



UNIVERSITE DE LIEGE
FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
Département ArGEnCO



LE COMPORTEMENT DES TOLES COURBES COMPRIMEES ET RAIDIES LONGITUDINALEMENT

Travail de fin d'études présenté par :

Christophe PEIGNEUX

en vue de l'obtention du grade
d'Ingénieur Civil des Constructions

Promoteur : V. de Ville de Goyet

ANNEE ACADEMIQUE 2008-2009

REMERCIEMENTS

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur le Professeur de Ville de Goyet pour m'avoir permis de réaliser ce travail de fin d'études ainsi que pour les conseils judicieux qu'il m'a prodigués et sans lesquels ce travail n'aurait pu être.

Je tiens tout particulièrement à remercier Messieurs Degée et Duchêne de m'avoir aidé et soutenu tout au long de ce travail.

Je désire marquer ma reconnaissance envers les membres du jury qui ont accepté de l'examiner.

Enfin, que tous ceux, professeurs, amis et membres de ma famille, qui m'ont aidé et soutenu lors de l'élaboration de ce mémoire trouvent ici l'expression de ma plus vive reconnaissance.

*C. Peigneux
Mai 2009*

RÉSUMÉ

Les tendances architecturales actuelles montrent un souhait grandissant de réaliser des ouvrages d'art innovants devant comporter des tôles en acier courbes comprimées et raidies longitudinalement. Les bureaux d'études sont ainsi de plus en plus souvent confrontés au problème de dimensionnement de ce type de tôles. Actuellement, il n'existe aucune approche analytique permettant de résoudre ce problème. La solution consiste alors à réaliser une étude par voie numérique. Cependant, cette solution est très coûteuse à la fois en temps et en moyens.

L'objectif de ce travail est de proposer une méthode simple de dimensionnement analytique des tôles courbes comprimées raidies longitudinalement basée sur l'approche de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 (valable uniquement pour des tôles planes) en s'inspirant des fondements de l'approche applicable aux tôles courbes comprimées mais non raidies. Le but est de permettre la caractérisation de la perte d'efficacité liée à la courbure de la tôle et ce, en présence de raidisseurs longitudinaux.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une série de simulations numériques à l'aide du logiciel d'analyse non linéaire par éléments finis *FINELG*. Le but de ces simulations est double : d'une part, analyser et comprendre le comportement des tôles courbes raidies longitudinalement ; d'autre part, obtenir un ensemble représentatif de valeurs de charge de ruine nous permettant par la suite de valider les méthodes proposées.

Trois approches de dimensionnement analytiques ont été envisagées, chacune basée sur le principe général consistant à remplacer la tôle de base par une tôle isotrope équivalente dont les paramètres sont adaptés en conséquence. Les trois techniques diffèrent par le principe d'équivalence utilisé. Deux de ces solutions ont obtenu des résultats prometteurs.

ABSTRACT

The current architectural trends show a growing desire to design bridges including curved compressed and longitudinally stiffened plates. Designers are increasingly faced with the problem of designing such plates. There is currently no analytical approach to solve this problem. The solution consists in performing numerical simulations. However, this solution is very costly in both time and resources.

The purpose of this work is to propose a simple analytic method for the design of curved longitudinally stiffened compressed plates. This approach consists in adapting the rules of the Eurocode EN 1993, part 1.5 (valid only for plane plates) on the basis of the foundations of the approach applicable to curved plates compressed but not stiffened. The aim is to allow the characterization of the loss in efficiency due to the curvature of the plate in the presence of longitudinal stiffeners.

First, we performed a series of numerical simulations using the nonlinear finite element analysis program *FINELG*. The purpose of these simulations is twofold : on the one hand to analyze and to understand the behaviour of curved longitudinally stiffened plates ; secondly to obtain a representative set of ultimate loads that we can use in the future to validate the proposed methods.

Three analytical design approaches were considered, each based on the general principle of replacing the basic plate by an equivalent isotropic plate whose parameters are adjusted accordingly. The three techniques differ in the principle of equivalence used. Two of these solutions have achieved promising results.

TABLE DES MATIÈRES

I.	INTRODUCTION	5
I.1.	POSITION DU PROBLEME	5
I.2.	OBJECTIF DU TRAVAIL	8
II.	DEFINITIONS	10
II.1.	NOTATIONS.....	10
II.2.	GEOMETRIE.....	11
II.3.	CONVENTIONS	11
II.4.	DIRECTIONS	11
II.5.	SIGNE DU RAYON DE COURBURE	12
II.6.	NOMENCLATURE DES TOLES COURBES RAIDIES.....	12
III.	ETAT DE L'ART	13
III.1.	TOLES COMPRIMEES NON RAIDIES	13
III.1.1.	<i>Tôle plane comprimée</i>	13
III.1.2.	<i>Tôle courbe comprimée</i>	17
III.2.	TOLES PLANES COMPRIMEES RAIDIES LONGITUDINALEMENT	18
III.2.1.	<i>Détermination de l'aire efficace résultant du voilement local</i>	19
III.2.2.	<i>Comportement de type plaque</i>	19
III.2.3.	<i>Comportement de type colonne</i>	22
III.2.4.	<i>Interpolation entre le comportement de type plaque et de type colonne</i>	23
III.2.5.	<i>Capacité portante de la tôle plane raidie</i>	23
III.2.6.	<i>Résumé de la méthode</i>	23
IV.	DEFINITION DES GEOMETRIES	25
V.	MODELISATION	27
V.1.	AXES GLOBAUX ET LOCAUX	27
V.2.	DISCRETISATION DE LA SECTION DROITE	27
V.3.	PARAMETRISATION DE LA COURBURE.....	28
V.4.	SYMETRIE	30
V.5.	CONDITIONS D'APPUI	31
V.6.	MODE DE CHARGEMENT	32
V.7.	PROPRIETES MECANIQUES	33
VI.	RESULTATS DES SIMULATIONS NUMERIQUES	34
VI.1.	CONTRAINTE CRITIQUE	34
VI.1.1.	<i>Mode global</i>	34
VI.1.2.	<i>Mode local</i>	37
VI.2.	CHARGE DE RUINE	40
VI.2.1.	<i>Rayons de courbure positifs</i>	40
VI.2.2.	<i>Rayons de courbure négatifs</i>	45
VI.2.3.	<i>Conclusion</i>	51
VI.3.	STRATEGIE DU PAS SPHERIQUE	53
VII.	DEMARCHÉ DE DIMENSIONNEMENT	55
VII.1.	METHODE 1 : TOLE ISOTROPE EQUIVALENTE DE MEME RAIDEUR FLEXIONNELLE	55
VII.1.1.	<i>Adaptation du comportement de type plaque</i>	55
VII.1.2.	<i>Adaptation du comportement de type colonne</i>	56
VII.1.3.	<i>Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique</i>	60
VII.2.	METHODE 2 : TOLE ISOTROPE EQUIVALENTE DE MEME DEFLEXION MAXIMALE	63
VII.2.1.	<i>Adaptation du comportement plaque</i>	63
VII.2.2.	<i>Adaptation du comportement colonne</i>	65
VII.2.3.	<i>Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique</i>	66

VII.3.	METHODE 3 : TOLE ISOTROPE EQUIVALENTE SUR BASE DE LA METHODE DE JOHANSEN	68
VII.3.1.	<i>Adaptation du comportement plaque</i>	68
VII.3.2.	<i>Adaptation du comportement colonne</i>	70
VII.3.3.	<i>Méthode 3a : Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique</i>	71
VII.3.4.	<i>Méthode 3b : Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique</i>	73
VIII.	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	76
IX.	BIBLIOGRAPHIE.....	78
ANNEXE A	80
A.1.	RESULTATS DES SIMULATIONS NUMERIQUES	80
A.1.1.	<i>P25_a5_b3_ts10</i>	80
A.1.2.	<i>P30_a5_b3_ts14</i>	80
A.1.3.	<i>P40_a5_b3_ts16</i>	81
A.1.4.	<i>P50_a5_b3_ts16</i>	81
A.1.5.	<i>P25_a5_b6_ts10</i>	82
A.1.6.	<i>P30_a5_b6_ts14</i>	82
A.1.7.	<i>P40_a5_b6_ts16</i>	83
A.1.8.	<i>P50_a5_b6_ts16</i>	83
A.1.9.	<i>P25_a5_b8_ts10</i>	84
A.1.10.	<i>P30_a5_b8_ts14</i>	84
A.1.11.	<i>P40_a5_b8_ts16</i>	85
A.1.12.	<i>P50_a5_b8_ts16</i>	85
A.2.	RESULTATS DES DEMARCHES DE DIMENSIONNEMENT	86
A.2.1.	<i>Méthode 1</i>	86
A.2.2.	<i>Méthode 2</i>	87
A.2.3.	<i>Méthode 3a</i>	88
A.2.4.	<i>Méthode 3b</i>	89
ANNEXE B	89
B.1.	CHARGE ULTIME D'UNE TOLE PLANE RAIDIE SELON L'EUROCODE 3 : EXEMPLE	90
B.1.1.	<i>Aire efficace résultant du voilement local</i>	91
B.1.2.	<i>Comportement de type plaque</i>	92
B.1.3.	<i>Comportement de type colonne</i>	94
B.1.4.	<i>Interpolation entre le voilement de la plaque et le flambement</i>	95
B.1.5.	<i>Capacité portante</i>	95

I. INTRODUCTION

I.1. Position du problème

De nos jours, des choix architecturaux de plus en plus innovants amènent les concepteurs à élaborer un certain nombre d'ouvrages d'art devant comporter des tôles courbes en acier comprimées et raidies longitudinalement. Ceci est particulièrement vrai pour les ouvrages possédant un arc comme élément structurel. Nous pouvons notamment citer les ponts bow-strings et les ponts en arc. Ces derniers sont dessinés avec pour objectif principal que l'effort interne de l'arc soit essentiellement un effort normal de compression. La section transversale de cet arc est généralement un caisson rectangulaire constitué de tôles. Les semelles de ce caisson sont donc courbes et comprimées tangentiellement.

Pour des raisons économiques, il serait préférable de ne pas raidir la tôle courbe. Cependant, lorsque les dimensions transversales de celle-ci deviennent trop importantes et lorsqu'il n'est plus possible de satisfaire les critères de dimensionnement avec des épaisseurs de tôle économiques, un raidissage devient nécessaire. Ce dernier permet de réduire la perte d'efficacité due à la poussée au vide induite par la courbure.

A titre d'exemple, citons deux réalisations récentes comportant des tôles courbes raidies. La première concerne le viaduc de la Ravine-Fontaine sur l'île de la Réunion (France). Ce dernier, franchissant une ravine étroite et relativement profonde rend impossible le placement d'un appui en fond de brèche et impose dès lors le franchissement en une seule portée. Le choix réalisé a été celui d'un pont en arc (Figure I-1). L'étude d'avant-projet, réalisée par le *Bureau Greisch*, a rencontré le problème du dimensionnement de tôles courbes comprimées et raidies longitudinalement.



Figure I-1 : Viaduc de la Ravine-Fontaine (tirée de [20])

La particularité de cet ouvrage est que la géométrie du caisson de l'arc est confinée entre deux plans rayonnants. Or, il est bien connu que l'effort de compression dans un arc est essentiellement constant. Il en résulte que la section de l'arc doit être constante. Dès lors, il ressort de cette particularité architecturale que l'arc, à ses naissances, est relativement trapu et peu large. A l'inverse, à son sommet, comme illustré à la Figure I-2, l'arc est très élancé (largeur de 10,5 m contre 1,5 m à ses

naissances). Il est aisément compréhensible que des largeurs de tôle si importantes ne peuvent être réalisées sans l'utilisation d'un raidissage. Celui-ci est réalisé au moyen d'augets et à partir de plats soudés pour le sommet de l'arc (Figure I-3).

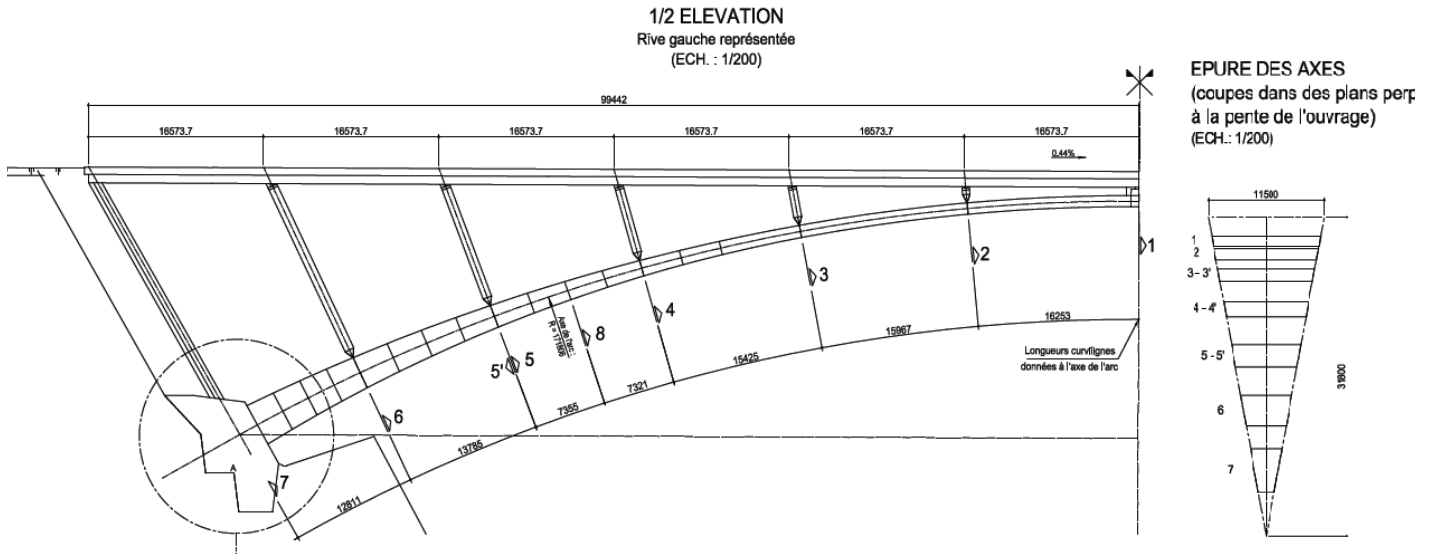


Figure I-2 : Arc du viaduc de la Ravine-Fontaine (Source : Bureau Greisch)

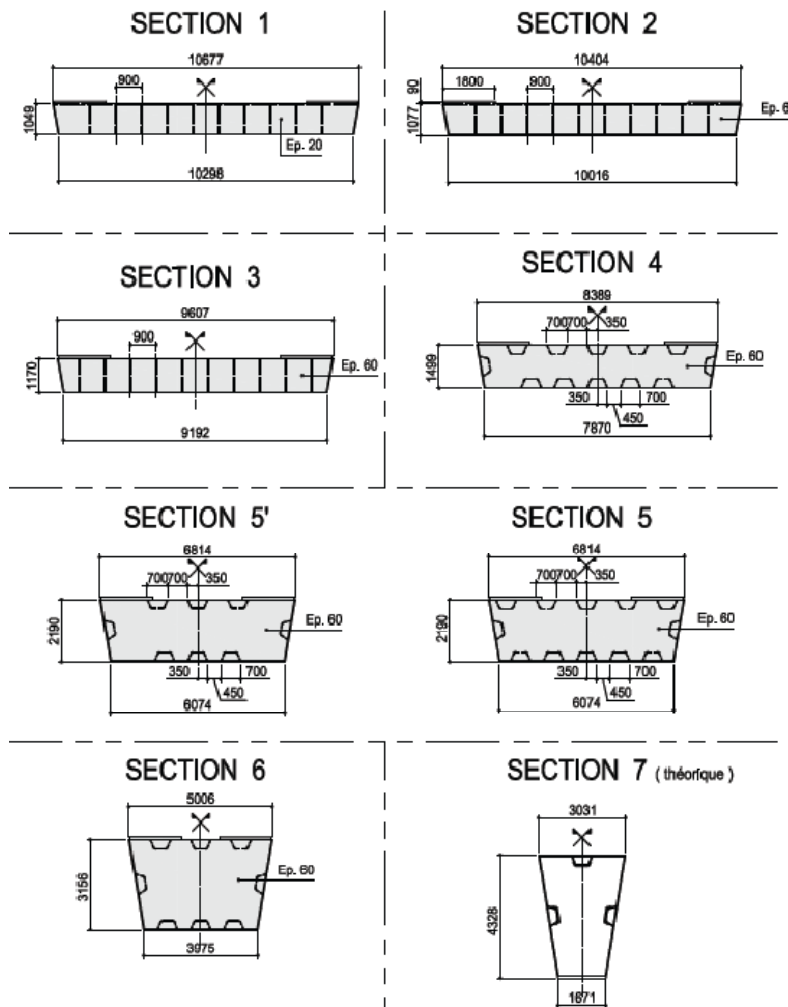


Figure I-3 : Raidissage de l'arc (Source : Bureau Greisch)

Le second exemple illustre que le raidissage peut aussi être réalisé transversalement. L'ouvrage concerné est le nouveau pont ferroviaire à quatre voies sur la Garonne, pont à poutres à six travées continues dont la hauteur des caissons porteurs est variable. Comme illustré à la Figure I-4, la semelle inférieure de ces caissons présente une double courbure en élévation au droit des appuis. L'étude a démontré qu'à l'état limite ultime, le taux de travail de la tôle seule était dépassé en certaines sections. Il était donc nécessaire de raidir la tôle pour reprendre la poussée au vide. Cependant, la solution retenue a été de raidir transversalement la tôle. La solution de raidissage longitudinal fut envisagée mais finalement abandonnée car d'une part, le raidisseur est courbe ce qui rend la réalisation plus difficile et d'autre part, la tôle étant déjà à un niveau de travail assez élevé, le raidisseur travaillera au même niveau de contrainte laissant dès lors peu de réserve pour reprendre la poussée au vide. Dans la solution retenue, les raidisseurs ne reprennent que les efforts engendrés par la poussée au vide et sont droits.



Figure I-4 : Pont ferroviaire à quatre voies sur la Garonne (tirée de [17])

Le dimensionnement ainsi que le comportement des tôles planes raidies ou non sont maîtrisés depuis de nombreuses années. Les techniques analytiques correspondantes sont reprises dans la norme européenne Eurocode EN 1993, partie 1.5 [10].

Le comportement et le dimensionnement des tôles non raidies, courbes et comprimées est également connu. En 1981, un premier travail traita du problème de l'analyse de l'instabilité par voilement des tôles courbes non raidies [11]. L'étude fut entièrement réalisée par voie numérique. Sur base des résultats de cette étude, P. Jetteur et R. Maquoi [12] proposèrent une formulation générale analytique, généralisant celle des tôles planes non raidies et permettant le dimensionnement des tôles courbes. Plusieurs réalisations sont basées sur cette méthode, citons les ponts bow-strings de Haccourt (1983), de Hermalle (1983), de Marexhe (1985), de Milsaucy (1987), de Chaudfontaine (2003), la passerelle Céramique de Maastricht (2003) et le viaduc de l'Eau Rouge (1993).

A ce jour, il n'existe pas d'approche ou de méthode analytique semblable pour le dimensionnement des tôles courbes comprimées tangentiellement et devant être raidies longitudinalement dans la direction des contraintes de compression. La difficulté vient du fait que l'approche développée pour les tôles courbes non raidies permet de définir la perte d'efficacité d'une tôle courbe lorsque ses raideurs flexionnelles longitudinale et transversale sont identiques alors que, lorsque ces tôles sont raidies, ces deux raideurs sont différentes.

A l'heure actuelle, lorsqu'un bureau d'études est confronté au problème du dimensionnement d'ouvrages comportant des tôles courbes et devant être raidies longitudinalement, la seule approche possible est une étude par voie numérique. Cette procédure est coûteuse à la fois en temps et en moyens. Il serait dès lors préférable de pouvoir disposer d'une méthode analytique efficace et fiable de dimensionnement. Là est tout l'enjeu de ce travail.

I.2. Objectif du travail

L'objectif de ce travail est de proposer une méthode de dimensionnement analytique permettant d'étendre l'application de la méthode provenant de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 [10], limitée aux tôles planes, aux tôles courbes comprimées et raidies longitudinalement. L'extension de la technique Eurocode a déjà été menée dans le cadre des tôles courbes non raidies [12]¹. En repartant de cette dernière approche, le but est de permettre la prise en compte de la perte d'efficacité induite par la courbure de la tôle et ce en présence des raidisseurs longitudinaux.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une analyse de l'état de l'art relatif au problème de dimensionnement des tôles comprimées. Nous avons tout d'abord considéré la littérature traitant du comportement des tôles planes comprimées non raidies et raidies longitudinalement. Ensuite, nous avons considéré le cas des tôles courbes non raidies. Le problème des tôles courbes raidies qui nous concerne est encore peu abordé dans la littérature. Nous avons plus particulièrement analysé la norme de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 pour le dimensionnement des tôles planes raidies longitudinalement ainsi que la technique proposée dans la référence [12].

Dans un deuxième temps, nous avons réalisé une étude numérique au moyen du programme d'analyse non linéaire par éléments finis *FINELG*. Le but était de déterminer la charge de ruine d'un ensemble représentatif de tôles courbes raidies longitudinalement au moyen d'augets. Les caractéristiques et géométries des tôles ainsi que des augets considérés ont été fournies par le *Bureau Greisch* sur base de données couramment utilisées dans la pratique. Dans une première approche, nous avons évalué les contraintes critiques de voilement élastique global des tôles raidies. Nous avons ensuite déterminé sur base d'une analyse élasto-plastique non linéaire les charges de ruine.

Enfin, la contribution principale de ce travail a consisté à développer, sur base des résultats de cette étude numérique, trois techniques simples pour la détermination de la charge de ruine des tôles courbes raidies longitudinalement. La démarche poursuivie vise à adapter les règles de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 [10] de manière à permettre la prise en compte de l'influence de la courbure de la tôle sur ses caractéristiques de résistance.

L'Eurocode 3 permet de déterminer le coefficient d'efficacité global d'une tôle plane raidie longitudinalement par interpolation entre l'efficacité résultant d'un comportement de type colonne et celle résultant d'un comportement de type plaque. Cette interpolation est fonction du degré d'importance relative de ces deux comportements.

Dans le cadre des tôles courbes, sujet de ce travail, nous devons modifier l'approche permettant de déterminer l'efficacité de chacun de ces deux comportements de manière à prendre en compte l'effet de la courbure.

En ce qui concerne le comportement de type colonne, nous avons introduit la formulation analytique du facteur d'imperfection α [13] utilisée pour déterminer le coefficient de réduction au flambement d'un profil dont l'imperfection géométrique est différente de celle adoptée lors de l'établissement des courbes européennes de flambement. L'idée est de relier l'imperfection géométrique au rayon de courbure de la tôle.

En ce qui concerne le comportement de type plaque, nous proposons d'introduire dans la formule de Winter [6] le coefficient d'efficacité linéaire d'une tôle courbe β permettant de tenir compte de la poussée au vide induite par la courbure, comme P. Jetteur et R. Maquoi [12] l'ont proposé pour une tôle non raidie. Cependant, cette approche n'est valable strictement parlant que dans le cas d'une tôle non raidie, c'est-à-dire dans le cas d'une tôle isotrope dont les raideurs flexionnelles longitudinale et transversale sont identiques. Nous avons par conséquent envisagé trois méthodes permettant de remplacer la tôle orthotrope par une tôle isotrope équivalente.

¹ Notons toutefois que cette approche n'a pas encore été introduite dans la norme.

- Dans la première méthode, le critère d'équivalence adopté est de conférer à la tôle isotrope équivalente la même inertie flexionnelle longitudinale que celle de la tôle raidie en définissant une épaisseur de tôle équivalente.
- La deuxième méthode définit l'épaisseur de tôle équivalente en égalant les déflexions élastiques maximales sous un chargement transversal uniforme appliqué à la surface de la tôle.
- Dans la troisième approche, nous nous sommes inspirés de la transformation affine proposée dans la méthode de Johansen [7] et utilisée pour transformer une dalle orthotrope en béton armé en une isotrope. Selon cette méthode, le calcul plastique d'une dalle orthotrope en béton armé est basé sur une transformation affine de la dalle de manière à la rendre isotrope. Plutôt que de baser le critère d'équivalence sur les moments plastiques de la tôle, nous adaptons les dimensions géométriques principales de la tôle isotrope de manière à ce que cette tôle présente la même contrainte critique de voilement élastique que celle de la tôle raidie.

Chacune de ces méthodes a été confrontée aux résultats numériques.

II. DÉFINITIONS

Dans ce chapitre sont définis :

- les principales notations utilisées dans ce travail ;
- les conventions de signe adoptées pour les charges et contraintes ;
- les directions auxquelles nous nous référons ;
- la convention de signe adoptée pour le rayon de courbure des tôles ;
- la convention adoptée pour la nomenclature des tôles raidies.

II.1. Notations

a	: longueur de la tôle
A	: aire
$A_{c,eff}$: aire de section transversale efficace
$A_{c,eff,loc}$: aire de section transversale efficace pour le voilement local
A_r	: aire d'un raidisseur seul
A_{sl}	: aire totale de tous les raidisseurs longitudinaux
b	: largeur de la tôle
b_e	: largeur efficace
b'_e	: largeur collaborante
b_s	: largeur de la semelle d'un auget
D	: rigidité flexionnelle d'une plaque
E	: module de Young
f_y	: limite d'élasticité
G_r	: centre de gravité du raidisseur seul
h_s	: hauteur d'un auget
i	: rayon de giration
I	: inertie
I_r	: inertie flexionnelle d'un raidisseur seul
I_s	: inertie flexionnelle d'un raidisseur seul avec sa largeur de tôle collaborante
I_{sl}	: inertie flexionnelle totale de l'ensemble d'une tôle raidie
k_σ	: coefficient de voilement
l_s	: ouverture d'un auget
m	: nombre de demi-ondes de voilement dans la direction longitudinale
n	: nombre de raidisseurs
N	: charge appliquée
N_{cr}	: charge critique
N_{pl}	: charge plastique
N_u	: charge de ruine
R	: rayon de courbure
t_p	: épaisseur de la tôle
t_s	: épaisseur d'un auget
w	: déplacement hors-plan (déflexion) du point central de la tôle
α	: facteur de forme de la tôle
α_e	: facteur d'imperfection pour le flambement
β	: efficacité linéaire d'une tôle courbe
γ	: raideur flexionnelle relative des raidisseurs
δ	: raideur extensionnelle relative des raidisseurs
ϵ	: coefficient dépendant de f_y
λ	: multiplicateur de charge

$\bar{\lambda}_p$: élancement réduit d'une plaque
ν	: coefficient de Poisson
ρ	: coefficient réducteur d'efficacité d'une plaque
ρ_c	: coefficient réducteur global d'une tôle raidie
σ_E	: contrainte de référence d'Euler d'une plaque
σ_{cr}	: contrainte critique
$\bar{\sigma}_u$: contrainte moyenne de ruine
χ	: coefficient réducteur vis-à-vis du flambement
ψ	: rapport de contraintes

II.2. Géométrie

Les notations relatives à la géométrie de la section droite de la tôle raidie sont définies à la Figure II-1. Les dimensions relatives aux augets sont des dimensions hors tout.

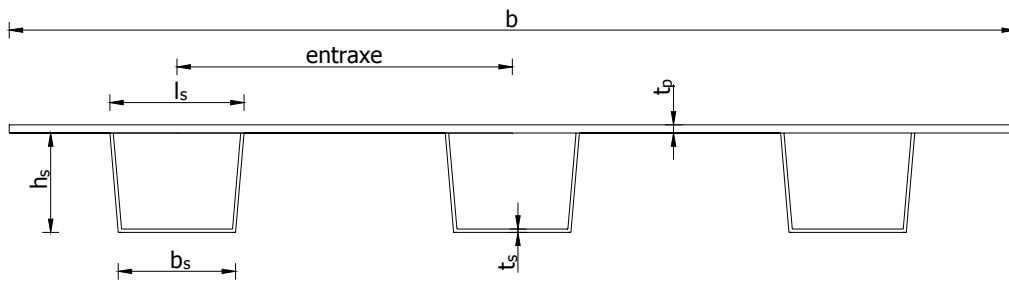


Figure II-1 : Géométrie de la section droite de la tôle raidie

II.3. Conventions

Les contraintes et charges sont prises positives en compression ainsi que les raccourcissements de la tôle.

Le rayon de courbure est défini par rapport au plan moyen de la tôle.

II.4. Directions

Les directions auxquelles nous nous référons dans ce travail sont définies à la Figure II-2. La direction longitudinale ou tangentielle est placée dans la direction de la compression, c'est-à-dire suivant la longueur de la tôle et donc tangente à la plaque. La direction transversale est perpendiculaire à la longitudinale et placée dans le plan de la plaque. La direction radiale, perpendiculaire aux deux dernières, est placée suivant un rayon du segment de cercle composant la tôle.

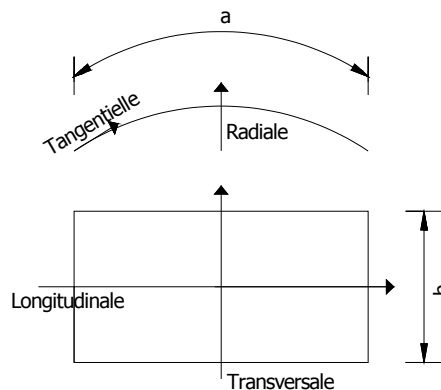


Figure II-2 : Directions

II.5. Signe du rayon de courbure

Etant donné que le comportement de la tôle raidie diffère suivant que le raidissage se situe à l'intérieur ou à l'extérieur de la courbure, nous adoptons la convention suivante pour définir la position des raidisseurs par rapport à la courbure de la tôle (Figure II-3) :

- si les raidisseurs sont situés à l'intérieur de la courbure, le rayon de courbure sera dit positif ;
- si les raidisseurs sont situés à l'extérieur de la courbure le rayon de courbure sera dit négatif.

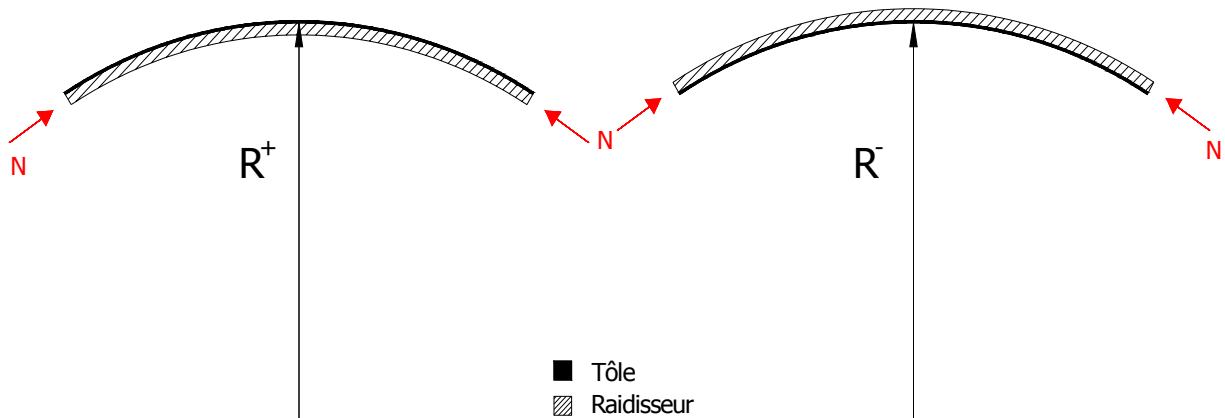


Figure II-3 : Signe du rayon de courbure

II.6. Nomenclature des tôles courbes raidies

De manière à faciliter la distinction entre les différentes tôles raidies, nous adoptons la convention suivante pour les nommer :

$$P_{**}a_{**}b_{**}t_s_{**}R_{**},$$

où

- « P » suivi du nombre ** désigne l'épaisseur de la tôle concernée (pour « plate » en anglais), avec ** l'épaisseur t_p en millimètre.
- « a » suivi du nombre ** désigne la longueur de la tôle, avec ** la longueur a en mètre.
- « b » suivi du nombre ** désigne la largeur de la tôle, avec ** la largeur b en mètre.
- « t_s » suivi du nombre ** désigne l'épaisseur des augets, avec ** l'épaisseur t_s des augets en millimètre.
- « R » suivi du nombre ** désigne le rayon de courbure de la tôle, avec ** le rayon de courbure R en mètre. Ce nombre est également suivi d'un signe déterminant le signe de la courbure comme défini au paragraphe précédent.

Ainsi, par exemple : une tôle nommée « $P25_a5_b6_t_s10_R100+$ » désigne une tôle de 5 m de longueur, de 6 m de largeur, de 25 mm d'épaisseur et de rayon de courbure de 100 m. Elle est raidie au moyen d'augets de 10 mm d'épaisseur placés à l'intérieur de la courbure.

III. ETAT DE L'ART

Ce chapitre résume les principales contributions présentes dans la littérature et traitant du dimensionnement des tôles comprimées. Nous avons tout d'abord considéré l'étude du comportement des tôles planes comprimées non raidies et ensuite, dans un deuxième temps, des tôles courbes non raidies. Enfin, nous avons plus particulièrement analysé la norme de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 pour le dimensionnement des tôles planes raidies longitudinalement. Notons que ce chapitre est largement inspiré des références [5], [6] et [8] à [12].

III.1. Tôles comprimées non raidies

III.1.1. Tôle plane comprimée

Une plaque rectangulaire plane parfaite, simplement appuyée sur son contour et comprimée longitudinalement par des forces uniformément réparties, reste dans sa configuration initiale tant que la charge reste inférieure à une certaine valeur : la charge critique de voilement. Autrement dit, en-dessous de cette charge, tout déplacement imposé à la plaque hors de son plan disparaît lorsque la cause ayant engendré ce déplacement disparaît : le comportement est élastique. Lorsque la charge atteint la valeur critique, l'équilibre devient instable et la plaque prend subitement une configuration déformée par bifurcation de l'équilibre. Il se produit un voilement de la plaque, la plaque reste cloquée et la contrainte normale longitudinale dans la plaque est égale à la contrainte critique de voilement élastique.

La charge critique de voilement est obtenue par la théorie linéaire et vaut :

$$N_{cr} = \frac{\pi D}{a^2} \left(m + \frac{1}{m} \frac{a^2}{b^2} \right)^2,$$

avec

- $D = \frac{Et_p^3}{12(1-\nu^2)}$, la rigidité flexionnelle de la plaque ;
- m , le nombre de demi-ondes de voilement dans la direction longitudinale.

La contrainte critique de voilement élastique vaut dès lors :

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{t_p} = k_\sigma \sigma_E,$$

avec

- $k_\sigma = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2$, le coefficient de voilement ;
- $\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_p}{b} \right)^2$, la contrainte de référence d'Euler.

Cependant, l'atteinte de la charge critique de voilement ne signifie pas la ruine de la plaque. En effet, le développement de contraintes membranaires transversales permet de dépasser cette charge en stabilisant la plaque après que celle-ci ait voilé. Le flambement des fibres longitudinales comprimées a pour conséquence d'allonger les fibres transversales développant ainsi des contraintes membranaires stabilisantes au cours du comportement postcritique de la plaque.

Cette phase de comportement ne peut être étudiée qu'avec une théorie non linéaire permettant de prendre en compte les grands déplacements. De plus, dans le domaine élastique et en-dessous de la charge critique, la répartition de contraintes reste uniforme. Au cours du comportement postcritique, la distribution ne peut être que non uniforme. En effet, vu que la plaque a voilé, les fibres se trouvant à la mi-largeur de la plaque, les plus déformées, possèdent une raideur plus faible que celles situées le long des bords non chargés. Il en résulte une redistribution d'efforts vers les fibres situées le long des bords non chargés selon le principe bien connu de « la raideur attire l'effort ». Grâce à cette redistribution, la plaque est capable de trouver une nouvelle position d'équilibre suite à tout incrément de charge au-delà du seuil critique. La conséquence directe de cette redistribution est que seules les fibres situées à proximité des bords non chargés sont susceptibles de plastifier dans le domaine postcritique.

Tout ce qui précède est valable dans le cas d'une plaque parfaite, dépourvue d'imperfections. Lorsque la plaque possède des imperfections géométriques (déformée initiale d'intensité f_0) et matérielles (contraintes résiduelles), le comportement est perturbé. Il se produit un cloquage de la plaque dès le début du chargement. Cependant, comme illustré à la Figure III-1, dans le domaine postcritique, le comportement se rapproche de plus en plus de celui de la plaque parfaite, les différences s'amenuisent. Ces imperfections sont inévitables, elles résultent du procédé de fabrication et des tolérances en vigueur.

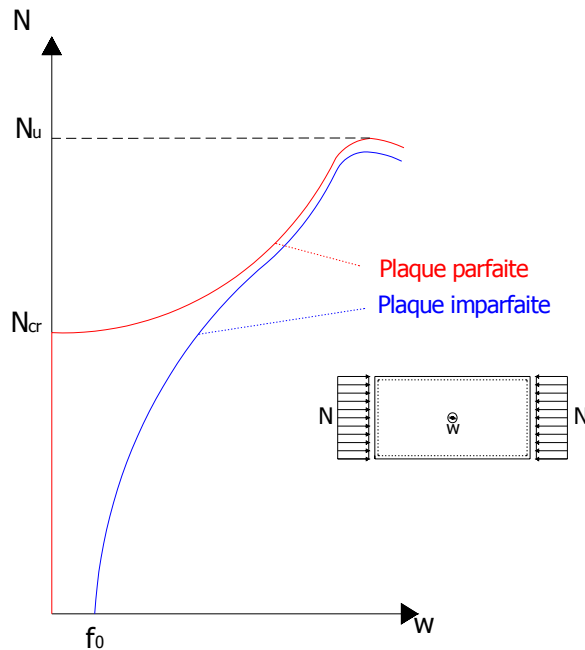


Figure III-1 : Courbe charge-déplacement hors plan d'une plaque

L'acier de construction n'étant pas un matériau indéfiniment élastique mais habituellement approché par une loi de comportement élastique parfaitement plastique, à partir d'un certain niveau de chargement, la plaque commence à se plastifier. La structure perd de sa rigidité ce qui provoque un accroissement de la déformée hors plan w . La courbe du comportement postcritique s'incurve jusqu'à atteindre la charge de ruine N_u , charge maximale que peut supporter la plaque.

Von Karman [6] fut le premier à proposer une solution pour déterminer la charge de ruine d'une plaque comprimée rectangulaire parfaite simplement appuyée sur ses quatre bords. Pour ce faire, comme illustré à la Figure III-2, il propose de remplacer le diagramme de contrainte non uniforme par un diagramme de compression uniforme agissant sur une largeur effective b_e avec une intensité égale à la contrainte maximum agissant sur les bords non chargés. A la ruine, il admet que cette contrainte maximum agissant sur la largeur effective vaut la limite d'élasticité f_y . Il suppose donc que la plaque de largeur b_e voilerait pour une contrainte critique égale à la limite d'élasticité.

Dès lors,

$$\sigma_{cr,b_e} = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_p}{b_e}\right)^2 = f_y,$$

d'où l'on tire la formule de Von Karman permettant de définir la largeur effective :

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr,b}}{f_y}} = \pi \left(\frac{t_p}{b}\right) \sqrt{\frac{k_\sigma E}{12(1-\nu^2)f_y}}.$$

Par définition, on peut relier la contrainte moyenne de ruine $\bar{\sigma}_u$ agissant sur la largeur b de la plaque à la limite d'élasticité par :

$$b_e f_y = b \bar{\sigma}_u.$$

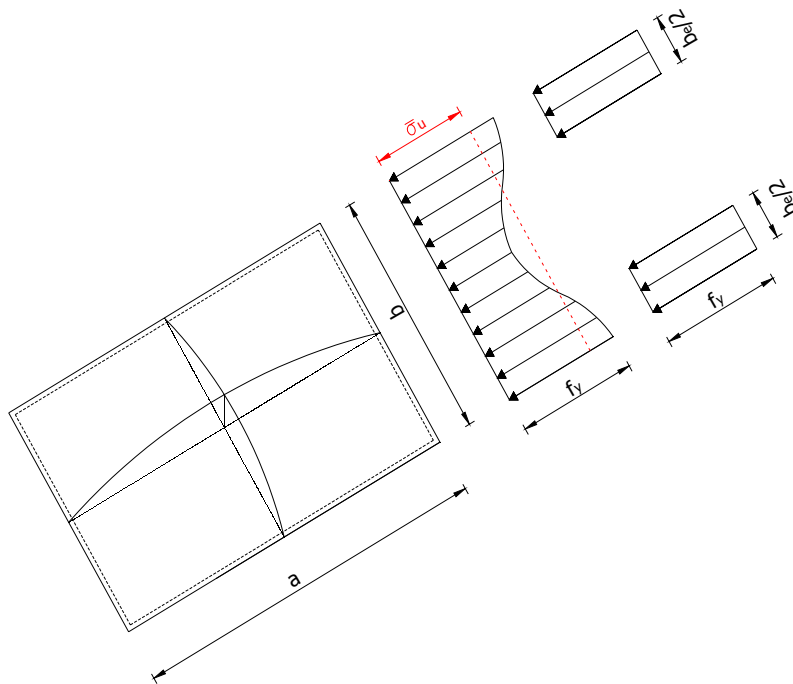


Figure III-2 : Distribution de contraintes dans le domaine postcritique et largeur effective

On introduit l'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$ de la plaque :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,b}}},$$

ainsi que la contrainte réduite \bar{N}_v de la plaque :

$$\bar{N}_v = \frac{\bar{\sigma}_u}{f_y} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \leq 1.$$

Ce coefficient \bar{N}_v n'est autre que le coefficient réducteur permettant de déterminer la perte d'efficacité d'une tôle plane par suite de son voilement. Par conséquent, il permet d'en déterminer la charge de ruine. L'Eurocode nomme ce coefficient par la lettre grecque ρ . Ce coefficient représente donc la perte d'efficacité de la tôle dans le domaine postcritique par suite du voilement.

Cependant, on peut reprocher à la théorie de Von Karman [6] de considérer que la plaque est parfaite. Cette théorie est par conséquent trop optimiste. Winter [6] proposa donc une adaptation sur base d'essais expérimentaux de la formule de Von Karman permettant ainsi de prendre en compte les imperfections inévitables d'une plaque industrielle. Le coefficient réducteur ρ devient :

$$\rho = \bar{N}_v = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,221}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.$$

D'autres auteurs ont également proposés diverses formules permettant de déterminer la perte d'efficacité de plaques imparfaites. On peut entre autres citer Faulkner, Marguerre, ...

L'Eurocode EN 1993 [10] propose une formule identique à celle de Winter en compression pure ($\psi = 1$) :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 && \text{pour } \bar{\lambda}_p > 0,673 \\ \rho &= 1 && \text{pour } \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \end{aligned}$$

De ces formules, on déduit que le coefficient réducteur ρ reste inférieur à l'unité en compression uniforme si l'élançement de la plaque est supérieur à :

$$\frac{\bar{b}}{t} > 19,1\epsilon\sqrt{k_\sigma}.$$

III.1.2. Tôle courbe comprimée

Les tôles courbes et comprimées font apparaître deux phénomènes importants :

- D'une part, les contraintes de compression, agissant tangentiellement à la tôle, induisent une poussée au vide réduisant l'efficacité de cette tôle. Cette poussée au vide doit dès lors être reprise par flexion de la tôle. Cet effet peut être traité avec une approche de largeur effective.
- D'autre part, ces mêmes contraintes de compression sont susceptibles de produire un voilement de la plaque.

Lorsque la tôle présente un rayon de courbure « R » constant dans la direction longitudinale, P. Jetteur et R. Maquoi [12] proposent une formulation permettant de caractériser la perte d'efficacité de cette tôle. La résolution rigoureuse des équations aux dérivées partielles qui régissent le phénomène est délicate et malaisée à appliquer en pratique. Dès lors, une formulation approchée, validée par une confrontation avec des simulations numériques, est proposée et appliquée tant aux tôles parfaites qu'aux tôles imparfaites.

Elle montre que l'efficacité ρ^* d'une tôle courbe dans le domaine postcritique s'obtient en multipliant l'efficacité de la tôle courbe β de la théorie linéaire par l'efficacité ρ d'une tôle plane équivalente. Cette dernière possède un élancement réduit $\bar{\lambda}_p^*$ modifié égal à $\beta\bar{\lambda}_p$.

Dès lors, la perte d'efficacité dans le domaine postcritique des tôles courbes parfaites peut toujours être obtenue à partir d'une équation semblable à celle de Von Karman en effectuant le changement de variables suivant :

$$\bar{\lambda}_p^* = \beta\bar{\lambda}_p$$

$$\rho^* = \frac{1}{\bar{\lambda}_p^*} = \frac{1}{\beta\bar{\lambda}_p} = \frac{\rho}{\beta}$$

En effectuant le même changement de variables pour une tôle imparfaite, on obtient la formule générale simplifiée permettant de déterminer la largeur effective d'une tôle courbe :

$$\rho^* = \beta \left(\frac{\bar{\lambda}_p^* - 0,22}{(\bar{\lambda}_p^*)^2} \right) \leq \beta ,$$

$$\rho^* = \beta \left(\frac{\beta\bar{\lambda}_p - 0,22}{(\beta\bar{\lambda}_p)^2} \right) \leq \beta ,$$

où l'efficacité linéaire β d'une tôle courbe est donnée par :

$$\beta = 1 - \frac{0,82}{1 + \left(3 / \left(\frac{b^2}{Rt_p} \right) \right)^2} .$$

Ce coefficient β permet donc de tenir compte de la poussée au vide induite par la courbure réduisant ainsi l'efficacité de la tôle.

III.2. Tôles planes comprimées raidies longitudinalement

Lorsqu'une tôle plane est raidie longitudinalement, le comportement diffère de celui étudié à la section précédente. En effet, deux types de comportements, diamétralement opposés, sont susceptibles d'apparaître : un comportement à la ruine se rapprochant d'un comportement soit de type plaque mais aussi d'un comportement de type colonne. Ce dernier apparaît essentiellement pour des plaques de faible rapport d'aspect α (c'est-à-dire pour des plaques bien plus larges que longues) et pour des tôles raidies à l'aide de raidisseurs possédant une grande raideur. Ce comportement se différencie de celui de type plaque par le fait qu'il ne dispose d'aucune réserve de résistance dans la phase de comportement postcritique. Cette réserve de résistance provient du développement de contraintes membranaires à la suite du voilement. En d'autres termes, cela signifie que la tôle raidie ne voit rien de la raideur apportée par les appuis des bords longitudinaux non chargés, ou cela revient à dire que pour la tôle tout se passe comme si elle ne disposait pas d'appuis longitudinaux. Il se produit dès lors un flambement des raidisseurs, comme dans le cas d'une colonne bi-appuyée.

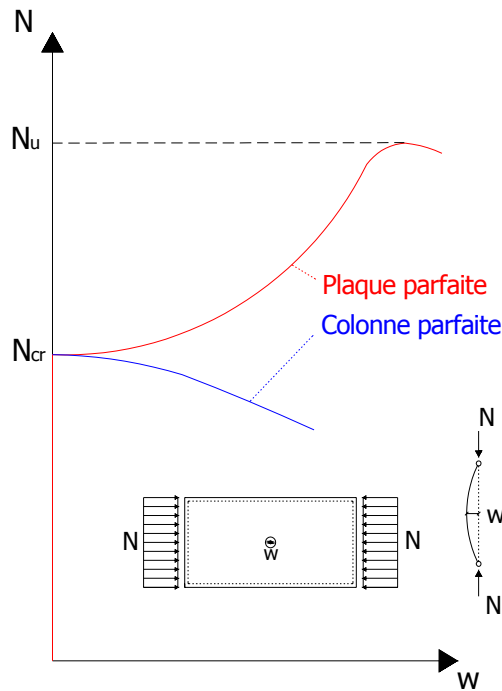


Figure III-3 : Comportement de type plaque et de type colonne

Cependant, ces deux types de comportement correspondent à des cas extrêmes. Généralement, les tôles raidies rencontrées présentent un comportement intermédiaire. C'est ainsi que l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 [10] propose une méthode permettant de tenir compte de l'importance de chacun de ces deux comportements au moyen d'une interpolation.

III.2.1. Détermination de l'aire efficace résultant du voilement local

La première étape de la méthode consiste en la détermination de l'aire efficace résultant d'un voilement local des différents panneaux secondaires entre les raidisseurs. Nous devons donc déterminer l'aire $A_{c,eff,loc}$ se composant des aires de section efficaces de tous les raidisseurs et panneaux secondaires se trouvant dans la zone comprimée, à l'exception des parties efficaces appuyées sur une plaque adjacente, de largeur $b_{edge,eff}$ (Figure III-4).

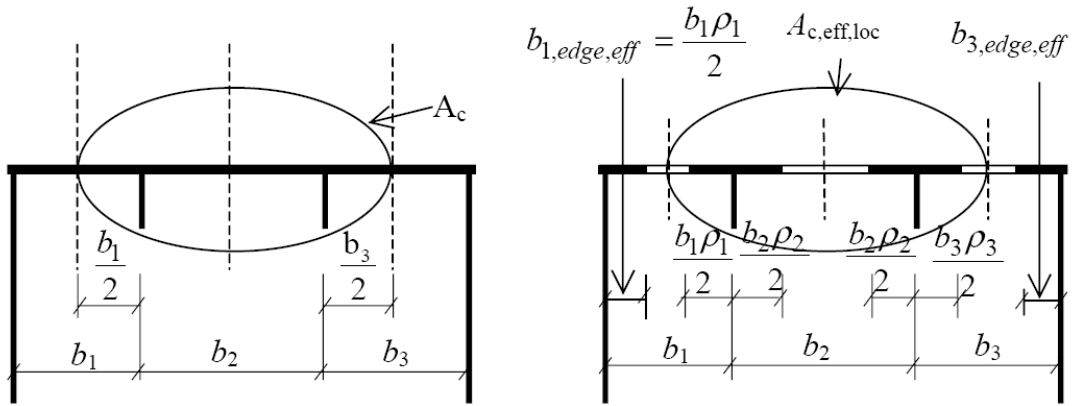


Figure III-4 : Aire efficace résultant du voilement local (tirée de [10])

D'après la Figure III-4, on déduit :

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t ,$$

où

- \sum_c s'applique à la partie comprimée de la tôle, à l'exception des parties $b_{edge,eff}$;
- $A_{sl,eff}$ est la somme de la section efficace de tous les raidisseurs longitudinaux dont l'aire brute A_{sl} se situe dans la zone comprimée ;
- $b_{c,loc}$ est la largeur de la partie comprimée de chaque panneau secondaire ;
- ρ_{loc} est le coefficient réducteur vis-à-vis du voilement pour chaque panneau secondaire.

III.2.2. Comportement de type plaque

Pour évaluer l'efficacité de la tôle raidie ρ_p dans le cas d'un comportement de type plaque, l'Eurocode propose de remplacer la tôle raidie réelle par une plaque dite « plaque orthotrope équivalente ». A cette dernière est « tartinée » uniformément le long de sa largeur la raideur des raidisseurs. Pour obtenir un comportement de type plaque, il est nécessaire que chaque bord soit au moins simplement appuyé. Il convient d'abord d'évaluer la contrainte critique de voilement élastique de cette plaque orthotrope équivalente :

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E ,$$

avec

- $\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_p}{b}\right)^2$ la contrainte de référence d'Euler de la tôle ;
- $k_{\sigma,p}$ le coefficient de voilement global de la plaque orthotrope équivalente avec les raidisseurs tartinés sur la plaque.

La difficulté de la méthode réside dans la détermination de ce dernier coefficient. Il peut être obtenu soit à partir d'abaques appropriées, soit à partir de simulations numériques ou grâce à des

formules approchées. Ces dernières ne sont valables que pour des plaques comportant au moins trois raidisseurs longitudinaux également espacés et s'expriment par :

$$k_{\sigma,p} = \frac{2[(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1]}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad \text{si } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma}$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad \text{si } \alpha > \sqrt[4]{\gamma}$$

Ce coefficient $k_{\sigma,p}$ dépend donc :

- du rapport d'aspect $\alpha = a/b$ de la tôle ;
- du rapport entre la raideur flexionnelle de l'ensemble de la plaque raidie I_{sl} et celle de la tôle seule : $\gamma = I_{sl}/I_p$. Ce coefficient γ est appelé la raideur flexionnelle relative des raidisseurs ;
- du rapport entre l'aire brute des raidisseurs et celle de la tôle seule : $\delta = \sum A_{sl}/A_p$. Ce coefficient est appelé la raideur extensionnelle relative des raidisseurs ;
- de la distribution des contraintes de compression sur la largeur de la plaque, traité par l'intermédiaire du coefficient ψ . Dans notre cas, la compression étant uniforme, ce coefficient vaut 1.

La difficulté est désormais de déterminer la raideur flexionnelle totale I_{sl} de l'ensemble de la plaque raidie. En effet, en comparaison avec des simulations numériques, utiliser l'inertie flexionnelle totale de toute la section (c'est-à-dire avec l'entière largeur de tôle) fournit un résultat non conservatif de capacité portante. Une solution fut dès lors proposée à la 3^{ème} conférence européenne de l'acier [5] (Eurosteel, Coimbra 2002). Cette dernière suggère de calculer l'inertie totale en affectant à chaque raidisseur une largeur collaborante b'_e de tôle (Figure III-5). De plus, pour la tôle, on considère uniquement le terme de transport et on néglige ainsi son inertie propre.

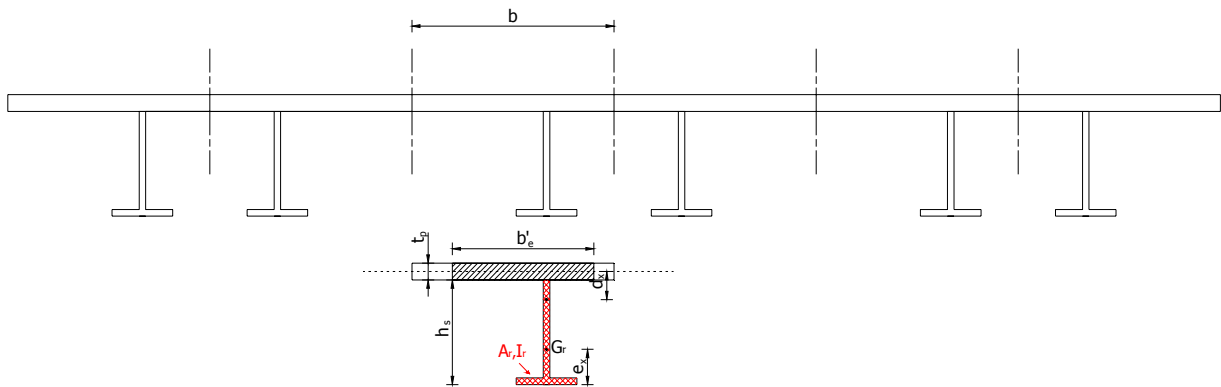


Figure III-5 : Largeur collaborante

Dès lors, la raideur flexionnelle totale I_{sl} peut être discrétisée comme suit, car les n raidisseurs sont disposés de façon symétrique :

$$I_{sl} = n I_s .$$

I_s est l'inertie d'un raidisseur avec sa largeur de tôle collaborante b'_e :

$$I_s = I_r + A_r \cdot \left(h_s + \frac{t_p}{2} - e_x - d_x \right)^2 + b'_e \cdot t_p \cdot d_x^2 ,$$

avec

- I_r l'inertie flexionnelle du raidisseur seul ;
- A_r l'aire brute du raidisseur seul ;
- G_r le centre de gravité du raidisseur seul ;
- d_x la distance entre le plan moyen de la tôle et le centre de gravité de la section composée du raidisseur et de sa largeur collaborante de tôle.

Le problème est maintenant de savoir quelle largeur collaborante de tôle doit être affectée à chaque raidisseur. Des simulations numériques ont permis de montrer, ainsi que l'illustre la Figure III-6, que le pourcentage de largeur à affecter est proportionnel au rapport $\sum A_{st} / (\sum A_{st} + A_p)$.

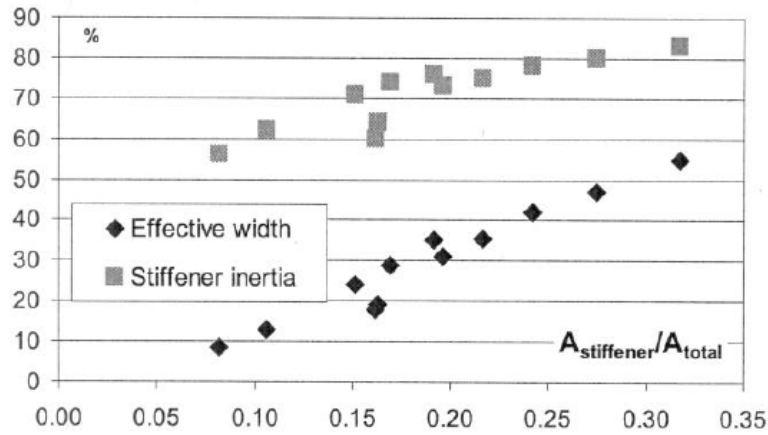


Figure III-6 : Evolution de la largeur collaborante (tirée de [5])

Une telle approche fournit un résultat conservatif de capacité portante de la tôle plane raidie par rapport au résultat obtenu par simulation numérique.

Connaissant la contrainte critique de voilement élastique de la plaque orthotrope équivalente, il est possible de déterminer l'élançement réduit de cette plaque orthotrope équivalente $\bar{\lambda}_p$ comme suit :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}},$$

où le coefficient réducteur $\beta_{A,c}$ permet de tenir compte du voilement local éventuel des panneaux secondaires. Celui-ci réduit la résistance plastique de la section brute de la tôle raidie et caractérise l'efficacité de la section droite :

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c},$$

où

- $A_{c,eff,loc}$ est l'aire efficace résultant du voilement local des panneaux secondaires, comme défini à la section III.2.1. ;
- A_c est l'aire brute de la zone comprimée de la plaque raidie à l'exception des panneaux secondaires en appui sur une plaque adjacente.

Le coefficient réducteur ρ_p de la plaque orthotrope équivalente est obtenu à partir de la formule classique pour les plaques simplement appuyées :

$$\rho_p = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \quad \text{pour } \bar{\lambda}_p > 0,673$$

$$\rho_p = 1 \quad \text{pour } \bar{\lambda}_p \leq 0,673$$

III.2.3. Comportement de type colonne

Pour évaluer l'efficacité de la tôle raidie χ_c dans le cas d'un comportement de type colonne, on suppose que les bords longitudinaux (non chargés) ne sont pas appuyés. Ils sont donc libres. La plaque n'est donc appuyée que le long de ses deux bords chargés. Il faut, dans un premier temps, évaluer la contrainte critique de flambement de la plaque supposée non-appuyée sur ses bords non chargés. Cette contrainte n'est rien d'autre que la contrainte de flambement du raidisseur le plus proche du bord le plus comprimé. Or, dans notre cas, la compression est uniforme. Cette contrainte est donc identique pour chacun des raidisseurs et vaut :

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2},$$

où

- $I_{sl,1}$ est l'inertie flexionnelle de la section transversale brute du raidisseur et des parties adjacentes de la tôle collaborante par rapport à la flexion hors plan de la plaque. Dès lors, $I_{sl,1} = I_s$;
- $A_{sl,1}$ est l'aire de la section transversale brute du raidisseur et des parties adjacentes de la tôle ;
- a est la longueur de la tôle. La tôle étant simplement appuyée sur ses bords chargés, cette longueur correspond à sa longueur de flambement.

On en déduit l'élancement réduit $\bar{\lambda}_c$ vis-à-vis du flambement :

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}},$$

où le coefficient réducteur $\beta_{A,c}$ permet de tenir compte, comme pour le comportement de type plaque, du voilement local éventuel des panneaux secondaires :

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{sl,1,eff}}{A_{sl,1}}.$$

Le coefficient réducteur χ_c relatif au flambement est obtenu à partir des courbes européennes de flambement. Le facteur d'imperfection α est fixé à 0,34 (raidisseurs à section fermée) ou à 0,49 (raidisseurs à section ouvertes). Cependant, il convient d'utiliser une valeur plus élevée pour les plaques raidies égale à :

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e},$$

avec

- $i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}}$ le rayon de giration du raidisseur ;
- $e = \max(e_1; e_2)$ la plus grande distance entre le centre de gravité des raidisseurs seuls et celui de la tôle par rapport au centre de gravité des raidisseurs avec leur largeur de tôle participante.
 - $e_1 = h_s + \frac{t_p}{2} - e_x - d_x$
 - $e_2 = d_x$

et donc,

$$\phi_c = 0,5(1 + \alpha_e(\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2).$$

Dès lors, on peut en déduire le coefficient réducteur vis-à-vis du flambement :

$$\chi_c = \frac{1}{\phi_c + \sqrt{\phi_c^2 - \bar{\lambda}_c^2}} \leq 1.$$

III.2.4. Interpolation entre le comportement de type plaque et de type colonne

Le coefficient réducteur global ρ_c de la tôle raidie est obtenu par interpolation du second degré entre le l'efficacité ρ_p pour le comportement de type plaque et l'efficacité χ_c pour le comportement de type colonne :

$$\rho_c = (\rho_p - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c \leq 1.$$

Le facteur ξ mesure l'importance des contraintes critiques relatives à chaque comportement l'une par rapport à l'autre:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{avec} \quad 0 \leq \xi \leq 1.$$

C'est sur base de ce facteur qu'est défini le degré d'importance de chacun des deux comportements. Ainsi, lorsque ξ vaut 1, seul le comportement de type plaque est pris en compte ($\rho_c = \rho_p$) et inversement lorsque ξ vaut 0 ($\rho_c = \chi_c$).

III.2.5. Capacité portante de la tôle plane raidie

Nous sommes à présent en mesure de déterminer l'aire de section efficace de la tôle plane raidie :

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t.$$

Et par conséquent à même d'évaluer la capacité portante de la tôle raidie :

$$N_u = A_{c,eff} \frac{f_y}{\gamma_{m0}}.$$

III.2.6. Résumé de la méthode

En résumé, pour déterminer la charge ultime d'une tôle plane comprimée raidie longitudinalement, il convient de procéder comme suit :

1. Détermination de l'aire efficace résultant du voilement local des différents panneaux secondaires ;
2. Evaluation de l'efficacité ρ_p de la tôle raidie dans le cas d'un comportement de type plaque ce qui implique de déterminer au préalable la contrainte critique de voilement élastique de la plaque orthotrope équivalente ainsi que l'élançement réduit correspondant ;
3. Evaluation de l'efficacité χ_c de la tôle raidie dans le cas d'un comportement de type colonne ce qui implique de déterminer au préalable la contrainte critique de flambement de la plaque supposée non-appuyée sur ses bords non chargés ainsi que l'élançement réduit correspondant ;
4. Détermination du coefficient réducteur global ρ_c de la tôle raidie par une interpolation entre l'efficacité relative aux deux comportements dont le degré d'interpolation dépend de l'importance relative des contraintes critiques l'une par rapport à l'autre ;

5. Evaluation de l'aire de section efficace de la tôle plane raidie ;
6. Evaluation de la charge de ruine de la tôle raidie étudiée.

De manière à faciliter la compréhension d'utilisation de la méthode, un exemple est proposé à l'annexe B.

Notons que cette méthode résulte d'une série d'approximations limitant ainsi son domaine d'utilisation. Les hypothèses limitatrices sont les suivantes :

- rapport d'aspect de la tôle $\alpha = \frac{a}{b} \geq 0,5$;
- la plaque doit comporter au moins trois raidisseurs également espacés.

IV. DÉFINITION DES GÉOMÉTRIES

Ce chapitre regroupe l'ensemble des caractéristiques géométriques des tôles raidies qui serviront de base à l'étude numérique. Nous y justifions également les choix de paramètres effectués.

Les géométries des tôles raidies, qui seront traitées au cours de l'étude par voie numérique, ont été choisies sur base de géométries couramment utilisées dans la pratique. Elles sont définies en s'inspirant de celles adoptées pour le projet de la Ravine-Fontaine (Source : *Bureau Greisch*) sur l'île de la Réunion ainsi que sur base de dimensions couramment utilisées en pratique.

Les paramètres étudiés sont repris au Tableau IV-1. Ils se réfèrent aux notations définies à la Figure II-1.

Tôle :	a	: 5 m (fixe)
	b	: 3 - 6 - 8 m
	t_p	: 25 - 30 - 40 - 50 mm
Auget :	b_s	: 300 mm (fixe)
	h_s	: 250 mm (fixe)
	l_s	: 350 mm (fixe)
	t_s	: 10 - 14 - 16 mm
	Entraxe	: 1 m, soit un auget par mètre de tôle
Rayon de courbure :	R	: ∞ - 1250 - 400 - 300 - 200 - 100 - 50 m
Acier :	E	: 210 000 MPa
	f_y	: 355 MPa
	ν	: 0,3

Tableau IV-1 : Paramètres des géométries étudiées

La longueur de tôle de 5 m est représentative des intervalles de 4-5 m entre les entretoises d'un caisson couramment rencontrés en pratique. Les différentes largeurs ont été choisies de manière à pouvoir couvrir une plage assez large, traitant à la fois de tôles relativement étroites et de tôles larges.

Les tôles dont le rapport d'aspect α est compris entre 0,625 et 1,66 seront supposées simplement appuyées sur leurs quatre bords. La justification de cette hypothèse est donnée à la section « V.5. Conditions d'appui ».

Notons que nous nous sommes limités à l'étude de tôles raidies uniquement par l'intermédiaire d'augets. En effet, ces profilés sont les plus courants pour ce type d'utilisation. La géométrie des augets utilisés est une constante, seule leur épaisseur est variable.

Concernant les épaisseurs de tôle et d'augets, nous distinguerons uniquement certaines combinaisons. En effet, il serait illogique de placer de « gros » augets en combinaison avec une tôle « fine » et inversement. C'est pourquoi nous n'utiliserons que les quatre combinaisons suivantes :

t_p	t_s
25 mm	10 mm
30 mm	14 mm
40 mm	16 mm
50 mm	16 mm

Le choix d'entraxe des augets a été établi pour disposer d'un auget par mètre de tôle. On peut donc relier aisément la largeur de la tôle au nombre d'augets disposés.

Les rayons de courbure utilisés ont été fixés de manière à balayer un intervalle suffisamment large et en concordance avec les valeurs rencontrées dans la pratique. Le rayon de courbure de 1250m, bien qu'en dehors du domaine de valeurs rencontrées en pratique, est nécessaire. En effet, il n'est pas possible d'effectuer une analyse non linéaire élasto-plastique sans amorcer une déformée initiale de la structure. Les tôles présentant ce rayon de courbure permettront de déterminer la charge de ruine de la tôle que nous supposerons comme plane.

Comme illustré à la Figure IV-1, chaque rayon de courbure peut être relié à une flèche à mi-travée f et donc à une imperfection géométrique globale f/a . Ces données sont fournies au Tableau IV-2.

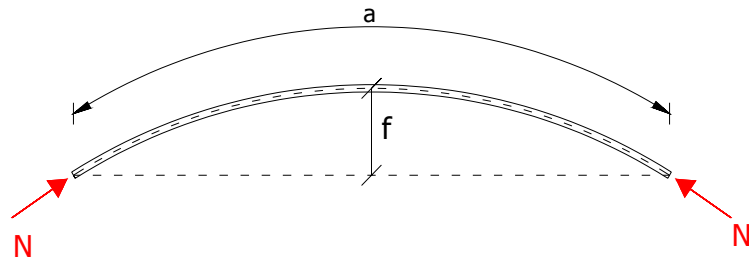


Figure IV-1 : Flèche de la tôle courbe

Pour chaque rayon de courbure, la flèche f est donnée par :

$$f = R \left(1 - \cos \left(\frac{a}{2R} \right) \right).$$

R	50 m	100 m	200 m	300 m	400 m	1250 m
f	62,5 mm	31,25 mm	15,6 mm	10,4 mm	7,8 mm	2,5 mm
f/a	1/80	1/160	1/320	1/480	1/640	1/2000

Tableau IV-2 : Relation entre rayon de courbure et imperfection géométrique globale de tôle

V. MODÉLISATION

Ce chapitre a pour rôle essentiel de décrire les choix effectués pour modéliser les tôles raidies étudiées dans le programme d'analyse non linéaire par éléments finis FINELG. Ainsi, nous décrivons les choix adoptés pour les axes, la discrétisation de la section droite et de la courbure, l'utilisation de la symétrie, les conditions d'appui et le mode de chargement.

V.1. Axes globaux et locaux

Les axes globaux X, Y, Z sont définis à la Figure V-1 (en bleu). L'origine est placée à une extrémité de la tôle. L'axe X est tangent à la tôle selon la direction longitudinale. L'axe Y est transversal à la tôle. L'axe Z, perpendiculaire aux deux précédents, est radial.

Les axes locaux x, y, z sont également définis à la Figure V-1 (en vert). Ils sont placés de telle sorte que l'axe x soit tangent à la tôle selon la direction longitudinale et que l'axe z soit radial. Par rapport aux axes globaux, le trièdre d'axes locaux subit une rotation d'un angle θ autour de l'axe global Y.

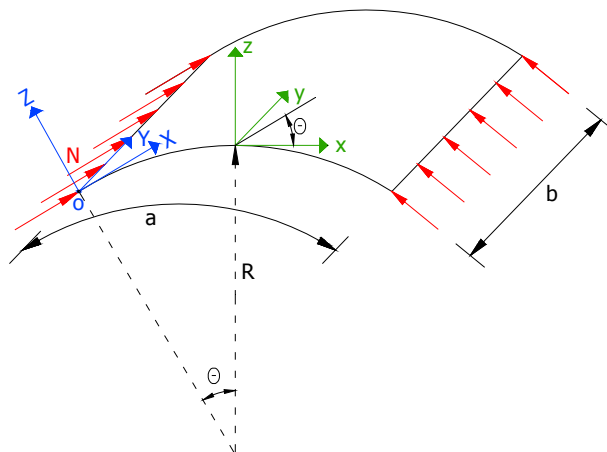


Figure V-1 : Axes globaux et locaux

V.2. Discrétisation de la section droite

La section droite de la tôle raidie est discrétisée comme défini à la Figure V-2. Sur chaque face d'auget, nous plaçons 4 nœuds. Nous procédons de même pour chaque sous-panneau de tôle. Pour chaque auget avec sa largeur de tôle associée (resp. deux demi-entraxes), nous plaçons donc 18 nœuds. Les nœuds doivent être placés à mi-épaisseur de la plaque.

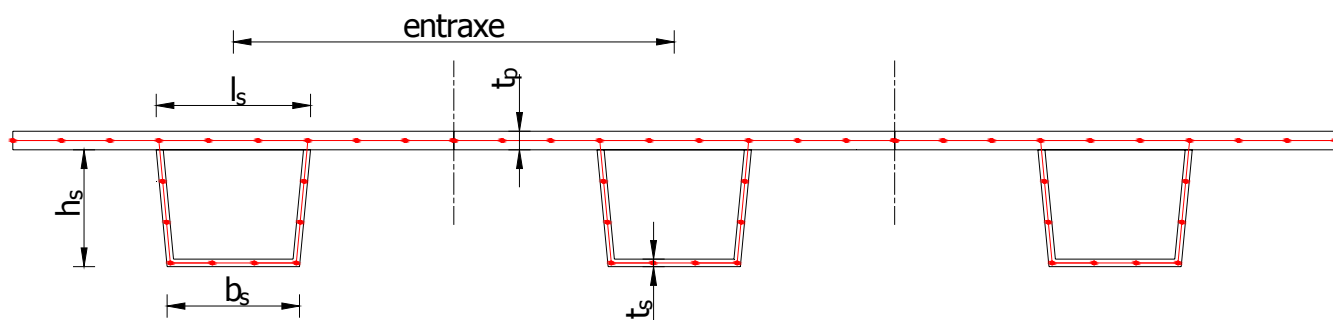


Figure V-2 : Discrétisation de la section droite

Nous utiliserons des éléments de type plaque à quatre nœuds.

V.3. Paramétrisation de la courbure

Le tracé courbe de la tôle est approché par un tracé polygonal. Les nœuds de chaque élément sont situés sur le tracé théorique de la courbe. Les éléments sont donc des cordes de la courbe.

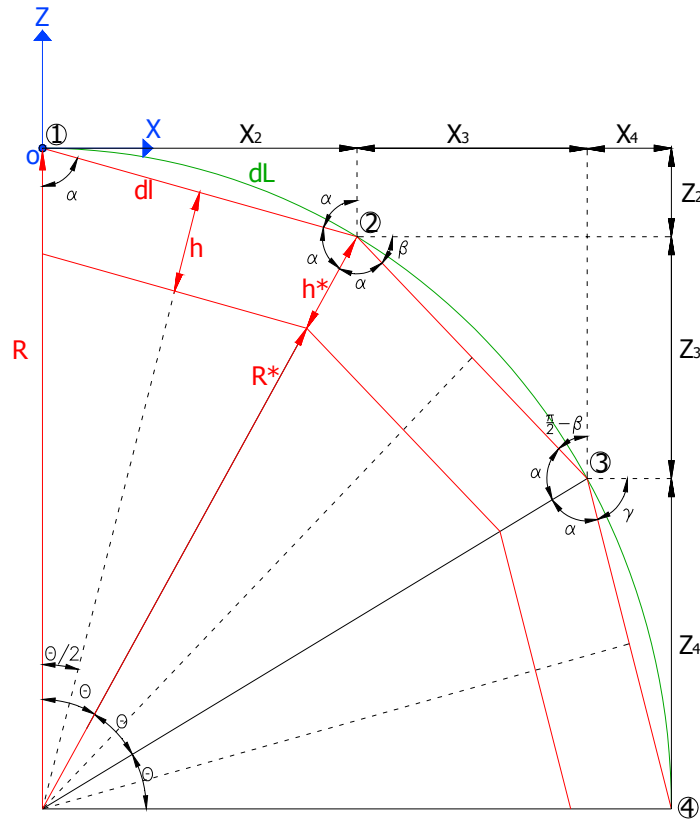


Figure V-3 : Paramétrisation de la courbure

On peut déterminer l'angle d'ouverture θ de chaque élément par :

$$\theta = \frac{dL}{R},$$

où dL est la longueur du tronçon d'arc entre deux nœuds. Cette longueur d'arc est égale à la longueur a de la tôle divisée par le nombre d'éléments souhaité. La longueur dl d'un élément satisfait :

$$dl = 2R \sin(\theta/2) < dL.$$

Les coordonnées du point 1 de la tôle sont aisément obtenues car ce nœud est situé à l'origine des axes globaux. Quant à celles du point 2, elles sont déterminées par :

$$\begin{cases} X_2 = dl \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ Z_2 = dl \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{cases} \quad \text{avec, } \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}.$$

Dès lors,

$$\begin{cases} X_2 = dl \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ Z_2 = dl \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases}$$

De même pour les coordonnées du nœud 3, on obtient :

$$\begin{cases} X_3 = dl \cos(\beta) \\ Z_3 = dl \sin(\beta) \end{cases} \quad \text{avec, } \beta = \frac{3\pi}{2} - 3\alpha = \frac{3\theta}{2},$$

pour les coordonnées du nœud 4 :

$$\begin{cases} X_4 = dl \cos(\gamma) \\ Z_4 = dl \sin(\gamma) \end{cases} \quad \text{avec, } \gamma = \frac{3\pi}{2} - 5\alpha = \frac{5\theta}{2}.$$

On procède de la même manière pour les autres nœuds et on observe que pour tout nœud j de la tôle ses coordonnées s'expriment par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} X_j = dl \cos\left((2j - 3)\frac{\theta}{2}\right) \\ Z_j = dl \sin\left((2j - 3)\frac{\theta}{2}\right) \end{cases}$$

En ce qui concerne les nœuds des augets, bien que l'angle d'ouverture θ soit conservé, il importe de tenir compte du changement de rayon de courbure :

$$\begin{aligned} R^* &= R - h^* \quad \text{avec, } h^* = h / \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) \\ dl^* &= 2R^* \sin(\theta/2) \end{aligned}$$

La formule générale permettant de déterminer les coordonnées de n'importe quel nœud de la tôle raidie (nœud de la tôle ou des augets), dans le système d'axes globaux défini précédemment, peut ainsi s'écrire :

$$\begin{cases} X_j = dl^* \cos\left((2j - 3)\frac{\theta}{2}\right) \\ Z_j = dl^* \sin\left((2j - 3)\frac{\theta}{2}\right) \end{cases}$$

Dans le cas d'un nœud de la tôle, les formules se simplifient puisque dans ce cas $h^* = 0$ et on retrouve les expressions précédentes.

V.4. Symétrie

Nous exploiterons la symétrie dans la direction longitudinale, dans le sens de la longueur, de sorte qu'il n'est nécessaire de modéliser qu'une demi-tôle de longueur $a/2$. Nous pouvons procéder de la sorte car :

- la géométrie, les conditions d'appuis et le chargement sont symétriques. Cependant, ces conditions sont des conditions nécessaires mais non suffisantes car la déformée d'instabilité ou de ruine ne l'est pas forcément.
- La déformée d'instabilité est symétrique pour des rapports d'aspect α de tôle impairs. En effet, la théorie comme les résultats expérimentaux montrent que lorsqu'une plaque sous compression uniforme voile, les ondes de voilement ont toujours une forme plus ou moins carrée. Or, dans notre cas, pour les rapports d'aspect inférieurs ou égaux à un, la condition de symétrie longitudinale est bien respectée car il ne pourra se développer qu'une seule demi-onde de voilement longitudinale. Pour la largeur de tôle de 3 m, le rapport d'aspect est supérieur à l'unité et vaut 1,66. Cependant, comme ce dernier reste inférieur à 2, il est raisonnable d'admettre que le comportement longitudinal reste symétrique. Cette dernière hypothèse sera vérifiée a posteriori.

Nous avons décidé d'utiliser cette symétrie pour les raisons suivantes :

- le modèle utilisé est plus simple. En effet, il ne reste plus qu'un seul bord chargé ce qui permet d'éviter de devoir travailler avec des axes locaux pour les charges (voir section « V.6. Mode de chargement »).
- Un gain en temps de calcul important : le modèle contenant deux fois moins de nœuds ou d'éléments, la taille du modèle à traiter est réduite de moitié.
- Un gain d'espace de stockage. Cette raison est également une conséquence directe du nombre réduit de nœuds.

Nous pourrions également utiliser la symétrie dans la direction transversale, dans le sens de la largeur. En effet, la théorie tout comme les résultats expérimentaux montrent qu'il ne peut se développer qu'une seule demi-onde de voilement dans le sens de la largeur d'une tôle comprimée uniformément. Cependant, pour des raisons de visualisation, de compréhension et d'interprétation des résultats, nous choisirons de modéliser l'entièreté de la tôle sur sa largeur.

V.5. Conditions d'appui

La tôle est supposée simplement appuyée sur ses quatre bords (Figure V-4). Cette modélisation des appuis est aisément justifiable.

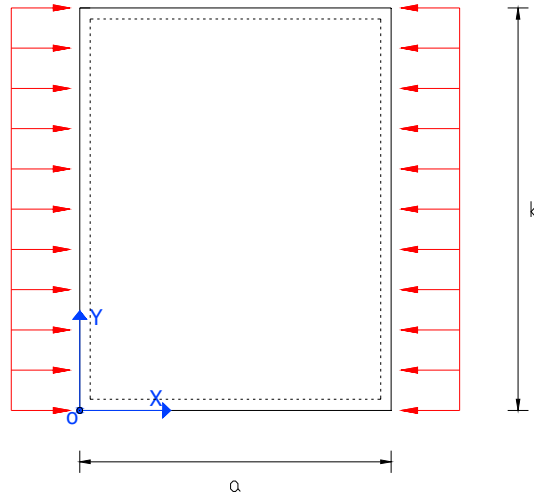


Figure V-4 : Conditions d'appui

En effet, la tôle courbe que nous étudions constitue la semelle d'un caisson, les bords non chargés sont donc soudés aux âmes de ce caisson. Il est raisonnable d'admettre que ces bords ne pourront se déplacer radialement vu la grande rigidité des âmes dans leur plan. Cependant, bien que la semelle soit soudée aux âmes et donc encastree élastiquement dans ces dernières, nous laissons libre les rotations autour de l'axe local x , l'âme étant peu rigide transversalement de sorte que généralement, le degré d'encastrement est faible. Les appuis des bords non chargés sont donc des appuis simples bloquant le déplacement radial selon l'axe local z (Figure V-5).

Pour modéliser la symétrie, nous plaçons à mi-longueur de la tôle un appui à plateau sur toute la largeur de la tôle. Cet appui bloque, dans les axes locaux, le déplacement tangentiel, ainsi que les rotations autour des axes locaux y et z . Ces conditions d'appui ne s'appliquent pas seulement à la tôle mais également aux raidisseurs (Figure V-5).

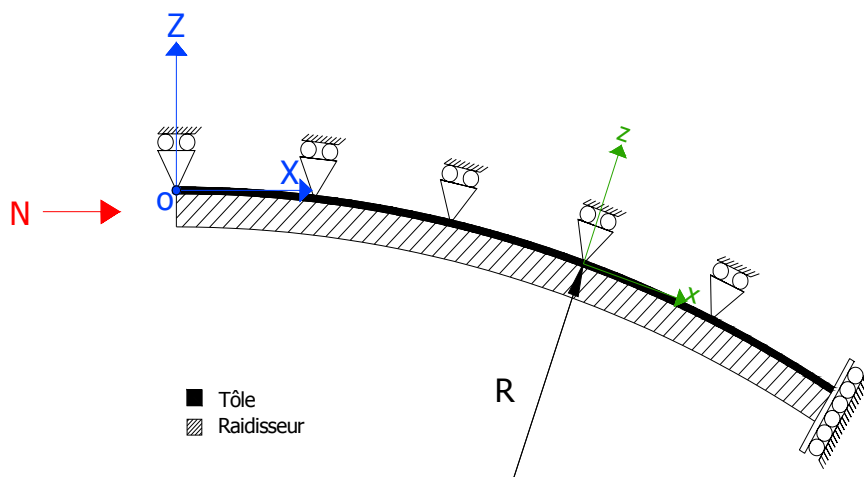


Figure V-5 : Conditions d'appui des bords non-chargés et de la symétrie longitudinale

A chaque extrémité de la tôle se trouve une entretoise soudée à la tôle. Cette dernière ayant, comme les âmes pour les semelles, une grande raideur dans son plan empêche tout déplacement radial de la tôle. Nous pouvons donc tirer les mêmes conclusions pour les bords chargés que pour ceux non chargés. Les appuis des bords chargés seront donc des appuis simples bloquant le déplacement radial, soit selon l'axe local z .

V.6. Mode de chargement

Nous appliquons une charge uniformément répartie sur tout le bord de la tôle y compris sur les augets. Cette charge agit tangentielle au bord chargé. Ce chargement doit produire un état de contrainte longitudinal parfaitement uniforme dans une tôle raidie parfaitement plane. Vu notre choix de système d'axes globaux et l'utilisation de la symétrie longitudinale, nous ne devons plus charger qu'un seul bord et pouvons travailler dans les axes globaux pour le chargement. Ces choix nous évitent ainsi tout problème de projection.

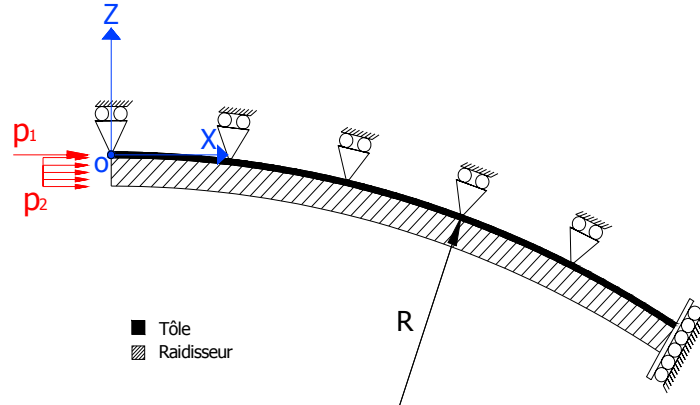


Figure V-6 : Mode de chargement

Pour produire un état de contrainte longitudinal parfaitement uniforme dans une tôle raidie parfaitement plane, la charge uniformément répartie p_1 appliquée le long de la tôle doit produire la même contrainte que la charge uniformément répartie p_2 appliquée sur le bord des augets (Figure V-6). L'intensité de ces charges doit donc être proportionnelle à l'épaisseur de la plaque sur laquelle elles s'appliquent. Dès lors, les charges doivent satisfaire la relation :

$$p_2 = p_1 \frac{t_p}{t_s}$$

La méthode de chargement doit respecter certaines conditions. La première condition impose que le bord chargé de la tôle reste rectiligne de manière à respecter la condition de continuité. En d'autres termes, le déplacement tangentiel du bord chargé de la tôle doit être uniforme. Pour respecter cette condition, le logiciel *FINELG* permet, par l'utilisation d'éléments fictifs, appelés *CONLIA*, d'imposer des contraintes linéaires. Ces dernières permettent d'imposer un déplacement tangentiel uniforme le long du bord chargé de la tôle. Cette méthode revient à placer une poutre de raideur infinie autour de l'axe radial (axe local z) le long du bord de la tôle.

La deuxième condition nécessite que chaque bord des augets soit rectiligne pour également respecter la condition de continuité. Cela revient à dire que les nœuds d'un même bord doivent subir un déplacement tangentiel linéaire. Pour ce faire, nous plaçons sur chaque bord des augets des poutres raidies autour de l'axe local z (Figure V-7).

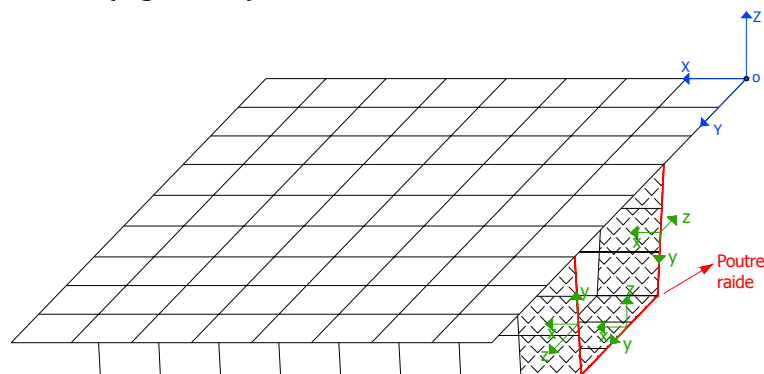


Figure V-7 : Poutres raidies

Par poutres raides, nous entendons des poutres dont l'inertie flexionnelle autour de l'axe local z est 10 fois plus importante que l'inertie autour du même axe de la première ligne d'éléments plaque (en quadrillé sur la Figure V-7). Elles présentent ainsi uniquement une inertie dans le sens de la compression. Ces poutres ne devront pas créer de bridage empêchant la libre dilatation des plaques par effet Poisson. Ces poutres devraient avoir théoriquement une aire nulle, or, le logiciel *FINELG* ne le permet pas. Nous fixerons une aire très petite mais non nulle (10^{-8} mm^2).

Enfin, une dernière condition impose que la section droite des augets aux extrémités soit conservée au cours du chargement. A chaque extrémité de la tôle, les augets sont soudés à l'entretoise soit directement soit par l'intermédiaire de « mouchoirs ». Il ne peut par conséquent y avoir ni de distorsion, ni de voilement aux extrémités des augets. Pour satisfaire cette condition, une première idée consiste à placer des bielles jouant le rôle de contreventement pour conserver la section droite des augets. Ces bielles modélisent la raideur en cisaillement des diaphragmes, des entretoises.

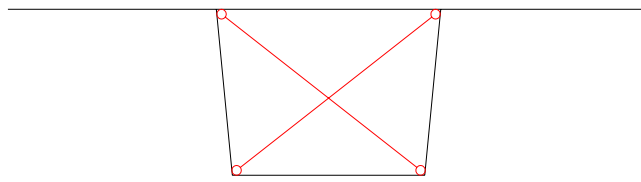


Figure V-8 : Bielles

Cependant, bien que ces bielles permettent d'obtenir une très grande raideur dans leur plan, elles induisent de légères perturbations locales empêchant d'obtenir un état de contrainte longitudinal uniforme dans une tôle plane parfaite. Les perturbations proviennent du bridage créé. Mais surtout, ces bielles, bien qu'empêchant la distorsion de la section droite, n'empêchent pas le voilement local des extrémités de l'auget ce qui est physiquement inadmissible vu la présence des entretoises. Dès lors, plutôt que de placer des bielles, nous allons placer des poutres raides autour de l'axe local x sur les bords chargés de l'auget (voir Figure V-7). Par poutres raides, nous entendons des poutres dont l'inertie autour de l'axe x est 100 fois plus importante que l'inertie autour du même axe de la première ligne d'éléments plaque. Nous multiplions ici l'inertie par un facteur 100 car la raideur nécessaire pour modéliser la raideur en cisaillement des diaphragmes doit être importante. Les poutres ne présentent donc qu'une inertie dans la direction perpendiculaire à la compression. Cet ensemble de poutres peut être vu en quelque sorte comme un portique encasté dans la tôle. Comme justifié précédemment, ces poutres ne doivent pas introduire de bridage.

V.7. Propriétés mécaniques

Les propriétés mécaniques utilisées sont celles des aciers couramment utilisés en construction, c'est-à-dire :

- un module de Young de 210 000 MPa ;
- un coefficient de Poisson ν de 0,3 ;
- une limite d'élasticité f_y de 355 MPa ;

La loi constitutive de l'acier utilisée est une loi élastique parfaitement plastique.

Les unités employées dans le logiciel *FINELG* sont le Newton et le millimètre.

VI. RÉSULTATS DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Ce chapitre présente et analyse l'essentiel des résultats de l'étude numérique par éléments finis. Cette étude a été réalisée à l'aide du logiciel de simulation FINELG. Les paramètres calculés sont la contrainte critique de voilement élastique et la charge de ruine.

Les résultats détaillés des simulations numériques sont fournis dans l'annexe A.

VI.1. Contrainte critique

VI.1.1. Mode global

Une première étude a concerné la détermination des contraintes critiques relatives au premier mode de voilement global des tôles étudiées. Pour ce faire, nous avons réalisé une analyse d'instabilité linéaire de la structure. Ainsi, nous avons pu évaluer les différentes charges (valeurs propres) et modes critiques (modes propres). Lors de cette analyse, la structure est supposée indéfiniment élastique et parfaite. La plasticité du matériau ainsi que les imperfections géométriques et matérielles sont négligées.

Au terme de cette étude, nous avons observé que pour chacune des tôles étudiées ainsi que pour chaque rayon de courbure, le premier mode d'instabilité global est un voilement en une seule demi-onde longitudinale de la tôle raidie, c'est-à-dire en une seule cloque, comme illustré à la Figure VI-1 dans le cas d'une tôle de 3 et 8 m de largeur.

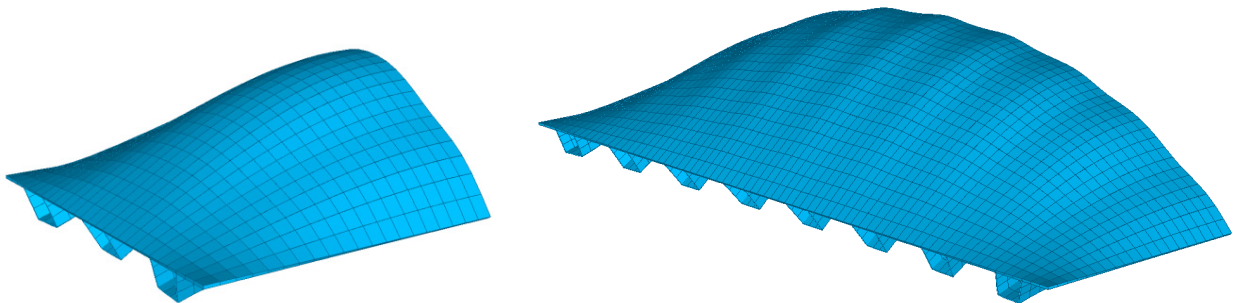


Figure VI-1 : Premier mode global d'instabilité (schéma avec symétrie longitudinale)

Les contraintes critiques obtenues sont présentées à la Figure VI-2. De ces résultats, il ressort que :

- Quelle que soit la tôle raidie envisagée, la contrainte critique relative au premier mode de voilement global est supérieure à la limite d'élasticité f_y de l'acier (355 MPa). Ces contraintes critiques sont de deux à trois fois supérieures à f_y . La conséquence directe de cette remarque est qu'il ne se produira pas de voilement global de la structure avant l'atteinte de la charge de ruine. La structure périra donc par plastification en flexion et non suite à une instabilité. Le fait d'obtenir des contraintes critiques aussi importantes est aisément explicable : un des rôles fondamentaux du raidissage est de retarder le voilement de la plaque et donc d'augmenter sa contrainte critique.
- Plus la largeur de la tôle diminue à épaisseur de tôle et d'augets égales, plus la contrainte critique est élevée. En effet, plus cette largeur diminue, plus la raideur transversale est élevée. En d'autres termes, cela signifie que plus la tôle est étroite, plus cette dernière voit la raideur apportée par les appuis longitudinaux.
- Les courbes relatives à des tôles dont le rapport d'aspect α est inférieur à 1 sont relativement proches. Pour ces tôles, la largeur ainsi que l'épaisseur ont une influence bien moins importante sur les contraintes critiques que pour les tôles de 3 m de large.

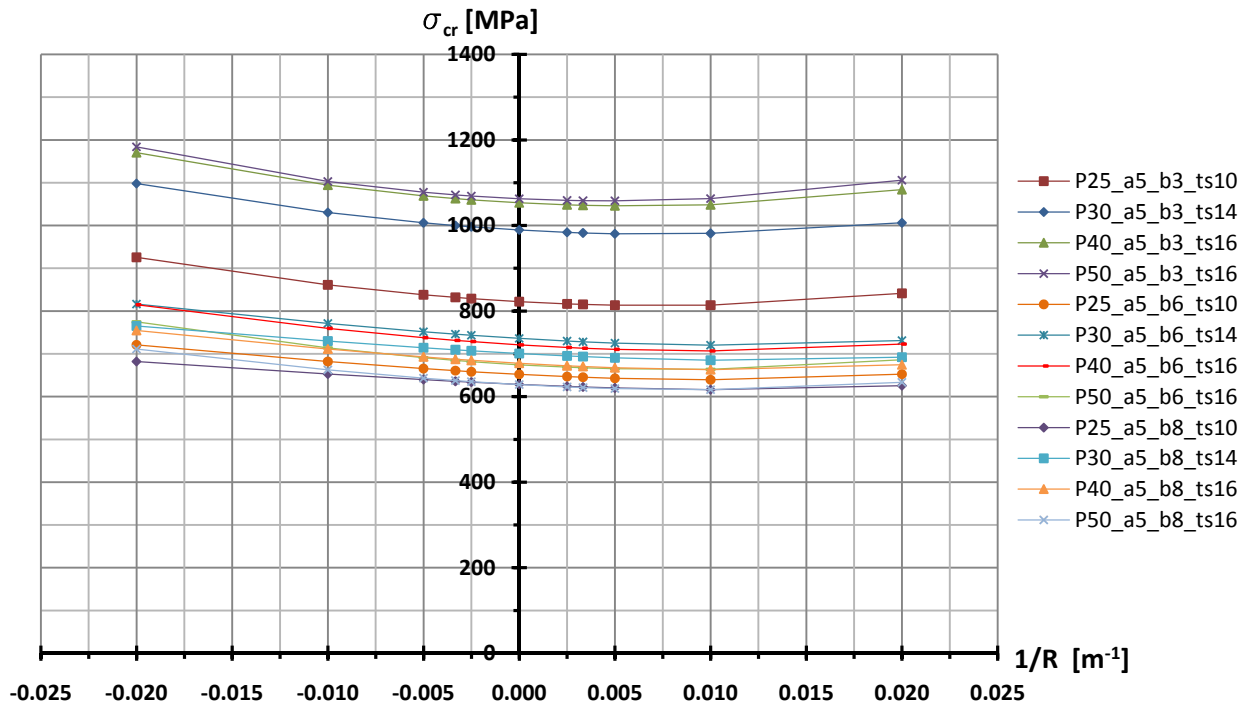


Figure VI-2 : Contraintes critiques du premier mode global

Afin de mettre clairement en évidence l'influence du rayon de courbure indépendamment des autres paramètres géométriques de la tôle, la Figure VI-3 présente les contraintes normalisées obtenues en divisant la contrainte critique réelle par la contrainte critique de la tôle plane correspondante (Figure VI-3).

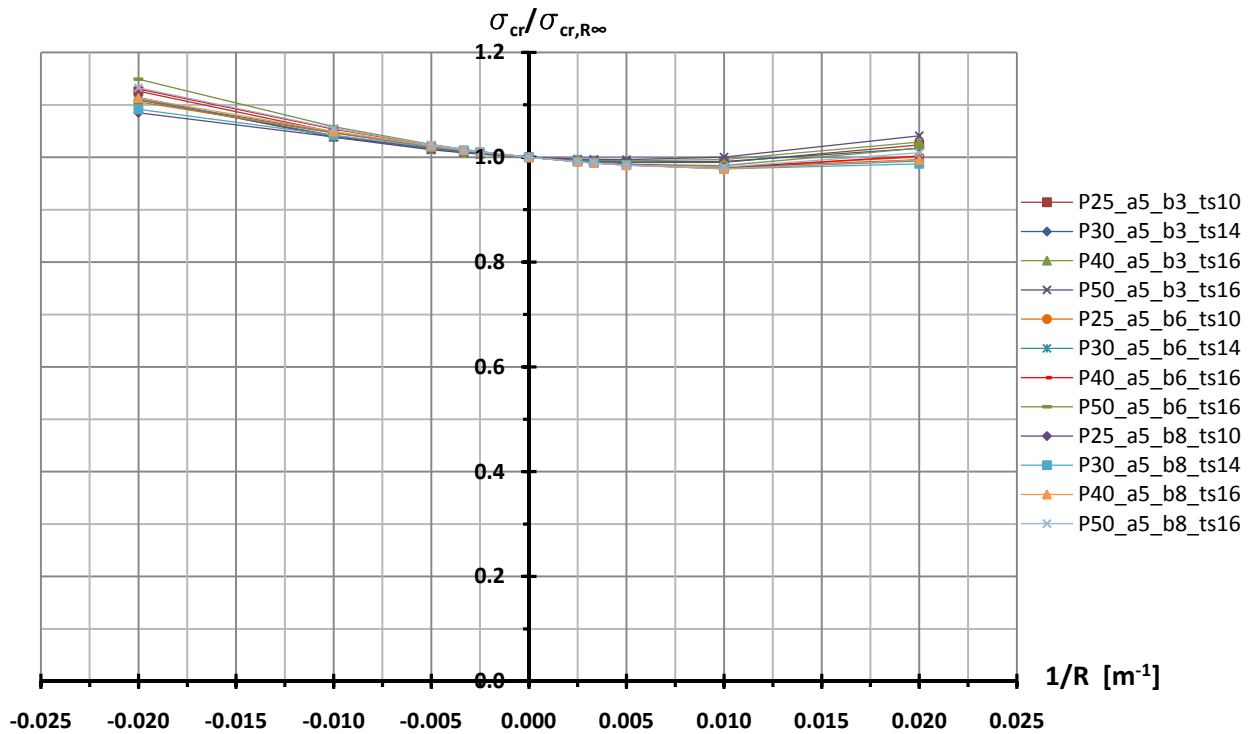


Figure VI-3 : Contraintes critiques normées du premier mode global

De ces courbes (Figure VI-3), on peut en conclure que :

- Pour les rayons de courbure négatifs (augets à l'extérieur de la courbure), quelle que soit la tôle envisagée, la contrainte critique augmente lorsque le rayon de courbure diminue. Il en résulte que la poussée au vide induite par la courbure est de moins en moins importante par rapport à la force de rappel créée par les raidisseurs. En effet, plus le rayon de courbure diminue, plus les augets sont décomprimés et efficaces, accroissant ainsi la force de rappel.
- Pour les rayons de courbures positifs (augets à l'intérieur de la courbure), la poussée au vide et la force de rappel se contrebalancent lorsque le rapport d'aspect de la tôle est inférieur à 1. En effet, la contrainte critique diminue légèrement lorsque le rayon de courbure augmente. Lorsque ce rapport est supérieur à 1 (soit pour la tôle de 3 m de largeur), la contrainte critique augmente légèrement lorsque le rayon de courbure diminue, mais de manière moins prononcée que pour les rayons négatifs.

Deux remarques importantes concernant la procédure pratique de calcul doivent être formulées.

Remarque 1 : Dans certains cas, il a été nécessaire de recourir à un artifice numérique pour le calcul de la première charge critique globale. En effet, il se peut que la première charge critique corresponde à un mode local de voilement (voilement local de la semelle des augets ou des panneaux secondaires de la tôle). Dans ce cas, il existe un très grand nombre, si pas une infinité de valeurs propres correspondant à ces modes locaux. L'artifice consiste, dans un premier temps, à augmenter l'épaisseur flexionnelle des éléments plaque (par un facteur $\sqrt{2}$ par exemple), tout en conservant inchangée leur épaisseur extensionnelle. En procédant de la sorte, nous éliminons toute possibilité d'occurrence de modes locaux de voilement. Nous obtenons ainsi une première estimation de la charge critique des premiers modes globaux. Cependant, ces charges critiques seront surestimées car nous avons surestimé l'inertie flexionnelle totale de la plaque raidie. En effet, modifier l'épaisseur flexionnelle modifie l'inertie propre des éléments mais laisse inchangé les termes de transport. Or, possédant une estimation de la première charge critique globale, nous pouvons effectuer un « shift linéaire » vers cette valeur de manière à obtenir la valeur exacte de la charge critique souhaitée, avec l'épaisseur flexionnelle correcte (égale à l'épaisseur extensionnelle).

Remarque 2 : De manière à garantir que la symétrie longitudinale n'empêche le développement des modes critiques non symétriques dont la charge critique serait inférieure à celle obtenue, nous avons vérifié à l'aide du logiciel *EBPLATE* que tel n'était pas le cas. Ce programme, développé par le Centre Technique Industriel de la Construction Métallique (CTICM – France [19]), permet de calculer les valeurs critiques d'une plaque rectangulaire plane raidie ou non chargée dans son plan. L'inconvénient majeur de ce programme est qu'il ne permet pas de prendre en compte la courbure de la tôle. Nous n'avons dès lors pu tester que les tôles planes. Il est ressorti de cette étude sommaire, que pour chacune de nos tôles raidies, le premier mode critique de voilement global ne contient qu'une seule demi-onde de voilement longitudinale. Notre appréhension sur la validité de l'hypothèse de symétrie pour les tôles de 3 m de largeur n'était donc pas fondée. Notre hypothèse de symétrie longitudinale était bel et bien licite.

VI.1.2. *Mode local*

Les premiers modes critiques locaux obtenus correspondent tous à un voilement local de la semelle des augets et de leurs âmes. Pour une tôle plane raidie, ce voilement local se produit en 21 demi-ondes longitudinales (Figure VI-4). Conformément à la théorie, ces ondes ont une forme quasiment carrée. L'état de contrainte longitudinale étant uniforme dans une tôle plane, le voilement local concerne tous les augets et devrait être uniforme (ondes de même amplitude). Cependant, nous constatons sur la Figure VI-4 que l'amplitude des ondes est croissante vers le centre de la plaque aussi bien longitudinalement que latéralement. Cette variation provient d'imprécisions numériques dues à d'infimes variations de raideur entre les raidisseurs. En effet, les raidisseurs latéraux sont plus raides que les centraux car ils voient la raideur apportée par les appuis latéraux.

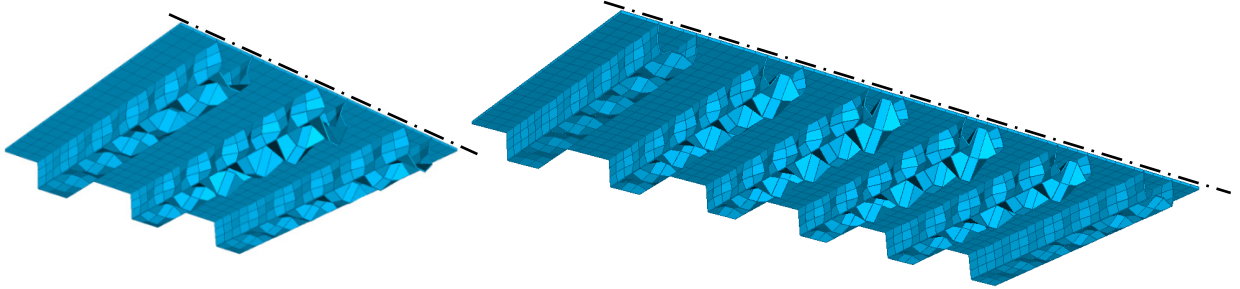


Figure VI-4 : Mode de voilement local d'une tôle plane raidie (schéma avec symétrie longitudinale)

Pour les tôles raidies à rayon de courbure dit positif, le premier mode de voilement local correspond au voilement de la semelle et des âmes des augets centraux (Figure VI-5). L'amplitude d'onde maximale se situe à mi-longueur où la surcompression de la semelle de l'auget est maximale.

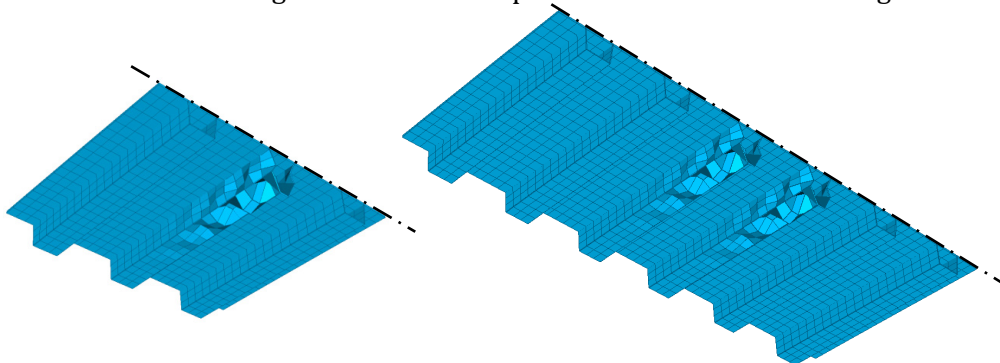


Figure VI-5 : Mode de voilement local d'une tôle raidie à rayon de courbure positif ($R=200m$)

La forme et localisation de ce premier mode de voilement local s'explique aisément par la distribution de contraintes longitudinales dans la tôle raidie (Figure VI-6, obtenue à partir d'une analyse élastique au premier ordre). En effet, par suite des moments créés par la poussée au vide, la semelle des augets se trouve surcomprimée par rapport à la tôle. La surcompression maximale se produit pour les augets centraux à mi-longueur où la poussée au vide y est forcément maximale. Il est donc aisément compréhensible que le voilement se produira où la compression est la plus forte et que les ondes sont décroissantes vers les extrémités de la tôle.

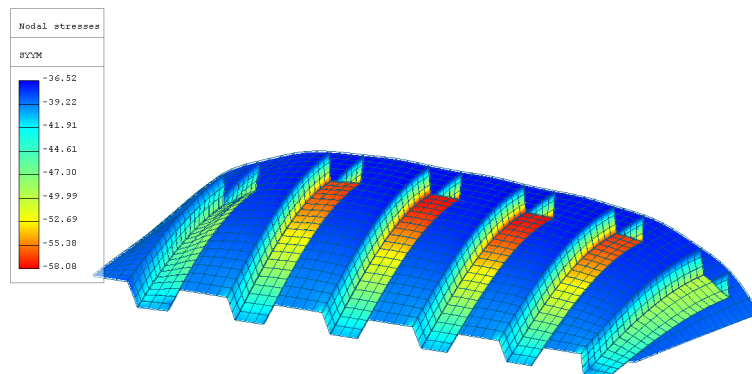


Figure VI-6 : Distribution de contraintes longitudinales et déformée d'une tôle raidie à rayon de courbure positif

Pour les tôles raidies à rayon de courbure dit négatif, le premier mode de voilement local correspond au voilement de la semelle et des âmes des augets d'extrémités (Figure VI-7). L'amplitude d'onde maximale se situe à l'extrémité de l'auget où la compression dans la semelle est maximale.

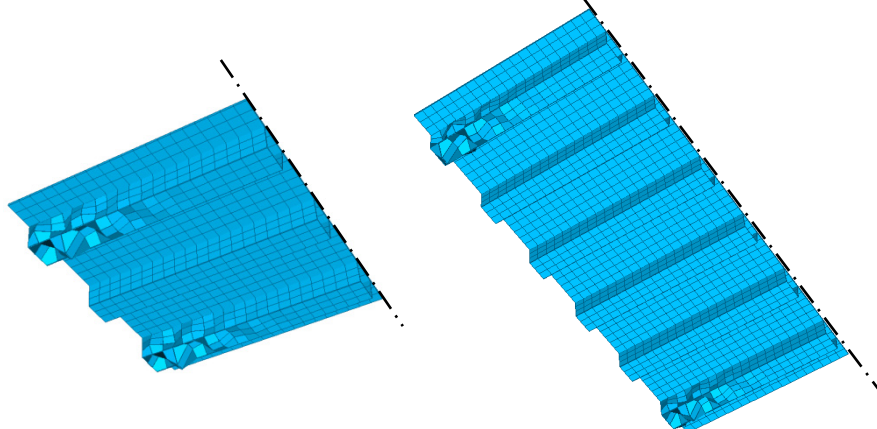


Figure VI-7: Mode de voilement local d'une tôle raidie à rayon de courbure négatif ($R=200m$)

C'est également à partir de la distribution des contraintes longitudinales (Figure VI-8) que s'explique la position et la forme de ce mode local de voilement. Contrairement à précédemment, dans ce cas, c'est la tôle qui se trouve surcomprimée par suite des moments induits par la poussée au vide. Les augets se trouvent donc décomprimés. Or, cette décompression s'accroît au fur et à mesure que l'on s'approche de la mi-longueur de la tôle. La zone où la semelle des augets est la plus comprimée se situe donc aux extrémités de la tôle. C'est dans cette zone et pour les augets latéraux, les moins décomprimés, que se produit le voilement local. Il ne se produit pas dans les sous-panneaux de la tôle car leur élancement (b/t) n'est pas suffisant par rapport à celui de la semelle des augets pour y produire un voilement local.

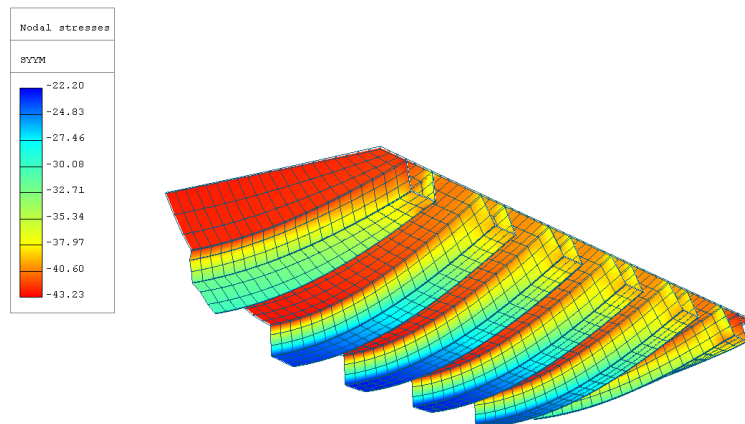


Figure VI-8 : Distribution de contraintes longitudinales et déformée d'une tôle raidie à rayon de courbure négatif

Les contraintes critiques obtenues sont données aux Figure VI-9 et Figure VI-10. De ces résultats, on observe que :

- Lorsque la tôle raidie est plane, la contrainte critique est identique pour les tôles raidies au moyen d'augets d'épaisseurs égales. Ainsi, nous voyons apparaître trois familles de courbes, chacune relative à une épaisseur d'auget.
- Pour les rayons de courbures positifs, plus ce rayon diminue, plus la contrainte critique diminue. En effet, plus ce rayon diminue, plus la poussée au vide est importante et plus la semelle des augets est surcomprimée.
- A l'inverse pour les rayons de courbures négatifs, plus le rayon diminue, plus la contrainte critique augmente. En effet, vu que la poussée au vide augmente lorsque le rayon diminue, la semelle des augets est de plus en plus décomprimée ce qui retarde l'apparition de ce mode de voilement local.
- Toutes les contraintes critiques locales sont supérieures à la limite d'élasticité f_y de l'acier de 355 MPa.

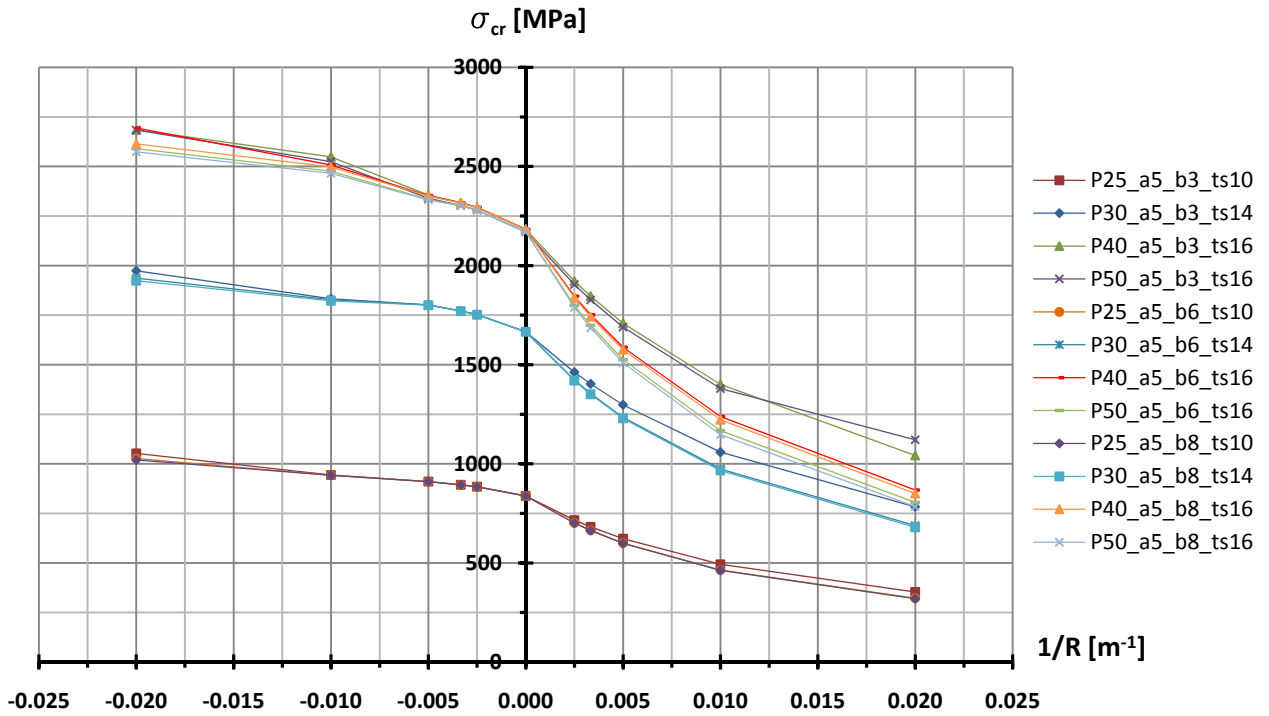


Figure VI-9 : Contraintes critiques du premier mode local

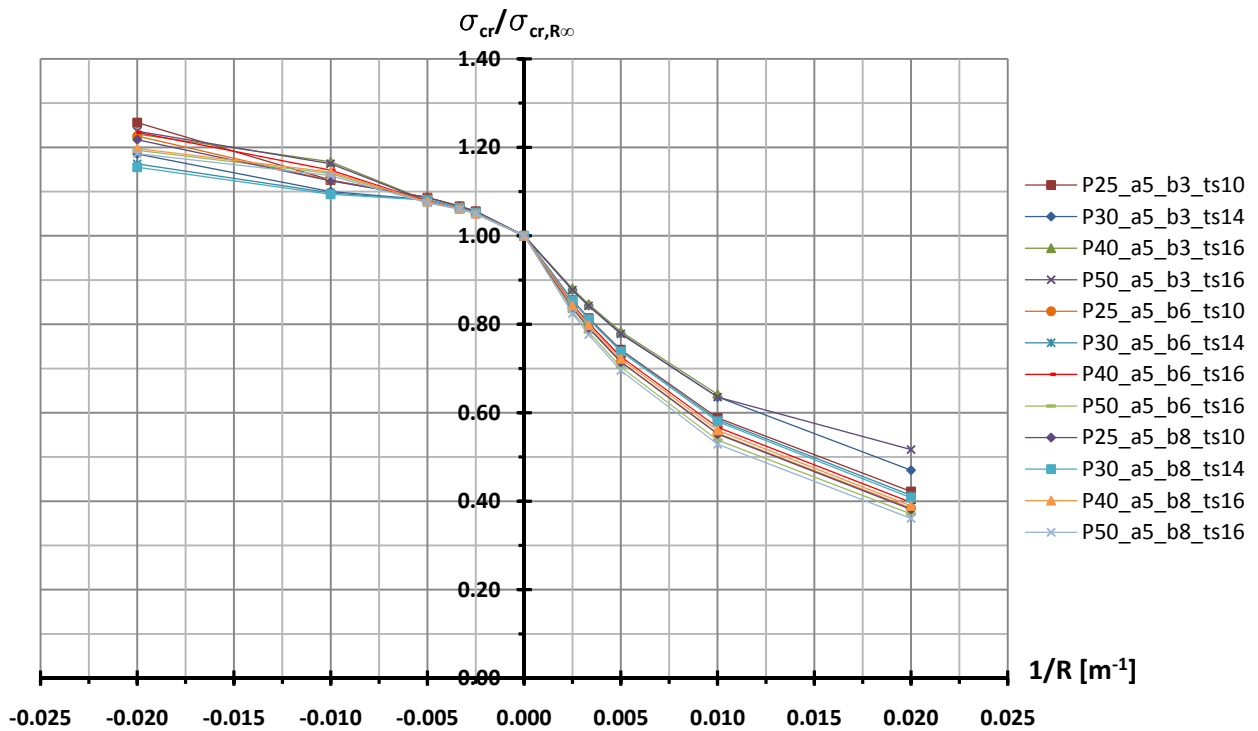


Figure VI-10: Contraintes critiques normées du premier mode local

VI.2. Charge de ruine

Nous avons ensuite déterminé les charges de ruine des tôles raidies étudiées. Pour ce faire, nous avons dû réaliser une analyse élasto-plastique non linéaire prenant en compte non seulement la plasticité du matériau mais également les effets du second ordre. Il est bien connu que pour effectuer une telle analyse, il est nécessaire d'introduire une imperfection géométrique. Dans notre cas, cette imperfection sera introduite de manière implicite par l'intermédiaire du rayon de courbure. La relation entre le rayon de courbure et l'imperfection géométrique globale est donnée au Tableau IV-2.

VI.2.1. Rayons de courbure positifs

Lorsque les augets sont situés à l'intérieur de la courbure, c'est-à-dire lorsque la tôle raidie est dite à rayon positif, par suite des moments créés par la poussée au vide induite par la courbure, ces derniers sont surcomprimés par rapport à la tôle. A la ruine de ces tôles se produit donc une plastification de la semelle des augets. Nous pouvons le remarquer à la Figure VI-11, respectivement pour une tôle raidie de 3 m, 6 m et 8 m de largeur. Ce mode de ruine est observé quels que soient le rayon de courbure, la largeur de tôle ainsi que l'épaisseur de tôle et d'augets envisagés.

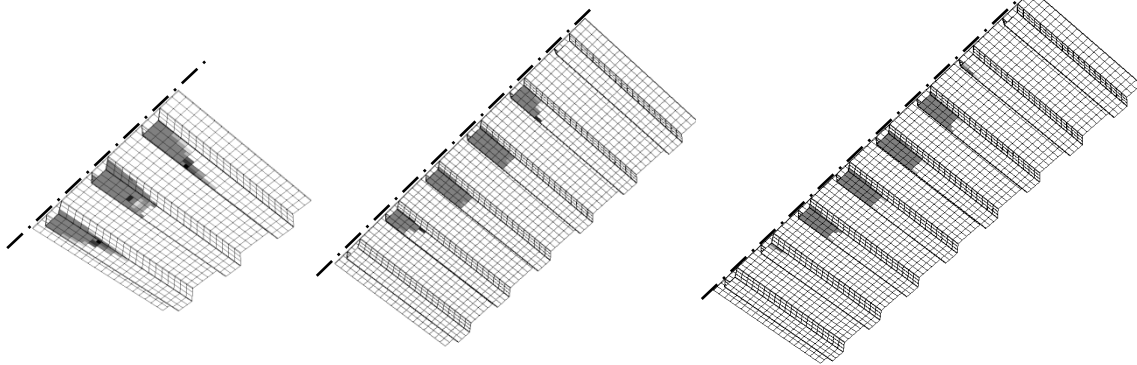


Figure VI-11 : Plastification à la ruine des tôles raidies à rayons positifs

Si l'on examine l'influence de la largeur de tôle sur les courbes multiplicateur de charge λ – déplacement hors plan w^1 du point central de la tôle raidie (Figure VI-12), nous constatons qu'un comportement de type plaque avec apparition d'un comportement postcritique par suite du développement de contraintes membranaires transversales se développe uniquement dans le cas de la tôle de 3 m de largeur.

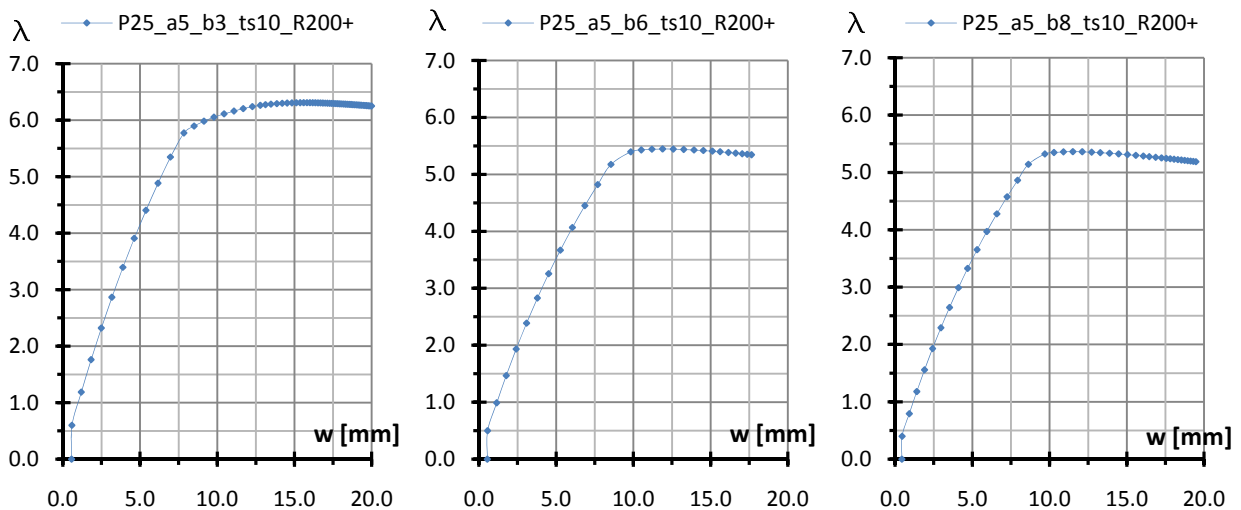


Figure VI-12 : Influence de la largeur de la tôle sur la courbe charge-déplacement

¹ Défini à la « Figure VI-13 »

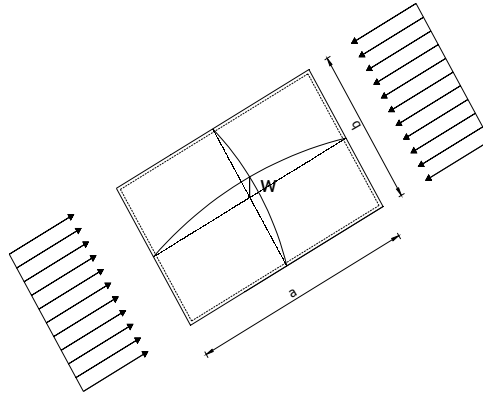


Figure VI-13 : Définition du déplacement hors plan w du point central de la tôle

En effet, on observe bien que, pour les tôles dites larges, une fois que la plastification de la structure apparaît, la charge de ruine est rapidement atteinte et la courbe charge-déplacement décroît. A l'inverse, pour la tôle de 3 m de largeur, une fois que la plastification de la structure débute (c'est-à-dire lorsque l'on quitte la « droite élastique » de la courbe charge-déplacement), l'apparition des contraintes membranaires transversales, stabilisantes, permet de plastifier une plus grande part de la structure. On observe qu'après cette droite élastique, la courbe charge-déplacement croît lentement jusqu'à atteindre la charge de ruine.

Nous constatons également que le multiplicateur de ruine λ est proportionnellement plus important pour la tôle de 3 m de largeur que pour celles de 6 et 8 m, toutes autres choses restant égales. En d'autres termes, cela signifie que la tôle de 3 mètres est plus efficace en termes de résistance et ce toujours grâce au développement des contraintes membranaires.

Une fois la charge de ruine atteinte, quelle que soit la tôle étudiée, la décroissance de la courbe n'est pas significative, comme nous pourrions par exemple l'observer pour la courbe charge-déplacement relative au flambement d'une colonne. Nous obtenons en quelque sorte un palier plastique ce qui confirme bien la remarque émise précédemment lors de l'étude des contraintes critiques. En effet, nous avons conclu sur base de ces contraintes critiques que la structure périrait par plastification en flexion et non par instabilité. A la ruine se forme une sorte de rotule plastique.

Si l'on observe les déformées à la ruine pour une tôle de 3 m et de 8 m de largeur (Figure VI-14), nous remarquons bien la différence de comportement expliquée ci-dessus : à savoir, pour la tôle de 3 m, un comportement plutôt de type plaque et pour celle de 6 et 8 m, un comportement plutôt de type colonne. Une autre constatation primordiale est que la déformée de ruine est affine au premier mode critique global de la structure.

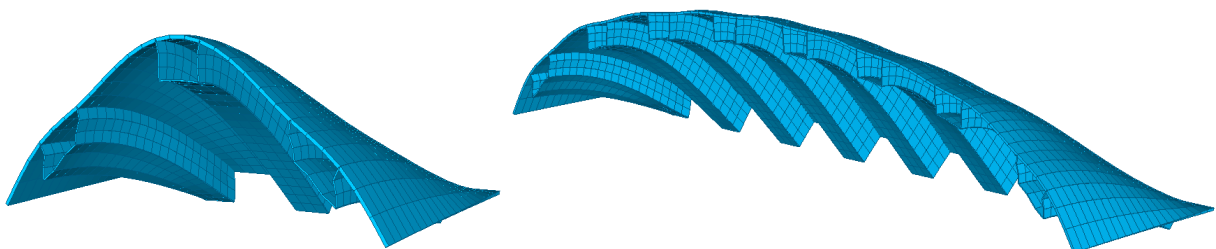


Figure VI-14 : Déformée à la ruine (schéma avec symétrie longitudinale et facteur d'amplification de 150)

Remarque : De manière à pouvoir comparer les courbes multiplicateur de charge – déplacement et avoir les mêmes ordonnées pour les graphiques quelle que soit la tôle envisagée, la charge correspondant à un multiplicateur de 1 est celle qui produit dans la tôle envisagée plane un état de contrainte uniforme de 40 MPa. Ainsi, pour un même rayon de courbure, nous serons à même de comparer les différentes tôles raidies en fonction de leur efficacité à reprendre plus ou moins d'effort.

Considérons à présent l'influence de l'épaisseur de la tôle et des augets (Figure VI-15).

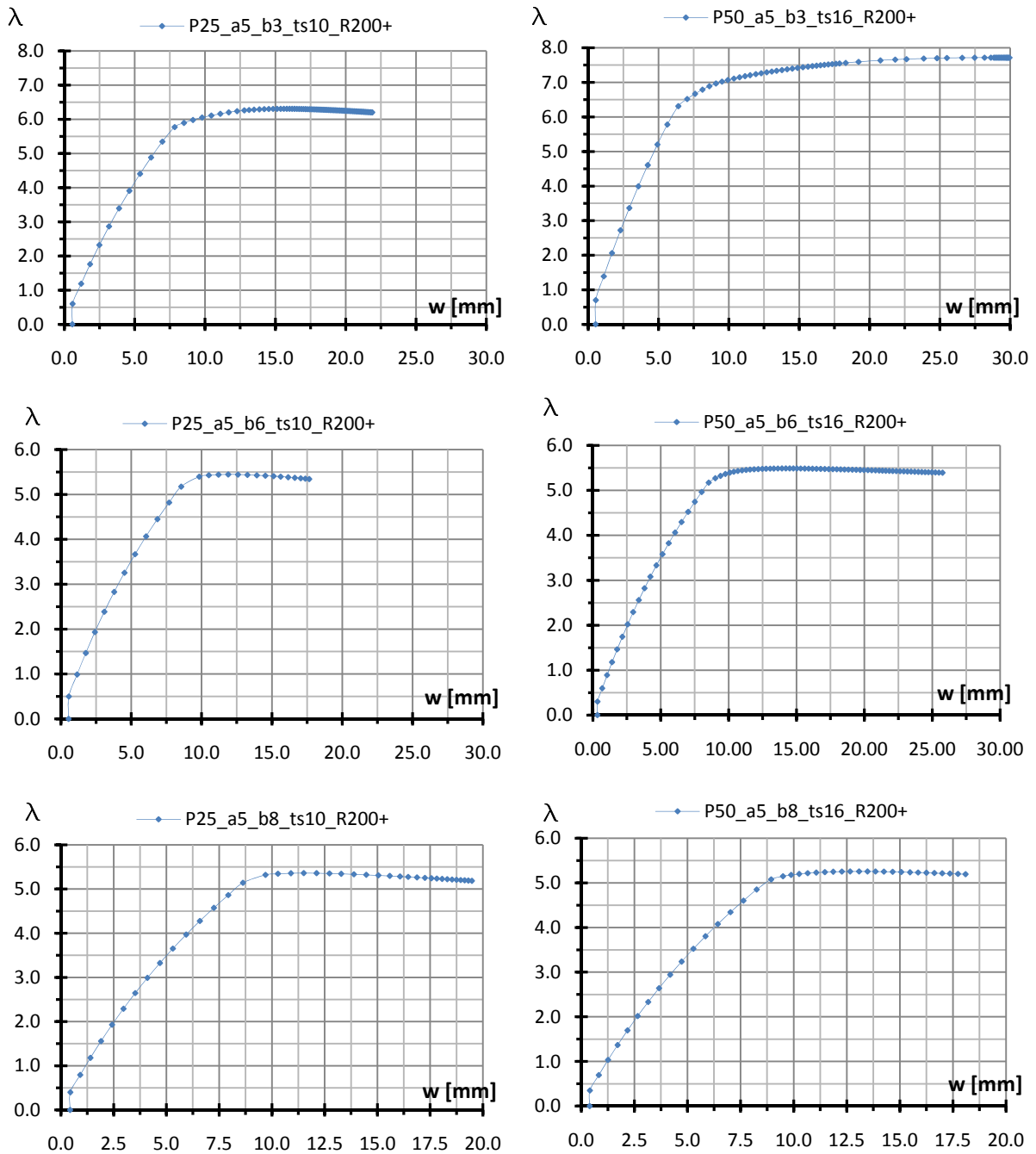


Figure VI-15 : Influence de l'épaisseur de la tôle et des augets sur la courbe charge-déplacement

Nous observons que :

- Pour les tôles de 3 m de largeur, l'augmentation de l'épaisseur de la tôle accroît l'importance du comportement de type plaque ainsi que l'efficacité de la tôle raidie en terme de résistance. En effet, plus l'épaisseur de plaque augmente, plus le multiplicateur de charge augmente.
- A l'inverse, pour les tôles plus larges, l'épaisseur ne modifie pas le comportement.

Nous analysons ensuite l'influence du rayon de courbure de la tôle (Figure VI-16). Nous reportons les résultats uniquement pour les tôles de 3 m et 6 m de largeur. En effet, la tôle de 8 m présente un comportement semblable à celui de la tôle de 6 m.

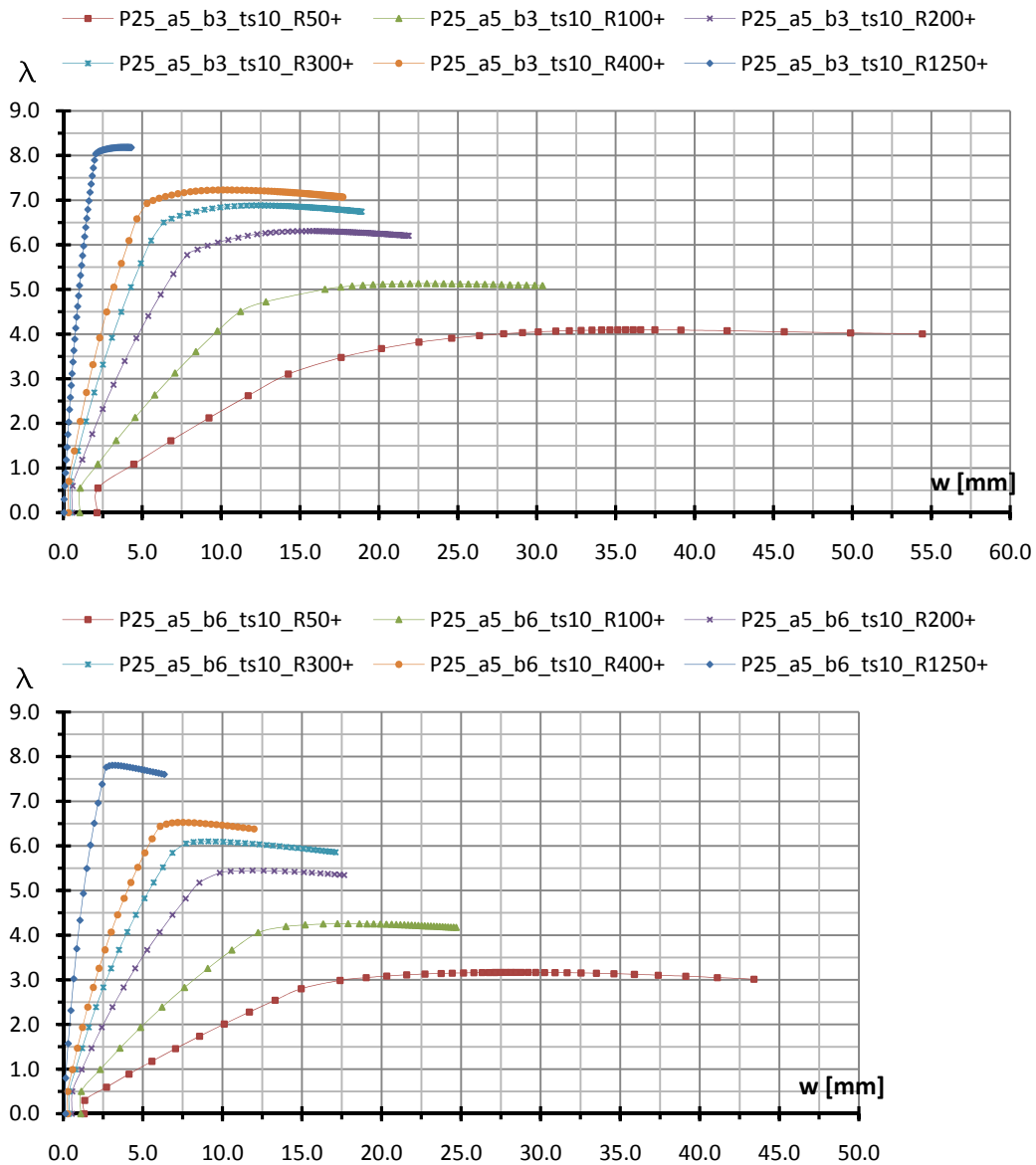


Figure VI-16 : Influence du rayon de courbure sur la courbe charge-déplacement

Nous pouvons conclure de la Figure VI-16 que :

- Quelle que soit la valeur du rayon de courbure, l'allure générale de la courbe est identique.
- Plus le rayon de courbure diminue, plus la structure devient souple. En effet, dans ce dernier cas, les effets du second ordre deviennent plus importants et la partie élastique de la courbe charge-déplacement s'incline.
- Plus le rayon de courbure augmente, plus la charge de ruine tend vers la charge plastique. Cette dernière équivaut à un multiplicateur de charge de 8,875.

Rapportons, sur un même graphique, le rapport de la charge de ruine de chaque tôle sur la charge plastique ($= A \cdot f_y$) correspondante en fonction de l'inverse du rayon de courbure. On obtient ainsi en quelque sorte le coefficient réducteur global ρ_c de la tôle raidie (Figure VI-17).

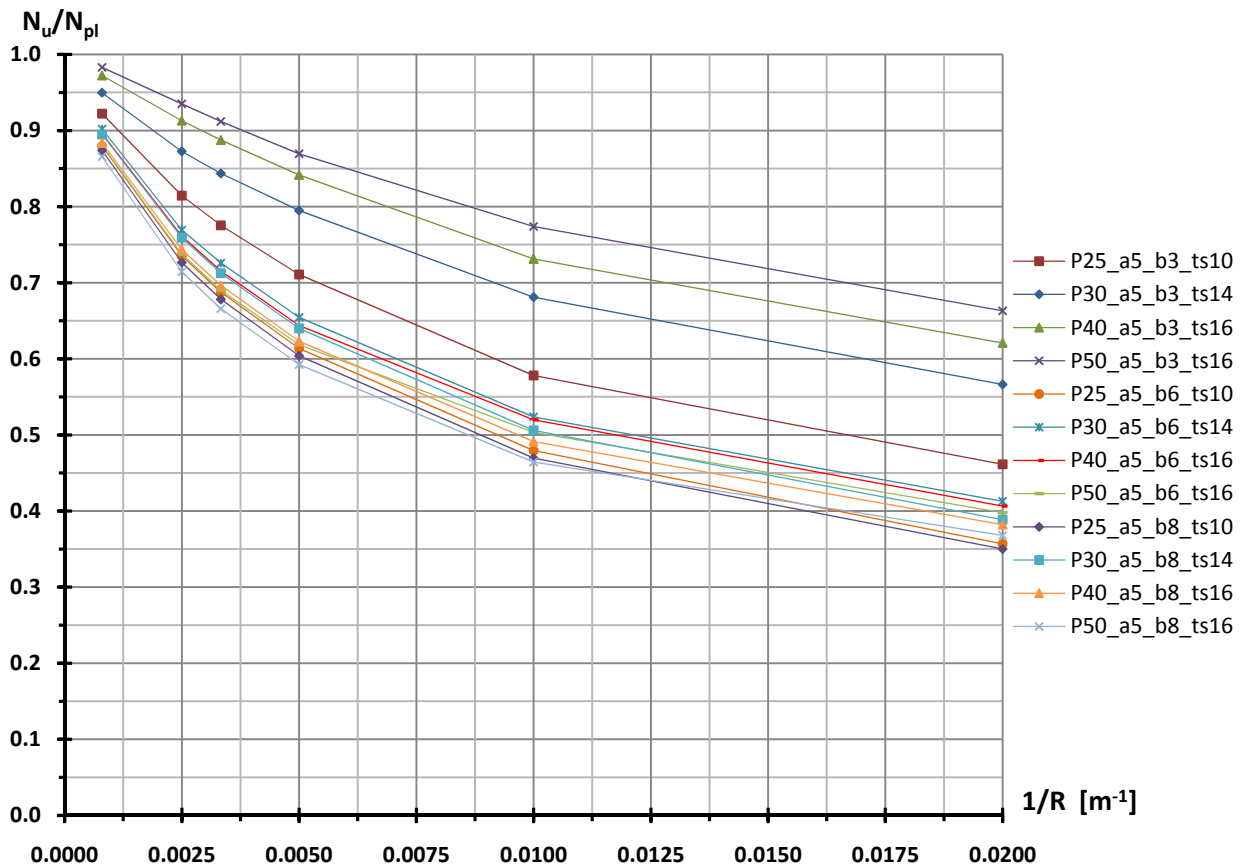


Figure VI-17 : Charge de ruine des tôles à rayons positifs

La Figure VI-17 corrobore les conclusions précédentes, à savoir :

- Les tôles étroites (3 m de largeur) sont plus efficaces que les tôles larges. En effet, le rapport charge de ruine sur charge plastique de ces tôles étroites est plus élevé que celui des tôles larges. Ce gain d'efficacité est, comme nous l'avons mentionné précédemment, apporté par le développement de contraintes membranaires transversales stabilisantes pour la tôle.
- A largeur égale, plus l'épaisseur de la tôle augmente, plus l'efficacité de la tôle raidie est élevée. Cette constatation est essentiellement valable pour la tôle de 3 m où l'effet plaque peut se développer. En effet, pour les tôles de 6 et 8 m, les courbes sont toutes confinées dans un fuseau relativement étroit, ce qui justifie que pour ces tôles, le comportement est essentiellement de type colonne.
- Plus le rayon de courbure diminue, plus la charge de ruine diminue. Cette conclusion est aisément justifiable car plus le rayon de courbure diminue, plus les moments induits par la poussée au vide sont importants et donc plus la semelle des augets est surcomprimée.
- Conformément à la remarque émise lors de l'étude des contraintes critiques, les tôles raidies étudiées périssent par plastification en flexion et non par instabilité. Cette conclusion se justifie également par le fait que plus le rayon de courbure augmente, plus la charge de ruine tend vers la charge plastique car les effets du second ordre sont de moins en moins importants. Ainsi, théoriquement, pour une tôle plane, la charge de ruine devrait être égale à la charge plastique. Nous constatons bien que toutes les courbes de la Figure VI-17 tendent vers la charge plastique pour un rayon de courbure infini.

VI.2.2. Rayons de courbure négatifs

Lorsque les augets sont situés à l'extérieur de la courbure, c'est-à-dire lorsque la tôle raidie est dite à rayon négatif, par suite des moments créés par la poussée au vide induite par la courbure, ces derniers sont décomprimés par rapport à la tôle. A la ruine de ces tôles se produit donc une plastification de la tôle en compression. La zone plastifiée se développe à mi-longueur de celle-ci. Nous pouvons le remarquer à la Figure VI-18, respectivement pour une tôle raidie de 3 m, 6 m et 8 m de largeur. Ce mode de ruine est observé quels que soient la largeur de tôle ainsi que l'épaisseur de tôle et d'augets envisagés mais uniquement pour des rayons de courbure strictement supérieurs à 50 m. Nous viendrons plus tard sur la différence de comportement observée pour les rayons de courbure plus faibles.

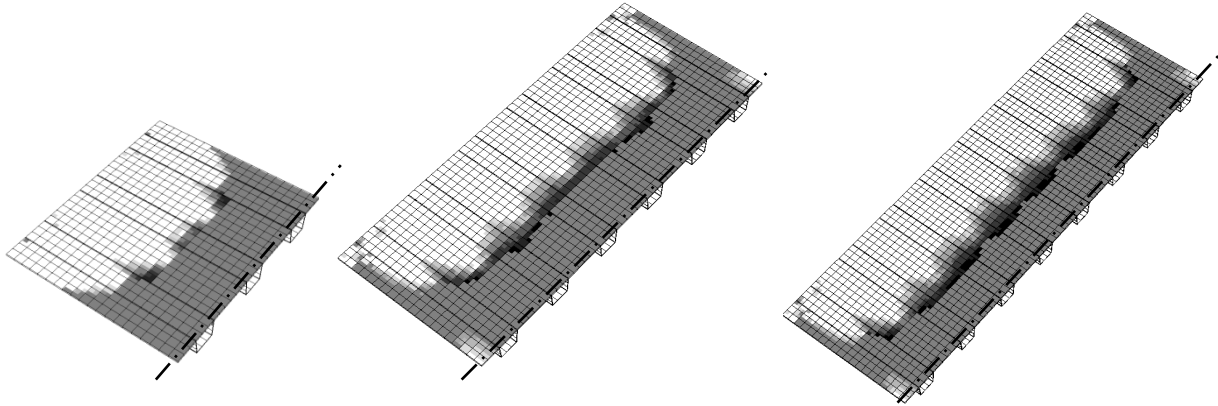


Figure VI-18 : Plastification à la ruine des tôles raidies à rayons négatifs pour $R > 50$ m

Si l'on examine l'influence de la largeur de tôle sur les courbes multiplicateur de charge λ - déplacement hors plan w du point central de la tôle raidie (Figure VI-19), nous constatons que quelle que soit la largeur tôle envisagée, la courbe charge-déplacement présente la même allure générale.

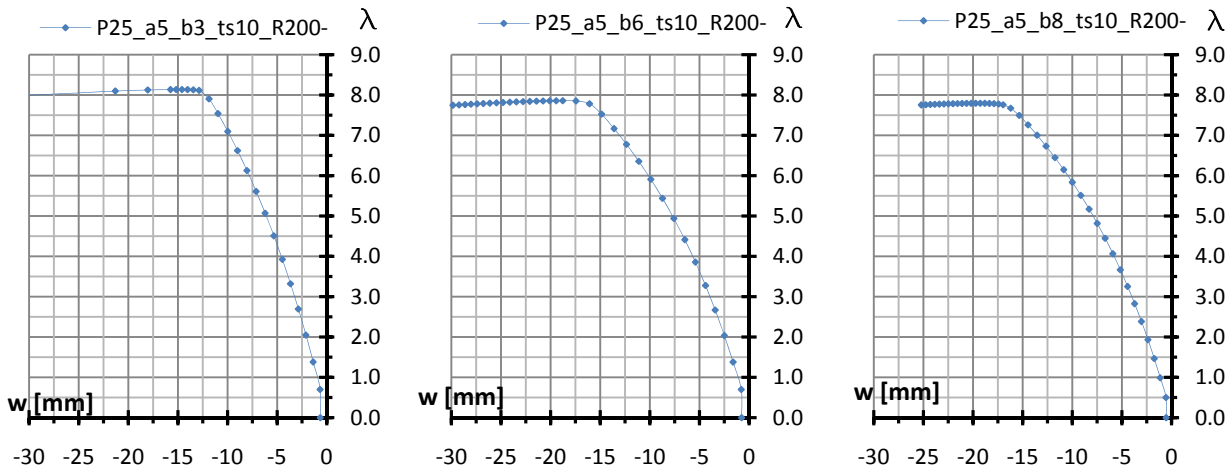


Figure VI-19 : Influence de la largeur de la tôle sur la courbe charge-déplacement pour $R=200$ m

Notons toutefois, que comme pour les rayons de courbure positifs, le multiplicateur de ruine λ est proportionnellement plus important pour la tôle de 3 m de largeur par rapport à celles de 6 et 8 m, toutes autres choses restant égales. En d'autres termes, cela signifie que la tôle de 3 m est plus efficace en terme de résistance.

Une fois la charge de ruine atteinte, quelle que soit la tôle étudiée, la décroissance de la courbe n'est pas significative. Nous obtenons en quelque sorte un palier plastique ce qui confirme bien la remarque émise précédemment lors de l'étude des contraintes critiques. En effet, nous avons conclu sur base de ces contraintes critiques que la structure périrait par plastification en flexion et non par instabilité. A la ruine se forme une sorte de rotule plastique par suite de la plastification de la tôle en compression.

Si l'on observe les déformées à la ruine pour une tôle de 3 m et de 8 m de largeur (Figure VI-20), nous remarquons que comme pour les rayons de courbure positifs, elles sont affines au premier mode critique de voilement global. On constate également que pour la tôle de 3 m de largeur, la déformée de ruine caractérise celle d'un comportement de type plaque et que celle de 8 m plutôt un comportement de type colonne.

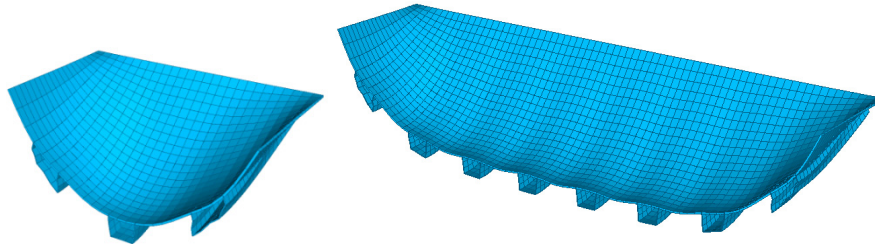


Figure VI-20 : Déformée à la ruine (schéma avec symétrie longitudinale et facteur d'amplification de 150)

Lorsque le rayon de courbure est inférieur ou égal à 50 mètres, le mode de ruine diffère de précédemment. En effet, pour un rayon de courbure de 50 mètres, la décompression des augets est telle, qu'à mi-travée, leurs âmes sont sollicitées en tractions au même niveau de contrainte que la tôle en compression. Il se produit dès lors une plastification, simultanée, de la semelle des augets en traction et de la tôle en compression, comme illustré à la Figure VI-21.

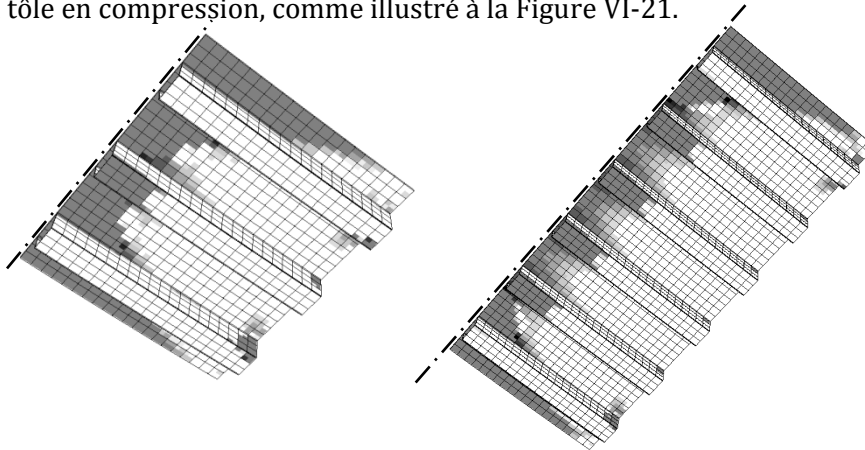


Figure VI-21: Plastification à la ruine des tôles raidies à rayons négatifs pour $R=50\text{ m}$

Sur les courbes charge-déplacement (Figure VI-22), nous observons la différence de comportement. En effet, après avoir atteint la charge de ruine, la décroissance de la courbe est plus rapide que précédemment. Nous constatons également que la diminution du rayon de courbure accroît la souplesse de la structure ainsi que les effets du second ordre.

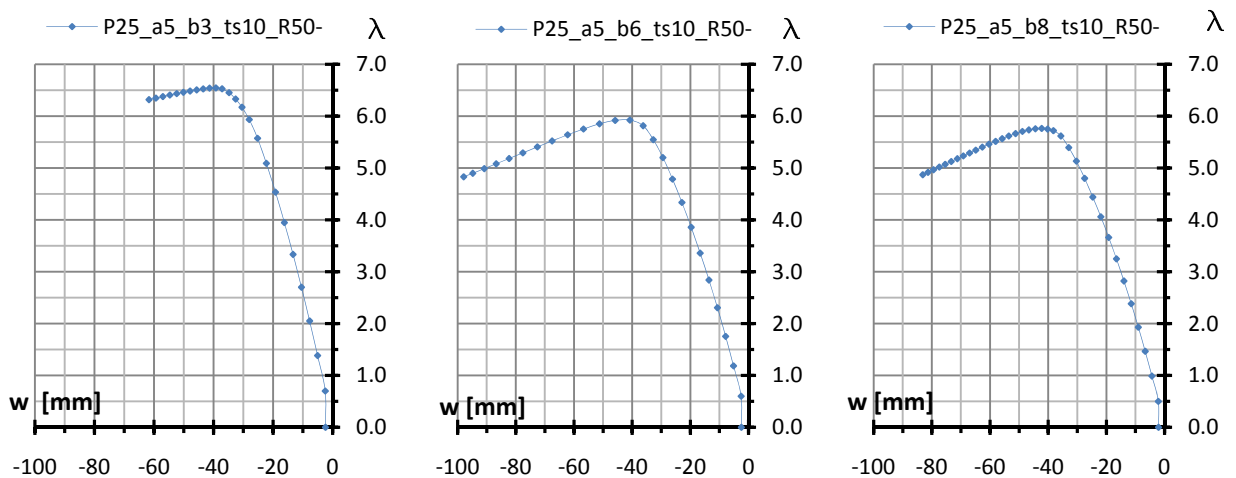


Figure VI-22 : Influence de la largeur de la tôle sur la courbe charge-déplacement pour $R=50\text{ m}$

Cette décroissance plus rapide s'explique aisément par le fait que la plastification de la structure observée lui fait perdre rapidement sa raideur. Cependant, comme mentionné à de nombreuses reprises, la décroissance est bien moins rapide pour la tôle de 3 m : signe du développement de contraintes membranaires transversales et donc d'un comportement de type plaque.

Si, le rayon de courbure est encore diminué, la ruine apparaît par plastification en traction de la semelle des augets. Le rayon de courbure de 50 mètres constitue donc une situation intermédiaire entre les deux modes de ruines : plastification en compression de la tôle et en traction de la semelle des augets. Comme illustré à la Figure VI-23, la tôle étant simplement appuyée sur tous ses bords, il est logique de voir apparaître également, en plus de la semelle des augets en traction, une plastification de la tôle en compression le long de ses bords non chargés. En effet, ces parties de tôles appuyées sur des plaques adjacentes (âmes du caisson) sont toujours pleinement efficaces.

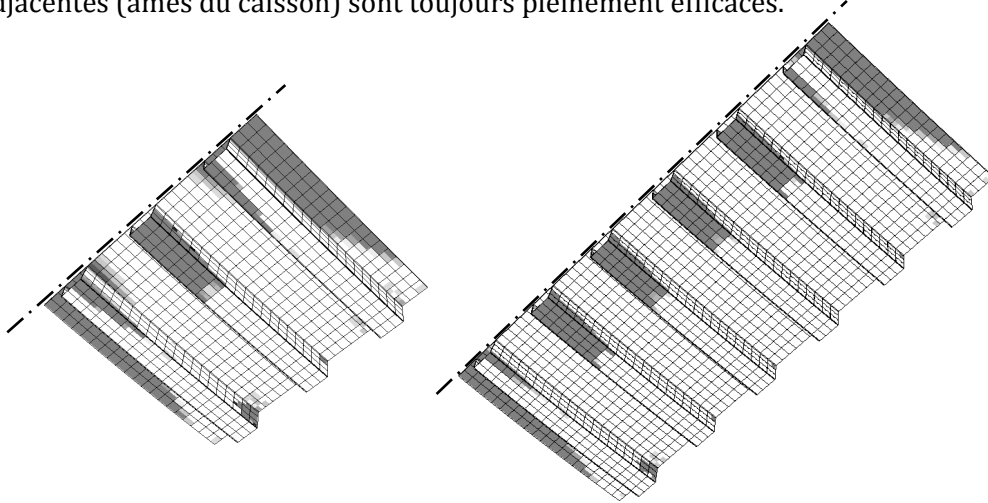


Figure VI-23 : Plastification à la ruine des tôles raidies à rayons négatifs pour $R=25\text{ m}$

A la Figure VI-24, nous observons la même allure pour les courbes charges-déplacement que pour celles des tôles de 50 m de rayon de courbure.

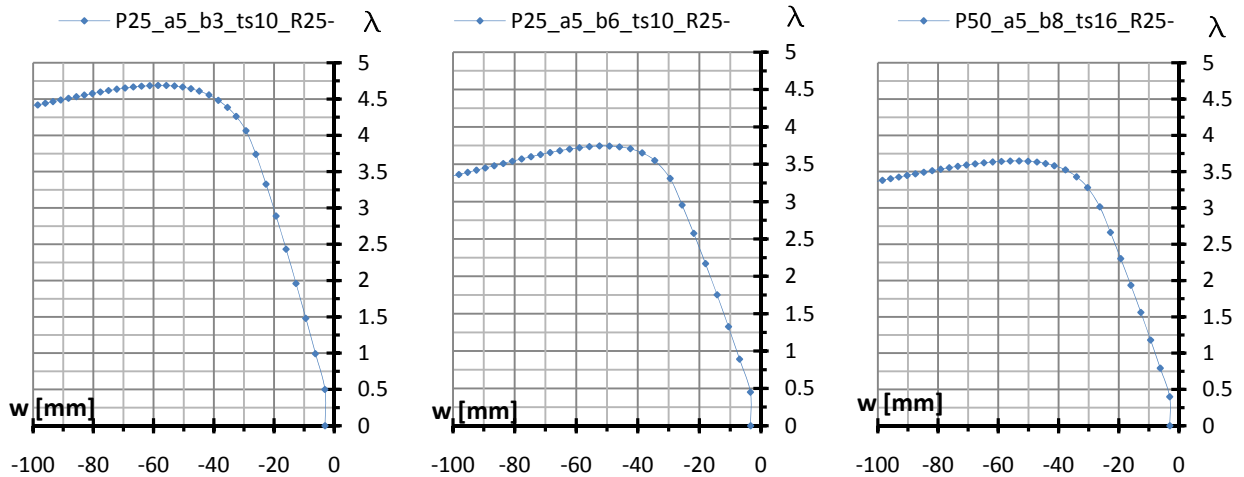


Figure VI-24 : Influence de la largeur de la tôle sur la courbe charge-déplacement pour $R=25\text{ m}$

Considérons à présent l'influence de l'épaisseur de la tôle et des augets (Figure VI-25).

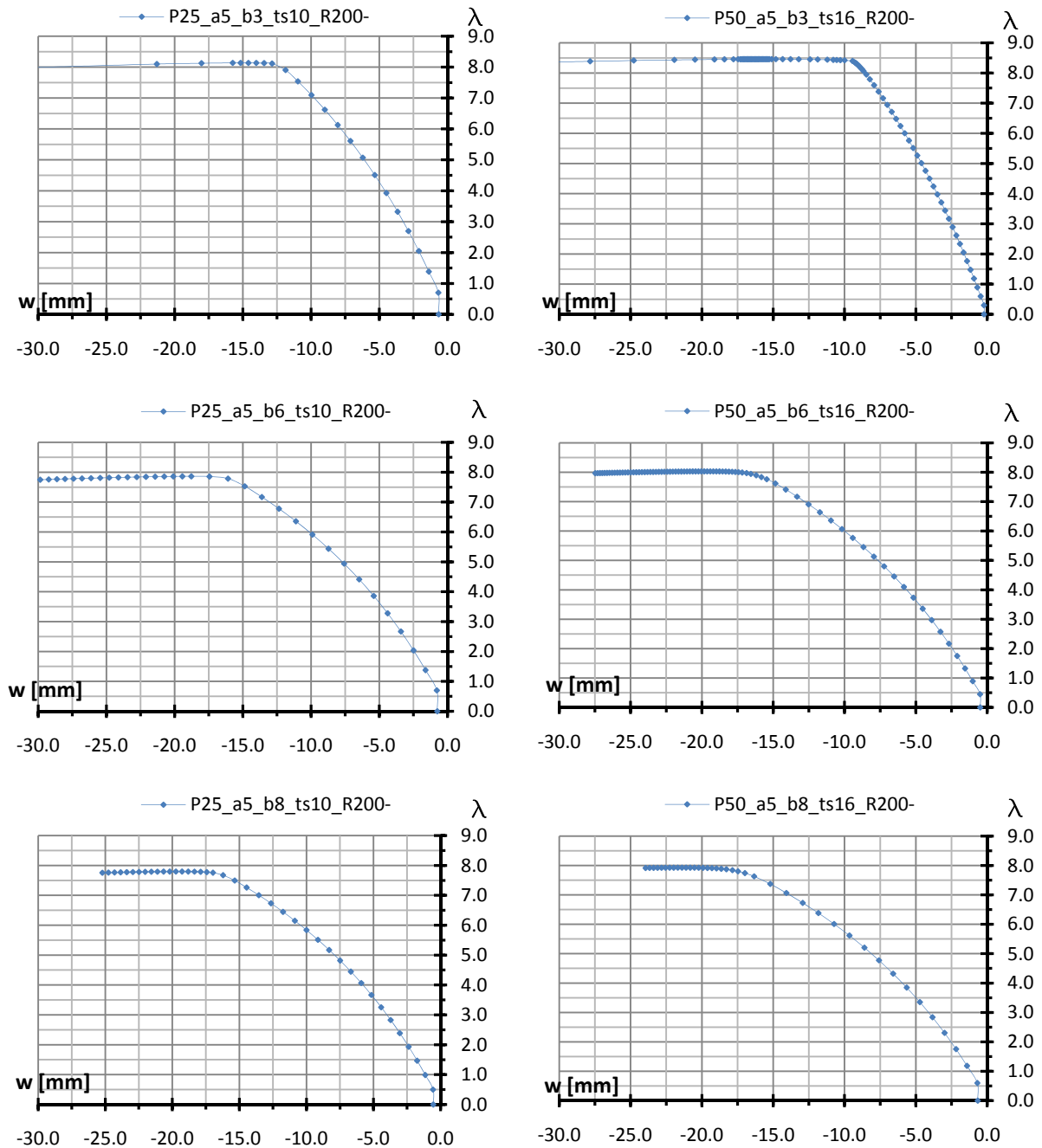


Figure VI-25 : Influence de l'épaisseur de la tôle et des augets sur la courbe charge-déplacement

Nous observons que :

- Pour les tôles de 3 m de largeur, l'augmentation de l'épaisseur de la tôle accroît l'efficacité de la tôle raidie en terme de résistance. En effet, plus l'épaisseur de plaque augmente, plus le multiplicateur de charge augmente.
- A l'inverse, pour les tôles plus larges, l'épaisseur ne modifie quasiment pas le comportement.

Nous analysons ensuite l'influence du rayon de courbure de la tôle (Figure VI-26). Nous reportons les résultats uniquement pour les tôles de 3 m et 6 m de largeur. En effet, la tôle de 8 m présente un comportement semblable à celui de la tôle de 6 m.

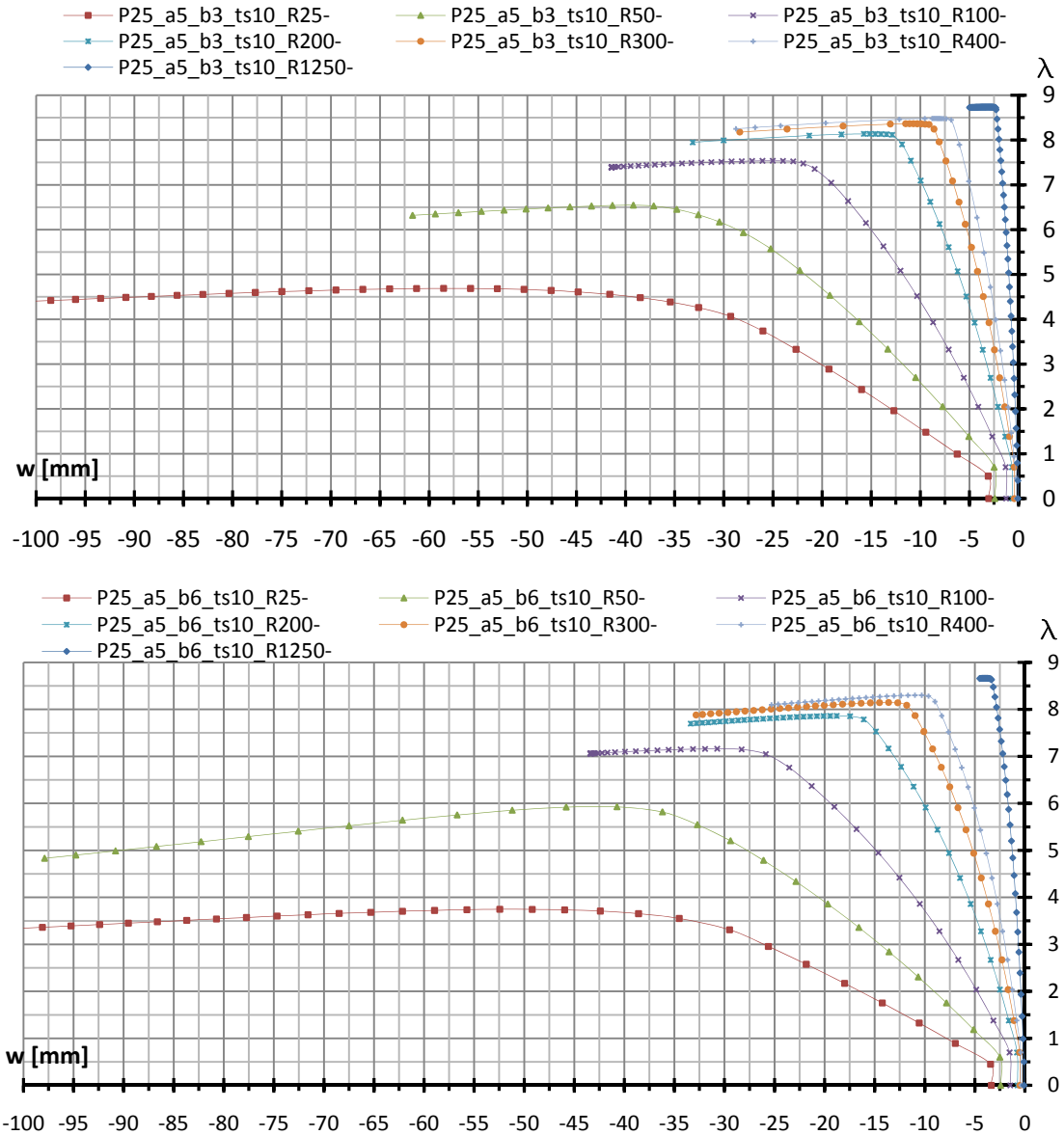


Figure VI-26 : Influence du rayon de courbure sur la courbe charge-déplacement

Nous pouvons conclure de la Figure VI-26 que :

- Quelle que soit la valeur du rayon de courbure, l'allure générale de la courbe est identique.
- Plus le rayon de courbure diminue, plus la structure devient souple. En effet, dans ce dernier cas, les effets du second ordre deviennent plus importants et la partie élastique de la courbe charge-déplacement s'incline.
- Plus le rayon de courbure augmente, plus la charge de ruine tend vers la charge plastique. Cette dernière équivaut à un multiplicateur de charge de 8,875.

Rapportons, sur un même graphique, le rapport de la charge de ruine de chaque tôle sur la charge plastique ($= A \cdot f_y$) correspondante en fonction de l'inverse du rayon de courbure. On obtient ainsi en quelque sorte le coefficient réducteur global ρ_c de la tôle raidie (Figure VI-27).

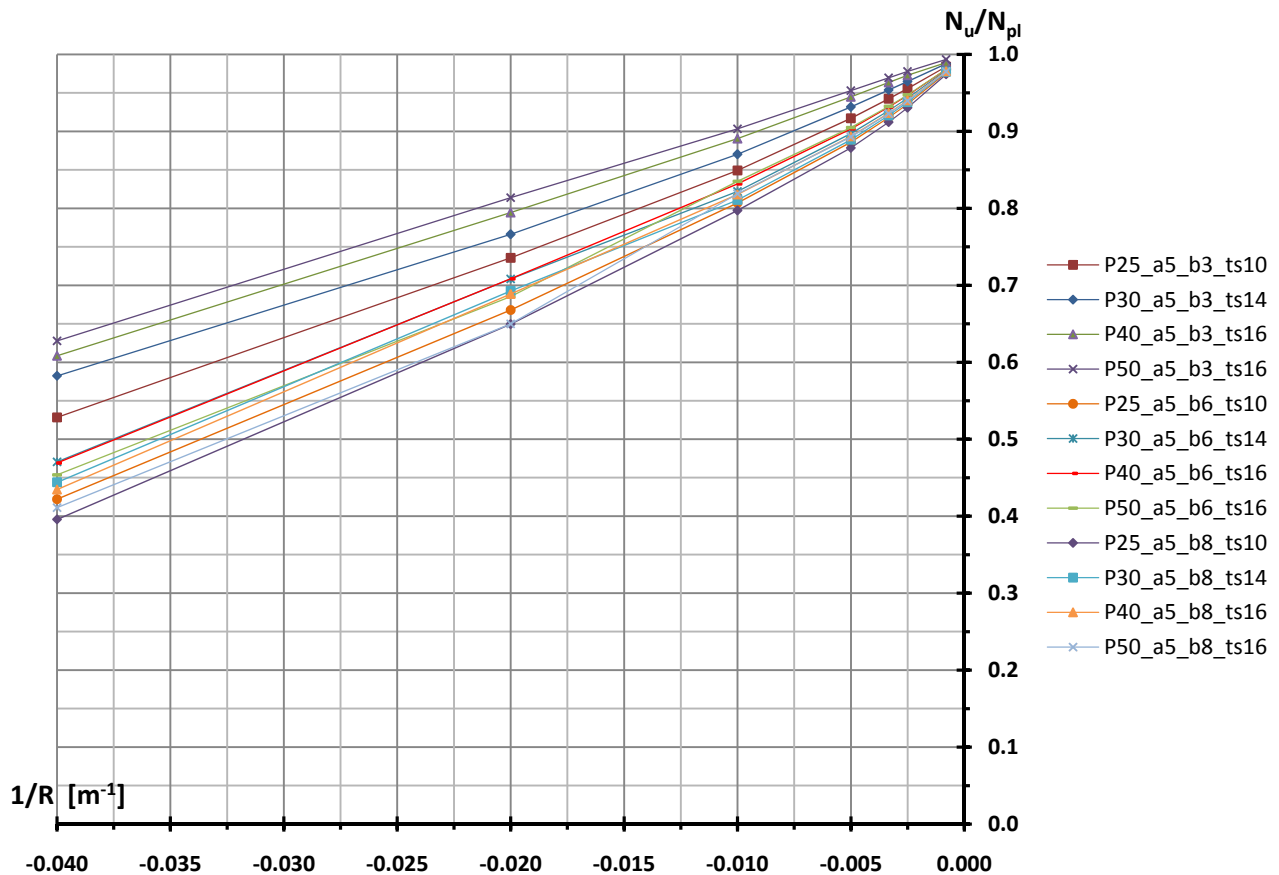


Figure VI-27 : Charge de ruine en fonction du rayon de courbure

La Figure VI-27 corrobore les conclusions précédentes, à savoir :

- Les tôles étroites (3 m de largeur) sont plus efficaces que les tôles larges. En effet, le rapport charge de ruine sur charge plastique de ces tôles étroites est plus élevé que celui des tôles larges. Ce gain d'efficacité est, comme nous l'avons mentionné précédemment, apporté par le développement de contraintes membranaires transversales stabilisantes pour la tôle.
- A largeur égale, plus l'épaisseur de la tôle augmente, plus l'efficacité de la tôle raidie est importante, plus son rapport charge de ruine sur charge plastique est élevé. Cette constatation est essentiellement valable pour la tôle de 3 m où l'effet plaque peut se développer. En effet, pour les tôles de 6 et 8 m, les courbes sont toutes confinées dans un fuseau relativement étroit, ce qui justifie bien que pour ces tôles, le comportement est essentiellement de type colonne.
- Plus le rayon de courbure diminue, plus la charge de ruine diminue. Cette conclusion est aisément justifiable car plus le rayon de courbure diminue, plus les moments induits par la poussée au vide sont importants et donc plus la tôle est surcomprimée.
- Conformément à la remarque émise lors de l'étude des contraintes critique, les tôles raidies étudiées périssent par plastification en flexion et non par instabilité. Cette conclusion se justifie également par le fait que plus le rayon de courbure augmente, plus la charge de ruine tend vers la charge plastique car les effets du second ordre sont de moins en moins importants. Ainsi, théoriquement, pour une tôle plane, la charge de ruine devrait être égale à la charge plastique. Nous constatons bien que toutes les courbes de la Figure VI-27 tendent vers la charge plastique pour un rayon de courbure infini.

VI.2.3. Conclusion

Le mode de ruine diffère selon la position des augets par rapport à la courbure de la tôle. En effet, lorsque les augets sont situés à l'intérieur de la courbure, la ruine survient par plastification en compression de la semelle des augets. A l'inverse, lorsque les augets sont situés à l'extérieur de la courbure, la ruine survient par plastification en compression de la tôle. Cette différence se marque par une charge de ruine de 15 à 45% plus élevée pour les tôles raidies dites à rayons négatifs, c'est-à-dire lorsque les augets sont situés à l'extérieur de la courbure (Figure VI-28). Lorsque la semelle des augets plastifie, ces derniers ne sont plus à même de remplir leur rôle principal de raidissage car ils perdent leur raideur initiale. De plus, par suite des moments créés par la poussée au vide, ils travaillent à un niveau de contrainte bien plus important que celui de la tôle, ce qui diminue fortement leur efficacité. Une conséquence importante de cela est que plus le rayon de courbure diminue, plus le niveau de travail des augets augmente et donc plus la charge de ruine de la tôle raidie diminue. A l'inverse, pour les tôles raidies à rayons de courbure négatifs, la plastification de la tôle n'interfère pas sur la raideur initiale des raidisseurs. De plus, suite aux moments induits par la poussée au vide, les raidisseurs sont décomprimés par rapport à la compression dans la tôle. Dans ce cas, ils sont donc bien plus efficaces que ceux de la tôle dite à rayon positif. Cette efficacité plus importante du raidissage se marque par une charge de ruine plus élevée. Compte tenu de toutes ces observations, les différences de charges de ruine les plus importantes sont rencontrées pour les plus faibles rayons de courbures.

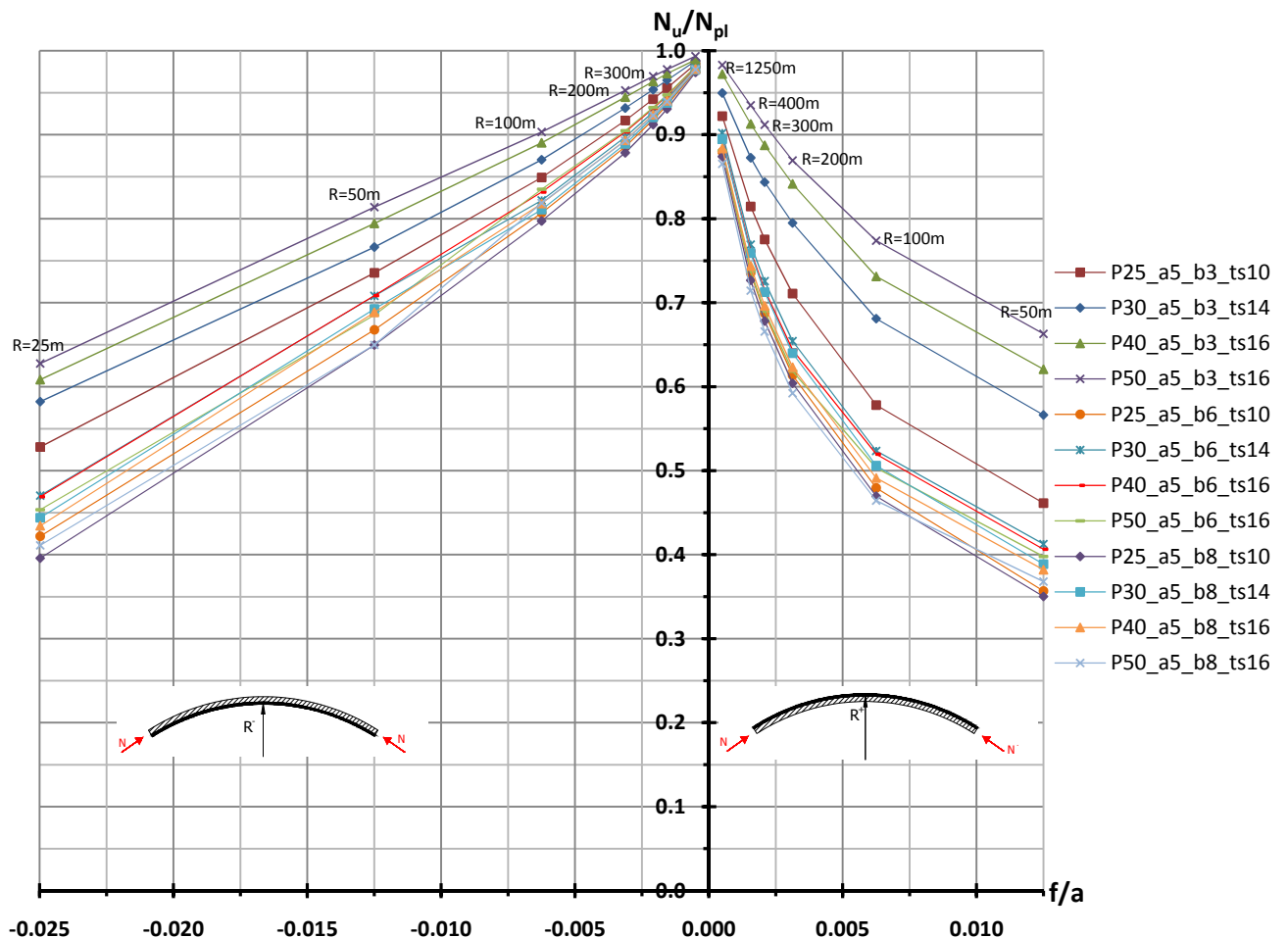


Figure VI-28 : Charge de ruine en fonction de l'imperfection géométrique globale

Au terme de cet ensemble de simulations numériques dont les résultats synthétiques sont résumés à la Figure VI-28, nous pouvons tirer les conclusions générales suivantes.

- Les tôles étroites (3 m de largeur) sont plus efficaces que les tôles larges. En effet, le rapport charge de ruine sur charge plastique de ces tôles étroites est plus élevé. Ce gain d'efficacité est, comme nous l'avons mentionné précédemment à de nombreuses reprises, apporté par le développement de contraintes membranaires transversales stabilisantes pour la tôle.
- A largeur de tôle égale, plus l'épaisseur de la tôle augmente, plus l'efficacité de la tôle raidie est importante, plus son rapport charge de ruine sur charge plastique est élevé. Cette constatation est essentiellement valable pour la tôle de 3 m où l'effet plaque peut se développer. En effet, pour les tôles de 6 et 8 m, les courbes sont toutes confinées dans un fuseau relativement étroit, ce qui justifie bien que pour ces tôles, le comportement est essentiellement de type colonne.
- Plus le rayon de courbure diminue, plus la charge de ruine diminue. Cette conclusion est aisément justifiable car plus le rayon de courbure diminue, plus les moments induits par la poussée au vide sont importants et donc plus la semelle des augets (rayon positif) ou la tôle (rayon négatif) est surcomprimée.
- Conformément à la remarque émise lors de l'étude des contraintes critiques, les tôles raidies étudiées périssent par plastification en flexion et non par instabilité. Cette conclusion se justifie également par le fait que plus le rayon de courbure augmente, plus la charge de ruine tend vers la charge plastique car les effets du second ordre sont de moins en moins importants. Ainsi, théoriquement, pour une tôle plane, la charge de ruine devrait être égale à la charge plastique. Nous constatons bien que toutes les courbes de la Figure VI-28 tendent vers la charge plastique pour un rayon de courbure infini, c'est-à-dire lorsque la tôle est parfaitement plane.
- La perte de résistance en fonction du rayon de courbure est moins rapide, pour les tôles raidies dites à rayons négatifs, lorsque la structure périt par plastification de sa tôle. En effet, dans le domaine des rayons de courbure négatifs, l'allure des courbes est proche d'une droite.

Nous avons également comparé les résultats numériques relatifs aux tôles courbes aux charges de ruine $N_{u,R\infty,EC3}^1$, obtenues de manière analytique à partir de la méthode de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 pour les tôles planes raidies. Nous observons que, quelle que soit la tôle raidie envisagée, la valeur calculée pour la tôle plane est toujours comprise entre la charge de ruine relative à la tôle à rayon positif de 300 m et celle de la tôle raidie à rayon positif de 200 m.

Nous constatons que l'approche analytique de l'Eurocode fournit un résultat conservatif : la charge de ruine évaluée correspond au cas le plus défavorable (tôle raidie à rayon de courbure positif). La charge de ruine calculée de la tôle plane raidie est donc équivalente à la charge de ruine d'une tôle courbe raidie dont l'imperfection géométrique globale est de l'ordre de $1/400$ ($R=250$ m pour une tôle de 5 m de longueur).

¹ Valeurs fournies à l'annexe A

VI.3. Stratégie du pas sphérique

Lors de notre analyse élasto-plastique non linéaire, nous avons utilisé comme méthode de chargement la méthode du pas sphérique. Pour rappel, cette méthode consiste à déterminer l'intersection entre la courbe charge-déplacement et la surface fermée (la sphère) centrée sur la dernière configuration connue Γ_n en équilibre. Il existe dès lors deux solutions mais le logiciel choisit comme nouveau vecteur déplacement celui dont la direction reste la plus proche du pas précédent.

La méthode impose de fixer la valeur du rayon R de la sphère. Ce dernier est déterminé sur base du premier pas où l'on impose l'incrément de charge λ (méthode de la force imposée) et le programme en détermine le rayon R équivalent.

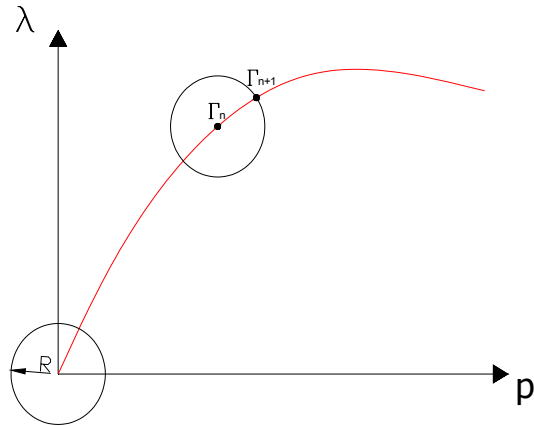


Figure VI-29 : Pas sphérique

Pour les pas suivants, il existe deux possibilités : soit le programme conserve la valeur de rayon trouvé, soit il multiplie à chaque pas cette valeur par un scalaire ΔR . Cette dernière méthode, appelée « stratégie automatique », est celle que nous avons utilisée.

Il nous a paru intéressant de revenir sur la méthodologie utilisée pour définir la stratégie automatique du pas sphérique. En effet, nous avons éprouvé de grandes difficultés à atteindre la charge de ruine de nos modèles ainsi qu'à obtenir le comportement au-delà de cette charge de ruine.

En effet, en un point proche de la charge de ruine, le logiciel fournit comme solution pour le pas de calcul suivant, une situation relative à une décharge élastique. Pour des raisons numériques, le programme n'était pas capable de trouver la configuration en équilibre ultérieure à la configuration correspondant à la charge de ruine. Quelquefois, ce phénomène pouvait être observé au cours de la partie élastique de la courbe charge-déplacement juste avant que les premières plastifications de la structure n'apparaissent. En règle générale, ces problèmes de non-convergence provenaient d'un rayon de sphère trop important. Il convenait dès lors de fixer un ensemble de paramètres permettant de diminuer la valeur de l'incrément lorsque l'on s'approche de la charge de ruine.

Nous avons alors utilisé le jeu de paramètres suivant pour la stratégie automatique du pas sphérique.

PAS	JUSO	DRMIN	DRMAX	DRC	DROMIN
900	3	0,5	1,0	1,0	0,5
999	4	0,5	0,8 - 1,0	0,8 - 1,0	0,5

Tableau VI-1 : Jeu de paramètres de la stratégie automatique du pas sphérique (Carte MOPS)

Où,

- *PAS* désigne le numéro du pas pour lequel les autres paramètres sont valables. Ainsi, « 900 » désigne tous les pas jusqu'au maximum et « 999 » tous ceux au-delà du maximum.
- *JUSO* est le nombre optimum d'itérations pour obtenir la convergence.
- *DRMIN* est l'incrément minimum du nouveau rayon de la sphère ($R_{min} = \Delta R_{min} \cdot R$).
- *DRMAX* est l'incrément maximum du nouveau rayon de la sphère ($R_{max} = \Delta R_{max} \cdot R$).
- *DRC* est un paramètre accélérateur.
- *DROMIN* est la valeur minimum du nouveau rayon de la sphère.

Le paramètre le plus important à définir reste la valeur de l'incrément de charge du premier pas. En effet, c'est sur base de cet incrément que sont évalués les rayons des futures sphères. Cependant, il n'est pas judicieux d'utiliser un incrément trop faible. En effet, bien qu'il permette un gain de précision, cela se paye par un temps de calcul long et coûteux. Au terme de notre étude numérique, nous avons pu constater que le choix de ce premier incrément demeure très intuitif. En règle générale, nous pouvons dire que le premier incrément doit être de l'ordre de 5 à 10% du multiplicateur de charge correspondant à la charge de ruine.

VII. DÉMARCHE DE DIMENSIONNEMENT

Ce chapitre a pour but de décrire les trois techniques simples envisagées pour la détermination de la charge de ruine des tôles courbes raidies longitudinalement. La démarche poursuivie vise à adapter les règles de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 [10] de manière à permettre la prise en compte de l'influence de la courbure de la tôle sur ses caractéristiques de résistance. Pour rappel, l'Eurocode 3 permet de déterminer le coefficient d'efficacité global d'une tôle plane raidie longitudinalement par interpolation entre l'efficacité résultant d'un comportement de type colonne et celle résultant d'un comportement de type plaque. Cette interpolation est fonction du degré d'importance relative de ces deux comportements.

Dans le cadre des tôles courbes, nous devons modifier l'approche permettant de déterminer l'efficacité de chacun de ces deux comportements de manière à prendre en compte l'effet de la courbure.

Chacune des méthodes est confrontée aux résultats numériques.

VII.1. Méthode 1 : tôle isotrope équivalente de même raideur flexionnelle

VII.1.1. Adaptation du comportement de type plaque

Pour que l'efficacité de la tôle raidie ρ_p dans le cas d'un comportement de type plaque tienne compte de l'influence de la courbure de la tôle, nous introduisons le coefficient d'efficacité linéaire β d'une tôle courbe dans la formule de Winter [6], comme P. Jetteur et R. Maquoi [12] l'ont proposé pour une tôle courbe non raidie. Pour rappel, ce coefficient β caractérise la perte d'efficacité de la tôle courbe due à la poussée au vide induite par la courbure et s'exprime par :

$$\beta = 1 - \frac{0,82}{1 + \left(3/\left(\frac{b^2}{R t^*}\right)\right)^2}$$

Cependant, cette formule est uniquement valable pour une tôle non raidie, c'est-à-dire pour une tôle isotrope dont les raideurs flexionnelles longitudinale et transversale sont identiques. Nous devons donc trouver une approche permettant de remplacer la tôle raidie longitudinalement par une tôle isotrope équivalente d'épaisseur t^* .

Dans cette méthode, nous proposons de remplacer la tôle raidie d'inertie flexionnelle longitudinale d'ensemble I_{sl} ¹ par une plaque isotrope équivalente de même inertie flexionnelle longitudinale I_p^* , de sorte que :

$$I_{sl} = I_p^* = \frac{b (t^*)^3}{12(1 - \nu^2)}.$$

On en dérive l'épaisseur t^* équivalente :

$$t^* = \sqrt[3]{\frac{12 (1 - \nu^2) I_{sl}}{b}}.$$

¹ Cette inertie est déterminée sur base de la recommandation de l'article [5] en prenant en compte un certain pourcentage de largeur de tôle collaborante.

Notons que cette épaisseur équivalente t^* est indépendante du rayon de courbure R ainsi que de la largeur b de la tôle. En effet, l'inertie flexionnelle d'ensemble I_{st} est directement proportionnelle à la largeur b car nous disposons un raidisseur en auget par mètre de tôle.

Ainsi, nous obtenons pour chacune des combinaisons d'épaisseur de tôle et d'augets, l'épaisseur équivalente reportée au Tableau VII-1.

Tôle	t^*
P25_ts10	129,1 mm
P30_ts14	143,8 mm
P40_ts16	152,4 mm
P50_ts16	155,0 mm

Tableau VII-1 : Epaisseur équivalente t^* telle que $I_{st} = I_p^*$

Nous pouvons ensuite déterminer l'élançement réduit de la tôle courbe isotrope équivalente $\bar{\lambda}_p^*$:

$$\bar{\lambda}_p^* = \beta \bar{\lambda}_p ,$$

où $\bar{\lambda}_p$ est l'élançement réduit de la plaque orthotrope équivalente comme défini au chapitre III.2.2. Ce paramètre est déterminé sur base de la contrainte critique de voilement élastique de la plaque orthotrope équivalente :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} .$$

Le coefficient réducteur ρ_p^* de la tôle courbe raidie est obtenu en effectuant le même changement de variable dans la formule de Winter [6] que celui proposé par P. Jetteur et R. Maquoi [12] pour une tôle non raidie, c'est-à-dire :

$$\rho_p^* = \beta \left(\frac{\beta \bar{\lambda}_p - 0,22}{(\beta \bar{\lambda}_p)^2} \right) \leq \beta .$$

VII.1.2. Adaptation du comportement de type colonne

Pour que l'efficacité de la tôle raidie χ_c dans le cas d'un comportement de type colonne tienne compte de l'influence de la courbure de la tôle, nous proposons une formulation analytique du facteur d'imperfection α_e permettant ainsi de relier la courbure à l'imperfection géométrique.

Si on se réfère à la formulation analytique du facteur d'imperfection α_e [13] utilisée pour déterminer le coefficient de réduction au flambement d'un profil dont l'imperfection géométrique γ^* est différente de celle adoptée lors de l'établissement des courbes européennes de flambement, on obtient :

$$\alpha_e = \alpha + \frac{\pi \sqrt{E/f_y}}{i/v} \left(\gamma^* - \frac{1}{1000} \right) ,$$

où $\pi \sqrt{E/f_y}$ correspond à l'élançement Eulerien. Cependant, la limite d'élasticité influence peu les courbes européennes de flambement et ces dernières ont été déterminées avec $f_y = 255 \text{ MPa}$. Dès lors, l'expression devient :

$$\alpha_e = \alpha + \frac{90,15}{i/v} \left(\gamma^* - \frac{1}{1000} \right)$$

Cette expression est valable quelle que soit la valeur de la limite d'élasticité de l'acier utilisé (pour $f_y < 430$ MPa) sous peine d'être incohérent avec les courbes de flambement.

Cette formule permet donc d'utiliser une imperfection géométrique γ^* différente de celle adoptée lors de l'établissement des courbes européennes de flambement (imperfection de 1/1000). Nous pouvons dès lors remplacer γ^* par l'imperfection géométrique globale de la tôle courbe raidie, c'est-à-dire f/a (Tableau IV-2).

$$\alpha_e = \alpha + \frac{90,15}{i/v} \left(\frac{f}{a} - \frac{1}{1000} \right),$$

où i est le rayon de giration du raidisseur :

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}},$$

- $I_{sl,1}$ est l'inertie flexionnelle de la section transversale brute du raidisseur et des parties adjacentes de la tôle collaborante par rapport à la flexion hors plan de la tôle.
- $A_{sl,1}$ est l'aire de la section transversale brute du raidisseur et des parties adjacentes de la tôle.

Concernant la distance v par rapport à l'axe neutre du raidisseur et des parties adjacentes de la tôle collaborante, il convient de distinguer deux cas en fonction du signe de la courbure (Figure VII-1):

- Lorsque le rayon de courbure est dit négatif: $v^- = d_x$ (distance entre le centre de gravité du raidisseur avec sa largeur de tôle collaborante et le plan moyen de la tôle). En effet, la ruine est dictée par la plastification en compression de la tôle.
- Lorsque le rayon de courbure est dit positif: $v^+ = h_s - d_x + t_p/2 - t_s/2$ (distance entre le centre de gravité du raidisseur avec sa largeur de tôle collaborante et le plan moyen de la semelle de l'auget). En effet, la ruine est dictée par la plastification en compression de la semelle des augets.

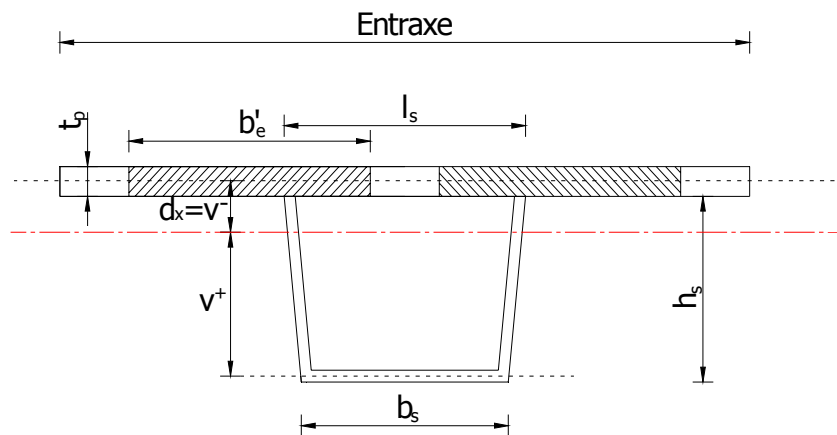


Figure VII-1 : Définition des distances v par rapport au centre de gravité du raidisseur avec sa largeur de tôle collaborante

Le dernier paramètre à définir est le coefficient d'imperfection α . Nous proposons :

- pour les tôles raidies à rayons de courbure négatifs, de prendre $\alpha = 0,34$ (c'est-à-dire la courbe b). Notons que c'est également cette valeur qui a été adoptée dans la méthode de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 pour les raidisseurs à section fermée ;
- pour les tôles raidies à rayons de courbure positifs, de prendre $\alpha = 0,13$ (c'est-à-dire la courbe a_0). Ce choix permet d'obtenir une bonne correspondance des résultats. Cependant, ce choix est assez paradoxal dans le sens où la courbe a_0 correspond à un profilé exempt de contraintes résiduelles.

Les formulations analytiques du facteur d'imperfection α_e de chaque type de tôle sont reportées à la Figure VII-2¹ en fonction de l'imperfection géométrique globale f/a de la tôle courbe. Nous avons également tracé sur ce graphe les courbes relatives aux simulations numériques (courbes dites expérimentales). Ces dernières déterminent le coefficient d'imperfection α_e nécessaire pour que la charge de ruine obtenue soit égale à celle issue de l'étude numérique.

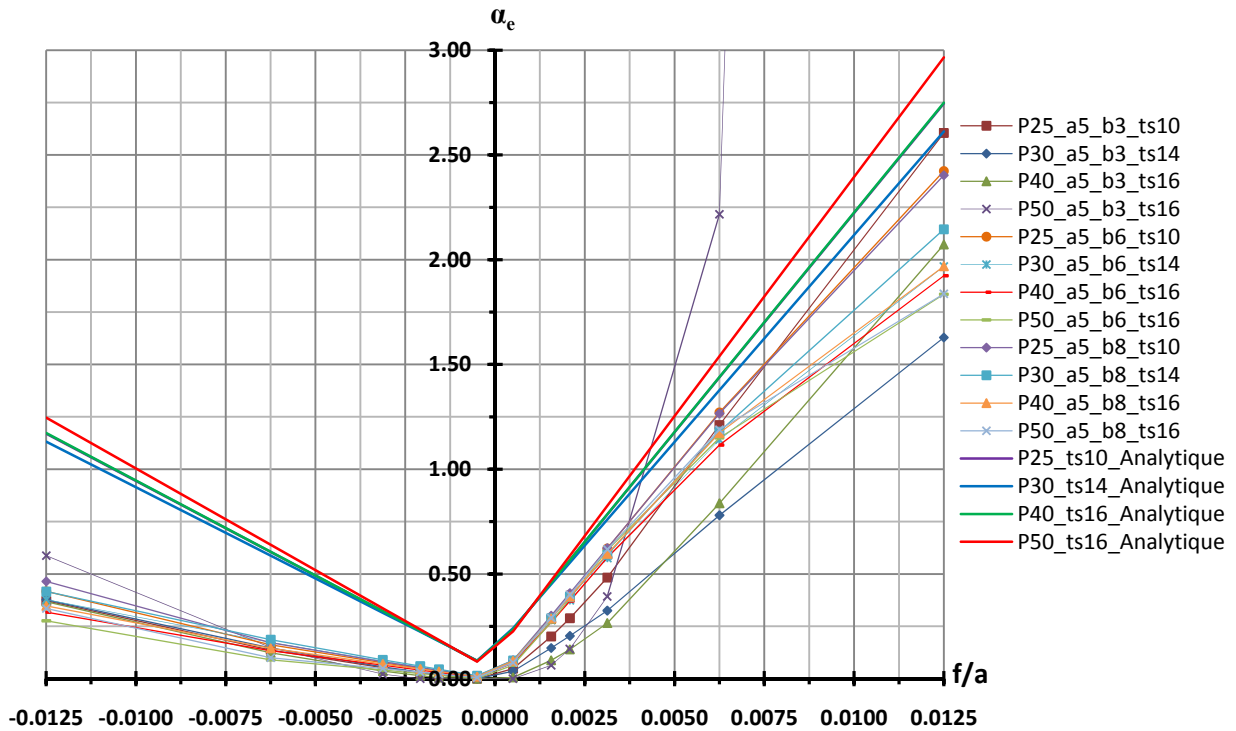


Figure VII-2 : Formulation analytique et expérimentale du facteur d'imperfection α_e

Sur la Figure VII-2², nous constatons que quelle que soit la tôle envisagée³, la formulation analytique de facteur d'imperfection proposée borne les courbes expérimentales. Cette approche est donc sécuritaire. Cependant, nous remarquons que, dans le cas des rayons de courbure négatifs (augets à l'extérieur de la courbure), les courbes de l'approche analytique s'écartent de plus en plus des courbes relatives aux résultats des simulations. Nous pouvons en conclure qu'un facteur d'imperfection surestimé fournira un résultat de charge de ruine exagérément sécuritaire.

De cette figure, nous constatons directement que les courbes expérimentales relatives aux tôles où le comportement de type colonne est prépondérant présentent toutes la même allure. En effet, pour les tôles de 6 et 8 m de largeur, le comportement de type plaque est quasiment inexistant. Dans la méthode de l'Eurocode 3, l'importance relative de chacun des deux comportements est traité par l'intermédiaire du coefficient ξ . Ce dernier ne dépend que de la contrainte critique de voilement élastique de la plaque orthotrope équivalente $\sigma_{cr,p}$ et de celle de flambement de la plaque supposée non-appuyée sur ses bords non chargés $\sigma_{cr,c}$:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{avec} \quad 0 \leq \xi \leq 1.$$

Lorsque ξ vaut 0, seul le comportement de type colonne est pris en compte. Il est important de noter que ce coefficient est indépendant du rayon de courbure car les contraintes critiques le sont également. Ainsi, au Tableau VII-2 est repris pour chaque tôle la valeur du coefficient ξ . Nous

¹ La courbe *P25_ts10_Analytique* est pratiquement identique à la courbe *P40_ts16_Analytique*, ce pourquoi elle n'apparaît pas sur le graphe et est masquée par cette dernière courbe.

² Notons que sur cette figure, la courbe correspondant à la tôle *P50_a5_b3_ts16* n'a pas été représentée entièrement car elle s'écarte fortement des autres courbes.

³ A l'exception de la tôle *P50_a5_b3_ts16*

remarquons bien que pour les tôles de 6 m de largeur ou plus, le comportement de type plaque est quasi inexistant. Cette constatation est primordiale dans notre recherche de méthode de dimensionnement des tôles courbes raidies. En effet, lorsque la tôle envisagée présente un comportement de type plaque significatif, seuls les résultats de la tôle de 3 m de largeur seront à même de valider la méthode proposée.

Tôle	ξ
P25_a5_b3_ts10	9,6%
P30_a5_b3_ts14	12%
P40_a5_b3_ts16	24%
P50_a5_b3_ts16	44,5%
P25_a5_b6_ts10	1,4%
P30_a5_b6_ts14	1,7%
P40_a5_b6_ts16	3,4%
P50_a5_b6_ts16	6,3%
P25_a5_b8_ts10	0,7%
P30_a5_b8_ts14	0,8%
P40_a5_b8_ts16	1,7%
P50_a5_b8_ts16	3,1%

Tableau VII-2 : Importance du comportement de type plaque

Étant donné que dans le domaine de rayons de courbure négatifs les courbes analytiques s'écartent de plus en plus des expérimentales, il est nécessaire d'adapter la formulation analytique du facteur d'imperfection α_e dans cette plage des rayons de courbure. Nous proposons d'adopter un élanement Eulérien réduit d'un facteur 3.

En résumé, la formulation proposée du facteur d'imperfection α_e est la suivante :

- pour les rayons de courbure positifs :

$$\alpha_e = 0,34 + \frac{90,15}{i/v^+} \left(\frac{f}{a} - \frac{1}{1000} \right),$$

- pour les rayons de courbure négatifs :

$$\alpha_e = 0,13 + \frac{30,05}{i/v^-} \left(\frac{f}{a} - \frac{1}{1000} \right).$$

Remarque : Dans le cas d'une tôle plane raidie, c'est-à-dire une tôle où l'imperfection géométrique $\gamma^* = f/a$ est nulle, et pour des rayons de courbure positifs, nous retrouvons l'expression définie dans l'Eurocode EN 1993, partie 1.5, à savoir :

$$\alpha_e = 0,34 + \frac{0,09}{i/v}$$

La courbes reportées à la Figure VII-3 tiennent compte de la modification apportée pour la détermination de la formulation analytique de α_e dans le cas des rayons de courbure négatifs.

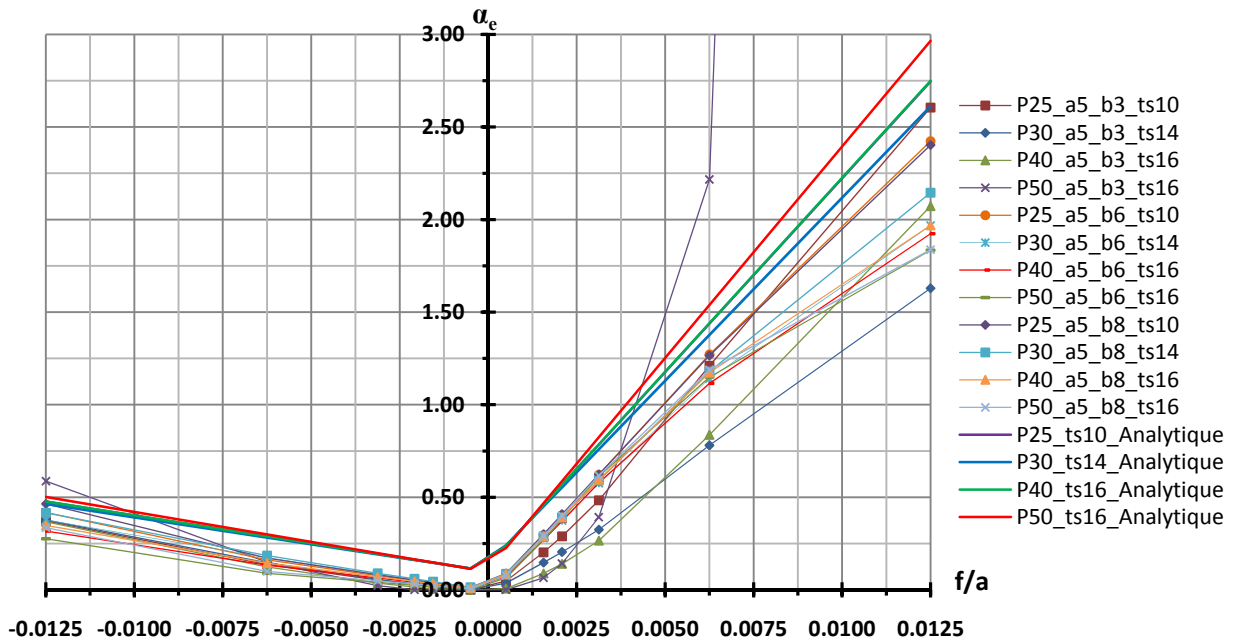


Figure VII-3 : Formulation analytique définitive du facteur d'imperfection α_e

Sur base de cette figure, nous constatons que, le fait de diminuer par 3 l'élanement Eulérien dans le domaine des rayons négatifs permet à la formulation analytique de se rapprocher fortement des courbes numériques.

VII.1.3. Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique

Appliquant les deux adaptations proposées pour la modélisation respectivement du comportement de type plaque et de type colonne, nous calculons, pour les différentes tôles considérées, les charges de ruine désignées par $N_{u,Méthode1}$ ¹.

La Figure VII-4 et la Figure VII-5 confrontent ces résultats aux charges de ruine obtenues à partir des simulations numériques. De manière à obtenir un graphique adimensionnel, nous avons rapporté les charges de ruine aux charges plastiques correspondantes. Ainsi, les points se trouvant à proximité de l'origine du graphe correspondent aux faibles rayons de courbure et inversement.

Les quelques points se trouvant au-dessus de la bissectrice du graphique correspondent à des charges de ruine insécuritaires (charge de ruine obtenue par la méthode proposée supérieure à celle obtenue par simulation numérique), alors que tous les points se trouvant sous la bissectrice correspondent à des charges de ruine sécuritaires (charge de ruine obtenue par la méthode proposée inférieure à celle obtenue par simulation numérique).

Nous constatons que :

- Lorsque le comportement de type colonne est prépondérant, les résultats sont satisfaisants et sécuritaires. L'erreur commise est de l'ordre de 10 à 15% au maximum.
- Lorsque le comportement de type plaque devient significatif², la méthode peut présenter des résultats insécuritaires pour les faibles rayons de courbures (50 et 100 m). Cette constatation se marque surtout pour les rayons de courbures positifs.

¹ Valeurs numériques fournies à l'annexe A

² Soit essentiellement pour la tôle raidie *P50_a5_b3_ts16* où l'importance du comportement de type plaque est de 45% (« Tableau VII-2 »)

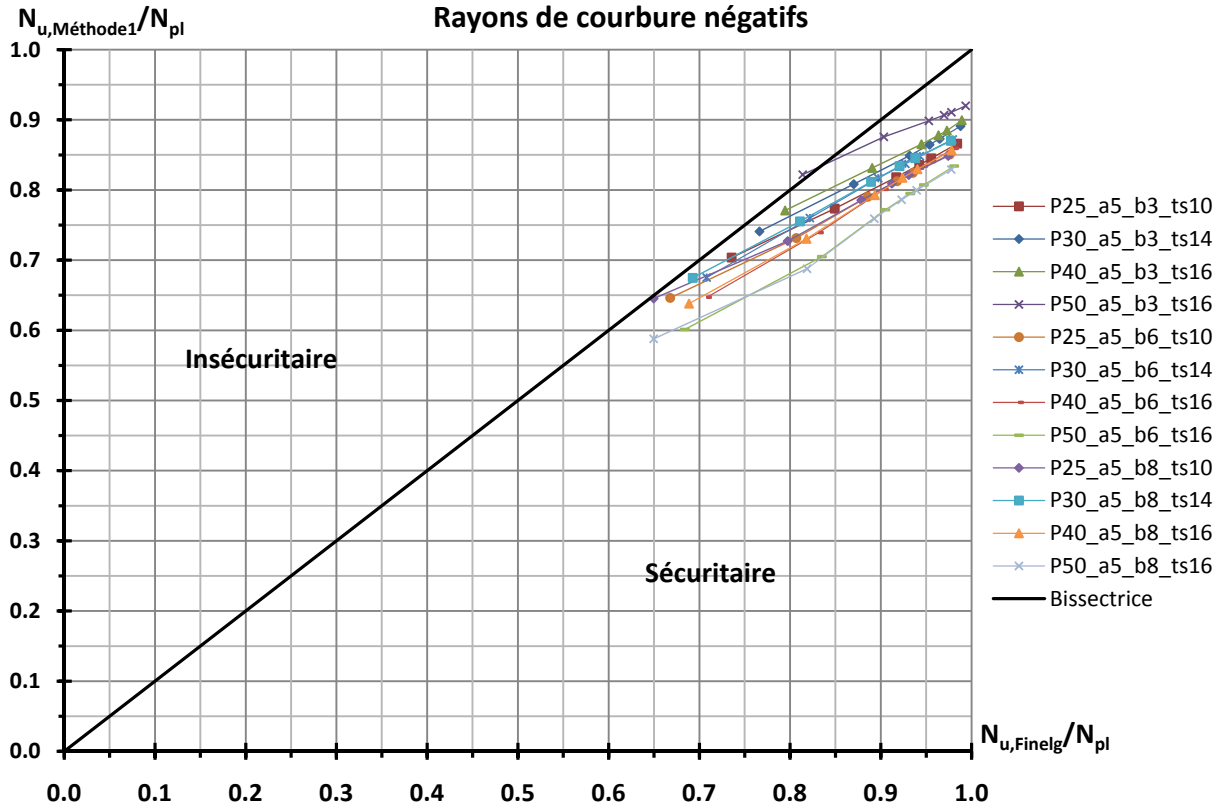


Figure VII-4 : Charges de ruine obtenues par la méthode 1 vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure négatifs)

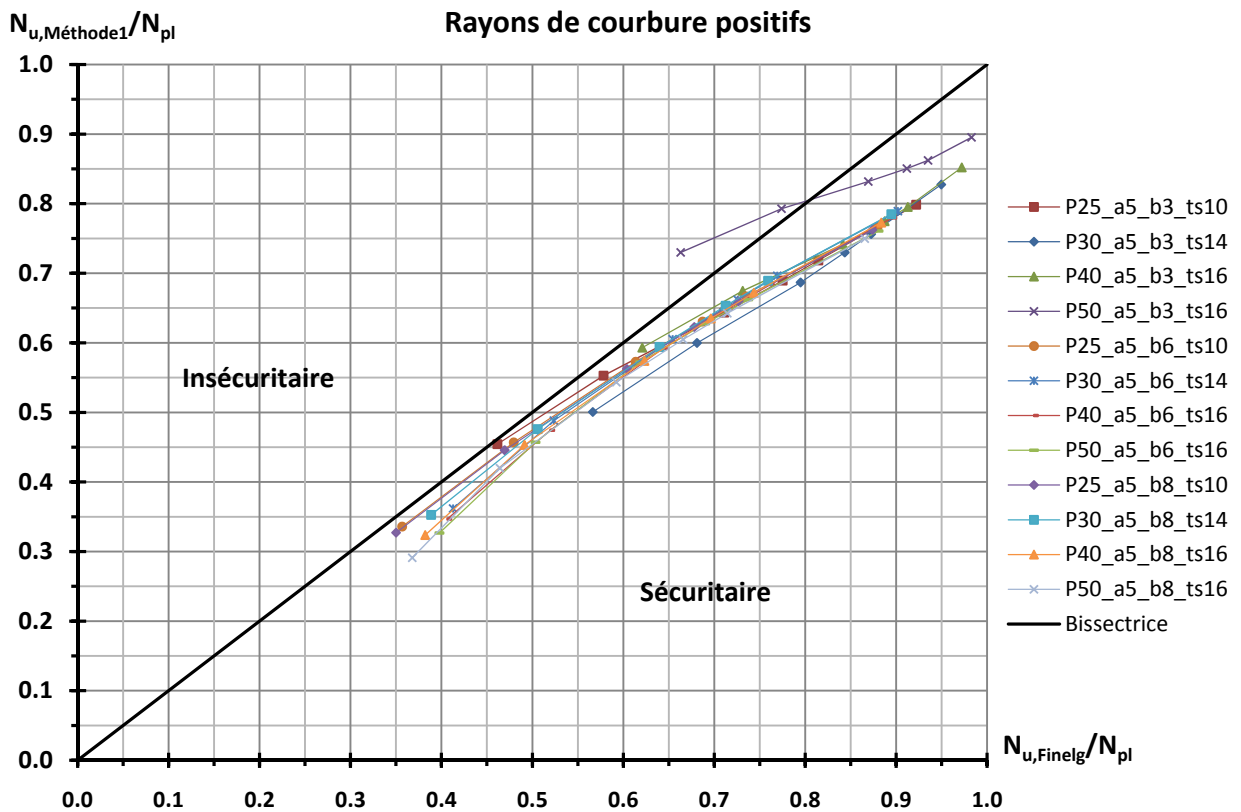


Figure VII-5 : Charges de ruine obtenues par la méthode 1 vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure positifs)

Sur base des résultats des Figure VII-4 et Figure VII-5, nous pouvons en conclure que :

- La méthode proposée est satisfaisante lorsque le comportement de type plaque est quasiment inexistant, c'est-à-dire lorsque le coefficient d'interpolation ξ est proche de 0. Cette constatation est primordiale. En effet, elle permet de valider l'adaptation proposée pour le comportement de type colonne. Pour rappel, cette adaptation a porté sur la détermination d'une formulation analytique du facteur d'imperfection α_e .
- Lorsque le comportement de type plaque devient prépondérant, c'est-à-dire essentiellement pour la tôle *P50_a5_b3_ts16*, la méthode proposée n'est plus satisfaisante et devient insécuritaire. Le fait que la méthode soit insatisfaisante lorsque le comportement de type plaque est important, nous indique que notre proposition de modification pour le comportement de type plaque n'est pas correcte. Pour rappel, cette modification portait sur le remplacement de la tôle raidie par une tôle isotrope équivalente de même inertie flexionnelle longitudinale. Cette méthode surestime donc la raideur transversale car on remplace la tôle orthotrope par une tôle isotrope équivalente dont les raideurs flexionnelles longitudinale et transversale sont identiques. Cette méthode est par conséquent trop optimiste.

VII.2. Méthode 2 : tôle isotrope équivalente de même déflexion maximale

Au point précédent, nous avons conclu que la première proposition d'adaptation du comportement de type plaque n'est pas satisfaisante. En effet, elle conduit à surestimer la raideur transversale de la plaque isotrope équivalente par rapport à celle de la plaque raidie. Nous allons donc proposer une variante de la méthode 1.

VII.2.1. Adaptation du comportement plaque

Comme pour la méthode 1, nous introduisons le coefficient d'efficacité linéaire β d'une tôle courbe dans la formule de Winter [6].

De manière à obtenir un meilleur compromis entre la raideur flexionnelle longitudinale et transversale, nous proposons de remplacer la tôle raidie par une plaque isotrope équivalente d'épaisseur t^* telle que sous une charge transversale p uniformément distribuée à la surface de la tôle (Figure VII-6), les deux tôles présentent la même flèche élastique maximale au premier ordre. Cette déflexion maximale se produit forcément pour le point central de la tôle.

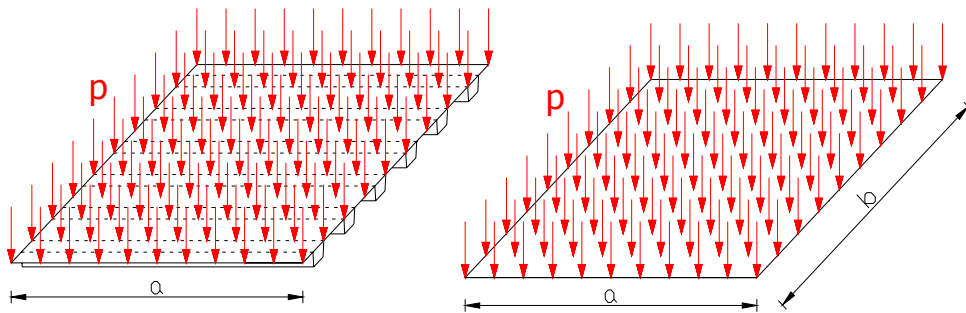


Figure VII-6 : Charge transversale p uniformément distribuée à la surface de la tôle

Nous avons déterminé l'épaisseur t^* de la plaque isotrope équivalente dont la déflexion élastique maximale f^* sous la charge transversale p est identique à la déflexion élastique maximale f de la tôle raidie soumise au même chargement (Figure VII-7). Cette équivalence a été effectuée sur base d'une analyse élastique linéaire au premier ordre en considérant les différentes tôles planes. Les épaisseurs équivalentes sont par conséquent indépendantes du rayon de courbure.

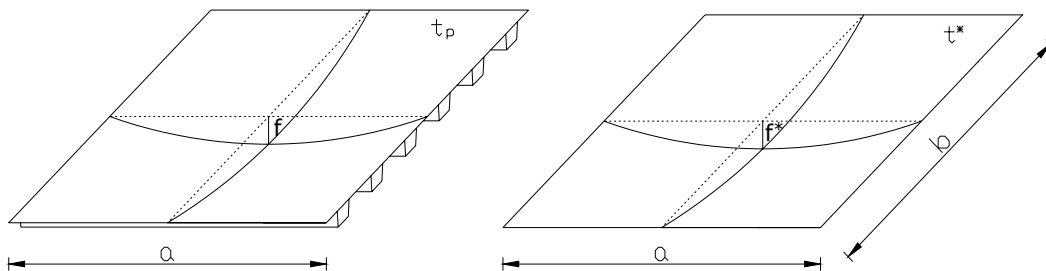


Figure VII-7 : Epaisseur t^* de la tôle isotrope équivalente telle que $f = f^*$

Les épaisseurs t^* des tôles isotropes équivalentes sont fournies Tableau VII-3.

Tôle	t^*
P25_a5_b3_ts10	63,8 mm
P30_a5_b3_ts14	72,8 mm
P40_a5_b3_ts16	80,3 mm
P50_a5_b3_ts16	85,1 mm
P25_a5_b6_ts10	103,9 mm
P30_a5_b6_ts14	115,9 mm
P40_a5_b6_ts16	124,5 mm
P50_a5_b6_ts16	128,5 mm
P25_a5_b8_ts10	117,9 mm
P30_a5_b8_ts14	131,1 mm
P40_a5_b8_ts16	140,5 mm
P50_a5_b8_ts16	144,8 mm

Tableau VII-3 : Epaisseur équivalente t^* telle que $f = f^*$

Quelle que soit la tôle envisagée, les épaisseurs t^* obtenues par cette méthode sont toujours inférieures à celle obtenues par méthode 1 (Figure VII-8) et contrairement à cette dernière, elles dépendent de la largeur de la tôle.

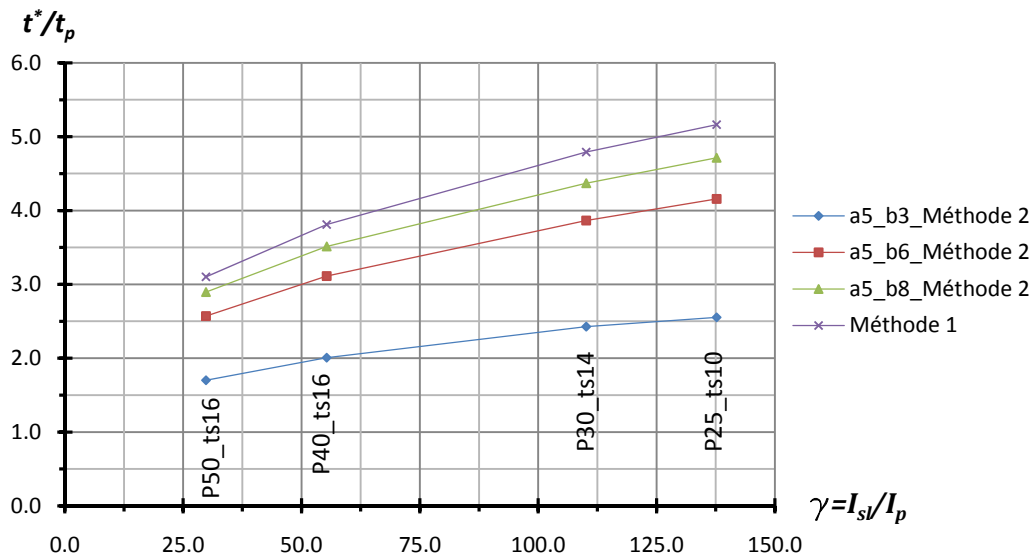


Figure VII-8 : Evolution de l'épaisseur équivalente t^*

Nous pouvons ensuite déterminer l'élancement réduit de la tôle courbe isotrope équivalente $\bar{\lambda}_p^*$ ainsi que le coefficient réducteur ρ_p^* de la tôle courbe raidie comme décrit à la section précédente.

VII.2.2. *Adaptation du comportement colonne*

Nous conservons la même formulation analytique de facteur d'imperfection α_e que celle proposée dans la méthode 1. En effet, nous avons conclu que cette formulation est satisfaisante pour les tôles raidies où quasiment seul le comportement de type colonne est existant.

Les formulations analytiques du facteur d'imperfection α_e de chaque type de tôle sont reportées à la Figure VII-9 en fonction de l'imperfection géométrique globale f/a de la tôle courbe. Nous avons également tracé sur ce graphe les courbes relatives aux simulations numériques. Ces dernières déterminent le coefficient d'imperfection α_e nécessaire pour que la charge de ruine obtenue par la méthode proposée soit égale à celle issue de l'étude numérique.

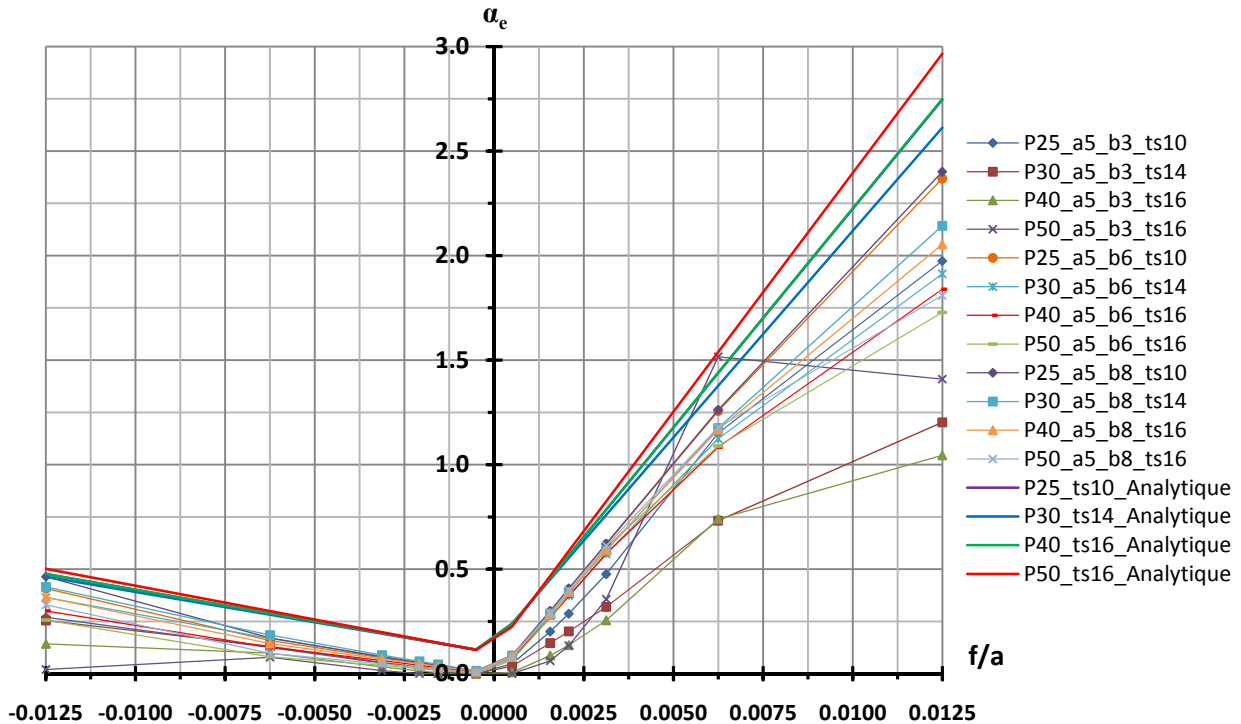


Figure VII-9 : Formulation analytique et expérimentale du facteur d'imperfection α_e

Sur la Figure VII-9, nous remarquons que quelle que soit la tôle raidie envisagée, la formulation analytique proposée du facteur d'imperfection borne à présent toutes les courbes expérimentales, y compris celle relative à la tôle *P50_a5_b3_ts16*. A ce point de vue, cette méthode est plus satisfaisante que la méthode 1.

VII.2.3. Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique

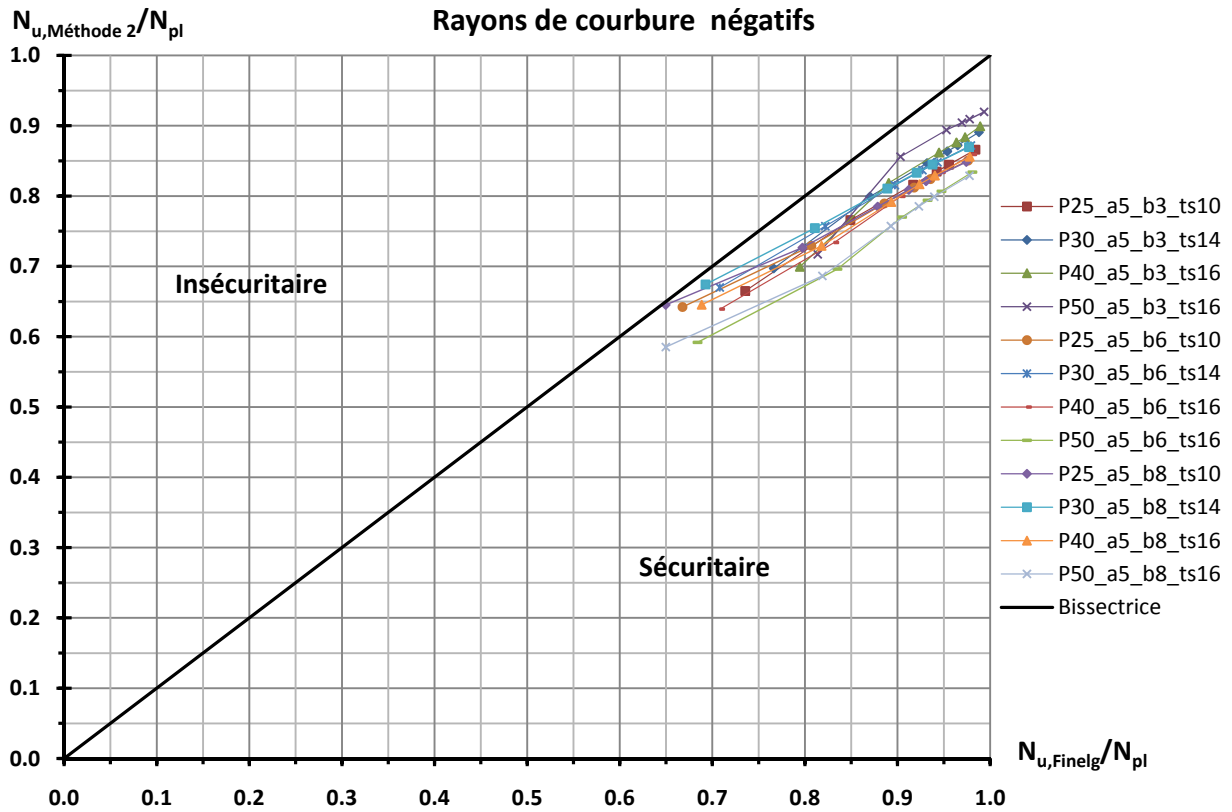


Figure VII-10 : Charges de ruine obtenues par la méthode 2 vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure négatifs)

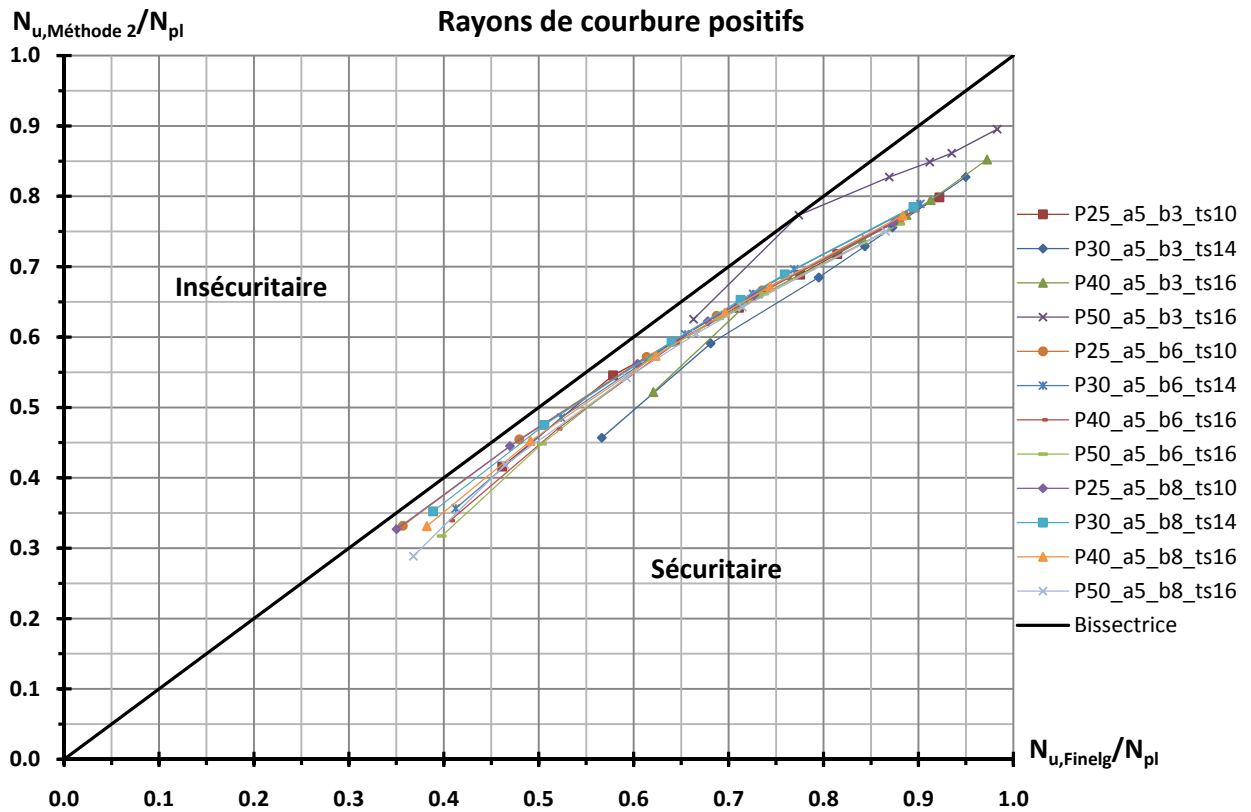


Figure VII-11 : Charges de ruine obtenues par la méthode 2 vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure positifs)

Appliquant les deux adaptations proposées pour la modélisation respectivement du comportement de type plaque et de type colonne, nous calculons, pour les différentes tôles considérées, les charges de ruine désignées par $N_{u,Méthode2}$ ¹.

La Figure VII-10 et la Figure VII-11 confrontent ces résultats aux charges de ruine obtenues à partir des simulations numériques. Les charges considérées sont les charges de ruine adimensionnelles.

Sur base de ces deux graphiques, nous constatons que :

- Quelle que soit la tôle envisagée, les charges de ruine déterminées par cette méthode sont sécuritaires y compris lorsque le comportement de type plaque de la tôle raidie devient significatif.
- L'erreur commise est de l'ordre 10 à 15 % au maximum.
- Pour les tôles raidies où le comportement de type colonne est prépondérant, nous obtenons sensiblement les mêmes résultats que ceux déterminés par la méthode 1. En effet, nous avons gardé la même formulation analytique pour facteur d'imperfection α_e . Dans la méthode 1, nous avons conclu que cette formulation permet d'obtenir des résultats satisfaisant lorsque le comportement de type colonne est prépondérant.

Nous pouvons en conclure que :

- La méthode est sécuritaire quelle que soit la tôle raidie envisagée et avec une précision acceptable.
- La proposition de modification pour le comportement de type plaque est plus satisfaisante que celle proposée dans la méthode 1. En effet, nous cherchons ici à remplacer la tôle raidie par une tôle isotrope dont les déflexions maximales sont égales sous un chargement transversal uniforme. Cette méthode permet donc une meilleure correspondance des raideurs flexionnelles longitudinale et transversale de la tôle isotrope par rapport à celle de la tôle raidie.

¹ Valeurs numériques fournies à l'annexe A

VII.3. Méthode 3 : tôle isotrope équivalente sur base de la méthode de Johansen

VII.3.1. Adaptation du comportement plaque

Dans cette troisième approche de dimensionnement, nous proposons une démarche basée sur la transformation affine utilisée dans la méthode de Johansen [7]. Cette méthode permet le calcul plastique d'une dalle orthotrope en béton armé en effectuant une transformation affine de cette dernière de manière à la rendre isotrope. Ainsi, la dalle orthotrope dont les deux moments plastiques principaux sont M_{pl} et $\mu \cdot M_{pl}$ est transformée en une dalle isotrope dont le moment plastique vaut M_{pl} dans toutes les directions. Il convient dès lors de transformer de façon adéquate les données du problème comme illustré à la Figure VII-12, c'est-à-dire diviser par $\sqrt{\mu}$ toutes les dimensions de la dalle normales au vecteur μM_{pl} .

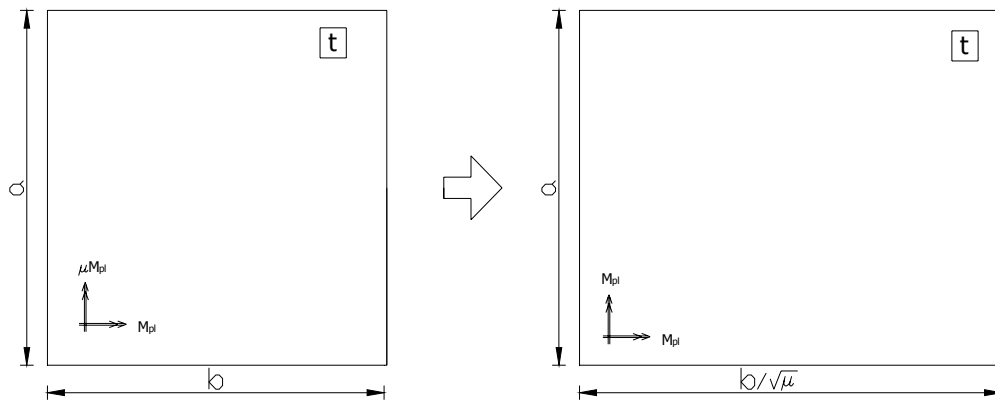


Figure VII-12 : Méthode de Johansen (transformation affine d'une dalle orthotrope en béton armé en une dalle isotrope)

Nous introduisons de nouveau le coefficient réducteur β dans la formule de Winter [6]. Cette approche n'étant valable que pour une tôle isotrope, il convient de remplacer notre tôle orthotrope par une tôle isotrope équivalente. Le critère d'équivalence utilisé sera inspiré de celui utilisé dans la méthode de Johansen.

L'objectif est de transformer la tôle raidie longitudinalement en une tôle isotrope équivalente en effectuant une transformation des dimensions de la tôle de base. La tôle de base, dont les deux moments plastiques principaux valent $M_{pl,1}$ et $M_{pl,2}$ comme définis à la Figure VII-13, étant raidie longitudinalement, le moment $M_{pl,2}$ est nécessairement plus important que $M_{pl,1}$.

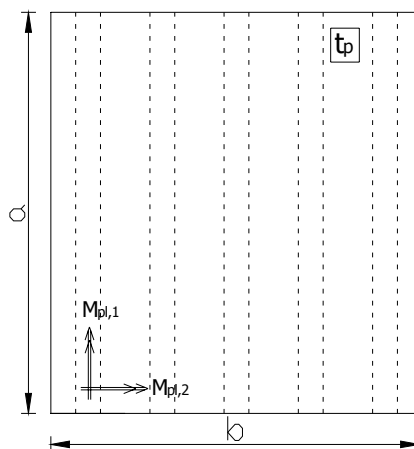


Figure VII-13 : Moments plastiques de la tôle de base raidie longitudinalement

La première solution (méthode 3a) consiste à transformer la tôle orthotrope de base en une tôle isotrope équivalente dont le moment plastique vaut $M_{pl,2}$ dans toutes les directions. Il convient dès lors d'accroître la largeur de la tôle à b^* selon un critère défini ci-dessous. Cette augmentation de largeur provient du fait que $M_{pl,2}$ est plus important que $M_{pl,1}$. Il convient également de conférer à la tôle isotrope une épaisseur équivalente t^* , tout comme dans la méthode 1 (tôle isotrope de même inertie flexionnelle longitudinale que celle de la tôle raidie). Cette modification d'épaisseur est une conséquence du choix de $M_{pl,2}$ relatif à la flexion d'ensemble longitudinale de la tôle raidie comme référence.

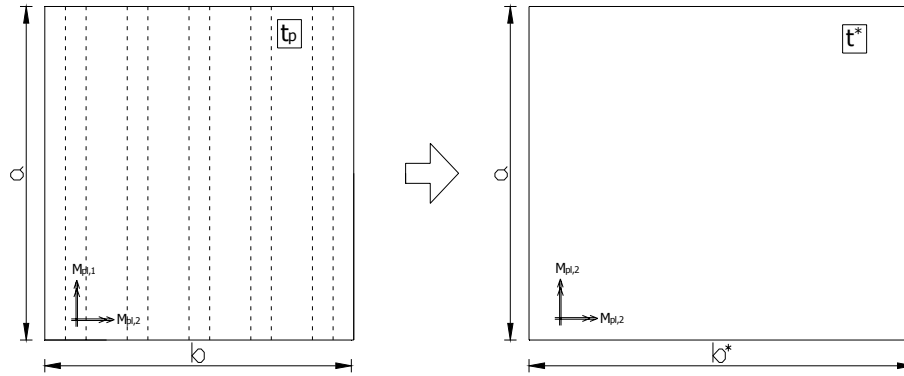


Figure VII-14 : Transformation affine selon la méthode 3a

Une autre solution (méthode 3b) consiste à réduire la longueur a^* de la tôle isotrope pour que le moment plastique soit égal $M_{pl,1}$ dans toutes les directions. Contrairement au cas précédent, nous conservons l'épaisseur de la tôle de base car nous prenons comme référence le moment plastique $M_{pl,1}$ relatif à la flexion transversale de la tôle seule.

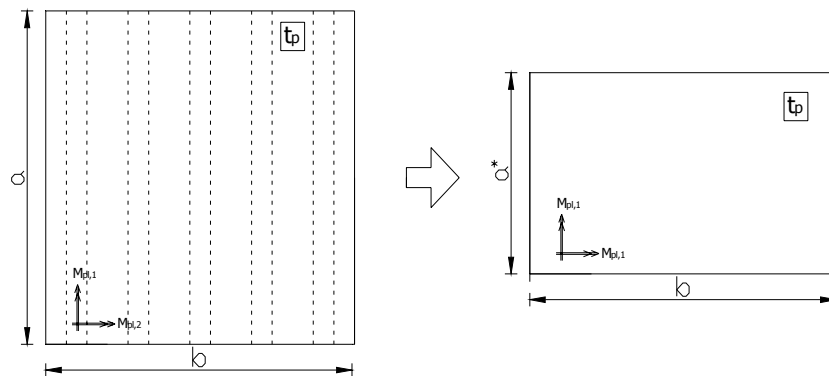


Figure VII-15 : Transformation affine selon la méthode 3b

Plutôt que de baser le critère d'équivalence sur le rapport des moments plastiques comme dans la méthode de base de Johansen [7], nous nous référons à la contrainte critique de voilement élastique global de la tôle raidie. Ainsi, les dimensions équivalentes (largeur b^* ou longueur a^*) sont obtenues en égalant la contrainte critique de voilement élastique global $\sigma_{cr, glob, Finelg}$ de la tôle raidie obtenue par simulation numérique avec la contrainte critique analytique σ_{cr}^* de la tôle isotrope équivalente :

- Pour la méthode 3a :

$$\sigma_{cr}^* = \left(\frac{m}{a/b^*} + \frac{a/b^*}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t^*}{b^*} \right)^2 = \sigma_{cr, glob, Finelg} \Rightarrow b^*$$

- Pour la méthode 3b :

$$\sigma_{cr}^* = \left(\frac{m}{a^*/b} + \frac{a^*/b}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_p}{b} \right)^2 = \sigma_{cr, glob, Finelg} \Rightarrow a^*$$

Conformément à l'étude numérique des modes critiques globaux effectuée au chapitre VI. , le premier mode de voilement global est un voilement en une seule cloque, c'est-à-dire en une seule demi-onde de voilement dans la direction longitudinale. Dès lors, le coefficient m vaut 1.

VII.3.2. Adaptation du comportement colonne

Nous conservons encore la même formulation analytique de facteur d'imperfection α_e que celle proposée dans la méthode 1.

VII.3.3. *Méthode 3a : Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique*

Evaluons tout d'abord la méthode 3a qui adapte la largeur b^* de la tôle isotrope équivalente de manière à lui conférer la même contrainte critique de voilement élastique que celle de la tôle raidie déterminée par voie numérique. Cette tôle isotrope possède également une épaisseur équivalente t^* évaluée comme dans la méthode 1. Le coefficient d'efficacité linéaire β de la tôle courbe isotrope équivalente à introduire dans la formule de Winter [6], est donné par :

$$\beta = 1 - \frac{0,82}{1 + \left(3 / \left(\frac{b^*}{R t^*}\right)\right)^2}$$

Sur base de cette approche, les largeurs équivalentes b^* de la tôle isotrope sont fournies à la Figure VII-16.

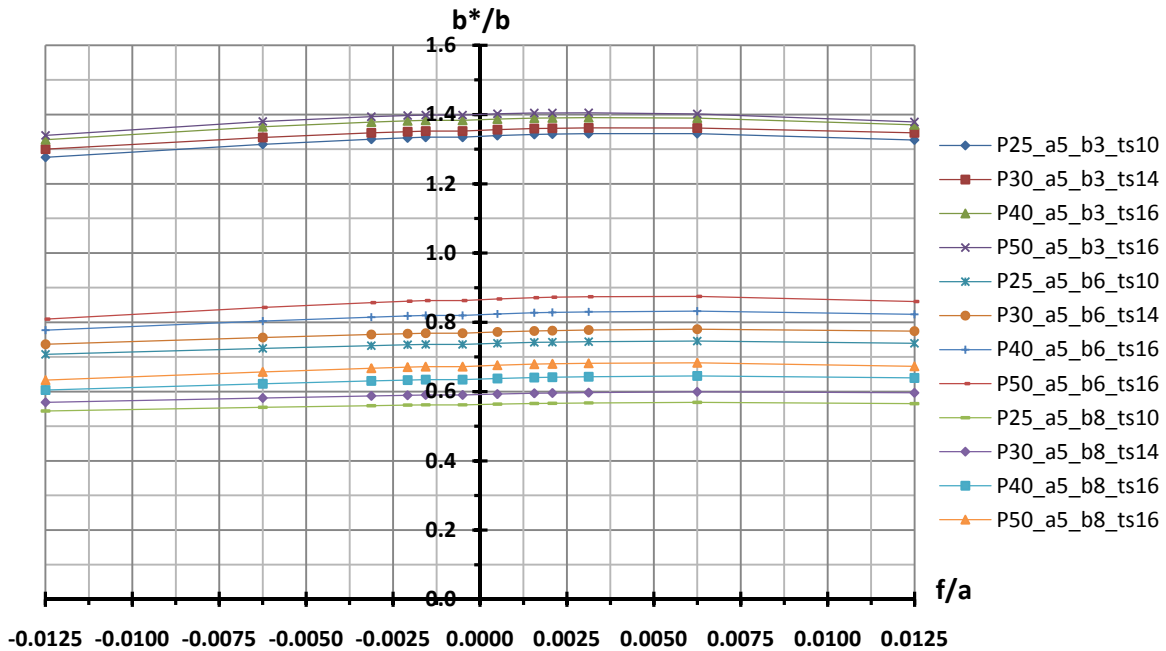


Figure VII-16 : Largeur équivalente b^* de la tôle isotrope équivalente

Nous observons que, quelle que soit la tôle raidie envisagée, la largeur équivalente b^* est comprise entre 4 et 5 m. Remarquons que dans le cas de la tôle de 3 m, cela correspond à un accroissement de la largeur. A l'inverse, pour les tôles de 6 et 8 m de largeur, cela correspond à une réduction de largeur, ce qui va à l'encontre de notre prédiction théorique. Nous pouvons expliquer cette constatation de la façon suivante : les contraintes critiques de voilement élastique global de la tôle raidie sont toutes du même ordre de grandeur et la formule analytique de la contrainte critique de la tôle isotrope est inversement proportionnel au carré de la largeur, il est donc logique pour que les tôles raidies dites larges, l'adaptation de largeur soit une réduction.

Appliquant les deux adaptations proposées pour la modélisation respectivement du comportement de type plaque et de type colonne, nous calculons, pour les différentes tôles considérées, les charges de ruine désignées par $N_{u,Méthode\ 3a}^1$.

La Figure VII-17 et Figure VII-18 confrontent ces résultats aux charges de ruine obtenues à partir des simulations numériques.

¹ Valeurs numériques fournies à l'annexe A

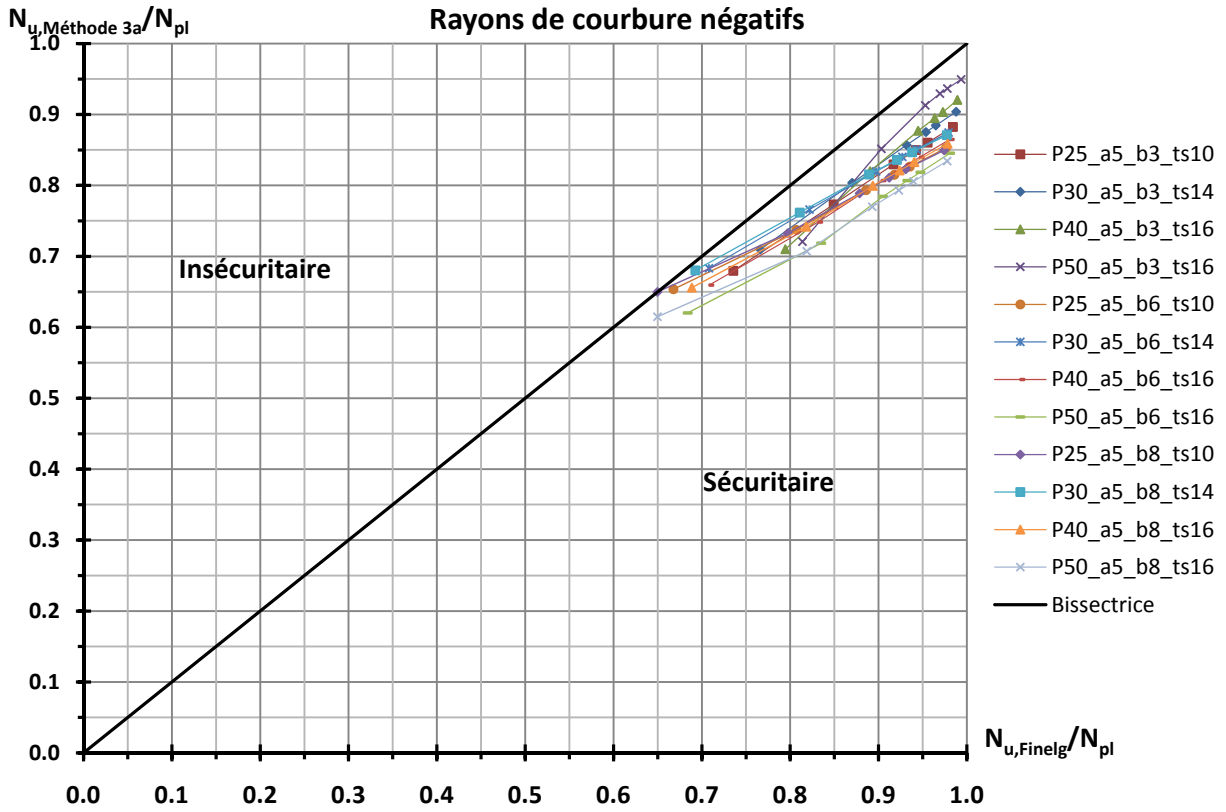


Figure VII-17 : Charges de ruine obtenues par la méthode 3a vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure négatifs)

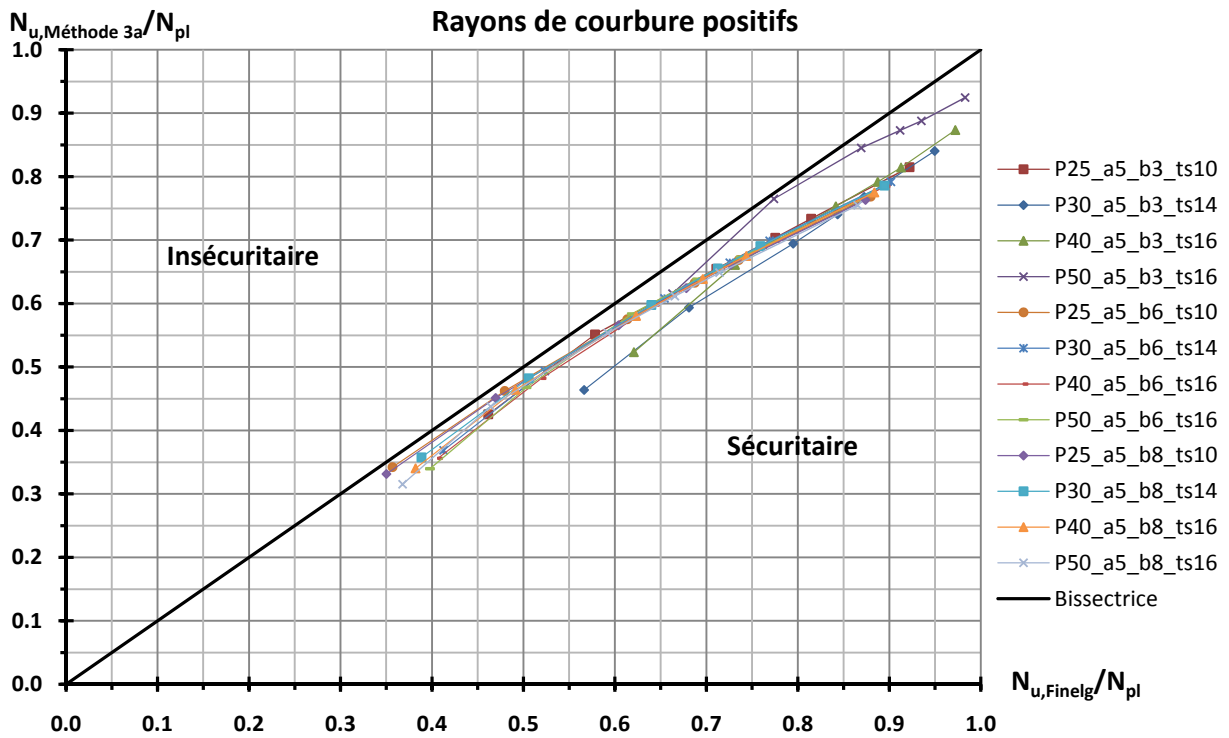


Figure VII-18 : Charges de ruine obtenues par la méthode 3a vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure positifs)

Sur base des Figure VII-17 et Figure VII-18, nous concluons que :

- La méthode proposée est sécuritaire quelle que soit la tôle étudiée.
- L'erreur commise est de l'ordre de 10 à 15 % au maximum, ce qui est acceptable.
- Lorsque le comportement de type plaque devient significatif, c'est-à-dire essentiellement pour les tôles de 3 m de largeur, nous constatons que les charges de ruine obtenues par cette approche sont quasiment égales à celles déterminées par la méthode 2. La proposition de modification de l'approche permettant de déterminer l'efficacité dans le cas d'un comportement de type plaque est, comme pour la méthode 2, satisfaisante et d'une précision acceptable.

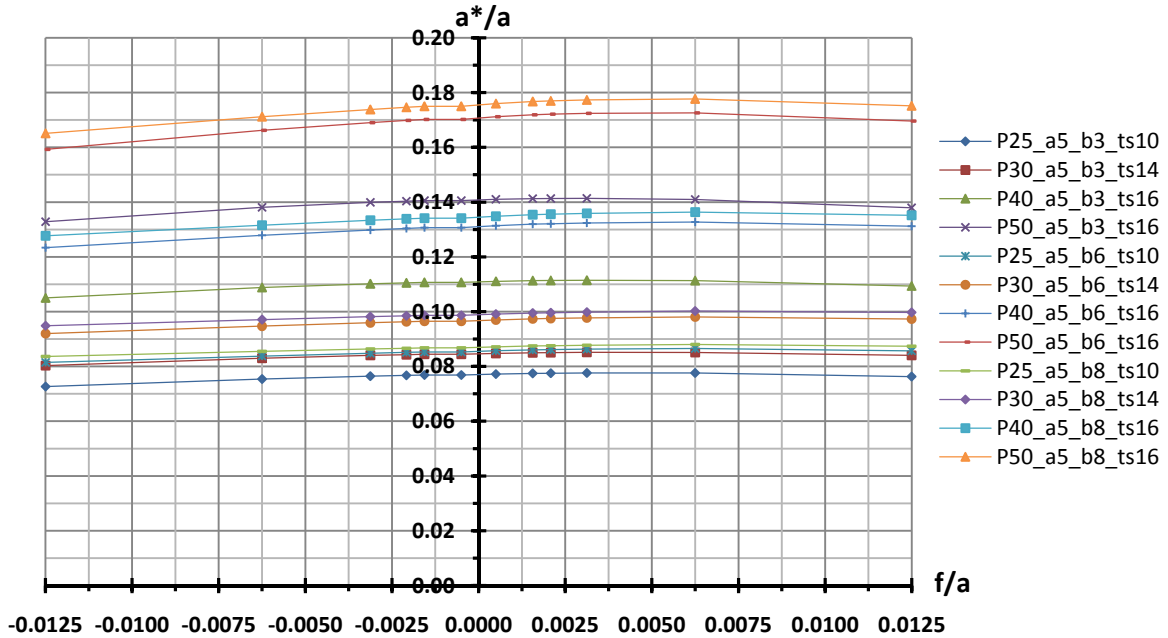
VII.3.4. Méthode 3b : Validation des charges de ruine calculées à partir de l'approche analytique

Comme décrit précédemment, dans cette méthode, nous avons adapté la longueur a^* de la tôle isotrope équivalente de manière à lui conférer la même contrainte critique de voilement élastique que celle de la tôle raidie déterminée par voie numérique. Cette tôle isotrope possède la même épaisseur t_p que celle de la tôle de base. Le coefficient d'efficacité linéaire β de la tôle courbe isotrope équivalente à introduire dans la formule de Winter [6], est donné par :

$$\beta = 1 - \frac{0,82}{1 + \left(3/\left(\frac{b^2}{R t_p}\right)\right)^2}$$

Notons que ce coefficient β est indépendant de la longueur équivalente de la tôle isotrope.

Sur base de cette approche, les longueurs équivalentes a^* de la tôle isotrope sont fournies à la Figure VII-19.



Nous observons que, quelle que soit la tôle envisagée, cette longueur équivalente est inférieure à 1 m. En effet, pour égaliser les contraintes critiques, le seul terme faisant intervenir la longueur de la tôle isotrope dans la formule analytique de la contrainte critique est le coefficient de voilement k_σ .

$$\sigma_{cr}^* = \underbrace{\left(\frac{1}{a^*/b} + \frac{a^*/b}{1}\right)^2}_{k_\sigma} \underbrace{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_p}{b}\right)^2}_{\sigma_E} = \sigma_{cr, glob, FineIg} \Rightarrow a^*$$

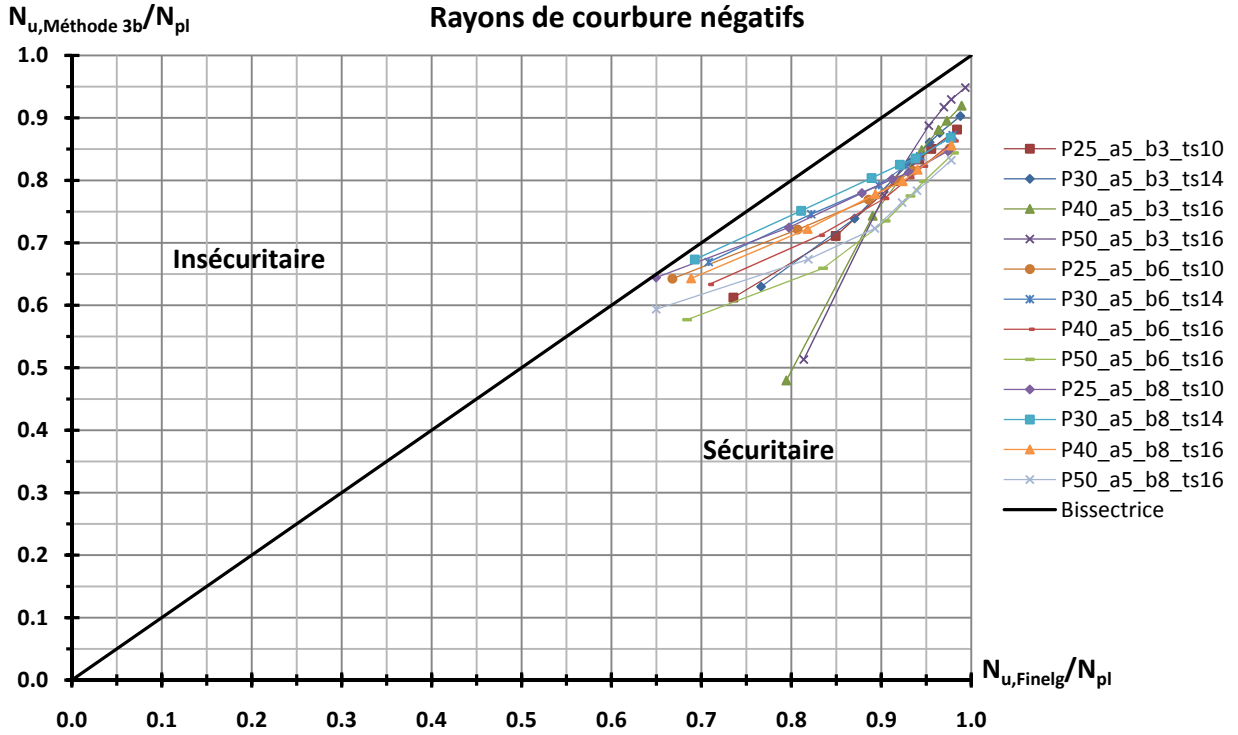


Figure VII-20 : Charges de ruine obtenues par la méthode 3b vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure négatifs)

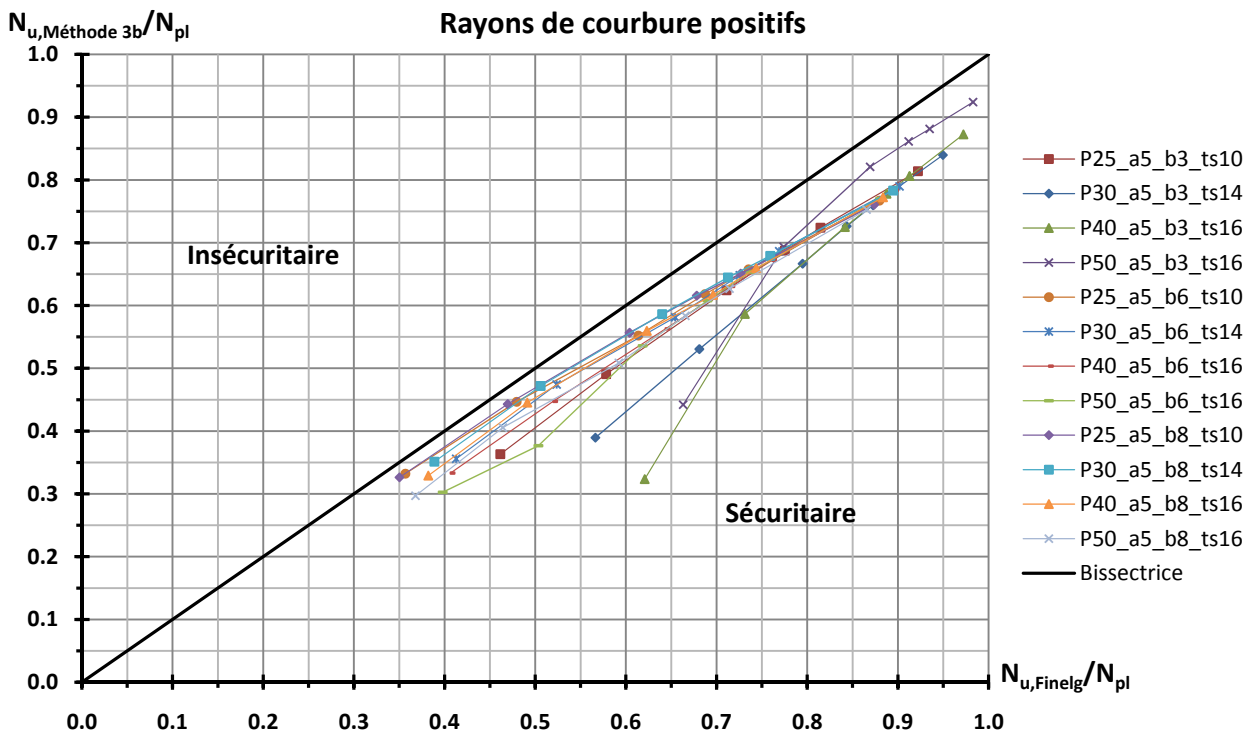


Figure VII-21 : Charges de ruine obtenues par la méthode 3b vs. charges de ruine des simulations numériques (rayons de courbure positifs)

Sur base des Figure VII-20 et Figure VII-21, nous concluons que, bien qu'elle présente des résultats sécuritaires, cette approche est à rejeter car l'erreur commise sur l'évaluation de la charge de ruine peut atteindre 50 %.

Cette observation peut être justifiée par le raisonnement suivant. Le seul paramètre que nous faisons varier est la longueur a^* de la tôle isotrope équivalente et ce paramètre n'intervient pas dans le coefficient d'efficacité linéaire β . Il est donc logique de constater que cette technique n'est pas à même de fournir des résultats probants lorsque le comportement de type plaque devient significatif.

VIII. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'objectif de ce travail consistait à proposer une méthode analytique simple permettant le dimensionnement de tôles en acier courbes et raidies longitudinalement. Cette approche doit permettre d'étendre le domaine d'application des règles de dimensionnement provenant de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 [10], limitée aux tôles planes raidies longitudinalement, aux tôles courbes.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une série de simulations numériques à l'aide du logiciel de modélisation non linéaire par éléments finis *FINELG*. Le but de ces simulations est double : d'une part analyser et comprendre le comportement des tôles courbes raidies longitudinalement ; d'autre part, obtenir un ensemble représentatif de valeurs de charge de ruine nous permettant par la suite de valider les méthodes proposées.

Nous avons ensuite développé successivement trois techniques simples pour la détermination de la charge de ruine des tôles courbes raidies longitudinalement.

Les règles actuelles de l'Eurocode 3 permettent de déterminer le coefficient d'efficacité global d'une tôle plane raidie. Cette détermination se déroule en deux étapes. Dans un premier temps, on évalue l'efficacité de la tôle raidie en supposant que le comportement de cette dernière est soit de type plaque soit de type colonne. Dans un deuxième temps, on effectue une interpolation entre ces deux efficacités en fonction du degré d'importance relative de chacun des deux comportements.

Nous avons proposé une modification de l'approche permettant de déterminer l'efficacité de la tôle raidie de chacun de ces deux comportements de manière en prendre en compte l'influence de la courbure.

En ce qui concerne l'efficacité résultant d'un comportement de type colonne, nous avons introduit dans l'approche la formulation analytique du facteur d'imperfection α utilisée pour déterminer le coefficient de réduction au flambement d'un profilé dont l'imperfection géométrique est différente de celle adoptée lors de l'établissement des courbes européennes de flambement. Cette formulation nous a permis de prendre en compte le rayon de courbure de la tôle, remplacé par une imperfection géométrique globale f/a , dans le facteur d'imperfection. La comparaison des résultats de cette approche aux résultats obtenus par simulation numérique dans le cas de tôles raidies où le comportement de type colonne est prépondérant, nous a permis de montrer que cette approche est satisfaisante et fournit des résultats sécuritaires avec une précision acceptable.

En ce qui concerne l'efficacité résultant d'un comportement de type plaque, nous avons introduit dans la formule de Winter [6] le coefficient d'efficacité linéaire β d'une tôle courbe, comme P. Jetteur et R. Maquoi [12] l'ont proposé pour une tôle non raidie. Ce coefficient permet de tenir compte de la poussée au vide induite par la courbure de la tôle. Cependant, cette approche n'est valable strictement parlant que dans le cas d'une tôle isotrope dont les raideurs flexionnelles longitudinale et transversale sont identiques. Nous avons par conséquent étudié trois méthodes permettant de remplacer la tôle raidie par une tôle isotrope équivalente.

- Dans la première méthode, le critère d'équivalence adopté est d'imposer à la tôle isotrope équivalente la même inertie flexionnelle longitudinale que celle de la tôle raidie en définissant une épaisseur de tôle équivalente. La confrontation aux résultats numériques nous a permis de montrer que cette approche n'est pas acceptable. En effet, elle conduit à surestimer la raideur transversale de la tôle isotrope par rapport à celle de la tôle raidie.
- La deuxième méthode définit l'épaisseur de la tôle équivalente en égalant les déflexions élastiques maximales sous un chargement transversal uniforme appliqué à la surface de

la tôle. Confrontée aux résultats des simulations numériques, cette méthode est apparue sécuritaire et d'une précision satisfaisante. Elle procure un meilleur compromis entre les raideurs flexionnelles longitudinale et transversale de la tôle raidie et celles de la tôle isotrope.

- Dans la troisième approche, nous nous sommes inspirés de la transformation affine proposée dans la méthode de Johansen [7] et utilisée pour transformer une dalle orthotrope en béton armé en une dalle isotrope. Plutôt que de baser le critère d'équivalence sur les moments plastiques de la tôle, nous adaptons les dimensions géométriques principales de la tôle isotrope de manière à ce que cette tôle présente la même contrainte critique de voilement élastique que celle de la tôle raidie. Nous avons tout d'abord (méthode 3a), transformé la tôle orthotrope de base en une tôle isotrope équivalente en adaptant sa largeur et en lui conférant une épaisseur équivalente telle que son inertie flexionnelle longitudinale soit identique à celle de la tôle raidie. Les résultats obtenus présentent un caractère sécuritaire et une bonne précision. Par ailleurs, ils sont sensiblement les mêmes que ceux obtenus par la deuxième méthode.
- Nous avons également testé une autre transformation affine (méthode 3b) consistant à transformer la tôle orthotrope de base en une tôle isotrope équivalente en adaptant sa longueur de manière à satisfaire le même critère d'équivalence (égalité des contraintes critiques). Les résultats obtenus sont décevants et ne permettent pas d'adopter cette technique. Cela peut s'expliquer par le fait que le seul paramètre que l'on fait varier dans cette approche est la longueur a^* de la tôle isotrope équivalente or, cette longueur n'intervient pas dans le coefficient d'efficacité linéaire β .

En conclusion, la deuxième méthode basée sur l'égalité des déflexions maximales ainsi que la technique basée sur une transformation affine de la largeur et de l'épaisseur de la tôle ont donné lieu à des résultats prometteurs. Les charges de ruine évaluées sont toujours sécuritaires et d'une précision acceptable (erreur maximale de 15%).

Les objectifs de ce travail sont pleinement remplis, nous avons développé deux techniques satisfaisantes pouvant être aisément appliquées en pratique. Cependant, nous n'avons pas réussi à mettre en avant une méthode par rapport à l'autre sur base de l'échantillon de tôles raidies étudié. En effet, l'efficacité de ces deux méthodes apparaît équivalente et aucune n'apporte d'avantage significatif par rapport à l'autre du point de vue de son utilisation pratique. Il serait dès lors intéressant d'étudier d'autres géométries de tôles raidies longitudinalement ce qui permettra d'étendre la base de données numériques à confronter aux deux propositions de méthode. Il serait ainsi nécessaire de tester des tôles raidies longitudinalement :

- au moyen d'augets de géométries différentes ;
- au moyen d'autres profils que des augets comme par exemple des plats, des cornières, des poutres en T, ...
- dont l'entraxe des raidisseurs est différente ;
- dont la longueur de la tôle est différente ;
- de limite d'élasticité différentes ;
- ...

Cela pourrait constituer l'objet d'un travail postérieur à celui-ci.

Il conviendrait également d'envisager d'autres approches éventuelles à la méthode de dimensionnement. Il serait intéressant de regarder si une formulation analytique de type Ayrton-Perry [3] adaptée aux poutres-colonnes à section mono-symétrique pour le facteur d'imperfection α vis-à-vis du flambement ne serait pas plus adéquate. En effet, le temps ne nous a pas permis d'étudier de manière approfondie cette autre proposition d'approche.

IX. BIBLIOGRAPHIE

- [1] **CREMER J-M.** : « Conception et exécution des ponts », Note de cours, Université de Liège, 2008
- [2] **ULG - DEPARTEMENT M & S – GREISCH INGENIERIE** : « FINELG – Nonlinear finite element analysis program », User's manual, Version 9.0, Liège, 2005
- [3] **DE VILLE DE GOYET V.** : « L'analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique », Thèse de doctorat, Université de Liège, 1989
- [4] **DE VILLE DE GOYET V.** : « Méthodes numériques non linéaires en génie civil », Note de cours, Université de Liège, 2008
- [5] **DE VILLE DE GOYET V. – MAQUOI R. – BACHY F. – ANDRE I.** : « Ultimate load of stiffened compressed plated : effects of some parameters and discussion concerning the EC3 rules », 3rd European Conference on Steel Structures, Coimbra Portugal, 2002
- [6] **DEGEE H.** : « Mécanique des structures II », Note de cours, Université de Liège, 2007
- [7] **DEGEE H.** : « Calcul des plaques en béton armé ou précontraint par la méthode de Johansen », Note de cours, Université de Liège, 2008
- [8] **DUBAS P. – GEHRI E.** : « Behaviour and design of steel plated structures », 1st edition, ECCS - CECM – EKS, Bruxelles, 1986
- [9] **EUROCODE 3** - Calcul des structures en acier – Partie 1.1 : Règles générales et règles pour les bâtiments, EN 1993-1-1, CEN, Bruxelles, 2005
- [10] **EUROCODE 3** - Calcul des structures en acier – Partie 1.5 : Plaques planes, EN 1993-1-5, CEN, Bruxelles, 2006
- [11] **JACQUES T.** : « Analyse de l'instabilité par voilement des tôles courbes non raidies », Travail de fin d'études, Université de Liège, 1981
- [12] **JETTEUR P. – MAQUOI R.** : « Largeur effective d'une tôle courbe comprimée », Construction Métallique, n° 2, 1984, p. 51-57
- [13] **MAQUOI R.** : « Cours de constructions métalliques et mixtes – Partie 1 : éléments de construction métallique », Note de cours, Université de Liège, 2000
- [14] **MASSONNET C. – CESCOTTO S.** : « Mécanique des matériaux », 2^e édition, De Boeck & Larcier, Bruxelles, 2001
- [15] **BUREAU GREISCH** : « Pont ferroviaire à 4 voies sur la Garonne », http://www.greisch.com/projet/pont_ferroviaire_4_voies_bordeaux-fr.html, consulté en avril 2009
- [16] **BUREAU GREISCH** : « Pont ferroviaire à 4 voies sur la Garonne à Bordeaux », <http://www.greisch.com/projet/FR-3586.pdf>, consulté en avril 2009
- [17] **BUREAU GREISCH** : « Les actualités du Bureau Greisch - Inauguration du nouveau pont ferroviaire sur la Garonne à Bordeaux (FR) », <http://www.greisch.com/news-2008-fr.html>, consulté en avril 2009

- [18] **BUREAU GREISCH** : « Pont de la Ravine-Fontaine - sur l'île de la Réunion », http://www.greisch.com/projet/pont_ravine_fontaine-fr.html, consulté en avril 2009
- [19] **CENTRE TECHNIQUE INDUSTRIEL DE LA CONSTRUCTION METALLIQUE** : « EBPlate Version 1.18 », <http://www.cticm.eu/spip.php?article33>, consulté en mars 2009
- [20] **NICOLAS JANBERG'S STRUCTURAE** : « Viaduc de la Ravine-Fontaine », http://fr.structurae.de/structures/data/index.cfm?id=s00_12810, consulté en avril 2009
- [21] **TREMBLET INGENIERIE** « Pont sur la Ravine-Fontaine » <http://www.tremblet.ch/default.asp?31D370362693377333D364967062382332D36496636231D23D07746239533D366E62370334133DE6>, consulté en avril 2009

Annexe A

A.1. Résultats des simulations numériques

Cette annexe fournit les résultats des simulations numériques effectuées au moyen du programme d'éléments finis *FINELG*. Sont ainsi reprises, dans les différents tableaux, les charges de ruine N_u des tôles raidies étudiées, les contraintes critiques de voilement élastique global $\sigma_{cr, glob}$ et les contraintes critiques locales $\sigma_{cr, loc}$. Nous reprendrons également les charges plastiques N_{pl} des tôles raidies. Nous reportons également les charges de ruine $N_{u, R\infty, EC3}$ des tôles raidies planes déterminées au moyen de l'Eurocode EN 1993, partie 1.5.

A.1.1. *P25 a5 b3 ts10*

$$N_{pl} = 35224 \text{ kN}$$

$$N_{u, R\infty, EC3} = 25295 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	18607.9 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	25908.1 kN	926 MPa	1052 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	29911.1 kN	861 MPa	944 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	32296.2 kN	838 MPa	910 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	33189.1 kN	832 MPa	894 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	33657.5 kN	829 MPa	884 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	34664.2 kN		
∞	0 mm	∞	/	822 MPa	838 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	32479.9 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	28689.5 kN	817 MPa	716 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	27309.1 kN	815 MPa	682 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	25040.3 kN	814 MPa	622 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	20368.0 kN	814 MPa	493 MPa
50m	62.5 mm	1/80	16254.7 kN	841 MPa	353 MPa

A.1.2. *P30 a5 b3 ts14*

$$N_{pl} = 43944 \text{ kN}$$

$$N_{u, R\infty, EC3} = 33225 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	25587.2 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	33671.4 kN	1098 MPa	1974 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	38238.9 kN	1030 MPa	1833 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	40943.9 kN	1006 MPa	1802 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	41907.3 kN	1000 MPa	1771 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	42397.4 kN	997 MPa	1753 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	43408.3 kN		
∞	0 mm	∞	/	989 MPa	1666 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	41730.2 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	38343.3 kN	984 MPa	1463 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	37065.3 kN	982 MPa	1403 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	34930.7 kN	980 MPa	1298 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	29926.4 kN	981 MPa	1059 MPa
50m	62.5 mm	1/80	24889.4 kN	1006 MPa	783 MPa

A.1.3. P40 a5 b3 ts16

$$N_{pl} = 56409 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 44837 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	34322.5 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	44813.8 kN	1170 MPa	2686 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	50230.5 kN	1094 MPa	2549 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	53295.4 kN	1069 MPa	2356 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	54352.4 kN	1063 MPa	2318 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	54879.2 kN	1060 MPa	2294 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	55804 kN		
∞	0 mm	∞	/	1053 MPa	2184 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	54843.8 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	51495.4 kN	1048 MPa	1922 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	50057.7 kN	1047 MPa	1846 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	47474.2 kN	1046 MPa	1710 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	41252.2 kN	1048 MPa	1401 MPa
50m	62.5 mm	1/80	35017.5 kN	1084 MPa	1043 MPa

A.1.4. P50 a5 b3 ts16

$$N_{pl} = 67228 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 58567 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	42198.2 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	54715.2 kN	1184 MPa	2684 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	60723.2 kN	1103 MPa	2525 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	64056.4 kN	1078 MPa	2340 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	65182.8 kN	1072 MPa	2304 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	65737.6 kN	1069 MPa	2280 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	66788.7 kN		
∞	0 mm	∞	/	1063 MPa	2171 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	66081.1 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	62864.4 kN	1059 MPa	1905 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	61303.8 kN	1058 MPa	1827 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	58441.9 kN	1058 MPa	1690 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	52031.7 kN	1063 MPa	1380 MPa
50m	62.5 mm	1/80	44576.4 kN	1106 MPa	1122 MPa

A.1.5. P25 a5 b6 ts10

$$N_{pl} = 70448 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 46944 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	29730.4 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	47042.4 kN	721 MPa	1027 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	56842.1 kN	682 MPa	943 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	62401.5 kN	665 MPa	910 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	64658.6 kN	661 MPa	894 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	65899.5 kN	658 MPa	884 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	68766 kN		
∞	0 mm	∞		652 MPa	838 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	61972.4 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	51807.3 kN	647 MPa	702 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	48420.0 kN	645 MPa	664 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	43234.6 kN	643 MPa	600 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	33781.0 kN	639 MPa	464 MPa
50m	62.5 mm	1/80	25139.7 kN	652 MPa	322 MPa

A.1.6. P30 a5 b6 ts14

$$N_{pl} = 87888 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 61182 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	41343.7 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	62230.8 kN	816 MPa	1937 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	72235.1 kN	771 MPa	1828 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	78854.7 kN	752 MPa	1801 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	81466.6 kN	746 MPa	1771 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	82881.0 kN	743 MPa	1753 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	86063.2 kN		
∞	0 mm	∞	/	736 MPa	1666 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	79266.9 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	67599.1 kN	730 MPa	1423 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	63783.8 kN	728 MPa	1355 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	57506.2 kN	725 MPa	1235 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	46014.3 kN	720 MPa	973 MPa
50m	62.5 mm	1/80	36272.1 kN	731 MPa	688 MPa

A.1.7. P40 a5 b6 ts16

$$N_{pl} = 112818 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 77024 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	52920.4 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	79925.5 kN	815 MPa	2694 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	93833.5 kN	760 MPa	2507 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	101910.5 kN	738 MPa	2353 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	105086.1 kN	732 MPa	2317 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	106798.5 kN	729 MPa	2294 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	110627.5 kN		
∞	0 mm	∞	/	721 MPa	2184 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	101071.2 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	85893 kN	715 MPa	1845 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	80681.1 kN	713 MPa	1751 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	72620.6 kN	710 MPa	1588 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	58639.2 kN	707 MPa	1238 MPa
50m	62.5 mm	1/80	45862.3 kN	723 MPa	868 MPa

A.1.8. P50 a5 b6 ts16

$$N_{pl} = 134457 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 88878 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	60991.6 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	92140.5 kN	775 MPa	2590 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	112282.0 kN	714 MPa	2476 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	121665.9 kN	691 MPa	2334 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	125375.7 kN	685 MPa	2303 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	127381.2 kN	682 MPa	2280 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	131876.8 kN		
∞	0 mm	∞		674 MPa	2171 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	118420.8 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	99155.7 kN	669 MPa	1799 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	92783.4 kN	667 MPa	1698 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	83167.0 kN	665 MPa	1525 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	67687.9 kN	664 MPa	1167 MPa
50m	62.5 mm	1/80	53495.7 kN	686 MPa	805 MPa

A.1.9. P25 a5 b8 ts10

$$N_{pl} = 93931 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 61964 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	37175.6 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	61015.7 kN	682 MPa	1020 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	74887.8 kN	653 MPa	942 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	82518.2 kN	640 MPa	910 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	85671.6 kN	636 MPa	894 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	87422.1 kN	634 MPa	884 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	91509.2 kN		
∞	0 mm	∞	/	628 MPa	838 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	82092.7 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	68252.1 kN	624 MPa	701 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	63693.7 kN	622 MPa	663 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	56737.2 kN	620 MPa	599 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	44111.9 kN	616 MPa	462 MPa
50m	62.5 mm	1/80	32894.1 kN	625 MPa	320 MPa

A.1.10. P30 a5 b8 ts14

$$N_{pl} = 117184 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 80750 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	52033.1 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	81167.5 kN	765 MPa	1924 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	95013.6 kN	730 MPa	1822 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	104190.6 kN	714 MPa	1800 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	107885.8 kN	709 MPa	1771 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	109907.3 kN	707 MPa	1752 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	114517.1 kN		
∞	0 mm	∞	/	701 MPa	1666 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	104848.1 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	88955.6 kN	695 MPa	1420 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	83495.9 kN	693 MPa	1351 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	74986.8 kN	691 MPa	1229 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	59282.6 kN	685 MPa	966 MPa
50m	62.5 mm	1/80	45543.9 kN	692 MPa	679 MPa

A.1.11. P40 a5 b8 ts16

$$N_{pl} = 150424 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 100994 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	65353.2 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	103578.3 kN	754 MPa	2614 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	123053.9 kN	711 MPa	2498 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	134391.1 kN	693 MPa	2351 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	138956.9 kN	687 MPa	2316 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	141452.2 kN	685 MPa	2293 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	147131.8 kN		
∞	0 mm	∞	/	678 MPa	2184 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	132923.4 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	111863.3 kN	672 MPa	1838 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	104725.3 kN	670 MPa	1742 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	93735.1 kN	668 MPa	1576 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	73899.8 kN	663 MPa	1222 MPa
50m	62.5 mm	1/80	57474.6 kN	674 MPa	850 MPa

A.1.12. P50 a5 b8 ts16

$$N_{pl} = 179276 \text{ kN}$$

$$N_{u,R\infty,EC3} = 115097 \text{ kN}$$

R	f	f/a	N_u	$\sigma_{cr, glob}$	$\sigma_{cr, loc}$
-25 m	-124.9 mm	1/40	73693.8 kN		
-50 m	-62.5 mm	1/80	116482.4 kN	711 MPa	2574 MPa
-100 m	-31.2 mm	1/160	146791.6 kN	662 MPa	2466 MPa
-200 m	-15.6 mm	1/320	160071.1 kN	643 MPa	2332 MPa
-300 m	-10.4 mm	1/480	165476.9 kN	637 MPa	2301 MPa
-400 m	-7.8 mm	1/640	168449.5 kN	635 MPa	2279 MPa
-1250 m	-2.5 mm	1/2000	175276.1 kN		
∞	0 mm	∞	/	628 MPa	2171 MPa
1250 m	2.5 mm	1/2000	155162.9 kN		
400 m	7.8 mm	1/640	128070.4 kN	623 MPa	1789 MPa
300 m	10.4 mm	1/480	119337.0 kN	621 MPa	1686 MPa
200 m	15.6 mm	1/320	106195.2 kN	619 MPa	1509 MPa
100 m	31.2 mm	1/160	83240.8 kN	616 MPa	1147 MPa
50m	62.5 mm	1/80	65960.9 kN	633 MPa	784 MPa

A.2. Résultats des démarches de dimensionnement

Cette annexe fournit les charges de ruine $N_{u,Méthode}$ déterminées à partir des différentes méthodes proposées pour les différentes tôles considérées.

A.2.1. Méthode 1

R	P25_a5_b3_ts10	P30_a5_b3_ts14	P40_a5_b3_ts16	P50_a5_b3_ts16
-50 m	24783 kN	32557 kN	43469 kN	55245 kN
-100 m	27242 kN	35519 kN	46890 kN	58871 kN
-200 m	28817 kN	37310 kN	48796 kN	60408 kN
-300 m	29434 kN	37993 kN	49512 kN	60949 kN
-400 m	29766 kN	38356 kN	49892 kN	61231 kN
-1250 m	30505 kN	39151 kN	50728 kN	61845 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	28128 kN	36366 kN	48070 kN	60197 kN
400 m	25306 kN	33239 kN	44866 kN	57970 kN
300 m	24291 kN	32076 kN	43704 kN	57186 kN
200 m	22665 kN	30181 kN	41828 kN	55926 kN
100 m	19476 kN	26361 kN	38056 kN	53301 kN
50m	16007 kN	21999 kN	33451 kN	49076 kN

R	P25_a5_b6_ts10	P30_a5_b6_ts14	P40_a5_b6_ts16	P50_a5_b6_ts16
-50 m	45523 kN	59336 kN	72995 kN	80832 kN
-100 m	51540 kN	66787 kN	83390 kN	94784 kN
-200 m	55678 kN	71776 kN	90345 kN	103783 kN
-300 m	57236 kN	73586 kN	92799 kN	106887 kN
-400 m	58072 kN	74544 kN	94097 kN	108532 kN
-1250 m	59924 kN	76632 kN	96937 kN	112159 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	54002 kN	69370 kN	87951 kN	102293 kN
400 m	46961 kN	61203 kN	77106 kN	89014 kN
300 m	44423 kN	58161 kN	73163 kN	84367 kN
200 m	40350 kN	53191 kN	66789 kN	76957 kN
100 m	32192 kN	42910 kN	53525 kN	61446 kN
50m	23659 kN	31811 kN	39126 kN	43914 kN

R	P25_a5_b8_ts10	P30_a5_b8_ts14	P40_a5_b8_ts16	P50_a5_b8_ts16
-50 m	60608 kN	79049 kN	95961 kN	105383 kN
-100 m	68302 kN	88489 kN	109855 kN	123302 kN
-200 m	73771 kN	95079 kN	119219 kN	136074 kN
-300 m	75997 kN	97706 kN	122923 kN	140889 kN
-400 m	77151 kN	99041 kN	124771 kN	143323 kN
-1250 m	79698 kN	101925 kN	128779 kN	148628 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	71605 kN	91971 kN	116239 kN	134415 kN
400 m	61969 kN	80755 kN	101057 kN	115204 kN
300 m	58489 kN	76562 kN	95518 kN	108445 kN
200 m	52827 kN	69604 kN	86342 kN	97427 kN
100 m	41864 kN	55761 kN	68174 kN	75271 kN
50m	30731 kN	41320 kN	48692 kN	52196 kN

A.2.2. Méthode 2

R	P25_a5_b3_ts10	P30_a5_b3_ts14	P40_a5_b3_ts16	P50_a5_b3_ts16
-50 m	23427 kN	30635 kN	39453 kN	48212 kN
-100 m	26980 kN	35128 kN	46177 kN	57550 kN
-200 m	28749 kN	37220 kN	48619 kN	60102 kN
-300 m	29403 kN	37952 kN	49433 kN	60812 kN
-400 m	29749 kN	38333 kN	49848 kN	61154 kN
-1250 m	30504 kN	39149 kN	50723 kN	61837 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	28126 kN	36364 kN	48065 kN	60189 kN
400 m	25289 kN	33216 kN	44822 kN	57893 kN
300 m	24261 kN	32036 kN	43625 kN	57049 kN
200 m	22597 kN	30091 kN	41651 kN	55620 kN
100 m	19214 kN	25970 kN	37342 kN	51980 kN
50m	14651 kN	20078 kN	29434 kN	42044 kN

R	P25_a5_b6_ts10	P30_a5_b6_ts14	P40_a5_b6_ts16	P50_a5_b6_ts16
-50 m	45247 kN	58877 kN	72115 kN	79583 kN
-100 m	51379 kN	66538 kN	82808 kN	93616 kN
-200 m	55621 kN	71676 kN	90206 kN	103538 kN
-300 m	57213 kN	73553 kN	92734 kN	106774 kN
-400 m	58058 kN	74525 kN	94060 kN	108468 kN
-1250 m	59923 kN	76630 kN	96933 kN	112152 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	54000 kN	69368 kN	87948 kN	102287 kN
400 m	46948 kN	61185 kN	77069 kN	88950 kN
300 m	44400 kN	58128 kN	73099 kN	84254 kN
200 m	40293 kN	53091 kN	66649 kN	76712 kN
100 m	32031 kN	42661 kN	52942 kN	60278 kN
50m	23383 kN	31352 kN	38246 kN	42665 kN

R	P25_a5_b8_ts10	P30_a5_b8_ts14	P40_a5_b8_ts16	P50_a5_b8_ts16
-50 m	60595 kN	79024 kN	97101 kN	104918 kN
-100 m	68244 kN	88418 kN	109713 kN	123037 kN
-200 m	73726 kN	95010 kN	119072 kN	135807 kN
-300 m	75968 kN	97657 kN	122877 kN	140817 kN
-400 m	77141 kN	99026 kN	124744 kN	143281 kN
-1250 m	79697 kN	101923 kN	128776 kN	148623 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	71604 kN	91970 kN	116236 kN	134410 kN
400 m	61959 kN	80740 kN	101030 kN	115162 kN
300 m	58460 kN	76514 kN	95473 kN	108372 kN
200 m	52782 kN	69535 kN	86195 kN	97160 kN
100 m	41806 kN	55690 kN	68032 kN	75007 kN
50m	30718 kN	41295 kN	49833 kN	51731 kN

A.2.3. *Méthode 3a*

R	P25_a5_b3_ts10	P30_a5_b3_ts14	P40_a5_b3_ts16	P50_a5_b3_ts16
-50 m	23942 kN	31185 kN	40060 kN	48448 kN
-100 m	27243 kN	35313 kN	46254 kN	57243 kN
-200 m	29228 kN	37657 kN	49472 kN	61359 kN
-300 m	29938 kN	38462 kN	50477 kN	62470 kN
-400 m	30304 kN	38870 kN	50963 kN	62961 kN
-1250 m	31083 kN	39718 kN	51923 kN	63821 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	28707 kN	36933 kN	49265 kN	62173 kN
400 m	25842 kN	33751 kN	45933 kN	59694 kN
300 m	24791 kN	32541 kN	44660 kN	58695 kN
200 m	23065 kN	30516 kN	42479 kN	56838 kN
100 m	19418 kN	26085 kN	37277 kN	51435 kN
50m	14984 kN	20379 kN	29526 kN	41395 kN

R	P25_a5_b6_ts10	P30_a5_b6_ts14	P40_a5_b6_ts16	P50_a5_b6_ts16
-50 m	46059 kN	60065 kN	74419 kN	83407 kN
-100 m	51955 kN	67322 kN	84451 kN	96630 kN
-200 m	55883 kN	72043 kN	91032 kN	105477 kN
-300 m	57403 kN	73841 kN	93488 kN	108475 kN
-400 m	58224 kN	74780 kN	94756 kN	110077 kN
-1250 m	60060 kN	76848 kN	97565 kN	113670 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	54134 kN	69580 kN	88562 kN	103762 kN
400 m	47103 kN	61424 kN	77724 kN	90472 kN
300 m	44576 kN	58394 kN	73798 kN	85836 kN
200 m	40532 kN	53443 kN	67440 kN	78468 kN
100 m	32570 kN	43388 kN	54430 kN	62919 kN
50m	24115 kN	32405 kN	40189 kN	45690 kN

R	P25_a5_b8_ts10	P30_a5_b8_ts14	P40_a5_b8_ts16	P50_a5_b8_ts16
-50 m	61059 kN	79730 kN	98695 kN	110271 kN
-100 m	68847 kN	89269 kN	111615 kN	126779 kN
-200 m	74094 kN	95547 kN	120256 kN	138019 kN
-300 m	76161 kN	97948 kN	123513 kN	142194 kN
-400 m	77279 kN	99230 kN	125264 kN	144455 kN
-1250 m	79782 kN	102054 kN	129157 kN	149562 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	71688 kN	92098 kN	116606 kN	135321 kN
400 m	62090 kN	80932 kN	101521 kN	116272 kN
300 m	58642 kN	76789 kN	96069 kN	109661 kN
200 m	53132 kN	70051 kN	87315 kN	99231 kN
100 m	42378 kN	56494 kN	69811 kN	78452 kN
50m	31124 kN	41904 kN	51174 kN	56532 kN

A.2.4. *Méthode 3b*

R	P25_a5_b3_ts10	P30_a5_b3_ts14	P40_a5_b3_ts16	P50_a5_b3_ts16
-50 m	21573 kN	27677 kN	27062 kN	34508 kN
-100 m	25049 kN	32472 kN	41931 kN	52191 kN
-200 m	28138 kN	36417 kN	47869 kN	59672 kN
-300 m	29358 kN	37831 kN	49700 kN	61674 kN
-400 m	29954 kN	38496 kN	50512 kN	62503 kN
-1250 m	31044 kN	39677 kN	51875 kN	63773 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	28668 kN	36893 kN	49217 kN	62125 kN
400 m	25494 kN	33379 kN	45485 kN	59242 kN
300 m	24214 kN	31914 kN	43891 kN	57911 kN
200 m	21984 kN	29286 kN	40898 kN	55188 kN
100 m	17279 kN	23310 kN	33092 kN	46617 kN
50m	12791 kN	17112 kN	18250 kN	29708 kN

R	P25_a5_b6_ts10	P30_a5_b6_ts14	P40_a5_b6_ts16	P50_a5_b6_ts16
-50 m	45274 kN	58822 kN	71481 kN	77616 kN
-100 m	50810 kN	65562 kN	80354 kN	88681 kN
-200 m	54177 kN	69622 kN	86979 kN	98869 kN
-300 m	56348 kN	72416 kN	90750 kN	104225 kN
-400 m	57436 kN	73671 kN	92815 kN	107369 kN
-1250 m	59953 kN	76672 kN	97385 kN	113484 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	54032 kN	69412 kN	88402 kN	103577 kN
400 m	46324 kN	60329 kN	75821 kN	87848 kN
300 m	43546 kN	56988 kN	71110 kN	81700 kN
200 m	38887 kN	51093 kN	63503 kN	72035 kN
100 m	31453 kN	41674 kN	50474 kN	50649 kN
50m	23395 kN	31279 kN	37591 kN	40673 kN

R	P25_a5_b8_ts10	P30_a5_b8_ts14	P40_a5_b8_ts16	P50_a5_b8_ts16
-50 m	60546 kN	78920 kN	96775 kN	106436 kN
-100 m	68058 kN	88043 kN	108658 kN	120752 kN
-200 m	73231 kN	94187 kN	117037 kN	129601 kN
-300 m	75343 kN	96684 kN	120138 kN	137061 kN
-400 m	76295 kN	97853 kN	122909 kN	140472 kN
-1250 m	79532 kN	101722 kN	128717 kN	149177 kN
∞	/	/	/	/
1250 m	71441 kN	91771 kN	116180 kN	134940 kN
400 m	61121 kN	79580 kN	99192 kN	112348 kN
300 m	57832 kN	75537 kN	92780 kN	104609 kN
200 m	52280 kN	68704 kN	84149 kN	91157 kN
100 m	41607 kN	55300 kN	66958 kN	72698 kN
50m	30650 kN	41167 kN	49476 kN	53214 kN

Annexe B

B.1. Charge ultime d'une tôle plane raidie selon l'Eurocode 3 : exemple

Dans cette section, nous allons déterminer la charge ultime d'une plaque plane raidie longitudinalement selon l'Eurocode EN 1993, partie 1.5 de manière à faciliter la compréhension d'utilisation de cette méthode. La tôle raidie choisie sera caractérisée par les paramètres suivants :

- $a = 5 \text{ m}$;
- $b = 6 \text{ m}$;
- $t_p = 40 \text{ mm}$;
- $b_s = 350 \text{ mm}$;
- $h_s = 250 \text{ mm}$;
- $l_s = 300 \text{ mm}$;
- $t_s = 16 \text{ mm}$;
- *Entraxe* = 1 m ;
- $f_y = 355 \text{ MPa}$;
- $R = \infty$;

c'est-à-dire, la tôle plane raidie longitudinalement nommée $P40_a5_b6_t_s16_R\infty$.

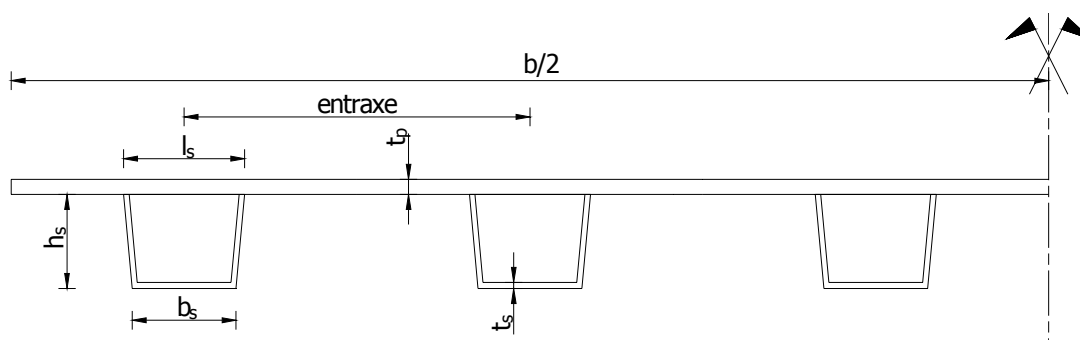


Figure B-1 : Tôle de base raidie par l'intermédiaire des augets

Un raidisseur en auget étant une section fermée, il doit être décomposé en deux poutres Té équivalentes, comme illustré à la Figure B-2. En effet, la méthode de l'Eurocode ne permet de traiter que des raidisseurs à section dite ouverte. A chaque poutre en Té est assignée les propriétés suivantes :

- Une aire A_s égale à la moitié de l'aire brute d'un auget ;
- Une inertie flexionnelle I_s égale à la moitié de l'inertie de l'auget avec sa largeur de tôle collaborante ;
- Une inertie torsionnelle C_{t_s} égale à la moitié de l'inertie torsionnelle de l'auget.

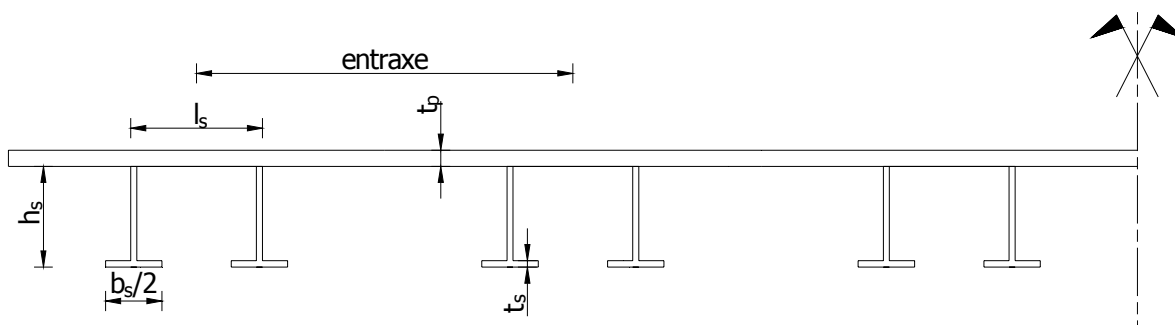


Figure B-2 : Tôle raidie par l'intermédiaire des poutres en Té équivalentes

B.1.1. Aire efficace résultant du voilement local

La première étape consiste en la détermination des aires efficaces résultant d'un voilement local des différents panneaux secondaires entre les raidisseurs. Nous devons donc déterminer l'aire $A_{c,eff,loc}$ se composant des aires de section efficaces de tous les raidisseurs et panneaux secondaires se trouvant dans la zone comprimée, à l'exception des parties efficaces appuyées sur une plaque adjacente, de largeur $b_{1,eff}/2$ (dans notre cas, ce sont donc les sous panneaux secondaires d'extrémités de la tôle).

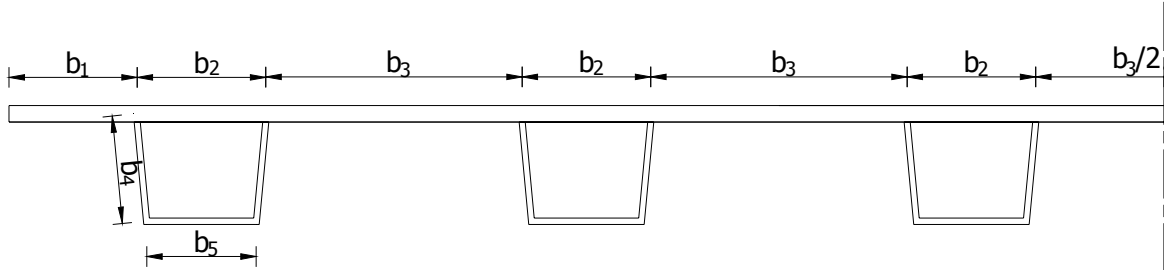


Figure B-3 : Panneaux secondaires

Les largeurs de chaque sous panneau valent respectivement (Figure B-3) :

- $b_1 = \frac{1m}{2} - \frac{l_s}{2} + \frac{t_s}{2} = 333 \text{ mm}$
- $b_2 = l_s - t_s = 334 \text{ mm}$
- $b_3 = 2b_1 = 666 \text{ mm}$
- $b_4 = \sqrt{\left(h_s - \frac{t_s}{2} + \frac{t_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_s}{2} - \frac{b_s}{2}\right)^2} = 263,2 \text{ mm}$
- $b_5 = b_s - t_s = 284 \text{ mm}$

Nous devons donc déterminer le coefficient réducteur ρ_i pour le voilement de chaque panneau secondaire de largeur b_i . Pour des parois internes comprimées, ce qui est notre cas :

$$\rho = 1 \quad \text{pour } \bar{\lambda}_p \leq 0,673$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{pour } \bar{\lambda}_p > 0,673$$

avec

- $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,b_i}}} = \frac{\bar{b}_i/t_i}{28,4\epsilon\sqrt{k_\sigma}}$;
- $\epsilon = \sqrt{235/f_y} = 0,81$;
- $k_\sigma = 4$ car la compression est uniforme.

Dès lors, pour que le coefficient ρ soit inférieur à l'unité, il convient que l'élanement du sous panneau soit supérieur à :

$$\frac{\bar{b}_i}{t_i} > 19,1\epsilon\sqrt{k_\sigma} = 31,$$

or, dans notre cas, tous les élanements sont inférieurs à cette limite. Nous ne devons dès lors pas tenir compte du voilement local de panneau secondaire.

L'aire recherchée vaut dès lors :

$$A_{c,eff,loc} = \sum_i \rho_i b_i t_i.$$

Or, vu que ρ_i vaut 1, on obtient que :

$$A_{c,eff,loc} = A_c = \sum_i b_i t_i ,$$

où A_c est l'aire brute de la zone comprimée de la plaque raidie à l'exception des parties des panneaux secondaires en appui sur une plaque adjacente, de largeur $b_1/2$.

On obtient donc que (avec n le nombre d'augets) :

$$A_c = \left(2 \frac{b_1}{2} + n b_2 + (n - 1) b_3 \right) t_p + n (2 b_4 + b_5) t_s = 304\,476,5 \text{ mm}^2$$

B.1.2. Comportement de type plaque

Ensuite, nous déterminons l'efficacité de la tôle raidie dans le cas d'un comportement de type plaque. Nous devons, tout d'abord, évaluer la contrainte critique de voilement élastique de la plaque orthotrope équivalente.

La contrainte de référence d'Euler de la tôle est donnée par :

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_p}{b} \right)^2 = 8,44 \text{ MPa}$$

Nous devons à présent déterminer le coefficient de voilement élastique k_σ de la plaque orthotrope équivalente. Ce dernier dépend :

- du rapport d'aspect $\alpha = a/b$ de la tôle ;
- du rapport entre la raideur flexionnelle de l'ensemble de la plaque raidie I_{sl} et celle de la tôle seule : $\gamma = I_{sl}/I_p$. Ce coefficient est appelé la raideur flexionnelle relative des raidisseurs ;
- du rapport entre l'aire brute des raidisseurs et celle de la tôle seule : $\delta = \sum A_{sl}/A_p$. Ce coefficient est appelé la raideur extensionnelle relative des raidisseurs ;
- de la distribution des contraintes de compression sur la largeur de la plaque, traité par l'intermédiaire du coefficient ψ .

La difficulté est désormais de déterminer la raideur flexionnelle totale I_{sl} de l'ensemble de la plaque raidie. En effet, en comparaison avec des simulations numériques, utiliser l'inertie flexionnelle totale de toute la section (c'est-à-dire avec l'entière largeur de tôle) fournit un résultat non conservatif de capacité portante. Une solution fut dès lors proposée à la 3^{ème} conférence européenne de l'acier [4] (Eurosteel, Coimbra 2002). Cette dernière suggère de calculer l'inertie totale en affectant à chaque raidisseur une largeur collaborante b'_e de tôle. De plus, pour la tôle, uniquement le terme de transport est considéré, négligeant ainsi son inertie propre. Le problème est maintenant de savoir quelle largeur collaborante de tôle doit être affectée à chaque raidisseur. Il fut démontré que le pourcentage de largeur à affecter est proportionnel au rapport $\sum A_{sl} / (\sum A_{sl} + A_p)$.

Donc, dans notre cas, ce rapport vaut :

$$\frac{\sum A_{sl}}{\sum A_{sl} + A_p} = 0,24$$

Dès lors, sur base de la Figure III-6, le pourcentage de largeur de la tôle qui est collaborante vaut 42%.

Nous pouvons donc déterminer l'inertie flexionnelle totale de la plaque raidie, en décomposant nos augets en deux poutres en Téquivalentes (Figure B-4) et on en tire que :

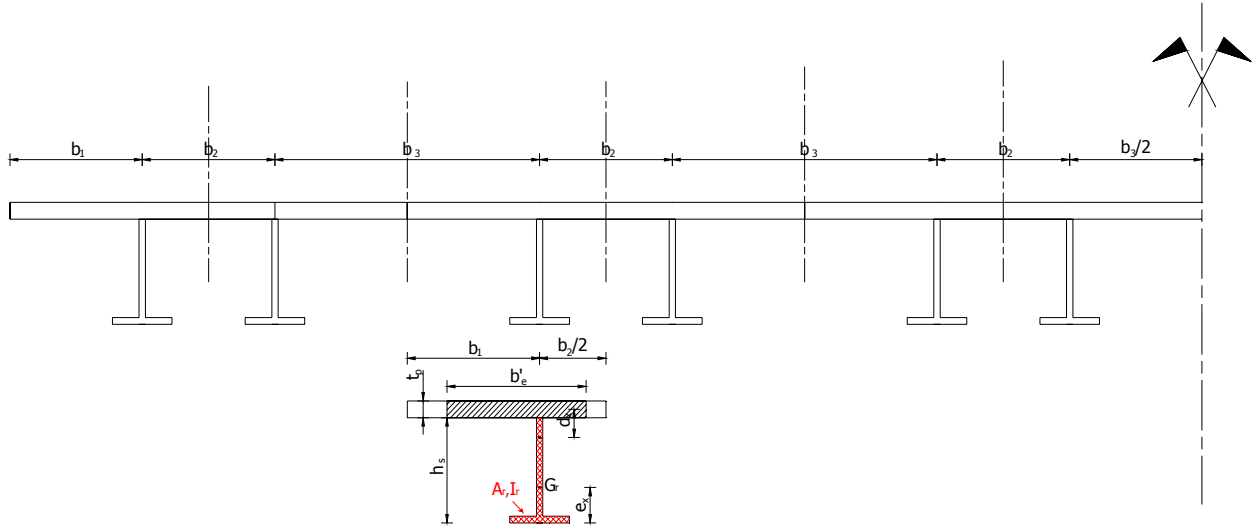


Figure B-4 : Raidisseur en Téquivalent avec sa largeur de tôle collaborante

$$A_r = \left(\sqrt{\left(h_s - \frac{t_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_s - b_s}{2}\right)^2} + \frac{(b_s - 2t_s)}{2} \right) t_s = 6164 \text{ mm}^2$$

$$e_x = \frac{\frac{(b_s - 2t_s)}{2} \cdot \frac{t_s^2}{2} + \sqrt{\left(h_s - \frac{t_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_s - b_s}{2}\right)^2} \cdot t_s \cdot \frac{h_s}{2}}{A_r} = 84,3 \text{ mm}$$

$$I_r = \frac{h_s^3 t_s}{12} + \sqrt{h_s^2 + \left(\frac{l_s - b_s}{2}\right)^2} \cdot t_s \cdot \left(\frac{h_s}{2} - e_x\right)^2 + \frac{b_s - 2t_s}{2} \cdot \frac{t_s^3}{12} + \frac{b_s - 2t_s}{2} \cdot t_s \left(e_x - \frac{t_s}{2}\right)^2 = 4 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$d_x = h_s + \frac{t_p}{2} - \frac{0,42 \cdot \left(b_1 + \frac{b_2}{2}\right) \cdot t_p \cdot \left(h_s + \frac{t_p}{2}\right) + \frac{b_s - 2t_s}{2} \cdot \frac{t_s^2}{2} + \sqrt{h_s^2 + \left(\frac{l_s - b_s}{2}\right)^2} \cdot t_s \cdot \frac{h_s}{2}}{0,42 \cdot \left(b_1 + \frac{b_2}{2}\right) \cdot t_p + A_r} = 79,1 \text{ mm}$$

$$I_s = I_r + A_r \cdot \left(h_s + \frac{t_p}{2} - e_x - d_x\right)^2 + 0,42 \cdot \left(b_1 + \frac{b_2}{2}\right) \cdot t_p \cdot d_x^2 = 1,6 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Dès lors,

$$I_{sl} = 2nI_s = 12I_s = 1,94 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{bt_p^3}{12(1 - \nu^2)} = 3,5 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Et,

$$\alpha = \frac{a}{b} = 0,83 > 0,5$$

$$\delta = \frac{\sum A_{sl}}{A_p} = 0,31$$

$$\gamma = 55,3$$

Pour une plaque raidie comportant au moins trois raidisseurs longitudinaux également espacés, le coefficient de voilement peut être obtenu par la formule suivante:

$$k_{\sigma,p} = \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)} = 62,9 \quad \text{si } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma}$$

La contrainte critique de voilement élastique de la plaque orthotrope équivalente vaut donc :

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E = 530,7 \text{ MPa}$$

On peut en déduire l'élancement réduit $\bar{\lambda}_p$ de la plaque équivalente :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} = 0,82$$

$$\text{avec } \beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} = 1$$

Le coefficient réducteur ρ_p pour l'efficacité de la tôle raidie lors d'un comportement de type plaque vaut :

$$\rho_p = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2} = 0,89$$

B.1.3. Comportement de type colonne

A présent, nous devons déterminer l'efficacité de la tôle raidie dans le cas d'un comportement de type colonne. Nous devons donc évaluer la contrainte critique de flambement $\sigma_{cr,c}$ de la plaque raidie comme étant la contrainte de flambement de la plaque supposée non appuyée sur ses bords longitudinaux. Pour ce faire, cette dernière est égale à la contrainte critique de flambement $\sigma_{cr,sl}$ du raidisseur en T é qui valent le plus proche du bord le plus comprimé. Or, dans notre cas, la compression est uniforme. Nous pouvons donc la calculer pour n'importe quel raidisseur :

$$\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} = 513,3 \text{ MPa}$$

avec

- $I_{sl,1}$ est l'inertie flexionnelle de la section transversale brute du raidisseur en T et des parties adjacentes de la tôle collaborante par rapport à la flexion hors plan de la plaque. Donc, $I_{sl,1} = I_s = 1,6 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$;
- $A_{sl,1}$ est l'aire de la section transversale brute du raidisseur et des parties adjacentes de la tôle. Donc, $A_{sl,1} = A_r + \left(b_1 + \frac{b_2}{2}\right) t_p$.
- a est la longueur de la tôle. La tôle étant simplement appuyée sur ses bords chargés, cette longueur correspond à sa longueur de flambement.

On en déduit l'élancement réduit $\bar{\lambda}_c$ vis-à-vis du flambement :

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}} = 0,83$$

$$\text{avec } \beta_{A,c} = \frac{A_{sl,1,eff}}{A_{sl,1}} = 1$$

Le coefficient réducteur χ_c relatif au flambement est obtenu à partir des courbes européennes de flambement. Le facteur d'imperfection α permettant de prendre en compte les imperfections est pris égal à 0,34 (raidisseurs à section fermée, augets). Cependant, il convient d'augmenter cette valeur à :

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e} = 0,46$$

avec

- $i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}}$ le rayon de giration du raidisseur en T_é équivalent ;
- $e = \max(e_1; e_2)$ la plus grande distance entre le centre de gravité des raidisseurs seuls et celui de la tôle par rapport au centre de gravité des raidisseurs avec leur largeur de tôle participante.
 - $e_1 = h_s + \frac{t_p}{2} - e_x - d_x = 106,6 \text{ mm}$
 - $e_2 = d_x = 79,1 \text{ mm}$

Donc,

$$\phi_c = 0,5(1 + \alpha_e(\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2) = 0,99$$

Dès lors, on peut en déduire le coefficient réducteur vis-à-vis du flambement :

$$\chi_c = \frac{1}{\phi_c + \sqrt{\phi_c^2 - \bar{\lambda}_c^2}} = 0,653$$

B.1.4. Interpolation entre le voilement de la plaque et le flambement

Le coefficient réducteur global ρ_c de la tôle raidie est obtenu par interpolation entre χ_c et ρ_p :

$$\rho_c = (\rho_p - \chi_c)\xi(2 - \xi) + \chi_c = 0,669$$

avec $\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 = 0,034$

B.1.5. Capacité portante

On peut à présent déterminer l'aire de section efficace de la plaque plane raidie P40_a5_b6_t5_16_R ∞ soumise à compression pure :

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{c,eff} + 2 \frac{b_{1,eff}}{2} t_p = 216\,929 \text{ mm}^2$$

Pour obtenir cette aire, nous additionnons l'aire efficace résultant du voilement global (égale au produit du coefficient réducteur global ρ_c avec l'aire efficace résultant du voilement local) et les parties efficaces appuyées sur les âmes du caisson.

La capacité portante de la tôle plane raidie longitudinalement vaut par conséquent, selon l'Eurocode 3 :

$$N_{u,R\infty,EC3} = A_{c,eff} \frac{f_y}{\gamma_{m0}} = 77\,024 \text{ kN}$$

