



TEDI-MATH SUP

JOURNÉE DE RECHERCHE CLINIQUE

Clinique Psychologique et Logopédique Universitaire

Laurence Rousselle

Unité de Psychologie du Développement Cognitif

Département de Psychologie : Cognition et Comportement

Faculté de Psychologie et des Sciences de l'éducation

Dyscalculie développementale

- « *Trouble des compétences numériques et des habiletés arithmétiques qui se manifeste chez des enfants d'intelligence normale qui ne présentent pas de déficit neurologique acquis* »
(Temple, 1992)
- Prévalence : environ 5% (Lewis, Hitch & Walker, 1994; Gross-Tsur et al. 1996)
- le plus souvent dépistée vers l'âge de 7 ans
- Les enfants à risque peuvent être pistés précocément quand les pré-requis en mathématiques ne sont pas maîtrisés (comptage, dénombrement, ...)
- Parfois identifiée plus tardivement..

La dyscalculie développementale

DSM-5 (*American Psychiatric Association*, 2013)

► Troubles spécifiques des apprentissages en mathématiques :

- Difficultés d'apprendre les mathématiques persistants au moins 6 mois en dépit d'une intervention ciblée sur les difficultés
- Difficultés touchant :
 - le sens du nombre (mauvaise compréhension des nombres, de leur magnitude, de leur relations)
 - Les faits arithmétiques (procédure immature, comptage sur les doigts au lieu de la récupération en mémoire)
 - Le calcul (se perd dans le calcul, switch de procédure en cours de route)
 - Le raisonnement mathématique : difficulté d'appliquer des concepts mathématiques, des faits, ou des procédures pour résoudre des problèmes.

Les outils diagnostiques

- > outils d'évaluation des premiers apprentissages numériques théoriquement fondés :
 - Le Zareki-R (Von Aster & Dellatollas, 2005) : 1^{ère} à la 5^{ème} primaire
 - Le Numerical (Gaillard, 2000) : 2^{ème} et 3^{ème} primaire (4^{ème} primaire)
 - Le Tedi-Math (C. Van Nieuwenhoven, M-P. Noël, J. Grégoire, 2001) : Fin de 2^{ème} maternelle à 3^{ème} primaire
- Ces outils portent sur les 1^{er} apprentissages numériques
- Peu sensibles pour évaluer les enfants > 3^{ème} primaires

Objectifs du Tedi-Math Sup

- Dans la continuité du Tedi-Math, couvrir les compétences mathématiques de la 3^{ème} à la 6^{ème} primaire
- Aborder l'évaluation de compétences négligées par les tests actuels (nombres rationnels, le traitement de l'espace, la géométrie, le calcul écrit)
- Donner aux cliniciens un outil d'évaluation théoriquement fondé par les recherches sur le développement numérique
.... Encore trop peu nombreuses sur le développement des compétences numériques + complexes.

Objectifs du Tedi-Math Sup

- Pallier à l'insuffisance des connaissances théoriques concernant les étapes plus avancées du développement numérique en utilisant un large panel d'items de difficulté variée
- Outiller le clinicien pour dresser le profil des forces et des faiblesses de l'enfant et lui permettre de cibler ses interventions

Présentation de la batterie

- 4 Echelles
 - Le traitement des nombres
 - Le calcul
 - La résolution de problèmes
 - La Géométrie
- Chacune organisée en sous-échelles
- Une partie informatisée : évaluation des traitements numériques de base :
 - Ne font pas l'objet d'un apprentissage scolaire
 - Socle des apprentissages mathématiques

Présentation de la batterie

- Chaque échelle présente les items de difficulté croissante selon l'ordre établi par le modèle de Rash
 - ▶ Donne au clinicien une idée de la trajectoire développementale des processus de traitement numérique
- Adaptation des items au niveau de l'enfant
 - Des points d'entrée différents selon l'âge
 - Interruption après 4 échecs consécutifs
 - ▶ gain de temps

Choix des items : Méthodologie

- Création d'un nombre important d'items de niveaux de difficulté variés
- Etude pilote :
 - Administration des items à un large échantillon d'enfants de la 3^{ème} à la 6^{ème} primaire (passation collective)
 - Analyse par modèle de Rasch (Penta, Arnould & Decruynaere, 2005) :
 - ▶ la réponse du sujet à un item dépend de la difficulté de l'item et de l'aptitude du sujet
 - ▶ Classement des items selon leur difficultés : définition d'un ordre
 - ▶ Evaluation de la distance entre des items en terme de difficulté
 - ▶ Sélection des items : suppression des items trop difficiles ou redondants

Etalonnage

- Etalonné en France
- 5 niveaux scolaires 3^{ème} P à 1^{ère} Humanité
- Environ 50 enfants par niveaux [48-56], ratio fille/garçon équilibré
- Distribution normale des scores ayant permis la transformation des scores bruts en note standard ($M = 10$; $ET = 3$)

Les échelles en détail

4 Echelles :

- ⊙ Les nombres
- ⊙ Le calcul
- ⊙ La résolution de problèmes
- ⊙ La géométrie

Les Nombres

Enjeux pour le seconde cycle primaire :

Lire, écrire, et comprendre :

- Les nombres entiers positifs (de grande taille)
- Les nombres rationnels : les fractions et les nb décimaux

Le système positionnel en base 10

- Dans un nombre à plusieurs chiffres, la valeur de chaque chiffre est déterminée par :

- Sa valeur absolue
- Sa position relative dans le nombre : Chaque déplacement à gauche augmente la valeur du chiffre d'une puissance de 10

$$2 \quad \{2\}10^0$$

$$21 \quad \{2\}10^1 + \{1\}10^0$$

$$213 \quad \{2\}10^2 + \{1\}10^1 + \{3\}10^0$$

- ➔ Nécessité pour l'enfant d'apprendre à dissocier la valeur absolue du chiffre pris isolément de sa valeur en fonction de la position du chiffre au sein du nombre
- L'apprentissage du système positionnel du code arabe :
 - débute tôt dans la scolarité primaire (Nb naturels)
 - Se poursuit avec les nombres décimaux

Nombres rationnels?

- Nombres rationnels?
 - = quotient entre 2 nombres entiers
 - peut s'exprimer sous forme d'une fraction ou d'un nb décimal
 - Complexe car bouleverse les règles gouvernant les nombres naturels à plusieurs niveaux

Nombres rationnels ?

Nb naturels	Nb rationnels
• Le + petit nb naturel est l'unité	• Pas de + petit nb rationnel
• Liste discrète de nb	• Liste de continue de nb: une infinité de nb entre chaque nb rationnel
• Les nombres sont ordonnés au sein de la chaine de comptage : > Chaque nb a un successeur et un prédécesseur bien défini	• Pas de séquence de comptage naturelle > Ni prédécesseur ni successeur direct bien définis
• La magnitude d'un nombre est déterminée par la magnitude de ses composantes, leur nombre et leurs positions	• La magnitude d'une fraction n'augmente pas avec celle de ses composantes Ex : $8/4 > 8/7$

Nombres rationnels ?

Nb naturels	Nb rationnels
Sens intuitif des opérations arithmétiques : Multiplier un nb ↗ sa valeur, diviser un nb ↘ sa valeur	Multiplier n'augmente pas forcément la valeur du nb : Ex : $1/2 \times 2/3 = 1/3$ Nécessité de prendre en compte la valeur du numérateur et du dénominateur

- ▶ Règles qui vont à l'encontre de ce que l'enfant a appris
- ▶ Interférence fréquente des connaissances antérieures dans l'apprentissage des nombres rationnels :

➡ Biais des nombres naturels

Biais des nombres naturels

Desmet et al. (2010)

- Biais de longueur : le nb le + long est le + grand

- ▶ 3^{ème} & 4^{ème} P : $0,378 > 0,89$

- ▶ 5^{ème} P : Surcorrection : le nb le lus petit est le + grand : $0,12 > 0,411$

- ▶ 6^{ème} P : OK

- Biais de la magnitude des chiffres: $0,09 > 0,2$ ou $1/1 < 1/2 < 1/4$

- Biais du zéro positionnel et du zéro terminal : 3^{ème} & 4^{ème} P :

- ▶ le zéro positionnel ne joue aucun rôle $0,1 = 0,01$

- ▶ le zéro positionnel participe juste à la longueur, le nb décimal le + long étant le + grand: $0,1 < 0,01$

- ▶ Le zéro terminal augmente la valeur d'une puissance de 10 : $0,20 > 0,2$

➡ Demande un réajustement des connaissances au long de la fin de la scolarité primaire

L'échelle des nombres

- Evaluation de la compréhension des nombres symboliques et du système positionnel en base 10 du code arabe
- Trois sous-échelles :
 - Transcodage
 - Système positionnel en base 10
 - Fractions

Transcodage

- Maîtrise du système positionnel du code arabe

- Ecriture de nombres arabes sous dictée

- De nombre naturels de complexité croissante

1 500

Nb à 3 chiffres (/cinq cents/) → Nb à 6 chiffres (/Six cent mille quatorze/) combinant :

2030

431 080

- des structures multiplicatives (/Six cent/)
- des structures additives (/mille quatorze/)
- des zéro syntaxiques marquant les positions vides dans le nombre

- des nombres décimaux dicté sous la forme « n unités, n dixièmes, n centièmes »

6,8

9,03

NB : fractions éliminées car trop faciles

Systeme positionnel en base 10

Deux sous-tests évaluant la compréhension du système positionnel

- Déterminer l'unité

L'enfant doit déterminer le nombre d'unités représentées par un chiffre souligné dans un nombre

Pour chaque nombre, écris combien d'unités représente le chiffre souligné.

15	68 <u>2</u>	 unités	1 - 0
16	5 0 <u>9</u> 2	 unités	1 - 0
17	571	 unités	1 - 0
18	16 <u>9</u> 08	 unités	1 - 0
19	2. <u>5</u>	 unités	1 - 0
20	1. <u>0</u> 7	 unités	1 - 0

Systeme positionnel en base 10

Deux sous-tests évaluant la compréhension du système positionnel

- Déterminer l'unité
- Calculer

Réalisation de calculs, impliquant à des degrés divers la maîtrise du système positionnel.

Calcule mentalement (dans ta tête) les opérations qui suivent.

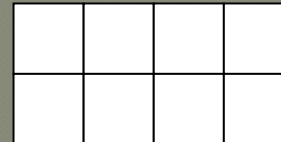
21	$90 : 10 = \dots\dots\dots$	1 - 0
22	$500 : 10 = \dots\dots\dots$	1 - 0
23	$30\ 600 : 100 = \dots\dots\dots$	1 - 0
24	$0,4 + 0,2 = \dots\dots\dots$	1 - 0

Fractions

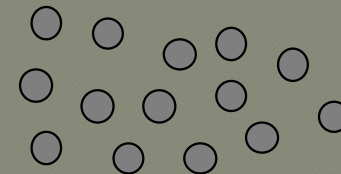
- Compréhension des fractions sous $\neq$ formats:

- Fractions de formes ou de collections : sélectionner la partie correspondante au nb fractionnaire :

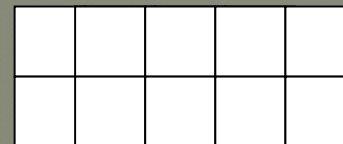
- Colorie $\frac{3}{8}$ de la figure suivante :



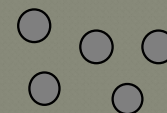
- Entoure $\frac{2}{7}$ de l'ensemble de points suivant :



- Colorie $\frac{2}{5}$ de la figure suivante (plus de correspondance entre la fragmentation et le dénominateur)



- Entoure $\frac{6}{15}$ de l'ensemble de points suivant :



Fractions

- Compréhension des fractions sous $\neq$ formats:
 - Fractions de formes ou de collections
 - Conversion de fractions en nombres décimaux
 - Additions de fractions : Exemples
 - ▶ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
 - ▶ $\frac{1}{3} + \frac{2}{6}$
 - ▶ $\frac{1}{5} + \frac{4}{10} = \dots/5$
 - ▶ $\frac{1}{7} + \frac{2}{3} =$
 - ▶ $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \dots/6$
 - ▶ Existe-t-il au moins un nombre entre $\frac{3}{7}$ et $\frac{4}{7}$? Si oui, écris-le

Le Calcul

Enjeux pour le seconde cycle primaire :

Savoir calculer mentalement de manière efficiente (évolution des stratégies)

Savoir calculer par écrit en respectant les procédures et l'alignement

Comprendre les propriétés des opérations arithmétiques

L'échelle de Calcul

- Evaluation des capacités de calcul et de la compréhension des opérations
- Trois sous-échelles :
 - Calcul mental
 - Calculs écrits
 - Connaissances conceptuelles

Calcul mental

- Des stratégies + en + matures et efficaces
- Abandon des procédures de comptage pour une résolution basée sur :
 - La récupération en mémoire :
 - ▶ Dominante pour la multiplication dès la 4^{ème} P (De Brauwer & Fias, 2009)
 - ▶ Largement utilisée pour la résolution des divisions dès la 5^{ème} P (passage par l'opération inverse) (Robinson et al., 2006)
 - La décomposition:
 - ▶ Surtout pour les additions complexes et les soustractions avec report
 - Les stratégies de compensation : $15 \times 99 = (15 \times 100) - 15$

Calcul mental

- 4 sous-tests :

- ▶ Additions
- ▶ Soustractions
- ▶ Multiplications
- ▶ Divisions

- Items présentés sous format classique ou lacunaire

- $20 + 8 = \dots$

- $35 + 42 = \dots$

- $35 + 17 = \dots$

- $\dots + 56 = 87$

- $\dots + 135 = 25$

- $25 + \dots = 158$

- $132 + 299 = \dots$

- $374 + 157 = \dots$

- $\dots \times 7 = 7$

- $7 \times 3 = \dots$

- $11 \times 12 = \dots$

- $15 \times 99 = \dots$

- $9 - \dots = 1$

- $16 - 4 = \dots$

- $21 - \dots = 16$

- $\dots - 4 = 3$

- $284 - 162 = \dots$

- $44 - 26 = \dots$

- $\dots - 12 = 25$

- $365 - 256 = \dots$

- $234 - 59 = \dots$

- $8 : 2 = \dots$

- $42 : 7 = \dots$

- $125 : 5 = \dots$

- $800 : 25 = \dots$

Calcul écrit

- Pour alléger la charge en mémoire de travail lors de la résolution de calcul avec des nombres à plusieurs chiffres
- Sources de difficulté :
 - Disposition spatiale des chiffres, notamment avec des nombres de taille inégales ou des nb décimaux :
 - ▶ Respect du rang des chiffres
 - ▶ Respect de l'alignement des sous-produit dans les multiplications
 - Présence de report en addition et d'emprunt en soustraction : appel à la maîtrise de la base 10
 - Présence de 0 lorsqu'un emprunt est nécessaire en soustraction

- 12 items : 3 pour chaque opération

725 + 64 =

958 - 27 =

3039 + 165 =

132 x 3

7309 - 983 =

8884 : 4 =

- ## ● Disposition du calcul par l'élève

[illegible]

Connaissances conceptuelles

- 10 items
- Evaluent les connaissances sur les propriétés des opérations
- Consigne explicite de ne pas calculer
- Nombres rendant le calcul mental difficile
 - ▶ Si $46 + 89 = 135$, alors $135 - 89 = 46$ **vrai-faux**
 - ▶ Si $132 - 48 = 84$, alors $48 + 84 = 132$ **vrai-faux**
 - ▶ Si $68 \times 4 = 272$, alors $68 + 68 + 68 + 68 = 272$ **vrai-faux**
 - ▶ Si $630 : 18 = 35$, alors $35 \times 18 = 630$ **vrai-faux**
 - ▶ Si $157 \times 12 = 1884$, alors $(157 \times 6) + (157 \times 2) = 1884$ **vrai-faux**

Les Problèmes

Enjeux pour le seconde cycle primaire :

Être capable de comprendre et de modéliser une situation problème afin de la traduire en opération mathématique

La résolution de problèmes

- Le + souvent : Problèmes énoncés verbalement qui décrivent des situations où les informations fournies sont à la fois incomplètes et déductibles sur base des informations données
- Processus en +sieurs étapes :
 - Lecture et compréhension du vocabulaire
 - Reconstruire mentalement les situations :
 - ▶ Établir des liens entre les actions, objets, et relations mentionnées
 - ▶ Mettre ce modèle en lien avec les opérations mathématiques
 - > modélisation mathématique (Verschaffel & De Corte, 2005)
 - Réalisation des calculs pour arriver au résultat final
 - Evaluer ce résultat % à la situation proposée
 - Idéalement, le vérifier avant de le consigner

Typologie de résolution de problèmes

Inspirée de Riley, Greeno & Heller (1983)

- Additions et soustractions simples
- Additions avec "de moins " et soustractions avec "de plus"
- Problèmes contenant des données superflues
- Divisions ou multiplications simples
- Divisions ou multiplications avec des termes suggérant l'opération inverse :
ex : un ouvrier met 18h pour construire un mur, combien mettront 3 ouvriers?
- Raisonnement proportionnel
Ex : il me faut 5 oranges pour presser 2 verres de jus, combien d'oranges pour 6 verres?
- Situations complexes impliquant plusieurs sous-étapes de réalisation
- Réponses plausibles en fonctions du contexte
Ex : pour emmener 175 élèves en excursion, des bus de 50 places sont disponibles. Combien faut-il de bus pour que chacun ait une place?

La Géométrie

Enjeux pour le seconde cycle primaire :

Maîtriser le vocabulaire géométrique

Savoir utiliser les systèmes de mesures

Savoir réaliser les calculs de périmètre, d'aires et de volumes

Raisonner dans l'espace

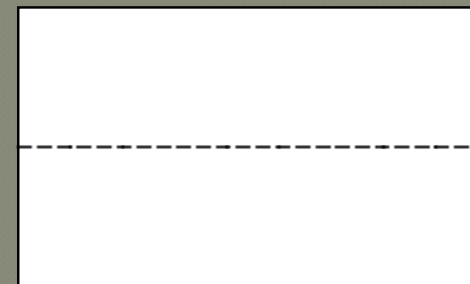
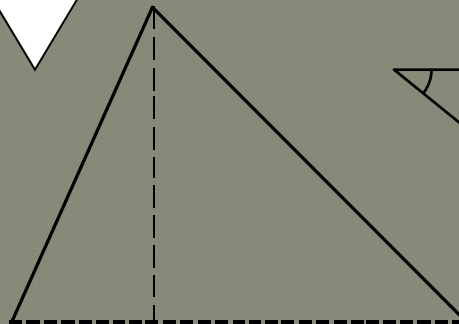
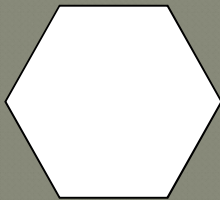
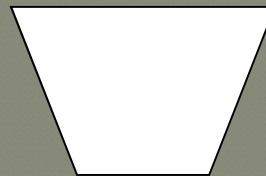
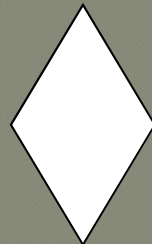
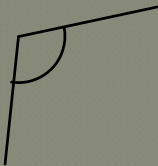
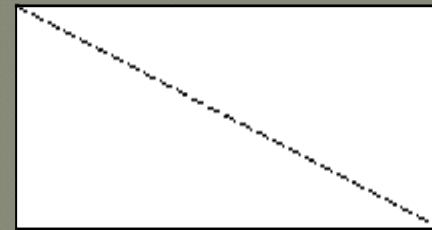
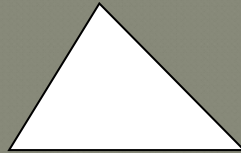
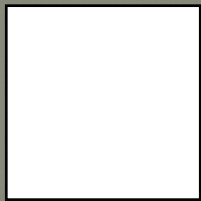
L'échelle de Géométrie

- Absence d'outils d'évaluation, littérature très pauvre
- Traite des formes, de la taille, des positions relatives des figures, des propriétés de l'espace et des mesures de longueur, d'aire, de volume.
- Quatre sous-échelles:
 - Le vocabulaire géométrique
 - Les systèmes métriques
 - Les calculs de périmètre, aires et volumes
 - Le raisonnement visuo-spatial

.

Vocabulaire géométrique

- Dénomination



Systeme métrique

- Deux sous-tests :

- Conversion des unités de mesure

- ▶ en unité adjacente (cm en mm) vs plus éloignée (+ complexe : m^2 en cm^2)
 - ▶ Variation de la base de conversion (base 10^2 pour les surfaces et base 10^3 pour les volumes

- Trouver l'unité de mesure adéquate sur base du contexte : évalue la notion que l'enfant a des unités de mesures, comment il se les représente

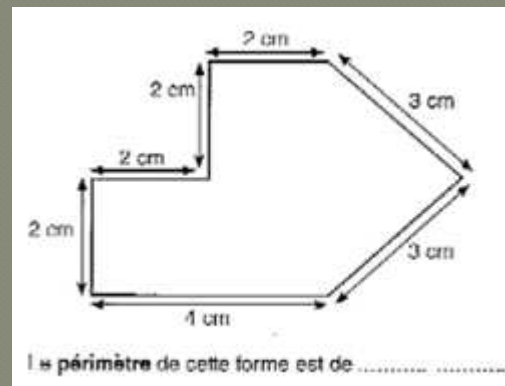
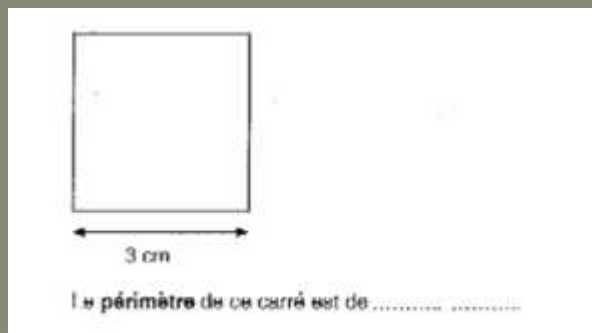
Ex : ma maison mesure 12 ...

Ecris ta réponse.

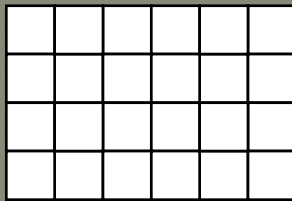
143	1 cm = mm
144	30 mm = cm
145	1 km = m
146	0,5 cm = mm
147	0,75 m = mm

Calcul de Périmètre-Aire-Volume

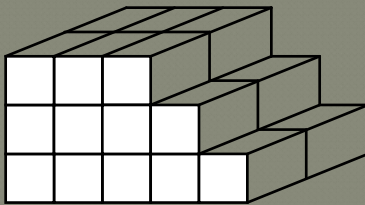
- Nécessite de :
 - Comprendre les notions de comprendre et pouvoir distinguer ces 3 notions
 - Connaitre les formules adéquates pour calculer ces aspects
 - Anticiper les transformations des unités de mesures :
Ex : Calcul de l'aire : cm --- cm²
- Tâche : calculer ces notions à partir de formes dont les mesures sont fournies



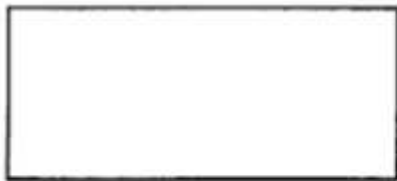
Raisonnement visuo-spatial



Dans ce rectangle juste au-dessus, combien y a-t-il de



Combien y a-t-il de briques dans cet escalier ?
Combien faudrait-il en ajouter pour former
un parallélépipède rectangle



L'aire du rectangle ci-dessus est de 8 cm^2 .



L'aire (ou la surface) de la forme grise est de :

Calcul des scores

- Score total pour l'ensemble de la batterie
- Score pour chacune des 4 échelles
 - Nombre; calcul; problèmes, géométrie-espace
- Score pour chacune des sous-échelles
- Score pour chaque sous-test individuellement

Section informatisée

- Permet une mesure des temps de réponse là où la comptabilisation des réponses correctes n'est plus suffisamment discriminante
- 4 sous-tests :
 - Dénombrement de collections, y compris subitizing
 - Comparaison de la magnitude de collections (acuité numérique)
 - Comparaison de chiffres arabes
 - Soustractions
 - Multiplications