'avance. Dans la flexion composée, l'erreur augmente lorsque l'excentricité diminue, la méthode ne convient pas pour les très faibles excentricités.

$$[e < 0,75 (h - 0,5 h_0)].$$

Lorsque $a' < 0,5 h_0$, ce qui est presque toujours réalisé, l'erreur se produit toujours dans le sens favorable à la sécurité.

Applications.

On trouvera des exemples d'application de la méthode à tous les problèmes possibles dans les nos. 66 à 68 du « Constructeur de Ciment armé » (Paris; mars, avril et mai 1925). L'emploi des formules et de la table est assez simple pour que le lecteur n'éprouve aucune difficulté à s'en servir. Les calculs consistent simplement en interpolations, ainsi que le montrent les trois exemples ci-après :

A) *Calcul de la hauteur* (flexion plane simple et armature simple). Soient :

$b_0 = 150$ cm, $h_0 = 8$ cm, $x = 0$, $R_a = 1000$ kg. cm², $R'_b = 40$ kg. cm², $m = 15$ et $M = 1.400.000$ kg. cm ; donc $\theta = 1,667$.

Si $\eta = 5$, $h = 40$ cm et, d'après le tableau :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_0 h_0} = \Lambda = 0,440,$$

d'où :

$$\Omega_a = \frac{150 \times 8 \times 0,440}{15} = 35,2 \text{ cm}^2, \text{ et}$$

$$M = \Omega_a \sigma_a (h - 0,5 h_0) = 35,2 \times 1000 \times 36 = 1.230.000 \text{ kg cm.}$$

Si $\eta = 6$, $h = 48$ cm et $\Lambda = 0,467$, d'où :

$$\Omega_a = 37,4 \text{ cm}^2, \text{ et}$$

$$M = 37,4 \times 1000 \times 44 = 1.645.000 \text{ kg. cm.}$$

Comme $M = 1.400.000$, on trouve par interpolation :

$$h = 43,3 \text{ cm et } \Omega_a = 36,1 \text{ cm}^2.$$

Les résultats du calcul exact sont :

$$h = 42,5 \text{ cm et } \Omega_a = 36,1 \text{ cm}^2.$$

Il y a donc une erreur de 1,9 % par excès sur la hauteur et nulle pour l'armature.

b) *Calcul de l'armature comprimée* (flexion simple).

Si le moment sollicitant est supérieur au moment résistant correspondant à l'armature simple travaillant au taux de sécurité R_a , on peut recourir à une armature double, qui se calcule comme suit, les limites de sécurité étant atteintes simultanément Soient :

$b_0 = 160$ cm, $h = 130$ cm, $h_0 = 20$ cm, $a' = 10$ cm, $R_a = 1000$ kg cm², $R'_b = 35$ kg. cm², $m = 15$ et $M = 16.000.000$ kg. cm. Donc : $\theta = 1,9$ et $\eta = 6,5$, d'où, d'après le tableau : $\Lambda = 0,408$.

Or :

$$\Omega_a = \frac{M}{(h - 0,5 h_0) R_a} = \frac{16.000.000}{120 \times 1000} = 133,3 \text{ cm}^2,$$

$$\text{et : } \lambda = \frac{m \Omega_a}{b_0 h_0} = \frac{15 \times 133,3}{160 \times 20} = 0,625.$$

$$\text{Or : } \lambda = 0,625 = \frac{\Lambda}{1 - x \Lambda} = \frac{0,408}{1 - 0,408 x},$$

$$\text{d'où : } x = \frac{0,625 - 0,408}{0,408 \times 0,625} = \frac{0,217}{0,255} = 0,855.$$

Les résultats exacts sont : $\Omega_a = 134$ cm² et $x = 0,855$, en négligeant bien entendu les tensions de compression du béton de la nervure. L'erreur sur Ω_a est de 0,52 %, celle de x est nulle. Ce résultat très favorable provient notamment de ce que $a' = 10$ cm = $0,5 h_0$ et que la disposition réelle de l'armature comprimée correspond ainsi à l'hypothèse faite.

c) *Calcul des armatures* (flexion composée, armature double). Soient :



$b_o = 150$ cm, $h = 46$ cm, $h_t = 49$ cm, $h_o = 9$ cm, $a' = 3$ cm, $N = 30.000$ kg et $e = 40$ cm. On fixe : $x = 0,25$, $R'_b = 42$ kg. cm², $R_a = 1000$ kg. cm² et $m = 15$. Dans ce problème, c'est généralement la limite de sécurité σ_a qui est atteinte. Donc :

$$\Omega_a = \frac{N(e - 0,5 h_t + 0,5 h_o)}{(h - 0,5 h_o) R_a} = \frac{3.000(40 - 20)}{41,5 \times 1000} = \frac{600.000}{41.500} = 14,45 \text{ cm}^2$$

Le calcul de σ'_b se fait alors comme suit :

$$\lambda = \frac{m \Omega_a}{b_o h_o} = \frac{15 \times 14,45}{150 \times 9} = 0,1605.$$

Comme $\eta = 5,11$, d'après le tableau, si $\theta = 1,60$, alors : $\Lambda = 0,4655$, d'où :

$$\lambda = \frac{\Lambda - \frac{m N}{b_o h_o R_a}}{1 - x \Lambda} = \frac{0,4655 - \frac{15 \times 30.000}{150 \times 9 \times 1000}}{1 - 0,25 \times 0,4655} = \frac{0,4655 - 0,3333}{0,884} = 0,1495.$$

Si $\theta = 1,50$, : alors : $\Lambda = 0,503$ et :

$$\lambda = \frac{0,503 - 0,333}{1 - 0,25 \times 0,503} = 0,1945.$$

Par interpolation, il en résulte que $\theta = 1,5755$ et

$$\sigma'_b = \frac{1000}{15 \times 1,575} = 42,3 \text{ kg. cm}^2.$$

Le taux de sécurité R'_b est donc très légèrement dépassé. On peut se contenter de ce résultat, car l'erreur est par excès. En effet, le calcul exact donne : $\sigma_a = 1000$ kg. cm², $\sigma'_b = 41,8$ kg. cm² et $\Omega_a = 13,86$ cm². Les erreurs sont donc de 1,2 % sur σ'_b et de 4,25 % sur Ω_a .

Vous lirez dans nos prochains numéros

Quelques œuvres d'architectes liégeois.

Façades modernes de magasins de détail.

Les travaux d'extension du port d'Anvers (Suite et fin), par L. Bonnet, Ingénieur en chef, Directeur des Ponts et Chaussées, à Anvers.

Les ciments de laitier, par G. Magnel, Ingénieur A. I. G., chargé de cours à l'Université de Gand.

Le barrage du Sennar et le réservoir de Makwar au Soudan, par M. Gillis, Ingénieur E.I.S., à Alexandrie.

Les routes en béton aux Etats-Unis, par O. Hamoir, Ingénieur A. I. Lg.

Calcul des poutres encastrees, par A. Nachtergal, Ingénieur, Professeur à l'Ecole des Arts et Métiers d'Etterbeek.

De plus, une publication abondante de photographies vous documentera sur les travaux les plus remarquables : barrages, ponts, canaux, routes, travaux d'immeubles, usines, etc., exécutés dans les différentes parties du monde.

Abonnez-vous dès maintenant si vous voulez être assuré d'avoir la collection complète des numéros à paraître, car notre tirage sera limité.