Travail dirigé

Conceptualiser et évaluer les connaissances pour enseigner les mathématiques – Séances 2 et 3

Isabelle Demonty
Université de Liège
et Luxembourg

Annick Fagnant
Université de Liège

Joëlle Vlassis
Université de Luxembourg

Vue d’ensemble sur le Travail Dirigé

Objectif :

créer un espace de discussion sur la conceptualisation des connaissances pour enseigner et les diverses modalités de leur évaluation

Support :

Travaux variés réalisés dans le cadre de la formation initiale ou continuée d’enseignants

Organisation

Séance 1

Séance 2

Séance 3

Evaluation des connaissances pour enseigner

En formation initiale
(Valentina Celi, Pascale Masselot et Frédérick Tempier)

En formation continuée

Analyse d'une tache visant à évaluer une unité d'enseignement

Etude de cas

Conceptualisation des connaissances pour enseigner

Découverte d'outils quantitatifs

Approfondissement de la réflexion en algèbre élémentaire

Découverte d'un outil
Utilisation de cet outil en recherche

Conceptualisation des connaissances pour enseigner

Aspects abordés dans ce thème

1- Les connaissances pédagogiques de contenu (Les apports de Shulman, 1987)

2- Les connaissances mathématiques pour enseigner (Modèle de Ball et al, 2008)

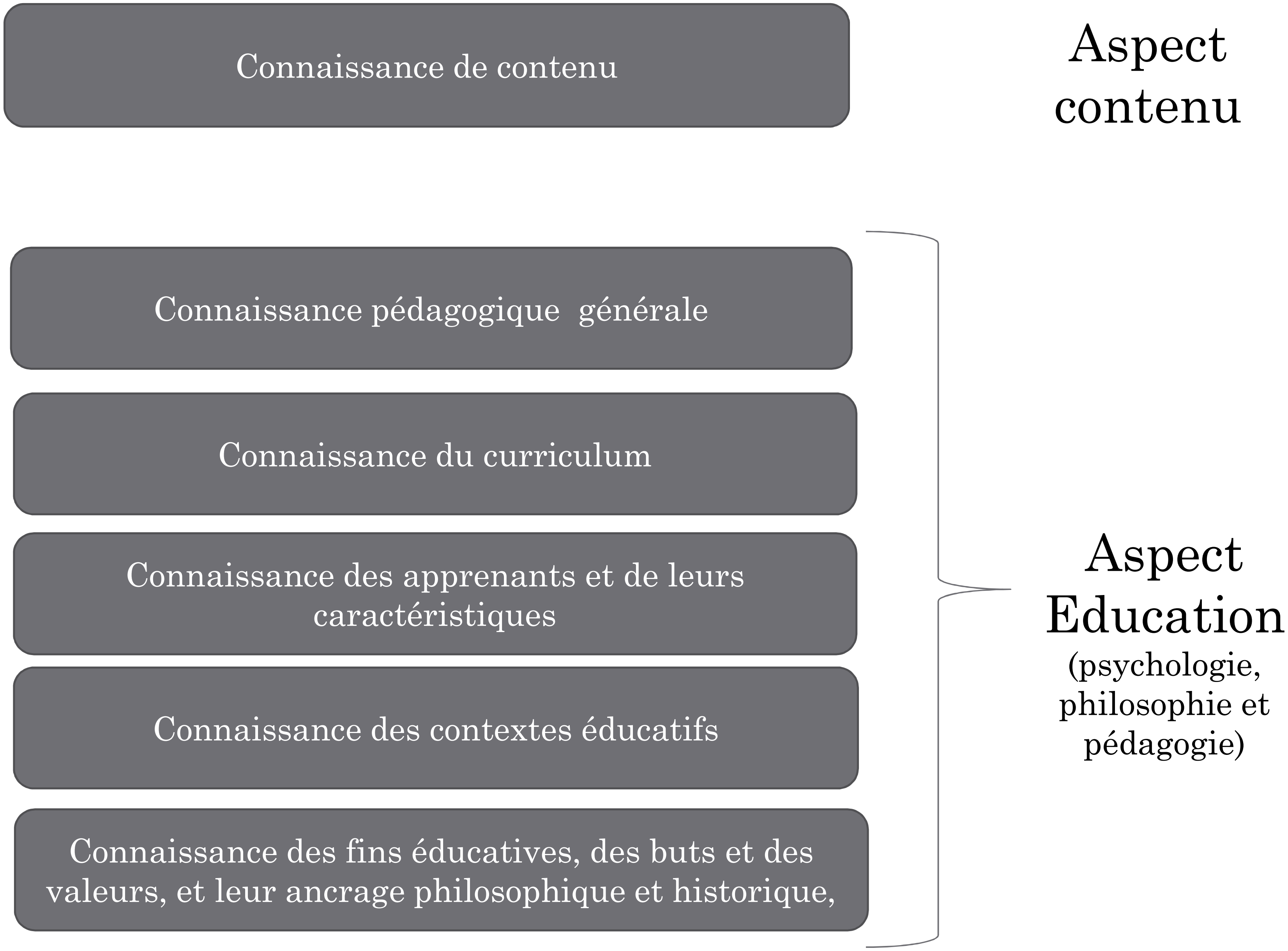
3- Découverte d’outils pour évaluer les connaissances pour enseigner

4- Les avancées récentes dans le domaine des connaissances pour enseigner

1. Les connaissances pédagogiques de contenu - Shulman (1987)

- Sciences de l’éducation
- Objet de recherche : préciser la nature des connaissances nécessaires pour enseigner

Depaepe, Verschaffe, & Kelchtermans (2013)


Connaissance de contenu
Aspect contenu
Connaissance pédagogique générale
Connaissance du curriculum
Connaissance des apprenants et de leurs caractéristiques
Connaissance des contextes éducatifs
Connaissance des fins éducatives, des buts et des valeurs, et leur ancrage philosophique et historique,
Aspect Education (psychologie, philosophie et pédagogie)

- Observation de pratiques de classes dans diverses disciplines

  → distinction artificielle entre contenu et pédagogie

- Manque un paradigme essentiel dans les recherches portant sur les connaissances des enseignants

Connaissance pédagogique de contenu (PCK)

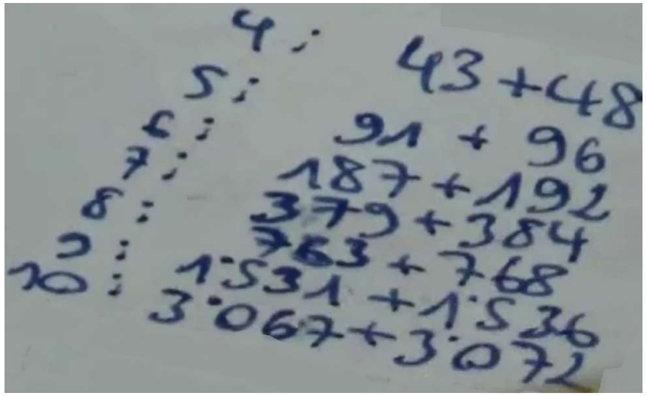
= amalgame entre connaissance du contenu et de la pédagogie qui est spécifique au métier d'enseignant

Depaepe, Verschaffe, & Kelchtermans (2013)

Illustration :

Un enseignant propose l'activité ci-contre à ses élèves de 15 ans (niveau 4e).

Il passe dans un groupe et constate le raisonnement suivant

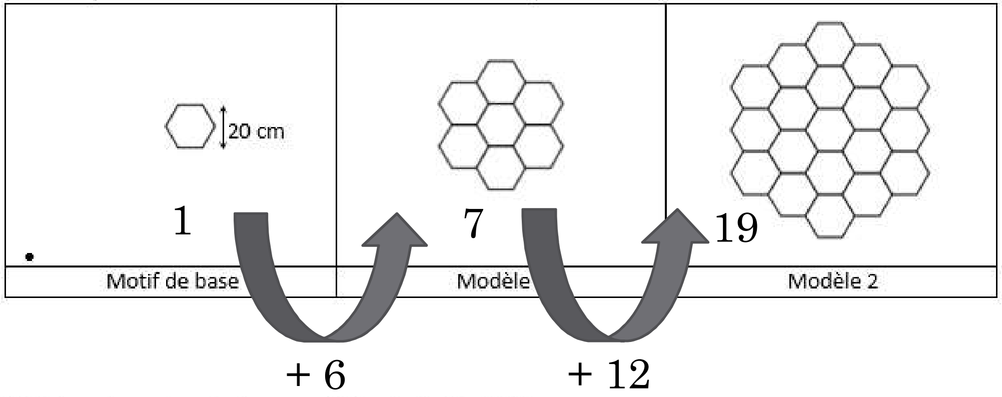


Il demande aux élèves d'expliquer leur démarche et ceux-ci répondent qu'ils ont vu qu'il fallait faire plus 6 pour le modèle 1, plus 12 pour le modèle 2 et ils ont continué comme ça pour les autres modèles…

Patchwork

Tania réalise des tapis à partir de pièces de formes hexagonales.
Une pièce hexagonale lui coûte 0,50€. Elle a une hauteur de 20 cm.
Tania voudrait fabriquer des tapis de plusieurs tailles.

- Chaque modèle est obtenu en entourant le précédent par des motids de base :



1) Déterminer le prix des modèles 1, 2, 4 et 10.

Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
7	19	31
1+6	1+6+12	1+6+12+18
1+1.6	1+1.6+2.6	1+1.6+2.6+3.6

A votre avis, quelles connaissances sont nécessaires pour pouvoir aider les élèves de ce groupe ?

Connaissance de contenu

Connaissance pédagogique de contenu

Démarches (partiellement correctes ou non) des élèves

Stratégies d’enseignement

Connaissance pédagogique générale

Connaissance du curriculum

Connaissance des apprenants et de leurs caractéristiques

Connaissance des contextes éducatifs

Connaissance des fins éducatives, des buts et des valeurs, et leur ancrage philosophique et historique,

Critiques apportées au modèle de Shulman (Depaepe et al, 2013)

1) Manque d’un ancrage théorique et empirique pour prouver que la connaissance pédagogique de contenu est indispensable au métier d’enseignant

2) Statut de la connaissance pédagogique de contenu

Vision statique

connaissance factuelle qui pourrait s’acquérir et s’appliquer en dehors de tout contexte de classe

Vision dynamique

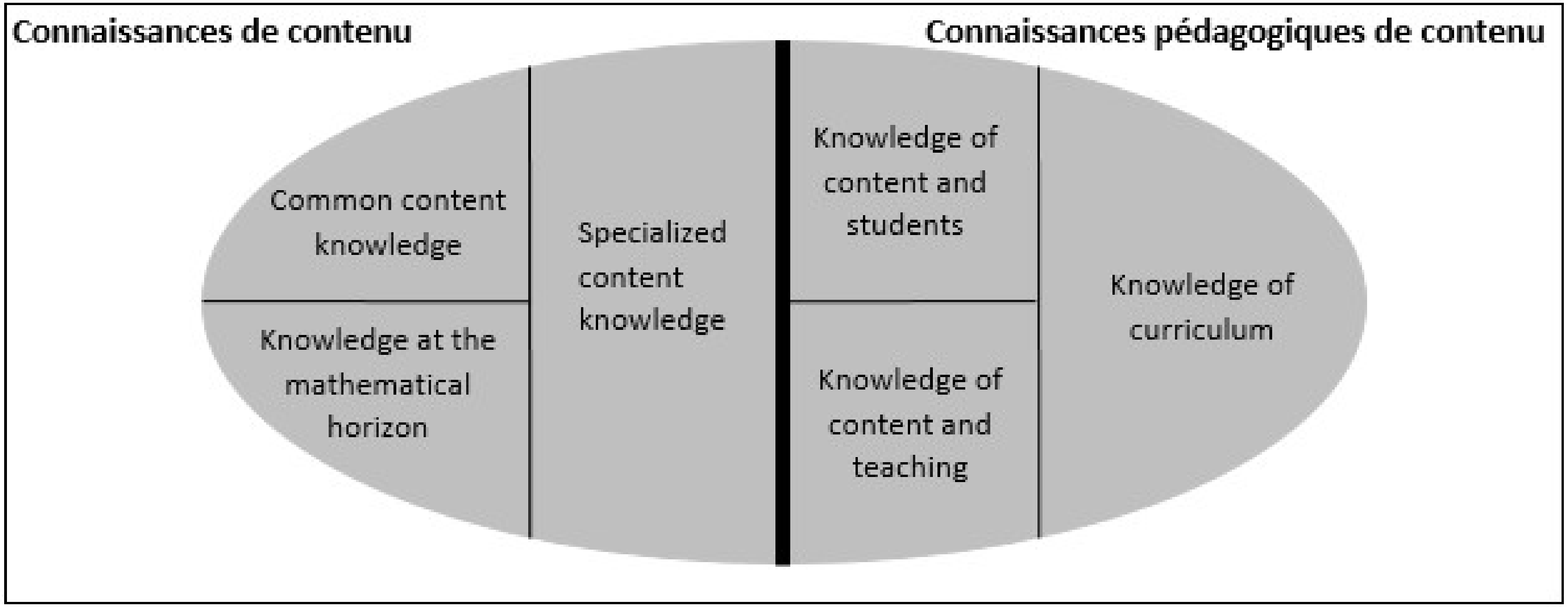
Connaissance en acte qui inhérente à l’acte d’enseigner dans un contexte particulier

3) La connaissance pédagogique de contenu est-elle vraiment dissociable (théoriquement et empiriquement) de la connaissance de contenu?

4) Les facettes de la connaissance pédagogique de contenu sont plus larges que simplement les conceptions des élèves et les stratégies d’enseignement

   => ? connaissances du curriculum, ? émotions

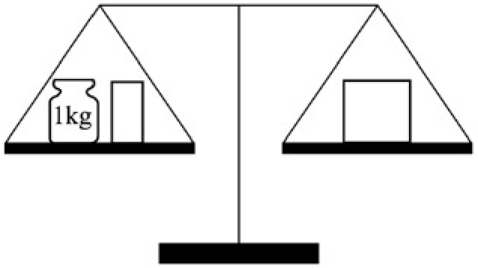
2. Les connaissances mathématiques pour enseigner (Ball et al, 2008)



Certaines de ces connaissances relèvent des mathématiques pour elles-mêmes (***content knowledge***)

- Etre soi-même capable d'effectuer les exercices que l'on va travailler avec les élèves (*Common content knowledge)*
- Connaitre des aspects mathématiques particuliers au métier d'enseignant : être capable de résoudre un même problème de plusieurs façons, disposer par exemple de différentes supports pour représenter l'opération de multiplication (*Specialized content knowledge)*
- Savoir situer les thématiques mathématiques de l'année où l'on enseigne par rapport à celles qui ont été vues avant et celles qui seront vues après (*Knowledge at the mathematical horizon*)

Les objets placés sur cette balance sont-ils en équilibre? Sur le plateau de gauche, il y a une masse de 1 kg et une demi brique. Sur le plateau de droite, il y a une brique entière.



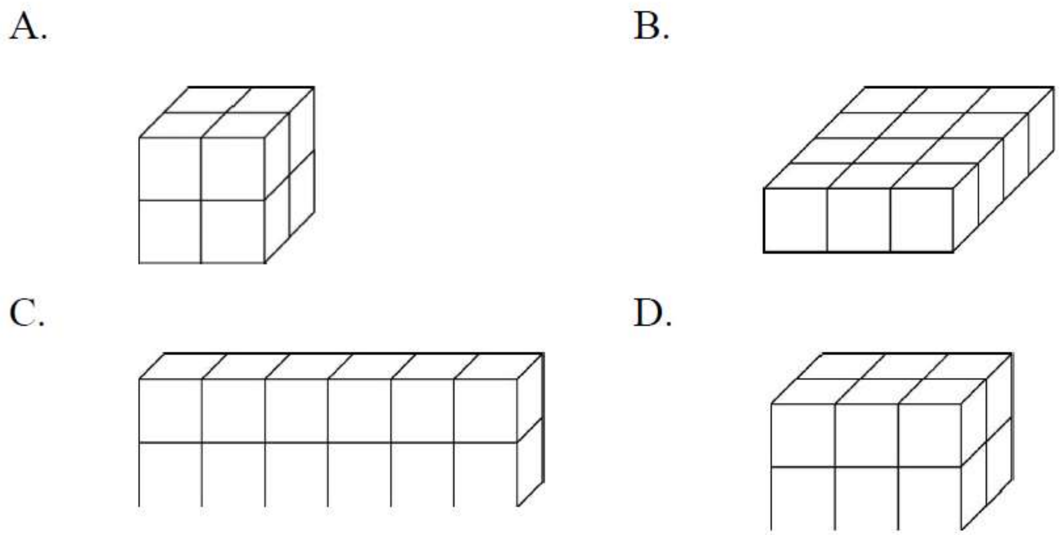
Quelle est la masse d'une brique entière?

a. 0,5kg
b. 1 kg
c. 2 kg
d. 3 kg

IEA, 2008

Le problème suivant a été donné à un élève de primaire:

Tous les petits cubes ont la même taille. Quel ensemble de cubes a un volume différent des autres?



Quelle est la réponse correcte à la question?

IEA, 2008

D’autres relèvent d’une mise en relation de concepts mathématiques et de connaissances pédagogiques (**connaissances pédagogiques de contenus**)

- Mise en relation du contenu et des élèves (« *knowledge of content and students* ») : analyser et comprendre les démarches, les erreurs des élèves ainsi que les concepts qui leur posent particulièrement problème

- Centration sur l’enseignement proprement dit (« *knowledge of content and teaching* ») : disposer d’un répertoire d’exemples particulièrement parlants à utiliser à des moments spécifiques, analyser et sélectionner des activités intéressantes pour introduire un nouveau contenu mathématique…

- Connaissance du curriculum (« *knowledge of content and curriculum* »)

En voulant apprendre aux élèves à mesurer des longueurs pour la première fois, Mme Ho préfère commencer par demander aux élèves de mesurer la longueur de leur cahier à l'aide d'attaches trombones, puis de marqueurs.

Donner deux raisons qu'elle aurait de préférer cette technique plutôt que de simplement apprendre aux élèves à utiliser une règle graduée?

Correction:

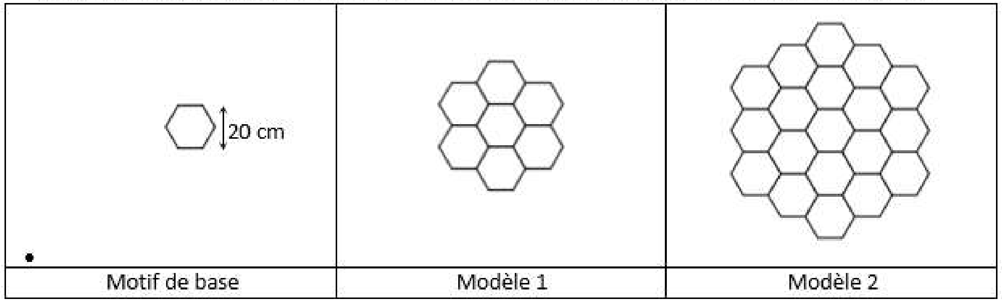
- Argument 1: comprendre ce qu'est la mesure
- Argument 2 : nécessité d'une unité commune
- Argument 3 : choisir l'unité la plus appropriée

IEA, 2008

Un élève travaille sur le problème suivant :

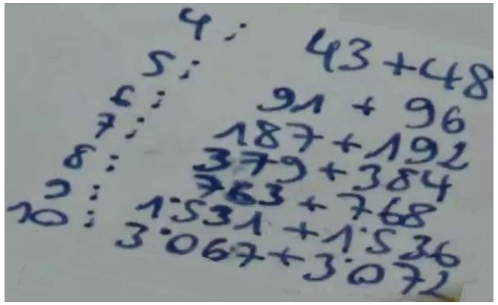
Tania réalise des tapis à partir de pièces de formes hexagonales.
Une pièce hexagonale lui coûte 0,50€. Elle a une hauteur de 20 cm.
Tania voudrait fabriquer des tapis de plusieurs tailles.

- Chaque modèle est obtenu en entourant le précédent par des motids de base :



Déterminer le prix des modèles 1, 2, 4 et 10.

Après avoir compté les hexagones des modèles 1 et 2, cet élève écrit rapidement les calculs ci-contre sur sa feuille.



Quel problème l'élève rencontre-t-il ?

3. Découverte d’outils pour évaluer les connaissances pour enseigner (MKT)

Etape 1 : découvrir et répondre aux questions individuellement

10 minutes

Etape 2 : Travail par groupes (1 => 6)

- Comparer les réponses obtenues
- Identifier la connaissance ciblée
- Choisir la question qui vous parait la plus intéressante et que vous devrez présenter aux autres groupes

15 minutes

Aide pour identifier la connaissance ciblée

- Certaines de ces connaissances relèvent des mathématiques pour elles-mêmes (***content knowledge***)
- D'autres relèvent de la mise en relation du contenu et des élèves (***knowledge of content and students***) : analyser et comprendre les démarches, les erreurs des élèves ainsi que les concepts qui leur posent particulièrement problème
- D'autres enfin se centrent sur l'enseignement proprement dit (***knowledge of content and teaching***) : disposer d'un répertoire d'exemples particulièrement parlants à utiliser à des moments spécifiques, analyser et sélectionner des activités intéressantes pour introduire un nouveau contenu mathématique…

Solutions

- Groupes 1 et 2 => Connaissances de contenu
- Groupes 3 et 4 => Mise en relation du contenu et des élèves
- Groupes 5 et 6 => Enseignement proprement dit

Etape 3 : Travail par groupes (A => H)

- Se présenter mutuellement les types de questions
- Critiquez l’approche (aspects positifs et négatifs)

    Prévoir un rapporteur

20 minutes

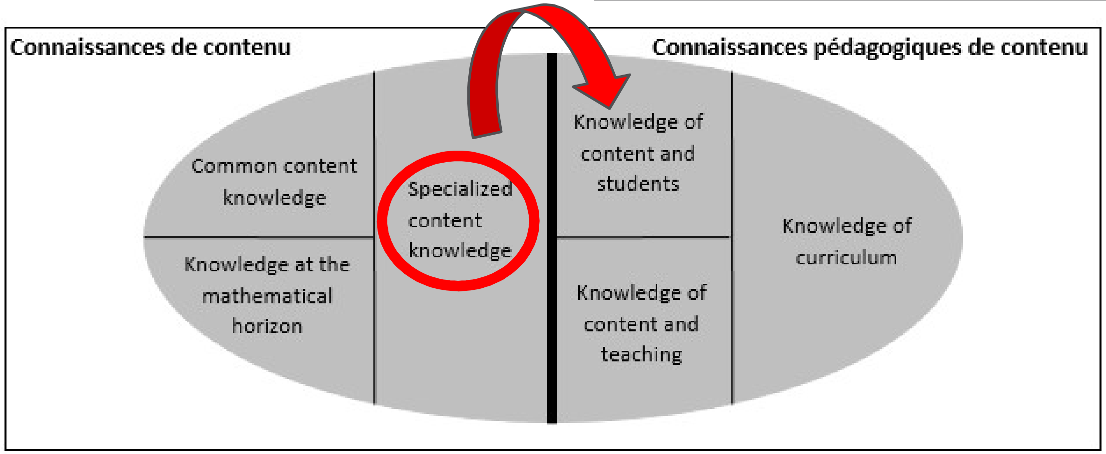
Synthèse : Avantages et limites du modèle

- Modèle = résultat de recherches empiriques sur ce dont les enseignants ont besoin
- Tests qui ont pu être validés statistiquement

- Toutes les catégories sont-elles distinctes?

  Théoriquement, « specialized content knowledge ⇔ PCK?

  Empiriquement, les analyses factorielles ne confirment pas la distinction proposée
- vision statique des connaissances pour enseigner



+ difficulté à concevoir des distracteurs pour les QCM…

Depaepe et al (2013)

Quelques résultats importants des approches quantitatives (COACTIV project /TEDS math/ MKT)

- Lien entre connaissances des enseignants et résultats des élèves, même après avoir contrôlé certaines variables « élève » (SES, genre) ou « enseignant » (années d'expérience, méthode privilégiée d'enseignement)
- Les deux types de connaissances (CK et PCK) sont empiriquement dissociables mais sont aussi positivement corrélées
  - CK et plus encore PCK sont des prédicteurs importants de la compétence enseignante mais
  - PCK ne pourront se développer que si les enseignants ont un niveau suffisant de CK
- Une formation mathématique plus poussée engendre de meilleurs scores tant au niveau des CK que des PCK (comparaison des enseignants du primaire et du secondaire)

4. Les avancées récentes dans le domaine des connaissances pour enseigner

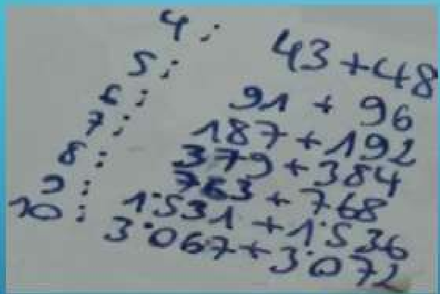
Les recherches actuelles réalisées dans le domaine plaident pour :

1) Un approfondissement de la réflexion dans le cadre de contenus mathématiques plus ciblés

2) Importance de développer les deux approches des connaissances pour enseigner
   - des approches plus cognitives (vision statique)
   - des approches plus situées (vision dynamique)

Un exemple d'approche plus située des connaissances pour enseigner…

- En regardant les feuilles d'un élève du groupe, Isabelle se questionne sur la production suivante qui concerne le calcul du nombre d'hexagones



1) Comment interprétez-vous cette production ?
2) Seriez-vous intervenu auprès de l'élève ?
   Si non, pourquoi et si oui, dans quel sens ?

Quelques résultats importants des approches situées

- Ces études permettent d'approcher un peu plus finement la manière dont les connaissances des enseignants se mettent réellement en acte dans les classes
- Elles montrent les liens étroits entre les différents types de connaissances, lorsque l'enseignant est face à ses élèves.
- Elles insistent également sur l'importance de questionner les enseignants sur les raisons de leur choix (plutôt que de les évaluer sur la mobilisation effective de leurs connaissances en classe).

Ces deux perspectives sont complémentaires et contribuent à approfondir ce champs de recherche encore jeune sur les connaissances pour enseigner les mathématiques.

Approfondissement de la réflexion en algèbre élémentaire

Aspects abordés

1- Présentation de la recherche ayant aboutit à la création du questionnaire

3 - Découverte du questionnaire

3 - Principaux résultats qui découlent de son analyse

2. Présentation de la recherche ayant abouti à l'élaboration d'un questionnaire

But de la recherche

Mieux comprendre comment les connaissances pour enseigner sont effectivement utilisées par les enseignants lorsqu'ils complètent un questionnaire

+ recueillir de l'information pour piloter un programme de formation continuée d'enseignants

Cadre théorique de la recherche

1. Le fait de concevoir un questionnaire sur un champs plus restreint de savoir permet d'aborder la question de la **variabilité dans l'utilisation des connaissances pour enseigner**

Hill et al (2004, 2008 et 2012) ont approfondi cette variabilité en comparant les résultats des enseignants à leur test et leurs démarches en classe.

- Les enseignants ayant un score élevé au test ont tendance à éviter les erreurs mathématiques et proposent un enseignement dense et rigoureux. Ces éléments ne sont pas pour autant absents chez les autres enseignants, mais ils sont beaucoup plus variables

- Dans leurs recherches plus récentes, ces auteurs constatent que ce phénomène de variabilité dans l'utilisation des connaissances touchent une grande majorité d'enseignants (ceux situées entre les percentiles 25 et 75 à l'épreuve).

=> Nous voulions analyser ce phénomène de variabilité dans l'utilisation des connaissances pour enseigner, dans le but de voir si les enseignants utilisaient leurs connaissances dans une série de situations où elles leur seraient bien utiles.

- En vue d'établir un diagnostic varié des connaissances pour enseigner l'algèbre élémentaire, il était important d'envisager un panel représentatif non seulement des activités réalisées en algèbre élémentaire mais aussi des tâches spécifiques que les enseignants sont amenés à mener en algèbre

	Activités générationnelles	Activités transformationnelles	Activités de niveau méta-global
Knowledge of content and students	Approches variées Difficultés à effectuer des opérations sur l'inconnue et à utiliser le langage symbolique	Tendance à finir les expressions (2a + 3 = 5a) Calculateurs aveugles	Efficacité des démarches arithmétiques Traduction directe du langage courant en langage mathématique
Knowedge of content and teaching	S'appuyer sur les approches variées pour aider les élèves à développer une bonne compréhension du langage symbolique	Approches qui visent à aider les élèves à donner du sens aux expressions qu'ils utilisent	Importance de bien choisir les activités de niveau méta-global en tenant compte du fait que les élèves risquent de les appréhender de façon arithmétique

Construction du questionnaire

Littérature de recherche

- Identifier les éléments essentiels à évaluer
- Elaborer des études de cas pertinentes
- Prévoir les critères de correction

ESSAI PILOTE 1
1e version du questionnaire

- Anticipations des réponses des enseignants
- Entretiens individuels avec 5 enseignants
- Adaptation des questions.

ESSAI PILOTE 2
40 enseignants

- Réviser le guide de codage (Double codage)
- Validité empirique (R.bis et alphas de Cronbach)
- Sélection des questions (21 items – 10 cas)

VALIDATION FINALE
88 enseignants

- Validité empirique:
  - R.bis (entre 0,22 et 0,56 – moyenne de 0,38)
  - Alpha de Cronbach : 0,73)
- Double codage des réponses des enseignants

1. Découverte du questionnaire

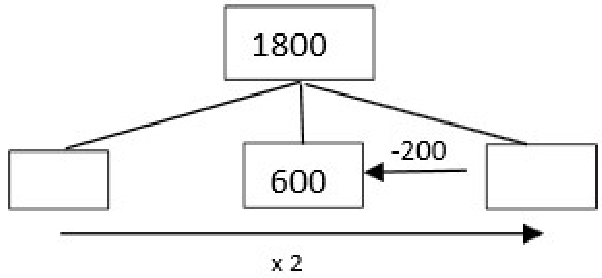
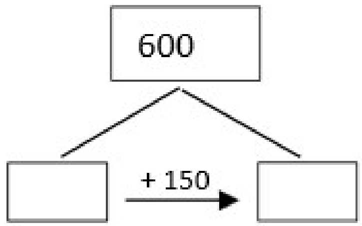
10 minutes

Cas 1, 2, 3 (partie 1) et 9.

Commentaires sur les cas

Les cas 1 et 2 impliquent tous les deux une même connaissance : les potentialités des démarches arithmétiques des élèves, qui n'impliquent pas de réaliser des opérations impliquant des quantités indéterminées

Cas n°1

Problème	Modélisation mathématique	Résolution algébrique	
Problème 1 Un père partage une somme de 1800 euros entre ses trois filles : Aurélie, Béatrice et Céline. Il donne 2 fois plus à Céline qu'à Aurélie et il donne 200 euros de moins à Béatrice qu'à Céline. Béatrice reçoit 600 euros. Combien les autres enfants ont-ils reçu ?		Si x est la part d'Aurélie, $x + 2x + (2x - 200) = 1800$ $5x - 200 = 1800$ $5x = 2000$ $x = 400$ Aurélie a 400, Céline a 800 et Béatrice a 600	60%
Problème 2 Un père partage une somme de 600 euros entre ses deux filles : Aurélie et Béatrice. Il donne 150 euros de plus à Béatrice qu'à Aurélie. Combien chaque enfant a-t-il reçu ?		Si x est la part d'Aurélie, $x + (x + 150) = 600$ $2x + 150 = 600$ $2x = 450$ $x = 225$ Aurélie a 225 et Béatrice a 375	15%

Les enseignants sont-ils conscients de l'efficacité des stratégies arithmétiques des élèves?

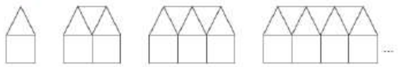
Cas n°2

Les problèmes que pose l'introduction des équations	Pour introduire la résolution d'équations
• En primaire, les élèves ont développé des stratégies parfois très efficaces pour résoudre des équations où l'inconnue se situe dans un membre (x + 3) . 5 = 50 10 . 5 = 50 => x = 10-3=7 • La méthode formelle se détache de ces démarches arithmétiques, car elle impose de s'intéresser aux propriétés de l'égalité. (x + 3) . 5 = 50 5x + 15 = 50 5x + 15 – 15 = 50 - 15 x = 7	Importance de montrer aux élèves les limites de leurs démarches intuitives, quitte à introduire la méthode formelle sur des énoncés plus compliqués (inconnue dans les deux membres)

⇔ Aide l'élève à garder le contrôle sur ses apprentissages et à y trouver de la cohérence

Les cas 3a et 9 abordent tous deux une autre problématique de l’enseignement de l’algèbre : la difficulté des élèves à donner du sens aux lettres utilisées dans les calculs algébriques.

Cas n°3

Situations rencontrées en secondaire	
① Réduis l’expression algébrique suivante : ***3a – 2a + 5b = …***	**Quel sens pensez-vous que vos élèves donneraient à la lettre dans ce type de situations ?** …………………………………………………………
② Observe cette suite de figures composées de carrés et de triangles:  1) Détermine le nombre de triangles de la figure composée de 7 carrés. 2) Propose une formule qui permet de calculer le nombre de triangles en fonction du nombre ***n*** de carrés.	**Quel sens pensez-vous que vos élèves donneraient à la lettre dans ce type de situations ?** …………………………………………………………

Les enseignants sont-ils conscients des difficultés des élèves pour donner du sens à la lettre dans les calculs algébriques (comparativement aux activités de généralisation)

Cas n°9

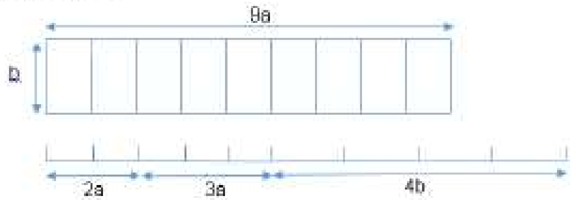
Tiennent-ils compte de cette difficulté lorsqu'il s'agit d'aider un élève qui additionne des termes non semblables (erreur fréquemment rencontrée par les élèves débutant en algèbre) ?

Face à une somme algébrique comme 3a + 2a + 4b, les élèves ont souvent tendance à additionner les termes non semblables pour obtenir la réponse 9ab. Voici plusieurs façons de réagir à ce type d'erreur :

a) Leur montrer que pour réduire une somme algébrique, il faut mettre en évidence un facteur commun, et qu'il n'y a pas de facteur commun entre 5a et 4b (on ne peut donc pas réduire cette expression algébrique) : 3a + 2a + 4b = a (3+2) + 4b = 5a + 4b.

b) Leur expliquer qu'en mathématiques, on n'additionne pas des pommes et des poires. On peut donc additionner les termes en a, les termes en b, mais pas des termes en a avec des termes en b : la réponse 9ab n'a donc pas de sens.

c) Leur montrer que l'expression 9ab pourrait désigner l'aire d'un rectangle de longueur 9a et de largeur b, alors que l'expression 3a +2a +4b ne pourrait pas désigner la même aire :



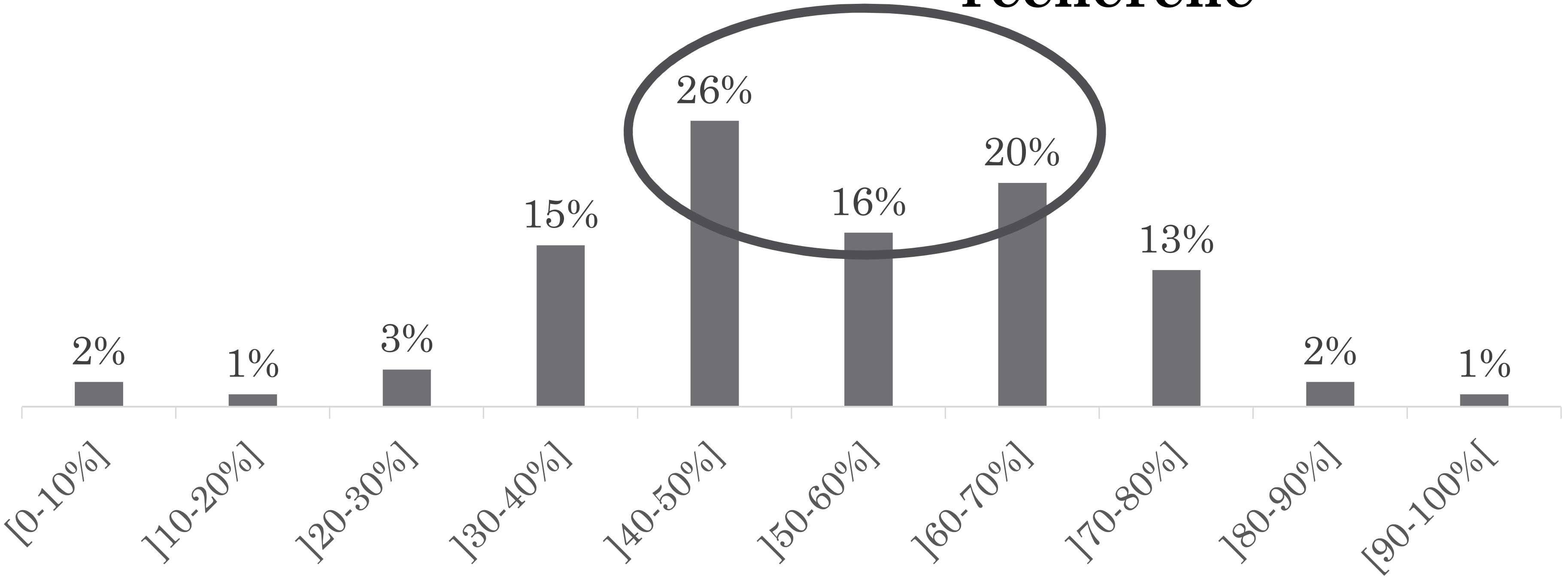
d) Leur expliquer que lorsqu'on a une somme à réduire, on ne peut que réduire les termes qui ont la même partie littérale. Or, les termes 5a et 4b n'ont pas la même partie littérale. On ne peut donc pas les additionner.

e) Faire remplacer a et b pas des nombres et constater que, la plupart du temps, la réponse est différente pour « 3a + 2a + 4b » et « 9ab ». Elle n'est la même que si a et b sont tous les deux égaux à 1.

f) Faire expliquer le sens des expressions « 3a + 2a + 4b » et « 9ab », mettre en évidence le fait qu'elles ont une valeur qui dépend de a et b, valeur qui n'est pas toujours la même pour « 3a + 2a + 4b » ou pour « 9 ab ».

3. Principaux résultats

62% ont des réponses partiellement compatibles avec la littérature de recherche



Analyse plus approfondie des réponses

Approcher plus finement le phénomène de variabilité dans l'utilisation effective des connaissances pour enseigner

1) Familiarité avec les démarches arithmétiques de résolution de problèmes

2) Difficulté des élèves à donner sens aux activités transformationnelles

1) Familiarité avec les démarches arithmétiques de résolution de problèmes

Deux enseignants, Steve et Dirk, comparent la difficulté des deux problèmes suivants pour des élèves de 12 à 14 ans.

Problème 1
Un père partage une somme de 1800 euros entre ses trois filles : Aurélie, Béatrice et Céline. Il donne 2 fois plus à Céline qu'à Aurélie et il donne 200 euros de moins à Béatrice qu'à Céline. Béatrice reçoit 600 euros. Combien les autres enfants ont-ils reçu ?
Problème 2
Un père partage une somme de 600 euros entre ses deux filles : Aurélie et Béatrice. Il donne 150 euros de plus à Béatrice qu'à Aurélie. Combien chaque enfant a-t-il reçu ?

<table>
<tr><th>L'avis de Steve :</th><th>L'avis de Dirk :</th></tr>
<tr><td>Le problème 1 me semble bien plus compliqué à résoudre que le deuxième pour 3 raisons :
1. il y a plus de phrases à lire dans le problème 1 que dans le problème 2 ;
2. le total est réparti entre 3 enfants dans le problème 1, il n'y en a que 2 dans le problème 2 ;
3. même si, dans le problème 1, le montant de Béatrice est connu, il y a quand même deux inconnues (la part d'Aurélie et de Céline) à déterminer.</td><td>Pour moi, c'est le problème 2 qui est le plus compliqué, pour deux raisons :
4. dans le problème 1, le fait que la part de Béatrice soit connue permet aux élèves de faire des calculs qui n'impliquent pas les lettres : il suffit de comparer les montants de Céline et Aurélie à celui de Béatrice pour trouver directement les 3 parts ;
5. c'est vrai que dans le problème 2, la part de l'une se déduit directement de la part de l'autre. Mais l'apparente simplicité de l'énoncé va amener beaucoup d'élèves à diviser 600 en 2, et à ajouter 150 euros au quotient obtenu, sans vérifier que le total n'est pas respecté.</td></tr>
</table>

Selon vous, qui a raison ? ....

Parmi les arguments évoqués par les deux enseignants, lequel (ou lesquels) vous paraissent les plus convaincants ?

	% d'enseignants
Steve a raison (le problème 1 est le plus complexe souvent en raison de l'argument 1)	31%
Dirk a raison (le problème 3 est le plus complexe souvent en raison de l'argument 4)	56%
Autre réponse (les deux ont raison – ce choix s'explique en général par une difficulté de trancher entre les arguments 1 et 4)	6%
Omission	7%

Figure 8 : Résultats à la question « La difficulté de problèmes de partages inéquitables »

Deux enseignants, Carlo et Rita, discutent sur la manière d'introduire la méthode forme de résolution d'équations. Ils commencent tous deux par la même étape puis poursuive chacun de manière différente.

Etape 1

Carlo et Rita commencent tous les deux par présenter à la classe un problème simple pouvant se résoudre par l'arithmétique.

> *Sur sa calculatrice, Sophie multiplie un nombre par 5, puis ajoute 9 au résultat obtenu. Quand elle a terminé, elle s'aperçoit que sa calculatrice affiche le nombre 24. Quel nombre a-t-elle affiché au départ ?*

Carlo et Rita corrigent collectivement le problème. Trois démarches correctes apparaissent :

1. les opérations inverses : $\ldots \underset{:5}{\overset{.5}{\rightleftarrows}} \ldots \underset{-9}{\overset{+9}{\rightleftarrows}}$ 24
2. le tâtonnement qui consiste à essayer plusieurs valeurs pour obtenir 24 ;
3. la méthode formelle qui s'appuie sur les propriétés de l'égalité :

$$5x + 9 = 24$$
$$5x + 9 - 9 = 24 - 9$$
$$5x/5 = 15/5$$
$$x = 3$$

CARLO	RITA
Etape 2 Carlo propose ensuite un problème plus complexe pouvant se modéliser par l'équation suivante : $4x + 3 = 2x + 17$ Il organise ensuite une correction collective du problème. Ce problème vise à mettre en défaut les stratégies comme le tâtonnement qui est toujours possible mais devient très lourd.	**Etape 2** Rita met en évidence la démarche formelle de résolution d'équations. Elle l'explique à la classe en présentant le modèle de la balance. **Etape 3** Pour voir si les élèves ont bien compris la démarche formelle, elle présente ensuite une version modifiée du problème, aboutissant à l'équation : $(x + 4) . 3 = 36$
Etape 3 Carlo introduit ensuite la balance pour soutenir l'apprentissage de la résolution d'équations avec l'inconnue dans les deux membres. **Etape 4** Carlo propose des exercices d'application visant à faire résoudre des équations avec l'inconnue dans un membre et des équations avec l'inconnue dans les deux membres.	**Etape 4** Rita propose alors des exercices d'application organisés selon une progression dans la complexité : – d'abord simples, en proposant de résoudre des équations avec l'inconnue dans un seul membre ; – puis, de plus en plus complexes avec la résolution d'équations dont l'inconnue figure dans les deux membres.

Quelle approche, celle de Carlo ou de Rita, vous paraît être celle qui permettra aux élèves de donner du sens à la méthode formelle de résolution d'équations? Expliquez votre choix.

	% d'enseignants
La méthode de Carlo (souvent parce qu'elle montre les limites du raisonnement synthétique)	49%
La méthode de Rita (souvent parce qu'elle propose une meilleure progression dans la difficulté des équations à résoudre)	40%
Autre réponse (les deux ont raison – ce choix s'explique en général par une difficulté de trancher entre les deux points de vue)	7%
Omission	4%

	Choix de la méthode tenant compte des potentialités du raisonnement synthétique (choix de de Carlo)	Choix de la méthode ne tenant pas compte des potentialités du raisonnement (choix de Rita)
Identification des potentialités du raisonnement synthétique (choix de Dirk)	65%	35%

Interprétation

Même si les enseignants sont conscients de la tendance des élèves à appréhender la résolution de problèmes de manière algébrique, un nombre important d’entre eux ne tient pas compte de cette connaissance lorsqu’ils choisissent des problèmes permettant d’introduire certaines démarches propres au raisonnement algébrique(résolution formelle d’équations)

? Volonté de réduire la complexité dans l’acquisition de la démarche formelle de résolution d’équation ?

> « La méthode de Rita me parait plus structurée, car les étapes de difficulté (relatives à la résolution) à prévoir sont mieux illustrées et facilitent la résolution d'autres applications »

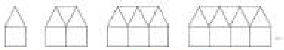
> « La méthode de Rita est meilleure que celle de carlo, car les élèves doivent d'abord comprendre les équations simples pour avoir confiance en soi et attaquer les exemples plus difficiles »

2) Difficulté des élèves à donner sens aux activités transformationnelles

Voici deux situations où les élèves rencontrent des lettres en algèbre. Pourtant, l'élève ne perçoit pas toujours le sens mathématique des lettres qu'il manipule, selon les contextes travaillés en classe.

D'après votre expérience, pensez-vous que les élèves comprennent le sens de la lettre dans les deux contextes suivants ?

Si non, quel sens donnent-ils à la lettre, selon vous ?

Situations rencontrées en secondaire	
① Réduis l'expression algébrique suivante : ***3a – 2a + 5b = …***	**Quel sens pensez-vous que vos élèves donneraient à la lettre dans ce type de situations ?** ………………………………………………………………
② Observe cette suite de figures composées de carrés et de triangles:  1) Détermine le nombre de triangles de la figure composée de 7 carrés. 2) Propose une formule qui permet de calculer le nombre de triangles en fonction du nombre ***n*** de carrés.	**Quel sens pensez-vous que vos élèves donneraient à la lettre dans ce type de situations ?** ………………………………………………………………

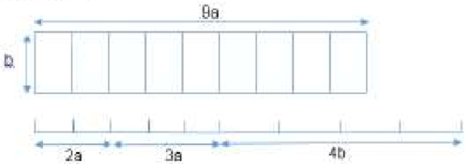
	% d'enseignants	
	Situation ①	**Situation ②**
Pour les élèves, la lettre représente un nombre	14%	62%
Pour les élèves, la lettre ne représente pas un nombre	61%	16%
Omission	25%	22%

Face à une somme algébrique comme 3a + 2a + 4b, les élèves ont souvent tendance à additionner les termes non semblables pour obtenir la réponse 9ab. Voici plusieurs façons de réagir à ce type d'erreur :

a) Leur montrer que pour réduire une somme algébrique, il faut mettre en évidence un facteur commun, et qu'il n'y a pas de facteur commun entre 5a et 4b (on ne peut donc pas réduire cette expression algébrique) : 3a + 2a + 4b = a (3+2) + 4b = 5a + 4b.

b) Leur expliquer qu'en mathématiques, on n'additionne pas des pommes et des poires. On peut donc additionner les termes en a, les termes en b, mais pas des termes en a avec des termes en b : la réponse 9ab n'a donc pas de sens.

c) Leur montrer que l'expression 9ab pourrait désigner l'aire d'un rectangle de longueur 9a et de largeur b, alors que l'expression 3a +2a +4b ne pourrait pas désigner la même aire :



d) Leur expliquer que lorsqu'on a une somme à réduire, on ne peut que réduire les termes qui ont la même partie littérale. Or, les termes 5a et 4b n'ont pas la même partie littérale. On ne peut donc pas les additionner.

e) Faire remplacer a et b pas des nombres et constater que, la plupart du temps, la réponse est différente pour « 3a + 2a + 4b » et « 9ab ». Elle n'est la même que si a et b sont tous les deux égaux à 1.

f) Faire expliquer le sens des expressions « 3a + 2a + 4b » et « 9ab », mettre en évidence le fait qu'elles ont une valeur qui dépend de a et b, valeur qui n'est pas toujours la même pour « 3a + 2a + 4b » ou pour « 9 ab ».

Parmi ces démarches, laquelle vous paraît :

- **La plus efficace : ……..**
- **La moins efficace : ……**

Expliquez en quelques mots votre point de vue.

% d'avis défavorables		% d'avis favorables
7%	b) Leur expliquer qu'en mathématiques, on n'additionne pas des pommes et des poires. On peut donc additionner les termes en a, les termes en b, mais pas des termes en a avec des termes en b : la réponse 9ab n'a donc pas de sens.	48%
7%	d) Leur expliquer que lorsqu'on a une somme à réduire, on ne peut que réduire les termes qui ont la même partie littérale. Or, les termes 5a et 4b n'ont pas la même partie littérale. On ne peut donc pas les additionner.	20%
16%	e) Faire remplacer a et b pas des nombres et constater que, la plupart du temps, la réponse est différente pour « 3a + 2a + 4b » et « 9ab ». Elle n'est la même que si a et b sont tous les deux égaux à 1.	17%
17%	a) Leur montrer que pour réduire une somme algébrique, il faut mettre en évidence un facteur commun, et qu'il n'y a pas de facteur commun entre 5a et 4b (on ne peut donc pas réduire cette expression algébrique) : 3a + 2a + 4b = a (3+2) + 4b = 5a + 4b.	8%
53%	c) Leur montrer que l'expression 9ab pourrait désigner l'aire d'un rectangle de longueur 9a et de largeur b, alors que l'expression 3a +2a +4b ne pourrait pas désigner la même aire .	8%
53%	f) Faire expliquer le sens des expressions « 3a + 2a + 4b » et « 9ab », mettre en évidence le fait qu'elles ont une valeur qui dépend de a et b, valeur qui n'est pas toujours la même pour « 3a + 2a + 4b » ou pour « 9 ab ».	4%

	Choix d'une méthode visant à éclaircir le sens des lettres en cas d'erreur d'addition de termes non semblables	Choix de la méthode corrompant le sens de la lettre dans les expressions algébriques
Identification de la difficulté des élèves à donner du sens à la lettre dans les activités transformationnelles	18%	51%

Interprétation

- Même si les enseignants sont conscients des difficultés des élèves à donner du sens aux lettres dans les activités transformationnelles, ils ne tiennent pas compte de cette connaissance lorsqu'il s'agit d'aider les élèves en difficulté face à l'application d'une technique)

- ? Volonté de réduire la complexité dans l'acquisition de la techniques?

<u>Justification de la méthode des pommes et des poires</u>

« Les élèves comprennent mieux si on se base sur des situations bien connues »

« Cette règle est facile à comprendre même par les élèves faibles qui n'aiment pas les démonstrations mathématiques «

« En associant les variables a et b aux pommes et poires, on part de l'abstrait au concret et les élèves peuvent mieux cerner cette différence. «

Conclusion

- Importance de multiplier les angles d'analyse et les types de questionnement (attention aux QCM)
- Complémentarité des approches statiques et dynamiques
- Lien entre diffusion de résultats de recherche et pratiques enseignantes

Du point de vue des enseignants	Du point de vue des chercheurs
Acquérir de nouvelles connaissances ou chercher à exploiter leurs connaissances déjà là, dans une variété de situations où elles gagneraient à être mobilisées ?	Mieux tenir compte des contraintes auxquelles sont confrontés les enseignants dans les classes, au quotidien => Réaction face à l'inattendu…

Merci pour votre participation et votre implication dans les débats !!!