II

Plastification de l'acier doux en flexion plane composée,

par FERDINAND CAMPUS,
Membre de la Classe.

La théorie exposée dans une note sur la plastification de l'acier doux en flexion plane simple, présentée ce jour à la Classe des Sciences, peut être étendue comme suit à la flexion plane composée.

Le moment de plastification totale en flexion plane simple

$$M_p = \frac{\Omega \sigma_e d}{2}$$

est défini dans la note précitée.

L'effort normal de plastification totale est :

$$N_p = \Omega \sigma_e$$

Lorsque la plastification se produit sous l'effet combiné d'un moment fléchissant M_{cr} et d'un effort normal N_{cr}, la répartition des tensions lors de la plastification totale est représentée à la figure 1.

En désignant par ω' l'aire de la partie de la section transversale Ω qui subit des tensions de signe contraire à $\frac{N_{cr}}{\Omega}$

on a

$$N_{cr} = \sigma_e(\Omega - 2\omega')$$

d'où

$$\omega' = \frac{\Omega}{2}\left(1 - \frac{N_{cr}}{N_p}\right)$$

Cette relation définit complètement la surface ω'.

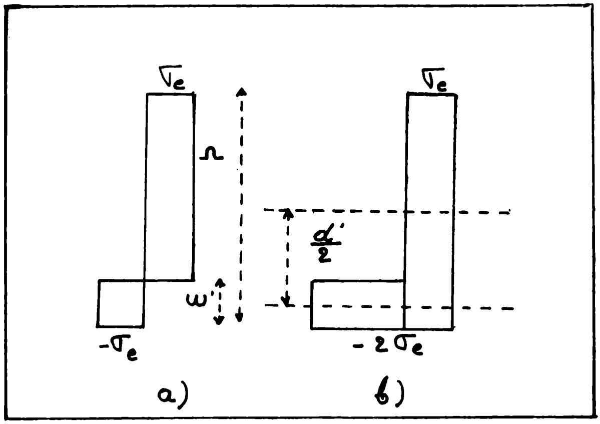

FIG. 1.

La répartition des tensions de la figure 1*b* est équivalente à celle de la figure 1*a*.

Désignons par $\frac{d'}{2}$ la distance de l'axe neutre de la section totale Ω au centre de gravité de la surface ω'.

Elle est parfaitement définie pour toute forme de la section totale Ω et pour toute valeur de $\frac{\omega'}{\Omega}$, c'est-à-dire de $\frac{N_{cr}}{N_p}$.

Lorsque la section Ω est symétrique, d' est la distance entre les centres de gravité de la surface ω' et de la surface égale et symétrique.

Le moment s'exprime par

$$M_{cr} = \omega' \sigma_e d' = \frac{\Omega \sigma_e}{2} d' \left(1 - \frac{N_{cr}}{N_p}\right)$$

et

$$\frac{M_{cr}}{M_p} = \frac{d'}{d}\left(1 - \frac{N_{cr}}{N_p}\right) = f\left(\frac{N_{cr}}{N_p}\right)$$

Le facteur $f\left(\frac{N_{cr}}{N_p}\right)$ est entièrement déterminé pour chaque forme de section. Il varie de 0, lorsque $N_{cr} = N_p$ et $M_{cr} = 0$, à 1 lorsque $N_{cr} = 0$ et $M_{cr} = M_p$.

Si nous admettons que les déformations restent élastiques jusqu'à la plastification complète, comme en flexion plane simple, la tension maximum est

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{cr}}{\Omega} + \frac{M_{cr}v}{I} = \frac{d'}{d} M_p \frac{v}{I} + \frac{N_{cr}}{\Omega}\left(1 - \frac{M_p v}{I\sigma_e}\frac{d'}{d}\right)$$

$\frac{d'}{d}$ est > 1 et $\frac{M_p v}{I\sigma_e}$ est > 1. Il en résulte que $\sigma_{\max}$ peut être plus grand ou plus petit que $\frac{M_p v}{I}$, tension maximum de flexion plane simple, selon la valeur de $\frac{N_{cr}}{N_p}$ et la forme de la section.

A titre d'exemple simple, considérons la section rectangulaire $b \times h$

$$\omega' = bh' \text{ et } \frac{d'}{d} = \left(1 + \frac{N_{cr}}{N_p}\right)$$

d'où

$$\frac{M_{cr}}{M_p} = \left(1 - \frac{N_{cr}^2}{N_p^2}\right)$$

La courbe d'interaction bien connue est reproduite à la figure 2, ainsi que celles de $\frac{h'}{h}$ et de $\frac{e_{cr}}{h} = \frac{M_{cr}}{N_{cr}h}$.

Avant d'atteindre la plastification, les tensions extrêmes sont

$$\sigma_{\max} = \frac{6M_{cr}}{bh_2} + \frac{N_{cr}}{bh} = \frac{3}{2}\sigma_e\left(1 - \frac{N_{cr}^2}{N_p^2}\right) + \frac{N_{cr}}{bh}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2}\sigma_e + \frac{N_{cr}}{bh}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{N_{cr}}{bh\sigma_e}\right)$$

De même

$$\sigma_{\min} = -\frac{3}{2}\sigma_e + \frac{N_{cr}}{bh}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{N_{cr}}{bh\sigma_e}\right)$$

La figure 3 reproduit les diagrammes de $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_e}$ et de $\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_e}$ en fonction de $\frac{N_{cr}}{bh\sigma_e}$, ainsi que le rapport

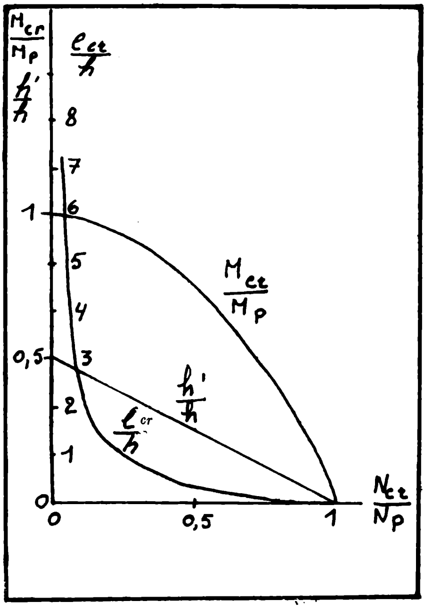
$\frac{M_{cr}}{M_p}$
$\frac{h'}{h}$
$\frac{e_{cr}}{h}$
8
7
1
6
5
4
0,5
3
2
1
0
$\frac{M_{cr}}{M_p}$
$\frac{h'}{h}$
$\frac{e_{cr}}{h}$
$\frac{N_{cr}}{N_p}$
0
0,5
1

FIG. 2.

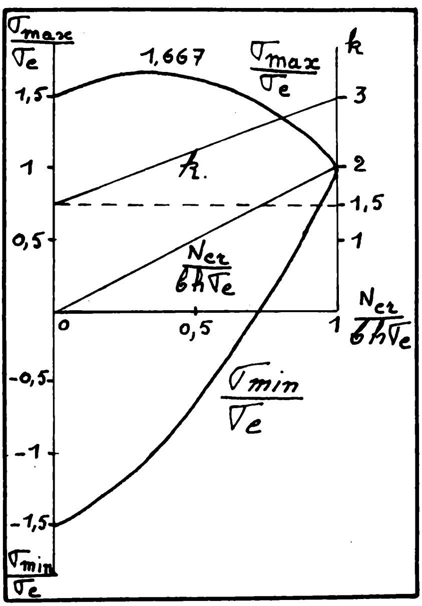
$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_e}$
1,667
$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_e}$
k
1,5
3
1
k.
2
1,5
0,5
1
$\frac{N_{cr}}{bh\sigma_e}$
0
0,5
1
$\frac{N_{cr}}{bh\sigma_e}$
-0,5
$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_e}$
-1
-1,5
$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_e}$

FIG. 3.

$$k = \frac{\dfrac{6\,M_{cr}}{bh^2}}{\sigma_e - \dfrac{N_{cr}}{bh}} = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{N_{cr}}{bh\sigma_e}\right)$$

On remarque que de faibles excentricités relatives font déjà diminuer sensiblement $\dfrac{N_{cr}}{N_p}$ et augmenter la tension maximum.

Ces observations ne sont valables que pour les sections transversales rectangulaires et assimilables, selon les remarques faites dans la note précitée.