

**COMMENTAIRES SUR LES REPOSES A UN QUESTIONNAIRE RELATIF  
AUX RESISTANCES A LA COMPRESSION DES BETONS DETERMINEES AU  
MOYEN D'EPROUVETTES DE FORMES ET DE DIMENSIONS DIVERSES.**

par

**F. CAMPUS (Liège)**

---

Ce questionnaire a été envoyé aux délégués de la R.I.L.E.M. en juin 1960 par les soins du Secrétariat Général. Il était libellé comme suit :

- I. Avez-vous connaissance d'essais comparatifs de compression des bétons effectués dans votre pays (ou ailleurs) sur des éprouvettes de formes et de dimensions différentes d'un même béton, dans le but d'établir une correspondance statistique entre leurs résultats?
- II. Dans l'affirmative est-il possible d'avoir connaissance des résultats complets, comportant tous les renseignements utiles, tels que :
- définition détaillée des bétons;
  - mode de conservation (sous eau ou à l'air), âge;
  - description détaillée de l'opération de mise en charge;
  - nature, formes et dimensions des moules, direction et méthode de serrage;
  - éventuellement remarques particulières (précision d'usage des moules, rectifications des éprouvettes, précision, etc...)?
- III. Si les informations complètes sur les résultats ne sont pas disponibles, peut-on communiquer au moins le résultat moyen, les résultats extrêmes et l'écart quadratique moyen, accompagnés le plus possible des caractéris-

.../...

tiques énumérées ci-dessus concernant la définition  
et les conditions d'expérience ?

Ce questionnaire était libellé en termes trop généraux pour le but particulier qu'il poursuivait et qui était la comparaison des résultats des essais de compression de béton sur cubes de 20 cm de côté et sur cylindres de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur. Cet objet était d'actualité en Belgique, parce que la nouvelle norme en voie d'établissement pour les ouvrages en béton armé prescrivait le contrôle de la qualité du béton sur chantier au moyen d'éprouvettes cubiques de 20 cm de côté et reprenait d'autre part les recommandations du Comité Européen du béton préconisant le calcul à la rupture du béton armé en se référant à la résistance du béton déterminée sur des cylindres de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur.

Mais cet objet paraissait vraiment (sans doute à tort) trop limité et le questionnaire plus général paraissait susceptible, sinon de compléter les résultats de l'enquête de la R.I.L.E.M. de 1956, du moins d'y apporter éventuellement de nouveaux éléments, des précisions ou, à tout le moins, un complément de bibliographie. L'enquête de novembre 1956 avait été effectuée par M. R. L'HERMITE, Secrétaire Général de la R.I.L.E.M., en suite d'une résolution du Comité ISO/IC/71. Un compte rendu détaillé en a été publié dans le Bulletin n° 39 de la R.I.L.E.M., auquel je me réfère.

Cependant, ce compte rendu ne contenait pas de réponse assez probante au problème particulier qui se posait en Belgique. En particulier, il ne permettait pas de justifier la valeur unique 0,83 proposée par le Comité Européen du béton sur le rapport

$$\frac{R'_{\text{cyl}}}{R'_{\text{cube}}} = 136 -$$

L'éventualité se posait de procéder à une recherche assez développée pour élucider la question d'une manière satisfaisante. Il parut opportun de procéder auparavant à une tentative d'information internationale par l'envoi du questionnaire prérappelé.

De nombreuses réponses sont parvenues, qui ont établi que la question était l'objet d'un vif intérêt dans de nombreux pays. Plusieurs d'entre-elles se réfèrent à des communications très intéressantes postérieures à l'enquête de 1956 - 1957 de la R.I.L.E.M. Enfin, certaines réponses ont apporté des résultats. ~~d'essais inédits~~, mais constitués de séries parfois très restreintes (3 à 6 éprouvettes), plus rarement moyennes (maximum 27 à 33 éprouvettes) dont les conditions d'expériences étaient assez variables (éprouvettes brutes ou rectifiées, bases de cylindres éventuellement dressées au plâtre). Les résultats étaient de ce fait peu comparables et les ~~dispositions~~ dispositions souvent considérables. Le domaine de variation du rapport de la résistance des cylindres de 15/30 aux cubes de 20 cm s'étendait de 0,56 à 0,96.

Les références bibliographiques figurant in fine sont extraites des réponses au questionnaire et sont données en complément de celle annexées au compte-rendu de l'enquête de 1956-1957 (Bulletin R.I.L.E.M. n° 39).

De l'examen de toutes ces réponses, j'ai retiré les observations suivantes, qui me paraissent susceptibles d'intérêt pour l'objet du Colloque.

Même pour les éprouvettes de béton confectionnées au laboratoire, donc à plus forte raison pour celles préparées sur le chantier, les modalités opératoires ont une influence considérable sur les résultats. Un procès-verbal des essais auxquels il est fait allusion ci-dessus, contient la remarque suivante au sujet d'éprouvettes cylindriques de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur. Elles ont été confectionnées sur table vibrante dans le laboratoire

d'une grande société d'entreprise. La vibration a donné lieu à une ségrégation des éprouvettes, la moitié inférieure étant beaucoup plus compacte que la moitié supérieure. Il en est résulté une réduction générale des résistances à la compression mesurées sur cylindres. Les cylindres d'une série ont été sciés à mi-hauteur. Le rapport moyen de la résistance des demi-cylindres supérieurs aux demi-cylindres inférieurs a été de  $\frac{365}{500} = 0,73$ .

Des précautions sérieuses doivent donc être prises pour assurer une homogénéité aussi grande que possible des éprouvettes, mais cela n'est guère contrôlable. L'aspect de la rupture sera évidemment observé. Le souci de l'homogénéité fera éviter sans doute des éprouvettes de dimensions excessives.

Un autre élément qui exerce une très grande influence sur les résultats des essais de compression, quelles que soient les formes et les dimensions des éprouvettes, est la nature et l'état des surfaces de l'éprouvette en contact avec les plateaux de la presse. L'exactitude des formes et des dimensions des moules et la nature de leurs parois à une grande importance à ce sujet. En Belgique, les moules métalliques sont obligatoires. Les cubes sont comprimés perpendiculairement à deux faces de moulage, donc perpendiculairement à la direction du compactage. On est très attentif à la planéité de ces faces en Belgique et, en cas d'insuffisance, on rectifie les faces à la meule diamantée avant compression.

Pour les cylindres, une préparation des bases est toujours nécessaire. En Belgique, on procède uniquement à la rectification des bases à la meule diamantée. Au cours d'essais préliminaires à l'établissement du programme de la recherche statistique développée, dont le compte-rendu fait l'objet d'un autre rapport, des perturbations accidentelles ont montré la très grande sensibilité des résultats aux imperfections de la rectification.

Pour les cubes comme pour les cylindres, les faces brutes de moulage ou rectifiées sont toujours en contact direct avec les plateaux bien plans de la presse, sans interposition

Les essais relatés dans les réponses au questionnaire se sont présentés de manière très diverses sous le rapport de l'état et de la préparation des bases en contact avec les plateaux de la presse.

Certaines réponses ne contiennent aucune indication. Le plus souvent, les cubes sont comprimés entre deux faces de moulage brutes. Certains cependant sont rectifiés. Le plus souvent, les moules cubiques sont métalliques, ou, faute d'indication, on doit supposer qu'ils le sont. Certains moules cubiques ou prismatiques étaient en bois.

Les moules cylindriques étaient tous métalliques mais les éprouvettes différaient par leur mode de confection : remplissage des moules, picotage, damage ou vibration, et aussi par le mode de surfaçage des bases. Ce surfaçage n'était d'ailleurs pas toujours décrit mais simplement mentionné.

D'autres étaient définis avec plus ou moins de précision, mais ils étaient tous différents.

Voici quelques méthodes indiquées.

- 1) Surfaçage au plâtre
- 2) Surfaçage à la pâte de ciment composée de 2/3 de ciment portland et d'un tiers de ciment alumineux. Epaisseur maximum 2 mm. Application 4 heures avant l'essai.
- 3) Surfaçage au mortier composé de 3 parties de ciment alumineux et 1 partie de sable fin, appliqué 48 heures avant l'essai.
- 4) Deux heures après moulage, saupoudrage de ciment et lissage.
- 5) Pilonnage du béton à ras du moule et polissage après trois heures de durcissement
- 6) Après remplissage du moule, application d'un couvercle

supérieur sur le béton frais, en réalisant un mouvement de rotation. Serrage du plateau et disposition horizontale du moule jusqu'au démontage.

Il résulte de toutes ces diversités que les résultats communiqués ne sont pas comparables. D'autre part, les séries expérimentales sont généralement trop limitées. Les recherches effectuées en Belgique après la réception des réponses au questionnaire ont montré que, même lorsque toutes les opérations, aussi bien au laboratoire qu'au chantier, sont effectuées d'après une procédure uniforme et précise, seules des séries assez nombreuses peuvent mettre en évidence des résultats significatifs.

Enfin une dernière observation porte sur la grande variété des types d'éprouvettes de compression, allant au delà de la série déjà assez large proposée par la Commission du béton de la R.I.L.E.M. et figurant dans son Bulletin n° 33. Il faut y ajouter des prismes à base carrée de 15 et 20 cm de côté et de hauteur triple. En outre des cylindres de hauteur égale au diamètre de la base, de 8 cm, 16 cm et 20 cm (19,6), des cylindres de 8 cm de diamètre et de 13 cm de hauteur et des cylindres de 16 cm de diamètre et de 32 cm de hauteur. On remarquera que cette dernière éprouvette a des dimensions presque équivalentes à celles proposées pour l'éprouvette normale internationale 15/30. Une particularité est celle des éprouvettes cylindriques dont la hauteur est égale au diamètre de la base, qui se situent entièrement en dehors de la normalisation proposée.

La conclusion la plus immédiate des réponses au questionnaire c'est qu'elles mettent en évidence l'impossibilité actuelle d'obtenir des résultats internationaux généralement comparables, en raison des différences opératoires indiquées. Les dispositions les plus comparables sont en général celles relatives aux éprouvettes cubiques, le plus souvent de 20 cm de côté, qui sont en usage dans un grand nombre de pays sous des formes pratiquement identiques.

Mais il est cependant possible de pousser plus loin l'analyse scientifique dans certain cas, en recherchant la corrélation statistique, malgré que les résultats ne remplissent pas les conditions idéales pour un tel calcul. Il n'y a en effet pas de correspondance définie entre les diverses éprouvettes individuelles, telle qu'elle est réalisée lorsque l'on recherche la corrélation entre deux caractéristiques différentes d'une même éprouvette (par exemple entre la limite d'étirage et la tension de rupture d'une éprouvette de traction en acier doux). Les résistances individuelles des éprouvettes cubiques et cylindriques sont donc pairées au hasard dans des mêmes gâchées si on les connaît. Si l'on dispose d'un nombre suffisant de gâchées connues, on peut opérer sur les moyennes. Mais ces moyennes ne sont pas d'un même poids lorsque les nombres d'éprouvettes par gâchées ne sont pas les mêmes et éventuellement pas les mêmes pour les éprouvettes de formes diverses. On peut donc faire de sérieuses objections théoriques aux conditions dans lesquelles on a appliqué l'analyse de corrélation statistique aux résultats de l'enquête, qui n'avaient pas été établis en vue de répondre aux conditions de cette analyse. Les résultats obtenus sont d'autant plus intéressants.

On désigne par  $X_i$  et  $Y_i$  des paires de résistances correspondantes sur cubes de 20 cm et sur cylindres de 15/30 cm.

Ces paires sont au nombre de  $N$ . Les moyennes sont :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}$$

Les variances sont définies par

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}\right)^2}{N - 1}, \quad s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}\right)^2}{N - 1}$$

$= \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N - 1} - 141 -$

Le coefficient de corrélation linéaire de Bravais-Pearson est

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Les droites de régression s'écrivent :

$$Y = m X + b, \quad X = m' Y + b'$$

avec :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^N X_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^N X_i \sum_{i=1}^N Y_i}{N}}{\sum_{i=1}^N X_i^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \right)^2}$$

$$m' = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i X_i - \frac{\sum_{i=1}^N Y_i \sum_{i=1}^N X_i}{N}}{\sum_{i=1}^N Y_i^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N} \right)^2}$$

$$b = \bar{Y} - m \bar{X}, \quad b' = \bar{X} - m' \bar{Y}$$

Dispersion :  $s_x, s_y$

Dispersion résiduelles par rapport aux droites de régression :



$$s_{yx}^2 = \frac{N-1}{N-2} (s_y^2 - m^2 s_x^2), \quad s_{xy}^2 = \frac{N-1}{N-2} (s_x^2 - m'^2 s_y^2)$$

La valeur du coefficient de corrélation est influencée par le nombre  $N$  d'épreuves et surtout par l'étendue du domaine de variation des paires  $(X_i, Y_i)$ .

On a d'autre part :

$$Y = m X + (\bar{Y} - m \bar{X}), \quad X = m' Y + (\bar{X} - m' \bar{Y})$$

et l'on constate que les termes constants de ces relations peuvent être très considérables lorsque  $N$  est petit et surtout lorsque le domaine de variation des paires  $(X_i, Y_i)$  est peu étendue. Ils peuvent être des fractions importantes des valeurs des variables  $X$  et  $Y$ , atteignant jusqu'au même ordre de grandeur (lorsque  $m$  et  $m'$  sont très petits). On obtient alors

$$Y = \bar{Y} - m \bar{X} \quad \text{pour } X = 0 \quad \text{et} \quad X = \bar{X} - m' \bar{Y} \quad \text{pour } Y = 0$$

ou même sensiblement

$$Y = \bar{Y} \quad \text{pour toute valeur de } X$$

et

$$X = \bar{X} \quad \text{pour toute valeur de } Y.$$

Ces résultats sont absurdes et contradictoires.

Physiquement, il faut que  $X$  et  $Y$  soient nuls simultanément. D'après les dernières formules, ceci serait réalisé si

$$\bar{Y} = m \bar{X}, \quad \bar{X} = m' \bar{Y}$$

Alors

$$Y = m X_i \quad \text{et} \quad X_i = m' Y_i$$

C'est là une solution très simple, mais qui ne satisfait à la corrélation la plus précise. On peut réaliser celle-ci comme suit. On pose

$$Y_i = k X_i, \quad X_i = k' Y_i$$

La somme des carrés des écarts doit être minimum. Donc :

$$\frac{d \sum_1^N (Y_i - k X_i)^2}{dk} = \frac{d \left( \sum_1^N Y_i^2 - 2k \sum_1^N X_i Y_i + k^2 \sum_1^N X_i^2 \right)}{d dk}$$

d'où

$$k = \frac{\sum_1^N X_i Y_i}{\sum_1^N X_i^2}$$

De même

$$k' = \frac{\sum_1^N X_i Y_i}{\sum_1^N Y_i^2}$$

Si la corrélation était parfaite, on aurait

$$kk' = \frac{\left( \sum_1^N X_i Y_i \right)^2}{\sum_1^N X_i^2 \sum_1^N Y_i^2} = 1$$

Le tableau ci-après résume les résultats des analyses qui ont pu être effectuées.

Série	N	r	$\bar{X}$ Kg/cm <sup>2</sup>	$\bar{Y}$ Kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_x$ Kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_y$ Kg/cm <sup>2</sup>	m	m'	k	k'	kk'
I	11	0,016	551,18	361,65	55,80	40,54	0,001	0,001	0,678	1,452	0,984
II	24	0,974	176,25	128,50	61,55	52,48	0,830	1,142	0,740	1,340	0,991
III	27	0,987	314,22	250,59	126,51	118,30	0,923	1,056	0,814	1,219	0,992
IV	(1)	0,615	416,00	345,00	70,26	60,68	0,531	0,712	0,821	1,191	0,977
V	(1)	0,774	456,40	396,78	79,32	77,33	0,755	0,794	0,866	1,137	0,984
VI	42	0,830	426,05	403,67	76,08	71,94	0,785	0,878	0,942	1,050	0,989

Pour l'ensemble des séries I + II + III, qui proviennent de pays différents, on obtient  
 62 0,960 299,30 223,03 155,52 120,78 0,746 1,236 0,745 1,318 0,981

Pour l'ensemble des séries IV + V + VI, provenant d'un même laboratoire, mais les conditions d'essai étant très variables

120 0,752 432,82 381,82 76,67 74,55 0,712 0,753 0,872 1,119 0,981

Enfin, en réunissant toutes les séries I à VI, on a

168 0,898 388,79 329,45 125,62 118,65 0,848 0,951 0,847 1,154 0,977

---

(1) Les éprouvettes de ces séries ont été rompues avec interposition de carton entre les faces comprimées et les plateaux de la presse.

On constate l'effet que l'on pourrait appeler normalisateur du grand nombre d'expériences de même nature, mêmes faites dans des conditions peu comparables.

Cela ressort bien du tableau suivant :

Séries	N	m	$\frac{\bar{Y}}{X}$	k
I	11	0,001	0,68	0,678
II	24	0,830	0,73	0,74
III	27	0,923	0,80	0,814
IV (1)	42	0,531	0,85	0,821
V (1)	42	0,755	0,87	0,866
VI	42	0,785	0,947	0,942
I + II + III	62	0,746	0,745	0,745
IV + V + VI	126	0,712	0,883	0,877
I + II + III + IV + V + VI	188	0,848	0,848	0,847

On hésite à tirer du tableau précédent des conclusions trop formelles, alors que certes tous les résultats sont régis et réunis par le hasard. On peut penser à tout le moins que l'effet d'un grand nombre d'expériences, couvran

un domaine de variation assez vaste, compense considérablement les effets des facteurs non significatifs pour faire ressortir surtout la corrélation vraie.

Néanmoins et en dépit de cette constatation, la collection des résultats extraits des réponses au questionnaire ne peut être considérée comme suffisante ni satisfaisante. Les centres de recherches belges en ont conclu à l'opportunité et à la nécessité d'établir et de réaliser un programme de recherches systématique et assez développé, dans lequel interviendraient tous les laboratoires (ultérieurement, ce programme a été étendu à des bétons de chantiers). Des essais préliminaires au nombre de 92, effectués dans cinq laboratoires différents, ont permis de mettre au point les conditions communes des expériences. Ces essais préliminaires ont donné les résultats globaux suivants :

Valeurs de k

Laboratoire	<u>Essais</u>		
	1ère série	2ème série	3ème série
A	(12) 0,879	(6) 0,877	(6) 0,878
B	(6) 0,834	(12) 0,704	
C	(12) 0,887	(6) 0,855	
D	(12) 0,824	(6) 0,780	(6) 0,603
E	(12) 0,772	(6) 0,770	
Moyenne	0,848	0,771	
Moyenne générale		0,816	

(Les nombres entre paranthèses indiquent les nombres de paires d'éprouvettes).

D'autres corrélations statistiques ont été établies d'après les réponses au questionnaire, au sujet de la relation entre la résistance à la compression sur cylindres 15/30 et sur cubes de 15 cm de côté. Sommairement, les résultats sont les suivants :

Série	N	m	$\frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$	k
I	62	0,704	0,775	0,763
II	24	0,896	0,76	0,773
III	39	0,938	0,891	0,895
I+II+III	125	0,775	0,81	0,804

Ils confirment les constatations précédentes.

Les réponses au questionnaire de 1960 ont établi que les expériences communiquées n'étaient pas en nombre suffisant ni suffisamment systématiques et comparables que pour permettre d'établir des valeurs valables du rapport de la résistance à la compression du béton mesurée sur éprouvettes cylindriques 15/30 à celle mesurée sur éprouvettes cubiques de 20 cm de côté. Elles ont établi par contre l'efficacité de l'analyse des résultats par la corrélation statistique et la convergence des résultats lorsque le nombre des expériences est suffisamment élevé. Ceci est à considérer comme un résultat positif et a permis aux centres de recherches belges d'entreprendre un assez vaste programme de recherches avec une certitude de bonne fin. L'auteur désire mettre en évidence ce bénéfice d'une collaboration scientifique internationale gratuite et d'ailleurs peu onéreuse. Des réponses ont été reçues d'Allemagne, d'Espagne, du Danemark, de Finlande, de France, du Japon, de Norvège, de Pologne, du Royaume Uni, de Suède, de Tchécoslovaquie et de Turquie. L'auteur renouvelle ses remerci-

ments pour les réponses reçues. Il a pris l'initiative de l'envoi du questionnaire en qualité de délégué de la R.I.L.E.M. pour la Belgique et au nom du Centre national de recherches des constructions civiles de ce pays. Les principaux calculs statistiques ont été effectués par M. R. BAUS chef de travaux à l'Université de Liège.

x

x

x

### RESUME

Un questionnaire a été adressé en 1960 aux pays membres de la R.I.L.E.M. au sujet des relations entre les résistances à la compression du béton déterminées au moyen d'éprouvettes de formes et de dimensions diverses. Les réponses reçues sont commentées, principalement au point de vue des résistances comparatives déterminées sur cylindres de 15/30 et sur cubes de 20 cm de côté. Les différences des modes opératoires sont examinées. Les résultats ne sont pas nombreux ni comparables. Malgré ces imperfections l'analyse par la corrélation statistique se révèle efficace.

### SUMMARY

A questionnaire has been distributed in 1960 to the various countries members of R.I.L.E.M., concerning the relationship between the values of the crushing strength of concrete measured on test pieces of various shapes and dimensions. The answers are discussed, especially with regard to the comparative crushing strength of standard cylinders (6" x 12") and cubes of 8". The differences of the operative procedures are examined. The results are not enough numerous nor comparable. Nevertheless, the statistical correlation analysis appears efficient.

## BIBLIOGRAPHIE

1. Bulletins R.I.L.E.M. n° 33 et 39
2. Bulletin R.I.L.E.M. nouvelle série n° 8 - septembre 1960
3. C.E. KESSLER - Effect of Length to Diameter Ratio on Compressive Strength. An A.S.T.M. Cooperative Investigation  
A.S.T.M. Proceedings 1959, pp 1216-1228
4. Norwegian Concrete Building Code
5. Jukka VUORINEN - Omräkningsfaktor mellan kub - och cylinder - ~~K~~ällfastheterna hos betong  
Nordisk Betong, n°2 - 1960
6. Nils PETERSONS - Contribution to discussion of correlation factor between strength of 15x30cm cylinders and 15x15cm cubes  
Svenska Forskningsinstitut for cement och betong - 1960
7. K. WALZ - Versuche über den Einfluss der Gestalt von Betonkörpern auf die Druckfestigkeit  
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton  
Heft 122 - 1957
8. J. BONZEL - Zur Gestaltsabhängigkeit der Betondruckfestigkeit. Beton und Stahlbetonbau  
Hefte 9 und 10 - 1959.

=====