2 ans 1/2. Ces résultats contradictoires entre les bétons conservés dans l'eau et ceux conservés alternativement dans l'eau et à l'air libre, ne purent pas être expliqués. Toutefois, on en déduit que l'emploi du sel dans le but d'abaisser le point de congélation du béton, n'est pas à recommander, car 5 p. 100 de sel abaisse ce point de 6° F. seulement mais réduit la résistance de 30 p. 100.

Les eaux d'égouts donnent essentiellement les mêmes bétons que l'eau pure. C'est ainsi que les eaux de la rivière Illinois dans laquelle se déversent les égouts de Chicago, donnèrent des bétons qui accusèrent des résistances au bout de 28 jours et de 3 mois, de 83 à 85 p. 100 ayant durcis dans l'eau et de 92 à 102 p. 100 ayant durci à l'air libre.

Les eaux grasses donnèrent des résultats très variables, mais dont la plupart étaient proches des normaux ; toutefois, certains essais accusèrent une sensible réduction de résistance.

Des essais effectués avec de l'eau fortement chargés de déchets provenant des docks de Chicago et ayant une odeur très désagréable, accusèrent des résistances supérieures à celles des bétons gâchés à l'eau pure.

Les déchets de tanneries provoquent généralement une réduction de résistance d'environ 20 p. 100. Les eaux résiduaires des brasseries et des savonneries donnent des résultats à peu près semblables à ceux de l'eau pure.

Les eaux résiduaires des usines à gaz et des minoteries réduisent les résistances d'environ 10 p. 100, et celles des fabriques de couleur d'environ 20 p. 100.

Les solutions d'acide sulfurique à 10 et à 20 p. 100 donnent des résistances de 85 à 74 p. 100 ; toutefois les bétons riches sont plus affectés que les bétons maigres.

D'une façon générale, les eaux impures réduisent davantage les résistances des bétons maigres que des bétons riches, après 28 jours de durcissement. Pour les dosages usuels de 1 : 5 et 1 : 4, la résistance augmente environ de 1 p. 100 pour chaque pourcentage supplémentaire de ciment. Les résistances diminuent d'une façon absolue lorsqu'il y a excès d'eau au gâchage et cela se produit aussi bien avec l'eau pure qu'avec l'eau impure. C'est ainsi qu'une augmentation de 1 p. 100 de la quantité d'eau, diminue la résistance d'autant, que si le dosage avait été réduit aussi de 1 p. 100. Une augmentation relativement légère de la quantité d'eau, produit une plus grande réduction de résistance que l'emploi de l'eau la plus impure que l'on trouve habituellement. Ces essais confirment de nouveau le rôle important que joue la quantité d'eau employée au gâchage, et l'attention que l'on doit y prêter.

La résistance des bétons ayant durci à l'humidité à une température normale, augmente avec l'âge aussi bien avec l'eau impure, qu'avec l'eau pure.

Les résultats obtenus avec des mortiers au dosage normal de 1 : 3 sont dans la plupart des cas similaires à ceux que nous venons d'indiquer, obtenus avec des bétons.

Le pourcentage d'eau nécessaire au gâchage de bétons de consistance normale est, sauf de rares exceptions le même pour l'eau impure que pour l'eau pure. Les eaux contenant de 5 à 20 p. 100 de sel ou des résidus d'huiles de raffineries ou enfin des sulfates et des acides, exigent un pourcentage un peu plus élevé que les eaux absolument pures.

La durée de prise du ciment portland, gâché à l'eau impure est sensiblement la même que celle du ciment gâché à l'eau pure. Il y a toutefois des exceptions. Dans la majorité des cas, les résistances sont plus faibles, lorsque la prise est plus lente, mais la plupart des essais démontra que la durée de prise n'est en tout cas pas une preuve concluante de la bonne qualité de l'eau employée.

Les effets de l'eau sucrée n'ont pas été expérimentés, car des essais précédents ont démontré que le sucre est préjudiciable à la prise et au durcissement du béton.

Le professeur Duff Abrams conclue, comme nous le faisions prévoir, que s'il fallait s'en tenir à la lettre de la plupart des prescriptions relatives à la qualité de l'eau employée, on en arriverait à ne pouvoir employer que de l'eau de pluie, ce qui est loin de correspondre aux nécessités réelles, les essais mentionnés ayant démontré de la façon la plus concluante que la présence de corps étrangers et d'impuretés dans l'eau de gâchage ne produit pas obligatoirement de mauvais bétons. Ce n'est pas leur présence qui a le plus d'importance, mais la quantité où elles commencent à pouvoir devenir nuisibles.

A. MERCIOT.
Ingénieur civil.

CALCUL APPROXIMATIF DES POUTRES NERVURÉES EN BÉTON ARMÉ

Par FERNAND CAMPUS, Ingénieur, Directeur technique adjoint des Travaux publics de la Sarre.

(*Suite et fin*) (1).

Flexion plane composée.

Nous examinerons indistinctement quelques cas de compression et de traction excentriques de pièces à armatures simples ou doubles. Il s'agit uniquement d'indiquer le principe de résolution des divers problèmes et de prouver la généralité d'application de la méthode.

a) Calcul des tensions :

Soient : $N = 30.000$ kg., $c = 13$ cm., $b = 150$ cm., $\omega' = 12{,}57$ cm² ($\gamma = 0$), $h - d' = 50$ cm., $\varepsilon = 10$ cm., $h = 54$ cm. D'après cela :

$$R'_a = \frac{N\left(c + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{\omega'\left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right)} = \frac{30.000\,(13 + 5)}{12{,}57 \times 45} = \frac{54.000}{565} = 960 \text{ kg. cm}^2.$$

(1) Voir *le Constructeur de Ciment armé*, mars et avril 1925.

D'autre part :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{15 \times 12{,}57}{150 \times 10} = 0{,}1257 = \mathrm{K} - \frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a}.$$

Comme $\eta = 5$, pour $\theta = 1{,}60$: $\mathrm{K} = 0{,}4625$, et :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = 0{,}4625 - \frac{15 \times 30.000}{150 \times 10 \times 960} = 0{,}1495.$$

Si $\theta = 1{,}70$: $\mathrm{K} = 0{,}429$, et :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = 0{,}429 - 0{,}313 = 0{,}116.$$

Donc : $\theta = 1{,}67$, et :

$$\mathrm{R}_b = \frac{960}{15 \times 1{,}67} = 38{,}4 \,\mathrm{kg.\,cm^2}.$$

Le calcul exact donne : $\mathrm{R}_b = 37{,}5$ kg. cm² et $\mathrm{R}'_a = 912$ kg. cm². Les erreurs respectives sont de 2,4 p. 100 et de 5,3 p. 100 par excès. L'erreur assez importante sur R'_a provient de ce que l'excentricité est relativement faible. L'emploi de la méthode n'est pas recommandable lorsque :

$$\frac{e - \frac{h-\varepsilon}{2}}{h - d' - \frac{\varepsilon}{2}} < 0{,}25.$$

b) Limite de sollicitation.

Ce problème peut se présenter sous deux aspects : calcul de l'excentricité limite d'un effet normal donné ou calcul de la limite de valeur d'un effort normal d'excentricité donnée.

Reprenons l'exemple précédent; supposons que $\mathrm{N} = 30.000$ kg. et que lim. $\mathrm{R}'_a = 1.000$ kg. cm² et lim. $\mathrm{R}_b = 40$ kg. cm².

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = 0{,}1257 = \mathrm{K} - \frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a}.$$

Supposons que : $\mathrm{R}'_a = 1.000$ kg. cm². Il résulte que :

$$\frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a} = \frac{15 \times 30.000}{150 \times 10 \times 1.000} = 0{,}30.$$

Donc : $0{,}1257 = \mathrm{K} - 0{,}30$ et $\mathrm{K} = 0{,}30 + 0{,}1257 = 0{,}4257$.

Comme $\eta = 5$, d'après le tableau (nº 66, p. 43) : $\theta = 1{,}71$, et $\mathrm{R}_b = 39$ kg. cm² < 40 kg. cm².

La valeur limite de l'excentricité est :

$$e = \frac{\omega' \mathrm{R}'_a \left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right)}{\mathrm{N}} + \frac{h-\varepsilon}{2},$$

$$e = \frac{12{,}57 \times 1.000 \times 45}{30.000} + \frac{44}{2} = 18{,}85 + 22 = 40{,}85 \text{ cm}.$$

Le calcul exact donne : $\mathrm{R}_b = 38{,}8$ kg. cm², $\mathrm{R}'_a = 1.000$ kg. cm² et $e = 43{,}5$ cm. L'erreur est de 0,5 p. 100 pour R_b, nulle pour R'_a et de 6,1 p. 100 pour e, la première par excès, la dernière par défaut. Au sujet de l'erreur sur e, je me réfère à la remarque finale de l'exemple précédent. Si la limite était conditionnée par le taux de sécurité de R_b au lieu de celui de R'_a, cela se reconnaîtrait immédiatement au cours du calcul. On adopterait alors la valeur limite de R_b et on calculerait les valeurs correspondantes de R'_a pour les valeurs essayées de θ.

Supposons ensuite que e soit fixé égal à 40 cm. et calculons la limite de N. Comme :

$$\mathrm{N}\left(e - \frac{h-\varepsilon}{2}\right) = \omega' \mathrm{R}'_a \left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right),$$

il en résulte que :

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{R}'_a} = \frac{\omega'\left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right)}{e - \frac{h-\varepsilon}{2}},$$

et que :

$$\frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a} = \frac{m\omega'}{b\varepsilon} \frac{h - d' - \frac{\varepsilon}{2}}{e - \frac{h-\varepsilon}{2}}.$$

Or :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = 0{,}1257,$$

donc :

$$\frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a} = 0{,}1257 \times \frac{45}{18} = 0{,}315.$$

Il en résulte que :

$$\mathrm{K} = \frac{m\omega'}{b\varepsilon} + \frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a} = 0{,}1257 + 0{,}315 = 0{,}4407.$$

Comme $\theta = 5$, il en résulte, d'après le même tableau, que $\theta = 1{,}665$, $\mathrm{R}_b = 40$ kg. cm² et $\mathrm{R}'_a = 999$ kg. cm².

La limite de N est donnée par :

$$\mathrm{N} = \frac{\omega' \mathrm{R}'_a \left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right)}{e - \frac{h-\varepsilon}{2}} = \frac{12{,}57 \times 999 \times 45}{40 - 22} = 31.400 \text{ kg}.$$

D'après le calcul exact : $\mathrm{R}_b = 40$ kg. cm², $\mathrm{R}'_a = 970$ kg. cm² et $\mathrm{N} = 32.000$ kg. L'erreur est nulle pour R_b, de 3 p. 100 par excès pour R'_a et de 1,85 p. 100 par défaut pour N.

c) Calcul des armatures.

Soient : $b = 150$ cm., $h - d' = 46$ cm., $h = 49$ cm., $\varepsilon = 9$ cm., $\mathrm{N} = 30.000$ kg. et $c = 15{,}5$ cm. On fixe $\gamma = 0{,}25$, lim. $\mathrm{R}_b = 42$ kg. cm² et lim. $\mathrm{R}'_a = 1.000$ kg. cm², $m = 15$.

Dans ce problème, c'est généralement la limite de sécurité de R'_a qui est atteinte. Dès lors :

$$\omega' = \frac{\mathrm{N}\left(c + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{\left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right)\mathrm{R}'_a} = \frac{30.000\,(15{,}5 + 4{,}5)}{41{,}5 \times 1.000} = \frac{60.000}{41.500} = 14{,}45 \text{ cm}^2.$$

Le calcul de R_b se fait alors comme dans le problème *a*,

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{15 \times 14{,}45}{150 \times 9} = 0{,}1605.$$

Comme $\eta = 5{,}11$, d'après le tableau, si $\theta = 1{,}60$: $\mathrm{K} = 0{,}4655$,

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{\mathrm{K} - \frac{m\mathrm{N}}{b\varepsilon \mathrm{R}'_a}}{1 - \gamma \mathrm{K}} = \frac{0{,}4655 - \frac{15 \times 30.000}{150 \times 9 \times 1.000}}{1 - 0{,}25 \times 0{,}4655},$$

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{0{,}4655 - 0{,}3333}{1 - 0{,}116} = \frac{0{,}1322}{0{,}884} = 0{,}1495.$$

Si $\theta = 1{,}50$: $K = 0{,}503$, et :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{0{,}503 - 0{,}333}{1 - 0{,}25 \times 0{,}503} = \frac{0{,}17}{0{,}874} = 0{,}1945.$$

Donc : $\theta = 1{,}5755$, et :

$$R_b = \frac{1.000}{15 \times 1{,}5755} = 42{,}3 \text{ kg. cm}^2.$$

Le taux de sécurité de R_b est dépassé d'une quantité insignifiante. On peut se contenter de ce résultat, car l'erreur est par excès. En effet, le calcul exact donne : $R'_a = 1.000$ kg. cm², $R_b = 41{,}8$ kg. cm² et $\omega' = 13{,}86$ cm². Les erreurs sont donc de 1,2 p. 100 pour R_b et de 4,25 p. 100 pour ω'.

Si la solution était conditionnée par la limite de R_b, il faudrait procéder comme dans l'application *f* ci-après. On essaie une première valeur de θ. Comme on connaît R_b, on en déduit : $R'_a = \theta m R_b$; on calcule ensuite :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon},$$

par la formule :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{K - \dfrac{mN}{b\varepsilon R'_a}}{1 - \gamma K}.$$

On en déduit :

$$\omega' = \frac{b\varepsilon}{m}\,\frac{K - \dfrac{mN}{b\varepsilon R'_a}}{1 - \gamma K},$$

et :

$$N = \frac{\omega'\left(h - d' - \dfrac{\varepsilon}{2}\right) R'_a}{e - \dfrac{h - \varepsilon}{2}},$$

Cette valeur de N est inférieure ou supérieure à la valeur réelle. On essaie une autre valeur de θ, qui donne une seconde valeur fausse de N. Par interpolation pour obtenir la valeur vraie de N, on détermine la valeur exacte de θ, d'où l'on déduit celles de R'_a et de ω'. La méthode est la même pour la flexion simple (application *c*).

d) Résistance maximum d'une section donnée.

C'est l'analogue du problème *e* pour la flexion simple. Il n'a guère de signification pratique pour la flexion composée. Pour montrer la généralité de la méthode, je me borne à indiquer la marche théorique à suivre pour résoudre l'application. Pour plus de généralité, nous supposons qu'une certaine valeur de γ est fixée à priori.

Les données sont : b, ε, $h - d'$, h, γ, R'_a, R_b et m. Donc :

$$\eta = \frac{h - d'}{\varepsilon},$$

et

$$\theta = \frac{R'_a}{mR_b}.$$

Comme :

$$\frac{N}{R'_a} = \frac{\omega'\left(h - d' - \dfrac{\varepsilon}{2}\right)}{e - \dfrac{h - \varepsilon}{2}},$$

il en résulte que :

$$\frac{mN}{b\varepsilon R'_a} = \frac{m\omega'}{b\varepsilon}\,\frac{h - d' - \dfrac{\varepsilon}{2}}{e - \dfrac{h - \varepsilon}{2}},$$

et :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{K - \dfrac{m\omega'}{b\varepsilon}\,\dfrac{h - d' - \frac{\varepsilon}{2}}{e - \frac{h - \varepsilon}{2}}}{1 - \gamma K}.$$

Cette relation fournit une équation du 1er degré en $\dfrac{m\omega'}{b\varepsilon}$, facile à résoudre et d'où l'on déduit la valeur de ω'. Dès lors :

$$\left[N\left(e - \frac{h - \varepsilon}{2}\right)\right]_{max} = \omega'\left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right) R'_a.$$

Si e est donné, on en déduit la valeur maximum de N; si N est donné, la valeur maximum de e.

e) Calcul de l'armature comprimée.

Soient : $b = 150$ cm., $h - d' = 50$ cm., $\varepsilon = 10$ cm., $h = 54$ cm., $N = 30.000$, $c = 23$ cm., $R'_a = 1.000$ kg. cm² et $R_b = 40$ kg. cm², $m = 15$. Il s'agit de calculer ω' et ω ou γ. Or :

$$\theta = \frac{R'_a}{mR_b} = 1{,}667,$$

et :

$$\omega' = \frac{N\left(c + \dfrac{\varepsilon}{2}\right)}{\left(h - d' - \dfrac{\varepsilon}{2}\right) R'_a} = \frac{30.000\,(23 + 5)}{45 \times 1.000} = \frac{840.000}{45.000} = 18{,}65 \text{ cm}^2.$$

D'après le tableau, comme $\eta = 5$: $K = 0{,}440$.

Or :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = \frac{K - \dfrac{mN}{b\varepsilon R'_a}}{1 - \gamma K},$$

d'où :

$$\frac{15 \times 18{,}65}{150 \times 10} = \frac{0{,}44 - \dfrac{15 \times 30.000}{150 \times 10 \times 1.000}}{1 - 0{,}44\,\gamma},$$

ou :

$$0{,}1865 = \frac{0{,}14}{1 - 0{,}44\,\gamma}.$$

Il en résulte que :

$$\gamma = \frac{0{,}1865 - 0{,}14}{0{,}44 \times 0{,}1865} = \frac{0{,}0465}{0{,}082} = 0{,}567.$$

Le calcul exact donne : $\omega' = 18{,}05$ cm² et $\gamma = 0{,}468$; les erreurs comportent 3,3 p. 100 et 21 p. 100 par excès. L'erreur sur l'armature totale $\omega + \omega'$ est d'environ 10,2 p. 100. L'importance de l'erreur sur γ provient de ce que :

$$d = 4 \text{ cm.} < \frac{\varepsilon}{2},$$

et de la faible valeur même de γ.

f) Calcul de la hauteur.

Considérons pour ce problème un cas de traction excentrique de pièce à armature simplement étendue. Soient : $b = 100$ cm., $\varepsilon = 10$ cm., $d' = 4$ cm., $R'_a = 1.200$ kg. cm², $R_b = 40$ kg. cm², $m = 15$, $N = -10.000$ kg. et $e = -80$ cm. Donc :

$$\theta = \frac{R'_a}{mR_b} = 2{,}00.$$

Si $\eta = 4$: $h - d' = 40$ cm., $K = 0{,}3125$ et :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = K - \frac{mN}{b\varepsilon R'_a} = 0{,}3125 + 0{,}125 = 0{,}4375;$$

d'où : $\omega' = 29{,}2$ cm^2, et :

$$N = \frac{\omega' R'_a \left(h - d' - \frac{\varepsilon}{2}\right)}{e - \frac{h - \varepsilon}{2}} = \frac{29{,}2 \times 1.200 \times 35}{-80 - \frac{34}{2}} = -\frac{29{,}2 \times 42.000}{97}$$
$$= -12.630 \text{ kg}.$$

Si $\eta = 3$: $h - d' = 30$ cm., $K = 0{,}250$, et :

$$\frac{m\omega'}{b\varepsilon} = 0{,}250 + 0{,}125 = 0{,}375.$$

Donc : $\omega' = 25$ cm^2, et :

$$N = \frac{25 \times 1.200 \times 25}{-80 - \frac{24}{2}} = -\frac{25 \times 30.000}{92} = -8.150 \text{ kg}.$$

Donc : $\eta = 3{,}41$, $h - d' = 34{,}1$ cm. et $\omega' = 26{,}75$ cm^2.

Le calcul exact donne : $h - d' = 33{,}15$ cm. et $\omega' = 26{,}4$ cm^2. Les erreurs sont respectivement de 2,85 p. 100 et de 1,3 p. 100 par excès. Le degré d'approximation est très favorable, surtout si l'on tient compte de la faible valeur de η.

CONCLUSION

Les exemples traités montrent que la méthode permet de résoudre tous les problèmes avec facilité et une précision suffisante pour tous les avant-projets dans les cas courants. Les degrés d'erreur des solutions approximatives des applications, qui ont été choisies au hasard, sont généralement satisfaisants. Ils sont toujours modérés et s'exercent dans le sens d'une plus grande sécurité dans tous les cas où $d < \frac{\varepsilon}{2}$, (ce qui est habituellement réalisé). La méthode convient donc bien pour les calculs rapides, mais il est recommandable de vérifier toujours les projets définitifs par les méthodes de calcul rigoureuses, en tenant compte même, dans certains cas, de la compression du béton de la nervure.

F. CAMPUS.