

# Liens entre mathématiques et jeux

par Jacques BAIR

- A. Cournot (1801-1877) : « *les mathématiques sont un pur jeu de l'esprit* »
- L. Wittgenstein (1889-1951) : « *les mathématiques peuvent être comparées à un jeu* »
- T. Tao (Méd. Fields, 2006) : « *la reine des sciences est un jeu* »

*Le présent travail se compose de plusieurs parties.*

*En premier lieu, nous définissons le concept général de jeu et présentons quelques mathématiciens célèbres, de toutes époques, qui étaient (ou sont encore) des adeptes de jeux mathématiques. Ensuite, nous établissons une typologie des jeux mathématiques.*

*Une deuxième partie est consacrée à l'intervention des jeux dans l'enseignement des mathématiques. Nous donnons divers avantages des activités ludiques en classe, mais également des objections relatives à leur usage à des fins pédagogiques. Nous nous demandons aussi comment sélectionner un jeu pour des élèves et exhibons des exemples concrets de jeux exploitables en classe.*

*Ce travail se termine par une bibliographie sur le sujet, ainsi que par une annexe composée de diapositives présentées lors d'un exposé réalisé à l'Université du Luxembourg dans le cadre de la Formation Pédagogique (FOPED) : nous y décrivons brièvement différentes épreuves ludiques proposées ces dernières années à des élèves de l'enseignement secondaire en France, Belgique et au Luxembourg.*

## **Première partie : généralités sur les jeux mathématiques**

### **1.1. Concept de jeu et lien avec les mathématiques**

Le mot « jeu » est polysémique : il possède plus de vingt acceptions dans le dictionnaire. Son sens premier est le suivant « activité physique ou intellectuelle non imposée et gratuite, à laquelle on s'adonne pour se divertir, en tirer un plaisir » (Petit Larousse illustré). Dans son livre *Les jeux et les hommes*, Roger Caillois présente le jeu comme « une activité qui doit être

libre (l'activité doit être choisie pour conserver son caractère ludique), séparée (circonscrite dans des limites d'espace et de temps), incertaine (l'issue n'est pas connue à l'avance), improductive, réglée (elle est soumise à des règles qui suspendent les lois ordinaires), fictive (accompagnée d'une conscience fictive de la réalité seconde) ».

D'après ces considérations, il n'est pas interdit de penser, à l'instar de Cournot (1843), que « les mathématiques sont un pur jeu d'esprit », ou tout du moins, à la suite du philosophe Wittgenstein, d'imaginer que les mathématiques peuvent être « comparées à un jeu ». En effet, mathématiques et jeux présentent une profonde analogie dans leur nature même, puisqu'ils reposent tous deux sur deux piliers :

- le jouet : d'un côté, des cartes, un échiquier, ... , de l'autre, des nombres, des figures, des théorèmes, ...
- une activité régie par des règles fixées arbitrairement ou édictées souvent en simplifiant la réalité.

De plus, de nombreux jeux font appel à des objets mathématiques (les points et les lignes pour les marelles, les figures planes pour les tangrams ou les puzzles, la notion de distance pour le jeu de l'oie, les nombres pour des carrés magiques ou des grilles de sudoku, ...).

Par ailleurs, certains jeux peuvent être résolus en faisant appel à des raisonnements mathématiques (analyse par disjonction des cas, raisonnements par l'absurde, ...) et même à des théories mathématiques (théorie des graphes pour les jeux de Nim, calcul des probabilités pour des jeux de hasard, théorie des jeux pour des problèmes de concurrence,...).

Il n'est dès lors pas surprenant de constater que de nombreux mathématiciens, de tous temps et parmi les plus célèbres, se sont adonnés à des jeux mathématiques.

## **1.2. Quelques mathématiciens adeptes de jeux**

Sélectionnons quelques mathématiciens célèbres, de toutes époques, ayant conçu ou pratiqué des jeux mathématiques. La liste est loin d'être exhaustive.

- Dès l'Antiquité, des défis mathématiques ont été lancés : le problème des grains de blé sur un échiquier posé au brahmane Sissa, les paradoxes d'Eudoxe, ...
- Les premières traces de carrés magiques ont été découvertes en Chine aux environs de 2000 ACN.
- Bachet de Méziriac (1581 - 1638) fut un des premiers à rédiger un livre, en français, sur des jeux mathématiques : il était intitulé « Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres ».

- Alcuin (735 – 804), précepteur de Charlemagne, serait l'inventeur du fameux « problème du berger, du chou, de la chèvre et du loup ».
- Léonard de Pise (1175 – 1250), mieux connu en mathématiques sous le nom de Fibonacci, participe à (et gagne), en 1225, un tournoi de mathématiques organisé par l'empereur Frédéric II à Pise ; il est aussi connu pour la suite qui porte son nom et qui est en lien avec le nombre d'or.
- Blaise Pascal (1623 - 1662) mit au point un jeu-concours relatif « au chemin que fait en l'air le clou d'une roue quand elle tourne dans son mouvement ordinaire », problème qui ne trouva aucune réponse dans les temps impartis ; il se pencha également sur la théorie des jeux de hasard, à propos notamment d'un problème de jet de dés, ce qui fut à la base de la naissance du calcul des probabilités.
- Pierre de Fermat (1601 – 1665) proposa divers petits problèmes amusants dont il ne fournissait pas la réponse, tels que des problèmes sur les nombres amicaux ou sa fameuse conjecture qui porte son nom et qui résista pendant près de trois siècles aux plus grands mathématiciens.
- Jacques Ozanam (1640 – 1717) fut un des précurseurs de l'époque moderne des jeux mathématiques et rédigea notamment des « Récréations pour messieurs et dames »
- Isaac Newton (1642 – 1727) proposa divers casse-tête, notamment celui qui consistait à « planter 9 arbres en formant 10 alignements de 3 arbres ».
- Leonhard Euler (1707 – 1783) s'intéressa notamment au problème des sept ponts de Königsberg ainsi qu'aux déplacements d'un cavalier sur un échiquier, problèmes à l'origine de la théorie des graphes.
- L'écrivain Gustave Flaubert (1821 – 1880) proposa à sa sœur une question-devinette qui est restée célèbre, à savoir « quel est l'âge du capitaine ? », alors que les données numériques ne fournissent aucun renseignement susceptible d'y répondre ; ce type de question est souvent évoqué en didactique des mathématiques à propos du comportement des élèves qui veulent à tout prix faire des calculs et donner une réponse, même si l'énoncé étudié ne le permet pas.
- Charles Dodgson (1832 – 1898), mieux connu sous le nom de Lewis Carroll, fut l'auteur de nombreuses récréations logiques, en plus du célèbre livre « Alice au pays des merveilles ».
- Au début du 20<sup>ème</sup> siècle, les anglais Henry Ernest Dudeney (1857 – 1930) et Sam Loyd (1841 – 1911) furent considérés comme spécialistes des puzzles et des problèmes de découpages ; ce dernier est de plus l'inventeur du jeu Taquin.

- J. Von Neumann (1903-1957) et O. Morgenstern (1902-1977) ont mis au point la « théorie des jeux », qui modélise un problème de concurrence ; dans sa forme la plus simple, on considère deux joueurs, supposés prudents et intelligents, qui doivent choisir entre plusieurs stratégies de manière à maximiser leurs gains, sachant que le jeu est à somme nulle (les gains de l'un étant les pertes de l'autre) ; cette théorie est abondamment exploitée par les économistes contemporains. Plusieurs Prix Nobel en Sciences Economiques ont été attribués à des adeptes de cette théorie des jeux, notamment à J. Nash (1928-2015) bien connu par le film « Un homme d'exception » qui lui a été consacré en 2001 (drame de R. Howard avec R. Crowe comme acteur principal).
- R. Penrose (né en 1931) est célèbre pour ses pavages à propos desquels il publia un article scientifique en 1974 dans la revue « Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications ».
- Martin Gardner (1914-2010) est l'auteur de nombreux problèmes mathématiques et récréatifs, rassemblés dans divers livres (dont un intitulé « Mathematics, Magic and Mystery »), ainsi que dans la revue « Scientific American » pour le compte de laquelle il dirigeait une rubrique intitulée « Mathematical Games » qui a passionné de nombreux mathématiciens amateurs ou professionnels. Ses successeurs furent Douglas Hofstadter (né en 1945), professeur d'informatique puis de sciences cognitives, et Ian Stewart (né en 1945), un mathématicien aussi réputé pour ses excellents livres de vulgarisation des mathématiques ; ces deux vulgarisateurs de talent développèrent les rubriques « Metamagical Themas » et « Mathematical Recreations ».
- Paul Erdős (1913 – 1996) fut un grand mathématicien qui aimait à lancer des défis et des récréations mathématiques.
- L'américain John Conway (né en 1937) est notamment l'inventeur du « jeu de la vie » qui modélise l'évolution temporelle d'une population.
- Raymond Smullyan (1919-2017) était un logicien aimant à écrire des énigmes (« dont les « Enigmes de Schéhérazade ») ou des livres amusants et très pédagogiques sur la logique (dont « Quel est le titre de ce livre ? », ou « Le livre qui rend fou » ou encore « Les théorèmes d'incomplétude de Gödel ».)

### **1.3. Essai d'une typologie des jeux mathématiques**

L'encodage des mots « jeux mathématiques » sur des moteurs de recherche livre une multitude de réponses (au moment de finaliser ces lignes, plus de 1600 avec Publimath, plus

de sept cent mille sur Google Belgique et plus d'un million sur Bing), ce qui rend vraisemblablement impossible toute classification indiscutable. Néanmoins, il est possible de répartir les activités mathématiques ludiques dans plusieurs grandes catégories selon les possibilités de les rencontrer :

- Les problèmes ou énigmes mathématiques : revues spécialisées, dont « Jeux et stratégies » de *Tangente*, livres consacrés à ce sujet, par exemple, ceux de Perelman, Gardner, Smullyan, dans les livres scolaires comme *Aventure Math*, publications de l'APMEP et de divers IREM, rubriques spécialisées dans différents journaux (avec sudoku, nombres fléchés, ...)
- Les jeux de société du commerce, faisant intervenir, d'une manière ou d'une autre, une activité mathématique : par exemple, le solitaire, le jeu de go, le jeu d'échecs, le Mastermind, Puissance 4, Quarto, Magix 34, Mathador, ...
- Les jeux électroniques ou trouvés sur internet.
- Les compétitions mathématiques, telles que les Olympiades mathématiques, le concours Kangourou, les jeux de logique dont le trophée Lewis Carroll organisé par la FFJM (Fédération Française des Jeux Mathématiques) et la revue *Tangente*, de multiples rallyes, notamment ceux organisés par différents IREM, ...
- Jeux construits par les professeurs avec des objectifs pédagogiques.

Il semble également possible de dégager quelques grandes familles de jeux mathématiques, mais ces derniers peuvent se retrouver dans plusieurs d'entre elles, tandis que d'autres restent assurément inclassables.

- Crucinumérisme : les nombres fléchés, le sudoku, les carrés magiques, ...
- Les jeux de déplacement de pions : les taquins, les solitaires, les jeux de Nim, les jeux d'échec ou de dames, ...
- Les jeux de carte : bridge, belote, ..
- Les jeux de hasard : pile ou face, le jeu de l'oie, ...
- Jeux de permutation d'objets : les taquins, les jeux apparentés au Rubik's Cube, les tours de Hanoi, ...
- Les jeux de pavage : le pavage de Penrose, le tangram, ..
- Les jeux de pliage avec les origami, ...
- Jeux d'assemblage : volumes en bois, pentaminos, puzzles, ...
- Les casse-tête topologiques : séparer des assemblages métalliques plus ou moins compliqués, nœuds, ...
- Les paradoxes : logiques (par exemple liés à l'auto-référence), numériques, géométriques (par exemple, illusions d'optique), ...

- « Récréations » mathématiques, comme le jeu de la vie, la théorie des jeux (de concurrence), ...

- ...

## **Deuxième partie : jeux mathématiques et enseignement des mathématiques**

### **2.1. Introduction**

Bien qu'il soit généralement admis que le jeu est une activité indispensable au développement psychique et physique d'un enfant, il intervient peu dans l'enseignement primaire et de moins en moins au fur et à mesure que le jeune prend de l'âge ; selon Novelli (dans *Education & jeu*, Tangente Education, supplément à Tangente 106), « l'opposition « éducation / jeu » est croissante avec l'âge des enfants. » Néanmoins, les jeux possèdent assurément divers avantages sur le plan pédagogique.

### **2.2. Avantages pédagogiques des jeux**

- Les enseignants mettent principalement l'accent sur le sérieux et l'effort, alors que le jeu évoque surtout la notion de plaisir dépourvu, en apparence, d'enjeu et de sanction. Toutefois, d'après Novelli (op. cit.), « une telle opposition est pourtant réductrice : on peut aussi bien trouver du plaisir dans l'apprentissage qu'apprendre en jouant ... Le sérieux et l'effort se retrouvent aussi dans le jeu à travers la volonté de réussir ou de gagner. »
- Lors de ses études du secondaire, le jeune joue encore beaucoup ; « s'il ne joue pas en classe, l'adolescent va donc établir une dichotomie entre le monde du jeu et celui de l'école alors que les deux démarches, scolaire et ludique, pourraient se compléter » (Novelli, op. cit.).
- Le jeu peut motiver les élèves : changement de cadre, impression de liberté, éviter la peur de l'échec, autonomie des élèves (permet à chacun d'apprendre à son niveau et à son rythme), le plaisir (en distinguant motivations intrinsèque et extrinsèque). « Face à un public hétérogène, le jeu complète le cours qui a tendance à cibler plus particulièrement un même niveau d'élèves » (Novelli, op. cit.), car le jeu ne met pas toujours en évidence les meilleurs élèves (d'un point de vue scolaire traditionnel) : possibilité de sortir des sentiers battus sans crainte d'être ridicule, droit à perdre une partie ... et de recommencer une suivante avec la volonté de la gagner, c'est-à-dire possibilité de se rattraper.
- Le jeu peut motiver l'enseignant : concentration plus soutenue des élèves, plus grande participation, dynamique de classe plus importante, intérêt accru des élèves pour le sujet.

- Le jeu peut se révéler « utile dans deux contextes :
  - a) en amont, par une familiarisation avec des notions qui seront abordées plus tard, ce qui permettra de mieux les assimiler. L'élève aura acquis une compétence et il ne restera qu'à mettre en face les mots qui vont avec ;
  - b) en aval : une fois que la notion a été présentée en classe, elle est utilisée dans le jeu » (Novelli, op. cit.).

### **2.3. Objections relatives à l'usage de jeux dans l'enseignement des mathématiques**

- Le manque de sérieux et du sens de l'effort (cfr supra).
- Le manque de temps (programme oblige).
- La perte de rigueur mathématique. La démarche consiste essentiellement en des essais/erreurs, avec (fort souvent) absence de raisonnements déductifs au profit des raisonnements (principalement) plausibles.
- La difficulté de gérer la dynamique de la classe.
- Le temps de préparation élevé.
- Le matériel et donc le budget indispensable pour l'acquérir.
- Le (relatif) nombre restreint de références.

### **2.4. Comment sélectionner un jeu ?**

Hilbert Meyer (1987) propose une liste de sept questions qu'un enseignant doit se poser lors de la préparation pratique d'une séance de jeux :

- 1) Pourquoi ai-je choisi ce jeu ?
- 2) Quel intérêt mes élèves porteront-ils au jeu ?
- 3) Quelles expériences et connaissances préalables les élèves doivent-ils avoir ?
- 4) Quelles sont les règles du jeu ? Peuvent-elles être modifiées en cours de route ?
- 5) Qui est le meneur de jeu ?
- 6) Les groupes doivent-ils être définis avant le début de la partie ? Qui les définit et d'après quels critères ?
- 7) Quel matériel est nécessaire ?

Ces questions permettent aux enseignants de réfléchir aux différents aspects pratiques nécessaires à la préparation d'une séance de jeux. Doit impérativement s'ajouter la question suivante :

- 8) Quelles notions le jeu fera-t-il découvrir / consolidera-t-il / révisera-t-il ?

## 2.5. Quelques épreuves ludiques pour les élèves <sup>1</sup>

- Olympiades mathématiques (maxi, midi, mini) : des éliminatoires locales jusqu'à une sélection pour une épreuve internationale ; épreuve individuelle, à caractère assez élitiste (préparation spécifique pour les meilleurs) ; les questions posées lors des différentes épreuves peuvent être trouvées dans des brochures éditées par la SBPMef.
- Rallye de l'IREM de Bruxelles (calqué sur un rallye organisé par l'IREM de Toulouse) : épreuve par classe pour le cycle inférieur du secondaire.
- Rallye Transalpin
- Concours Kangourou.
- Championnat des Jeux Mathématiques FFJM et Tangente) ; couplé avec le Championnat de Jeux Littéraires, cela donne naissance au Trophée Lewis Carroll.
- Championnat international des Jeux Mathématiques et Logiques (FFJM) ; épreuve individuelle à plusieurs niveaux : individuels, scolaires avec diverses catégories (de C1 à HC pour Haute Compétition, en passant notamment par L1 pour seconde, première ou terminale, L2 pour prépa ou DEUG, GP pour Grand Public ; éliminatoires locales dans les classes, demi-finales régionales, finales régionales, finale internationale.
- Défi Math par l'IREM de Bruxelles : par petit groupe de 5 ou 6 élèves du cycle supérieur du secondaire (deux dernières années), sous le tutorat d'un professeur ; mise en évidence de l'« utilité » des mathématiques enseignées.

## 2.6. Exemples de jeux à exploiter dans les classes

- Jeu de l'oie
- Jeu du Loto mathématique
- Jeux de belote et de bridge
- Sudoku
- ...

## Bibliographie

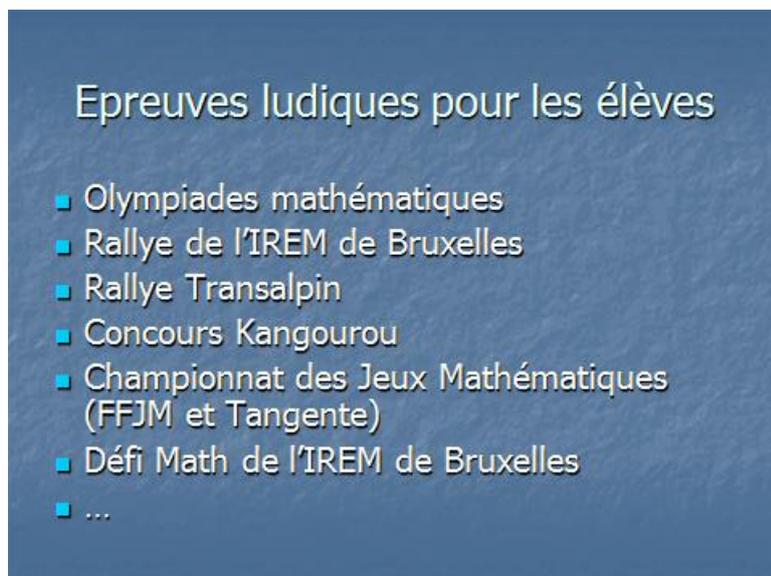
- APMEP, différentes brochures nommées *Jeux* 1, 2, 3, .... ; Paris.
- Caillois R., *Les jeux et les hommes*, Gallimard, Paris, 1967.
- Degée M., *Les jeux ne peuvent-ils pas être des outils pour un meilleur enseignement des mathématiques ?*, mémoire professionnel, Université du Luxembourg, 2005-2006.

---

<sup>1</sup> Voir à ce sujet l'annexe.

- Delahaye J.-P., *Jeux mathématiques et mathématique des jeux*, Belin, Pour la Science, 1998.
- Honclaire B., Lambelin N., Noël G., Noël Y., *Enseignons en jouant*, brochure de la SBPMef, 2007.
- Meyer H., *Unterrichts-Methoden II : Praxisband*, Cornelson, 1987.
- Reuter A., *Comment développer chez l'élève les compétences de résolution de problèmes à l'aide de jeux mathématiques ?*, mémoire professionnel, Université du Luxembourg, 2006-2007.
- *Tangente* (Editions Pole à Paris). Cette revue française est spécialisée dans les jeux mathématiques. Voir notamment le supplément *Education et jeu* du numéro 106 du magazine, ainsi que le Hors Série n° 20, intitulé *Jeux mathématiques, Casse-tête ou récréations ?* (2004), ainsi que le HS n°46, de sa collection Bibliothèque, consacré à la « Théorie des jeux – Stratégies et tactiques » (2013, 166 pages). Voir aussi sur le site *Infinimath* du magazine un espace entièrement dédié entièrement aux jeux, à l'adresse électronique suivante : [http://infinimath.com/espace\\_jeux.php](http://infinimath.com/espace_jeux.php)

## Annexe : Exemples d'épreuves ludiques proposées aux élèves belges ou français <sup>2</sup>



<sup>2</sup> Cette annexe se compose de quelques diapositives présentées à des stagiaires de la FOPED (FOrmation PEDagogique) à l'Université du Luxembourg lors d'un exposé consacré aux jeux dans les cours de mathématiques.

## Caractéristiques du champ. Des jeux mathématiques et logiques

- Énigmes se référant à des situations concrètes où l'humour est de rigueur
- Exigent de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances

## Caractéristiques du champ. Des jeux mathématiques et logiques

- Énigmes se référant à des situations concrètes où l'humour est de rigueur
- Exigent de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances

## Objectifs des mathématiques sans frontière d'Alsace

Ouvrir les frontières entre

- la France et les pays voisins
- les établissements scolaires, les entreprises et la cité
- les maths et les langues vivantes
- les collèges et lycées
- Les élèves d'une même classe

## Objectifs du RMT

- Pour les élèves, la résolution de problèmes, le travail en équipes, le débat scientifique et la justification des solutions
- Pour les maîtres, l'observation des élèves en activité de résolution de problèmes, l'exploitation des sujets dans leur enseignement, l'analyse des résultats, la constitution d'une collection de problèmes

expérimentés dont les stratégies et procédures de résolution ont été explicitement relevées

- Pour les chercheurs en didactique, pour les formateurs et pour les animateurs, l'enrichissement de leurs connaissances sur les phénomènes liés à la résolution de problèmes dans les apprentissages en mathématiques

## Buts du rallye math. d'Aquitaine

- Favoriser le travail en équipe
- Persuader les élèves que les maths, c'est vivant
- Que cela peut même être passionnant

## Objectifs du rallye math Champagne-Ardennes

- Créer à l'intérieur des classes participantes une dynamique pour acquérir le sens du travail en groupe
- Initier à la démarche scientifique (expérimenter, argumenter, expliciter, vérifier)
- Démythifier les maths en les abordant sous un angle moins scolaire

## Buts du tournoi math du Limousin

- Développer le goût de la recherche scientifique
- Promouvoir l'image des maths auprès des jeunes et du grand public

## Compétences visées par le rallye math de Loire-Atlantique

- Résoudre des problèmes
- Lire et comprendre un énoncé
- Débattre
- Argumenter et contre-argumenter
- Travailler en équipe
- Communiquer
- Ecouter et comprendre les autres

- Vérifier une réponse
- Tester une solution
- S'organiser collectivement pour chercher et se mettre d'accord pour proposer la réponse de la classe, tout cela sans l'aide de l'enseignant

## Buts du rallye math de la Sarthe

- Faire pratiquer les mathématiques
- Aider à acquérir une méthode de travail en groupe
- Entraîner au débat : argumenter, discuter de preuves, trouver des exemples et contre-exemples, vérifier, ...
- Proposer un sujet stimulant où s'impliquent tous les élèves d'une classe et qui permet des rencontres entre enseignants

## Exemples de jeux pour les classes

- Jeu de l'oie
- Jeu du Loto mathématique
- Jeux de belote et de bridge
- Jeu de dominos
- Sudoku
- ...

## Que pensent les élèves ?

- Pour la plupart : jouer en classe est utile et efficace
- « nous sommes à l'école et à l'école, c'est pour apprendre »
- Parents surpris : « ils veulent que nous fassions des mathématiques et pas des jeux »
- 80 % ont l'impression de réellement travailler

- 74 % ont l'impression d'apprendre plutôt que de simplement jouer
- Les mots « s'amuser » et « plaisir » apparaissent 42 fois sur 22 questionnaires
- Désir de jouer encore l'année prochaine : « on apprend mieux en s'amusant »